

סטטיסטיקה א-רוח וחברה



$$\{\sqrt{x}\}^2$$



תוכן העניינים

1. סטטיסטיקה תיאורית- סיווג משתנים וסולמות מדידה 1
2. סטטיסטיקה תיאורית- הצגה של נתונים 5
3. סטטיסטיקה תיאורית- סכימה 13
4. סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - הטווח, השונות וסטיית התקן 17
5. סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - טווח בין רבעוני 20
6. סטטיסטיקה תיאורית-ממוצע משוקלל ושונות מצורפת 24
7. סטטיסטיקה תיאורית- מדדי מיקום יחסי-ציון תקן 26
8. סטטיסטיקה תיאורית-אחוזונים בטבלה בדידה 28
9. סטטיסטיקה תיאורית- תרשים קופסא 30
10. סטטיסטיקה תיאורית שאלות אמריקאיות 32
11. מדדי קשר - מדד הקשר של קרמר 39
12. מדד הקשר ספירמן 41
13. מדד הקשר פירסון 44
14. רגרסיה 50
15. מדדי קשר-רגרסיה -שונות מוסברת ושונות לא מוסברת 53
16. מדדי קשר - בחירת מדד מתאים 56
17. יסודות ההסתברות 63
18. פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) - מאורעות זרים ומכילים 67
19. הסתברות מותנית-במרחב מדגם אחיד 75
20. הסתברות מותנית - מרחב לא אחיד 78
21. דיאגרמת עצים - נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה 81
22. התפלגויות רציפות מיוחדות - התפלגות נורמלית (ללא ספר)

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית- סיווג משתנים וסולמות מדידה

תוכן העניינים

1. כללי 1

סטטיסטיקה תיאורית – סיווג משתנים וסולמות מדידה:

רקע:

סטטיסטיקה תיאורית הוא ענף בו לומדים כיצד לאסוף נתונים, להציג אותם ולנתח אותם. בסטטיסטיקה תיאורית אנו פונים לקבוצה מסוימת, ובאותה קבוצה אנו אוספים נתונים על הישויות באותה קבוצה. משתנה – תכונה שיכולה לקבל מספר ערכים: דעה פוליטית, מקום מגורים, גובה של אדם וכדומה. חלוקה אחת של המשתנים הנמדדים היא לפי סולמות מדידה:

מיון משתנים לפי סולמות המדידה:

1. סולם שמי (נומינאלי) – משתנה שלערכיו יש משמעות רק מבחינת הזהות ואין עניין של יותר או פחות. לדוגמה: מצב משפחתי (רווק/נשוי/אלמן/גרוש), אזור מגורים. משתנה דיכוטומי (הינו מסולם שמי) אותם משתנים שיש להם רק שני ערכים אפשריות זכר/נקבה. מעשן/לא מעשן.
2. סולם סדר (אורדינאלי) – כאשר לערכים של המשתנה בנוסף לשם ישנה גם משמעות לסדר אבל אין משמעות לגודל ההפרש. למשל, דרגה בצבא.
3. סולם רווחים (אינטרוואלי) – משתנה שלערכים שלו בנוסף לשם ולסדר בניהם יש משמעות לרווחים בין הערכים אבל אין משמעות ליחס בין הערכים. למשל, קומה בבניין. סולם לא כל כך פופולרי.

סולם מנה/יחס:

משתנה שלערכיו בנוסף לשם, לסדר ולרווח יש משמעות גם ליחס בין הערכים. למשל, מספר מכוניות למשפחה, משקל אדם בק"ג. הדרך הקלה ביותר כדי לזהות עם הסולם הוא סולם מנה היא על ידי מבחן האפס. בסולם מנה האפס הוא מוחלט, אבסולוטי, ומייצג אין.

סוגי משתנים:

נבצע סיווג של המשתנים:

משתנה איכותי

משתנה שלערכיו אין משמעות של יותר או פחות, אין עניין כמותי לערכים המתקבלים. כמו: מקום מגורים של אדם (רעננה, תל אביב, אשדוד...), מין האדם (זכר, נקבה), מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן).

משתנה כמותי

משתנה שערכיו הם מספרים להם יש משמעות כמותית כמו: גובה אדם בס"מ, ציון בבחינה וכדומה. את המשתנה הכמותי נסווג לשני סוגים:

משתנה בדיד: משתנה שערכיו מתקבלים מתוך סידרה של ערכים אפשריים. כמו: מספר ילדים למשפחה (1,2,3...), ציון בבחינה (מ-0 ועד 100 בקפיצות של 1).

משתנה רציף: משתנה שערכיו מתקבלים מתוך אינסוף ערכים בתחום מסוים, הערכים מתקבלים ברצף – ללא קפיצות של ערכים. דוגמאות: גובה בס"מ – אם הגובה הנמוך ביותר הוא 150 ס"מ ועד 190 ס"מ – הגבהים בקבוצה הם ברצף. גם בין 160 ל-161 ס"מ יש רצף אינסופי של ערכים אפשריים (כמו 160.233 ס"מ, למשל).



שאלות:

- (1) באיזה סולם מדידה המשתנים הבאים נחקרים (שמי/סדר/רווחים/מנה):
- גובה (בס"מ).
 - מספר ילדים למשפחה.
 - מידת החרדה לפני מבחן.
 - שביעות רצון משירות לקוחות בסקלה מ-1 עד 7 (1 - כלל לא מרוצה עד 7 - מרוצה מאד)
 - השכלה.
 - מספר אוטובוס.
 - מקום מגורים.
 - מין (1=גבר ; 2=אישה).
 - מידת נעליים.

- (2) להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר":

מספר האיחורים	מספר העובדים
0	17
1	23
2	85
3	50
4	25

בחברה 200 עובדים.

- מהו המשתנה הנחקר כאן?
 - האם מדובר במשתנה איכותי או כמותי?
אם הוא כמותי האם הוא בדיד או רציף?
באיזה סולם מדידה המשתנה?
- (3) להלן רשימה של משתנים כמותיים. ציינו האם הוא משתנה רציף/בדיד:
- שכר ב-ש.
 - ציון בחינת בגרות.
 - תוצאה של הטלת קובייה.
 - מהירות ריצה בתחרות.
 - שיעור התמיכה בממשלה.

תשובות סופיות:

- (1) א. מנה. ב. מנה. ג. סדר.
ד. סדר. ה. מנה/ סדר. ו. שמי.
ז. שמי. ח. שמי. ט. סדר.
- (2) א. מספר האיחורים. ב. כמותי בדיד בסולם מנה.
- (3) א. רציף. ב. בדיד. ג. בדיד.
ד. רציף. ה. רציף.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 2 - סטטיסטיקה תיאורית- הצגה של נתונים

תוכן העניינים

1. כללי 5

סטטיסטיקה תיאורית – הצגה של נתונים:

רקע:

דרכים להצגת נתונים שנאספו:

רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה. רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות. ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים. למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות: 3, 4, 3, 5, 4.

טבלת שכיחויות בדידה:

שכיחות יחסית באחוזים	שכיחות – $f(x)$	שם המשתנה- X
$\frac{f_1}{N} \cdot 100$	f_1	X_1
$\frac{f_2}{N} \cdot 100$	f_2	X_2
$\frac{f_3}{N} \cdot 100$	f_3	X_3
\vdots	\vdots	\vdots
$\frac{f_x}{N} \cdot 100$	f_k	X_k
100%	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	סה"כ

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות. לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

דוגמה:

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

$\frac{f_i}{n}$	F_i	מספר התלמידים – השכיחות f	הציון X
$0.08=2/25$	2	2	5
$0.16=4/25$	6	4	6
$0.32=8/25$	14	8	7
$0.2=5/25$	19	5	8
$0.16=4/25$	23	4	9
$0.08=2/25$	25	2	10

שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחויות.

השכיחויות F_i – השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

שכיחות יחסית (פרופורציה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי:

$$\frac{f_i}{n} - \text{איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.}$$

טבלת שכיחויות במחלקות:

משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד וטבלת שכיחויות תהיה ארוכה מידי.

דוגמה:

נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה, בדקו את התפלגות זמן הביצוע, בדקות. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

דיאגרמת עוגה:

זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח", שהוא פרופורציונלי לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.

התפלגות המצב המשפחתי



דיאגרמת מקלות:

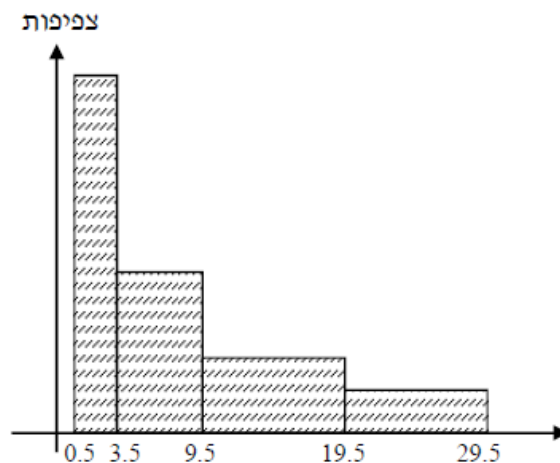
הציר האופקי הוא הציר של המשתנה והציר האנכי של השכיחות, כך שהגובה של המקל מעיד על השכיחות. רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף, וכן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.



היסטוגרמה:

היסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות, והיא רלוונטית למשתנה כמותי רציף. בהיסטוגרמה הציר האופקי הוא הציר של המשתנה והציר האנכי הוא הציר של הצפיפות. הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה, והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה. אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	X
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



פוליגון – מצולעון:

אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות:

התפלגות סימטרית פעמונית

רוב התצפיות במרכז, וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. לדוגמה, ציוני IQ.



ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות, כגון:

התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית)

רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. לדוגמה, שכר במשק.

התפלגות א-סימטרית ימנית או חיובית



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)

רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. לדוגמה, אורך חיים.

התפלגות א-סימטרית שמאלית או שלילית



שאלות:

- 1) בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות: 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10, 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו-25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.
- א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

- 2) להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף":

מקצוע	מספר התלמידים
מתמטיקה	44
תנ"ך	20
אנגלית	12
היסטוריה	26

- א. מהו המשתנה הנחקר?
- ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תנ"ך?

- 3) להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים:

השכלה	מספר העובדים
נמוכה	60
תיכונית	120
אקדמאית	20

- א. מהו המשתנה הנחקר?
מאיזה סולם הוא?
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

- 4) להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
- 6, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 7, 8, 5, 4, 6, 10, 9, 8, 6, 7.
- א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?
- ב. תארו את הרשימה בטבלת שכיחויות.
- ג. הוסיפו שכיחויות יחסיות לטבלה.
- ד. תארו את הנתונים באופן גרפי.

תשובות סופיות:

ב. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

1) א. להלן טבלה:

%	$\frac{f(x)}{n}$	$f(x)$	x
12.5%	$\frac{25}{200}$	25	ערוץ 1
12.5%	$\frac{25}{200}$	25	ערוץ 10
37.5%	$\frac{75}{200}$	75	ערוץ 2
25%	$\frac{50}{200}$	50	כבלים
12.5%	$\frac{25}{200}$	25	לא צפו
100%	1	200	סה"כ

ב. 19.6%.

2) א. מקצוע מועדף.

ב. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

3) א. משתנה נחקר: השכלה, סוג: סדר.

ב+ג. להלן טבלה:

%	$\frac{f(x)}{n}$	$f(x)$	x
5%	$\frac{1}{20}$	1	4
10%	$\frac{2}{20}$	2	5
30%	$\frac{6}{20}$	6	6
20%	$\frac{4}{20}$	4	7
20%	$\frac{4}{20}$	4	8
10%	$\frac{2}{20}$	2	9
5%	$\frac{1}{20}$	1	10
100%	20	20	סה"כ

4) א. המשתנה: ציון, משתנה בדיד.
 ד. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 3 - סטטיסטיקה תיאורית- סכימה

תוכן העניינים

1. כללי.....13

סטטיסטיקה תיאורית – סכימה:

רקע:

בסטטיסטיקה ישנה צורת רישום מקובלת לסכום של תצפיות: $\sum_{i=1}^n X_i$.

נסביר את צורת הרישום על ידי הדוגמה הבאה:

i	X_i
1	5
2	0
3	1
4	3
5	2

(הסבר מלא מופיע בסרטונים באתר).

שאלות:

1) בבניין 5 דירות. לכל דירה רשמו את מספר החדרים שיש בדירה (X), ומספר הנפשות החיות בדירה (Y) חשבו:

Y	X	מספר דירה
1	2	1
1	3	2
2	2	3
3	4	4
2	3	5

א. $\sum_{i=1}^3 X_i$

ב. $\sum_{i=1}^5 Y_i$

ג. $\sum_{i=1}^4 X_i$

ד. $\left(\sum_{i=1}^4 X_i\right)^2$

ה. $\sum X_i$

ו. $\sum X_i Y_i$

ז. $\sum(X_i) \sum(Y_i)$

- (2) נתון לוח ערכי המשתנים X_i ו- Y_i , כאשר: $i = 1, 2, \dots, 6$, ונתונים הקבועים:
 $a = 2, b = 5$. חשבו את הנוסחאות הבאות:

i	1	2	3	4	5	6
X_i	3	2	4	-2	1	4
Y_i	2	0	0	1	-5	2

$$\text{א. } \sum_{i=1}^4 y_i$$

$$\text{ב. } \sum_{i=1}^6 a$$

$$\text{ג. } \sum_{i=1}^6 x_i y_i$$

$$\text{ד. } \sum_{i=1}^6 (x_i + y_i)$$

$$\text{ה. } \sum_{i=1}^6 x_i + a$$

- (3) קבעו לכל זהות האם היא נכונה:

$$\text{א. } \sum_{i=1}^n bX_i = b \cdot \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\text{ב. } \sum_{i=1}^n a = a \cdot n$$

$$\text{ג. } \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

תשובות סופיות:

- | | | | |
|---------|--------------|-----------|--------------|
| ד. 121. | ג. 11. | ב. 9. | א. 7. (1 |
| | ז. 126. | ו. 27. | ה. 14. |
| ד. 12. | ג. 7. | ב. 12. | א. 3. (2 |
| | | | ה. 14. |
| | ג. לא נכונה. | ב. נכונה. | א. נכונה. (3 |

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - הטווח, השונות וסטיית התקן

תוכן העניינים

1. כללי 17

סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - הטווח, השונות וסטיית התקן:

רקע:

המטרה: למדוד את הפיזור של הנתונים, כלומר כמה הם רחוקים זה מזה ושונים זה מזה.

הטווח / תחום (RANGE):

ההפרש בין התצפית הגבוהה ביותר לנמוכה ביותר: $R = X_{\max} - X_{\min}$.

שונות וסטיית תקן:

שונות היא ממוצע ריבועי של הסטיות מהממוצע וסטיית התקן היא שורש של השונות.

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

עבור סדרת נתונים:

דוגמאות:

(1) נחשב את השונות של סדרת המספרים הבאה: 5, 4, 9.

$$S_x^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{n} = \frac{\sum x^2 \cdot f}{n} - \bar{x}^2$$

עבור טבלת שכיחויות:

(2) להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת בה ממוצע הציונים הוא 7.44.

הציון X	השכיחות F	$x^2 \cdot F$
5	2	50
6	4	144
7	8	392
8	5	320
9	4	324
10	2	200
סה"כ		1430

$$S_x^2 = \frac{\sum x^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1430}{25} - 7.44^2 = 1.8464$$

$$S = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{1.8464} = 1.3588$$

כשיש מחלקות נעזר באמצע המחלקה כדי לחשב את השונות.

שאלות:

(1) להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
 6, 5, 8, 7, 6, 8, 6, 7, 8, 5, 4, 6, 10, 9, 8, 6, 7.
 חשבו את השונות, סטיית התקן והטווח של הציונים.

(2) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן":

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

א. חשבו סטיית התקן.

ב. חשבו את הטווח של הנתונים.

הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם.

(3) בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.

א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא

תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?

ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא

תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?

(4) נתונה רשימה של 5 תצפיות, אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן

מהממוצע: 2, 3, 2, -1. חשבו את השונות של חמש התצפיות.

(5) בשכונה בדקו בכל דירה את מספר החדרים לדירה. בשכונה 200 דירות.

מספר חדרים	פרופורציה
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.15
5	

א. מה הממוצע של מספר החדרים לשכונה בדירה?

ב. חשבו את סטיית התקן של מספר החדרים לדירה.

ג. חלק מבעלי הדירות בנות 2 החדרים הפכו את דירתם לדירת חדר. כיצד

הדבר ישפיע(יקטין, יגדל, לא ישנה)

על כל מדד שחישבתם בסעיפים הקודמים

תשובות סופיות:

- (1) שונות: 2.19, סטיית תקן: 1.48, טווח: 6.
- (2) א. סטיית תקן: 1.106. ב. טווח: 4.
- (3) א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן.
ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל.
- (4) 10.8.
- (5) א. 3.05. ב. 1.16. ג. ממוצע: יקטן, סטיית התקן: תגדל.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 5 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - טווח בין רבעוני

תוכן העניינים

1. טווח בינרבעוני.....20

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי פיזור – טווח בין רבעוני:

רקע:

הטווח הבין-רבעוני (יש הקוראים לו התחום הבין-רבעוני) נותן את הטווח בין הרבעונים בו נמצאים 50% מהתצפיות המרכזיות. הרעיון ליצור מדד פיזורי שלא רגיש לתצפיות החריגות ביותר. כדי לחשב את הטווח הבין-רבעוני יש למצוא את הרבעון התחתון והעליון של התפלגות התצפיות.

רבעון תחתון – ערך שמחלק את ההתפלגות לשניים.
25% מהמקרים נמוכים ממנו או שווים לו ו-75% מהמקרים גבוהים או שווים לו.
סימון: Q_1 .

רבעון עליון – ערך שמחלק את ההתפלגות לשניים.
75% מהמקרים נמוכים ממנו או שווים לו ו-25% מהמקרים גבוהים או שווים לו.
סימון: Q_3 .

הטווח הבין רבעוני הוא הפער בין שני הרבעונים: $IQR = Q_3 - Q_1$.

שלב ב' במציאת טווח בין-רבעוני בטבלת שכיחויות:

שלב א': נמצא את הרבעון התחתון: הוא הערך שהשכיחות היחסית המצטברת באחוזים עברה לראשונה את 25%.

שלב ב': נמצא את הרבעון העליון: הוא הערך שהשכיחות היחסית המצטברת באחוזים עברה לראשונה את 75%.

שלב ג': נמצא את הטווח הבין-רבעוני: נחסר את הרבעונים: $IQR = Q_3 - Q_1$.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בסניף בנק 250 לקוחות. ספרו לכל לקוח את מספר תוכניות החיסכון שלו. מהו הטווח הבין-רבעוני של מספר תוכניות החיסכון בסניף?

# תוכניות החיסכון	$f(x)$	שכיחות מצטברת	שכיחות יחסית מצטברת
0	100		
1	75		
2	25		
3	25		
4	25		

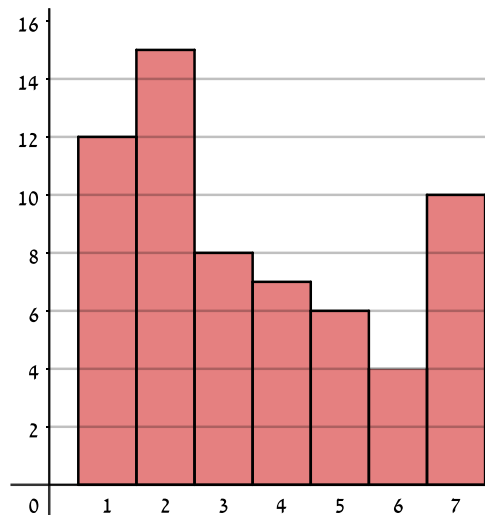
שאלות:

1) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן":

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

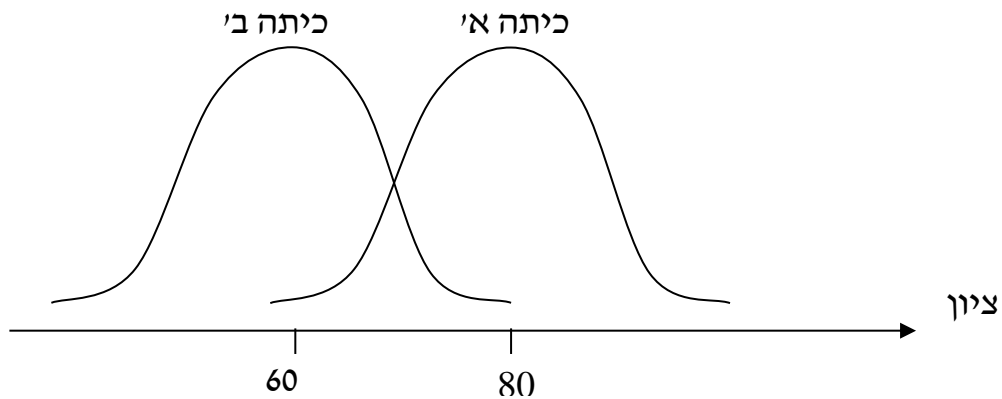
מהו הטווח הבין-רבעוני של מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן"?

2) בסקר שנעשה בדקו את מספר ימי המחלה השנתיים של מורים בארץ.



- א. מה מייצגים הערכים בציר האופקי?
- ב. מהו הטווח הבין-רבעוני של מספר ימי המחלה של המורים
- ג. אם נוסף 25 מורים אשר הצהירו שמספר ימי המחלה השנתיים שלהם הוא 4 ימים, כיצד הדבר ישנה את הטווח הבין-רבעוני? הסבירו.
- ד. אם מסתבר שחלק מהמורים בסקר הצהירו שהם חלו 7 ימים בשנה אבל בפועל הם חלו 8 ימים, כיצד הדבר ישנה את הטווח הבין-רבעוני? הסבירו.

3) לפניך שתי עקומות המתארות את התפלגות הציונים בכל כיתה. באיזו כיתה הטווח הבין-רבעוני גדול יותר?



- א. כיתה א.
- ב. כיתה ב'.
- ג. לשתיהן אותו טווח בין-רבעוני.
- ד. לא ניתן לדעת, אין מספיק נתונים.

4) הוספת גודל קבוע לכל תצפיות סדרת נתונים :

- א. תגדיל את הטווח הבין-רבעוני.
- ב. תקטין את הטווח הבין-רבעוני.
- ג. לא תשנה הטווח הבין-רבעוני.
- ד. לא ניתן לדעת מה יקרה לטווח הבין-רבעוני.

5) חושב הטווח הבין-רבעוני עבור התפלגות מסוימת והתקבלה התוצאה אפס. לכן :

- א. לפחות 50% מהתצפיות זהות.
- ב. סטיית התקן היא אפס.
- ג. ההתפלגות היא סימטרית.
- ד. מצב זה כלל לא יתכן.

- 6) סניף מספר 543 של בנק "רווה" בדק ל-80 לקוחות את מספר הפעמים שכל לקוח נכנס לסניף הבנק במשך שבוע. התוצאות שהתקבלו הן:
- 50 אנשים נכנסו 0 פעמים לסניף.
 - 20 אנשים נכנסו פעם אחת לסניף.
 - 5 אנשים נכנסו פעמיים לסניף.
 - 5 אנשים נכנסו יותר מפעמיים.
- מהו הטווח הבין-רבעוני?
- א. 60.
 - ב. 2.
 - ג. 50.
 - ד. 1.

- 7) התפלגות הציונים במבחן ווקסלר היא סימטרית לכן:
- א. טווח הציונים הוא אפס.
 - ב. הטווח הבין רבעוני של הציונים אפס.
 - ג. סעיפים א ו-ב הם נכונים.
 - ד. אף סעיף אינו נכון.

תשובות סופיות:

- 1) 2.
- 2) א. מספר ימי המחלה השנתיים. ב. 3. ג. יקטן. ד. לא ישתנה.
- 3) ג.
- 4) ג.
- 5) א.
- 6) ד.
- 7) ד.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 6 - סטטיסטיקה תיאורית-ממוצע משוקלל ושונות מצורפת

תוכן העניינים

1. כללי 24

סטטיסטיקה תיאורית – ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

רקע:

מדובר על מצב שבו ישנן כמה קבוצות שנרצה לאחד לקבוצה אחת. מתעניינים בממוצע והשונות של הקבוצה הגדולה המתקבלת מאיחוד הקבוצות הקטנות.

n_j - מס' התצפיות בקבוצת ה- j .

j - אינדקס של הקבוצה.

N - מס' התצפיות בכל הקבוצות יחד (סכום כל ה- n_j).

\bar{x}_j - הממוצע בקבוצה ה- j .

S_j^2 - השונות בקבוצה ה- j .

הנוסחאות לממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j n_j}{N}; \quad N = \sum_{j=1}^k n_j; \quad S_c^2 = \frac{\sum_{j=1}^k n_j s_j^2}{N} + \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2}{N}$$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בחברה שני אגפים: אגף א' מונה עשרים עובדים, השכר הממוצע שם הוא 6,000 ₪ וסטיית התקן היא 2,000 ₪. באגף ב' עשרה עובדים, השכר הממוצע הוא 12,000 ₪ וסטיית התקן היא 3,000 ₪.

מהו השכר הממוצע ומהי סטיית התקן של שכר העובדים בחברה?

שאלות:

1) להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון:

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

א. חשבו את הממוצע המשוקלל בשכבה.

ב. חשבו את השונות המצורפת בשכבה.

2) נתונות שתי קבוצות: בקבוצה I פי שתיים תצפיות מאשר בקבוצה II.

הממוצע בשתי הקבוצות הוא 70. השונות בקבוצה I היא 100.

השונות בקבוצה II היא 400.

א. מצאו את הממוצע של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.

ב. מצאו את סטיית התקן של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.

תשובות סופיות:

1) א. 76.22 ב. 173.5

2) א. 70 ב. 14.14

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 7 - סטטיסטיקה תיאורית- מדדי מיקום יחסי-ציון תקן

תוכן העניינים

1. כללי.....26

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי מיקום יחסי – ציון תקן:

רקע:

המטרה למדוד איך תצפית ממוקמת ביחס לשאר התצפיות בהתפלגות.

ציון תקן:

הנוסחה לציון תקן של תצפית היא: $Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$.

- ציון התקן נותן כמה סטיות תקן סוטה התצפית מהממוצע. כלומר, ציון התקן מעיד על כמה סטיות תקן התצפית מעל או מתחת לממוצע:
- ציון תקן חיובי אומר שהתצפית מעל הממוצע.
 - ציון תקן שלילי אומר שהתצפית מתחת לממוצע.
 - ציון תקן אפס אומר שהתצפית בדיוק בממוצע.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במקום עבודה מסוים, ממוצע המשכורות הוא 8 אלף ₪, עם סטית תקן של אלפיים ₪. באותו מקום עבודה ההשכלה הממוצעת של העובדים הנה 14 שנים, עם סטית תקן של 1.5 שנים. ערן מרוויח במקום עבודה זה 11 אלף ₪ והשכלתו 16 שנים. מה ערן יותר, באופן יחסי, משכיל או משתכר?

שאלות:

- 1) תלמידי כיתה ח' ניגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה. להלן התוצאות שהתקבלו:

המקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

עודד קיבל: 68 בלשון ו-70 במתמטיקה.

- א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
 ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

- 2) במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום. להלן טבלה המסכמת את המידע שנאסף על שני המשתנים:

מספר פועלים	תפוקה	ממוצע
15	48	
2	10	סטיית תקן

- באחד הימים מתוך כלל הימים שנבדקו התפוקה הייתה 50 מאות מצברים ובאותו היום עבדו 13 פועלים.
 מה יותר חריג באותו היום, יחסית לשאר הימים שנבדקו: נתוני התפוקה או כמות הפועלים?
 א. התפוקה.
 ב. כמות הפועלים.
 ג. חריגים באותה מידה.
 ד. חסרים נתונים כדי לדעת זאת.

- 3) הגובה הממוצע של המתגייסים לצבא הוא 175 סנטימטר עם סטיית תקן של 10 סנטימטר. המשקל הממוצע הוא 66 ק"ג עם סטיית תקן של 8 ק"ג. ערך התגייס כשגובהו 180 ס"מ ומשקלו 59 ק"ג.
 א. במה ערך חריג יותר ביחס לשאר המתגייסים, גובהו או משקלו?
 ב. כמה ערך אמור לשקול כדי שמשקלו יהיה שקול לגובהו?

תשובות סופיות:

- 1) א. לשון. ב. 72.
 2) ב'.
 3) א. משקל. ב. 70.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 8 - סטטיסטיקה תיאורית-אחוזונים בטבלה בדידה

תוכן העניינים

1. כללי 28

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי מיקום יחסי – אחוזונים בטבלה בדידה:

רקע:

האחוזון (המאון) ה- p הוא הערך בנתונים המחלק את הנתונים בצורה כזאת, שעד אליו (כולל) יש $p\%$ מהנתונים. מסמנים את האחוזון ה- p ב- X_p .

חישוב האחוזון מתוך נתונים בטבלת שכיחויות בדידה:

האחוזון הוא הערך שבו בפעם הראשונה השכיחות היחסית המצטברת (באחוזים) גדולה או שווה ל- $p\%$.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בסניף בנק 250 לקוחות. ספרו לכל לקוח את מספר תוכניות החיסכון שלו:

שכיחות יחסית מצטברת	שכיחות מצטברת	$F(x)$	# תוכניות החיסכון
		100	0
		75	1
		25	2
		25	3
		25	4

א. מצאו את האחוזון ה-25.

ב. מצאו את הערך ש-20% מהמקרים מעליו.

שאלות:

(1) להלן התפלגות של משתנה כלשהו:

$F(x)$	X
10	0
40	1
30	2
15	3
5	4

מצאו להתפלגות את:

- האחוזון ה-60.
- המאון ה-40.
- העשירון העליון.
- הטווח בין הרבעונים.

(2) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן":

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

חשבו את:

- העשירון התחתון.
- האחוזון ה-30.
- הערך ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.
- רבעון עליון.

תשובות סופיות:

- (1) א. 2 ב. 1 ג. 3 ד. 1
- (2) א. 1 ב. 2 ג. 4 ד. 4

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 9 - סטטיסטיקה תיאורית- תרשים קופסא

תוכן העניינים

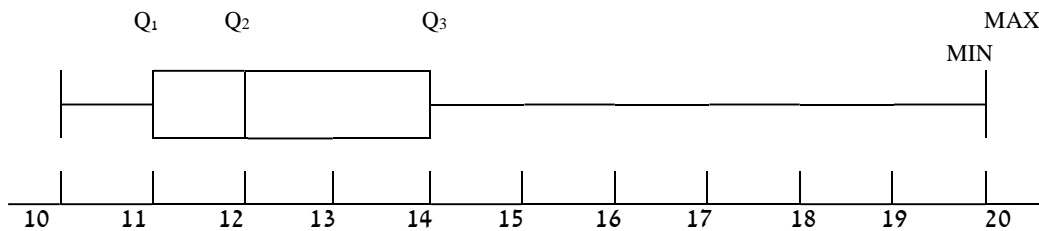
1. כללי 30

סטטיסטיקה תיאורית – תרשים קופסא (Boxplot):

רקע:

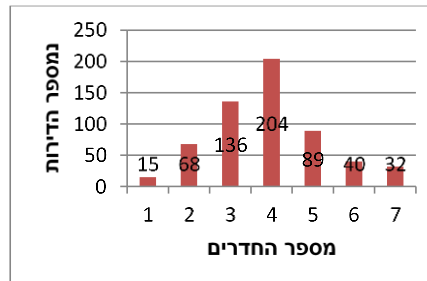
תרשים קופסא הינו תרשים שבעזרתו ניתן לבחון:

- (1) את המרכז של ההתפלגות על ידי החציון (Q_2).
- (2) את הפיזור של הנתונים (הטווח והטווח הבין רבעוני).
- (3) את צורת ההתפלגות (סימטרית ואסימטרית ימנית או אסימטרית שמאלית).



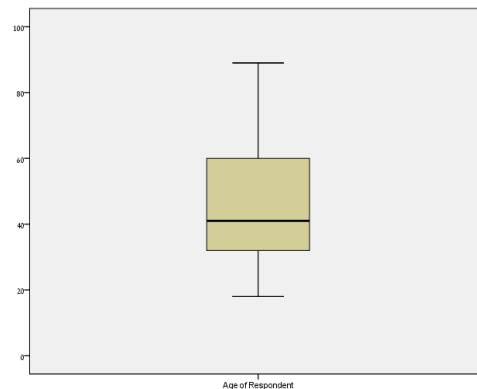
שאלות:

1) להלן התפלגות מספר החדרים לדירות שנבנו בשנת 2009 בעיר אשדוד:



- מצאו את החציון, הרבעון התחתון והרבעון העליון של ההתפלגות.
- שרטטו דיאגרמת קופסא להתפלגות.
- מה ניתן לומר על צורת ההתפלגות?

2) להלן דיאגרמת קופסא המתארת את התפלגות הגיל (בשנים) באוכלוסייה מסוימת:



- מה הגיל החציוני?
- מה בערך טווח הגילאים?
- מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

תשובות סופיות:

- חציון: 4, רבעון תחתון: 3, רבעון עליון: 5.
 - ראה גרף מלא בסרטון וידאו. ג. כמעט סימטרית.
- חציון: 40. ב. טווח: 70. ג. התפלגות אסימטרית ימנית.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 10 - סטטיסטיקה תיאורית שאלות אמריקאיות

תוכן העניינים

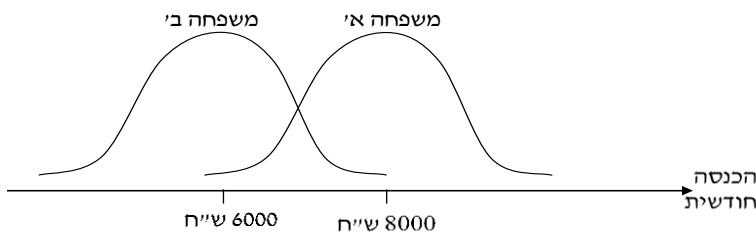
1. כללי 32

סטטיסטיקה תיאורית – שאלות אמריקאיות:

שאלות:

שאלות 1-3 מתייחסות לקטע הבא:

להלן שתי עקומות המתארות את התפלגות ההכנסות החודשיות של שתי משפחות שנבחרו באקראי:



- (1) לאיזו משפחה הכנסה שכיחה גבוהה יותר?
- משפחה א׳.
 - משפחה ב׳.
 - לשתיהן אותה הכנסה שכיחה.
 - לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים.
- (2) באיזו משפחה ההכנסה החציונית שווה להכנסה הממוצעת?
- משפחה א׳.
 - משפחה ב׳.
 - בשתיהן ההכנסה החציונית שווה להכנסה הממוצעת.
 - לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים.
- (3) באיזו משפחה סטית התקן של ההכנסה החודשית גבוהה יותר?
- משפחה א׳.
 - משפחה ב׳.
 - לשתיהן אותה סטית תקן.
 - לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 4-6:

להלן נתונים חלקיים של טבלת שכיחויות:
 כמו כן, נתון כי הממוצע הוא 1.66.

$F(x)$	x
?	0
10	1
6	2
15	3
?	4
50	סה"כ

(4) השכיח של הנתונים הוא:

- א. 0.
- ב. 15.
- ג. ישנם שני שכיחים: 0 ו-3.
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של השכיח.

(5) חציון הנתונים הוא:

- א. 2.
- ב. 1.5.
- ג. 25.5.
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של החציון.

(6) הטווח של הנתונים:

- א. 11.
- ב. 3.
- ג. 4.
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של החציון.

(7) בהתפלגות אסימטרית ימנית של משתנה כמותי רציף, הערך המתאים למאון

ה-30, ציון התקן שלו הוא בהכרח:

- א. שלילי.
- ב. חיובי.
- ג. אפס.
- ד. לא ניתן לדעת ללא הנתונים.

- 8) סדרת נתונים סטטיסטיים מונה 10 תצפיות. נתון כי סדרת הנתונים סימטרית סביב הממוצע. ממוצע הסדרה-40 ושונוות הסדרה-100. בשלב מאוחר יותר נוספו שתי תצפיות נוספות לסדרה : 50 ו-30. השונוות של 12 התצפיות :
- א. תקטן.
 - ב. תגדל.
 - ג. לא תשתנה.
 - ד. לא ניתן לחשב את השונוות ללא ידיעת התצפיות.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 9-10:

בחברת "טיק" המשכורת הממוצעת היא 4,600 ₪ וסטיית התקן של משכורת זו הינה 200 ₪. לאחר מו"מ עם ועד עובדי ההנהלה סוכם כי המשכורת תוכפל פי 1.5.

- 9) מהי המשכורת הממוצעת החדשה (ב-₪)?

- א. 2,300.
- ב. 6,900.
- ג. 4,650.
- ד. 4,600.

ה. חסרים נתונים כדי לדעת.

- 10) מהי סטיית התקן של המשכורת לאחר יישום המו"מ לגבי השכר (ב-₪)?

- א. 200.
- ב. 300.
- ג. 675.

ד. לא ניתן לדעת.

- 11) הוספת גודל קבוע לכל תצפיות סדרת נתונים :

- א. תגדיל את סטיית התקן.
- ב. תקטין את סטיית התקן.
- ג. לא תשנה את סטיית התקן.
- ד. לא ניתן לדעת.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 12-13:

להלן נתונים על ציוני תלמידים שנבחנו במועדים שונים בסטטיסטיקה:

שם התלמיד	ציון	ממוצע הציונים במועד בו נבחן	סטיית התקן של הציונים במועד בו נבחן
צבי	50	50	12
סטף	82	80	5
שרית	65	60	15
לובה	60	63	1.5
מיטב	70	70	10

12 התלמיד הטוב ביותר ביחס לנבחנים באותו מועד בו נבחן הוא:

- א. מיטב.
- ב. צבי.
- ג. לובה.
- ד. שרית.
- ה. סטף.

13 פנינה נבחנה עם סטף וציון התקן שלה שווה לציון התקן של שרית לכן ציונה הוא:

- א. 80.55.
- ב. 65.
- ג. 80.
- ד. 81.66.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 14-17:

בבדיקת פתע של משרד הבריאות במפעל שוקולד, נמצא ש:

שוקולד פגום	0	1	2	3	4	5	6	7
מס' קופסאות	35	63	48	12	13	11	10	8

14 מהו החציון של מספר הפגומים בקופסא:

- א. 1.
- ב. 2.
- ג. 4.
- ד. לא ניתן לדעת.

15 מהו הרבעון התחתון של מספר הפגומים בקופסא?

- א. 1.
- ב. 2.
- ג. 3.
- ד. 4.
- ה. לא ניתן לדעת.

16) מספר הפגומים בקופסא הוא משתנה :

- א. סדר.
- ב. שמי.
- ג. כמותי בדיד.
- ד. כמותי רציף.

17) השכיח של מספר הפגומים בקופסא :

- א. 63.
- ב. 1.
- ג. 200.
- ד. לא ניתן לדעת.

18) ביחס לציר המספרים, רוב הערכים בהתפלגות א-סימטרית ימנית נמצאים :

- א. בערכים הגבוהים.
- ב. בחלוקה זהה בין הערכים הגבוהים והנמוכים.
- ג. בערכים הנמוכים.
- ד. לא ניתן לדעת.
- ה. אף לא תשובה מהני"ל נכונה.

19) בוצע מחקר על מספר העובדים בחברות מזון לעומת חברות תקשורת. החציון והממוצע בשתיהן שווה 8.

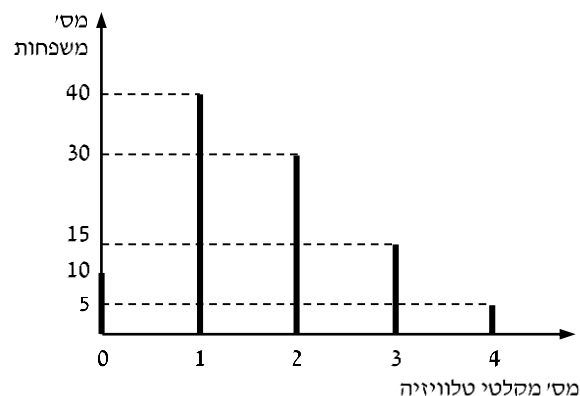
איזה מהטענות הבאות היא הנכונה והמלאה ביותר :

- א. השכיחות ב-2 החברות זהה אך שונה מ-8.
- ב. השכיח ב-2 החברות זהה אך לא ניתן לדעת מהו.
- ג. השכיח בשתי חברות הינו בהכרח 8.
- ד. שכיח בחברה אחת שונה מ-8 ובשנייה הוא 8.
- ה. אף תשובה אינה נכונה.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 20 עד 24 :

נערך סקר על מספר מקלטי הטלוויזיה הנמצאים בבית.

תוצאות הסקר נתונות בדיאגרמת מקלות הבאה :



(20) המשתנה הנחקר כאן הוא :

- א. משתנה שמי.
- ב. משתנה מסולם סדר.
- ג. משתנה כמותי בדיד.
- ד. משתנה כמותי רציף.

(21) הטווח של ההתפלגות הוא :

- א. 35.
- ב. 4.
- ג. 3.
- ד. 2.

(22) ממוצע מספר מקלטי הטלוויזיה למשפחה הוא :

- א. 1.65.
- ב. 1.5.
- ג. 1.
- ד. 2.

(23) השכיח של התפלגות זו היא :

- א. 40.
- ב. 1.5.
- ג. 1.
- ד. 2.

(24) מסתבר שיש בין 2 ל-5 משפחות נוספות שאין להם מקלטי טלוויזיה ויש לצרף את המשפחות הללו להתפלגות. כיצד הנתון זה ישפיע על סטיית התקן?

- א. יקטין אותו.
- ב. יגדיל אותו.
- ג. לא ישנה אותו.
- ד. אין לדעת.

תשובות סופיות:

(5 ב'	(4 ג'	(3 ג'	(2 ג'	(1 א'
(10 ב'	(9 ב'	(8 ג'	(7 א'	(6 ג'
(15 א'	(14 ב'	(13 ד'	(12 ה'	(11 ג'
(20 ג'	(19 ה'	(18 ג'	(17 ב'	(16 ג'
	(24 ב'	(23 ג'	(22 א'	(21 ב'

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 11 - מדדי קשר - מדד הקשר של קרמר

תוכן העניינים

1. כללי 39

מדדי קשר – מדד הקשר של קרמר:

רקע:

משתמשים במדד זה כאשר אחד המשתתפים הוא מסולם שמי והשני מכל סולם אפשרי. מדד הקשר מקבל ערכים בין 0 ל-1. ככל שהמדד יותר קרוב לאחד קיים קשר בעוצמה יותר חזקה בין המשתתפים.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במחקר רוצים לבדוק את הקשר בין מין לדעה בנושא מסוים. שאלו 100 גברים ו-100 נשים על דעתם באיזשהו נושא. להלן טבלת השכיחויות המשותפת שהתקבלה:

$F(x)$	נמנע	נגד	בעד	Y/X
100	10	40	50	גבר
100	10	60	30	אישה
$n = 200$	20	100	80	$F(y)$

הטבלה נקראת טבלת O (observe):

X - מין (גבר/אישה) – סולם שמי.

Y - דעה (בעד/נמנע/נגד) – סולם שמי/סדר.

שלבים בחישוב r_c :

שלב א': נבנה את טבלת E (Expected).

נעתיק את המסגרת של טבלת O ואז כל: $E_i = (F(x) \cdot F(y)) / n$.

$f(x)$	נמנע	נגד	בעד	$\frac{Y}{X}$
100				גבר
100				אישה
$n = 200$	20	100	80	$f(y)$

שלב ב': נחשב $\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$.

שלב ג': נחשב: $r_c = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \chi^2}$,

כאשר L מבטא את המספר הקטן מבין מספר השורות או העמודות.

שאלות:

- (1) להלן תוצאות מחקר שבדק את הקשר בין מין להשכלה. לגבי כל נחקר נבדק המין שלו והשכלתו. האם קיים קשר בין מין להשכלה? נמקו!

מין/ השכלה	נמוכה	תיכונית	גבוהה
גבר	120	40	20
אישה	20	20	80

- (2) נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.
- א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.
- ב. האם קיים קשר בין פעילות גופנית למצב בריאותי? חשבו לפי מדד הקשר של קרמר.

תשובות סופיות:

- (1) ישנו קשר בעוצמה בינונית, מקדם המתאם של קרמר: 0.595.
- (2) א. להלן טבלה: ב. 0.19.

$f(x)$	לא תקין	תקין	y/x
60	10	50	כן
140	50	90	לא
$n = 200$	60	140	$f(y)$

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 12 - מדד הקשר ספירמן

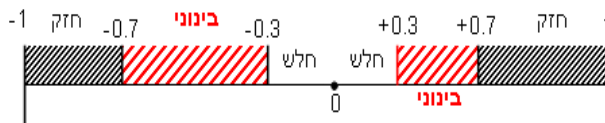
תוכן העניינים

1. כללי 41

מדדי קשר – מדד הקשר של ספירמן:

רקע:

מתי נשתמש במדד ספירמן?
 כאשר אחד המשתנים מסולם סדר והשני מסולם סדר ומעלה.
 הקשר שהמדד בודק הוא קשר דירוגי.
 מדד הקשר בודק את:



1. כיוון הקשר.

2. עצמת הקשר.

המדד מקבל ערכים בסקלה מ-(-1) ועד 1.

קשר דירוגי חיובי מלא:

מדד הקשר של ספירמן יוצא 1.
 ככל שמשנתנה אחד עולה, השני עולה ללא יוצא מן הכלל.

קשר דירוגי חיובי חלקי:

מקדם המתאם בין 0 ל-1.
 ככל שמשנתנה אחד עולה, לשני יש נטייה לעלות אך לא באופן מוחלט.

קשר דירוגי שלילי מלא:

מדד הקשר של ספירמן יוצא -1.
 ככל שמשנתנה אחד עולה השני יורד ללא יוצא מן הכלל.

קשר דירוגי שלילי חלקי:

מקדם המתאם הוא בין 0 ל-(-1).
 ככל שמשנתנה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אך לא באופן מוחלט.
 על מנת לחשב את הקשר יש לבצע פעולת דירוג (RANK).
 כאשר מדרגים, אם יש כמה תצפיות שתופסות את אותו הערך אז הדירוג שלהם הוא הממוצע של המקומות שהן תופסות.

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

הנוסחה של מדד הקשר:

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בתחרות רוקדים עם כוכבים השתתפו 7 זוגות, 2 שופטים נתנו את ציוניהם לריקוד של כל זוג. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר הזוג	ציון שופט א'	R_x	ציון שופט ב'	R_y	$d = r_x - r_y$	d^2
1	4		5			
2	5		5			
3	6		7			
4	5		7			
5	8		9			
6	7		9			
7	3		7			

מהי מידת ההתאמה בין ציוני השופטים?

X - ציון שופט א' (סולם סדר).

Y - ציון שופט ב' (סולם סדר).

שאלות:

(1) בתחרות יופי חילקו שני שופטים ציונים למועמדות:

מספר מועמדת	1	2	3	4	5	6	7
ציון שופט א'	7	8	6	8	9	5	6
ציון שופט ב'	8	8	7	8	9	5	7

האם קיים קשר בין שתי הערכות השופטים? נמקו והסבירו!

(2) משרד רצה לבחון האם קיים קשר בין מידת המוטיבציה של העובדים שלו לבין מספר החיסורים של העובדים בחודש עבודה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר חיסורים	מידת מוטיבציה
0	גבוהה
4	נמוכה
2	בינונית
5	נמוכה
1	גבוהה

האם קיים קשר בין רמת המוטיבציה של העובד ומספר החיסורים שלו? חשבו באמצעות מדד הקשר המתאים והסבירו.

(3) אם: $r_s = 1$, הדבר אומר שערכי X תמיד שווים לערכי Y . האם הטענה נכונה? הסבר.

תשובות סופיות:

- (1) קיים קשר דירוג חיובי חזק בין הערכת שופט א' להערכת שופט ב'.
מדד הקשר: 0.973.
- (2) קיים קשר שלילי בעוצמה חזקה בין רמת המוטיבציה של העובד למס' החיסורים שלו.
מדד הקשר: -0.85.
- (3) לא נכון.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 13 - מדד הקשר פירסון

תוכן העניינים

1. כללי 44

מדדי קשר – מדד הקשר הלינארי (פירסון):

רקע:

המטרה היא לבדוק האם קיים קשר (קורלציה, מתאם) של קו ישר בין שני משתנים כמותיים.

מבחינת סולמות המדידה קשר בין סולמות רווחים ומנה.

בדרך כלל, X הוא המשתנה המסביר (הבלתי תלוי) ו- Y הוא המשתנה המוסבר (התלוי).

למשל, נרצה להסביר כיצד השכלה של אדם הנמדדת בשנות לימוד X מסבירה את ההכנסה שלו Y . במקרה זה שנות ההשכלה זהו המשתנה המסביר (או הבלתי תלוי) ואנחנו מעוניינים לבדוק כיצד שינויים בשנות ההשכלה של אדם יכולים להסביר את השינויים שלו בהכנסה, ולכן רמת ההכנסה זהו המשתנה המוסבר התלוי במשתנה המסביר אותו.

בשלב הראשון, נהוג לשרטט דיאגרמת פיזור. זו דיאגרמה שנותנת אינדיקציה ויזואלית על טיב הקשר בין שני המשתנים.

דוגמה:

בבניין של 5 דירות בדקו את הנתונים הבאים:

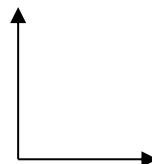
X - מס' חדרים בדירה.

Y - מס' נפשות הגרות בדירה.

להלן התוצאות שהתקבלו:

מס' דירה	X	Y
1	3	2
2	2	2
3	4	3
4	3	3
5	5	4

נשרטט מנתונים הללו דיאגרמת פיזור:



בשלב השני, מחשבים את מקדם המתאם (מדד הקשר) שבודק עד כמה קיים קשר לינארי בין שני המשתנים.

המדד (נקרא גם מדד הקשר של פירסון) מכמת את מה שנראה בשלב הראשון רק בעין. המדד בודק את כיוון הקשר (חיובי או שלילי) ואת עוצמת הקשר (חלש עד חזק). מקדם מתאם זה מקבל ערכים בין -1 ל-1.

מקדם מתאם -1 או 1 אומר שקיים קשר לינארי מוחלט ומלא בין המשתנים שניתן לבטאו על ידי הנוסחה: $y = bx + a$.

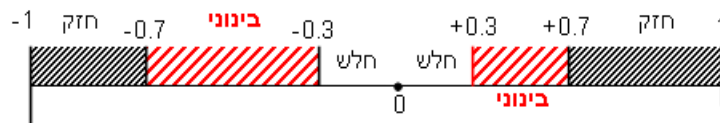
מתאם חיובי מלא (מקדם מתאם 1) אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b יהיה חיובי ואילו מתאם שלילי מלא אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b שלילי (מקדם מתאם -1).

מתאם חיובי חלקי אומר שככל שמשנתה אחד עולה לשני יש נטייה לעלות בערכו אבל לא קיימת נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט.

מתאם שלילי חלקי אומר שככל שמשנתה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אבל לא קיימת נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט.

ככל שערך מקדם המתאם קרוב לאפס נאמר שעוצמת הקשר חלשה יותר וככל שמקדם המתאם רחוק מהאפס נאמר שעוצמת הקשר חזקה יותר.

מקדם המתאם יסומן באות r .



כדי לחשב את מקדם המתאם, יש לחשב את סטיות התקן של כל משתנה ואת השונות המשותפת.

$$.COV_{(x,y)} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} \quad \text{שונות משותפת:}$$

$$.S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{שונות של המשתנה } X:$$

$$.S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2 \quad \text{שונות המשתנה } Y:$$

$$.r_{xy} = \frac{COV(x, y)}{S_x \cdot S_y} \quad \text{מקדם המתאם הלינארי:}$$

שאלות:

- 1) להלן נתונים לגבי שישה תלמידים שנגשו למבחן. בדקו לגבי כל תלמיד את הציון שלו בסוף הקורס וכמו כן את מספר החיסורים שלו מהקורס.

ציון	מספר חיסורים
80	2
90	1
90	0
70	2
70	3
50	4

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על טיב הקשר בין מספר החיסורים של תלמיד לציונו? מיהו המשתנה הבלתי תלוי ומיהו המשתנה התלוי?
- ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד מקדם המתאם היה משתנה אם היה מתווסף תלמיד שהחסיר 4 פעמים וקיבל ציון 80?
- 2) במחקר רפואי רצו לבדוק האם קיים קשר בין רמת ההורמון X בדם החולה לרמת ההורמון Y שלו. לצורך כך מדדו את רמת ההורמונים הללו עבור חמישה חולים. להלן התוצאות שהתקבלו:

X	Y
10	12
14	15
15	15
18	17
20	21

- א. מה הממוצע של כל רמת הורמון?
- ב. מהו מקדם המתאם בין ההורמונים? ומה משמעות התוצאה?

(3) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76, \quad \sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240, \quad \sum_{i=1}^{20} Y_i = 200$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מה המשמעות של התוצאה שקיבלת בסעיף א'?

(4) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} X_i = 240, \quad \sum_{i=1}^{20} Y_i = 200, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 2960, \quad \sum_{i=1}^{20} Y_i^2 = 2080, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 2464$$

חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y .

(5) במוסד אקדמי ציון ההתאמה מחושב כך: מכפילים את הציון הממוצע בבגרות ב-3 ומפחיתים 2 נקודות. ידוע שעבור 40 מועמדים סטיית התקן של ממוצע הציון בבגרות הייתה 2.
 מה מקדם המתאם בין ציון ההתאמה לציון הממוצע בבגרות שלהם?

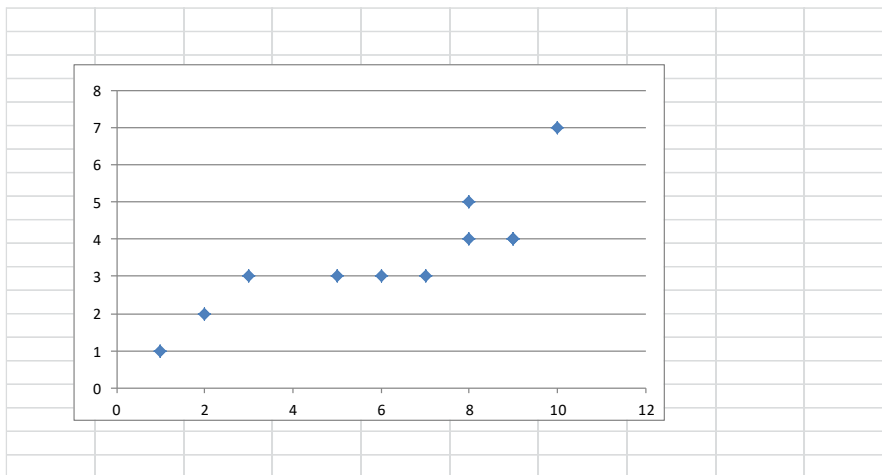
(6) להלן רשימת טענות. לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק!
 א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ₪. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
 ב. לסדרה של נתונים התקבל: $\bar{X} = \bar{Y} = 6, S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
 ג. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

(7) נמצא שקיים מקדם מתאם שלילי בין הציון בעברית לציון בחשבון בבחינה לכן:
 א. הדבר מעיד שהציונים בכתה היו שליליים.
 ב. ככל שהציון של תלמיד יורד בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
 ג. ככל שהציון של תלמיד עולה בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
 ד. אף אחת מהתשובות לא נכונה.

8) נלקחו 20 מוצרים וניבדק ביום מסוים המחיר שלהם בדולרים והמחיר שלהם בשי"ח (באותו היום ערך הדולר היה 4.2 ₪). מהו מקדם המתאם בין המחיר בדולר למחיר ב-₪?

- א. 1.
- ב. 0.
- ג. 4.2.
- ד. לא ניתן לדעת.

9) להלן דיאגרמת פיזור:



מה יהיה מקדם המתאם בין שני המשתנים?

- א. 1.
- ב. 0.85.
- ג. 0.15.
- ד. 0.

תשובות סופיות:

- (1) ב. -0.9325
- (2) א. $\bar{x} = 15.4$, $\bar{y} = 16$ ב. $r_{xy} = 0.96$
- (3) א. 0.8
- (4) 0.8
- (5) 1
- (6) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון.
- (7) ג'.
- (8) א'.
- (9) ב'.

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 14 - רגרסיה

תוכן העניינים

1. כללי 50

מדדי קשר – רגרסיה ליניארית:

רקע:

במידה וקיים קשר חזק בין שני המשתנים הכמותיים נהוג לבצע ניבוי. לבנות קו ניבויים הנקרא גם קו רגרסיה המנבא משתנה אחד על סמך האחר. מדובר בקו שמנבא את Y על סמך X . השיטה למציאת הקו הנ"ל נקראת שיטת הריבועים הפחותים והקו המתקבל נקרא קו הרגרסיה או קו הניבויים או קו הריבועים הפחותים. a - נותן את ערך Y כאשר X הנו אפס על גבי קו הניבויים. הוא נקרא החותך של הקו. b - הוא שיפוע הקו נותן בכמה בעצם Y משתנה כאשר X גדל ביחידה אחת על גבי קו הניבויים.

להלן המשוואות למציאת הפרמטרים של קו הרגרסיה: $Y = bX + a$, $b = r \frac{S_y}{S_x}$.

לצורך בניית קו ניבויים לניבוי X על סמך Y נצטרך לעדכן את הנוסחאות בהתאם.

שאלות:

- (1) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76, \quad \sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y}) = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

- א. חשבו את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מצאו את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה. הסבירו את משמעות הפרמטרים של קו הרגרסיה.
 ג. משפחת כהן הכניסה 15,000₪. מה ההוצאה הצפויה שלה?

- (2) נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות לימוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_x = 2, \quad S_y = 5, \quad \bar{X} = 14, \quad \bar{Y} = 8, \quad \text{COV}(X, Y) = 7.5$$

- א. חשבו את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
 ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
 ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000₪?

- (3) חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון המבחן בסטטיסטיקה לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות: הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.

- א. על פי משוואת הרגרסיה, שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן ב-?
 ב. על פי משוואת הרגרסיה, תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון?
 ג. מהו קו הרגרסיה לניבוי הציון לפי שעות ההכנה?

- (4) נתונים 2 משתנים X ו- Y . כמו כן נתון: $\bar{X} = 1.5, S_x = S_y = 4$,
 וכן שקו הרגרסיה של Y על בסיס X הינו: $Y = -0.2X + 0.5$.
 חשבו מהו מקדם המתאם בין X ל- Y .

תשובות סופיות:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------|
| ג. 12.4 אלפי ₪. | ב. $Y = 0.8X + 0.4$. | א. 0.8 (1) |
| ג. 14.6 שנים. | ב. 4.25 אלפי ₪. | א. 0.75 (2) |
| ג. $Y = 1.2X + 29$. | ב. 29. | א. 1.2 (3) |
| | | א. -0.2 (4) |

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 15 - מדדי קשר-רגרסיה -שונות מוסברת ושונות לא מוסברת

תוכן העניינים

1. כללי.....53

מדדי קשר – רגרסיה – שונות מוסברת ושונות לא מוסברת:

רקע:

המטרה ברגרסיה היא להסביר את השונות של המשתנה התלוי. למשל, להסביר את השונות של המשכורת באמצעות הוותק או להסביר את השוני בציונים באמצעות כמות החיסורים.

r^2 - החלק מהשונות של המשתנה התלוי מוסבר. השונות המוסברת נקראת גם שונות ניבויים. השונות הלא מוסברת נקראת גם שונות טעויות.

שאלות:

- (1) נמצא קשר חיובי בעוצמה של 0.7 בין שטח דירה למחירה. כמו כן, נתון שסטיית התקן של מחירי הדירות הינה 200.
- איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות מוסבר על ידי שטח הדירה?
 - איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות לא מוסבר על ידי שטח הדירה?
 - מהי השונות המוסברת ומהי השונות הלא מוסברת של מחירי הדירות?
- (2) להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבעו נכון/לא נכון ונמקו!
- אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
 - אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 0.
 - אם השונות המשותפת של X ושל Y היא 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

שאלות רב-ברירה:

- (3) בקשר בין שני משתנים התקבל: $r^2 = 0.64$, לכן:

- ללא יוצא מן הכלל ככל שערכי משתנה אחד עולה השני יעלה.
- 64% מהשונות של משתנה אחד מוסבר על ידי המשתנה השני.
- הקשר בין שני המשתנים הוא בעוצמה של 0.64.
- כל התשובות נכונות.

- (4) אם מגדילים את r^2 , ניתן לומר כי:

- אחוז השונות המוסברת יקטן.
- אחוז השונות המוסברת יגדל.
- אחוז השונות המוסברת יישאר ללא שינוי.
- סטיית התקן משתנה.
- לא ניתן לדעת.

- (5) בקורס מבוא לכלכלה ניתנו במשך השנה שני מבחנים : מבחן בסוף סמסטר א' X ומבחן בסוף סמסטר ב' Y . כאשר בנו את קו הרגרסיה של הציון במבחן סוף סמסטר ב' לפי הציון במבחן סוף סמסטר א' התקבלה שונות טעויות של 80, ושונות ניבויים של 20.
- לפי נתונים אלו, מקדם המתאם בין הציון במבחן סוף סמסטר א' לבין הציון במבחן סוף סמסטר ב' הוא :
- א. 0.44 .
 ב. - 0.44 .
 ג. עוצמת ההקשר הלינארי היא 0.44, אך אין אפשרות לדעת את סימנה.
 ד. אין אפשרות לחשב את מקדם המתאם.
 ה. 0.35 .

תשובות סופיות:

- (1) א. 49% . ב. 51% .
 ג. שונות מוסברת : 19,600, שונות לא מוסברת : 20,400 .
- (2) א. לא נכון . ב. נכון . ג. נכון .
- (3) ב' .
- (4) ב' .
- (5) ג' .

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 16 - מדדי קשר - בחירת מדד מתאים

תוכן העניינים

1. בחירת מדד מתאים 56

מדדי קשר – בחירת מדד מתאים:

רקע:

בפרק זה נתרגל את התהליך של בחירת מדד הקשר (מקדם המתאם) המתאים. נתרכז בשלושת מדדי הקשר הנפוצים ביותר:

- מדד הקשר של קרמר.
- מדד הקשר של ספירמן.
- מדד הקשר של פירסון (מדד הקשר הלינארי).

בחירת מדד הקשר נעשה לפי סולמות המדידה של שני המשתנים שאנחנו רוצים לבדוק את הקשר בינם. הנושא של סולמות מדידה נלמד כבר בפרק אחר, כמו כן כל מדד קשר נלמד בפרק נפרד. אנו מתרכזים ב 3 סולמות מדידה:

- סולם שמי/ זהות (nominal).
- סולם סדר (ordinal).
- סולם כמותי (scale): לכאן אנו מאחדים את סולם רווחים ומנה יחד.

שלושת מדדי הקשר שלעיל דנים בקשר בין שני משתנים. מדדי הקשר הם סימטריים, כלומר אין זה משנה איזה משתנה נגדיר בתור משתנה X ואיזה יוגדר בתור משתנה Y .

להלן טבלה שמסכמת את בחירת המדד המתאים:

X / Y	שמי	סדר	כמותי
שמי	קרמר	קרמר	קרמר
סדר	קרמר	ספירמן	ספירמן
כמותי	קרמר	ספירמן	פירסון

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום. איזה מדד קשר מתאים כדי לבדוק האם קיים קשר בין התפוקה היומית לכמות עובדים באותו היום במפעל?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. חסרים נתונים כדי לדעת זאת.

שאלות:

- (1) בקרב תלמידי כיתות א' בבית הספר גבריאלי אשר בתל אביב בדקו לכל תלמיד את גובהו בס"מ ואת משקלו בק"ג. מהו מדד הקשר המתאים כדי לבדוק האם קיים קשר בין גובה התלמיד למשקלו?
 א. פירסון.
 ב. ספירמן.
 ג. קרמר.
 ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.
- (2) בסקר שנעשה על אזרחים במדינה בדקו לכל אזרח את השכלתו ואת שכרו. מהו מדד הקשר המתאים כדי לבדוק האם קיים קשר בין השכלה לשכר?
 א. פירסון.
 ב. ספירמן.
 ג. קרמר.
 ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.
- (3) בגן הילדים של שולה אספו נתונים על 25 הילדים שבגן. על כל ילד בדקו את רמת הביטחון העצמי שלו ($X =$ מדד שמקבל ערכים בין 1 - נמוך ועד 5 - גבוה), ואת אוצר המילים שלו ($Y =$ לפי מבחן שנעשה לכל ילד בו ספרו את מספר המילים שידע מתוך רשימה של 20 מילים). איסוף הנתונים נעשה על ידי איש מקצוע שצפה בילדים ובחן אותן.
 מהו מקדם המתאם המתאים לבדיקת התלות בין X לבין Y ?
 א. פירסון.
 ב. ספירמן.
 ג. קרמר.
 ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.
- (4) הועלתה השערה בבית הספר למדעי ההתנהגות שיש קשר בין המרצה להצלחת הסטודנט. לצורך בדיקת הטענה בדקו לגבי כל סטודנט שלמד סטטיסטיקה אצל איזה מרצה הוא למד (היו 3 מרצים שונים) והאם הוא עבר את הבחינה. מהו מדד הקשר המתאים במקרה זה?
 א. פירסון.
 ב. ספירמן.
 ג. קרמר.
 ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

- (5) בבורסה בתל אביב רצו לבדוק את הקשר בין גובה הריבית במשק בסוף החודש (באחוזים), לבין תשואת מניית אקטר (באחוזים) בסוף החודש. מהו מדד הקשר המתאים?
- פירסון.
 - ספירמן.
 - קרמר.
 - אין מספיק נתונים כדי לדעת.
- (6) בעל מסעדה ביצע סקר על לקוחותיו, בין השאלות שנשאלו בסקר:
- מה מידת שביעות הרצון של הלקוח מאדיבות השירות של המלצר בסקלה של 1 עד 5.
 - מה גילו של הלקוח בשנים.
 - מה גובה התשר (טיפ) ב-ש אשר נתן הלקוח למלצר בלכתו מהמסעדה.
- מהו המדד המתאים כדי לבדוק האם קיים מתאם חיובי בין מידת שביעות הרצון של הלקוח מאדיבות השירות לבין גובה התשר שהוא נתן למלצר?
- פירסון.
 - ספירמן.
 - קרמר.
 - אין מספיק נתונים כדי לדעת.
- (7) בעל מסעדה ביצע סקר על לקוחותיו, בין השאלות שנשאלו בסקר:
- מה מידת שביעות הרצון של הלקוח מאדיבות השירות של המלצר בסקלה של 1 עד 5.
 - מה גילו של הלקוח בשנים.
 - מה גובה התשר (טיפ) ב-ש אשר נתן הלקוח למלצר בלכתו מהמסעדה.
- מהו המדד המתאים כדי לבדוק האם קיים מתאם בין גיל הלקוח לגובה התשר שהעניק לשירות?
- פירסון.
 - ספירמן.
 - קרמר.
 - אין מספיק נתונים כדי לדעת.

הנתונים הבאים מתאימים ל-3 השאלות הבאות:

חוקרים ערכו מדגם של ילדים מכיתות ב' ו-ג' מ-4 בתי ספר שונים. הועבר לילדים שאלון בו תואר מצב מסוים והילדים התבקשו לציין את רמת החרדה שלהם באשר לאותו מצב. המשתנים שלגביהם נאספו נתונים:

- מגדר (1 - בן, 2 - בת).
- כיתה (0 - ג', 1 - ב').
- בית ספר (A, B, C, D).
- רמת חרדה (ציון שהילד היה צריך לתת בסקלה של 1 עד 10).
- גיל התלמיד בחודשים.

8) מהו מדד הקשר המתאים כדי לבדוק את הקשר בין גיל התלמיד לבין רמת החרדה שלו מהמצב?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

9) מהו מדד הקשר המתאים כדי לבדוק את הקשר בין המגדר לבין רמת החרדה שלו מהמצב?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

10) מהו מדד הקשר המתאים כדי לבדוק את הקשר בין המגדר לבין בית הספר?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

11) בטבלה שלהלן נתונות שכיחויות ההצלחה והכישלון של 150 חולים :

C	B	A	תוצאה/ התרופה
45	13	35	נרפא
5	37	15	לא נרפא

החולים קיבלו 3 תרופות שונות ובדקו עבור כל חולה אם התרופה הצליחה בריפוי. מהו מדד הקשר המתאים?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

12) שני מוסיקאים מפורסמים נתנו ציון בסולם של 1-10 לקולם של 8 מתמודדים בתוכנית ריאליטי ידועה. ציון 10 ניתן לקול שמצא חן ביותר בעיני המוסיקאי. מפיק התוכנית רצה לבדוק האם יש קורלציה בין המוסיקאים מבחינת הטעם. בטבלה הבאה נתונים הציונים של כל אחד מהמוסיקאים את שמונת המתמודדים :

8	7	6	5	4	3	2	1	
4	1	1	3	4	7	5	6	מוסיקאי א'
7	2	3	3	2	5	7	5	מוסיקאי ב'

מהו מדד הקשר המתאים?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

13) להלן טבלה המסכמת את השכר באלפי ₪ של עובדים בחברה ואת רמת המוטיבציה שלהם מ-1 עד 5 :

30	15	20	18	12	שכר
5	3	5	4	4	מוטיבציה

מהו מקדם המתאם המתאים לבדיקת רמת ההתאמה בין המוטיבציה לשכר של העובד?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

14) להלן טבלה על נתונים שנאספו על מספר תצפיות:

5	4	3	2	1	X
20	17	17	14	12	Y

אם מעוניינים לבדוק עד כמה קיים קשר לנארי בין שני המשתנים.
מהו המדד המתאים?

- א. פירסון.
- ב. ספירמן.
- ג. קרמר.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

תשובות סופיות:

(1) א'	(2) ד'	(3) ב'	(4) ג'	(5) א'
(6) ב'	(7) א'	(8) ב'	(9) ג'	(10) ג'
(11) ג'	(12) ב'	(13) ב'	(14) א'	

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 17 - יסודות ההסתברות

תוכן העניינים

1. כללי 63

הגדרות יסודיות:

רקע:

ניסוי מקרי: תהליך לו כמה תוצאות אפשריות. התוצאה המתקבלת נודעת רק לאחר ביצוע התהליך. למשל: תוצאה בהטלת קובייה, מזג האוויר בעוד שבועיים.

מרחב מדגם: כלל התוצאות האפשריות בניסוי המקרי. לדוגמה, בהטלת קובייה: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, או: מזג האוויר בעוד שבועיים: $\{\text{נאה, שרבי, מושלג, גשום, מעונן חלקית, אביד}\}$.

מאורע: תת קבוצה מתוך מרחב במדגם. מסומן באותיות: A, B, C . בהטלת קובייה למשל, המאורע 'לקבל לפחות 5' יסומן: $A = \{5, 6\}$. המאורע 'לקבל תוצאה זוגית' יסומן: $B = \{2, 4, 6\}$.

גודל מרחב המדגם: מספר התוצאות האפשריות במרחב המדגם. בהטלת קובייה למשל נקבל: $|\Omega| = 6$.

גודל המאורע: מספר התוצאות האפשריות במאורע עצמו. למשל, בהטלת הקובייה האירועים הקודמים יסומנו: $|A| = 2, |B| = 3$.

מאורע משלים: מאורע המכיל את כל התוצאות האפשריות במרחב המדגם פרט לתוצאות במאורע אותו הוא משלים. למשל, בהטלת הקובייה: $\bar{A} = \{1, 2, 3, 4\}$, $\bar{B} = \{1, 3, 5\}$.

מרחב מדגם אחיד (סימטרי): מרחב מדגם בו לכל התוצאות במרחב המדגם יש את אותה עדיפות, אותה סבירות למשל, קובייה הוגנת, אך לא כמו מזג האוויר בשבוע הבא.

הסתברות במרחב מדגם אחיד: במרחב מדגם אחיד הסיכוי למאורע יהיה: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$.

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל לפחות 5? $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2}{6}$

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל תוצאה זוגית? $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{6}$

הסתברות במרחב לא אחיד: תחושב לפי השכיחות היחסית: $\frac{f}{n}$.

דוגמה:

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

מספר התלמידים – השכיחות – f	הציון – x
2	5
4	6
8	7
5	8
4	9
2	10

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה קיבל את הציון 8? $\frac{f}{n} = \frac{5}{25} = 0.2$

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה יכשל? $\frac{f}{n} = \frac{2}{25} = 0.08$

הסתברות למאורע משלים: הסתברות לקבוצת המשלים של המאורע ביחס למרחב המדגם: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. למשל, בדוגמה הקודמת הסיכוי לעבור את הבחינה יכול להיות מחושב לפי הסיכוי להיכשל:

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25}$$

שאלות:

- (1) מהאותיות E, F ו-G יש ליצור מילה בת 2 אותיות, לא בהכרח בת משמעות.
 א. הרכיבו את כל המילים האפשריות.
 ב. רשמו את המקרים למאורע:
 i. במילה נמצאת האות E.
 ii. במילה האותיות שונות.
 ג. רשמו את המקרים למאורע \bar{A} .

- (2) מטילים זוג קוביות.
 א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם אחיד?
 ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:
 i. סכום התוצאות 7.
 ii. מכפלת התוצאות 12.
 ג. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיף ב'.

- (3) נבחר באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.
 א. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?
 ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?
 ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?

- (4) להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה עבור כל משפחה בישוב מסוים:

10	22	18	28	22	מספר משפחות
4	3	2	1	0	מספר מקלטים

- נבחרה משפחה באקראי מהישוב.
 א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?
 ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?
 ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

- (5) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב "עדן":

10	30	100	40	20	מספר משפחות
4	3	2	1	0	מספר מכוניות

- נבחרה משפחה אקראית מן הישוב.
 א. מה ההסתברות שאין לה מכוניות?
 ב. מה ההסתברות שבבעלות המשפחה לפחות 3 מכוניות?
 ג. מה הסיכוי שבבעלותה פחות מ-3 מכוניות?

- 6) נטיל מטבע רגיל 3 פעמים. בצד אחד של המטבע מוטבע עץ ובצד השני פלי.
- א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם הוא אחיד?
- ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:
- i. התקבל פעם אחת עץ.
- ii. התקבל לפחות פלי אחד.
- ג. מהו המאורע המשלים ל-D?
- ד. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיפים ב-ג.

תשובות סופיות:

- 1) א. $\Omega = \{EE, EF, EG, FE, FF, FG, GE, GF, GG\}$
- ב. $A = \{EE, EF, EG, FE, GE\}$, $B = \{EF, EG, FE, FG, GE, GF\}$
- ג. $\bar{A} = \{FF, FG, GF, GG\}$
- 2) א. $\Omega = \left\{ \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (3,1) & (5,1) & (4,1) & (6,1) \\ (1,2) & (2,2) & (3,2) & (4,2) & (5,2) & (6,2) \\ (1,3) & (2,3) & (3,3) & (4,3) & (5,3) & (6,3) \\ (1,4) & (2,4) & (3,4) & (4,4) & (5,4) & (6,4) \\ (1,5) & (2,5) & (3,5) & (4,5) & (5,5) & (6,5) \\ (1,6) & (2,6) & (3,6) & (4,6) & (5,6) & (6,6) \end{matrix} \right\}$
- ב. $A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$, $C = \{(2,6), (3,4), (4,3), (6,2)\}$
- ג. הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$
- הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$
- 3) א. 0.4 ב. 0.4 ג. 0.5
- 4) א. 0.22 ב. 0.78 ג. 0.32
- 5) א. 0.1 ב. 0.2 ג. 0.8
- 6) א. $\Omega = \{PPP, PPE, PEP, EPP, PEE, EPE, EEP, EEE\}$
- ב. $A = \{PPE, PEP, EPP\}$, $D = \{PPP, PPE, PEP, EPP, PEE, EPE, EEP\}$
- ג. $\bar{D} = \{EEE\}$
- ד. $\frac{1}{8}$

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 18 - פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) - מאורעות זרים ומכילים

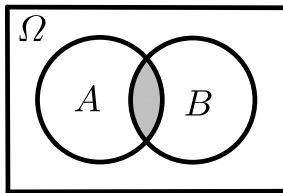
תוכן העניינים

1. כללי 67

פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) – מאורעות זרים ומכילים:

רקע:

פעולת חיתוך:

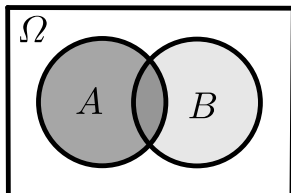


נותנת את המשותף בין המאורעות הנחתכים.
 חיתוך בין המאורע A למאורע B יסומן כך: $A \cap B$.
 מדובר בתוצאות שנמצאות ב- A וגם ב- B .

דוגמה:

בהטלת קובייה, למשל, האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$.
 האפשרויות לקבל תוצאה זוגית הן: $B = \{2, 4, 6\}$.
 החיתוך שביניהם הוא: $A \cap B = \{6\}$.

פעולת איחוד:



נותנת את כל האפשרויות שנמצאות לפחות באחת מהמאורעות, ומסומנת: $A \cup B$.
 הפעולה נותנת את אשר נמצא ב- A או ב- B .
 כלומר, לפחות אחד מהמאורעות קורה.

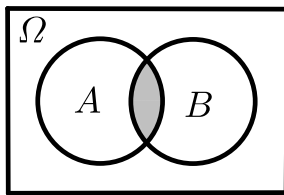
דוגמה:

בהטלת קובייה האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$.
 האפשרויות לקבל תוצאה זוגית: $B = \{2, 4, 6\}$.
 האפשרויות לקבל לפחות 5 וגם תוצאה זוגית: $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$.

דוגמה (הפתרון נמצא בהקלטה):

סטודנט ניגש בסמסטר לשני מבחנים. מבחן בסטטיסטיקה ומבחן בכלכלה. ההסתברות שלו לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הוא 0.9, ההסתברות שלו לעבור את המבחן בכלכלה הוא 0.8 וההסתברות לעבור את המבחן בסטטיסטיקה ובכלכלה היא 0.75. מה ההסתברות שלו לעבור את המבחן בסטטיסטיקה בלבד? מה ההסתברות שלו להיכשל בשני המבחנים? מה ההסתברות לעבור לפחות מבחן אחד?

נוסחת החיבור לשני מאורעות:



ההסתברות של איחוד מאורעות תחושב ע"י הקשר הבא:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

חוקי דה מורגן לשני מאורעות:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$P(A \cap B) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

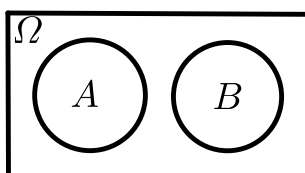
$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

שיטת ריבוע הקסם:

השיטה רלבנטית רק אם יש שני מאורעות במקביל בדומה לתרגיל הקודם:

	\bar{A}	A	
B	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(A \cap B)$	$P(B)$
\bar{B}	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
	$P(\bar{A})$	$P(A)$	1

מאורעות זרים:



מאורעות זרים הם כאשר אין להם אף איבר משותף: $A \cap B = \{ \}$. כלומר, הם לא יכולים להתרחש בו זמנית.

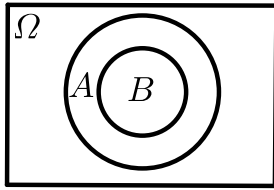
ההסתברות של חיתוך המאורעות היא אפס: $P(A \cap B) = 0$.

ההסתברות של איחוד המאורעות תחושב: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

דוגמה:

בהטלת קובייה, האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$ והאפשרות לקבל 3

היא: $B = \{3\}$, ולכן החיתוך ביניהם הוא אפס, כלומר: $A \cap B = \{ \}$.

מאורעות מוכלים:

נתונים שני מאורעות A ו- B , השונים מאפס.
נאמר שהמאורע B מוכל במאורע A אם כל איברי
המאורע B כלולים במאורע A ונרשום: $B \subset A$.

מאורע A מכיל את מאורע B כל התוצאות שנמצאות ב- B
מוכלות בתוך מאורע A .

קשר זה מסומן באופן הבא: $B \subset A$.

$$A \cap B = B \quad P(A \cap B) = P(B)$$

$$A \cup B = A \quad P(A \cup B) = P(A)$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{2, 4\}$$

למשל:

שאלות:

- (1) מהאותיות E, F ו- G יוצרים מילה בת 2 אותיות – לא בהכרח בת משמעות. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - במילה נמצאת האות E .
 - B - במילה אותיות שונות.
- א. רשמו את כל האפשרויות לחיתוך A עם B .
- ב. רשמו את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B .
- (2) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 - B - לעבור את המבחן בכלכלה.
- היעזרו בפעולות חיתוך, איחוד ומשלים בלבד כדי להגדיר את המאורעות הבאים וסמנו בדיאגרמת וון את השטח המתאים:
- א. התלמיד עבר רק את המבחן בכלכלה.
 - ב. התלמיד עבר רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ג. התלמיד עבר את שני המבחנים.
 - ד. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד.
 - ה. התלמיד נכשל בשני המבחנים.
 - ו. התלמיד נכשל בכלכלה.
- (3) נתבקשתם לבחור ספרה באקראי. נגדיר את A להיות הספרה שנבחרה היא זוגית. נגדיר את B להיות הספרה שנבחרה קטנה מ-5.
- א. רשמו את כל התוצאות למאורעות הבאים:
 $A \cup B, A \cap B, \bar{B}, B, A$
 - ב. חשבו את ההסתברויות לכל המאורעות מהסעיף הקודם.
- (4) נסמן ב- Ω את מרחב המדגם וב- ϕ קבוצה ריקה.
- נתון כי A הינו מאורע בתוך מרחב המדגם.
- להלן מוגדרים מאורעות שפתרונם הוא Ω או ϕ או A .
- קבעו עבור כל מאורע מה הפתרון שלו:
- $A \cup \bar{A}, \bar{\phi}, A \cap \bar{A}, A \cup \Omega, A \cap \Omega, A \cup \phi, A \cap \phi, \bar{A}$

(5) הוגדרו המאורעות הבאים :

A - אדם שגובהו מעל 1.7 מטר

B - אדם שגובהו מתחת ל-1.8 מטר.

קבעו את גובהם של האנשים הבאים :

א. $A \cap B$

ב. $A \cup B$

ג. $\overline{A} \cap B$

ד. $\overline{A} \cup \overline{B}$

ה. $\overline{\overline{A}}$

(6) נגדיר את המאורעות הבאים :

A - אדם דובר עברית.

B - אדם דובר ערבית.

C - אדם דובר אנגלית.

השתמשו בפעולות איחוד, חיתוך והשלמה לתיאור המאורעות הבאים :

א. אדם דובר את כל שלוש השפות.

ב. אדם דובר רק עברית.

ג. אדם דובר לפחות שפה אחת מתוך השפות הללו.

ד. אדם אינו דובר אנגלית.

ה. קבוצת התלמידים שדוברים שתי שפות בדיוק (מהשפות הנ"ל).

(7) שתי מפלגות רצות לכנסת הבאה. מפלגת "גדר" תעבור את אחוז החסימה בהסתברות של 0.08 ומפלגת "עמיד" תעבור את אחוז החסימה בהסתברות של 0.20. בהסתברות של 76% שתי המפלגות לא תעבורנה את אחוז החסימה.

א. מה ההסתברות שלפחות אחת מהמפלגות תעבור את אחוז החסימה?

ב. מה ההסתברות ששתי המפלגות תעבורנה את אחוז החסימה?

ג. מה ההסתברות שרק מפלגות "עמיד" תעבור את אחוז החסימה?

(8) במקום עבודה מסוים 40% מהעובדים הם גברים. כמו כן, 20% מהעובדים הם אקדמאים. 10% מהעובדים הינן נשים אקדמאיות.

א. איזה אחוז מהעובדים הם גברים אקדמאיים?

ב. איזה אחוז מהעובדים הם גברים או אקדמאיים?

ג. איזה אחוז מהעובדים הם נשים לא אקדמאיות?

(9) הסיכוי של מניה A לעלות הנו 0.5 ביום מסוים והסיכוי של מניה B לעלות ביום מסוים הנו 0.4. בסיכוי של 0.7 לפחות אחת מהמניות תעלה ביום מסוים. חשבו את ההסתברויות הבאות לגבי שתי המניות הללו ביום מסוים:

א. ששתי המניות תעלנה.

ב. שאף אחת מהמניות לא תעלנה.

ג. שמניה A בלבד תעלה.

(10) מטילים זוג קוביות, אדומה ושחורה. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - בקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4 ובשחורה 2.

B - סכום התוצאות משתי הקוביות הוא 6.

C - מכפלת התוצאות בשתי הקוביות היא 10.

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. האם המאורע B מכיל את המאורע A?

ג. האם A ו-C מאורעות זרים?

ד. האם A ו-C מאורעות משלימים?

(11) עבור המאורעות A ו-B ידועות ההסתברויות הבאות: $P(A) = 0.6$,

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.1, P(B) = 0.3$$

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. חשבו את $P(\bar{A} \cap B)$.

(12) מטבע הוטל פעמיים. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - קיבלנו עץ בהטלה הראשונה.

B - קיבלנו לפחות עץ אחד בשתי ההטלות.

איזו טענה נכונה?

א. A ו-B מאורעות זרים.

ב. A ו-B מאורעות משלימים.

ג. B מכיל את A.

ד. A מכיל את B.

(13) בהגרלה חולקו 100 כרטיסים. על 3 מהם רשום חופשה ועל 2 מהם רשום מחשב שאר הכרטיסים ריקים. אדם קיבל כרטיס אקראי.

א. מה הסיכוי לזכות בחופשה או במחשב? האם המאורעות הללו זרים?

ב. מה ההסתברות לא לזכות בפרס?

14 נתון כי: $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.25$, $P(A \cup B) = 0.49$

א. חשבו את הסיכוי ל- $P(A \cap B)$.

ב. האם A ו- B מאורעות זרים?

ג. מה ההסתברות שרק A יקרה או שרק B יקרה?

15 A ו- B מאורעות זרים. נתון ש: $2 \cdot P(B \cap \bar{A}) = P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$

מה הסיכוי למאורע A ומה ההסתברות למאורע B ?

16 קבעו אילו מהטענות הבאות נכונות:

א. $A \cap B = B \cap A$

ב. $\overline{A \cup B} = A \cap B$

ג. $A \cap B \cap C = A \cap B \cap (C \cup B)$

ד. $\overline{A \cap B \cap C} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } A \cap B = \{EG, EF, FE, GE\}$$

$$\text{ב. } A \cup B = \{EG, EF, EE, FE, GE, EG, GF\}$$

$$(2) \text{ א. } B \cap \bar{A} \quad \text{ב. } A \cap \bar{B} \quad \text{ג. } A \cap B \quad \text{ד. } A \cup B \quad \text{ה. } \bar{A} \cap \bar{B} \quad \text{ו. } \bar{B}$$

$$(3) \text{ א. } A = \{0, 2, 4, 6, 8\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \bar{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{0, 2, 4\}, A \cup B = \{0, 2, 4, 6, 8, 1, 3\}$$

$$\text{ב. } P(A) = 0.5, P(B) = 0.5, P(\bar{B}) = 0.5, P(A \cap B) = 0.3, P(A \cup B) = 0.7$$

$$(4) \bar{A} = A, A \cap \phi = \phi, A \cup \phi = A, A \cap \Omega = A, A \cup \Omega = \Omega$$

$$A \cap \bar{A} = \phi, \bar{\phi} = \Omega, A \cup \bar{A} = \Omega$$

$$(5) \text{ א. } A \cap B \text{ : גובה בין 1.7 ל-1.8. ב. } A \cup B \text{ : כל גובה אפשרי.}$$

$$\text{ג. } \bar{A} = \bar{A} \cap B \text{ : גובה לכל היותר 1.7. ד. } \bar{A} \cup \bar{B} \text{ : לכל היותר 1.7 או לפחות 1.8.}$$

$$\text{ה. } A = \bar{\bar{A}} \text{ : גובה מעל 1.7.}$$

$$(6) \text{ א. } A \cap B \cap C \quad \text{ב. } A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \quad \text{ג. } A \cup B \cup C$$

$$\text{ד. } \bar{C} \quad \text{ה. } (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (B \cap C \cap \bar{A}) \cup (A \cap C \cap \bar{B})$$

$$(7) \text{ א. } P(A \cup B) = 0.24 \quad \text{ב. } P(A \cap B) = 0.04 \quad \text{ג. } P(B \cap \bar{A}) = 0.16$$

$$(8) \text{ א. } P(A \cap B) = 10\% \quad \text{ב. } P(A \cup B) = 50\% \quad \text{ג. } P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 50\%$$

$$(9) \text{ א. } P(A \cap B) = 0.2 \quad \text{ב. } P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.3 \quad \text{ג. } P(A \cup \bar{B}) = 0.3$$

$$(10) \text{ א. לא. ב. כן. ג. כן. ד. לא.}$$

$$(11) \text{ א. כן. ב. } P(\bar{A} \cap B) = 0.3$$

$$(12) \text{ הטענה הנכונה היא ג'.}$$

$$(13) \text{ א. } 0.05 \quad \text{ב. } 0.95$$

$$(14) \text{ א. } P(A \cap B) = 0.06 \quad \text{ב. לא. ג. } P((A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})) = 0.43$$

$$(15) P(B) = \frac{1}{5}, P(A) = \frac{2}{5}$$

$$(16) \text{ א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. נכון.}$$

סטטיסטיקה א - רוח וחברה

פרק 19 - הסתברות מותנית-במרחב מדגם אחיד

תוכן העניינים

75 1. כללי

הסתברות מותנית – במרחב מדגם אחיד:

רקע:

לעיתים אנו נדרשים לחשב הסתברות למאורע כלשהו כאשר ברשותנו אינפורמציה לגבי מאורע אחר. הסתברות מותנית הינה סיכוי להתרחשות מאורע כלשהו כאשר ידוע שמאורע אחר התרחש/ לא התרחש.

ההסתברות של A בהינתן ש- B כבר קרה: $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{|A \cap B|}{|B|} \quad \text{כשמרחב המדגם אחיד:}$$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נטיל קובייה.

נגדיר:

A - התוצאה זוגית.

B - התוצאה גדולה מ-3.

נרצה לחשב את: $P(A|B)$.

שאלות:

- (1) נבחרה ספרה זוגית באקראי. מה הסיכוי שהספרה גדולה מ-6?
- (2) יוסי הטיל קובייה.
מה הסיכוי שקיבל את התוצאה 4, אם ידוע שהתוצאה שהתקבלה זוגית?
- (3) הוטלו צמד קוביות. נגדיר:
 A - סכום התוצאות בשתי ההטלות הינו 7.
 B - מכפלת התוצאות 12.
 חשבו את $P(A|B)$.
- (4) מטבע הוטל פעמיים.
ידוע שהתקבל לכל היותר ראש אחד, מה הסיכוי שהתקבלו שני ראשים?
- (5) זוג קוביות הוטלו והתקבל שהתוצאות זהות.
מה הסיכוי שלפחות אחת התוצאות 5?
- (6) זוג קוביות הוטלו והתקבל לפחות פעם אחת 4.
מה הסיכוי שאחת התוצאות 5?
- (7) נבחרה משפחה בת שני ילדים, שמהם אחד הוא בן.
מה ההסתברות שבמשפחה שני בנים בקרב הילדים?

תשובות סופיות:

(1) 0.2

(2) $\frac{1}{3}$

(3) 0.5

(4) 0

(5) $\frac{1}{6}$

(6) $\frac{2}{11}$

(7) $\frac{1}{3}$

סטטיסטיקה א - רוח וחברה

פרק 20 - הסתברות מותנית - מרחב לא אחיד

תוכן העניינים

78 1. כללי

הסתברות מותנית – מרחב לא אחיד:

רקע:

הסיכוי שמאורע A יתרחש, בהינתן שמאורע B כבר קרה: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

במונה: הסיכוי לחיתוך של שני המאורעות, זה הנשאל וזה הנתון שהתרחש.
 במכנה: הסיכוי למאורע נתון שהתרחש.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נבחרו משפחות שיש להם שתי מכוניות. ל-30% מהמשפחות הללו המכונית הישנה יותר היא מתוצרת אירופה ואצל 60% מהמשפחות הללו המכונית החדשה יותר מתוצרת אירופה. כמו כן, בקרב 15% מהמשפחות הללו שתי המכוניות הן מתוצרת אירופאית. אם המכונית הישנה של המשפחה היא אירופאית, מה ההסתברות שגם החדשה אירופאית?

שאלות:

- (1) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים: מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה:
 נגדיר את המאורעות הבאים:
 A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 B - לעבור את המבחן בכלכלה.
 כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8, הסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9 והסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75.
 חשבו את הסיכויים למאורעות הבאים:
- התלמיד עבר בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא עבר בכלכלה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא עבר בסטטיסטיקה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא נכשל בסטטיסטיקה?
 - התלמיד נכשל בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא נכשל בכלכלה?
 - התלמיד עבר לפחות מבחן אחד, מה ההסתברות שהוא יעבור את שניהם?
- (2) במדינה שתי חברות טלפון סלולארי: "סופט" ו"בל". 30% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "בל", 60% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "סופט" ול-15% מהתושבים הבוגרים אין טלפון סלולארי כלל.
- איזה אחוז מהתושבים הבוגרים רשומים אצל שתי החברות?
 - נבחר אדם שרשום אצל חברת "סופט", מה ההסתברות שהוא רשום גם אצל חברת "בל"?
 - אם אדם לא רשום אצל חברת "בל", מה ההסתברות שהוא כן רשום בחברת "סופט"?
 - אם אדם רשום אצל חברה אחת בלבד, מה ההסתברות שהוא רשום בחברת "סופט"?
- (3) במכללה שני חניונים: חניון קטן וחניון גדול. בשעה 08:00 יש סיכוי של 60% שבחניון הגדול יש מקום, סיכוי של 30% שבחניון הקטן יש מקום וסיכוי של 20% שבשני החניונים יש מקום.
- מה ההסתברות שיש מקום בשעה 08:00 רק בחניון הגדול של המכללה?
 - ידוע שבחניון הקטן יש מקום בשעה 08:00, מה הסיכוי שבחניון הגדול יש מקום?
 - אם בשעה 08:00 בחניון הגדול אין מקום, מה ההסתברות שבחניון הקטן יהיה מקום?
 - נתון שלפחות באחד מהחניונים יש מקום בשעה 08:00, מה ההסתברות שבחניון הגדול יש מקום?

- 4) נלקחו 200 שכירים ו-100 עצמאים. מתוך השכירים 20 הם אקדמאיים, ומתוך העצמאיים 30 הם אקדמאיים.
- א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים.
- ב. נבחר אדם אקראי מה ההסתברות שהוא שכיר?
- ג. מה ההסתברות שהוא שכיר ולא אקדמאי?
- ד. מה ההסתברות שהוא שכיר או אקדמאי?
- ה. אם האדם שנבחר הוא עצמאי מהי ההסתברות שהוא אקדמאי?
- ו. אם האדם שנבחר הוא לא אקדמאי, מה ההסתברות שהוא שכיר?

תשובות סופיות:

- 1) א. 0.833 ב. 0.9375 ג. 0.0625 ד. 0.5 ה. 0.789
- 2) א. 5% ב. 0.0833 ג. 0.786 ד. 0.6875
- 3) א. 0.4 ב. $\frac{2}{3}$ ג. 0.25 ד. $\frac{6}{7}$
- 4) א. להלן טבלה: ב. $\frac{2}{3}$ ג. 0.6 ד. $\frac{23}{30}$

סה"כ	לא אקדמאי	אקדמאי	
200	180	20	שכיר
100	70	30	עצמאי
300	250	50	סה"כ

- ה. 0.3 ו. 0.72

סטטיסטיקה א-רוח וחברה

פרק 21 - דיאגרמת עצים - נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה

תוכן העניינים

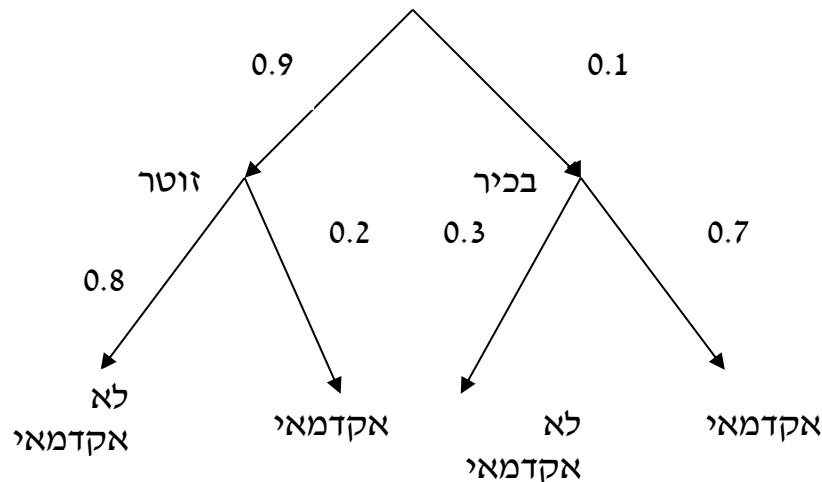
1. כללי 81

דיאגרמת עצים – נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה:

נשתמש בשיטה זו כאשר יש תרגיל שבו התרחשות המאורעות היא בשלבים, כך שכל תוצאה של כל שלב תלויה בשלב הקודם, פרט לשלב הראשון:

דוגמה:

בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 20% הם אקדמאים ומבין הזוטרים 80% הם אקדמאים. נשרטט עץ שיתאר את הנתונים, השלב הראשון של העץ אינו מותנה בכלום ואילו השלב השני מותנה בשלב הראשון.



כדי לקבל את הסיכוי לענף מסוים נכפיל את כל ההסתברויות על אותו ענף. נבחר אדם באקראי מאותה חברה.

(1) מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמאי ? $0.1 \cdot 0.7 = 0.07$

(2) מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמאי ? $0.9 \cdot 0.8 = 0.72$

כדי לקבל את הסיכוי לכמה ענפים נחבר את הסיכויים של כל ענף (רק אחרי שבתוך הענף הכפלנו את ההסתברויות).

(3) מה הסיכוי שהוא אקדמאי ? $0.1 \cdot 0.7 + 0.9 \cdot 0.2 = 0.25$

(4) נבחר אקדמאי מה ההסתברות שהוא עובד זוטר? מדובר כאן על שאלה בהסתברות מותנה ולכן נשתמש בעיקרון של הסתברות

$$P(zutar | academay) = \frac{0.9 \cdot 0.2}{0.25} = \frac{0.18}{0.25} = 0.72 \text{ מותנה}$$

נוסחת ההסתברות השלמה:

בהינתן B , מאורע כלשהו, וחלוקה של מרחב המדגם Ω ל- A_1, \dots, A_n כך ש- $\bigcup_i A_i = \Omega$,

$$. P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right) \quad \text{אזי:}$$

נוסחת בייס:

$$. P\left(\frac{A_j}{B}\right) = \frac{P(A_j) P\left(\frac{B}{A_j}\right)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right)}$$

שאלות:

- (1) בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו-3 לימון. מוציאים באקראי סוכרייה. אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוציאים סוכרייה נוספת, ואם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוציאים סוכרייה נוספת.
- א. מה ההסתברות שהסוכריה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון?
- ב. מה ההסתברות שהסוכריה השנייה בטעם לימון?
- (2) באוכלוסייה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשישים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת במשך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת במשך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת במשך החורף הוא 70%.
- א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשישים שלא יחלו בשפעת במשך החורף?
- ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת במשך החורף?
- ג. נבחר אדם שחלה במשך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?
- ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת במשך החורף?
- (3) בכד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בכד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים. בוחרים באקראי כד, מוציאים ממנו כדור ומבלי להחזירו מוציאים כדור נוסף.
- א. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?
- ב. אם הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא יהיה בצבע אדום?
- (4) חברת סלולר מסווגת את לקוחותיה לפי 3 קבוצות גיל: נוער, בוגרים ופנסיונרים. נתון כי: 10% מהלקוחות בני נוער, 70% מהלקוחות בוגרים והיתר פנסיונרים. מתוך בני הנוער 90% מחזיקים בסמארט-פון, מתוך האוכלוסייה הבוגרת ל-70% יש סמארט-פון ומתוך אוכלוסיית הפנסיונרים 30% מחזיקים בסמארט-פון.
- א. איזה אחוז מלקוחות החברה הם בני נוער עם סמארט-פון?
- ב. נבחר לקוח אקראי ונתון שיש לו סמארט-פון. מה ההסתברות שהוא פנסיונר?
- ג. אם ללקוח אין סמארט-פון, מה ההסתברות שהוא לא בן נוער?

- (5) כדי להתקבל למקום עבודה יש לעבור שלושה מבחנים. המבחנים הם בשלבים, כלומר לאחר כישלון במבחן מסוים אין אפשרות לגשת למבחן הבא אחריו. 70% מהמועמדים עוברים את המבחן הראשון. מתוכם, 50% עוברים את המבחן השני. מבין אלה שעוברים את המבחן השני 40% עוברים את המבחן השלישי.
- א. מה ההסתברות להתקבל לעבודה?
 ב. מועמד לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא נכשל במבחן הראשון?
 ג. מועמד לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן השני?
- (6) משרד הבריאות פרסם את הנתונים הבאים:
- מתוך אוכלוסיית הילדים והנוער 80% חולים בשפעת בזמן החורף.
 מתוך אוכלוסיית המבוגרים (עד גיל 65) 60% חולים בשפעת בזמן החורף.
 30% מהתושבים הם ילדים ונוער. 50% הם מבוגרים. היתר קשישים.
 כמו כן נתון ש 68% מהאוכלוסייה תחלה בשפעת בחורף.
- א. מה אחוז החולים בשפעת בקרב האוכלוסייה הקשישה?
 ב. נבחר אדם שלא חלה בשפעת, מה ההסתברות שהוא לא קשיש?
- (7) רדאר שנמצא על החוף צריך לקלוט אנייה הנמצאת ב-1 מ-4 האזורים: A, B, C, D. אם האנייה נמצאת באזור A הרדאר מזהה אותה בסיכוי 0.8, סיכוי זה פוחת ב-0.1 ככל שהאנייה מתקדמת באזור. כמו כן נתון שבהסתברות חצי האנייה נמצאת באזור D, בהסתברות 0.3 באזור C, באזור B היא נמצאת בסיכוי 0.2, אחרת היא נמצאת באזור A.
- א. מה הסיכוי שהאנייה תתגלה ע"י הרדאר?
 ב. אם האנייה התגלתה ע"י הרדאר, מה ההסתברות שהיא נמצאת באזור C?
 ג. אם האנייה התגלתה ע"י הרדאר, מה הסיכוי שהיא לא נמצאת באזור B?
- (8) סימפטום X מופיע בהסתברות של 0.4 במחלה A, בהסתברות של 0.6 במחלה B ובהסתברות של 0.5 במחלה C. סימפטום X מופיע אך ורק במחלות הללו, אדם לא יכול לחלות ביותר ממחלה אחת מבין המחלות הללו. לקליניקה מגיעים אנשים כדלקמן: 8% חולים במחלה A, 10% במחלה B, 2% במחלה C והיתר בריאים. כמו כן נתון שבמחלה A, סימפטום X מתגלה בסיכוי של 80%, ובמחלות B, C הסימפטום מתגלה בסיכוי של 90% בכל מחלה.
- א. מה ההסתברות שאדם הגיע לקליניקה וגילו אצלו את סימפטום X?
 ב. אם התגלה אצל אדם סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 ג. אם לאדם יש את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 ד. אם לא גילו אצל אדם את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא בריא?

תשובות סופיות:

		ב. $\frac{23}{49}$	א. $\frac{2}{7}$	(1)
ד. 0.2	ג. 0.241	ב. 58%	א. 6%	(2)
		ב. 0.5	א. 0.544	(3)
	ג. 0.9722	ב. 0.09375	א. 9%	(4)
	ג. 0.2442	ב. 0.3488	א. 0.14	(5)
		ב. 0.8125	א. 70%	(6)
	ג. 0.7543	ב. 0.3158	א. 0.57	(7)
ד. 0.8778	ג. 0.3137	ב. 0.2889	א. 0.0886	(8)

סטטיסטיקה א - רוח וחברה

פרק 22 - התפלגויות רציפות מיוחדות - התפלגות נורמלית

תוכן העניינים

1. התפלגות נורמלית (טבלת z כוללת ערכים שליליים) (ללא ספר)