# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד



# תוכן העניינים


1. חזרה כללית - מבוא לפונקציות ..... (ללא ספר)
2. חזרה כללית - הפונקציה הקווית ..... (ללא ספר)
3. חזרה כללית - הפונקציה הריבועית ..... (ללא ספר)
4. אלגברה - טכניקה אלגברית ..... (ללא ספר)
5. אלגברה - משוואות אלגבריות ..... 1
6. אלגברה - אי שוויונים אלגבריים ..... 18
7. אלגברה - חוקי החזקות והשורשים ..... 32
8. אלגברה - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים ..... (ללא ספר)
9. אלגברה - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שווינים לוגריתמיים ..... (ללא ספר)
10. אלגברה - בעיות גדילה ודעיכה - פרק העשרה ..... 42
11. גיאומטריה אנליטית - הישר ..... 55
12. טריגונומטריה - טריגונומטריה במשולש ישר זווית ..... (ללא ספר)
13. טריגונומטריה - זהויות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
14. טריגונומטריה - משוואות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
15. חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים ..... (ללא ספר)
16. חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות ..... (ללא ספר)
17. חשבון דיפרנציאלי - פונקציות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
18. חשבון דיפרנציאלי - פונקציות מעריכיות ..... (ללא ספר)
19. חשבון דיפרנציאלי - פונקציות לוגריתמיות ..... (ללא ספר)
20. חשבון דיפרנציאלי - בעיות קיצון ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 1 - חזרה כללית - מבוא לפונקציות

### תוכן העניינים


1. מהי פונקציה ..... (ללא ספר)
2. מערכת הצירים ..... (ללא ספר)
3. אורכי קטעים ושטחים יסודיים ..... (ללא ספר)
4. השתנות של פונקציה ..... (ללא ספר)
5. קצב השתנות של פונקציה ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 2 - חזרה כללית - הפונקציה הקווית

### תוכן העניינים

1. ייצוג גרפי של פונקצית הקו הישר ..... (ללא ספר)
2. שיפוע ישר ..... (ללא ספר)
3. הקו הישר הכללי ..... (ללא ספר)
4. שיפוע דרך שתי נקודות ..... (ללא ספר)
5. משוואת ישר עם שיפוע ונקודה ..... (ללא ספר)
6. משוואת ישר המקביל לישר נתון ..... (ללא ספר)
7. משוואת ישר דרך שתי נקודות ..... (ללא ספר)
8. ישרים המקבילים לצירים ..... (ללא ספר)
9. חיתוך של ישר עם הצירים ..... (ללא ספר)
10. חיוביות ושליליות של קו ישר ..... (ללא ספר)
11. חישובי שטחים עם הפונקציה הקווית ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 3 - חזרה כללית - הפונקציה הריבועית

### תוכן העניינים


1. הפונקציה הריבועית היסודית y=x^2 ..... (ללא ספר)
2. הצגה סטנדרטית של הפונקציה הריבועית ..... (ללא ספר)
3. סרטוט של גרף הפונקציה הריבועית הכללית ..... (ללא ספר)
4. מציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית עם a כללי ..... (ללא ספר)
5. חיתוך בין ישר ופרבולה ..... (ללא ספר)
6. חיתוך בין שתי פרבולות ..... (ללא ספר)
7. שאלות מסכמות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 4 - אלגברה - טכניקה אלגברית

### תוכן העניינים


1. חזרה על סדר פעולות חשבון ומספרים מכוונים - ישן ..... (ללא ספר)
2. חזרה על פעולות עם חזקות ושורשים - ישן ..... (ללא ספר)
3. חזרה על שברים ואחוזים - ישן ..... (ללא ספר)
4. חזרה על תבניות מספר - ישן ..... (ללא ספר)
5. חזרה על פירוקים ונוסחאות הכפל המקוצר - ישן ..... (ללא ספר)
6. פירוק הטרינום - ישן ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 5 - אלגברה - משוואות אלגבריות

### תוכן העניינים


1. משוואות ממעלה ראשונה ..... 1
2. מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה ..... 3
3. משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון ..... 6
4. משוואה ממעלה שנייה ..... 7
5. משוואות דו-ריבועיות ..... 9
6. מערכת משוואות ממעלה שנייה ..... 11
7. משוואות עם פרמטרים ..... 13
8. משוואות עם שורשים ..... 15
9. משוואות עם ערך מוחלט ..... 17

# משוואה ממעלה ראשונה:

## סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא מהצורה: $ax=b$ (כלומר, החזקה של הנעלם היא 1).

פתרון של משוואה ממעלה ראשונה הוא $x=\frac{b}{a}$ כאשר $a\neq 0$.

שלבי הפתרון הם:

1. ביצוע מכנה משותף (במידה וצריך).
2. פתיחת סוגריים אם ישנם.
3. העברת אגפים וכינוס אברים דומים (בידוד הנעלם באגף אחד והמספרים באגף שני).
4. בידוד הנעלם ומציאתו ע"י חילוק במקדם שלו.

## שאלות:

**1)** פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות ממעלה ראשונה):

א. $6x+2=8$

ב. $7-2x=7$

ג. $2x+x=24$

ד. $2x+6=8+x$

ה. $-7x+5+2x=4x-13$

ו. $6x-3+5-7x=x-5x-7$

ז. $2-5x+7=-3x+8$

ח. $x-2+5x=4-3x-5+7x+7$

**2)** פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פתיחת סוגריים):

א. $3(x-1)-4=2$

ב. $7x-4(3-4x)=-x$

ג. $6(4-x)-(6-x)=3x$

ד. $5x-(3x-7)4=21$

ה. $x(x-5)=x^2-7x+8$

ו. $(7-x)(1-x)-(x-3)^2=0$

**3)** פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה מספרי):

א. $\frac{x}{3}-\frac{x}{9}=-4$

ב. $\frac{4x}{15}-\frac{3x}{10}=1$

ג. $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}x=x-\frac{7}{15}$

ד. $\frac{5x+1}{6}-\frac{6x-1}{5}=\frac{3x+1}{4}-1$

ה. $\frac{2}{5}(x-3)-\frac{3}{15}(4-x)=x+2$

ו. $5\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{7}\right)-x=1$

**4)** פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם נעלם במכנה):

א. $\frac{1}{4}-\frac{2}{x}=0$

ב. $\frac{1}{2}-\frac{x}{x-1}=0$

ג. $\frac{3}{x}=\frac{1}{x+2}$

ד. $\frac{5}{2x-1}=\frac{4}{3x+2}$

ה. $\frac{x+5}{3x^2}-\frac{1}{6x}=\frac{1}{x}$

ו. $\frac{1}{4x}+\frac{3}{x}=\frac{13}{2}$

**5)** פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה משותף ע"י פירוק לגורמים):

א. $\frac{x^2+2}{3x^2+5x}=\frac{3x-1}{9x+15}$

ב. $\frac{7}{x^2-1}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{2-2x}=0$

ג. $\frac{3}{(2-x)^2}+\frac{5}{12-3x^2}=0$

ד. $\frac{4x^2-24x+36}{x-3}=12$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x=1$ ב. $x=0$ ג. $x=8$ ד. $x=2$ ה. $x=2$ ו. $x=-3$ ז. $x=\frac{1}{2}$ ח. $x=4$.

**2)** א. $x=3$ ב. $x=\frac{1}{2}$ ג. $x=2\frac{1}{4}$ ד. $x=1$ ה. $x=4$ ו. $x=-1$.

**3)** א. $x=-18$ ב. $x=-30$ ג. $x=-1$ ד. $x=1$ ה. $x=-10$ ו. $x=-21$.

**4)** א. $x=8$ ב. $x=-1$ ג. $x=-3$ ד. $x=-2$ ה. $x=2$ ו. $x=\frac{1}{2}$.

**5)** א. $x=-6$ ב. $x=-7$ ג. $x=-7$ ד. $x=6$ , $x\neq 3$.

# מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה:

## סיכום כללי:

**הגדרה:**

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה (ליניאריות) היא מהצורה הבאה:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

כאשר $a_1$ , $b_1$ , $c_1$ ו- $a_2$ , $b_2$ , $c_2$ הם מקדמים מספריים.

דוגמאות למערכות של משוואות: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ , $\begin{cases} y=3x-1 \\ \frac{x+3}{2}=y+6 \end{cases}$.

**פתרון של מערכת משוואות:**

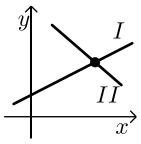
פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת.

**הצגה גרפית של מערכת משוואות:**

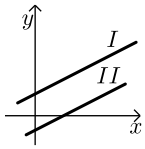
פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:

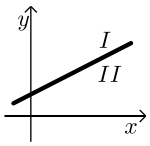
- הישרים נחתכים:
במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.




- הישרים מקבילים:
במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.




- הישרים מתלכדים:
במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.



**פתרון אלגברי של מערכת משוואות:**

- פתרון ע"י שיטת ההצבה:
נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.
נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.

- פתרון ע"י השוואת מקדמים:

1. כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
2. מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
3. מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

**הערה:**

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

## שאלות:

**1)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases}3x+y=11\\y=5\end{cases}$ ב. $\begin{cases}y=x-3\\y=2x+4\end{cases}$ ג. $\begin{cases}-3x+2y=-16\\x=5y+14\end{cases}$

ד. $\begin{cases}5x-2y=-2\\x+4y=4\end{cases}$ ה. $\begin{cases}-5x+7y=-26\\x+3y=-8\end{cases}$ ו. $\begin{cases}2x+3y=5\\5x+7y=11\end{cases}$

**2)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases}x+3y=5\\x-3y=3\end{cases}$ ב. $\begin{cases}5x+2y=14\\5x+3y=23\end{cases}$

ג. $\begin{cases}5y=2x\\4x=5y+8\end{cases}$ ד. $\begin{cases}4x=3y-29\\5y=9-13x\end{cases}$

**3)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases}x+2y=1\\4x+8y=5\end{cases}$ ב. $\begin{cases}2(x-y)+4y=1+x\\2-7y+x=3(x-y)\end{cases}$.

**4)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases} 3y-x+2=4x+2-3y \\ 2x-3-y=5y-4x+3 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} \frac{x-3}{8}-\frac{x+y}{16}=\frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y)-4x-11=0 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} \frac{3x-1}{4}-\frac{2}{5}(x-y)=\frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4}-\frac{y}{2}=1 \end{cases}$.

**5)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=4 \\ \frac{5}{x}-\frac{1}{y}=4 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{3}{y}=2 \\ \frac{9}{x}-\frac{4}{y}=-7 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} 4x-\frac{7}{y}=-3 \\ 5x+\frac{2}{y}=7 \end{cases}$

**6)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases} x(y+2)+y=xy-5 \\ x-y=2 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} xy=20 \\ y(3x-4)=20 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} 5x-4xy=22 \\ 6x+xy=-20 \end{cases}$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $(2,5)$ ב. $(-7,-10)$ ג. $(4,-2)$ ד. $(0,1)$ ה. $(1,-3)$ ו. $(-2,3)$.

**2)** א. $\left(4,\frac{1}{3}\right)$ ב. $\left(-\frac{4}{5},9\right)$ ג. $(4,1.6)$ ד. $(-2,7)$.

**3)** א. אין פתרון. ב. אינסוף פתרונות.

**4)** א. $(6,5)$ ב. $(7,1)$ ג. $(7,2)$.

**5)** א. $(1,1)$ ב. $(-3,1)$ ג. $(1,1)$.

**6)** א. $(-1,-3)$ ב. $(2,10)$ ג. $(-2,4)$.

# משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון:

## סיכום כללי:

### משוואה ממעלה ראשונה:

למשוואה ממעלה ראשונה מהצורה: $ax=b$ יתכן פתרון יחיד אם ורק אם $a\neq 0$

מכיוון שניתן לחלק ולכתוב: $x=\frac{b}{a}$.

כאשר $a=0$ מתקבלת המשוואה $0\cdot x=b$ ויתכנו שני מצבים:

1. אם $b=0$ את המשוואה היא $0x=0$ ויש אינסוף פתרונות המקיימים אותה.
2. אם $b\neq 0$ את המשוואה היא $0x=b\neq 0$ ואין אף ערך של $x$ המקיים אותה.

## שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

**1)** $x+4=6+x$

**2)** $3x+6-x=4+2x+2$

**3)** $6(x-2)=2x+5+4x$

**4)** $5x-3+x=4x+2x-3$

**5)** נתונה המשוואה: $\square+5x=3-2(x+2)$.

א. איזה מספר יש להציב ב-$\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?

ב. איזה מספר יש להציב ב-$\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?

ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב-$\square$ על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב-$\square$ על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

## תשובות סופיות:

**1)** אף פתרון.

**2)** אינסוף פתרונות.

**3)** אין פתרון.

**4)** אינסוף פתרונות.

**5)** א. 8- ב. 1- ג. $-7x-1$

ד. $-7x+k$ כאשר $k$ הוא מספר כלשהו השונה מ- 1-.

# משוואה ממעלה שנייה:

## סיכום כללי:

משוואה מהצורה: $ax^2+bx+c=0$ , $(a\neq 0)$ נקראת משוואה ריבועית.

פתרונות המשוואה יסומנו ב- $x_1$ ו- $x_2$ ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

1. **משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**
אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.
דוגמא: $x^2+5x-4=0$.

2. **משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**
אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.
דוגמא: $x^2+4x+4=0$.

3. **משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**
אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.
דוגמא: $x^2+x+4=0$.

## שאלות:

**1)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $x^2+3x-10=0$ ב. $-x^2+10x-16=0$

ג. $25x^2-20x+4=0$ ד. $2x^2-6x+5=0$

**2)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $4x^2-5x+7=4-x^2+13$ ב. $-x(x-5)=(1-3x)(1-x)+4$

ג. $2(x-5)^2-(2x-3)^2=10x+21$ ד. $(2x-1)^2+x(2x+3)=(x-1)(x-7)$

**3)** פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת $b$):

א. $x^2-36=0$ ב. $32x^2-18=0$

ג. $4x-x(x+2)=3(x-1)-x-6$ ד. $(2x-1)^2+(2x+1)^2=10$

**4)** פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת $c$):

א. $-7x^2-14x=0$ ב. $5x^2-x=0$

ג. $6x(x-2)-1=4x-3(x+1)+2$ ד. $(5x-2)^2=(x-2)(x+3)+10$

**5)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{4x+1}{3}-\frac{x+2}{2}=\frac{2}{x}$ ב. $\frac{x^2-9}{x+3}+x=x^2-18$

ג. $\frac{3}{2x+2}-\frac{2x-5}{2(x-1)^2}-\frac{4}{1-x^2}=0$ ד. $\frac{x}{2x^2-72}+\frac{2}{x^2+12x+36}=\frac{8x-15}{24-4x}+2$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x_1=2\ ,\ x_2=-5$ ב. $x_1=2\ ,\ x_2=8$ ג. $x=\frac{2}{5}$ ד. אין פתרון.

**2)** א. $x_1=2\ ,\ x_2=-1$ ב. $x_1=1\ ,\ x_2=1\frac{1}{4}$ ג. $x_1=1\ ,\ x_2=-10$

ד. $x_1=0.6\ ,\ x_2=-2$.

**3)** א. $x=\pm 6$ ב. $x=\pm\frac{3}{4}$ ג. $x=\pm 3$ ד. $x=\pm 1$

**4)** א. $x_1=0\ ,\ x_2=-2$ ב. $x_1=0\ ,\ x_2=\frac{1}{5}$ ג. $x_1=0\ ,\ x_2=2\frac{1}{6}$

ד. $x_1=0\ ,\ x_2=\frac{7}{8}$.

**5)** א. $x_1=2\ ,\ x_2=-1.2$ ב. $x=5\ ,\ x\neq -3$ ג. $x_1=0\ ,\ x_2=-5$

ד. $x_1=-7.6\ ,\ x_2=-4\frac{2}{7}$.

# משוואות דו-ריבועיות:

## סיכום כללי:

משוואה דו-ריבועית היא משוואה מהצורה: $ax^4+bx^2+c=0$ כאשר הנעלם הוא $x$.
פתרון המשוואה יבוצע ע"י מעבר לפרמטר: $x^2=t\rightarrow at^2+bt+c=0$ ומציאתו.
לאחר מכן יש להחזיר את ההצבה ולמצוא את ערכי $x$.

ניתן להביא משוואות לצורה זו ולהגדיר ביטוי המופיע בחזקות 2 ו-4
כגון: $\left(x^2-1\right)^2+3\left(x^2-1\right)-2=0$ באמצעות פרמטר: $t=x^2-1$
ובכך לפתור משוואה: $t^2+3t-2=0$ ולהחזיר את ההצבה עבור מציאת $x$.
דרך הפתרון תקפה לכל משוואה בה הנעלם מופיע בחזקות כפולות כגון 3 ו-6, או 4 ו-8.

## שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

**1)** $5x^4+3x^2-8=0$

**2)** $x^4-3x^2+2=0$

**3)** $13x^2\left(3x^2-1\right)-2=3\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)$

**4)** $x^2\left(x^2+1\right)=10\left(3x^2-10\right)$

**5)** $x^6+x^3=56$

**6)** $x^3+4=\frac{32}{x^3}$

**7)** $x-9\sqrt{x}+14=0$

**8)** $x^8-4x^4-50=31x^4-84$

**9)** $125x^6-1=124\left(x^6+x^3+1\right)$

**10)** $\left(2x^2-x\right)^2-4\left(2x^2-x\right)+3=0$

**11)** $\left(x^2+2x\right)^2+7x^2+14x=-6$

**12)** $\frac{21}{x^2-4x+10}=6+x^2-4x$

**13)** $\frac{12}{x^2+2x-8}=1+\frac{7.5}{x^2+2x-3}$

**14)** $\frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3}=\frac{7}{6}-\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}$

**15)** $\frac{3}{3x^2-15}+\frac{1}{x^2+5}=\frac{10}{x^4-25}$

**16)** $\frac{x^2-1}{4x^2-28}+2=\frac{9}{x^4-8x^2+7}+\frac{x^2}{2x^2-2}$

**17)** $\left(2x+\frac{3}{x}\right)^2+35=12\left(2x+\frac{3}{x}\right)$

**18)** $\frac{3x^4}{\left(x+2\right)^2}+\frac{3x^2}{x+2}=6$

**19)** $\left(2x-x^2+3\right)\left(2x-x^2-2\right)=0$

**20)** $\left(x^2-5x+6\right)\left(x^2-5x-8\right)=-24$

## תשובות סופיות:

1) $x=\pm 1$
2) $x=\pm 1,\pm\sqrt{2}$
3) $x=\pm\frac{1}{2},\pm\frac{1}{3}$
4) $x=\pm 2,\pm 5$
5) $x_1=\sqrt[3]{7}\ ,\ x_2=-2$
6) $x=-2,\sqrt[3]{4}$
7) $x_1=4\ ,\ x_2=49$
8) $x_{1,2}=\pm\sqrt[4]{34}\ ,\ x_{3,4}=\pm 1$
9) $x=5,-1$
10) $x_1=1.5\ ,\ x_2=-1\ ,\ x_3=1\ ,\ x_4=-\frac{1}{2}$
11) $x=-1$
12) $x_{1,2}=1,3$
13) $x_1=0\ ,\ x_2=-2\ ,\ x_3=3.06\ ,\ x_4=-5.06$
14) $x_1=0\ ,\ x_2=-2$
15) אין פתרונות.
16) $x=\pm\sqrt{\frac{3}{7}}$
17) $x=\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},3$
18) $x=-1,2$
19) $x=3,-1$
20) $x=\pm 1,4,6$

# מערכת משוואות ממעלה שנייה:

## סיכום כללי:

מערכת משוואות ריבועיות מיוחסת למערכת של שתי משוואות (לפחות) שאחת מהן מכילה את אחד מהנעלמים בריבוע. למערכת משוואות ריבועיות יכולים להתקבל עד 4 פתרונות שונים. יש לפתור את המערכת לפי הטכניקות הרגילות של בידוד והצבה או השוואת מקדמים.

## שאלות:

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

**1)** $\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ x+y=6 \end{cases}$

**2)** $\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ x^2+3y=10 \end{cases}$

**3)** $\begin{cases} 3x^2+4y^2=16 \\ 5x^2-3y^2=17 \end{cases}$

**4)** $\begin{cases} x^2-2y^2=17 \\ xy=-10 \end{cases}$

**5)** $\begin{cases} x^2-xy-20y^2=0 \\ x+6y=1 \end{cases}$

**6)** $\begin{cases} x^2-2xy+8y^2=8 \\ 3xy-2y^2=4 \end{cases}$

**7)** $\begin{cases} x^2-y^2=33 \\ x+y=11 \end{cases}$

**8)** $\begin{cases} 16x^2-y^2=391 \\ 4x-y=23 \end{cases}$

**9)** $\begin{cases} 4xy+x=-15 \\ \frac{3}{y}-2x=16 \end{cases}$

**10)** $\begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=5 \\ \frac{4}{y}-\frac{1}{x}=-19 \end{cases}$

**11)** $\begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{5}{y}=21 \\ \frac{8}{x}-\frac{1}{y}=13 \end{cases}$

**12)** $\begin{cases} xy=24 \\ (y-x)^2-7(y-x)+10=0 \end{cases}$

**13)** $\begin{cases} x^2y-xy^2=84 \\ x^2-2xy+y^2+5x-5y=24 \end{cases}$

**14)** $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{10}{3} \\ x^2+y^2=9xy+25 \end{cases}$

## תשובות סופיות:

1) $(2,4),(4,2)$

2) $(\pm 4,-2)$

3) $(\pm 2,\pm 1)$

4) $(5,-2),(-5,2)$

5) $\left(-2,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{5}{11},\frac{1}{11}\right)$

6) $\left(3,\frac{1}{2}\right),\left(-3,-\frac{1}{2}\right),(2,1),(-2,-1)$

7) $(7,4)$

8) $(5,-3)$

9) $\left(-5,\frac{1}{2}\right)$ , $\left(-24,-\frac{3}{32}\right)$

10) $\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{4}\right)$

11) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

12) $(4,6)$ , $(-6,-4)$ , $(3,8)$ , $(-8,-3)$

13) $(-1.65,6.35)$ , $(-6.35,1.65)$ , $(7,4)$ , $(-4,-7)$

14) $(5,45)$ , $(-5,-45)$ , $(45,5)$ , $(-45,-5)$

# משוואות עם פרמטרים:

## סיכום כללי:

משוואה עם פרמטר הינה משוואה שמכילה שני סוגים של גדלים – משתנים ופרמטרים.
את המשתנים מקובל לסמן באותיות $x$ , $y$ , $z$ ואת הפרמטרים מסמנים בשאר האותיות.
פתרון המשוואה יתקבל ע"י בידוד המשתנה כך שיבוטא באמצעות הפרמטר/ים שבמשוואה.

למשל פתרון המשוואה: $mx=4$ (כאשר $x$ הוא הנעלם ו- $m$ הוא פרמטר) הוא $x=\frac{4}{m}$

אשר מבוטא באמצאות הפרמטר $m$.

בכתיבת פתרון של משוואה עם פרמטרים יש לציין את תחום ההגדרה של הפרמטר עבורו הפתרון הוא בעל משמעות. בדוגמא הנ"ל תחום ההגדרה הוא $m\neq 0$.

## שאלות:

**1)** פתור את המשוואות הבאות:

א. $3x-b=(b+1)x-6$

ב. $\frac{1}{3}(a-3x)=\frac{1}{a}(ax-3)$

ג. $(x-2a)(x-2b)=x^2-2(a^2+b^2)$

ד. $\frac{m+1}{x-1}=\frac{m-1}{x+1}$

ה. $\frac{x}{a^2-a}-\frac{1}{2a}=\frac{ax+x}{2a^3-4a^2+2a}-\frac{2}{a^3-2a^2+a}$

**2)** פתור את מערכות המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases}x+my=1\\x+y=m\end{cases}$

ב. $\begin{cases}ax+y=2\\x+ay=4\end{cases}$

ג. $\begin{cases}\frac{x}{m}+y=m\\x-m^2y=1\end{cases}$

ד. $\begin{cases}(m-1)x-(2m+3)y=5\\(m+2)x-(2m-1)y=10m\end{cases}$

ה. $\begin{cases}(2a+b)x-(2a-b)y=8ab\\(2a-b)x+(2a+b)y=8a^2-2b^2\end{cases}$

**3)** פתור את המשוואות הריבועיות הבאות:

א. $x^2-2mx+m^2-1=0$

ב. $x^2-2x+4a=a^2+3$

ג. $x^2+m(x+10)=2m^2-5x$

ד. $\frac{1}{a-x}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+x}=0$

ה. $(m^2+1)x^2-m^2x-1=0$

ו. $\frac{a}{x}+\frac{1}{b}=\frac{x}{a}+b$

ז. $x+\frac{1}{x}=\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x=\frac{b-6}{2-b}\ ,\ b\neq 2$ ב. $x=\frac{a^2+9}{6a}\ ,\ a\neq 0$ ג. $x=a+b$ ד. $x=-m$ ה. $x=a+1$

**2)** א. $m\neq 1\ ,\ (m+1,-1)$ ב. $a\neq\pm 1\ ,\ \left(\frac{2a-4}{a^2-1},\frac{4a-2}{a^2-1}\right)$

ג. $m\neq 0-1\ ,\ \left(m^2-m+1,\frac{m-1}{m}\right)$ ד. $m\neq 1,-2\ ,\ (2m+1,m-2)$

ה. $b\neq\pm 2a\ ,\ (2a+b,2a-b)$

**3)** א. $x=m+1,\mathrm{m}-1$ ב. $x=a-1,3-a$ ג. $x=m-5,-2m$

ד. $a\neq 0\ ,\ x\neq\pm a\ ,\ x=\pm a\sqrt{3}$ ה. $x=1,-\frac{1}{m^2+1}$

ו. $a,b\neq 0\ ,\ x=\frac{a}{b},-ab$ ז. $x=\frac{a+b}{a-b},\frac{a-b}{a+b}\ ,\ a\neq\pm b$.

# משוואות עם שורשים:

## סיכום כללי:

פתרון משוואה מהצורה: $\sqrt{x}=a$ יתקבל ע"י העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה באופן הבא: $x=a^2 \rightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2=\left(a\right)^2$.

**הערות:**

1) יש לזכור בעת העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה יש לבדוק את כל הפתרונות המתקבלים ע"י הצבתם במשוואה המקורית.
2) למשוואה מהצורה $\sqrt{x}=a$ שבה $a<0$ אין פתרון.
3) יש לסדר תחילה משוואות שבהן הביטוי עם שורש אינו מבודד.
4) במשוואות שבהן יותר מביטוי אחד עם שורש יש לבודד תחילה את אחד הביטויים, להעלות בריבוע ולאחר מכן לחזור על התהליך ולבצע העלאה בריבוע פעם נוספת.

## שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

1) $\sqrt{2x+5}=7$
2) $\sqrt{x+2}=x$
3) $\sqrt{3x+1}+x=13$
4) $\sqrt{2x+7}+4=x$
5) $\sqrt{x-1}+3=x$
6) $\sqrt{10x+6}+9=x$
7) $\sqrt{x+6}-2=2x$
8) $\sqrt{24-x}+3=2x$
9) $\sqrt{x+16}+4=2x$
10) $2x=16-3\sqrt{x-1}$
11) $\sqrt{3x+5}=\sqrt{x+17}$
12) $\sqrt{x^2-5x+12}=2\sqrt{6-x}$
13) $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2x-5}=\sqrt{11-x^2}$
14) $\sqrt{2x-1}+3=\sqrt{7x+1}$
15) $\sqrt{9x-8}-3\sqrt{x+4}=-2$
16) $\sqrt{2x-3}+\sqrt{3-x}=2$
17) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}=\sqrt{4x+1}$
18) $\sqrt{2x-2}+\sqrt{5x-4}=\sqrt{3x-2}$
19) $3\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-3}=2\sqrt{x+2}$

## תשובות סופיות:

1) $x=22$
2) $x=2$
3) $x=8$
4) $x=9$
5) $x=5$
6) $x=25$
7) $x=0.25$
8) $x=3.75$
9) $x=4.25$
10) $x=5$
11) $x=6$
12) $x=4,-3$
13) $x=3$
14) $x=5$
15) $x=12$
16) $x=2,2\frac{8}{9}$
17) $x=6$
18) $x=1$
19) $x=2$

# משוואות עם ערך מוחלט:

## סיכום כללי:

**הגדרה:**

ערך מוחלט הינו המרחק של מספר מ-0 ומוגדר באופן הבא: $|x|=\begin{cases}x & x\geq 0\\ -x & x<0\end{cases}$.

**משוואה עם ערך מוחלט:**

משוואה עם ערך מוחלט היא מהצורה: $|x|=a$.

כדי לפתור משוואה עם ערכים מוחלטים יש למצוא את נקודות האפס של כל ערך מוחלט (קרי: הנקודות בהן הביטוי שבתוך הערך המוחלט מתאפס) ולפצל את המשוואה הנתונה לתחומים עבור כל תחום.

## שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

1) $|3x+14|=7$
2) $|3x-24|=x$
3) $|12-x|=3x$
4) $2x-|8-x|=10$
5) $|4x-5|=|2x+13|$
6) $|14-3x|=2|x+5|$
7) $|x|+7=|2x|$
8) $|x+2|+6=|2x-4|$
9) $|x+2|+|2x-6|=|4x+8|$
10) $|10-3x|-|x+4|=|2x-6|$

## תשובות סופיות:

1) $x=-\frac{7}{3},\ -7$
2) $x=6,12$
3) $x=3$
4) $x=6$
5) $x=9,-1\frac{1}{3}$
6) $x=24,\frac{4}{5}$
7) $x=\pm 7$
8) $x=12,-1\frac{1}{3}$
9) $x=0,-12$
10) $x=0$

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 6 - אלגברה - אי שוויונים אלגבריים

### תוכן העניינים

1. אי שוויונים ממעלה ראשונה ..... 18
2. אי שוויונים ממעלה שנייה ..... 20
3. אי שוויונים ממעלה שלישית ..... 21
4. אי שוויונים עם מנה ..... 22
5. אי שוויונים כפולים מערכות וגם ואו ..... 24
6. שאלות מסכמות ..... 25
7. מציאת תחום הגדרה ..... 27
8. אי שוויונים עם ערך מוחלט ..... 29

# אי-שוויונים ממעלה ראשונה:

## סיכום כללי:

**פעולות המותרות לביצוע בפתרון אי-שוויון:**

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

**פעולות אסורות לביצוע בפתרון אי-שוויון:**

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $45x-26>109$

**2)** $6x>2(3x-1)$

**3)** $2(x-5)\geq\frac{1}{2}(4x+6)$

**4)** $(x-2)^2+4<(x+2)^2+20$

**5)** $\frac{8x-4}{2}<\frac{9(x+1)}{3}$

**6)** $4(6x-8)<8(3x-4)$

**7)** $\frac{x-6}{3}-\frac{x-4}{4}\geq 12-x$

**8)** $\frac{7-x}{10}-\frac{3x-1}{5}+\frac{x+4}{3}<7$

## תשובות סופיות:

1) $x>3$
2) כל $x$
3) אף $x$
4) $x>-2$
5) $x<5$
6) אף $x$
7) $x\geq 12$
8) $x>-13$

# אי-שוויונים ממעלה שנייה:

## סיכום כללי:

אי שוויון ריבועי הוא מהצורה: $ax^2+bx+c\overset{>}{<}0$ כאשר $a\neq 0$.

כדי לפתור אי שוויון ריבועי יש למצוא את נקודות האפס של הביטוי הריבועי ולאחר מכן למצוא את תחום ההצבה עבורו הביטוי מקיים את אי השוויון עצמו.

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $x^2<144$

**2)** $x^2-12x>-32$

**3)** $(x+2)(x+5)<0$

**4)** $(x+2)(x+4)<35$

**5)** $-x^2+13x+30<0$

**6)** $(x-3)(x-7)\geq 8x-56$

**7)** $(x-5)^2+x(x+2)<89$

**8)** $(5x+6)^2\leq 4(x-3)^2$

**9)** $-3x^2+12x>0$

**10)** $x^2-10x+25>0$

**11)** $(x-3)^2>(x-1)(x+6)-x^2-3x$

**12)** $2x^2+2x+24\geq 0$

## תשובות סופיות:

**1)** $-12<x<12$

**2)** $x<4\ ,\ x>8$

**3)** $-5<x<-2$

**4)** $-9<x<3$

**5)** $x<-2\ ,\ x>15$

**6)** $x\leq 7\ ,\ x\geq 11$

**7)** $-4<x<8$

**8)** $-4\leq x\leq 0$

**9)** $0<x<4$

**10)** $x>5\ ,\ x<5$

**11)** $x<3\ ,\ x>5$

**12)** כל $x$

# אי-שוויונים ממעלה שלישית:

## סיכום כללי:

אי שוויונים ממעלה גבוהה מיוחסים לכאלה שניתן לכתוב אותם בצורה של פולינומים, כגון: $x^3-4x^2+4x+1>0$ , $x^4+2x^2+1<0$ וכו'.

בפועל נפתור אותם ע"י פירוק לגורמים ומציאת נקודות האפס של כל גורם.

לאחר מכן נבדוק את כל אחד מתחומי המספרים המתקבלים עבור הנעלם ונראה באלו מהם מתקבל פסוק אמת.

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $(x-1)(x-2)(x-3)>0$

**2)** $x(x^2+x+1)>0$

**3)** $(-2x^2-3x+2)(x+1)\le 0$

**4)** $x^3-25x\ge 0$

**5)** $(x^2+3x+5)(x-2)>0$

**6)** $(x^2+8x+20)(3x-5)\le 0$

**7)** $(x^2-x-6)(x-1)<0$

**8)** $x^3-6x^2+9x\le 0$

**9)** $(x^2+6)(x+3)>0$

**10)** $(x-2)(x-4)(x-1)<0$

## תשובות סופיות:

**1)** $1<x<2$ , $x>3$

**2)** $x>0$

**3)** $-2\le x\le -1$ , $x\ge \frac{1}{2}$

**4)** $-5\le x\le 0$ , $x\ge 5$

**5)** $x>2$

**6)** $x\le 1\frac{2}{3}$

**7)** $x<-2$ , $1<x<3$

**8)** $x\le 0$ , $x=3$

**9)** $x>-3$

**10)** $x<1$ , $2<x<4$

# אי-שוויונים עם מנה:

## סיכום כללי:

אי שוויון מהצורה: $\frac{f(x)}{g(x)}>0$ (או $\frac{f(x)}{g(x)}<0$) נקרא אי-שוויון עם מנה, בו $f(x)$ ו-$g(x)$ הם פולינומים כלשהם.

למשל: $\frac{2x+4}{x^2-3x+4}<0$ בו: $f(x)=2x+4$ ו-$g(x)=x^2-3x+4$.

כדי לפתור אי שוויון עם מנה נמצא את נקודות האפס של $f(x)$ ושל $g(x)$ ונציב מספרים בתחומים המתקבלים. אלו שיתנו פסוק אמת יהוו את פתרון אי השוויון.

**הערות:**

- ניתן לבצע כפל של המכנה בריבוע בכדי להעביר את אי השוויון לצורה של מכפלות.
- ניתן להעביר אי שוויון המכיל מספר מנות ומספרים שלמים לצורה הנ"ל ע"י פעולות אלגבריות מתאימות תחילה.

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $\frac{x-1}{x^2-9}>0$

**2)** $\frac{x-1}{3x+2}\geq -3$

**3)** $\frac{1}{x^2-16}>0$

**4)** $\frac{x-3}{2x^2-10x+12}>0$

**5)** $\frac{2x-1}{x-5}\leq 0$

**6)** $\frac{1}{-3(x-1)}<0$

**7)** $\frac{x-1}{x+2}\leq 1$

**8)** $\frac{1}{x^2-5x+6}<0$

**9)** $\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7}\geq 0$

**10)** $\frac{1}{x^2-8x+12}\geq 0$

## תשובות סופיות:

1) $-3<x<1\ ,\ x>3$

2) $x<-\frac{2}{3}\ ,\ x\geq-\frac{1}{2}$

3) $x<-4\ ,\ x>4$

4) $2<x<3\ ,\ x>3$

5) $\frac{1}{2}\leq x<5$

6) $x>1$

7) $x>-2$

8) $2<x<3$

9) $1\leq x\leq 6$

10) $x<2\ ,\ x>6$

# אי-שוויונים כפולים - מערכת וגם:

## סיכום כללי:

אי-שוויון כפול הוא צורה מקוצרת להציג שני אי-שיווינים אשר יש לפתור יחד (קרי: כמערכת 'וגם'). למשל במקום לכתוב: $a<b$ וגם $b<c$, ניתן לכתוב: $a<b<c$.

מכאן כי כדי לפתור אי שוויון כפול יש לפצל אותו תחילה לשני אי-שיווינים ולפתור כל אחד בנפרד. לאחר מכן יש לקחת את חיתוך הפתרונות.

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $3<x+1<5$

**2)** $0<\frac{1}{x+4}<2$

**3)** $-1<\frac{x-1}{x+1}<1$

**4)** $0<\frac{8-3x}{5-2x}<4$

**5)** $6x-38\le x-3\le 5x+7$

**6)** $6<\frac{2x+10}{3}\le\frac{7x-20}{5}$

**7)** $-1\le\frac{2x-6}{4}<\frac{x+2}{3}$

**8)** $\frac{4x+5}{15}>\frac{3x-8}{5}+\frac{9-x}{3}>11$

## תשובות סופיות:

**1)** $2<x<4$

**2)** $x>-3\frac{1}{2}$

**3)** $x>0$

**4)** $x<2\frac{2}{5}\ ,\ x>2\frac{2}{3}$

**5)** $-2.5\le x\le 7$

**6)** $x\ge 10$

**7)** $1\le x<13$

**8)** $\phi$

# שאלות מסכמות – אי-שוויונים:

## שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $x \le -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \le 5 \cup 0 < x < 8\}$

**2)** $x(x+5)-3x+15 \le 2x-1-x(4-x)$

**3)** $\frac{(x-3)(x+4)}{2-x} \le 0$

**4)** $\frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0$

**5)** $\frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \ge 0$

**6)** $x(x+3)(2x-5) < 0$

**7)** $\frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0$

**8)** $\frac{5-2x}{(x-8)^2} \le 0$

**9)** $\frac{x-3}{x^2+2} > 0$

**10)** $\frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0$

**11)** $\frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0$

**12)** $\frac{x-7}{x^2+x+3} > 0$

**13)** $\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2}$

**14)** $\frac{2x^2}{x^2-6x+8} \ge \frac{x}{x-4}-\frac{x}{x-2}$

**15)** $6 < 5x-x^2 \cap x^2 > 3x+10$

**16)** $\frac{3}{x-1}-\frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x}$

**17)** $1 < \frac{x-1}{x-4} \le 2$

**18)** לאלו ערכי $x$ נמצאת הפונקציה $f(x)=\frac{x}{x-3}$ מעל הפונקציה $g(x)=\frac{x+1}{x+3}$?

## תשובות סופיות:

**1)** $-2 < x \le -\frac{3}{4}$

**2)** $x \le -4$

**3)** $-4 \le x < 2\ ,\ 3 \le x$

**4)** $x < -7\ ,\ -\frac{1}{3} < x < 2\ ,\ x > 5$

**5)** $-1 < x \le 1.5\ ,\ 4 < x \le 12$

**6)** $x < -3\ ,\ 0 < x < 2.5$

**7)** $x < -1\ ,\ 2 < x < 6\ ,\ x > 6$

**8)** $2.5 \le x < 8\ ,\ x > 8$

**9)** $x > 3$

**10)** $x < -3\ ,\ 0 < x < 1\ ,\ x > 4$

**11)** $-1 < x < 0\ ,\ 1 < x < 3\ ,\ x > 3$

**12)** $x > 7$

**13)** $x < -2\ ,\ 2 < x < 4$

**14)** $x \le 0\ ,\ 1 \le x < 2\ ,\ x > 4$

**15)** אף $x$

**16)** $x \ne 1$

**17)** $x \ge 7$

**18)** $-3 < x < -\frac{3}{5}\ ,\ x > 3$

# תחום הגדרה:

## שאלות:

**1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\sqrt{3x-4}$

ב. $f(x)=\sqrt{x^2-5x-6}$

ג. $f(x)=\sqrt{12x-x^2-x^3}$

ד. $f(x)=\sqrt{\frac{x+5}{x^2-4}}$

ה. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+2}-x}$

ו. $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-2x-1}}{2x-3}$

**2)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\sqrt{\sqrt{x+2}-3}$

ב. $f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x+6}}$

ג. $f(x)=\sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}}$

ד. $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1}$

**3)** תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x)=\sqrt{ax-x^2-4}$ הוא $1\le x\le 4$.
מצא את ערכו של הפרמטר $a$.

**4)** תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x)=\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}$ הוא $x\le -2\ ,\ x>2$.
מצא את ערכו של הפרמטר $a$.

**5)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{\sqrt{x+6}-a}$ , ($a$ פרמטר חיובי).

א. הבע באמצעות $a$ את תחום הגדרתה.

ב. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=\sqrt{\frac{2x}{x+5}}$.
ידוע כי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות מכסה את כל ציר המספרים.
מצא את תחום הערכים האפשרי של הפרמטר $a$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x \geq 1\frac{1}{3}$ ב. $x \leq -1 \, , \, x \geq 6$ ג. $x \leq -4 \, , \, 0 \leq x \leq 3$

ד. $x > 2 \, , \, -5 \leq x < -2$ ה. $x > 2 \, , \, -2 \leq x < 2$ ו. $x \leq -\frac{1}{3} \, , \, 1 \leq x < \frac{3}{2} \, , \, x > \frac{3}{2}$

**2)** א. $x \geq 7$ ב. $-6 \leq x \neq -2$ ג. $x \leq -1\frac{1}{2} \, , \, x \geq 1$

ד. $-2 \leq x \neq 1 \, , \, x \leq -3$.

**3)** $a = 5$.

**4)** $a = 2$.

**5)** א. $x \geq a^2 - 6$ ב. $0 < a \leq 1$.

# אי שוויונים עם ערך מוחלט:

## סיכום כללי:

**כללים לפתרון אי שוויון עם ערך מוחלט יחיד:**

| מקרה | $\lvert x\rvert < a$ | $\lvert x\rvert > a$ |
|---|---|---|
| פתרון | $-a < x < a$ | $x < -a \cap x > a$ |

**כללים לפתרון אי שוויון עם מספר ערכים מוחלטים:**

- נמצא את הנקודות המאפסות כל ביטוי עם ערך מוחלט.
- מחלקים את אי השוויון לתחומים לפי נקודות האפס.
- פותרים את אי השוויון לכל תחום בנפרד.
- כותבים פתרון כללי (מערכת או) לכל התחומים יחדיו.

## שאלות:

**1)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $\lvert x+2\rvert < 3$ ב. $\lvert 2x+1\rvert > 7$

ג. $\lvert 6-2x\rvert < x$ ד. $\lvert 2x+1\rvert - 3x > 4$

**2)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $1 < \lvert 4-3x\rvert < 7$ ב. $\lvert 2x+3\rvert < 8 < \lvert 5-x\rvert$

**3)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $\lvert x^2+6x-4\rvert < 12$ ב. $\lvert x^2+x-10\rvert > 3x-2$

ג. $\lvert x^2-3x\rvert < 4$ ד. $\lvert 6x^2-7x-4\rvert > 1$

ה. $x^2-6\lvert x\rvert+5 \le 0$ ו. $x^2-6\lvert x+1\rvert-1 > 0$

**4)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $|x-3|+|2x+2|>7$

ב. $|x+8|<11-|1-3x|$

ג. $|3-2x|-11>4-|6+x|$

ד. $|2x-6|+|x+5|>14-|1-x|$

ה. $|5+4x|-|3-x|+\left|4-\frac{1}{2}x\right|\le 22$

ו. $|x+3|+|x^2-5x+4|<19$

**5)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $\left|\frac{3x-1}{x-2}\right|\ge 3$

ב. $1\le\left|\frac{x+2}{x-2}\right|\le 2$

ג. $\frac{|x-6|+8x}{x-12}\le 12$

ד. $\left|\frac{x^2+3x+2}{x^2-3x+2}\right|>5$

**6)** פתור את אי-השוויונים הבאים (ערך מוחלט ושורשים):

א. $\sqrt{x^2-|x-12|}<x$

ב. $2-\sqrt{1-x}\le|x+2|-3$

ג. $\sqrt{|2x+1|-x-1}\le 4-|3x|$

ד. $\frac{|x+2|-|x|}{\sqrt{4-x^3}}>0$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $-5<x<1$ ב. $3<x$ או $x<-4$

ג. $2<x<6$ ד. $x<-1$.

**2)** א. $1\frac{2}{3}<x<3\frac{2}{3}$ או $-1<x<1$ ב. $-5\frac{1}{2}<x<-3$

**3)** א. $-2<x<2$ או $-8<x<-4$ ב. $4<x$ או $x<2$

ג. $-1<x<4$ ד. $x<-\frac{1}{2}$ , $-\frac{1}{3}<x<\frac{3}{2}$ , $x>\frac{5}{3}$

ה. $1\le x\le 5$ או $-5\le x\le -1$ ו. $x<-5$ , $x>7$

**4)** א. $2<x$ או $x<-2$ ב. $-1<x<1$

ג. $4<x$ או $x<-6$ ד. $4<x$ או $x<-1$

ה. $-7\frac{3}{7}\le x\le 4$ ו. $-2<x<6$.

**5)** א. $2<x$ , $\frac{7}{6}\le x<2$ ב. $x\ge 6$ , $0\le x\le\frac{2}{3}$

ג. $x<12$ , $x\ge 46$ ד. $\frac{1}{2}<x<1$ , $1<x<2$ , $2<x\le 4$

**6)** א. $x=-1$ , $x\ge 3$ , $x\ne 12$ ב. $x\le\frac{-15+\sqrt{33}}{2}$

ג. $-1\le x\le -\frac{2}{3}$ , $0\le x\le 1$ ד. $-1<x<\sqrt[3]{4}$

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 7 - אלגברה - חוקי החזקות והשורשים

### תוכן העניינים

1. חוקי החזקות ..... 32
2. חוקי השורשים ..... 37
3. כתיבה מדעית של מספרים ..... 41

# חוקי החזקות:

## סיכום כללי:

### סיכום חוקי החזקות:

1. $a^0=1$
2. $a^1=a$
3. $a^n\cdot a^m=a^{m+n}$
4. $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$
5. $\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}$
6. $a^m\cdot b^m=\left(a\cdot b\right)^m$
7. $\frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m$
8. $a^{-m}=\frac{1}{a^m}$
9. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m}=\left(\frac{b}{a}\right)^m$

## שאלות:

**1)** פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^na^m=a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$.

א. $a^2a^6$ ב. $t^3t^5t^7$ ג. $b^2b^5b^{12}b^3$

ד. $\frac{k^8}{k^3}$ ה. $\frac{n^{14}}{n^9}$ ו. $\frac{c^6}{c^2}$

ז. $\frac{a^3a^{19}}{a^{15}}$ ח. $\frac{x^{30}}{x^9x^{18}}$ ט. $\frac{y^3y^{15}}{y^4y^{14}}$

י. $3^23^33^4$ יא. $\frac{2^{16}2^2}{2^{10}}$ יב. $\frac{5^{20}5^35^{16}}{5^45^{22}5^8}$

**2)** פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^na^m=a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$.

א. $\frac{3^42^7}{2^63^2}$ ב. $\frac{a^{10}b^{13}a^3}{b^4b^6b^2a^{12}}$ ג. $\frac{x^8y^5y^9x^2}{y^4x^4}$

**3)** לפניך הביטוי הבא: $\frac{3^62^{17}3^32^4}{3^42^33^2}$.

מצא $n$ כך שיתקיים שוויון בין הביטוי $243\cdot2^n$ לבין הביטוי הנתון.

**4)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{2^3\cdot 2^7}{2^4\cdot 2^5}$ ב. $\frac{9^3\cdot 27^2}{3^9\cdot 81}$

ג. $\frac{10^9\cdot 25^5\cdot 8^{-1}}{40^3\cdot 125^5}$ ד. $2^3+2^5$

**5)** פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוק: $\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}$.

א. $\left(a^2\right)^4$ ב. $\left(c^3\right)^{10}$ ג. $\left(x^3x^{10}\right)^2$

ד. $\frac{\left(b^2\right)^3}{b^2b^3}$ ה. $\frac{n^7n^8}{\left(n^3\right)^4}$ ו. $\frac{d^{20}\left(d^4\right)^2}{d^{12}\left(d^3\right)^2}$

ז. $\frac{2^5\left(2^4\right)^2 2^3}{\left(2^32^2\right)^3}$ ח. $\frac{3^6\left(3^33^2\right)^6}{3^{28}\left(3^2\right)^3}$ ט. $\frac{\left(8^3\right)^8 8^{11}}{\left(8^28\right)^3 8^8}$

י. $\frac{\left(2^4\right)^5\left(3^6\right)^7 2^{20}}{3^{35}2^{40}}$ יא. $\frac{\left(3^2\right)^6 5^{31}3^7}{\left(5^2\right)^{10}5^{11}3^{18}}$ יב. $\frac{\left(3^2\right)^7 5^{10}\left(5^3\right)^2}{3^95^{16}}$

**6)** לפניך הביטויים הבאים: $\left(\left(3^2\right)^3\right)^4$ ו- $\left(\left(3^6\right)^n\right)^2$.
מצא $n$ כך שיתקיים שוויון בין שני הביטויים.

**7)** חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים:

א. $\frac{2^33^5}{2^23^4}$ ב. $\frac{5^{20}3^{14}3^8}{3^{20}5^{12}5^8}$ ג. $\frac{7^{12}2^22^6}{2^57^{10}7}$

**8)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $3^29\cdot 81^2$ ב. $64^22^38^2$ ג. $125\cdot 25\cdot 5^5$

ד. $\frac{2^4\cdot 16^5}{8\cdot 512}$ ה. $\frac{\left(4^2\right)^3 16}{64\cdot 2^3}$ ו. $\frac{\left(\left(3^4\right)^4\right)^5}{81^327^43^5}$

**9)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{\left(2a^2b\right)^3\cdot\left(ab^{-3}\right)^2}{4ab^{-2}\cdot\left(\frac{a^2}{b}\right)^4}$

ב. $\frac{\left(k^2\right)^{m+2}\cdot k^{1-3m}}{\left(k^{2m}\right)^3\cdot\frac{1}{k^{7m-4}}}$

ג. $\frac{4^{b+3}}{4^{b+1}+4^{b+2}}$

ד. $\frac{1}{x^2}\cdot\frac{x^{n+3}+x^{n+5}}{x^{n+2}}$

**10)** פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $\left(ab\right)^n=a^nb^n$ ו-$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

א. $\left(a^2b\right)^3$

ב. $\left(m^4n^3\right)^5$

ג. $\left(x^{12}y^3\right)^3$

ד. $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4$

ה. $\left(\frac{i^4}{k^3}\right)^7$

ו. $\left(\frac{a^{14}b^4}{a^6ab^3}\right)^3$

ז. $\left(\frac{x^3y^5y^2x^6}{y^4x^7}\right)^6$

ח. $\left(\frac{t^7r^{20}t^3}{r^2r^{12}t^8}\right)^2$

ט. $\left(\frac{\left(b^{12}c\right)^2c^{14}}{c\left(c^3b^5\right)^4b^3}\right)^2$

**11)** חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים:

א. $\left(\frac{3^92^62^2}{3^62^53^2}\right)^2$

ב. $\left(\frac{\left(5^4\right)^23^6}{3^55^7}\right)^2$

ג. $\left(\frac{7^3\cdot16\cdot128\cdot49}{\left(2^27\right)^5}\right)^3$

**12)** בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה שלילית:

א. $\frac{1}{4^6}$

ב. $\frac{1}{5^3}$

ג. $\frac{1}{2^{10}}$

ד. $\frac{1}{8}$

ה. $\frac{1}{81}$

ו. $\frac{1}{125}$

**13)** בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה חיובית וחשב את ערכם:

א. $\frac{1}{4^{-3}}$

ב. $\frac{1}{3^{-2}}$

ג. $\frac{1}{5^{-3}}$

**14)** חשב את הביטויים הבאים:

א. $3^2\cdot 3^{-5}\cdot 3^7$

ב. $2^{-8}\cdot 512\cdot 2^2$

ג. $5^6\cdot 5^{-3}\cdot 5^{-2}$

ד. $2^{14}\cdot 3^{-6}\cdot 2^{16}\cdot 3^4\cdot 2^{-30}$

ה. $\frac{2^{-5}\cdot 5^3\cdot 2^{14}}{5^2\cdot 5^{-10}\cdot 5^8\cdot 2^6}$

ו. $\frac{3^{-6}\cdot 7^7\cdot 7^{-4}}{3^{-4}\cdot 3^{-3}\cdot 7^3}$

**15)** פשט את הביטויים הבאים לצורה ללא חזקות שליליות.

א. $\left(\frac{5^{-4}}{3^2}\right)^{-6}$

ב. $\frac{\left(4^4\right)^{-4}3^{-11}}{\left(3^{-2}4^3\right)^{-6}}$

ג. $\frac{2^{-3}5^4}{5^4\cdot 125\cdot\left(5^2 2\right)^{-3}\cdot 2^{-4}}$

**16)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{a^{n+2}\cdot a^{2-3n}}{\left(a^3\right)^{n+1}}$

ב. $\frac{\left(k^2\right)^{m+2}\cdot k^{1-3m}}{\left(k^{2m}\right)^3\cdot\frac{1}{k^{7m-4}}}$

ג. $\frac{\left(m^{n+2}\right)^3\cdot m^{-4n-2}}{\frac{1}{m^{6n+2}}\cdot\left(m^3\right)^{n-2}}$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a^8$ ב. $t^{15}$ ג. $b^{22}$ ד. $k^5$ ה. $n^5$ ו. $c^4$
ז. $a^7$ ח. $x^3$ ט. 1 י. $3^9$ יא. $2^8$ יב. $5^5$.

**2)** א. 18 ב. $ab$ ג. $x^6y^{10}$.

**3)** $n=16$.

**4)** א. 2 ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{5}{8}$ ד. 40.

**5)** א. $a^8$ ב. $c^{30}$ ג. $x^{26}$ ד. $b$ ה. $n^3$ ו. $d^{10}$
ז. 2 ח. 9 ט. $8^{18}$ י. $3^7$ יא. 3 יב. $3^5$.

**6)** $n=2$.

**7)** א. 6 ב. 9 ג. 56.

**8)** א. $3^{12}$ ב. $2^{21}$ ג. $5^{10}$ ד. $2^{12}$ ה. $2^7$ ו. $3^{51}$.

**9)** א. $\frac{2b^3}{a}$ ב. $k$ ג. $3\frac{1}{5}$ ד. $\frac{1}{x}+x$.

**10)** א. $a^6b^3$ ב. $m^{20}n^{15}$ ג. $x^{36}y^9$ ד. $\frac{a^{12}}{b^8}$ ה. $\frac{i^{28}}{k^{21}}$ ו. $a^{21}b^3$
ז. $x^{12}y^{18}$ ח. $t^4r^{12}$ ט. $b^2c^6$.

**11)** א. 576 ב. 225 ג. 8

**12)** א. $4^{-6}$ ב. $5^{-3}$ ג. $2^{-10}$ ד. $2^{-3}$ ה. $3^{-4}$ ו. $5^{-3}$.

**13)** א. 64 ב. 9 ג. 125.

**14)** א. 81 ב. 8 ג. 5 ד. $\frac{1}{9}$ ה. 1000 ו. 3.

**15)** א. $5^{24}\cdot 3^{12}$ ב. $\frac{4^2}{3^{23}}$ ג. $5^3\cdot 2^4$.

**16)** א. $a^{1-5n}$ ב. $k$ ג. $m^{2n+12}$.

# חוקי השורשים:

## סיכום כללי:

### סיכום חוקי השורשים:

1. $\sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}}$
2. $\sqrt[m]{a}=a^{\frac{1}{m}}$
3. $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$
4. $\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a\cdot b}$
5. $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}=\sqrt[m]{\frac{a}{b}}$
6. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$

## שאלות:

**17)** הבא את הביטויים הבאים לצורה: $\sqrt[n]{a^m}$.

א. $3^{\frac{1}{4}}$ ב. $2^{\frac{3}{5}}$ ג. $6^{\frac{5}{6}}$

ד. $-12^{\frac{2}{7}}$ ה. $-(-4)^{\frac{1}{3}}$ ו. $-(-3)^{\frac{3}{4}}$

ז. $5^{-\frac{1}{4}}$ ח. $27^{-\frac{1}{3}}$ ט. $64^{-\frac{5}{6}}$

**18)** חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{49}$ ב. $-\sqrt{25}$ ג. $\sqrt[3]{8}$

ד. $-\sqrt[7]{128}$ ה. $\sqrt[3]{(-2)^6}$ ו. $\left(\sqrt[5]{1024}\right)^2$

ז. $\left(\sqrt[5]{-243}\right)^3$ ח. $\sqrt[4]{-16}$ ט. $\sqrt[4]{-25^2}$

י. $\sqrt[4]{(-25)^2}$

**19)** חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

א. $8^{\frac{2}{3}}$ ב. $32^{-\frac{3}{5}}$ ג. $128^{-\frac{2}{7}}$

ד. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5}$ ה. $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-2.5}$ ו. $\left(\frac{64}{343}\right)^{-\frac{2}{3}}$

ז. $81^{\frac{3}{4}}\cdot 64^{-\frac{1}{3}}$ ח. $343^{-\frac{2}{3}}\cdot 100^{\frac{1}{2}}$ ט. $16^{\frac{1}{4}}\cdot 8^{-\frac{1}{3}}\cdot 4^{-\frac{1}{2}}$

**20)** חשב ללא מחשבון את ערך הביטוי הבא: $\frac{\sqrt[5]{2^2}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$.

**21)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$ ב. $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$ ג. $\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$

ד. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$ ה. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$ ו. $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$

ז. $\frac{\sqrt[5]{2^2}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$ ח. $\frac{\sqrt[3]{500}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt[4]{25^2}\cdot\sqrt[3]{4}}$ ט. $\frac{\sqrt[3]{8^2}\sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{400}\sqrt{2}}$

**22)** הכנס לתוך שורש את המספרים החופשיים:

א. $3\sqrt{2}$ ב. $5\sqrt{3}$ ג. $\frac{\sqrt{36}}{2}$

ד. $2\sqrt[3]{3}$ ה. $x\sqrt{x}$

**23)** הכנס את כל המקדמים בביטויים הבאים לתוך השורש:

א. $2\sqrt{5}$ ב. $4\sqrt[3]{2}$ ג. $2\sqrt[5]{3}$

ד. $\frac{\sqrt{24}}{2}$ ה. $\frac{\sqrt[3]{24}}{2}$ ו. $\frac{3\sqrt[4]{5000}}{10}$

ז. $-5\sqrt[3]{2}$ ח. $-5\sqrt[4]{2}$ ט. $-5\sqrt[5]{-2}$

**24)** הוצא מהשורש את הכופל הגדול ביותר:

א. $\sqrt{12}$ ב. $\sqrt{48}$ ג. $\sqrt{63}$

ד. $\sqrt[3]{54}$ ה. $\sqrt{x^5}$

**25)** חלץ מן הביטויים הבאים את המקדם הגבוה ביותר ככל הניתן:

א. $\sqrt{40}$ ב. $\sqrt{50}$ ג. $\sqrt{320}$

ד. $\sqrt[3]{108}$ ה. $\sqrt[3]{56}$ ו. $\sqrt[5]{160}$

ז. $\sqrt[4]{162}$ ח. $\sqrt[5]{972}$ ט. $\sqrt[6]{192}$

**26)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ ב. $\sqrt{7}+\sqrt{63}$ ג. $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{128}$

ד. $\sqrt[4]{405}-\sqrt[4]{80}$ ה. $\frac{20}{\sqrt{5}}$ ו. $\frac{\sqrt{8}}{2}$

ז. $\frac{16}{\sqrt{2}}$ ח. $\frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{160}-\sqrt[5]{5}}$

**27)** פשט את הביטויים הבאים:

א. $3^{\frac{1}{4}}\cdot 9^{-2.5}\cdot 27^{\frac{3}{2}}$ ב. $2^{\frac{3}{4}}\cdot 16^{\frac{1}{2}}\cdot 64^{-3}$ ג. $125^{\frac{1}{6}}\cdot 5^{2}\cdot 5^{-\frac{2}{3}}$

ד. $\frac{27^{\frac{4}{3}}\cdot 3^{-\frac{2}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ ה. $\frac{49^{\frac{2}{5}}\cdot 7^{-\frac{6}{5}}}{343^{\frac{1}{5}}}$ ו. $\frac{512^{\frac{1}{4}}\cdot 64^{-\frac{3}{4}}}{128^{-\frac{1}{8}}\cdot 2^{-2}}$

## תשובות סופיות:

**17)** א. $\sqrt[4]{3}$ ב. $\sqrt[5]{2^3}$ ג. $\sqrt[6]{6^5}$ ד. $-\sqrt[7]{12^2}$ ה. $-\sqrt[3]{-4}$ ו. $\phi$

ז. $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ ח. $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$ או $\frac{1}{3}$ ט. $\frac{1}{\sqrt[6]{64^5}}$ או $\frac{1}{2^5}$.

**18)** א. 7 ב. $-5$ ג. 2 ד. $-2$ ה. 4 ו. 16

ז. $-27$ ח. $\phi$ ט. $\phi$ י. 5.

**19)** א. 4 ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. 125 ה. $\frac{32}{243}$ ו. $\frac{49}{16}$

ז. $\frac{27}{4}$ ח. $\frac{10}{49}$ ט. $\frac{1}{2}$.

**20)** $\sqrt{2}$.

**21)** א. 4 ב. 9 ג. 20 ד. 6 ה. 3 ו. 2

ז. $\sqrt{2}$ ח. $\sqrt{5}$ ט. $\sqrt{2}$.

**22)** א. $\sqrt{18}$ ב. $\sqrt{75}$ ג. $\sqrt{9}$ ד. $\sqrt[3]{24}$ ה. $\sqrt{x^3}$.

**23)** א. $\sqrt{20}$ ב. $\sqrt[3]{128}$ ג. $\sqrt[5]{96}$ ד. $\sqrt{6}$ ה. $\sqrt[3]{3}$

ו. $\sqrt[4]{40\frac{1}{2}}$ ז. $\sqrt[3]{-250}$ ח. $-\sqrt[4]{1250}$ ט. $\sqrt[5]{5^5 \cdot 2}$.

**24)** א. $2\sqrt{3}$ ב. $4\sqrt{3}$ ג. $3\sqrt{7}$ ד. $3\sqrt[3]{2}$ ה. $x^2\sqrt{x}$.

**25)** א. $2\sqrt{10}$ ב. $5\sqrt{2}$ ג. $8\sqrt{5}$ ד. $3\sqrt[3]{4}$ ה. $2\sqrt[3]{7}$ ו. $2\sqrt[5]{5}$

ז. $3\sqrt[4]{2}$ ח. $3\sqrt[5]{4}$ ט. $2\sqrt[6]{3}$.

**26)** א. $\sqrt{2}$ ב. $4\sqrt{7}$ ג. $6\sqrt[3]{2}$ ד. $\sqrt[4]{5}$ ה. $4\sqrt{5}$ ו. $\sqrt{2}$

ז. $8\sqrt{2}$ ח. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ או $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{5}}$ או $2\sqrt[5]{5^4}$.

**27)** א. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ ב. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^{61}}}$ ג. $\sqrt[6]{5^{11}}$ ד. 27 ה. $\frac{1}{7}$ ו. $\sqrt[8]{2^5}$.

# כתיבה מדעית של מספרים:

## שאלות:

**28)** בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. 15,000,000
ב. 1,500,000
ג. 150,000,000,000
ד. 23,400,000
ה. 0.0003
ו. 0.00000042
ז. 0.000000042
ח. 0.00000000042

**29)** בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. $(3,000,000)^2$
ב. $(2,000,000)^2$
ג. $(5,000)^3$
ד. $(50,000)^3$
ה. $(0.0002)^4$
ו. $(0.00004)^3$
ז. $(0.000005)^3$
ח. $(0.000000007)^3$

## תשובות סופיות:

**28)** א. $1.5\cdot10^{7}$ ב. $1.5\cdot10^{6}$ ג. $1.5\cdot10^{11}$ ד. $2.34\cdot10^{7}$ ה. $3\cdot10^{-4}$
ו. $4.2\cdot10^{-7}$ ז. $4.2\cdot10^{-8}$ ח. $4.2\cdot10^{-10}$.

**29)** א. $9\cdot10^{12}$ ב. $4\cdot10^{12}$ ג. $1.25\cdot10^{11}$ ד. $1.25\cdot10^{14}$ ה. $1.6\cdot10^{-15}$
ו. $6.4\cdot10^{-14}$ ז. $1.25\cdot10^{-16}$ ח. $3.43\cdot10^{-25}$.

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 8 - אלגברה - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים

תוכן העניינים

1. משוואות מעריכיות יסודיות ..... (ללא ספר)
2. משוואות עם חיבור וחיסור איברים ..... (ללא ספר)
3. משוואות מסכמות שונות ..... (ללא ספר)
4. משוואות עם קבוע אוילר ..... (ללא ספר)
5. מערכת משוואות מעריכיות ..... (ללא ספר)
6. אי-שוויונים מעריכיים ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 9 - אלגברה - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגריתמיים

תוכן העניינים

1. הגדרת הלוגריתם ומשוואות יסודיות ..... (ללא ספר)
2. חוקי הלוגריתמים ..... (ללא ספר)
3. חישובים עם חזקה לוגריתמית ..... (ללא ספר)
4. מעבר בין בסיסים ..... (ללא ספר)
5. הלוגריתם הטבעי ..... (ללא ספר)
6. משוואות עם בסיסים שונים ..... (ללא ספר)
7. מערכת משוואות לוגריתמיות ..... (ללא ספר)
8. מערכת משוואות לוגריתמיות ומעריכיות ..... (ללא ספר)
9. אי-שוויונים לוגריתמים ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 10 - אלגברה - בעיות גדילה ודעיכה - פרק העשרה

### תוכן העניינים

1. שאלות חימום ..... 42
2. שאלות העוסקות במציאת הכמות הסופית ..... 46
3. שאלות העוסקות במציאת הכמות ההתחלתית ..... 47
4. שאלות העוסקות במציאת אחוז הגדילה או דעיכה ..... 48
5. שאלות העוסקות במציאת הזמן ..... 49
6. שאלות שונות ..... 50

# שאלות חימום:

## סיכום כללי:

**הגדרת בעיית גדילה ודעיכה מערכית:**

הכמות לאחר פרק זמן $t$, המסומנת $M_t$, כאשר הכמות ההתחלתית היא $M_0$ וקצב הגידול/דעיכה הוא $q$ ניתנת ע"י הנוסחה הבאה: $M_t = M_0 \cdot q^t$.

כאשר הגדילה או הדעיכה נתונים באחוזים נמצא את הבסיס לפי: $q = \frac{100 \pm p}{100}$.

## שאלות:

**1)** מצא את שיעור הגדילה/דעיכה מתוך אחוז הגדילה/דעיכה הנתון בבעיה.

א. מחיר מוצר גדל ב-20% לשנה.

ב. מחיר מוצר יורד ב-40% לשנה.

ג. אוכלוסייה מתרבה ב-5% לשנה.

ד. מחיר דירה עולה ב-15% לשנה.

ה. כמות דבורים גדלה פי 2 כל יום.

ו. מחירו של פסל גדל פי 3 כל שנה.

ז. רכב מאבד רבע מערכו בכל שנה.

ח. מנייה מאבדת מחצית מערכה כל חודש.

**2)** מצא את אחוזי הגדילה/דעיכה מתוך הבסיסים הבאים:

א. $q = 1.2$ ב. $q = 1.6$

ג. $q = 0.85$ ד. $q = 0.72$

**3)** מצא את $M_0$:

א. $107.2 = M_0 \cdot 1.05^6$ ב. $70.8 = M_0 \cdot 1.12^4$

ג. $2213.68 = M_0 \cdot 1.4^8$

**4)** מצא את $q$ :

א. $25=10\cdot q^{6}$

ב. $512.36=6\cdot 10^{7}\cdot q^{40}$

ג. $10^{3}=2.4\cdot 10^{6}\cdot q^{25}$

ד. $9.35=7\cdot q^{10.5}$

ה. $6.42\cdot 10^{4}=10^{7}\cdot q^{3\frac{1}{3}}$

ו. $13.25=9.2\cdot q^{12.3}$

**5)** מצא את $t$ :

א. $10\cdot 1.05^{t}=70$

ב. $62.08^{t}=39.68$

ג. $7\cdot 10^{7}\cdot 0.82^{t}=10^{5}$

**6)** אוכלוסיית חיידקים מתרבה בכל דקה פי 2.
בשעה 10:30 בדקו במעבדה מדגם ובו 50 חיידקים.

א. כמה חיידקים יהיו כעבור דקה אחת?

ב. כמה חיידקים יהיו כעבור שתי דקות?

ג. כמה חיידקים יהיו בשעה 10:50?

**7)** כמות של חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית בכל שבוע ב-2.8%.
במעבדה נשקלה כמות של 2000 גרם של החומר.

א. מה תהיה כמות החומר כעבור שבועיים?

ב. מה תהיה כמות החומר כעבור שלושה חודשים?

ג. האם תישאר כמות מסוימת מהחומר כעבור שנה בת 52 שבועות?

**8)** מחירו של מוצר לאחר 3 שנים הוא 250 ₪. ערך המוצר יורד ב-25% מדי שנה.
מה היה מחירו ההתחלתי?

**9)** שרון רצה בכל יום מרחק הגדול ב-10% מאשר ביום הקודם.
ידוע כי שרון רצה מרחק של 2.5 ק"מ ביום השביעי.
כמה ק"מ רצה שרון ביום הראשון?

**10)** אוכלוסייה במדינה מסוימת מתרבה בצורה מעריכית ב-3.1% בשנה.
כיום יש במדינה זו 528,000 תושבים.

א. כמה תושבים יהיו במדינה זו בעוד 3 שנים?

ב. כמה תושבים היו במדינה זו לפני 4 שנים?

**11)** כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית.
בכל שנה גדלה הכמות פי 4 מאשר בשנה שקדמה לה.
כיום יש באגם $2\cdot10^5$ ק"ג אצות.

א. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים?

ב. מה הייתה כמות האצות לפני שנה?

ג. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים ושלושה חודשים?

**12)** מספר תושבים במדינה מסוימת גדל בשיעור קבוע. במשך 10 שנים גדלה האוכלוסייה במדינה מ-5.4 מיליון תושבים ל-7.2 מיליון תושבים.

א. מה הוא קצב הריבוי בכל שנה במדינה?

ב. אם קצב הגידול של האוכלוסייה יישמר, מה יהיה מספר התושבים כעבור 10 שנים נוספות?

**13)** בגן חיות ספרו את מספר התוכים. בספירה הראשונה נספרו 1200 תוכים.
בספירה השנייה, כעבור 6 חודשים, נספרו 1450 תוכים.

א. מה הוא קצב הגידול החודשי של התוכים?

ב. מה יהיה מספרם של התוכים כעבור שנה וחצי מהספירה הראשונה?

**14)** כמות העצים ביער גדלה בצורה מעריכית. אם כמות העצים ביער בשנת 1950 הייתה $5\cdot10^4$ טון עצים ובשנת 1990 הייתה $10^7$ טון עצים, מה היה אחוז הגידול השנתי (בהנחה שהגידול היה קבוע)?

**15)** כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. החומר נשקל שלוש פעמים ביום מסוים. בשעה 7:00 בבוקר היה משקל החומר 120 ק"ג.
בשעה 10:30 בבוקר היה משקל החומר 95 ק"ג.

א. מהו קצב התפרקות החומר הרדיואקטיבי לחצי שעה?

ב. מה תהיה כמות החומר בשעה 15:00 אחר הצהריים?

**16)** מכונית מאבדת $\frac{5}{8}$ מערכה במשך 10 שנים.

א. מהו קצב ירידת הערך של המכונית בכל שנה?

ב. איזה אחוז מערכה תאבד המכונית כעבור 15 שנה?

**17)** מספר התושבים במדינה מסוימת גדל פי 3.5 ב-40 שנים.

א. מצא מהו אחוז הריבוי השנתי.

ב. מצא פי כמה יגדל מספר התושבים כעבור 58 שנים?

## תשובות סופיות:

**1)** א. 1.2 ב. 0.6 ג. 1.05 ד. 1.15
ה. 2. ו. 3. ז. 0.75 ח. 0.5.

**2)** א. 20% גדילה ב. 60% גדילה ג. 15% דעיכה ד. 28% דעיכה.

**3)** א. 80. ב. 45. ג. 150.

**4)** א. 1.165. ב. 0.7469. ג. 0.732. ד. 1.028.
ה. 0.22. ו. 1.03.

**5)** א. 39.88 ב. 0.89 ג. 33.01.

**6)** א. 100. ב. 200. ג. 52,428,800.

**7)** א. 1889.56 גרם. ב. 1422.4 גרם. ג. כן. 456.747 גרם.

**8)** 592.6 ₪.

**9)** 1.41 ק"מ.

**10)** א. 578,642 תושבים. ב. 467,304 תושבים.

**11)** א. 3,200,000 ק"ג ב. 50,000 ק"ג. ג. 4,525,483.4 ק"ג.

**12)** א. 1.029. ב. 9.6 מיליון תושבים.

**13)** א. 1.032. ב. 2117 תוכים.

**14)** 14.16%.

**15)** א. 0.9671. ב. 70.35 גרם.

**16)** א. 0.90657. ב. 77.1%.

**17)** א. 3.18% ב. 6.15.

## שאלות העוסקות במציאת הכמות הסופית:

### שאלות:

**1)** מספר החסידות המגיעות כל שנה לאגם החולה יורד בצורה מעריכית בקצב של 2.4% בשנה. אם מספר החסידות שהגיעו השנה היה 6,000, מה יהיה מספר החסידות שיגיעו עוד 7 שנים?

**2)** מספר התושבים בהרצליה בשנת 1990 היה 80,000. אחוז הגידול באוכלוסיית העיר הוא 3% בשנה. מה יהיה מספר התושבים בהרצליה בשנת 1998?

### תשובות סופיות:

**1)** 5,062 חסידות.

**2)** 101,342 תושבים.

## שאלות העוסקות במציאת הכמות ההתחלתית:

### שאלות:

**3)** מספר הזברות בטנזניה גדל בצורה מעריכית בקצב של 1.6% בשנה.
כיום יש בטנזניה 45,000 זברות. כמה זברות היו בטנזניה לפני 16 שנים?

### תשובות סופיות:

**3)** 34,907 זברות.

## שאלות העוסקות במציאת אחוז הגדילה או דעיכה:

### שאלות:

**4)** מספר הלידות בבית החולים "איכילוב" גדל בצורה מעריכית.
לפני 8 שנים היו ב"איכילוב" 500 לידות בחודש והשנה יש 600 לידות בחודש.
מהו אחוז הגידול במספר הלידות החודשי משנה לשנה ב"איכילוב"?

**5)** מספר התושבים ביפן גדל פי 2 תוך 20 שנים.
מה אחוז הגידול השנתי באוכלוסיית יפן?

**6)** מספר החיידקים במבחנה גדל בצורה מעריכית.
אם לפני 6 שעות היו במבחנה 200 חיידקים ועכשיו יש בה 500 חיידקים,
כמה חיידקים יהיו בה בעוד 4 שעות?

### תשובות סופיות:

**4)** 2.3%.

**5)** 3.5%.

**6)** 921 חיידקים.

## שאלות העוסקות במציאת הזמן:

### שאלות:

**7)** הריבית על תכנית חיסכון בבנק מסוים היא 2.4% בשנה.
אדם הפקיד בתוכנית החיסכון 12,000 ₪.
תוך כמה שנים יהיו ברשותו 15,000 ₪?

**8)** אוכלוסיית הדובים בקוטב הצפוני מכפילה את עצמה כל 18 שנה.
אם היום יש בקוטב הצפוני 6,000 דובים, בעוד כמה שנים יהיו 8,000 דובים?

**9)** חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 60% ממשקלו?

**10)** חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית.
אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 50% ממשקלו?

**11)** זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי הוא 16 ימים.
תוך כמה ימים יאבד שליש ממשקלו?

**12)** בשעה 08:00 נלקחו שני חומרים רדיואקטיביים. מחומר א' נלקחו 150 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 10 שעות. מחומר ב' נלקחו 117.4 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 18 שעות. באיזו שעה משקל החומרים יהיה זהה?

### תשובות סופיות:

**7)** 9.41 שנים.
**8)** 7.47 שנים.
**9)** 16.43 שעות.
**10)** 12.43 שעות.
**11)** 9.43 ימים.
**12)** 16:00

# שאלות שונות:

## שאלות:

**13)** בנק א' נותן ריבית של 3% כל שנתיים בתוכנית חיסכון מסוימת.
בנק ב' נותן ריבית של 4.5% כל 3 שנים בתוכנית חיסכון אחרת.
אדם מתכוון להפקיד סכום כסף מסוים לתקופה של 18 שנה.
באיזה בנק כדאי לו להשקיע את כספו?

**14)** נתונות שתי תרביות חיידקים, כל אחת גדלה בצורה מעריכית.
בשעה מסוימת בתרבית א' היו 4,000 חיידקים ובתרבית ב' היו 500 חיידקים.
נסמן:
$t_1$ - הזמן שחלף עד שבתרבית א' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבית ב'.
$t_2$ - הזמן שחלף עד שבתרבית ב' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבית א'.
חשב את היחס $\frac{t_1}{t_2}$.

**15)** מספר החיידקים בתרבית גדל ב- $p\%$ בכל שעה.
בשעה מסוימת מספר החיידקים היה $m$. כעבור $t$ שעות הוציאו $m$ חיידקים מהתרבית וכעבור עוד $t$ שעות היו $6m$ חיידקים בתרבית.
הבע את $t$ באמצעות $p$.

**הערה:**
שאלות 16-17 עוסקות בפתרון בעיות קיצון מעריכיות.

**16)** נתונה הפונקציה: $f(x)=700\cdot 1.08^x-200x$.
מצא את ערך ה-$x$ של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

**17)** נתונות שתי בריכות דגים. בבריכה א' קצב הריבוי של מספר הדגים הוא 10% בחודש ובבריכה ב' הוא 20% בחודש. כמות הדגים בבריכה א' גדולה פי 5 מכמות הדגים בבריכה ב'. בעוד כמה חודשים לערך ההפרש בין כמות הדגים בבריכה א' לכמות הדגים בבריכה ב' יהיה מקסימלי?

**18)** כמות עצים ביער גדלה בצורה מעריכית לפי אחוז ריבוי של 15% לשנה.
בשנת 1990 נספרו כמות עצים מסוימת ביער. בשנת 2000 כרתו 30,000 עצים ולאחר 5 שנים נוספות, בשנת 2005, נספרו ביער 753365 עצים.
מצא כמה עצים היו ביער בשנת 1990.

**19)** ערכה של דירה יורד מדי שנה באחוז קבוע של 6%. ידוע כי ערך הדירה לאחר 10 שנים מיום מכירתה נמוך ב-35,000 ₪ ממחירה המקורי.

א. מצא את המחיר ההתחלתי של הדירה.

ב. מצא לאחר כמה שנים ערך הדירה ירד מתחת ל-30,000 ₪.

**20)** שני בנקים מציעים שתי תכניות חיסכון כלהלן:
בנק א' מציע תכנית חיסכון ל-8 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-80%.
בנק ב' מציע תכנית חיסכון ל-6 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-60%.

א. באיזה בנק אחוז הריבית השנתית גבוה יותר?

ב. דני משקיע סכום כסף $k$ לפי תכנית חיסכון של בנק א' ובתום התוכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק ב'.
רפי משקיע סכום כסף זהה $k$ לפי תכנית חיסכון של בנק ב' ובתום התכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק א'.
למי יהיה סכום גדול יותר בתום שתי התכניות?
נמק את תשובתך והראה חישוב מתאים.

**21)** שווי שתי מכוניות המוצעות למכירה הוא:
מכונית א' - 60,000 ₪ ומכונית ב'-85,000 ₪.
ידוע כי ערך מכונית ב' יורד ב-4% בכל שנה
וערך מכונית א' יורד ב-2.5% בכל שנה.

א. מצא בעוד כמה שנים יהיו המחירים של שתי המכוניות זהים.

ב. סיגל רוצה לקנות מכונית ולרשותה עומד סכום של 40,000 ₪.
איזו מכונית תוכל לקנות סיגל קודם ולאחר כמה שנים מיום הצעתן?

**22)** כמות אצות בים מתרבה בצורה מעריכית. ידוע כי לאחר 40 שנים כמות אצות מכפילה את עצמה. כדי לצמצם את כמות האצות מבצעים עבודות ניקיון מדי שנה ובהן מנקים כ-200 ק"ג אצות. בחוף מסוים היו בשנת 1990 כ-1200 ק"ג אצות.

א. מצא את קצב גידול האצות השנתי.

ב. מצא כמה אצות יהיו בחוף המסוים בשנת 1993 לאחר הניקיון באותה שנה.

**23)** נתונות שתי כמויות התחלתיות זהות, האחת גדלה בצורה מעריכית והשנייה קטנה בצורה מעריכית. לשתי הכמויות אחוז גדילה/דעיכה קבוע והוא 5%.

א. האם הזמן שבו הכמות הראשונה תגדל לכמות הכפולה מהכמות ההתחלתית שלה שווה לזמן שבו תקטן הכמות השנייה למחצית מהכמות ההתחלתית שלה? נמק והראה חישוב מתאים.

ב. ללא קשר לנתון הקודם, הראה כי כדי ששתי הכמויות יגיעו ליעדיהן באותו הזמן אז הבסיסים שלהן $(q_1, q_2)$ צריכים להיות מספרים הופכיים.

**24)** כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית לפי אחוז קבוע $p$ מדי שעה.
ביום מסוים היו $k$ גרם מהחומר. לאחר 3 שעות הוסיפו עוד $k$ גרם לכמות שנותרה ולאחר 3 שעות נוספות מתברר שנשארו $k$ גרם מהחומר. מצא את $p$.

**25)** ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית.
ידוע כי בשנת 1980 הייתה המנייה שווה $k$ שקלים.
המנייה גדלה באחוז קבוע של 2% לשנה עד לשנת 1992 ומשם צנחה בקצב של 5% לשנה במשך 8 שנים נוספות.
לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010.
אדם הרוצה לקנות את המנייה שנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא $1.5k$.
מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר הצניחה שלה.

**26)** מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של 3% לשנה.
בשנה מסוימת נספרו 2300 עופות בשמורה, לאחר 5 שנים הוסיפו לשמורת הטבע 1000 עופות נוספים.

א. מצא כמה עופות יהיו בשמורה לאחר 5 שנים נוספות.

ב. מצא תוך כמה שנים יהיה מספר העופות בשמורה זהה לזה שמצאת בסעיף א' אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים, אלא אם הייתה גדילה רציפה.

**27)** אדם מפקיד סכום של 120,000 ₪ לפי ריבית דריבית של 12% בשנה.
כעבור $t$ שנים הוא משך את כל הסכום שעמד לרשותו והפקיד אותו ל-$t$ שנים נוספות בתוכנית חיסכון חדשה לפי ריבית דריבית של 15%. בתום תקופה זו עמד לרשותו סכום של 330,252 ₪.

א. מצא את $t$.

לאחר תקופה זו הוא מפקיד את סכום הכסף הסופי בתכנית לפי ריבית דריבית מסוימת. לאחר 5 שנים עמד לרשותו סכום של 821,772 ₪.

ב. מצא את אחוז הריבית החדש.

**28)** ערכן של שתי חלקות אדמה יורד בצורה מעריכית. ידוע כי בזמן שערכה של אדמה א' מגיע למחצית מערכה המקורי, ערכה של אדמה ב' מגיע ל-30% מערכה המקורי. לאחר 50 שנים אדמה א' מאבדת 60% מערכה.

א. מצא את אחוז הדעיכה של אדמה ב'.

ב. ידוע כי לאחר 100 שנים ערכן של שתי האדמות שווה. ערכה המקורי של אדמה ב' הוא 100,000 ₪. מצא את ערכה המקורי של אדמה א'.

**29)** מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של $p$ אחוזים לשנה.
בשנה מסוימת נספרו 3000 עופות בשמורה, לאחר 4 שנים הוסיפו לשמורה 1000 עופות נוספים.

א. מצא את אחוז הגידול השנתי $p$ אם ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות היו בשמורת 5647 עופות.

ב. מצא לאחר כמה שנים יהיו 5647 עופות אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים.

**30)** בכוורת דבורים ידוע כי בכל 10 שעות כמות הדבורים גדלה פי 1.5.

א. מצא באיזה אחוז גדלה כמות הדבורים בכל שעה.

ב. מוציאים לאחר 10 שעות 3000 דבורים וידוע כי נשארו 1500 דבורים. חשב כמה דבורים היו בתחילה בכוורת.

**31)** אדם מפקיד $k$ שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתית של $p\%$. לאחר 5 שנים הוא מושך מהחיסכון $k$ שקלים ולאחר 5 שנים נוספות מתברר כי הצטבר בפיקדון שלו סך הכול $2.5k$ ₪. מצא את $p$.

**32)** ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית.
ידוע כי בשנת 1995 הייתה המנייה שווה $k$ שקלים.
המנייה גדלה באחוז קבוע של 5% לשנה עד לשנת 2000 ושם צנחה בקצב של 8% לשנה במשך 6 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010. אדם הרוצה לקנות את המנייה בשנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא $k$. מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר צניחתה.

## תשובות סופיות:

**13)** בנק א'.

**14)** $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{2}$

**15)** $t=\frac{\ln 3}{\ln\left(\frac{100+P}{100}\right)}$

**16)** $x=17.04$ , מינימום.

**17)** 11 חודשים.

**18)** 100,000 עצים.

**19)** א. 75,858.5 ₪ ב. לאחר 15 שנים.

**20)** א. בנק ב' ב. לשניהם אותו הסכום.

**21)** א. לאחר 22.46 שנים. ב. מכונית א' ולאחר 16 שנים.

**22)** א. 1.017 ב. 653.48 ק"ג אצות.

**23)** א. הכמות השנייה תגיע ליעדה לפני הראשונה.

**24)** 14.82%

**25)** ב-5.95%

**26)** א. 4250 עופות. ב. 20.77 שנים.

**27)** א. $t=4$ ב. $p=20\%$

**28)** א. 3.13% ב. 25,909 ₪

**29)** א. 5% ב. 12.96 שנים.

**30)** א. ב-4.1% ב. 3000 דבורים .

**31)** 16.63%

**32)** ב-6.6%

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 11 - גיאומטריה אנליטית - הישר

### תוכן העניינים

1. מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית ..... 55
2. מצבים הדדיים בין ישרים ..... 59
3. משוואת הישר ..... 61
4. שאלות מסכמות ..... 65

# מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית:

## סיכום כללי:

### נוסחאות כלליות:

- המרחק בין הנקודות $A(x_1,y_1)$ ו-$B(x_2,y_2)$ יחושב ע"י הנוסחה הבאה:
$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$
- אמצע הקטע M שקצוותיו הם: $A(x_1,y_1)$ ו-$B(x_2,y_2)$ הוא:
$$x_M=\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ y_M=\frac{y_1+y_2}{2}.$$
- שיפוע ישר בין שתי נקודות $A(x_1,y_1)$ ו-$B(x_2,y_2)$ הוא: $m_{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$.

## שאלות:

### שאלות העוסקות באמצע קטע:

**1)** מצא את אמצעי הקטעים שקודקודיהם נתונים ע"י הנקודות A ו-B:

א. $A(1,4)\ ,\ B(5,-8)$

ב. $A(-3,0)\ ,\ B(3,-2)$

ג. $A(4,5)\ ,\ B(-4,-5)$

ד. $A\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)\ ,\ B\left(7\frac{1}{2},-2\right)$

ה. $A(6,-1)\ ,\ B(-3,-1)$

ו. $A(4,7)\ ,\ B(4,-12)$

**2)** נתון קטע AB שאמצעו בנקודה M.
מצא את שיעורי נקודת הקצה B אם נתונים שיעורי הנקודות של A ושל M:

א. $A(4,-2)\ ,\ M(2,1)$

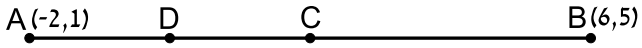
ב. $A(-6,-8)\ ,\ M(0,0)$

ג. $A(13,-11)\ ,\ M(4,-7)$

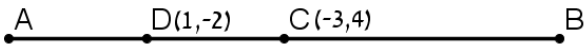
ד. $A\left(\frac{1}{3},-\frac{4}{3}\right)\ ,\ M\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

**3)** נתון משולש שווה שוקיים ABC שבו A הוא קדקוד הראש.
ידוע כי שיעורי הקודקודים B ו-C הם $B(2,-4)\ ,\ C(6,1)$.
מעבירים תיכון AD לבסיס BC.
מצא את שיעורי הנקודה D.

**4)** באיור שלפניך C היא נקודת האמצע של AB, ו-D היא נקודת האמצע של AC.
ידוע כי: $A(-2,1)$ , $B(6,5)$.
מצא את שיעורי הנקודה D.




**5)** באיור שלפניך C היא נקודת האמצע של AB, ו-D היא נקודת האמצע של AC.
ידוע כי: $D(1,-2)$ , $C(-3,4)$.
מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.




**6)** הנקודות $B(-10,4)$ , $A(2,-7)$ ו-$C(6,11)$ הן שלושה קודקודים של מקבילית ABCD.
מצא את שיעורי הקודקוד הרביעי.

**שאלות העוסקות במרחק בין שתי נקודות:**

**7)** מצא את המרחק בין זוגות הנקודות הבאות:

א. $A(4,7),B(-3,7)$
ב. $A(6,2),B(1,2)$
ג. $A(-3,10),B(0,6)$
ד. $A(6,-9),B(1,3)$
ה. $A(4,7),B(13,-1)$
ו. $A(6,6),B(-9,-9)$

**8)** חשב את היקף המשולש ABC שקודקודיו הם: $C(0,14)$ , $B(4,9)$ , $A(3,-2)$.

**9)** נתונות נקודות $B(6,y)$ , $A(14,4)$ שמרחקן הוא 10 יחידות אורך.
מצא את $y$.

**10)** נתונות נקודות $B(15,-2)$ , $A(x,-12)$ שמרחקן הוא 26 יחידות אורך.
מצא את $x$.

**11)** נתונה נקודה B ברביע השלישי, ששיעור ה-$y$ שלה גדול פי 3 משיעור ה-$x$ שלה ומרחקה מהנקודה $A(-4,1)$ הוא 5. מצא את שיעורי הנקודה B.

**12)** במשולש שווה שוקיים $ABC$ $(AB=AC)$ ידוע כי אורכי השוקיים הוא $\sqrt{45}$ יחידות אורך. שיעורי הקודקוד A הם $(0,4)$ ושיעורי ה- $y$ של הקודקודים B ו-C הוא 2-.
מצא את קודקודי המשולש B ו-C (הנח B ברביע הרביעי).

**13)** אורך האלכסון AC במלבן ABCD הוא $d_{AC}=\sqrt{50}$ וידוע כי: $A(-3,-2)$ , $B(-4,1)$.
מצא את היקף המלבן.

**שאלות העוסקות בשיפוע בין שתי נקודות:**

**14)** מצא את השיפוע בין זוגות הנקודות הבאים:

א. $A(5,2)$ , $B(4,1)$

ב. $A(3,-2)$ , $B(-3,1)$

ג. $A(7,8)$ , $B(6,15)$

ד. $A(0,5)$ , $B(7,0)$

ה. $A(6,9)$ , $B(6,-7)$

ו. $A(4,-1)$ , $B(18,-1)$

**15)** מצא את שיפועי הישרים שצלעות המשולש שקודקודיו הם:
$A(6,5)$ , $B(2,13)$ , $C(4,-7)$ מונחים עליהם.

## תשובות סופיות:

1) א. $(3,-2)$ ב. $(0,-1)$ ג. $(0,0)$ ד. $\left(4,-\frac{5}{8}\right)$
ה. $(1.5,-1)$ ו. $(4,-2.5)$.

2) א. $B(0,4)$ ב. $B(6,8)$ ג. $B(-5,-3)$ ד. $B\left(1,\frac{2}{3}\right)$.

3) $D(4,-1.5)$.

4) $D(0,2)$.

5) $A(5,-8)$ , $B(-11,16)$.

6) $D(18,0)$.

7) א. $d_{AB}=7$ ב. $d_{AB}=5$ ג. $d_{AB}=5$ ד. $d_{AB}=13$
ה. $d_{AB}=\sqrt{145}$ ו. $d_{AB}=15\sqrt{2}$.

8) 33.727 יחידות אורך $\approx P_{ABC}$.

9) $y=10$ או $y=-2$.

10) $x=-9$ או $x=39$.

11) $B(-1,-3)$.

12) $B(3,-2)$ , $C(-3,-2)$.

13) 18.97 יחידות אורך $\approx P_{ABCD}=6\sqrt{10}$.

14) א. $m_{AB}=1$ ב. $m_{AB}=-\frac{1}{2}$ ג. $m_{AB}=-7$ ד. $m_{AB}=-\frac{5}{7}$
ה. שיפוע לא מוגדר. ו. $m_{AB}=0$.

15) $m_{AC}=6$ , $m_{BC}=-10$ , $m_{AB}=-2$.

# מצבים הדדיים בין ישרים:

## סיכום כללי:

**מצב הדדי בין שני ישרים:**

- ישרים מקבילים מקיימים: $m_1 = m_2$ , $n_1 \neq n_2$.
- ישרים חותכים מקיימים: $m_1 \neq m_2$.
- ישרים מתלכדים מקיימים: $m_1 = m_2$ , $n_1 = n_2$.

## שאלות:

**22)** מצא את נקודות החיתוך שבין זוגות הישרים הבאים:

א. $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y = x - 12 \\ y = 4x + 6 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$

**23)** קבע את המצב ההדדי בין זוגות הישרים הבאים:

א. $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y = x - 7 \\ y = x + 6 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} y = 6x - 15 \\ y = 3x + 41 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} y = x + 8 \\ y = x + 8 \end{cases}$

**24)** קבע אלו מבין זוגות הישרים הבאים הם מאונכים זה לזה:

א. $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{1}{2}x + 4 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} y = -4x - 5 \\ y = \frac{1}{4}x + 5 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} y = x - 6 \\ y = -x + 6 \end{cases}$

**25)** משוואת הצלע AB של המלבן ABCD היא $y = 6x - 2$.

א. מה הם שיפועי הצלעות האחרות של המלבן?

ב. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף הקודם אם משוואת הישר הנ"ל הייתה שייכת לצלע BC במקום AB?

**26)** במשולש ABC נתונים שיעורי הקודקודים: $A(5,-1)$ , $B(3,7)$ , $C(-5,5)$.
הוכח שהמשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

**27)** מצא את משוואות הישרים הבאים:

א. ישר העובר דרך הנקודה $A(1,3)$ ושיפועו $m=2$.

ב. ישר העובר דרך הנקודה $A(0,-4)$ ושיפועו $m=\frac{1}{3}$.

ג. ישר העובר דרך הנקודה $A(5,9)$ ושיפועו $m=0$.

ד. ישר העובר דרך הנקודות $A(5,-12)$ ו-$B(6,-6)$.

ה. ישר העובר דרך הנקודה $A(-6,4)$ ומקביל לישר: $y=2x-3$.

ו. ישר העובר דרך הנקודה $A(3,-5)$ ומקביל לציר ה-$y$.

ז. ישר העובר דרך הנקודה $A(-7,-3)$ ומאונך לישר: $y=x+3$.

ח. ישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים: $y=11x-4$ ו-$y=3x-12$
ומקביל לישר: $y=7x+5$.

## תשובות סופיות:

**22)** א. $(-1,1)$ ב. $(-6,-18)$ ג. $(10,16)$.

**23)** א. נחתכים. ב. מקבילים. ג. נחתכים. ד. מתלכדים.

**24)** מאונכים: ג', ד'. לא מאונכים: א', ב'.

**25)** א. $m_{AB}=m_{CD}=6$ , $m_{BC}=m_{AD}=-\frac{1}{6}$.

ב. הכל הפוך: $m_{AB}=m_{CD}=-\frac{1}{6}$ , $m_{BC}=m_{AD}=6$.

**26)** שאלת הוכחה.

**27)** א. $y=2x+1$ ב. $y=\frac{1}{3}x-4$ ג. $y=9$ ד. $y=6x-42$

ה. $y=2x+16$ ו. $x=3$ ז. $y=-x-10$ ח. $y=7x-8$.

# משוואת הישר:

## סיכום כללי:

### שיפועים של ישרים:

- שיפועי ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$.
- הקשר בין שיפוע ישר לזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-$x$: $m = \tan\alpha$.

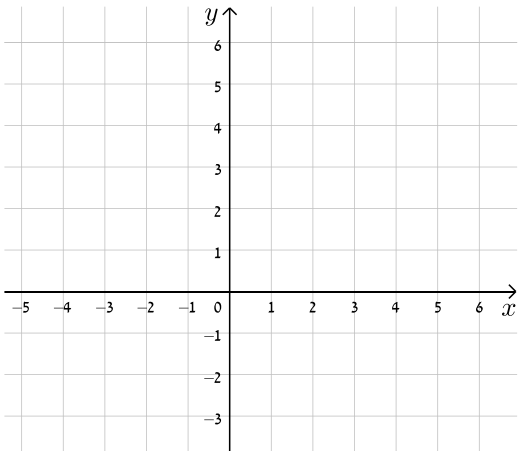
### משוואת הישר:

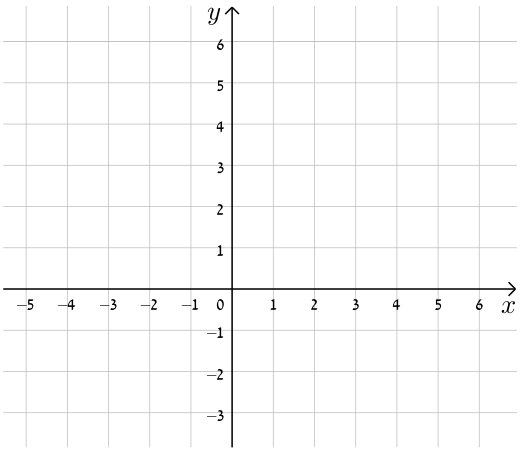
- משוואת ישר מפורשת היא מהצורה: $y = mx + n$.
  כאשר: $m$ הוא שיפוע הישר ו-$n$ הוא שיעור ה-$y$ של נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-$y$.
- נוסחה למציאת משוואת ישר: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

## שאלות:

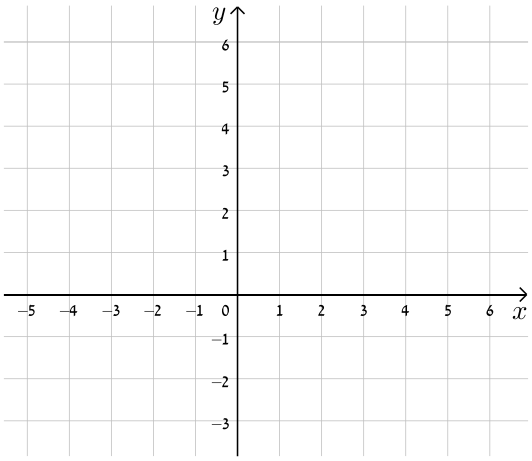
**16)** עבור כל אחד ממשוואות הישרים הבאות, מצא את נקודות החיתוך עם הצירים וסרטט את הישרים במערכת הצירים שלפניך.

א. $y = x + 4$ ב. $y = -x + 5$

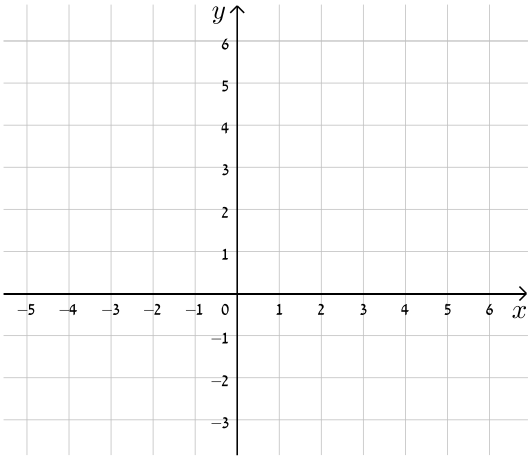


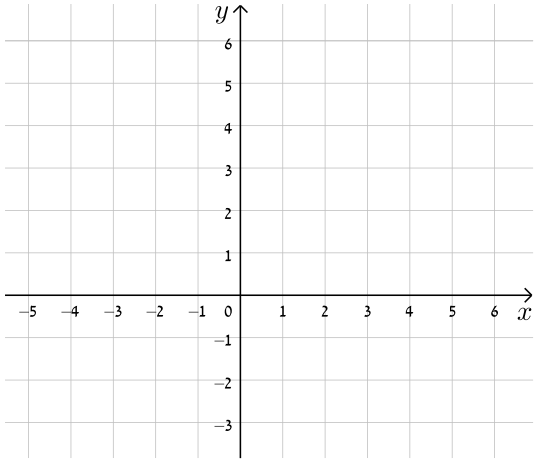
ג. $y=2x-3$



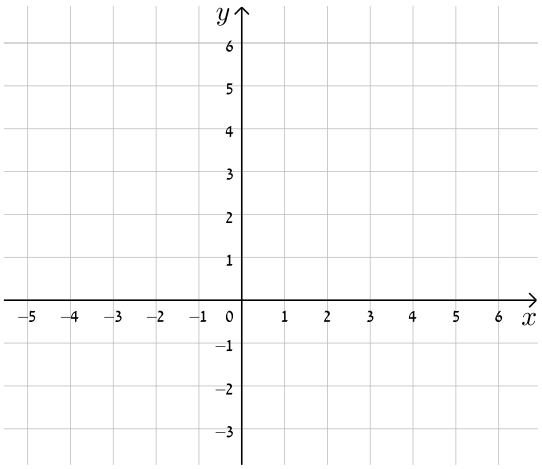
ד. $y=-3x+5$



ה. $y=3x-1$

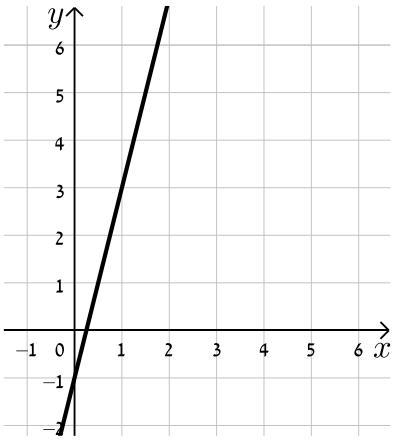


ו. $y=8-4x$

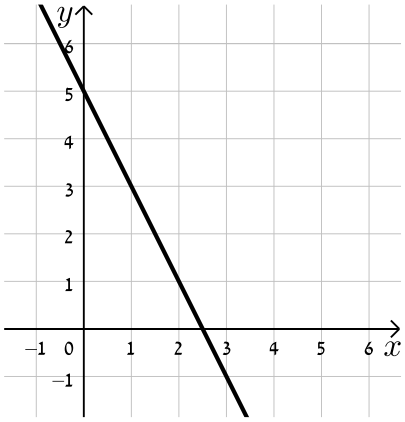


**17)** כתוב את משוואת הישר המתאימה לכל אחד מהישרים הבאים:

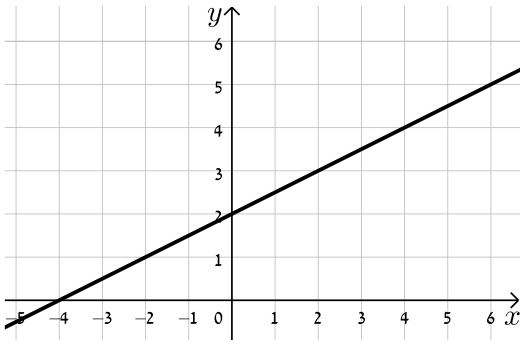
א.



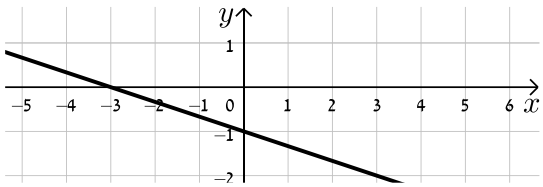
ב.



ג.




ד.




**18)** התאם בין משוואות הישרים הבאים לישרים בשרטוט:

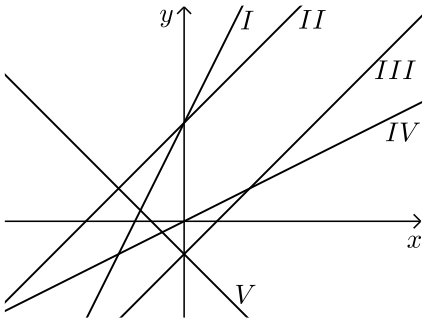
א. $y=x+3$.

ב. $y=-x-1$.

ג. $y=2x+3$.

ד. $y=x-1$.

ה. $y=\frac{1}{2}x$.




**19)** נתונה משוואת הישר הבאה: $y=2x+3$. קבע אלו מבין הנקודות הבאות נמצאות עליו: $D(6,15)$ , $C(0,4)$ , $B(3,3)$ , $A(-1,1)$.

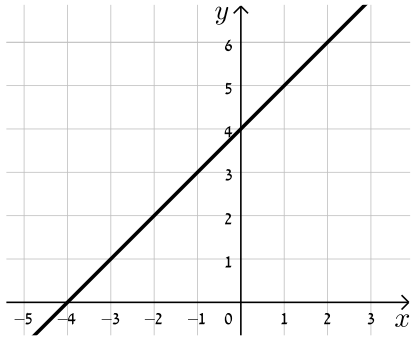
**20)** נתונה משוואת הישר הבאה: $y=mx-2.5$. ידוע כי הנקודה $A(4,2)$ נמצאת על הישר. מצא את $m$ וקבע האם גם הנקודה $B(7,-2)$ נמצאת עליו.

**21)** הנקודות $B(4,1)$ , $A(5,-3)$ נמצאות על ישר שמשוואתו היא: $y=mx+n$.
מצא את $m$ ואת $n$.

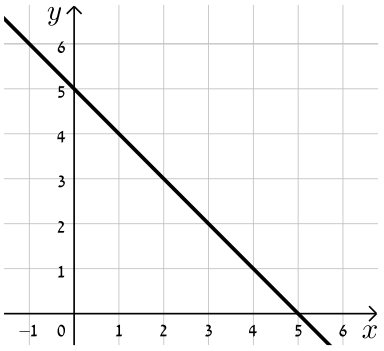
## תשובות סופיות:

**16)** להלן הגרפים של משוואות הישרים:

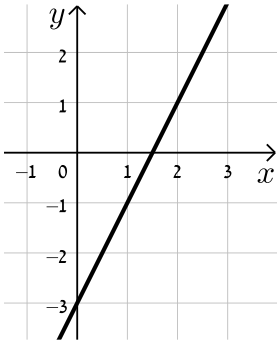
א.



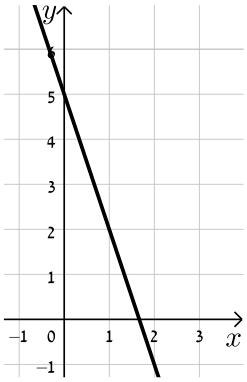
ב.



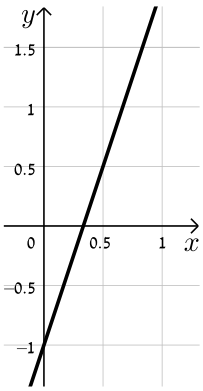
ג.



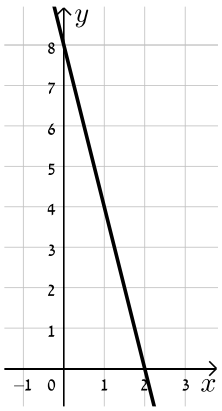
ד.



ה.



ו.



**17)** א. $y=4x-1$ ב. $y=-2x+5$ ג. $y=\frac{1}{2}x+2$ ד. $y=-\frac{1}{3}x-1$.

**18)** א.II. ב.V. ג.I. ד.III. ה.IV.

**19)** נמצאות: A , D. לא נמצאות: B , C.

**20)** $m=\frac{9}{8}$ , B לא נמצאת.

**21)** $m=-4$ , $n=17$.

# שאלות מסכמות:

## שאלות:

**28)** במשולש ABC מעבירים את התיכון AD לצלע BC.
ידוע כי: $A(3,-2)$ , $B(2,4)$ , $D(-2,2)$.

א. כתוב את משוואת הישר של התיכון AD.

ב. מצא את שיעורי הקודקוד C.

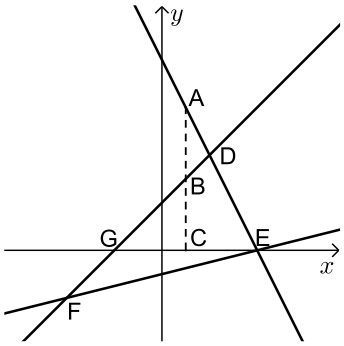
ג. כתוב את משוואת הישר של הצלע AC.

**29)** נתון מעוין ABCD שבו נתונים הקודקודים $A(-9,1)$ ו-$B(5,-7)$.
משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא $x+3y+6=0$.

א. מצא את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD.

ב. מצא את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.

**30)** שלוש המשוואות הבאות מייצגות את הישרים המופיעים בשרטוט:
$x-4y-4=0$ , $x-y+2=0$ ו-$2x+y-8=0$.
הקטע AC מקביל לציר ה-$y$.




א. חשב את שטח המשולש DEF.

ב. נתון: $d_{BC}=3$.
חשב את אורך הקטע AB.

**31)** BD הוא התיכון לצלע AC במשולש ABC שבו נתון הקודקוד $A(-6,1)$.
משוואת התיכון BD היא $x-y=1$ ומשוואת הצלע BC היא $3x+5y=67$.
מצא את שיעורי הקודקוד C.

**32)** נתון טרפז ABCD $(AB\|CD)$ ובו משוואת השוק BC היא: $x=2$.
משוואת הבסיס CD היא $2x+3y=7$ וידוע כי $A(-4,1)$.

א. מצא את משוואת הבסיס AB.

ב. מצא את שיעורי הקודקודים B ו-C.

ג. מעבירים את האלכסון AC.
הראה כי המשולש ABC הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

## תשובות סופיות:

**28)** א. $y=-\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}$ ב. $C(-6,0)$ ג. $y=-\frac{2}{9}x-\frac{4}{3}$.

**29)** א. $l_{BD}: y=3x-22$. ב. $l_{BC}: y=-\frac{1}{8}x-6\frac{3}{8}$.

**30)** א. 18 יח"ש $=S_{EDF}$. ב. 3 יחידות אורך $=AB$.

**31)** $C(14,5)$.

**32)** א. $y=-\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$ ב. $B(2,-3)$ , $C(2,1)$ ג. 12 יחידות שטח $=S_{ABC}$.

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 12 - טריגונומטריה - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

### תוכן העניינים

1. הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 13 - טריגונומטריה - זהויות טריגונומטריות

### תוכן העניינים

1. זווית כפולה ..... (ללא ספר)
2. מעגל היחידה ..... (ללא ספר)
3. זהויות היסוד ..... (ללא ספר)
4. סכום והפרש זוויות ..... (ללא ספר)
5. סכום והפרש פונקציות ..... (ללא ספר)
6. ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 14 - טריגונומטריה - משוואות טריגונומטריות

### תוכן העניינים

1. משוואות הנפתרות על ידי טכניקה אלגברית ..... (ללא ספר)
2. משוואות הנפתרות על ידי שימוש בזהויות ..... (ללא ספר)
3. משוואות טריגונומטריות כלליות ..... (ללא ספר)
4. משוואות עם זוויות ברדיאנים ..... (ללא ספר)
5. משוואות עם תחום נתון ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 15 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים

### תוכן העניינים

1. הקדמה כללית ..... (ללא ספר)
2. כללי הגזירה ..... (ללא ספר)
3. שימושי הנגזרת ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 16 - חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות

### תוכן העניינים

1. אסימפטוטות של פונקצית מנה ושורש ..... (ללא ספר)
2. חקירת פולינום ..... (ללא ספר)
3. חקירת פונקציה עם פרמטר ..... (ללא ספר)
4. חקירת פונקציות מנה ופונקציות שורש ..... (ללא ספר)
5. פונקציה זוגית ואי-זוגית ..... (ללא ספר)
6. תחום הגדרה של פונקצית מנה ושורש ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 17 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציות טריגונומטריות

### תוכן העניינים

1. גזירה של פונקציות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
2. הגדרות כלליות ..... (ללא ספר)
3. הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
4. חקירת פונקציות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
5. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים ..... (ללא ספר)
6. מציאת נקודות קיצון ..... (ללא ספר)
7. מציאת תחום הגדרה של פונקציות טריגונומטריות ..... (ללא ספר)
8. שאלות עם משיקים ..... (ללא ספר)
9. שאלות שונות מבחינות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 18 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציות מעריכיות

### תוכן העניינים

1. גזירה של פונקציות מעריכיות ..... (ללא ספר)
2. חקירת פונקציות מעריכיות ..... (ללא ספר)
3. שאלות עם משיקים ..... (ללא ספר)
4. שאלות שונות מבחינות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 19 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציות לוגריתמיות

### תוכן העניינים

1. גזירה של פונקציות לוגריתמיות ..... (ללא ספר)
2. חקירת פונקציות לוגריתמיות ..... (ללא ספר)
3. שאלות עם משיקים ..... (ללא ספר)
4. שאלות שונות מבחינות ..... (ללא ספר)

# מכינה למתמטיקה 4 יחידות לימוד

## פרק 20 - חשבון דיפרנציאלי - בעיות קיצון

### תוכן העניינים

1. בעיות קיצון עם מספרים ..... (ללא ספר)
2. בעיות קיצון בהנדסת המישור ..... (ללא ספר)
3. בעיות קיצון בהנדסת המרחב ..... (ללא ספר)
4. בעיות קיצון עם מהירויות ..... (ללא ספר)
5. בעיות קיצון כלכליות ..... (ללא ספר)
6. בעיות קיצון בפונקציות וגרפים ..... (ללא ספר)