מכינה לאדריכלות

תוכן העניינים

1. הקדמה מתמטית לקורס 1
2. מבוא 7
3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר 15
4. וקטורים 38
5. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון) 59
6. מומנט כוח - 72

מכינה לאדריכלות

פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

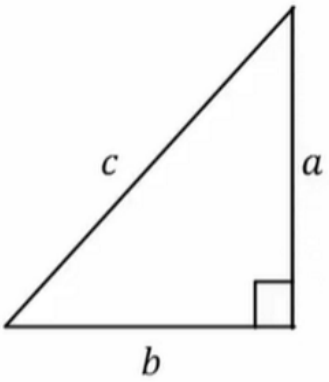
תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות 1
2. 1.משוואת הקו הישר 5
3. 2.הפרבולה 6

פונקציות טריגונומטריות:

רקע

במשולש ישר זווית:



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$	$90^\circ-\alpha$
$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$	$90^\circ+\alpha$
$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$	$180^\circ-\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$	2α
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\alpha\pm\beta$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית \הפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

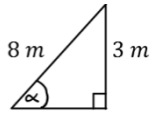
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

שאלות:

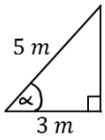
1) חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

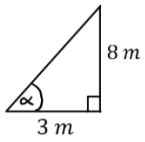
א.



ב.



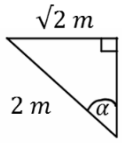
ג.



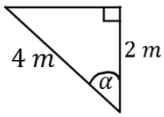
2) משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

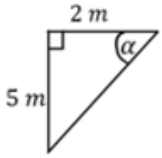
א.



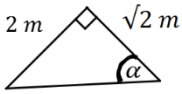
ב.



ג.



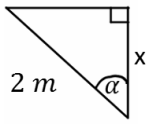
ד.



3) מציאת ניצבים

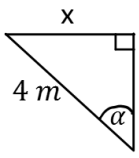
חשב את x במקרים הבאים:

א.



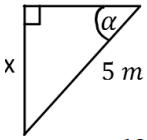
$\alpha = 30^0$

ב.



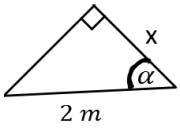
$\alpha = 45^0$

ג.



$\alpha = 60^0$

ד.



$\alpha = 40^0$

תשובות סופיות:

1) א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

2) א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

משוואת הקו הישר:

רקע:

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

m - שיפוע

n - נקודת חיתוך עם ציר ה- y.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

שאלות:

1) משוואת הישר משתי נקודות

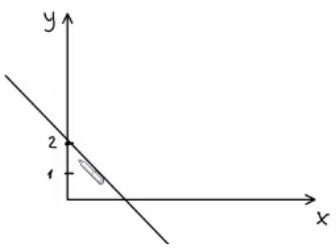
א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1,3),(4,-2)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

תשובות סופיות:

1) א. $y = -x + 2$

ב.



הפרבולה:

רקע:

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שאלות:

1) נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

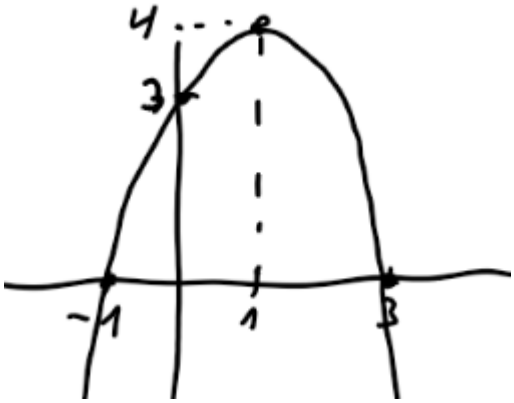
א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

תשובות סופיות:

1) א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.



מכינה לאדריכלות

פרק 2 - מבוא

תוכן העניינים

1. מעברים בין יחידות 7
2. יחידות פיזיקאליות 9
3. צפיפות 10
4. צורת כתיבה ורמת דיוק ..... (ללא ספר)
5. הערכת סדרי גודל 12
6. תרגילים 13

מעברים בין יחידות:

נוסחאות:

קילו (k) זה 1000 : $1km=1000m\ ;\ \ 1kg=1000gr$

מילי (m) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm=\frac{1}{1000}m$, ומיליגרם $1mg=\frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter=1000cm^3$

קוב: 1קוב $=1000liter=1000m^3$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה $1lightyear=9.4608\cdot10^{15}m$

שאלות:

1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5cm\cdot s$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$.

א. $5\cdot 2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

5) ליטר - דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

תשובות סופיות:

1) $20m\cdot kg$

2) א. $4m^2$ ב. $37.5\cdot 10^{-5}\frac{sec\cdot kg}{m}$

3) א. $10^4 cm^2$ ב. $10^6 cm^3$

4) א. $5.2\cdot 10^6 cm^3$ ב. $0.32cm^3$ ג. $5.4\cdot 10^{12} cm^3$

5) א. $5\cdot 10^3 liter$ ב. $5\cdot 10^{-6} liter$

יחידות פיזיקאליות:

רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$
$$a^b a^c = a^{b+c}$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

שאלות:

1) תרגיל

נתון: $D = 2\frac{kg}{m}$, $C = 1\frac{kg}{sec}$, $B = 3m^2$, $A = 2m \cdot sec$.

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

תשובות סופיות:

1) א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66\frac{kg}{m}$ ג. $4m^2$

צפיפות:

רקע

צפיפות נפחית : $\rho = \frac{M}{V}$

צפיפות משטחית : $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית : $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

שאלות:

1) דיסקה עם חור

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M.

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r.
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

1) א. $\frac{M}{\pi R^2}$ ב. $M\left(\frac{r}{R}\right)^2$

הערכת סדרי גודל:

שאלות:

1) נשימות

הערך את מספר הנשימות של אדם בחייו.

תשובות סופיות:

1) $N = 10^9$

תרגילים:

שאלות:

1) מסע של האור

האור זז במהירות של כ- $v = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

א. חשב את המרחק שעובר האור בשנתיים.

ב. כמה זמן ייקח לאור לעבור בין שתי גלקסיות שהמרחק ביניהם הוא: $2 \cdot 10^{19} m$?

2) צפיפות אטום המימן

חשב פי כמה גדולה צפיפות הפרוטון מצפיפות אטום המימן המורכב מפרוטון ואלקטרון בלבד. מסת הפרוטון: $1.67 \cdot 10^{-27} kg$, מסת האלקטרון: $9.11 \cdot 10^{-31} kg$, קוטר הפרוטון: $3 \cdot 10^{-15} m$, קוטר אטום המימן: $10^{-10} m$.

3) שלג על הירח

הנח שעל הירח יורד שלג, השלג יורד בקצב שבו כל חצי שניה פוגע פתית שלג בפני הירח. הערך תוך כמה זמן יכוסה הירח כולו בשכבת שלג בגובה 2 מטר (הנח שהשלג לא נמס). רדיוס הירח: $1.74 \cdot 10^6 m$, רדיוס פתית שלג הוא: $2c.m$.

4) אטומים בגרגיר חול

רדיוס אטום הוא בערך: $10^{-7} c.m$. רדיוסו של גרגיר חול הוא: $10^{-2} c.m$.
הערך כמה אטומים יש בגרגיר חול.

הדרכה: השתמש בנוסחה של נפח כדור: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ עבור נפח האטום ועבור נפח הגרגיר. התעלם מ"רווחים" בין האטומים בתוך גרגיר החול.

5) כדורי פינגפונג בחדר

הערך כמה כדורי פינגפונג ניתן לדחוס בחדר ממוצע

תשובות סופיות:

1) א. $2\cdot10^{16}\,\mathrm{m}$ ב. $t=2000$

2) $3.71\cdot10^{13}$

3) $t=1.14\cdot10^{18}\,\mathrm{sec}$

4) $\mathrm{N}=10^{15}$

5) 750,000

מכינה לאדריכלות

פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

תוכן העניינים

1. העתק 15
2. תנועה במהירות קבועה 17
3. מהירות ממוצעת 22
4. תאוצה 24
5. תרגול 29
6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית 35
7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית -אינטגרלים 37

העתק:

רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:
1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

שאלות:

1) כדור
חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$, ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$.
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

2) דני ודנה
הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$, והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$, ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

3) העתק ודרך
מכונית נוסעת מת"א לחיפה, וחוזרת חזרה לת"א. המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

תשובות סופיות:

1) -3m

2) בדרך הלוך: 30m, הכיוון חיובי; בדרך חזור: -30m, הכיוון שלילי.

3) העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

תנועה במהירות קבועה:

רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

שאלות:

1) יוסי מאחר לשיעור
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

2) מיקומו של גוף
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

3) תנועה ביחס ל-A
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

4) גוף חולף דרך שתי נקודות

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

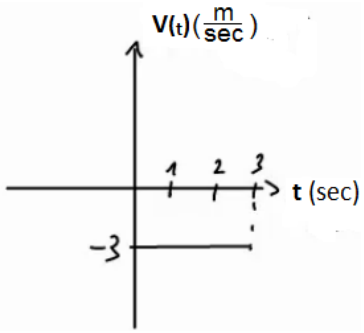
א. מהי מהירות הגוף?
ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?
ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

5) גוף נע שמאלה

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.
בחר את כיוון ציר ה- x ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?
ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

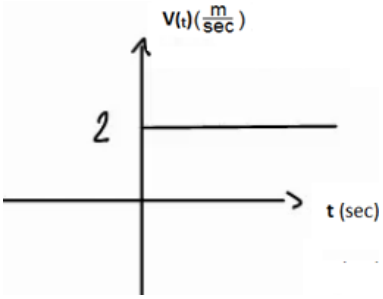
6) מהירות שלילית



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.
ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

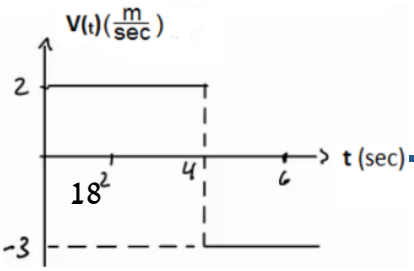
7) מיקום שלילי



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.
ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

8) מהירות מתחלפת



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב-$t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

9) שתי מכוניות זו לקראת זו

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

תשובות סופיות:

1) $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

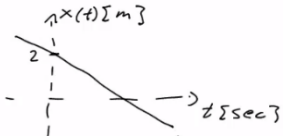
3) א. $x(t=8)=40\text{m}$, $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

4) א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

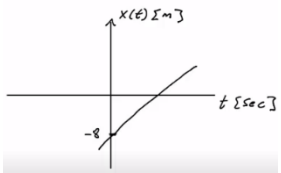
5) א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}\,,x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$, $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

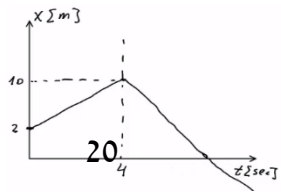
6) א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.



7) א. $x(t)=-8+2t$ ב.



8) א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.



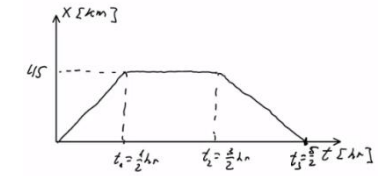
9) א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

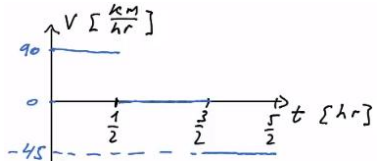
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

10) א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב.
$$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$

ג.





11) א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}$; $t=2\text{hr}$

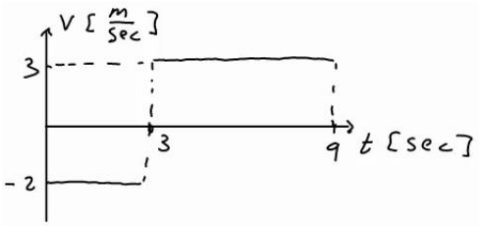
מהירות ממוצעת:

שאלות:

1) דני נוסע מחיפה לטבריה

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

2) מהירות ממוצעת מתוך גרף



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

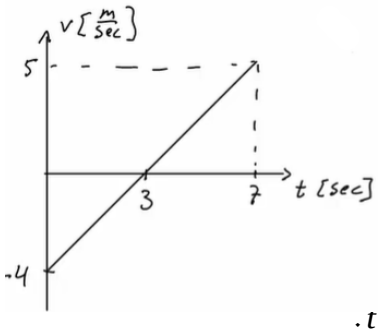
3) מת״א לב״ש דרך חיפה

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$, $\left|\bar{V}\right|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

תאוצה:

שאלות:

1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

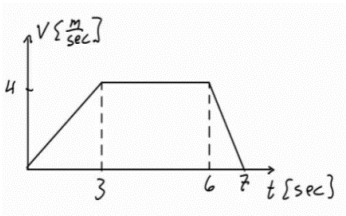
2) משאית מאיצה
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

3) אופנוע מאיץ ממנוחה
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

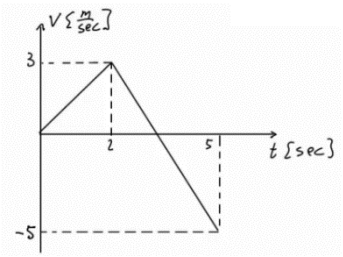
5) תאוטה
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

6) גרף מהירות



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

7) גרף מהירות שלילית



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

8) דנה רצה בתאוצה קבועה

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

9) אופנוע משיג מכונית

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

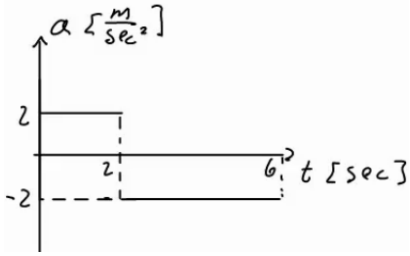
10) דני ודנה רצים זה לקראת זו

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום



גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

12) מסלול המראה של סטנה

מטוס סטנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ״ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

13) מרחק בלימה

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ״ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ״ש.
מהו ״מרחק הבלימה״ (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ״ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

14) עומר עוצר לפני רמזור

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ״ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

תשובות סופיות:

1) $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2) $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

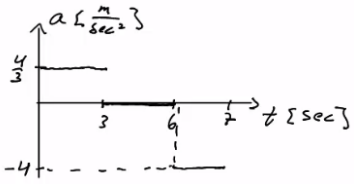
3) א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

4) $t=23\text{sec}$

5) א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

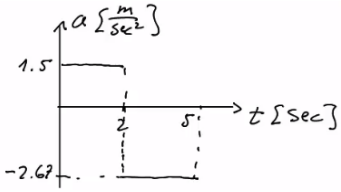
6) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

7) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

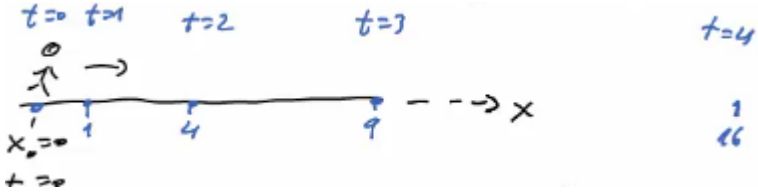


חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

8) א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$, $X(t=2)=4\text{m}$, $X(t=3)=9\text{m}$, $X(t=4)=16\text{m}$

ג.



9) $t_1=18.79$

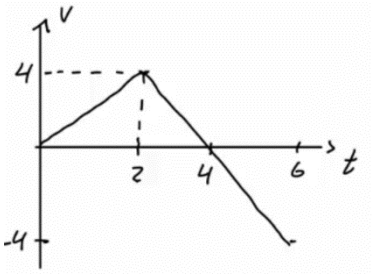
10) א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$, המיקום : 16.65m.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

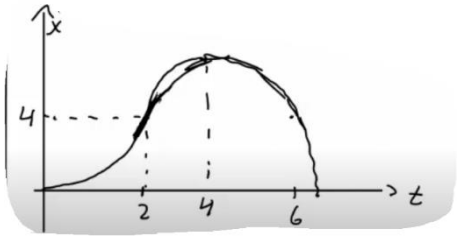
11) א. כאשר $0<t<2$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$; כאשר $2<t<6$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :



שרטוט עבור מקום :



12) $\Delta x=173.61\text{m}$

13) $\Delta x=61.73\text{m}$

14) א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

תרגול:

שאלות:

1) מאפס לארבעים בעשר שניות

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

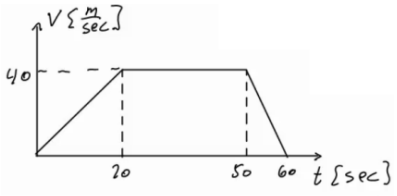
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

2) גרף של מהירות אופנוע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

3) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

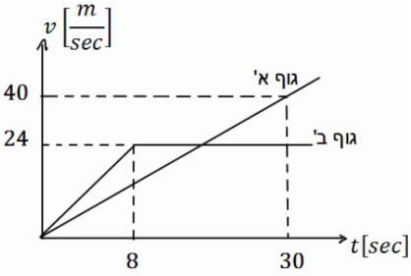
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

4) גרף מהירויות של שני גופים

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

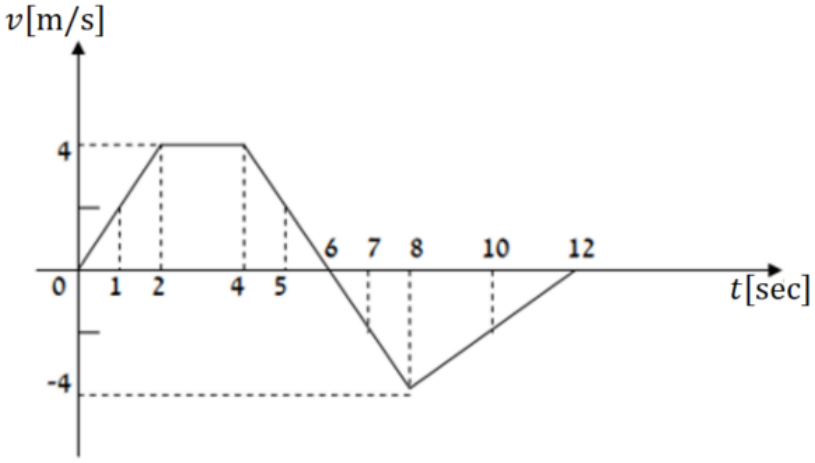


א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) גרף מהירות זמן בקו ישר

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



6) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

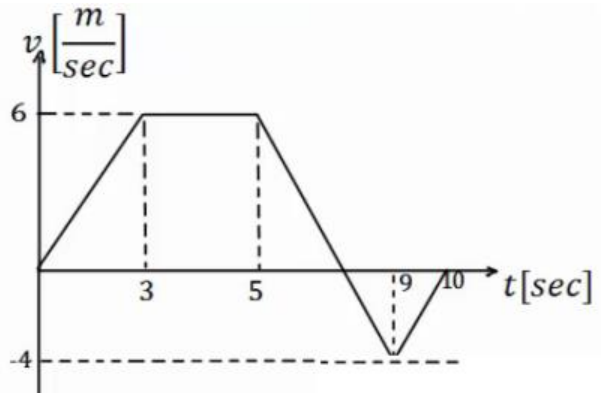
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t=6\text{sec}$?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



7) שני נתונים בזמנים שונים

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב- $t=2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב- $t=4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$, ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב- $t=0$)?

8) שוטר רודף אחרי מכונית

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע
ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

9) זמן מינימלי לסיים מסלול**

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה**

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב'.
זמן הנסיעה הכולל הוא T.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובות סופיות:

1) א. $4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=200\text{m}$ ג. $20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. קטן.

ה. $t=4\text{sec}$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

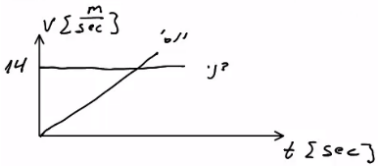
2) א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=40)=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=55)=20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

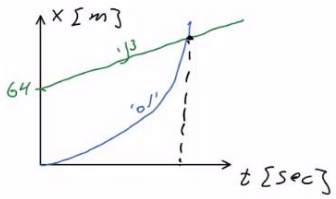
ד. $x(t=15)=225\text{m}$, $x(t=40)=1,200\text{m}$, $x(t=55)=1,750\text{m}$

3) א. דני - $V(t)=14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t)=8t$; גרף:



ב. $t=1.75\text{sec}$; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:



ד. ב-$t=6.12$, המרחק: 149.82m.

4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $8\le t$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

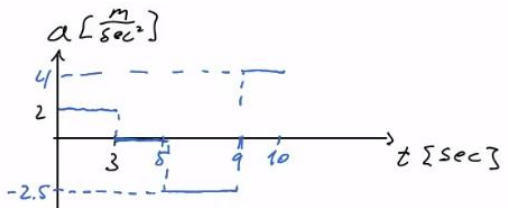
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5\text{m}$, וכש-$\Delta x(t=24)=96\text{m}$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18\text{sec}$ ה. כש-$t=31.42\text{sec}$.

5) א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

6) א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

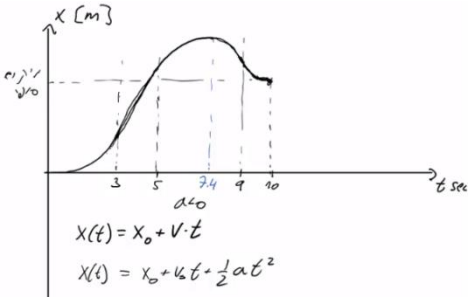
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:



ג. בזמן: 7.4sec ; המרחק: 28.2m.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

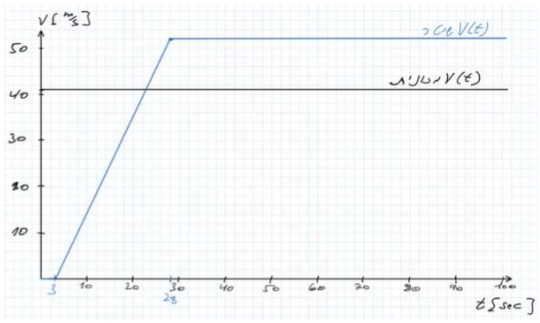


7) א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

8) א. 3877m ב.



9) $T=58\text{sec}$

10) $t_2=\frac{T}{5}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

רקע

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$x(t) = \int v(t)dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$
$$v(t) = \int a(t)dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

$$(\boldsymbol{cosx})' = -\boldsymbol{sinx}$$
$$(\boldsymbol{sinx})' = \boldsymbol{cosx}$$

שאלות:

1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?
ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7\,\text{sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

2) מיקום עם קוסינוס

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t)=A\cos(\omega t)$,

(A ו- ω קבועים נתונים).

א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0\le t\le 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega=1$, $\omega=2$ ו- $\omega=0.5$.

ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?

ד. הראה שמתקיים: $a(t)=-\omega^2 x(t)$.

ה. אם מודדים את t בשניות, מה היחידות של ω?

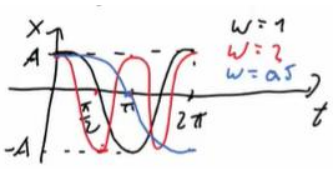
תשובות סופיות:

1) א. $2t+6t^2$ ב. $1,430\frac{m}{sec}$, $210\frac{m}{sec}$ ג. $a(t)=2+12t$, $a(t=7)=86\frac{m}{sec^2}$

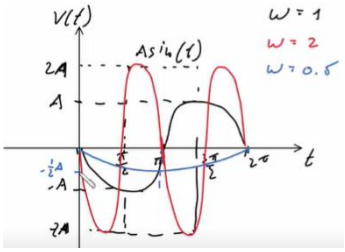
ד. $182\frac{m}{sec^2}$, $62\frac{m}{sec^2}$

2) א. $a(t)=-\omega^2 A\cos(\omega t)$, $v(t)=-\omega A\sin(\omega t)$

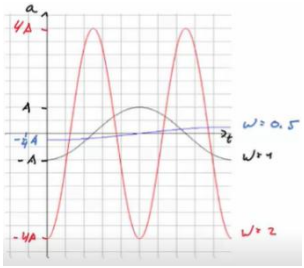
ב. מיקום:



מהירות:



תאוצה:



ג. מקסימלית: $t_{max}=\frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ או $t=\frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega]=\frac{1}{sec}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

שאלות:

1) מצא מהירות ומיקום

גוף נע בתאוצה של: $a=4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ-$x_0=2$.

תשובות סופיות:

1) א. $v(t)=t^4$ ב. $x(t)=\frac{t^5}{5}+2$

מכינה לאדריכלות

פרק 4 - וקטורים

תוכן העניינים

1. הגדרות סימונים והצגות 38
2. פעולות בין וקטורים 43
3. מכפלה סקלרית 47
4. וקטור יחידה 50
5. מכפלה וקטורית בדו-מימד 51
6. וקטור בשלושה מימדים 53
7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים 55
8. חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית 56
9. תרגילים נוספים 58

הגדרות סימונים והצגות:

רקע:

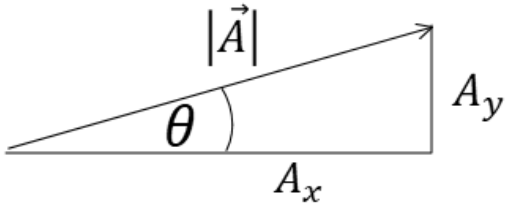
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית θ עם ציר ה x החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.



מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$
$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה x החיובי ואז A_x יהיה הניצב שליד הזווית ו- A_y הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

שאלות:

1) הצגה פולרית

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

שם הוקטור	גודל הוקטור	זווית הוקטור עם ציר ה- x
$\vec{A}$	$\left\|\vec{A}\right\|=2$	$\theta_A=30°$
$\vec{B}$	$\left\|\vec{B}\right\|=4$	$\theta_B=30°$
$\vec{C}$	$\left\|\vec{C}\right\|=2$	$\theta_C=90°$
$\vec{D}$	$\left\|\vec{D}\right\|=4$	$\theta_D=120°$
$\vec{E}$	$\left\|\vec{E}\right\|=2$	$\theta_E=300°$
$\vec{F}$	$\left\|\vec{F}\right\|=2$	$\theta_F=-60°$

2) הצגה קרטזית

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

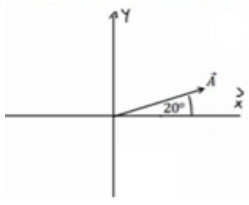
$\vec{A}=(1,2)$, $\vec{B}=(-2,3)$, $\vec{C}=(-3,-2)$, $\vec{D}=(2,-1)$.

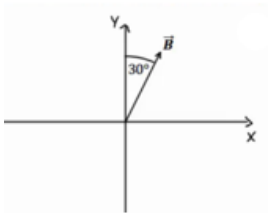
3) מעבר מפולרי לקרטזי

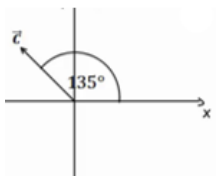
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

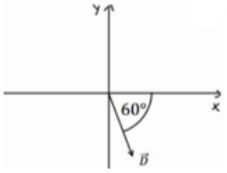
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. ב. ג. ד.





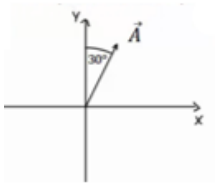


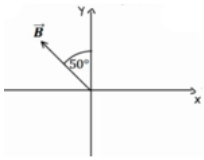


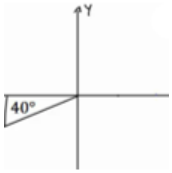
4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים

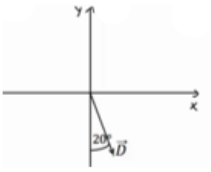
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.

רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. 

ב. 

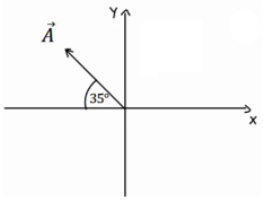
ג. 

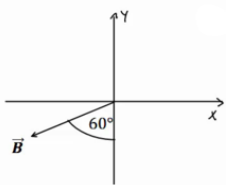
ד. 

5) פירוק לרכיבים

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.

מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

א. 

ב. 

פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

6) מקרטזי לפולרי

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(2,-1)$

ב. $\vec{B}=(-0.5,-2)$

7) מקרטזי לפולרי

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.

מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.

את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה-x החיובי.

א. $\vec{A}=(2,3)$

ב. $\vec{B}=(-1,2)$

ג. $\vec{C}=(0,-3)$

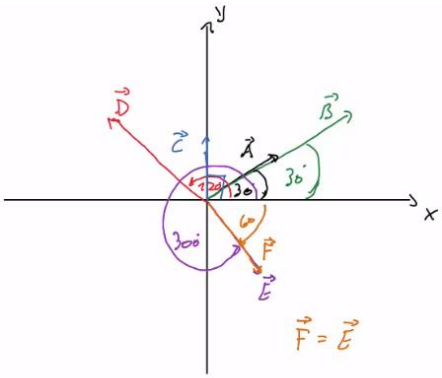
ד. $\vec{D}=(2,-2)$

ה. $|\vec{E}|=3$, $E_x=2$ הוקטור ברביע הראשון.

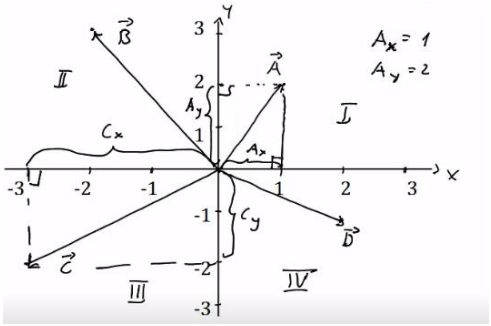
ו. $|\vec{E}|=3$, $E_y=-1$ הוקטור ברביע השלישי.

תשובות סופיות:

1) ראו שרטוט:



2) ראו שרטוט:



3) $\vec{A}=(1.88,\ 0.68)$, $\vec{B}=\left(1,\ \sqrt{3}\right)$, $\vec{C}=\left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$, $\vec{D}=\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$

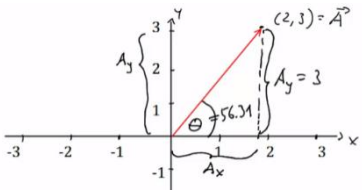
4) א. $\vec{A}=\left(\frac{3}{2},\ 2.60\right)$ ב. $\vec{B}=(-2.30,\ 1.93)$ ג. $\vec{C}=(-2.30,\ -1.93)$

ד. $\vec{D}=(-2.30,\ -1.93)$

5) א. $\vec{A}=(-3.28,\ 2.29)$ ב. $\vec{B}=(-4.33,\ -2.5)$

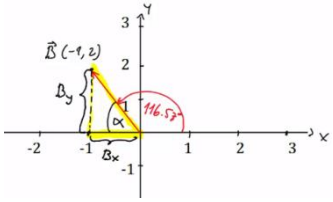
6) א. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_A=-26.57=333.43°$ ב. $\left|\vec{B}\right|=2.06$; $\theta_B=255.96°$

7) א. שרטוט:



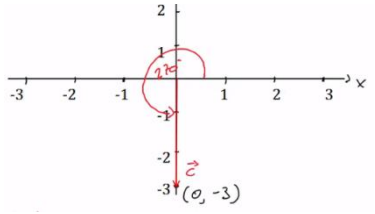
$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{13}$; $\theta_A=56.31°$

ב. שרטוט:



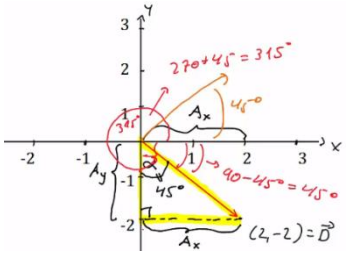
$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_B=116.57°$

ג. שרטוט:



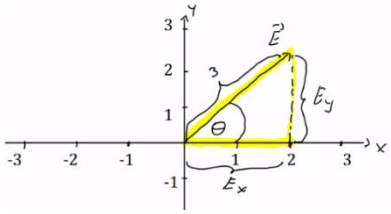
$\theta_C = 270° \ ; \ \left|\vec{C}\right| = 3$

ד. שרטוט:



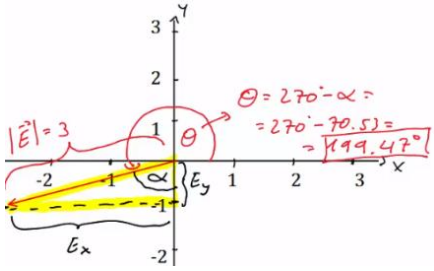
$\theta_D = 315° = -45° \ ; \ \left|\vec{D}\right| = \sqrt{8}$

ה. שרטוט:



$\theta_E = 48.19° \ ;$

ו. שרטוט:

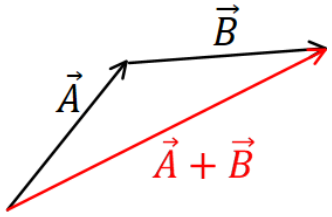


$\theta_E = 199.47° \ ;$

פעולות בין וקטורים:

רקע:

חיבור וקטורים:
בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
-תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.



בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x, A_y+B_y\right)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

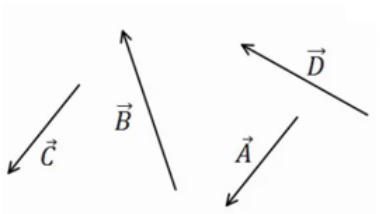
$$\vec{B}=\alpha\vec{A}=\left(\alpha A_x, \alpha A_y\right)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

שאלות:

1) חיבור וקטורים לפי סימונים

מצא את: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}$.



2) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים:

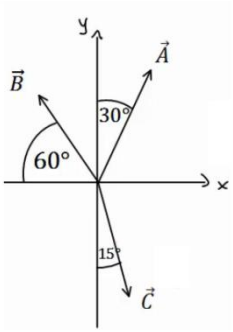
$$\left|\vec{A}\right|=3,\ \theta_A=30°$$
$$\left|\vec{B}\right|=2,\ \theta_B=-30°$$
$$\left|\vec{C}\right|=3,\ \theta_C=180°$$

א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הווקטור: $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$.

שרטט את הווקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

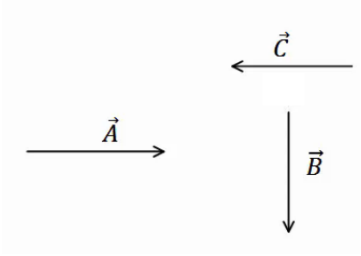
3) דוגמה 2



הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=5$.

מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D}=\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$.

4) חיסור לפי סימונים



בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$.

מצא את: $\vec{D}=\vec{B}-\vec{C}-\vec{A}$.

5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(3,5),\vec{B}=(-1,4),\vec{C}=(0,2)$.

מצא את:

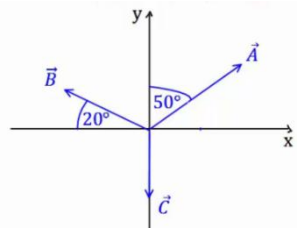
א. $\vec{D}=-2\vec{B}$

ב. $\vec{E}=3\vec{A}-2\vec{C}-\vec{B}$

ג. $\vec{F}=-2\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+3\vec{C}$

6) דוגמה 2

גודלם של הווקטורים באיור הבא הם: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=3$.



א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D}=-2\vec{B}$.
שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E}=2\vec{A}-3\vec{B}-4\vec{C}$.
שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

7) דוגמה 3

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה-x החיובי היא $30°$.

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

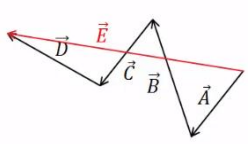
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

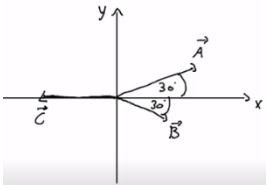
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

תשובות סופיות:

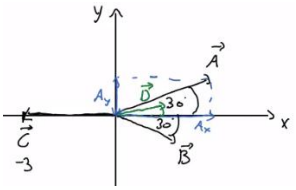
1)



2) א.

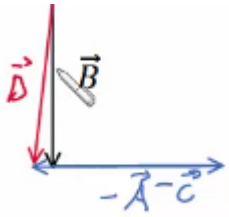


ב. $\left|\vec{D}\right| = 1.42 \;,\theta_D = 20.60°$



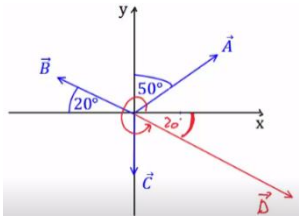
3) $\left|\vec{D}\right| = 3.46 \;,\theta_D = 58.84°$

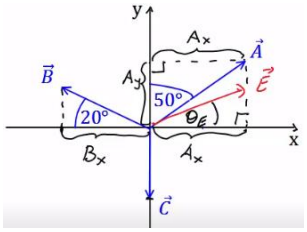
4)



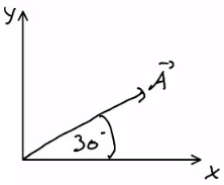
5) א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

6) א. $\left|\vec{D}\right| = 8 \;,\theta_D = -20°$ ב. $\left|\vec{E}\right| = 23.75 \;,\theta_E = 37.23°$

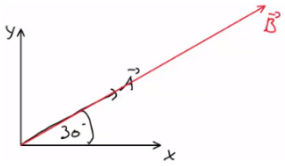




7) א.



ב. $\left|\vec{B}\right| = 6 \;,\theta_B = \theta_A = 30°$



ג. $\vec{A} = \left(\sqrt{3}, 1\right)$

ד. $\vec{B} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$

ה. ראה סרטון.

מכפלה סקלרית:

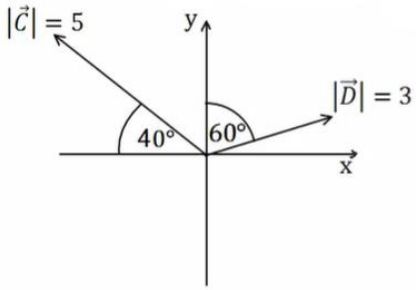
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)\ ,\ \vec{B}=(2,2)$

ב.



2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)\ ,\ \vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)\ ,\ \vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$, $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$, $\vec{B}=(-3,2)$, $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

7) דוגמה 7

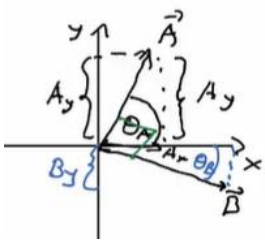
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

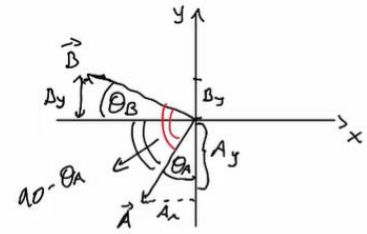
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. -5.13

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$, $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$, $\theta_B = 26.57°$.





3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{10}$, $\tilde{\theta}_A = 161.57°$, $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{20}$, $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. -1 ב. -10 ג. -10 ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$, $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

וקטור יחידה:

שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

תשובות סופיות:

1) א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

מכפלה וקטורית בדו-מימד:

רקע:

מכפלה וקטורית (בדו- מימד):

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

שאלות:

1) דוגמה – מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-4,1)$, $\vec{B}=(2,-3)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

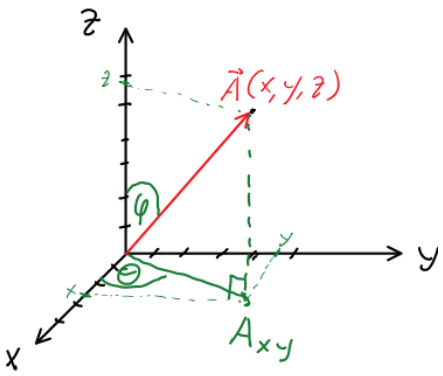
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

1) א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

שאלות:

1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

2) כשהסכום מאונך להפרש

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

3) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$, $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

תשובות סופיות:

1) א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

2) הוכחה בסרטון

3) $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

שאלות:

1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$, $\vec{C}(-1,2,-2)$, $\vec{B}(1,-3)$, $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

תשובות סופיות:

1) א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$

חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית:

שאלות:

1) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}+\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

2) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}-\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

3) מציאת אורך של שקול

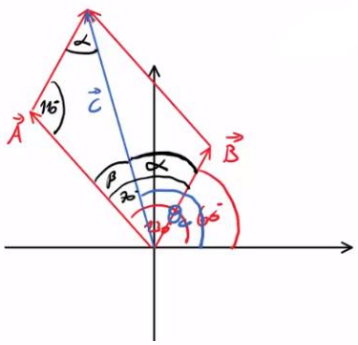
אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ. הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

4) מציאת זווית בין שני וקטורים

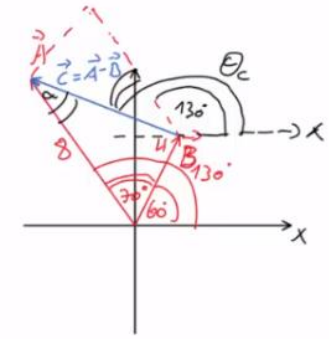
נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר. אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הווקטורים.

תשובות סופיות:

1) $108.1°$, 10.1



2) $159.5°$, 7.62



3) $a \approx 14.6\text{c.m}$

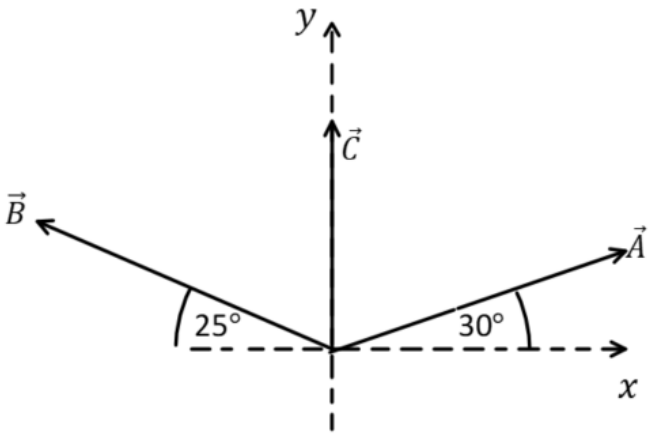
4) $\theta = 60°$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A}=5{,}20°\,,\vec{B}=2{,}150°\,,\vec{D}=10{,}220°$.
מצאו את גודל וכיוון הוקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=\vec{D}$.

2) באיור הבא נתונים שלושה וקטורים.
מצאו את גודל הוקטור $\vec{A}$ ואת גודל הוקטור $\vec{B}$,
אם נתון שגודל הוקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$.



תשובות סופיות:

1) $\vec{C}=14{,}221°$.

2) $|\vec{A}|\approx 55\,,\ |\vec{B}|\approx 53$.

מכינה לאדריכלות

פרק 5 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

תוכן העניינים

1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי 59
2. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי 68

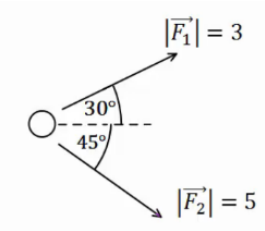
הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

שאלות:

דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

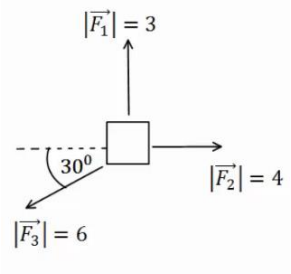
1) דוגמה 1

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



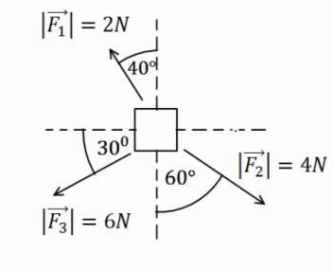
2) דוגמה 2

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



3) דוגמה 3

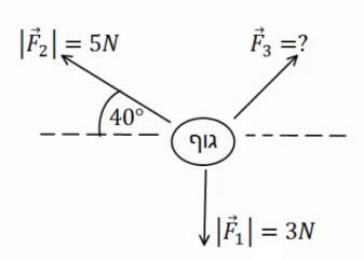
חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



4) דוגמה 4

באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר.

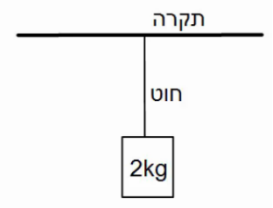
מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.



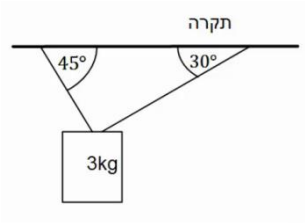
5) דוגמה 5

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

מהי המתיחות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

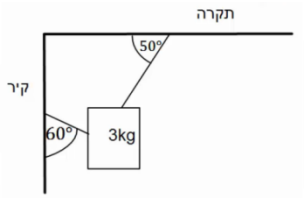


6) דוגמה 6



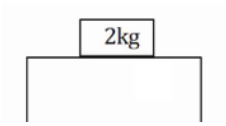
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים,
לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

7) דוגמה 7



גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר
המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

8) דוגמה 8



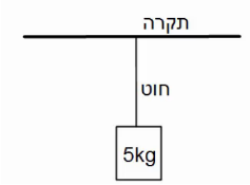
מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על שולחן.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

9) דוגמה 9



מסה של 5 ק"ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

א. מהי המתיחות בחוט?

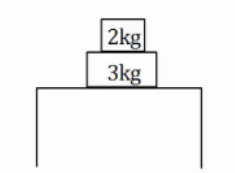
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

10) דוגמה 10

דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

11) דוגמה 11



במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

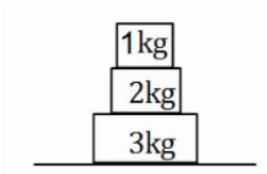
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.

ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.

ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.

ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

12) דוגמה 12



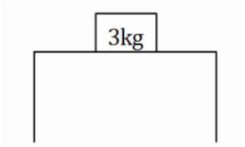
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

חיכוך:

13) גוף על שולחן



גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

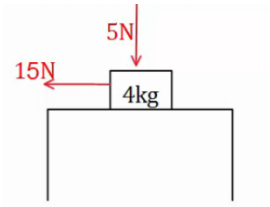
מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

14) כוח מלמעלה



גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן.

מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

15) כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

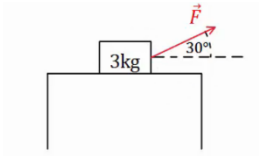
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

16) כוח בזווית

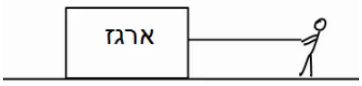


גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל כך שהגוף ישאר במנוחה?

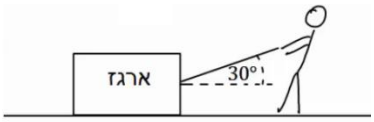
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

17) דני מושך במקביל לקרקע



דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

18) ירון מושך בזווית

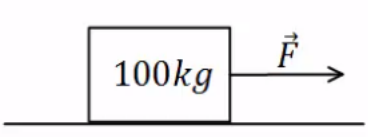


ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

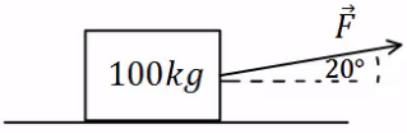
19) כוח בכמה כיוונים

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד מהמקרים הבאים.
מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

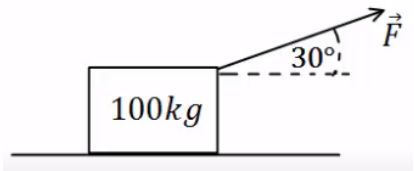
א. כוח מושך אופקי



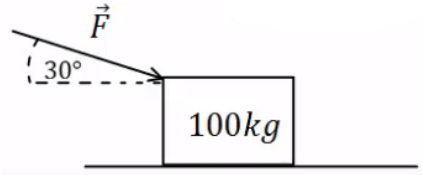
ב. כוח מושך בזווית של $20°$



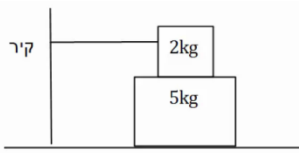
ג. כוח מושך בזווית של $30°$



ד. כוח דוחף בזווית של $30°$ מתחת לאופק



20) מסה על מסה קשורה לקיר



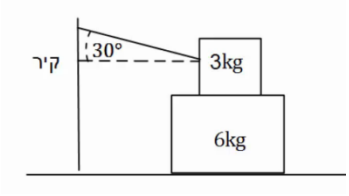
מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?

ג. מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית



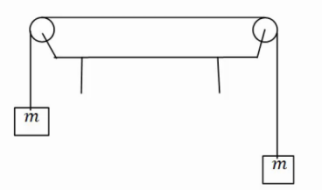
מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות וביו המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

22) שתי משקולות תלויות על שולחן

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן.
המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.

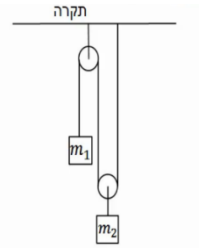


א. מהי המתיחות בחוט?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחבר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?

ג. האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

23) יחס מסות



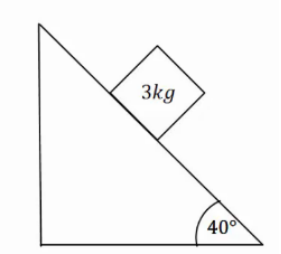
שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

ב. מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40gr$.

המישור המשופע:

24) מסה בשיפוע

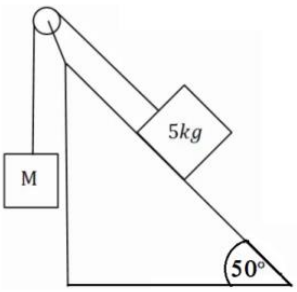


מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

25) מסה בשיפוע ומסה באוויר



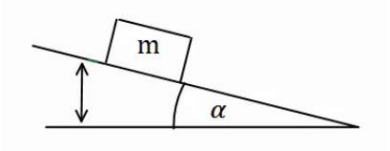
מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

26) זווית החלקה



מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

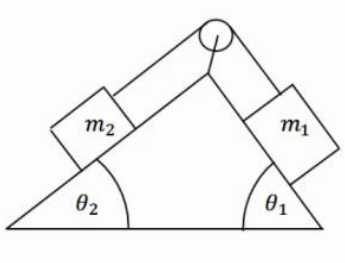
א. מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

ב. פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר μ_s ללא ערך מספרי.

ג. חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

27) שתי מסות שני שיפועים



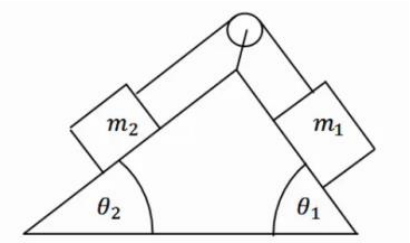
במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן θ_1, θ_2. שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: m_1, θ_1, θ_2 וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את m_2.

28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,
זוויות השיפוע הן : θ_1, θ_2 .



שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.
בין המסות למדרון קיים חיכוך.
המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.
נתון : $m_1, \theta_2, \theta_1, \mu_k$.
מצא את m_2 .

תשובות סופיות:

1) $\sum\vec{F}=(6.14,\ -2.04)$

2) $\sum\vec{F}=(-1.20,\ 0)$

3) $\sum F_x=-3.03\text{N}$, $\sum F_y=-3.47\text{N}$

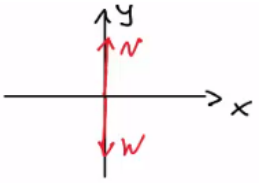
4) גודל: $\left|\vec{F}\right|\approx 3.84\text{N}$, כיוון: $\theta_{F3}=-3.14°$.

5) $T=20\text{N}$

6) $T_1=21.96\text{N}$, $T_2\approx 26.90\text{N}$

7) $T_1\approx 26.30\text{N}$, $T_2\approx 19.48\text{N}$

8) א.

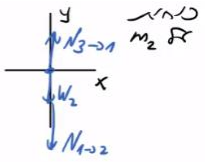


ב. גודל: $N=20$, כיוון: כלפי מעלה.
ג. גודל: $N=20$, כיוון: כלפי מטה.

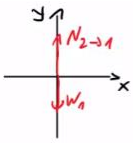
9) א. $T=50\text{N}$ ב. גודל: $T=50\text{N}$, כיוון: מטה.
ג. גודל: $\left|\vec{F}\right|=50$, כיוון: מעלה.

10) $T=50\text{N}$

11) א.



ב.



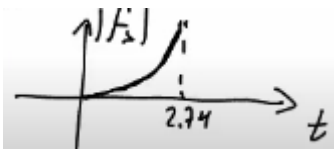
ג. $N_{32}=50$ ד. $N_{23}=50\text{N}\hat{y}$

12) א. גודל: $N_{32}=30\text{N}$, כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: $N_{43}=60\text{N}$, כיוון: כלפי מעלה.

13) א. $f_{s_{max}}=12\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-10\hat{x}$

14) א. $f_{s_{max}}=18\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-15\hat{x}_N$

15) א. $f_{s_{max}}=15\text{N}$ ב. $t=2.74\text{sec}$ ג.



16) א. $F_{max}=8.858\text{N}$ ב. $f_s=4.330\text{N}$

17) $F_{Dani}=T=40\text{N}$

18) $T\approx 41.41\text{N}$

19) א. $F=400\text{N}$ ב. $F\approx 371.57\text{N}$ ג. $F=375.23\text{N}$ ד. $F=600.58\text{N}$

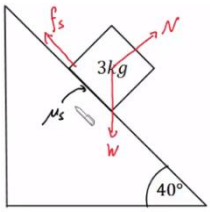
20) א. $F_{max}=27N$ ב. $T=6N$ ג. $F=18N$

21) א. $F_{max}=33.34N$ ב. $T=8.86N$

22) א. $T=40N$ ב. $\theta=45^\circ\ ,\ F=56.57N$ ג. לא.

23) א. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ ב. $T_2=0.4N\ ,\ T_1=0.2N$

24) א.



ב. $f_s=mg\cos 50^\circ\approx 19.28N\ ,\ N\approx 22.98N$

25) א. $M=3.83kg$ ב. $M_{max}=4.79kg\ ,\ M_{min}=2.87kg$

26) א. $\alpha=11.31^\circ$ ב. $\alpha=\text{shif tan}(\mu_s)$ ג. ראה סרטון.

27) $m_2=m_1\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$

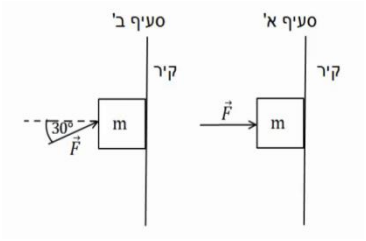
28) $m_2=m_1\left(\frac{-\mu_k\cos\theta_1+\sin\theta_1}{\sin\theta_2+\mu_k\cos\theta_2}\right)$

תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

שאלות:

1) מסה מוצמדת לקיר

ארגז בעל מסה של 2 ק"ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.
מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: 0.3.

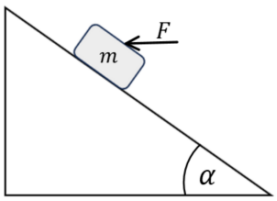


א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של $30°$ כלפי מעלה ביחס לאופק.

2) כוח אופקי מינ ומקס על מסה בשיפוע

מסה: $m=2kg$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha=37°$.

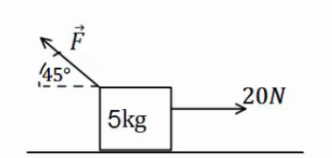


מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s=0.15$.

כוח אופקי F פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.
מהו F המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?

3) קופסה עם כוח לא ידוע

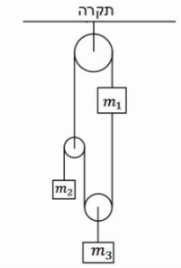
קופסה בעלת מסה של 5 ק"ג מונחת על משטח אופקי.
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל לציר ה-x. בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k=0.2$.



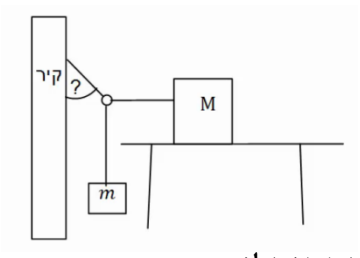
כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של $45°$.
מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.

4) מערכת גלגלות

במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המסות m_1, m_2 נתונות.
מצא את m_3 ואת המתיחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל המערכת נמצאת במנוחה.

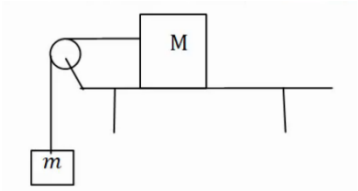


5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן הוא: μ_s, וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
אם: M, m, μ_s נתונים.

6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.

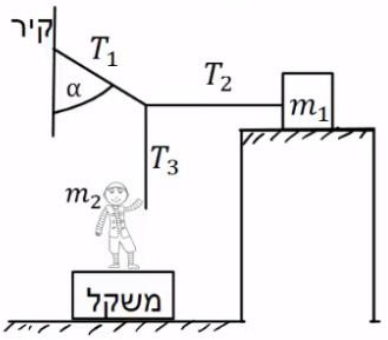
א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי, אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.

ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?

ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק את הגלגלת)?

ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה? (התייחס למסת השולחן כנתונה).

7) נער מושך בחוטים

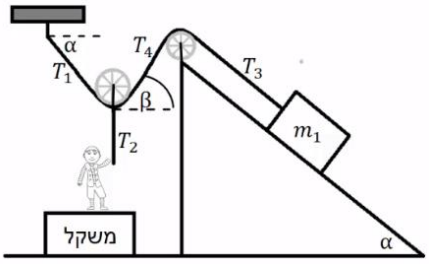


מסה m_1 מונחת על משטח אופקי לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_3, כך שהמסה m_1 על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 30°, m_2 = 50kg$.
החוט T_2 אופקי ו-T_3 אנכי.
הוראת המשקל היא: 450N.

א. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2 ו-T_3.

ב. חשב את ערכה של מסה m_1.

8) נער מושך בחוטים שוב

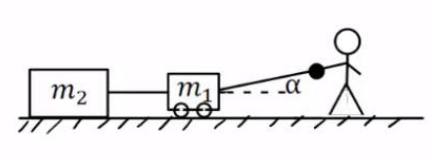


מסה m_1 מונחת על משטח משופע לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_2.
החוט T_2 מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 40°, m_1 = 80kg, m_2 = 60kg$.
החוט T_2 מאונך ו-T_3 מקביל למדרון.
הוראת המשקל היא: 120N.

א. חשב את הזווית β (הזווית בין החוט לאופק).
ב. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2, T_4.
ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין m_1 למדרון.

9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

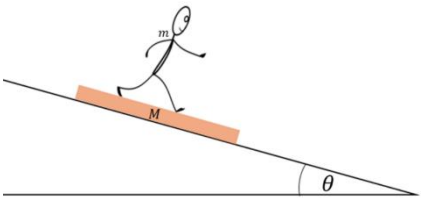


אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15kg$ באמצעות חוט.
החוט בזווית $\alpha = 30°$ עם הציר האופקי, ראה תרשים.
החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25kg$.
מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.
מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתיחות בחוט בין העגלה למשקולת?
ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה m_1?

10) אדם הולך על קרש על מישור משופע **

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית θ.
אדם שמסתו $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.



א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?
ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)
ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?

תשובות סופיות:

1) א. $F_{min}=66.67N$ ב. $F\geq 26.32N$

2) $F_{min}=10.8N$, $F_{max}=20.4N$

3) $F\approx 17.68N$

4) $T_1=(m_1+m_2)g$, $T_2=m_2g$, $T_3=2m_2g$, $T_4=2(m_1+m_2)$, $m_3=2m_2$

5) $\cot\alpha=\dfrac{m}{\mu_s M}$

6) א. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{m}{M}$ ב. $F=\sqrt{2}mg$ ג. $\sum F_y=(-M+m)g$

ד. $N=-\sum F_y=(M+m)g+\tilde{M}g$

7) א. $T_1=57.7N$, $T_2=28.9N$, $T_3=50N$ ב. $m_1=14.5kg$

8) א. $\beta=40°$ ב. $T_2=480N$, $T_1=T_4\approx 373N$

ג. $f_s=141N$, כיוון: במעלה המדרון.

9) $T_2=50N$ ב. $T_1=57.7N$

10) א. במורד המישור. ב. $\dfrac{7}{2}g\sin\theta$ ג. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{\tan\theta}{0.4}$

ד. במעלה המישור. $a=1.4g\sin\theta$

מכינה לאדריכלות

פרק 6 - מומנט כוח -

תוכן העניינים

1. מומנט כוח - הסבר 72
2. מכפלה וקטורית ..... (ללא ספר)
3. תרגיל - מומנטים על משולש 74
4. משוואת מומנטים ..... (ללא ספר)
5. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא 75
6. תרגילים מסכמים 76

מומנט כוח - הסבר:

רקע

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

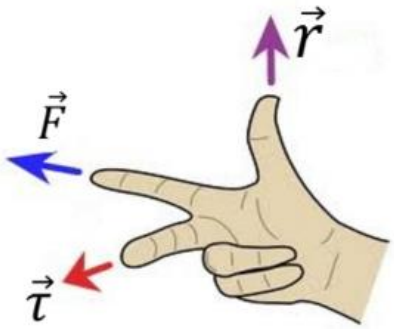
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח.

ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון
גודל המומנט :

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

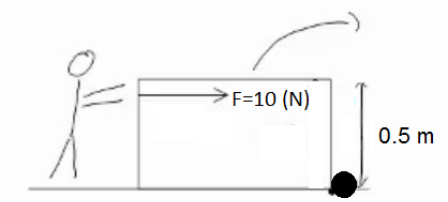
כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג



משוואת מומנטים : אם גוף נמצא במנוחה אז סכום המומנטים הפועלים עליו שווה
לאפס.

שאלות:

1) מרחק אפקטיבי



אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח F (ראו תמונה).
לארגז אין חיכוך עם המשטח.
האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד שנתקע באבן והארגז מתהפך (מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).
חשבו את גודל מומנט הכוח.

תשובות סופיות:

1) $|\vec{\tau}| = 5N \cdot m$

תרגיל - מומנטים על משולש:

שאלות:

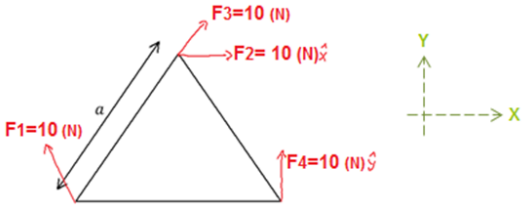
1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a.

א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש M ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש נמצא בנק': $\left(\frac{1}{2}a\ ,\ \frac{1}{2\sqrt{3}}a\right)$.
חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין F_1 לדופן המשולש היא 60 מעלות.



תשובות סופיות:

1) א. $\tau_1 = 0!\ ,\ \vec{\tau}_2 = -5\cdot\sqrt{3}a\ ,\ \vec{\tau}_3 = 0!\ ,\ \tau_4 = 10a$ ב. $\tau_g = -Mg\frac{1}{2}a$

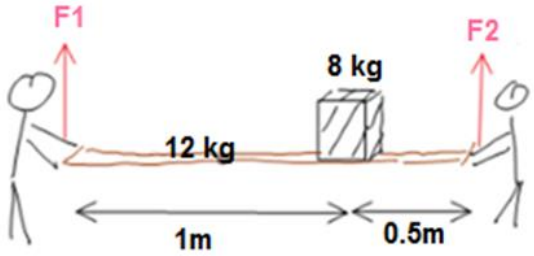
ג. $\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}\ ,\ \tau_2 = -10\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}a\ ,\ \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a\cdot 10\cdot\sin 30°\ ,\ \tau_4 = 10\cdot\frac{1}{2}a\ ,\ \tau_g = 0$

תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

שאלות:

1) שני פועלים מחזיקים מנשא

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו $12kg$ ואורכו $1.5m$.
על המנשא, במרחק של $0.5m$ מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של $8kg$.
בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שמפעיל כל פועל (ראה איור).



תשובות סופיות:

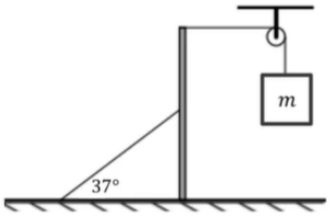
1) $F_2 = 113.333N$, $F_1 = 86.666N$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת

מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים.
המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו
השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של $37°$.
הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט
אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה $m = 7kg$.
המערכת נמצאת במנוחה.

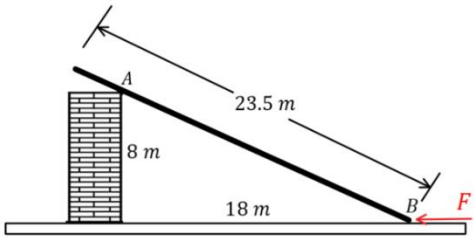


א. מהי המתיחות בחוט המחובר אל המשטח?

ב. מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

2) קורה על קיר אנכי

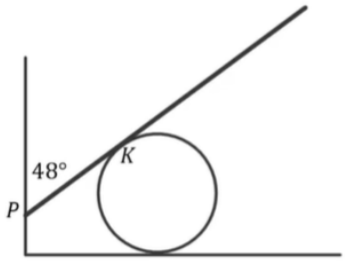
באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה
שאורכה הכולל הוא $23.5m$.
מסת הקורה היא $140kg$.
הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק
שגובהו $8m$.



קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק $18m$ מהקיר
ובקצה הזה פועל כוח אופקי F, כמתואר באיור.
מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s = 0.3$.
מהו F המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

3) מוט נשען על כדור

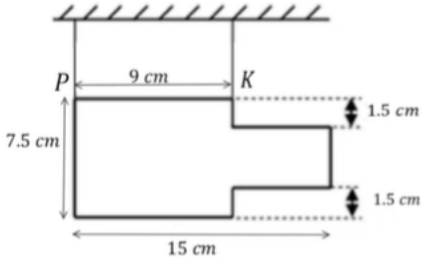
נתון מוט דק שאורכו $L = 3.5m$ ומסתו $m = 7kg$
הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט.
נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K.
בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך
בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר
היא $48°$. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט
הוא $\mu_s = 0.15$.



א. מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם
נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?

ב. מהו המרחק בין הנקודות P ו- K במצב זה?

4) טבלה מעץ

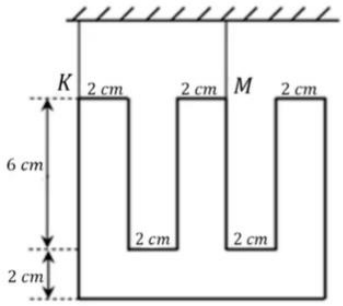


טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.

ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

5) שלט בצורת האות ש



שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו- M.

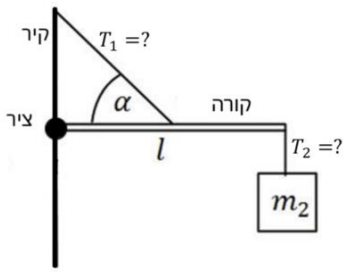
א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.

ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר

קורה בעלת מסה m_1 ואורך l מחוברת לקיר באמצעות ציר.

בקצה הקורה קשורה מסה m_2 התלויה במנוחה.

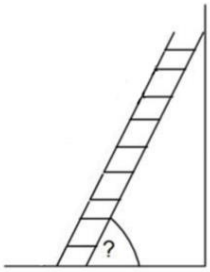


מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא α.

א. מהי המתיחות בחוטים?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

7) סולם נשען על קיר



סולם נשען על קיר.

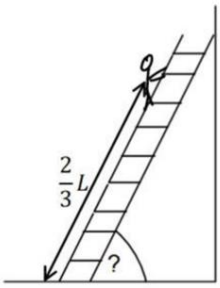
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.

מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s. אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.
אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם.
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.
מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s. מסת האדם כפולה ממסת הסולם.
מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?



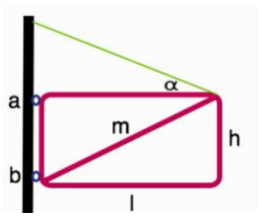
9) מומנטים על שער

שער שגובהו h ואורכו l מחובר לקיר בשני צירים a ו-b.
על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה a מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

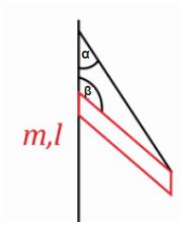
ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר b?

ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?



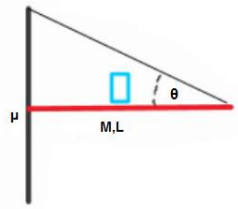
10) גגון מוחזק אל קיר

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.
מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.



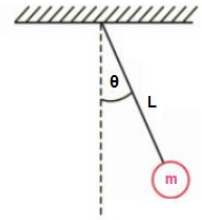
11) מסה על גגון מחליק

גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט.
מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?



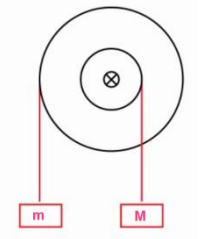
12) מטוטלת מתמטית

מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.

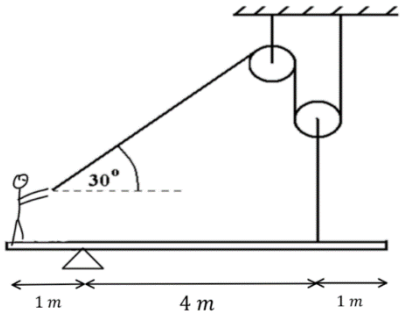


13) מנוף מדיסקה כפולה

נתונה המערכת שבשרטוט.
רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה
ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות

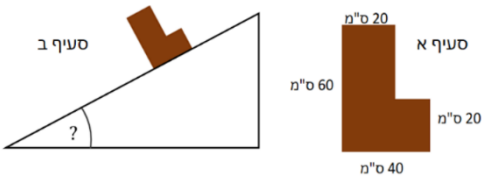


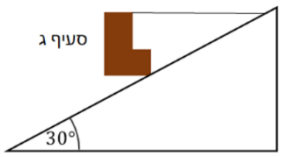
אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg.
הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם.
האורך הכולל של הקורה הוא 6m.
האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור.
הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

א. מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
ב. מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

15) L על מישור משופע*

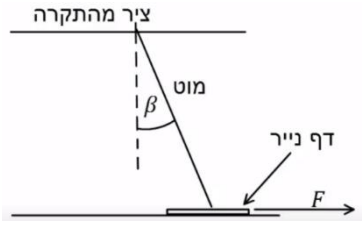
באיור נתון גוף משטחי בצורת L.
צפיפות המסה של הגוף היא: $\sigma = 5\frac{kg}{m^2}$.





א. מהו מרכז המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
ב. מניחים את הגוף על מישור משופע. מהי הזווית המקסימאלית של המישור עבורה הגוף לא יתהפך?
ג. קושרים את הגוף למישור באמצעות חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה ומותחים את החוט עד שהגוף מתיישר במקביל לקרקע.
מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא 30° והגוף במנוחה.

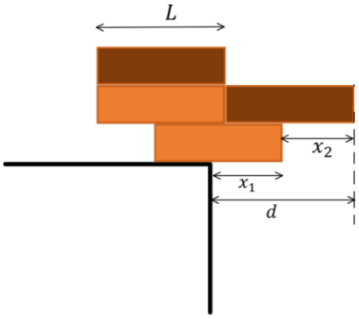
16) מוט נשען על דף נייר*



מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר.
בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה.
מסת דף הנייר זניחה.
הזווית בין המוט לאנך היא β ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא μ_s.

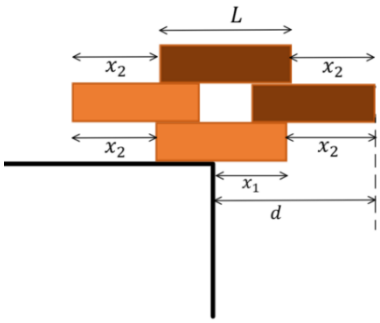
א. מושכים את הנייר ימינה בכוח F.
מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
ב. חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.

17) ערימת קוביות 1



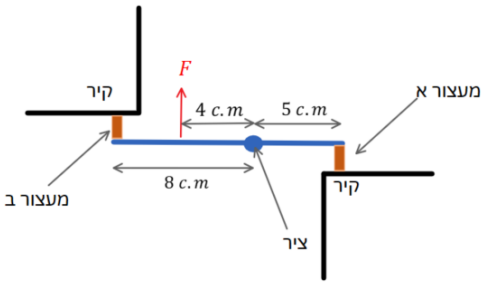
ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו-x_2 במצב זה?

18) ערימת קוביות 2*



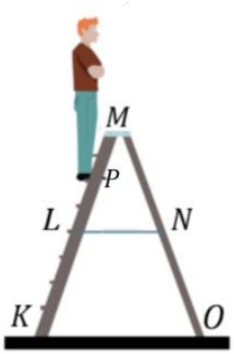
ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו-x_2 במצב זה?

19) מוט עם שני מעצורים מגומי**



באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני.
בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי.
מפעילים כוח $F=200N$ במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים.
המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו.
מהו הכוח שפועל על כל מעצור?
רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.

20) אדם על סולם עם שתי רגליים**



אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה.
נתונים אורכי הקטעים הבאים:
$KM=OM=2.34m$, $KP=1.70m$, $LN=0.746m$.

א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K.

ב. מצאו את המתיחות בכבל.

רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

תשובות סופיות:

1) א. $T_2 \approx 180N$ ב. $f_s = T_1 = 70N$, ימינה.

2) $F_{max} \approx 521N$

3) א. $N_2 \approx 110N$ ב. $PK \approx 0.84m$

4) א. $x_{c.m.} = 6.6c.m.$, $y_{c.m.} = 3.75c.m$ ב. $T_2 = 3N$, $T_1 = 1N$

5) א. $x_{c.m.} = 5c.m.$, $y_{c.m.} \approx 4.4c.m$ ב. $T_K = 6.7N$, $T_M = 33.3N$

6) א. $T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin\alpha}$, $T_2 = m_2 g$

ב. $\tan\theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2}\tan\alpha$, $F = \sqrt{\left((m_1 + 2m_2)g\cot\alpha\right)^2 + (m_2 g)^2}$

7) $\tan\theta = \frac{1-\mu_s^2}{2\mu_s}$

8) $\tan\theta = \frac{11-7\mu_s^2}{18\mu_s}$

9) ראה סרטון.

10) ראה סרטון.

11) ראה סרטון.

12) $\sum\tau = -mgl\sin\theta + Tl\sin\theta = -mgl\sin\theta$

13) $\sum\tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R}$

14) א. $T_1 = 20N$ ב. $F_y = 1000N$, $F_x = 10\sqrt{3}N$ שמאלה

ג. $\mu_{s_{min}} = 0.027$

15) א. $x_{c.m.} = 0.15m$, $y_{c.m.} = 0.25m$ ב. $\alpha = 31^\circ$

ג. $T = 3.3N$

16) א. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$ ב. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$

17) $x_1 = \frac{5L}{8}$, $x_2 = \frac{L}{2}$, $d = \frac{9L}{8}$

18) $x_1 = \frac{L}{2}$, $x_2 = \frac{2L}{3}$, $d = \frac{7L}{6}$

19) $F_R \approx 45N$, $F_L \approx 72N$

20) א. $N_O \approx 291N$, $N_k = 509N$ ב. $T_L \approx 196N$