

מיומנויות מתמטיות 941001-01



תוכן העניינים

1.	מבוא לאגברה.....	1
2.	משוואות אלגבריות.....	47
3.	אי שוויונים אלגבריים.....	55
4.	חוקי החזקות והשורשים.....	64
5.	מבוא לפונקציות..... (ללא ספר)	
6.	הפונקציה הקווית..... (ללא ספר)	
7.	הפונקציה הריבועית..... (ללא ספר)	
8.	טריגונומטריה במשולש ישר זווית..... (ללא ספר)	
9.	זהויות טריגונומטריות..... (ללא ספר)	
10.	משוואות טריגונומטריות.....	74
11.	חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים..... (ללא ספר)	

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 1 - מבוא לאלגברה

תוכן העניינים

1.	מספרים מכוונים	1
2.	חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים	5
3.	סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים	7
4.	אחוזים	8
5.	כפל וחילוק שברים	14
6.	חיבור וחסור שברים	16
7.	בעיות יסודיות באחוזים	20
8.	חזרה על תבניות מספר	22
9.	כינוס איברים	24
10.	פישוט ביטויים על ידי פתיחת סוגריים	26
11.	פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר	29
12.	פירוק לגורמים של ביטויים אלגברים	31
13.	פירוק הטרינום	34
14.	שברים אלגברים	36
15.	כפל וחילוק של שברים אלגברים	40
16.	חיבור וחסור של שברים אלגברים	42
17.	שברים כפולים	46

מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

מספרים מכוונים הם מספרים שיכולים לקבל סימן חיובי או שלילי, כגון:

- בקניון גדול ישנן קומות 1, 2, 3, 4, וכן חניונים הממוקמים בקומות 1-, 2-, ו-3-.
- גובה פני הים מוגדר להיות 0 מטרים. העיר חיפה נמצאת כ-103 מטרים מעל פני הים בעוד שים המלח נמצא בגובה 426- מטרים.

כללים:

- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים זהים, מחברים את המספרים עצמם והסימן נשאר.
- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים מנוגדים, מחסירים את המספרים זה מזה (הקטן מהגדול) וסימן התוצאה כסימן המספר הגדול מביניהם.
- כפל וחילוק יתבצע בשני חלקים:
 - ביצוע הפעולה על המספרים עצמם.
 - קביעת הסימן של התוצאה באופן הבא:
 - כפל או חילוק של שני מספרים בעלי אותו סימן - התוצאה תהיה חיובית.
 - כפל או חילוק של שני מספרים שונים סימן - התוצאה תהיה שלילית.

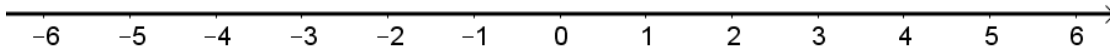
הערה:

אם יש רצף של מכפלות (או חילוקים), סימן התוצאה תלוי במספר הפעמים שבהם מופיע סימן שלילי (-). אם הסימן מופיע מספר זוגי של פעמים התוצאה חיובית, ואם הוא מופיע מספר אי-זוגי של פעמים אזי התוצאה שלילית.

שאלות:

(1) סמנו את המספרים הבאים על ציר המספרים בהתאמה:

$$-3\frac{1}{2}, 4, 1\frac{1}{3}, -5, -\frac{1}{2}, 2, 0, \frac{1}{2}, -2$$



(2) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $-3-2$

א. $3+2$

ד. $-3+2$

ג. $3-2$

ו. $7+10$

ה. $-1-4$

ח. $-7+3$

ז. $-6+5$

(3) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $5-8-12+17$

א. $5+7-23+1$

ד. $-4-11+2+9$

ג. $3-14+2+6$

ו. $-7-13+5-3$

ה. $6-21+3-7$

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $4 \cdot (-7)$

א. $4 \cdot 9$

ד. $(-5) \cdot (-3)$

ג. $(-6) \cdot (-5)$

ו. $(-8) \cdot 5$

ה. $(-2) \cdot 8$

ח. $2 \cdot 3 \cdot 3$

ז. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3)$

י. $(-2) \cdot (-3) \cdot 3$

ט. $(-2) \cdot 3 \cdot (-3)$

יב. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-2)$

יא. $2 \cdot 3 \cdot (-3)$

יד. $1 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

יג. $(-1) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

5) מהו הסימן של תוצאת המכפלה בכל מקרה :

א. $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ב. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot (-5)$

ג. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ד. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot 5$

6) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $(-30) : 3$

א. $(-25) : (-5)$

ד. $(-32) : (-4)$

ג. $40 : (-10)$

ו. $4 : (-16)$

ה. $(-6) : 18$

7) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $\frac{42}{-6}$

א. $\frac{-60}{12}$

ד. $\frac{-12}{-3}$

ג. $\frac{32}{-4}$

8) מה התוצאה של כל אחת מהפעולות הבאות :

ב. $(-2) \cdot 0$

א. $0 : 5$

ד. $6 : 0$

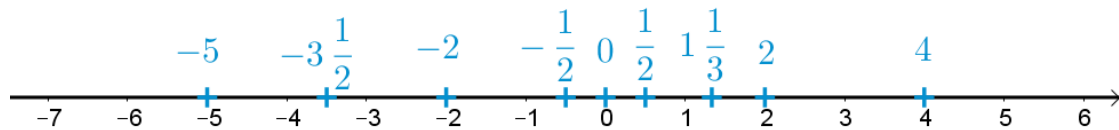
ג. $0 \cdot (-3) \cdot 4$

ו. $0 - 4$

ה. $0 + 4$

תשובות סופיות:

(1) להלן מערכת הצירים:



- (2) א. 5 ב. -5 ג. 1 ד. -1 ה. -5
- ו. 17 ז. -1 ח. -4
- (3) א. -10 ב. 2 ג. -3 ד. -4 ה. -19 ו. -18
- (4) א. 36 ב. -28 ג. 30 ד. 15 ה. -16
- ו. -40 ז. -18 ח. 18 ט. 18 י. 18
- יא. -18 יב. 36 יג. -16 יד. 16 טו. -
- (5) א. + ב. + ג. - ד. -
- (6) א. 5 ב. -10 ג. -4 ד. 8 ה. $-\frac{1}{3}$ ו. $-\frac{1}{4}$
- (7) א. -5 ב. -7 ג. -8 ד. 4
- (8) א. 0 ב. 0 ג. 0 ד. לא מוגדר ה. 4 ו. -4

חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

הגדרה:

פעולת החזקה היא צורה מקוצרת שמייצגת פעולת כפל של אותו מספר בעצמו מספר פעמים. סימון החזקה הוא באופן הבא:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקראת החזקה.

הערות:

- כאשר הבסיס חיובי, התוצאה תמיד תהיה חיובית ללא קשר האם החזקה היא זוגית או אי-זוגית.
- כאשר הבסיס שלילי, התוצאה תהיה חיובית אם החזקה היא זוגית ושלילית אם החזקה היא אי-זוגית.

הגדרה:

פעולת השורש היא הפוכה לפעולת החזקה והיא מאפשרת למצוא את בסיס החזקה. סימון השורש הוא באופן הבא:

$$\sqrt[n]{a}$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקרא סדר השורש.

הערות:

- שורש למספר זוגי יכול להיות מסדר זוגי או אי-זוגי.
- שורש למספר שלילי יכול להיות מסדר אי-זוגי בלבד.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------|---------------|
| א. 3^2 | ב. 3^3 |
| ג. $(-3)^3$ | ד. $(-2)^3$ |
| ה. 4^3 | ו. 3^4 |
| ז. $(-5)^3$ | ח. 10^4 |
| ט. $-(-3)^4$ | י. -5^4 |
| יא. -4^3 | יב. $-(-2)^6$ |

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| א. $\sqrt[3]{-27}$ | ב. $\sqrt[4]{625}$ |
| ג. $\sqrt[4]{-16}$ | ד. $\sqrt[5]{-32}$ |
| ה. $-\sqrt[4]{81}$ | ו. $-\sqrt[3]{1000}$ |

תשובות סופיות:

- | | | | | | |
|-----------|----------|--------------|---------|---------|---------|
| (1) א. 9 | ב. 27 | ג. -27 | ד. -8 | ה. 64 | ו. 81 |
| ז. -125 | ח. 10000 | ט. -81 | י. -625 | יא. -64 | יב. -64 |
| (2) א. -3 | ב. 5 | ג. לא מוגדר. | ד. -2 | ה. -3 | ו. -10 |

סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

סדר פעולות חשבון:

- פעולות כפל וחילוק קודמות לפעולות חיבור וחיסור.
- פעולות חזקה ושורש קודמות לפעולות כפל וחילוק.
- סוגריים קודמים לכל.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- א. $\sqrt{81} + 3 \cdot 2^3 - 40 : 8$ ב. $(-3)^2 : 9 - 2 \cdot (-4^2)$
- ג. $\sqrt{144} - 20 : 4 + 3 \cdot (-2)^2$ ד. $3 + 4 \cdot [-3 + 4 \cdot (-2)] + \sqrt{10 + 6}$
- ה. $(-3)^4 : (-9) - 5 \cdot (-2)^3$ ו. $-\sqrt{9} + 5^2 : (-4 - 1) - 24 : 12 \cdot 3$
- ז. $-2^5 : (-8) + 4^2 - 3 \cdot 5$ ח. $\sqrt[3]{-27} + 4 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^3$
- ט. $[6 \cdot (-1)^4 - 10 \cdot (-1)^3] \cdot (-1)^5$ י. $(8 - \sqrt[3]{64}) \cdot (2 \cdot (-4) - \sqrt[5]{243})$
- יא. $\frac{3^2 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^3}{(5^2 \cdot 3 - 72) \cdot (-4)} + 2 \cdot \{15 - 20 : (4 + 3 \cdot 2)\}$

תשובות סופיות:

- (1) א. 28 ב. 33 ג. 19 ד. -37 ה. 31 ו. -14
- ז. 5 ח. -21 ט. -16 י. -44 יא. 20

אחוזים:

סיכום כללי:

הגדרה כללית - שבר:

השבר הוא חלק מתוך השלם. מקובל לסמן שבר באמצעות קו שבר המפריד בין המונה (החלק העליון) למכנה (החלק התחתון) באופן הבא:

$$\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$$

ישנם שלושה סוגים אפשריים של שברים:

- שבר פשוט – בו המונה קטן מהמכנה (ולכן תמיד יהיה קטן מ-1).
- שבר מדומה – בו המונה גדול מהמכנה (יהיה גדול בערכו מ-1).
- שבר מעורב – המכיל שילוב של מספר שלם ושבר כלשהו.

שבר עשרוני:

שבר שהמכנה שלו הוא מספר המהווה כפולות של 10 כגון: 10, 100, 1000 ... שבר עשרוני מיוצג ע"י נקודה עשרונית אשר מבדילה בין החלק שלם לחלק השברי באופן הבא:

$$\underbrace{XX}_{\text{שברים שלמים}}.\underbrace{YYY}_{\text{שברים שלמים}}$$

כדי להמיר שבר פשוט לשבר עשרוני המכנה צריך להיות בכפולות של 10.

הגדרה - אחוז:

השבר $\frac{1}{100}$ מוגדר להיות אחוז אחד ומסומן באופן הבא: 1%.

באופן זה השבר $\frac{45}{100}$ יכתב: 45%, והשבר $\frac{145}{100}$ יכתב: 145%.

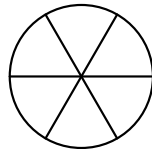
שאלות:

12) צבע את החלקים המתאימים בכל עיגול:

א. צבע $\frac{1}{2}$ מהעיגול



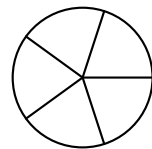
ב. צבע $\frac{1}{6}$ מהעיגול



ג. צבע $\frac{3}{8}$ מהעיגול



ד. צבע $\frac{2}{5}$ מהעיגול

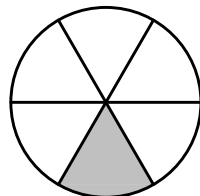


13) כתוב את השבר המתאים לחלקים הצבועים בכל אחד מהמקרים הבאים:

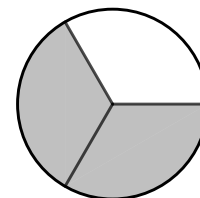
א. שבר:



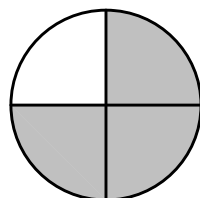
ב. שבר:



ג. שבר:



ד. שבר:



14) הרחב את השברים הבאים :

א. השבר $\frac{1}{2}$ לפי מכנה 4, לפי מכנה 18, לפי מכנה 40.

ב. השבר $\frac{3}{5}$ לפי מכנה 10, לפי מכנה 25, לפי מכנה 60.

ג. השבר $\frac{5}{8}$ לפי מכנה 16, לפי מכנה 32, לפי מכנה 88.

15) צמצם את השברים הבאים ככל הניתן :

א. $\frac{25}{30}$	ב. $\frac{10}{30}$	ג. $\frac{6}{24}$	ד. $\frac{4}{20}$
ה. $\frac{35}{56}$	ו. $\frac{24}{42}$	ז. $\frac{36}{48}$	ח. $\frac{33}{121}$

16) המר את השברים המדומים הבאים לשברים מעורבים :

א. $-\frac{20}{3}$	ב. $\frac{19}{4}$	ג. $\frac{12}{5}$	ד. $\frac{22}{5}$
ה. $-\frac{34}{6}$	ו. $-\frac{50}{7}$	ז. $\frac{47}{8}$	ח. $\frac{60}{9}$

17) המר את השברים המעורבים הבאים לשברים מדומים :

א. $1\frac{2}{3}$	ב. $3\frac{5}{6}$	ג. $4\frac{1}{2}$	ד. $6\frac{1}{4}$
ה. $11\frac{3}{4}$	ו. $-2\frac{5}{8}$	ז. $-6\frac{2}{7}$	ח. $12\frac{7}{9}$

18) קבע איזה שבר גדול יותר בכל אחד מהמקרים הבאים :

א. $\frac{4}{10}$ או $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{7}{6}$ או $\frac{7}{8}$
ג. $\frac{5}{6}$ או $\frac{2}{3}$	ד. $\frac{7}{12}$ או $\frac{5}{18}$

(19) המר את השברים העשרוניים הבאים לשברים פשוטים מצומצמים או מעורבים :

א. 0.7	ב. 0.07	ג. 0.007	ד. 0.34
ה. 0.304	ו. 0.65	ז. 1.2	ח. 1.02
ט. 1.42	י. 3.5	יא. 6.03	יב. 5.125

(20) המר את השברים הבאים לשברים עשרוניים :

א. $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{3}{100}$	ג. $\frac{3}{1000}$	ד. $\frac{23}{1000}$
ה. $\frac{1}{2}$	ו. $\frac{3}{4}$	ז. $\frac{2}{5}$	ח. $\frac{4}{25}$
ט. $\frac{7}{50}$	י. $\frac{3}{20}$	יא. $\frac{7}{8}$	יב. $\frac{9}{16}$
יג. $9\frac{1}{10}$	יד. $3\frac{1}{5}$	טו. $4\frac{7}{8}$	טז. $-4\frac{1}{16}$

(21) כתוב את השברים הבאים בצורתם העשרונית (היעזר במחשבון וכתוב עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית) :

א. $\frac{2}{3}$	ב. $\frac{5}{6}$	ג. $\frac{3}{7}$	ד. $\frac{2}{11}$
------------------	------------------	------------------	-------------------

(22) המר מאחוזים לשברים פשוטים :

א. 25%	ב. 32%	ג. 64%	ד. 80%
ה. 120%	ו. 5%	ז. 300%	ח. 150%

(23) המר משברים פשוטים לאחוזים :

א. $\frac{3}{4}$	ב. $\frac{1}{8}$	ג. $\frac{4}{5}$	ד. $\frac{7}{20}$
ה. $\frac{11}{40}$	ו. $\frac{70}{125}$	ז. $\frac{5}{6}$	ח. $\frac{4}{9}$

תשובות סופיות:

(12) תשובה מודגמת בסרטון.

- (13) א. $\frac{1}{5}$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{2}{3}$ ד. $\frac{3}{4}$
- (14) א. $\frac{4}{8}, \frac{18}{36}, \frac{40}{80}$ ב. $\frac{30}{50}, \frac{75}{125}, \frac{180}{300}$ ג. $\frac{80}{128}, \frac{160}{256}, \frac{440}{700}$
- (15) א. $\frac{5}{6}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{1}{5}$ ה. $\frac{5}{8}$ ו. $\frac{4}{7}$
- ז. $\frac{3}{4}$ ח. $\frac{3}{11}$
- (16) א. $-6\frac{2}{3}$ ב. $4\frac{3}{4}$ ג. $2\frac{2}{5}$ ד. $4\frac{2}{5}$ ה. $-5\frac{4}{6}$ ו. $-7\frac{1}{7}$
- ז. $5\frac{7}{8}$ ח. $6\frac{2}{3}$
- (17) א. $\frac{5}{3}$ ב. $\frac{23}{6}$ ג. $\frac{9}{2}$ ד. $\frac{25}{4}$ ה. $\frac{47}{4}$ ו. $-\frac{21}{8}$
- ז. $-\frac{44}{7}$ ח. $\frac{115}{9}$
- (18) א. $\frac{4}{10}$ ב. $\frac{7}{6}$ ג. $\frac{5}{6}$ ד. $\frac{7}{12}$
- (19) א. $\frac{7}{10}$ ב. $\frac{7}{100}$ ג. $\frac{7}{1000}$ ד. $\frac{17}{50}$ ה. $\frac{38}{125}$ ו. $\frac{13}{20}$
- ז. $1\frac{1}{5}$ ח. $1\frac{1}{50}$ ט. $1\frac{21}{50}$ י. $3\frac{1}{2}$ יא. $6\frac{3}{100}$ יב. $5\frac{1}{8}$
- (20) א. 0.3 ב. 0.03 ג. 0.003 ד. 0.023 ה. 0.5 ו. 0.75
- ז. 0.4 ח. 0.16 ט. 0.14 י. 0.15 יא. 0.875 יב. 4.0625
- יג. 9.1 יד. 3.2 יו. 4.875 יז. 0.5625
- (21) א. $0.\bar{6}$ ב. $0.8\bar{3}$ ג. 0.428 ד. $0.1\bar{8}$
- (22) א. $\frac{1}{4}$ ב. $\frac{8}{25}$ ג. $\frac{16}{25}$ ד. $\frac{4}{5}$ ה. $1\frac{1}{5}$ ו. $\frac{1}{20}$
- ז. 3 ח. $1\frac{1}{2}$

23 א. 75% ב. 12.5% ג. 80% ד. 35% ה. 27.5% ו. 56%
ז. 83.333% ח. 44.444%

כפל וחילוק שברים:

סיכום כללי:

- כשכופלים שני שברים יש לכפול מונה במונה ומכנה במכנה.
 - במידה ומדובר במספר שלם הכופל שבר, יש לכפול אותו במונה.
 - במידה ומדובר בשברים מעורבים, יש להפוך אותם תחילה לשברים מדומים ורק אז לבצע את פעולת הכפל.
- כדי לחלק שברים, יש לכפול את השבר הראשון בהופכי של השבר השני.
 - הופכי של שבר מסוים מתקבל ע"י החלפת המונה במכנה.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$	ב. $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$	ג. $\frac{2}{9} \cdot \frac{8}{10}$
ד. $3 \cdot \frac{4}{5}$	ה. $6 \cdot \frac{2}{3}$	ו. $\frac{12}{25} \cdot 5$
ז. $1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{4}$	ח. $3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5}$	ט. $3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{2}{5}$
י. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$	יא. $\frac{4}{5^3}$	יב. $\frac{4^3}{5}$

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$	ב. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$	ג. $\frac{3}{25} : \frac{7}{10}$
ד. $8 : \frac{2}{9}$	ה. $10 : \frac{2}{3}$	ו. $\frac{5}{6} : 3$
ז. $\frac{2}{5} : 5$	ח. $3\frac{3}{4} : 5\frac{5}{8}$	ט. $2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{15}$

תשובות סופיות:

א. $\frac{9}{20}$	ב. $\frac{5}{21}$	ג. $\frac{8}{45}$	ד. $2\frac{2}{5}$	ה. 4	ו. $2\frac{2}{5}$
ז. $3\frac{3}{5}$	ח. $15\frac{2}{5}$	ט. $8\frac{8}{35}$	י. $\frac{64}{125}$	יא. $\frac{4}{125}$	יב. $12\frac{4}{5}$
א. $\frac{9}{10}$	ב. $1\frac{1}{2}$	ג. $\frac{6}{35}$	ד. 36	ה. 15	ו. $\frac{5}{18}$
ז. $\frac{2}{25}$	ח. $\frac{2}{3}$	ט. 2			

חיבור וחיסור שברים:

סיכום כללי:

כפולה משותפת מינימלית:

בהינתן זוג מספרים a ו- b , המספר הקטן ביותר אשר תוצאת חלוקתו במספרים הנ"ל מניבה מספר שלם נקרא הכפולה המינימלית שלהם.

הערות:

- כפולה מינימלית יכולה להיות גם עבור יותר משני מספרים.
- הכפולה המינימלית תהיה המכנה המשותף בעת פעולות חיבור וחיסור של שברים.

כללי החיבור והחיסור של שברים:

- חיבור וחיסור של שברים בעלי אותו המכנה מתבצע על המספרים שבמונה בלבד כאשר המכנה נשאר כפי שהוא.
דוגמא: $\frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7}$, $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$
- חיבור וחיסור של שברים בעלי מכנים שונים מתבצע ע"י פעולת מכנה משותף.
דוגמא: $\frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{3-10}{12} = \frac{-7}{12}$, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$
- חיבור של שבר עם מספר שלם יתבצע באופן ישיר.
דוגמא: $3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$
חיסור של שבר ממספר שלם יתבצע ע"י הוצאת שלמים מהשבר.
דוגמא: $3 - \frac{1}{4} = 2\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$
דרך נוספת היא ע"י העברת המספר השלם לשבר מדומה: $3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$
- חיבור וחיסור של שברים מעורבים יתבצע ע"י העברתם לשברים מדומים תחילה.
דוגמא: $3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} = \frac{17}{5} + \frac{13}{6} = \frac{17 \cdot 6}{30} + \frac{13 \cdot 5}{30} = \frac{102+65}{30} = \frac{167}{30} = 5\frac{17}{30}$
ניתן גם לפצל ולבצע את פעולת החיבור (או החיסור) של המספרים השלמים תחילה,

ולאחר מכן לבצע את הפעולה עבור השברים.

$$\text{דוגמא: } 2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} = (2-5) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = -3 + \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12}\right) = -3 + \frac{5}{12} = -2\frac{7}{12}$$

שאלות:

(1) מצא את הכפולה המשותפת המינימלית של המספרים הבאים:

- | | | | |
|-----------|----------|--------------|-------------|
| א. 2 ו-3 | ב. 2 ו-4 | ג. 3 ו-5 | ד. 6 ו-10 |
| ה. 4 ו-10 | ו. 4 ו-6 | ז. 3, 5 ו-10 | ח. 2, 3 ו-8 |

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--|---|
| א. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ | ב. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ |
| ג. $\frac{4}{13} + \frac{9}{13}$ | ד. $\frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ |
| ה. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ | ו. $\frac{8}{9} - \frac{7}{9}$ |
| ז. $\frac{2}{12} - \frac{5}{12}$ | ח. $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}$ |
| ט. $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ | י. $\frac{7}{15} + \frac{8}{15} - \frac{6}{15}$ |

(3) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--|---|
| א. $\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$ | ב. $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ |
| ג. $\frac{4}{6} - \frac{1}{12}$ | ד. $\frac{3}{6} - \frac{5}{8}$ |
| ה. $\frac{5}{4} + \frac{7}{2} + \frac{2}{8}$ | ו. $\frac{7}{3} + \frac{6}{5} + \frac{3}{10}$ |
| ז. $\frac{4}{7} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ | ח. $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} - \frac{3}{5}$ |

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $2 + \frac{5}{6}$

ב. $2 - \frac{5}{6}$

ג. $2\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$

ד. $2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$

ה. $3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}$

ו. $5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{2}$

ז. $2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{9}$

ח. $\frac{3}{4} - 1\frac{1}{5} + \frac{8}{20}$

(5) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\frac{1}{3}$

ב. $\frac{3}{14} : \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - \frac{2}{5}$

ג. $\frac{5}{11} \cdot 2\frac{3}{4} - 6 : \frac{2}{5}$

ד. $2\frac{4}{5} : \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{7} + \frac{1}{6}$

ה. $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$

תשובות סופיות:

12. ו.	20. ה.	30. ד.	15. ג.	4. ב.	6. א. (1
				24. ח.	30. ז.
$\frac{1}{9}$. ו.	$\frac{1}{2}$. ה.	$1\frac{3}{4}$. ד.	1. ג.	$\frac{7}{9}$. ב.	$\frac{4}{5}$. א. (2
		$\frac{3}{5}$. י.	$1\frac{5}{8}$. ט.	$-\frac{4}{5}$. ח.	$-\frac{1}{4}$. ז.
$3\frac{5}{6}$. ו.	5. ה.	$-\frac{1}{8}$. ד.	$\frac{7}{12}$. ג.	$\frac{7}{10}$. ב.	$1\frac{5}{6}$. א. (3
				$-\frac{1}{10}$. ח.	$\frac{19}{21}$. ז.
$-\frac{5}{8}$. ו.	$7\frac{11}{12}$. ה.	$1\frac{5}{12}$. ד.	$3\frac{1}{12}$. ג.	$1\frac{1}{6}$. ב.	$2\frac{5}{6}$. א. (4
				$-\frac{1}{20}$. ח.	$2\frac{13}{18}$. ז.
	$3\frac{5}{18}$. ה.	$2\frac{5}{6}$. ד.	$-13\frac{3}{4}$. ג.	$1\frac{1}{10}$. ב.	$2\frac{11}{24}$. א. (5

בעיות יסודיות באחוזים:

סיכום כללי:

נוסחה לביצוע חישובים עם אחוזים:

$$\text{תמורת האחוז} = \text{שלם} \cdot \frac{\text{אחוז}}{100}$$

למשל, בהינתן גודל שלם 120, אשר יש לחשב כמה הם 40 אחוזים ממנו, נקבל לפי

$$\text{הנוסחה: } 48 = 120 \cdot \frac{40}{100}, \text{ כלומר: תמורת האחוז 40 מהגודל 120 היא 48.}$$

שאלות:

- (1) בכיתה 30 תלמידים. 60% מתוכם בנות.
 - א. כמה בנות בכיתה?
 - ב. כמה בנים בכיתה?
- (2) בכיתה 28 בנות המהוות 70% מכלל התלמידים בכיתה.
 - א. כמה תלמידים בכיתה?
 - ב. כמה בנים בכיתה?
- (3) מחיר בגד-ים הוא 300 ₪. בסוף העונה הוא נמכר ב-20% הנחה.
 - א. מהו מחירו בסוף העונה?
 - ב. מה גודל ההנחה?
- (4) מחיר ההשקה של בושם מסוים הוא 500 ₪. לאחר מכן מועלה מחירו ב-8%.
 - א. מה מחירו הסופי?
 - ב. מה גודל ההתייקרות?
- (5) מחיר ליטר דלק הוא 5 ₪ לליטר. בחנוכה מוזל מחירו ב-7%.
 - א. מה מחירו בסוף השנה?
 - ב. מה גודל התייקרות?

6) מוצר מסויים מתייקר בסוכות ב-12%. בפורים מוזל המוצר ב-12%. מחירו בסוף השנה הוא 394.24 ₪. מה מחירו בתחילת השנה?

7) ענה על השאלות הבאות:

- א. באולם קולנוע 200 צופים, מתוכם 176 בנים. מה אחוז הבנים בקהל?
- ב. בכיתה 30 תלמידים, מתוכם 18 בנות. מה אחוז הבנות בכיתה?
- ג. מחיר מוצר התייקר מ-80 ₪ ל-120 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ד. מחיר מוצר הוזל מ-120 ₪ ל-80 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?
- ה. מחיר מוצר התייקר מ-150 ₪ ל-200 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ו. מחיר מוצר מוזל הוזל מ-200 ₪ ל-150 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?

תשובות סופיות:

- | | |
|-------------------|-------------|
| 1) א. 18 בנות. | ב. 12 בנים. |
| 2) א. 40 תלמידים. | ב. 12 בנים. |
| 3) א. 240 ₪ | ב. 60 ₪ |
| 4) א. 540 ₪ | ב. 40 ₪ |
| 5) 4.9755 ₪ | |
| 6) 400 ₪ | |
| 7) א. 88% | ב. 60% |
| | ג. 50% |
| | ד. 33.33% |
| | ה. 33.33% |
| | ו. 25% |

חזרה על תבניות מספר:

סיכום כללי:

משתנה הוא סמל המתאר כמות או גודל כלשהם אשר אינם ידועים ועשויים להשתנות.

תבנית מספר היא ביטוי אלגברי אשר מכיל משתנה (או משתנים).

ניתן להציב במשתנים ערכים מספריים שונים ולקבל תוצאות שונות עבור תבנית המספר עצמה.

במתמטיקה, תפקידה של תבנית המספר הוא להביע גודל מסוים אשר לערכו יש משמעויות שונות. דוגמא לכך היא: קנייה של x פריטים, אשר כל אחד עולה 3 שקלים, יניבו תבנית מספר של $3 \cdot x$ אשר מייצגת את הסכום הכולל של הפריטים.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| א. $2x+5$ כאשר $x=3$ | ב. x^2+3x כאשר $x=2$ |
| ג. $-x^2+2x+3$ כאשר $x=5$ | ד. $-x^2-9x+5$ כאשר $x=5$ |
| ה. x^3+1 כאשר $x=-2$ | ו. $4-x^3$ כאשר $x=-1$ |
| ז. $(x+1)(2-x)$ כאשר $x=4$ | ח. $x^2(3x-4)$ כאשר $x=3$ |

(2) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

- | | |
|--|--|
| א. $27x^5-2x^3+x$ כאשר $x=\frac{1}{3}$ | ב. $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+6$ כאשר $x=-\frac{2}{3}$ |
|--|--|

(3) הצב את הערכים המספריים במקום הפרמטרים וחשב את ערך תבנית המספר:

- | | |
|--------------------------------|---|
| א. $a^2+2ab+b^2$ | עבור: $a=3, b=-5$ |
| ב. $(x-3)^2+3x^2b$ | עבור: $x=5, b=-1$ |
| ג. $-x^3-2xy+y^4$ | עבור: $x=-2, y=-1$ |
| ד. $\frac{(a-2c)^4}{a}-a^2$ | עבור: $a=2, c=-2$ |
| ה. $\frac{4a^2-3b}{c}$ | עבור: $a=-1, b=2, c=-4$ |
| ו. $\sqrt{c-3a}$ | עבור: $c=13, a=-1$ ועבור: $c=82, a=\frac{1}{3}$ |
| ז. $\frac{p^3+2\sqrt{q+1}}{m}$ | עבור: $p=-5, q=48, m=3$ |

תשובות סופיות:

- (1) א. 11 ב. 10 ג. -12 ד. -65 ה. -7 ו. 5
 ז. -10 ח. 45
- (2) א. $\frac{10}{27}$ ב. $5\frac{22}{27}$
- (3) א. 4 ב. -71 ג. 5 ד. 644 ה. $\frac{1}{2}$
 ז. -37 ו. הצבה ראשונה : 4, הצבה שניה : 9

כינוס איברים:

סיכום כללי:

תבניות אלגבריות יכולות להכיל איברים רבים ולכן נרצה לכנס אותם על מנת לפשט את התבנית. כדי לכנס איברים ניקח את כל קבוצת האיברים מאותו הסוג ונחבר את המקדמים שלהם. דוגמא: $3x + 6x - 5x = (3 + 6 - 5)x = 4x$.
איברים שונים נבדלים זה מזה בערך התבנית האלגברית שלהם.
כך: $3x$ שונה מ- $4y$ ושונה מ- $2xy$. באותו האופן, האיברים x ו- x^2 הם שונים.

שאלות:

(1) כנס איברים דומים:

- | | |
|--|---|
| א. $5x + 7x - 4x$ | ב. $9x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 2x^2$ |
| ג. $-10xy + 15xy + xy - 2yx$ | ד. $x^2y - 3yx^2 + x^2y$ |
| ה. $8a^2 + 10a - 5a^2 - 11a + a^2$ | ו. $2x^2 - 3m^2 - x^2 + 3m^2$ |
| ז. $3xy + y - 30y + 6yx - 7y$ | ח. $mn^2 + 4m^2n + 6n^2m - 10nm^2 + mn^2$ |
| ט. $-6 + x^3 + 4 - 3x^3 + 17x^3 - 17$ | י. $y^2 + x^2 - 5x^2 + 5y^2 + 4x^2 - 6y^2$ |
| יא. $7x^2 - 3x - 4x + 2$ | יב. $5xy + 2x - 3yx - x + 1$ |
| יג. $3 - x - x^2 + 4x + 5x^2 - 12$ | יד. $x + xy + y - 6yx - 6y - 6x$ |
| טו. $mn + n - 5m + 5nm - 14n + 3m$ | טז. $ab^2 + 6ba^2 - 6b + 16a^2b + 3b - 6b^2a$ |
| יז. $z^3 - 4z^2 + 7 - z^3 - 8 + 8z^2$ | יח. $4x^2z + 6xz^2 - 6 - xz^2 + 12 + 10zx^2$ |
| יט. $2 - x^3 - 3 - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2x^3$ | כ. $x^3 - 3x - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2x^3$ |
| כא. $2a^2b + 3x^2y + 5a^2b + 10x^2y$ | כב. $12x^2y^3 + 13a^2 - 20x^2y^3 + 2a^2$ |
| כג. $2y^2 - 4x^3y^2 - 10y^2 - x^3y^2$ | כד. $-2x^3y + 5x^2 - 4yx^3 - 6x^2$ |
| כה. $2a^2b + 2b + 3a^2 + 5b$ | כו. $5a^2b - 8ab^2 + 20a^2b - 14ab^2$ |
| כז. $-12x^2 + 2y^2 + 3x^2y + 14xy^2 - 5xy^2 - 6y^2 + 2xy + 11x^2 + x^2y - 9xy$ | |
| כח. $21x^3y^3 + x^2y^2 - 3xy^3 + x^3y - 15x^2y^2 - 7x^3y + 12x^3y^3 - 4xy^3 + 4xy^3 - 6x^3y$ | |

תשובות סופיות:

א. $8x$	ב. $2x^2$	ג. $4xy$
ד. $-x^2y$	ה. $4a^2 - a$	ו. x^2
ז. $9xy - 36y$	ח. $8mn^2 - 6nm^2$	ט. $15x^3 - 19$
י. $-13n - 2m + 6mn$	יא. $-5ab^2 + 22a^2b - 3b$	יב. 0
יג. $7x^2 - 7x + 2$	יד. $2xy + x + 1$	יז. $4x^2 + 3x - 9$
יח. $-5x - 5y - 5xy$	יט. $4z^2 - 1$	כ. $14x^2z + 5xz^2 + 6$
כא. $-3x^2 + 2x - 3$	כב. $-3x^2 - x$	כג. $7a^2b + 13x^2y$
כד. $-8x^2y^3 + 15a^2$	כה. $-8y^2 - 5x^3y^2$	כו. $-6x^3y - x^2$
כז. $2a^2b + 3a^2 + 7b$	כח. $25a^2b - 22ab^2$	כט. $-x^2 - 4y^2 + 4x^2y + 9xy^2 - 7xy$
ל. $33x^3y^3 - 14x^2y^2 - 3xy^3 - 12x^3y$		

פישוט ביטויים ע"י פתיחת סוגריים:

סיכום כללי:

בעת ביצוע כפל בין שני איברים יש לכפול את המקדמים בנפרד ואת האותיות (משתנים) בנפרד.

כלל הפילוג:

$$\bullet a(b+c) = ab+ac$$

$$\bullet (a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $2x \cdot 3x$	ב. $-4x \cdot (-7x)$	ג. $-2x \cdot (-4x) \cdot (-3)$
ד. $8m^2 \cdot 4m^3$	ה. $3a^3 \cdot (-2a^2)$	ו. $-b \cdot 4b^2 \cdot \frac{b^2}{2}$
ז. $a \cdot 3b$	ח. $4a^2 \cdot 7b^2$	ט. $ab \cdot (-2a^2b)$

(2) פשט את הביטויים הבאים ע"י פתיחת סוגריים:

א. $2(3x-4)$	ב. $2(-3x^2+5x-1)$
ג. $(7x-2)4$	ד. $(1-2x)(-2)$
ה. $a(3a-1)$	ו. $b(b^2-3b+4)$
ז. $2x(5x+3)$	ח. $5x(x^2+2x-3)$
ט. $3t^2(4t-t^2+6)$	י. $\frac{5}{2}(4d^4-3d)d$

(3) פשט את הביטויים הבאים :

א. $5x + (3x - 2) + (-4 - 2x)$ ב. $7x + (-4x - 5) + 3x + (-1 + 7x)$

ג. $8 - (2x - 5) - (4x + 2)$ ד. $-6x - (-3x - 1) - (-7 - 4x) + 1$

ה. $(3 - 2x^2 + 4)2 + 3(x - x^2) - 6(7 - 5x) + 4x^2$

ו. $3y^2 - (y + 1 - 2y^2) + 6(5y - 6) - (-y - 4)3 + 5(y^2 + 1) - 7$

(4) פשט את הביטויים הבאים :

א. $(x - 1)(x + 2)$ ב. $(x + 3)(x - 7)$

ג. $(3 - x)(x + 4)$ ד. $(3x + 4)(5x + 1)$

ה. $3(4x + 1)(2x - 3)$ ו. $-2(3x - 1)(5 - 2x)$

(5) פשט את ערכי הביטויים הבאים :

א. $(x - 1)(x + 3) + 2(3 - x)$

ב. $(a + 4)(a - 2) - (a + 5)(a - 3)$

ג. $(2m - 3)(4m + 3) + 5(2m^2 - 6)$

ד. $-x^2y^2(x^3y + x^2) + 2xy(2x^3y - x^4y^2)$

תשובות סופיות:

- (1) א. $6x^2$ ב. $28x^2$ ג. $-24x^2$ ד. $32m^5$ ה. $-6a^5$ ו. $-2b^5$
 ז. $3ab$ ח. $28a^2b^2$ ט. $-2a^3b^2$
- (2) א. $6x-8$ ב. $-6x^2+10x-2$ ג. $28x-8$ ד. $-2+4x$
 ה. $3a^2-a$ ו. b^3-3b^2+4b ז. $10x^2+6x$ ח. $5x^3+10x^2-15x$
 ט. $12t^3-3t^4+18t^2$ י. $10d^5-7.5d^2$
- (3) א. $6x-6$ ב. $13x-6$ ג. $-6x+11$ ד. $x+9$ ה. $-3x^2+33x-28$
 ו. $10y^2+32y-27$
- (4) א. x^2+x-2 ב. $x^2-4x-21$ ג. $-x^2-x+12$
 ד. $15x^2+23x+4$ ה. $24x^2-30x-9$ ו. $12x^2-34x+10$
 א. x^2+3 ב. 7 ג. $18m^2-6m-39$ ד. $-3x^5y^3+3x^4y^2$
- (5)

פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר:

סיכום כללי:

- נוסחת ריבוע של סכום/הפרש: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.
- נוסחה להפרש ריבועים: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+5)^2$	ב. $(x+2)^2$	ג. $(4x+5)^2$
ד. $(6x+2)^2$	ה. $(7x+y)^2$	ו. $(5x+2y)^2$
ז. $(x^2+7)^2$	ח. $(x^2+y^2)^2$	ט. $(x^3+2y^2x)^2$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-6)^2$	ב. $(x-2)^2$	ג. $(5-x)^2$
ד. $(6x-1)^2$	ה. $\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$	ו. $\left(\frac{1}{3}x-5\right)^2$
ז. $(3m-2n)^2$	ח. $\left(x^2-\frac{3}{5}y\right)^2$	ט. $(x^2y^2-7)^2$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-5)(x+5)$	ב. $(3+x)(x-3)$
ג. $(3x-1)(3x+1)$	ד. $(5-7x)(7x+5)$
ה. $\left(\frac{1}{2}x+6\right)\left(\frac{1}{2}x-6\right)$	ו. $\left(5y-\frac{1}{4}x\right)\left(\frac{1}{4}x+5y\right)$
ז. $(x^2+y)(x^2-y)$	ח. $(3a^2b^3-4)(3a^2b^3+4)$

(4) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+1)(x+2)-3x$ ב. $(x-5)(5x-1)+2(4+x)$
 ג. $x(2x-1)(2x+1)-4x^2(x+1)$ ד. $-(y+3x)(y-3x)+(y-3x)^2$
 ה. $x(x+3)-(6+x)(6x+2)-(x+2)^2$
 ו. $-5(x+7)(x-7)+3(2x+5)(5-x)+(x+1)^2$

תשובות סופיות:

(1) א. $x^2+10x+25$ ב. x^2+4x+4 ג. $16x^2+40x+25$
 ד. $36x^2+24x+4$ ה. $49x^2+14xy+y^2$ ו. $25x^2+20xy+4y^2$
 ז. $x^4+14x+49$ ח. $x^4+2x^2y^2+y^4$ ט. $x^6+4x^4y^2+4y^4x^2$
 (2) א. $x^2-12x+36$ ב. x^2-4x+4 ג. $25-10x+x^2$
 ד. $36x^2-12x+1$ ה. $9x^2-3x+\frac{1}{4}$ ו. $\frac{1}{9}x^2-3\frac{1}{3}x+25$
 ז. $9m^2-12mn+4n^2$ ח. $x^4-\frac{6}{5}x^2y+\frac{9}{25}y^2$ ט. $x^4y^4-14x^2y^2+49$
 (3) א. x^2-25 ב. x^2-9 ג. $9x^2-1$ ד. $25-49x^2$
 ה. $\frac{1}{4}x^2-36$ ו. $25y^2-\frac{1}{16}x^2$ ז. x^4-y^2 ח. $9a^4b^6-16$
 (4) א. x^2+2 ב. $5x^2-24x+13$ ג. $-4x^2-x$
 ד. $18x^2-6xy$ ה. $-6x^2-39x-16$ ו. $-10x^2+17x+321$

פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים:

סיכום כללי:

פירוק לגורמים הוא פעולה הפוכה לפתיחת סוגריים – נרצה להוציא את הגורמים המשותפים לאיברים מחוץ לסוגריים.

- פירוק לגורמים ע"י הוצאת איבר אחד משותף:

○ הוצאת מספר משותף: $2x - 8 = 2(x - 4)$

○ הוצאת אות משותפת: $x^2 - 12x = x(x - 12)$

○ הוצאת מספר ואות יחד: $3x^2 - 21x = 3x(x - 7)$

- פירוק לגורמים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר:

○ נוסחת הבינום של ניוטון: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

○ נוסחה להפרש ריבועים: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

שאלות:

- (1) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $3x - 12$ ב. $6y - 4$

ג. $20 - 8a$ ד. $4a^3 + 8b$

ה. $75m^2 + 25m + 15$ ו. $40a^2 - 8b^2 + 64c^2$

- (2) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $y^2 + 5y$ ב. $3x - 11x^3$

ג. $6y^2 + 5y^3 + 4y$ ד. $\frac{1}{2}a^7 - \frac{1}{4}a^5 + a^3$

(3) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף :

א. $2x^2 - 8x$	ב. $3t^2 + 12t$
ג. $5n^3 - 20n^2 + 50n$	ד. $8y^2 + 6y^3 - 2y^4$
ה. $4x^2y^2 + 16x^2y - 20xy^2$	ו. $27mn - 3n^2m + 9n^3m$

(4) פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $x^2 + 10x + 25$	ב. $x^2 + 12x + 36$
ג. $y^2 - 18y + 81$	ד. $y^2 - 22y + 121$
ה. $4x^2 + 4x + 1$	ו. $16y^2 - 8y + 1$
ז. $9x^2 - 24x + 16$	ח. $25x^2 + 70x + 49$

(5) פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $r^2 - 25$	ב. $x^2 - 81$
ג. $25y^2 - 49$	ד. $121x^2 - 1$
ה. $x^2y^2 - 4$	ו. $9y^4 - 169x^4$

(6) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף ונוסחאות הכפל המקוצר :

א. $y - y^3$	ב. $x^3 - 10x^2 + 25x$
ג. $m^4 - 1$	ד. $196x^4 - 140x^3 + 25x^2$

תשובות סופיות:

- (1) א. $3(x-4)$ ב. $2(3y-2)$ ג. $4(5-2a)$
- ד. $4(a^3+2b)$ ה. $5(15m^2+5m+3)$ ו. $8(5a^2-b^2+8c^2)$
- (2) א. $y(y+5)$ ב. $x(3-11x^2)$ ג. $y(6y+5y^2+4)$
- ד. $a^3\left(\frac{1}{2}a^4-\frac{1}{4}a^2+1\right)$
- (3) א. $2x(x-4)$ ב. $3t(t+4)$ ג. $5n(n^2-4n+10)$
- ד. $2y^2(4+3y-y^2)$ ה. $4xy(xy+4x-5y)$ ו. $3mn(9-n-3n^2)$
- (4) א. $(x+5)^2$ ב. $(x+6)^2$ ג. $(y-9)^2$ ד. $(y-11)^2$
- ה. $(2x+1)^2$ ו. $(4y-1)^2$ ז. $(3x-4)^2$ ח. $(5x+7)^2$
- (5) א. $(r+5)(r-5)$ ב. $(x+9)(x-9)$ ג. $(5y+7)(5y-7)$
- ד. $(11x+1)(11x-1)$ ה. $(xy+2)(xy-2)$ ו. $(3y^2+13x^2)(3y^2-13x^2)$
- (6) א. $y(1+y)(1-y)$ ב. $x(x-5)^2$ ג. $(m^2+1)(m+1)(m-1)$
- ד. $x^2(14x-5)^2$

פירוק הטרינום:

סיכום כללי:

טרינום משמעו תלת איבר מהצורה: $ax^2 + bx + c$ כאשר a, b ו- c הם מספרים כלשהם.

שיטת הטרינום מאפשרת לפרק את תלת האיבר ל-4 איברים ע"י פיצול האיבר bx לשני איברים באופן כזה שמאפשר להוציא גורם משותף.

הכלל הוא למצוא שני מספרים, m_1 ו- m_2 , שמקיימים: $m_1 \cdot m_2 = ac$ ו- $m_1 + m_2 = b$.
לאחר מכן ניתן לפרק את הטרינום: $ax^2 + bx + c = ax^2 + m_1x + m_2x + c$.
השלב האחרון הוא הוצאת גורם משותף מכל זוג: $\underbrace{ax^2 + m_1x}_{\text{...}} + \underbrace{m_2x + c}_{\text{...}}$

הערה:

במקרה שנוסחת השורשים ידועה, ניתן להיעזר בה כדי למצוא את המספרים m_1 ו- m_2 באופן

הבא: $m_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $m_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ולאחר מכן ניתן לכתוב את הטרינום

כמכפלה: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)(x - m_2)$. אם קיים פתרון (שורש) אחד $m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a}$

אז נכתוב: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)^2$ ואם לא קיימים פתרונות אז לא קיים פירוק כלל.

שאלות:

(1) פרק את הביטויים הבאים לפי פירוק טרינום:

א. $x^2 + 5x + 4$	ב. $x^2 - 8x + 15$	ג. $x^2 - 33x + 62$
ד. $2x^2 + 7x - 15$	ה. $3x^2 - 11x + 6$	ו. $6x^2 + 5x + 1$
ז. $2x^2 + x - 6$	ח. $x^2 - 18x + 81$	ט. $x^2 + 2x + 8$

(2) פרק את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחת השורשים.
הערה: במידה ולא למדת על נוסחת השורשים התעלם משאלה זו.

א. $6x^2 + 5x + 1$	ב. $x^2 + 5x + 4$
ג. $4x^2 + 20x + 25$	ד. $3x^2 - x + 20$

תשובות סופיות:

- (1) א. $(x+1)(x+4)$ ב. $(x-3)(x-5)$ ג. $(x-2)(x-31)$
- ד. $(2x-3)(x+5)$ ה. $(3x-2)(x-3)$ ו. $(3x+1)(2x+1)$
- ז. $(x+2)(2x-3)$ ח. $(x-9)^2$ ט. אין פירוק.
- (2) א. $6\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ב. $(x+1)(x+4)$ ג. $(2x+5)^2$ ד. אין פירוק.

שברים אלגברים:

סיכום כללי:

הגדרה:

שבר אלגברי מורכב משתי תבניות, אשר אחת מחלקת את השנייה.

$$\text{דוגמא לשברים אלגבריים: } \frac{x+1}{x+2}, \frac{3x}{x^2+1}, \frac{4}{x-x^3}$$

במקרה בו המכנה הוא מספר, לא מדובר בשבר אלגברי מכיוון שניתן לכתוב את

$$\text{הביטוי ללא צורך בחילוק בין ביטויים שונים כגון: } \frac{3x+5}{4} = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

תחום הגדרה של שבר:

היות ושבר אלגברי הוא תבנית אשר יכולה לקבל ערכים שונים בעת הצבות שונות, חשוב להגביל את המספרים שניתן להציב באופן כזה שלא תתקבל חלוקה באפס.

$$\text{דוגמא: השבר } \frac{1}{x+4} \text{ לא מוגדר כאשר } x = -4 \text{ מכיוון שמתקבל: } \frac{1}{0}$$

במקרים אלו נדרוש **תנאי** על המשתנה אשר יכתב באופן הבא: $x \neq -4$ ומשמעו היא ש- x יכול לקבל על ערך מספרי אפשרי למעט -4, מכיוון שבמקרה זה השבר לא מוגדר.

כלל צמצום שברים אלגברים:

ניתן לצמצם שברים אלגברים ע"י הבאת המונה והמכנה למכפלה של ביטויים. במידה וקיימות פעולות החיבור והחיסור בין איברים שונים לא ניתן לבצע צמצום של איברים דומים בין המונה והמכנה. להלן מספר דוגמאות הנוגעות לצמצומים:

$$\bullet \text{ צמצום ע"י הוצאת גורם משותף: } \frac{2x+8}{x+4} = \frac{2(\cancel{x+4})}{\cancel{x+4}} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י נוסחת כפל מקוצר: } \frac{3x-15}{x^2-10x+25} = \frac{3(\cancel{x-5})}{(\cancel{x-5})^2} = \frac{3 \cdot 1}{x-5} = \frac{3}{x-5}$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י פירוק טרינום: } \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4} = \frac{(\cancel{x+1})(x-3)}{(\cancel{x+1})(x-4)} = \frac{x-3}{x-4}$$

שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של השברים האלגבריים הבאים :

א. $\frac{x+4}{x+3}$	ב. $\frac{5}{x-6}$
ג. $\frac{x+7}{2x-8}$	ד. $\frac{x^2+1}{x^2-4x}$
ה. $\frac{3}{x^2+2x+1}$	ו. $\frac{x^2}{x^2-4}$
ז. $\frac{6}{y^4-y^2}$	ח. $\frac{8x-2}{3x^3-15x^2+12x}$

(2) צמצם את השברים הבאים (במידה ולא ניתן צמצם הסבר מדוע) :

א. $\frac{ax}{a}$	ב. $\frac{a-x}{a}$
ג. $\frac{a-ax}{a}$	ד. $\frac{x+1}{y+1}$
ה. $\frac{x}{x+y}$	ו. $\frac{6x}{6y}$
ז. $\frac{x^2y}{xy^2}$	ח. $\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$
ט. $\frac{4x^2y}{xy}$	י. $\frac{3x^2}{x^2+3}$

(3) צמצם את השברים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף וכתוב את תחום הגדרתם :

א. $\frac{3x+12}{x+4}$	ב. $\frac{m^2+4m}{4m+16}$
ג. $\frac{2a-12}{a^2-6a}$	ד. $\frac{x^2-5x}{15-3x}$
ה. $\frac{3-18y^2}{6y^2-1}$	ו. $\frac{4x^3-2x^2}{6x-3}$
ז. $\frac{3y}{y^3-3y^2}$	ח. $\frac{3z^3-12z^2+4z}{z^2+5z}$

(4) צמצם את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים וכתוב את תחום הגדרתם:

א. $\frac{x^2 + 10x + 25}{2x + 10}$	ב. $\frac{8n - n^2}{n^2 - 16n + 64}$
ג. $\frac{z^3 - 4z^2}{2z^2 - 16z + 32}$	ד. $\frac{4m^2 + 20m + 25}{4m^2 + 10m}$
ה. $\frac{18y^2 - 24y + 8}{2y - 3y^2}$	ו. $\frac{a^3 + 4a^2b + 4ab^2}{3ab + 6b^2}$

(5) צמצם את השברים הבאים ע"י טרינום ריבועי וכתוב את תחום הגדרתם:

א. $\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10}$	ב. $\frac{m^2 - 12m + 32}{m - 4}$
ג. $\frac{4y - 10}{2y^2 + y - 15}$	ד. $\frac{3z^2 + 26z + 16}{3z + 2}$
ה. $\frac{x^2 + 5x - 36}{x^3 + 9x^2}$	ו. $\frac{9n^2 - 12n}{4 + 5n - 6n^2}$
ז. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6}$	ח. $\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 + x - 56}$
ט. $\frac{3a^2b - 10ab^2 + 3b^3}{-3a^3b + 11a^2b^2 - 6ab^3}$	י. $\frac{m^3n - m^2n^2 - m^2 + mn}{2m^2n^3 + mn^2 - 3n}$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x \neq -3$ ב. $x \neq 6$ ג. $x \neq 4$ ד. $x \neq 0, x \neq 4$
 ה. $x \neq -1$ ו. $x \neq -2, x \neq 2$ ז. $y \neq 0, y \neq -1, y \neq 1$
 ח. $x \neq 0, x \neq 1, x \neq 4$
- (2) א. x ב. לא ניתן לצמצם. ג. $1-x$
 ד. לא ניתן לצמצם. ה. לא ניתן לצמצם. ו. $\frac{x}{y}$ ז. $\frac{x}{y}$
 ח. לא ניתן לצמצם. ט. $4x$ י. לא ניתן לצמצם.
- (3) א. $x \neq -4, 3$ ב. $\frac{m}{4}, m \neq -4$ ג. $\frac{2}{a}, a \neq 0, 6$
 ד. $-\frac{x}{3}, x \neq 5$ ה. $-3, y \neq \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$ ו. $\frac{2x^2}{3}, x \neq \frac{1}{2}$
 ז. $\frac{3}{y(y-3)}, y \neq 0, 3$ ח. $\frac{3z^2-12z+4}{z+5}, z \neq 0, -5$
- (4) א. $\frac{x+5}{2}, x \neq -5$ ב. $\frac{n}{8-n}, n \neq 8$ ג. $\frac{z^2}{2(z-4)}, z \neq 4$
 ד. $\frac{2m+5}{2m}, m \neq 0, -\frac{5}{2}$ ה. $\frac{2(2-3y)}{y}, y \neq 0, \frac{2}{3}$ ו. $\frac{a(a+2b)}{3b}, b \neq 0, a \neq -2b$
 א. $\frac{1}{x-5}, x \neq 5, -2$ ב. $m-8, m \neq 4$ ג. $\frac{2}{y+3}, x \neq -3, \frac{5}{2}$
 ד. $z+8, z \neq -\frac{2}{3}$ ה. $\frac{x-4}{x^2}, x \neq 0, -9$ ו. $\frac{-3n}{2n+1}, n \neq -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$
 ז. $\frac{x+2}{x+3}, x \neq -2, -3$ ח. $\frac{x-7}{x+8}, x \neq 7, -8$
- ט. $\frac{3a-b}{a(2b-3a)}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq 3b, 2b \neq 3a$ י. $\frac{m(m-n)}{n(2mn+3)}, mn \neq 1, -\frac{3}{2}, n \neq 0$

כפל וחילוק של שברים אלגברים:

סיכום כללי:

כפל שברים יתבצע ע"י הכפלת כל מונה בנפרד והכפלת כל מכנה בנפרד.
חילוק שברים יתבצע ע"י לקיחת ההופכי של שבר המחלק וביצוע פעולת כפל.

- דוגמא לכפל שברים: $\frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3} = \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3(x+1)} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{3x^{\cancel{2}}(x+1)} = \frac{1}{3x}$
- דוגמא לחילוק שברים: $\frac{4x}{y} : \frac{12}{y^2+y} = \frac{4x}{y} \cdot \frac{y^2+y}{12} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{y}} \cdot \frac{\cancel{y}(y+1)}{\cancel{12}_3} = \frac{x(y+1)}{3}$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

- | | |
|---|---|
| א. $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{8}$ | ב. $\frac{x}{3} \cdot \frac{9}{x^2}$ |
| ג. $7y \cdot \frac{5}{y^2}$ | ד. $6x^2 \cdot \frac{3}{40x}$ |
| ה. $(x^2+3x) \cdot \frac{2}{3x+9}$ | ו. $(a^2-25) \cdot \frac{20}{5a+25}$ |
| ז. $\frac{w^2-9}{w} \cdot \frac{w^2}{2w+6}$ | ח. $\frac{y+4}{y^2+16} \cdot \frac{y^2-16}{2y+8}$ |
| ט. $\frac{z^2+30z+225}{6z+90} \cdot \frac{12}{2z-10}$ | י. $\frac{5n^2}{n^2-121} \cdot \frac{2n^2+44n+242}{n+2} \cdot \frac{n^2+4n+4}{n}$ |

(2) פשט את הביטויים הבאים:

- | | |
|---|--|
| א. $\frac{x}{8} : \frac{x}{6}$ | ב. $\frac{y}{25} : \frac{5}{y}$ |
| ג. $a^2 : \frac{1}{6a}$ | ד. $\frac{5}{6a} : a^2$ |
| ה. $(d^2-3d) : \frac{5d-15}{5d}$ | ו. $\frac{t}{t+4} : \frac{3t}{t+4}$ |
| ז. $\frac{y^2+8y+16}{8y^2} : \frac{y^2-16}{7y^2}$ | ח. $\frac{a^2-64}{a^2-36} : \frac{a+8}{a+6}$ |

תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{x^2}{24}$ ב. $\frac{3}{x}$ ג. $\frac{35}{y}$ ד. $\frac{9x}{20}$ ה. $\frac{2x}{3}$

ו. $4(a-5)$ ז. $\frac{w(w-3)}{2}$ ח. $\frac{y^2-16}{2y^2+32}$ ט. $\frac{z+15}{z-5}$ י. $\frac{10n(n+11)(n+2)}{n-11}$

(2) א. $\frac{3}{4}$ ב. $\frac{y^2}{125}$ ג. $6a^3$ ד. $\frac{5}{6a^3}$ ה. d^2 ו. $\frac{1}{3}$

ז. $\frac{7(y+4)}{8(y-4)}$ ח. $\frac{a-8}{a-6}$

חיבור וחיסור של שברים אלגברים:

סיכום כללי:

ביצוע פעולת החיבור והחיסור תתבצע באופן זהה לשברים מספריים. נרצה להרחיב את השברים כך שהמכנה של שניהם יהיה זהה, ולאחר מכן נחבר את המונים. כדי להרחיב את השברים נעזר בפעולת מציאת מכנה משותף. לשם כך נעזר בפירוקים השונים כדי להביא את הביטויים שבכל מכנה לצורתם המופשטת. דוגמא לחיבור שברים בעלי אותו מכנה:

$$\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x} = \frac{1+(x+1)}{x} = \frac{x+2}{x}$$

דוגמא לחיבור מספר לשבר אלגברי:

$$2 + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)+3}{x+2} = \frac{2x+7}{x+2}$$

דוגמא לחיבור שברים עם מכנים שונים (ע"י פעולת מכנה משותף):

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{x+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י שימוש בפירוק לגורמים (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{1}{x^2-3x} + \frac{3}{x-3} = \frac{1}{x^2-3x} + \frac{3x}{x^2-3x} = \frac{1+3x}{x^2-3x}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{3}{x^2-6x+9} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{3}{(x-3)^2} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \frac{3(x+3)-2(x-3)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{x+15}{(x-3)^2(x+3)}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{a}{6} + \frac{a-5}{6}$

ג. $\frac{x-2}{x+1} + \frac{3+4x}{x+1}$

ב. $\frac{5}{x} + \frac{4x+3}{x}$

ד. $\frac{7z}{2z-3} - \frac{4z}{2z-3} - \frac{z+3}{2z-3}$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{1}{ab} - \frac{5}{bc}$

ג. $\frac{c}{ab} - \frac{ad}{bc} + \frac{2b}{cd}$

ה. $\frac{1}{(y+1)^2} + \frac{3}{y+1}$

ב. $\frac{1}{xy} + \frac{5}{yz} + \frac{4}{xz}$

ד. $-\frac{5}{x} + \frac{x+1}{xy^2}$

ו. $\frac{3}{z(z-3)} - \frac{2}{z(z-2)}$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $1 - \frac{2}{x}$

ג. $2 + \frac{2}{x+1}$

ה. $\frac{a+1}{a^2} - \frac{3-a}{4a} - 3$

ב. $1 + \frac{3}{y^2}$

ד. $3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x}$

ו. $\frac{x}{9yz} + \frac{z}{3y^2x} + \frac{3-y}{12xz} - 3\frac{1}{2}$

(4) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x}$

ג. $\frac{a+1}{a+2} + \frac{3}{a}$

ב. $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y}$

ד. $\frac{1}{z+3} + \frac{2}{3z} - \frac{3}{z}$

(5) פשט את הביטויים הבאים :

$$\text{א. } \frac{24}{a^2-9} + \frac{4}{a+3}$$

$$\text{ג. } \frac{y}{(y-2)^2} + \frac{3y}{4-y^2}$$

$$\text{ה. } \frac{x-1}{x^2+3x-40} + \frac{2}{-x^2+8x-15}$$

$$\text{ז. } \frac{x}{x-3} + \frac{9-x}{x^2-8x+15}$$

$$\text{ב. } \frac{3}{x^2-16} + \frac{2}{(x+4)^2}$$

$$\text{ד. } \frac{3z}{z^2+4z+3} - \frac{z+0.5}{z^2+2z+1}$$

$$\text{ו. } \frac{2a+3}{2a^2+15a+7} + \frac{a+3}{a^2+14a+49}$$

$$\text{ח. } \frac{1}{a-b} + \frac{2}{a+2b} - \frac{3b}{a^2+ab-2b^2}$$

(6) פשט את הביטויים הבאים :

$$\text{א. } \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{8} + \frac{9}{x+1} \cdot \frac{x+1}{18}$$

$$\text{ג. } \frac{7}{y^2} : \frac{6}{y^3} - \frac{y-4}{63} \cdot \frac{3y-4}{y^2-8y+16}$$

$$\text{ה. } \left(\frac{2x+1}{20x^2-28x-3} - \frac{3x+1}{30x^2-17x-2} \right) : \frac{18x+3}{6x^2-13x+6}$$

$$\text{ב. } \left(\frac{2}{x} + 1 \right) \cdot \frac{x^2}{7x+14}$$

$$\text{ד. } \left(3x - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \right) : \frac{6x^3+2x-4}{x^2}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{2a-5}{6}$ ב. $\frac{4x+8}{x}$ ג. $\frac{5x+1}{x+1}$ ד. 1
- (2) א. $\frac{c-5a}{abc}$ ב. $\frac{z+5x+4y}{xyz}$ ג. $\frac{c^2d - a^2d^2 + 2ab^2}{abcd}$
- ד. $\frac{-5y^2 + x + 1}{xy^2}$ ה. $\frac{3y+4}{(y+1)^2}$ ו. $\frac{1}{(z-2)(z-3)}$
- (3) א. $\frac{x-2}{x}$ ב. $\frac{y^2+3}{y^2}$ ג. $\frac{2x+4}{x+1}$
- ד. $\frac{9x-2}{3x}$ ה. $\frac{-11a^2 + a + 4}{4a^2}$ ו. $\frac{4x^2y + 12z^2 + 9y^2 - 3y^3 - 126xy^2z}{36xy^2z}$
- (4) א. $\frac{4x+1}{x(x+1)}$ ב. $\frac{y-6}{y(y+2)}$ ג. $\frac{a^2+4a+6}{a(a+2)}$ ד. $-\frac{4z+21}{3z(z+3)}$
- (5) א. $\frac{4}{a-3}$ ב. $\frac{5x+4}{(x-4)(x+4)^2}$ ג. $\frac{2y(4-y)}{(y-2)^2(y+2)}$
- ד. $\frac{(4z+3)(z-1)}{2(z+1)^2(z+3)}$ ה. $\frac{x^2-6x-13}{(x+8)(x-5)(x-3)}$ ו. $\frac{4(a^2+6a+6)}{(a+7)^2(2a+1)}$
- ז. $\frac{x-3}{x-5}$ ח. $\frac{3}{a+2b}$
- (6) א. $\frac{x+1}{2}$ ב. $\frac{x}{7}$ ג. $\frac{147y^2 - 594y + 8}{126(y-4)}$ ד. $\frac{1}{2}$
- ה. $\frac{1}{3(10x+1)}$

שברים כפולים:

סיכום כללי:

שבר כפול מורכב באופן הבא: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ כאשר מתקיים: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

נובע מכאן כי ניתן לצמצם ביטויים בין שני המכנים או שני המונים בלבד.

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{4x}{12}$	ב. $\frac{y+1}{2y+2}$	ג. $\frac{5}{30t^2}$
ד. $\frac{t^2-81}{9t^2}$	ה. $\frac{3y^3-y^2}{25}$	ו. $\frac{4x}{x+1}$
ז. $\frac{8c^2}{3c^3-9c^2-12c}$	ח. $\frac{t^2-t-20}{16t+8}$	ט. $\frac{1}{x} - 4 + \frac{x}{x+1}$

תשובות סופיות:

א. $\frac{x^2}{3}$	ב. 2.5	ג. $\frac{1}{6t^3}$	ד. $\frac{t-9}{54t^2}$	ה. $\frac{(3y-1)(3-y)}{25}$
ו. $\frac{x(x+1)}{2}$	ז. $\frac{c}{c-4}$	ח. $\frac{t+4}{-8(t+5)}$	ט. $\frac{5}{x}$	

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 2 - משוואות אלגבריות

תוכן העניינים

1. משוואה ממעלה ראשונה 47
2. מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה 49
3. משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון 52
4. משוואה ממעלה שנייה 53

משוואה ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא מהצורה: $ax = b$ (כלומר, החזקה של הנעלם היא 1).

פתרון של משוואה ממעלה ראשונה הוא: $x = \frac{b}{a}$ כאשר $a \neq 0$.

שלבי הפתרון הם:

1. ביצוע מכנה משותף (במידה וצריך).
2. פתיחת סוגריים אם ישנם.
3. העברת אגפים וכינוס אברים דומים (בידוד הנעלם באגף אחד והמספרים באגף שני).
4. בידוד הנעלם ומציאתו ע"י חילוק במקדם שלו.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות ממעלה ראשונה):

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| א. $6x + 2 = 8$ | ב. $7 - 2x = 7$ |
| ג. $2x + x = 24$ | ד. $2x + 6 = 8 + x$ |
| ה. $-7x + 5 + 2x = 4x - 13$ | ו. $6x - 3 + 5 - 7x = x - 5x - 7$ |
| ז. $2 - 5x + 7 = -3x + 8$ | ח. $x - 2 + 5x = 4 - 3x - 5 + 7x + 7$ |

(2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פתיחת סוגריים):

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| א. $3(x - 1) - 4 = 2$ | ב. $7x - 4(3 - 4x) = -x$ |
| ג. $6(4 - x) - (6 - x) = 3x$ | ד. $5x - (3x - 7)4 = 21$ |
| ה. $x(x - 5) = x^2 - 7x + 8$ | ו. $(7 - x)(1 - x) - (x - 3)^2 = 0$ |

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה מספרי):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4 & \text{ב. } \frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1 \\ \text{ג. } \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15} & \text{ד. } \frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \\ \text{ה. } \frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 & \text{ו. } 5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם נעלם במכנה):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 & \text{ב. } \frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} & \text{ד. } \frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \\ \text{ה. } \frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} & \text{ו. } \frac{1}{4x} + \frac{3}{x} = \frac{13}{2} \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה משותף ע"י פירוק לגורמים):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x^2+2}{3x^2+5x} = \frac{3x-1}{9x+15} & \text{ב. } \frac{7}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2-2x} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{(2-x)^2} + \frac{5}{12-3x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{4x^2-24x+36}{x-3} = 12 \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x=1$ ב. $x=0$ ג. $x=8$ ד. $x=2$ ה. $x=2$ ו. $x=-3$
- ז. $x=\frac{1}{2}$ ח. $x=4$
- (2) א. $x=3$ ב. $x=\frac{1}{2}$ ג. $x=2\frac{1}{4}$ ד. $x=1$ ה. $x=4$ ו. $x=-1$
- (3) א. $x=-18$ ב. $x=-30$ ג. $x=-1$ ד. $x=1$ ה. $x=-10$ ו. $x=-21$
- (4) א. $x=8$ ב. $x=-1$ ג. $x=-3$ ד. $x=-2$ ה. $x=2$ ו. $x=\frac{1}{2}$
- (5) א. $x=-6$ ב. $x=-7$ ג. $x=-7$ ד. $x=6, x \neq 3$

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

הגדרה:

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה (ליניאריות) היא מהצורה הבאה:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

כאשר a_1, b_1, c_1 ו- a_2, b_2, c_2 הם מקדמים מספריים.

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ \frac{x+3}{2} = y + 6 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} : \text{דוגמאות למערכות של משוואות}$$

פתרון של מערכת משוואות:

פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת.

הצגה גרפית של מערכת משוואות:

פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:



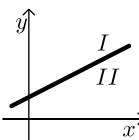
- הישרים נחתכים:

במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.



- הישרים מקבילים:

במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.



- הישרים מתלכדים:

במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.

פתרון אלגברי של מערכת משוואות:

- פתרון ע"י שיטת ההצבה :
נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.
נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.
- פתרון ע"י השוואת מקדמים :
1. כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
2. מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
3. מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

הערה:

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \quad \text{ג.}$	$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} \quad \text{ו.}$	$\begin{cases} -5x + 7y = -26 \\ x + 3y = -8 \end{cases} \quad \text{ה.}$	$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{ד.}$

2) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 4x = 3y - 29 \\ 5y = 9 - 13x \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} 5y = 2x \\ 4x = 5y + 8 \end{cases} \quad \text{ג.}$

(3) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} x+2y=1 \\ 4x+8y=5 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} 2(x-y)+4y=1+x \\ 2-7y+x=3(x-y) \end{cases} \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} 3y-x+2=4x+2-3y \\ 2x-3-y=5y-4x+3 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} \frac{x-3}{8}-\frac{x+y}{16}=\frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y)-4x-11=0 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} \frac{3x-1}{4}-\frac{2}{5}(x-y)=\frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4}-\frac{y}{2}=1 \end{cases} \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=4 \\ \frac{5}{x}-\frac{1}{y}=4 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{3}{y}=2 \\ \frac{9}{x}-\frac{4}{y}=-7 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 4x-\frac{7}{y}=-3 \\ 5x+\frac{2}{y}=7 \end{cases} \end{array}$$

(6) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} x(y+2)+y=xy-5 \\ x-y=2 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} xy=20 \\ y(3x-4)=20 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} 5x-4xy=22 \\ 6x+xy=-20 \end{cases} \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. (2,5) ב. (-7,-10) ג. (4,-2) ד. (0,1) ה. (1,-3) ו. (-2,3).
- (2) א. $(4, \frac{1}{3})$ ב. $(-\frac{4}{5}, 9)$ ג. (4,1.6) ד. (-2,7).
- (3) א. אין פתרון. ב. אינסוף פתרונות.
- (4) א. (6,5) ב. (7,1) ג. (7,2).
- (5) א. (1,1) ב. (-3,1) ג. (1,1).
- (6) א. (-1,-3) ב. (2,10) ג. (-2,4).

משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה:

למשוואה ממעלה ראשונה מהצורה: $ax = b$ יתכן פתרון יחיד אם ורק אם $a \neq 0$

מכיוון שניתן לחלק ולכתוב: $x = \frac{b}{a}$.

כאשר $a = 0$ מתקבלת המשוואה $0x = b$ ויתכנו שני מצבים:

1. אם $b = 0$ את המשוואה היא $0x = 0$ ויש אינסוף פתרונות המקיימים אותה.

2. אם $b \neq 0$ את המשוואה היא $0x = b \neq 0$ ואין אף ערך של x המקיים אותה.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

$$(1) \quad x + 4 = 6 + x \quad (2) \quad 3x + 6 - x = 4 + 2x + 2$$

$$(3) \quad 6(x - 2) = 2x + 5 + 4x \quad (4) \quad 5x - 3 + x = 4x + 2x - 3$$

$$(5) \quad \text{נתונה המשוואה: } 3 - 2(x + 2) = 5x + \square$$

א. איזה מספר יש להציב ב- $\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?

ב. איזה מספר יש להציב ב- $\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?

ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$ על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$ על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

תשובות סופיות:

(1) אף פתרון.

(2) אינסוף פתרונות.

(3) אין פתרון.

(4) אינסוף פתרונות.

(5) א. -8 ב. -1 ג. $-7x - 1$

ד. $-7x + k$ (כאשר k הוא מספר כלשהו חוץ מ-1).

משוואה ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

משוואה מהצורה: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), נקראת משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה יסומנו ב- x_1 ו- x_2 ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

- משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**
אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.
דוגמא: $x^2 + 5x - 4 = 0$
- משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**
אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.
דוגמא: $x^2 + 4x + 4 = 0$
- משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**
אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.
דוגמא: $x^2 + x + 4 = 0$

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x^2 + 10x - 16 = 0$

א. $x^2 + 3x - 10 = 0$

ד. $2x^2 - 6x + 5 = 0$

ג. $25x^2 - 20x + 4 = 0$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

א. $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 13$

ד. $(2x-1)^2 + x(2x+3) = (x-1)(x-7)$

ג. $2(x-5)^2 - (2x-3)^2 = 10x + 21$

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת b):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } x^2 - 36 = 0 & \text{ב. } 32x^2 - 18 = 0 \\ \text{ג. } 4x - x(x+2) = 3(x-1) - x - 6 & \text{ד. } (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 10 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת c):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } -7x^2 - 14x = 0 & \text{ב. } 5x^2 - x = 0 \\ \text{ג. } 6x(x-2) - 1 = 4x - 3(x+1) + 2 & \text{ד. } (5x-2)^2 = (x-2)(x+3) + 10 \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x} & \text{ב. } \frac{x^2-9}{x+3} + x = x^2 - 18 \\ \text{ג. } \frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{x}{2x^2-72} + \frac{2}{x^2+12x+36} = \frac{8x-15}{24-4x} + 2 \end{array}$$

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } x_1 = 2, x_2 = -5 & \text{ב. } x_1 = 2, x_2 = 8 \\ \text{ג. } x = \frac{2}{5} & \text{ד. אין פתרון.} \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } x_1 = 2, x_2 = -1 & \text{ב. } x_1 = 1, x_2 = 1\frac{1}{4} \\ \text{ג. } x_1 = 1, x_2 = -10 & \text{ד. } x_1 = 0.6, x_2 = -2 \end{array}$$

$$(3) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } x = \pm 6 & \text{ב. } x = \pm \frac{3}{4} \\ \text{ג. } x = \pm 3 & \text{ד. } x = \pm 1 \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } x_1 = 0, x_2 = -2 & \text{ב. } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{5} \\ \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{6} & \text{ד. } x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{8} \end{array}$$

$$(5) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } x_1 = 2, x_2 = -1.2 & \text{ב. } x = 5, x \neq -3 \\ \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = -5 & \text{ד. } x_1 = -7.6, x_2 = -4\frac{2}{7} \end{array}$$

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 3 - אי שוויונים אלגבריים

תוכן העניינים

55	1. אי-שוויונים ממעלה ראשונה.....
56	2. אי-שוויונים ממעלה שנייה.....
57	3. אי-שוויונים ממעלה שלישית.....
58	4. אי-שוויונים עם מנה.....
59	5. אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם.....
60	6. שאלות מסכמות – אי-שוויונים.....
62	7. תחום הגדרה.....

אי-שוויונים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

מה מותר?

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

מה אסור?

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$45x - 26 > 109 \quad (1) \qquad 6x > 2(3x - 1) \quad (2)$$

$$2(x - 5) \geq \frac{1}{2}(4x + 6) \quad (3) \qquad (x - 2)^2 + 4 < (x + 2)^2 + 20 \quad (4)$$

$$\frac{8x - 4}{2} < \frac{9(x + 1)}{3} \quad (5) \qquad 4(6x - 8) < 8(3x - 4) \quad (6)$$

$$\frac{x - 6}{3} - \frac{x - 4}{4} \geq 12 - x \quad (7) \qquad \frac{7 - x}{10} - \frac{3x - 1}{5} + \frac{x + 4}{3} < 7 \quad (8)$$

תשובות סופיות:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x > 3 \quad (1)$ | $x \text{ כל} \quad (2)$ | $x \text{ אף} \quad (3)$ |
| $x > -2 \quad (4)$ | $x < 5 \quad (5)$ | $x \text{ אף} \quad (6)$ |
| $x \geq 12 \quad (7)$ | $x > -13 \quad (8)$ | |

אי-שוויונים ממעלה שנייה:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x^2 - 12x > -32 \quad (10)$$

$$x^2 < 144 \quad (9)$$

$$(x+2)(x+4) < 35 \quad (12)$$

$$(x+2)(x+5) < 0 \quad (11)$$

$$(x-3)(x-7) \geq 8x - 56 \quad (14)$$

$$-x^2 + 13x + 30 < 0 \quad (13)$$

$$(5x+6)^2 \leq 4(x-3)^2 \quad (16)$$

$$(x-5)^2 + x(x+2) < 89 \quad (15)$$

$$x^2 - 10x + 25 > 0 \quad (18)$$

$$-3x^2 + 12x > 0 \quad (17)$$

$$2x^2 + 2x + 24 \geq 0 \quad (20) \quad (x-3)^2 > (x-1)(x+6) - x^2 - 3x \quad (19)$$

תשובות סופיות:

$$-5 < x < -2 \quad (11)$$

$$x < 4, x > 8 \quad (10)$$

$$-12 < x < 12 \quad (9)$$

$$x \leq 7, x \geq 11 \quad (14)$$

$$x < -2, x > 15 \quad (13)$$

$$-9 < x < 3 \quad (12)$$

$$0 < x < 4 \quad (17)$$

$$-4 \leq x \leq 0 \quad (16)$$

$$-4 < x < 8 \quad (15)$$

$$x \text{ כל} \quad (20)$$

$$x < 3, x > 5 \quad (19)$$

$$x > 5, x < 5 \quad (18)$$

אי-שוויונים ממעלה שלישית:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| $x(x^2 + x + 1) > 0$ (22) | $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ (21) |
| $x^3 - 25x \geq 0$ (24) | $(-2x^2 - 3x + 2)(x+1) \leq 0$ (23) |
| $(x^2 + 8x + 20)(3x - 5) \leq 0$ (26) | $(x^2 + 3x + 5)(x - 2) > 0$ (25) |
| $x^3 - 6x^2 + 9x \leq 0$ (28) | $(x^2 - x - 6)(x - 1) < 0$ (27) |
| $(x-2)(x-4)(x-1) < 0$ (30) | $(x^2 + 6)(x+3) > 0$ (29) |

תשובות סופיות:

- | | | |
|--|------------------------|-----------------------------------|
| $-2 \leq x \leq -1, x \geq \frac{1}{2}$ (23) | $x > 0$ (22) | $1 < x < 2, x > 3$ (21) |
| $x \leq 1\frac{2}{3}$ (26) | $x > 2$ (25) | $-5 \leq x \leq 0, x \geq 5$ (24) |
| $x > -3$ (29) | $x \leq 0, x = 3$ (28) | $x < -2, 1 < x < 3$ (27) |
| | | $x < 1, 2 < x < 4$ (30) |

אי-שוויונים עם מנה:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$\frac{x-1}{3x+2} \geq -3$ (32)	$\frac{x-1}{x^2-9} > 0$ (31)
$\frac{x-3}{2x^2-10x+12} > 0$ (34)	$\frac{1}{x^2-16} > 0$ (33)
$\frac{1}{-3(x-1)} < 0$ (36)	$\frac{2x-1}{x-5} \leq 0$ (35)
$\frac{1}{x^2-5x+6} < 0$ (38)	$\frac{x-1}{x+2} \leq 1$ (37)
$\frac{1}{x^2-8x+12} \geq 0$ (40)	$\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7} \geq 0$ (39)

תשובות סופיות:

$x < -4, x > 4$ (33)	$x < -\frac{2}{3}, x \geq -\frac{1}{2}$ (32)	$-3 < x < 1, x > 3$ (31)
$x > 1$ (36)	$\frac{1}{2} \leq x < 5$ (35)	$2 < x < 3, x > 3$ (34)
$1 \leq x \leq 6$ (39)	$2 < x < 3$ (38)	$x > -2$ (37)
		$x < 2, x > 6$ (40)

אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$0 < \frac{1}{x+4} < 2 \quad (42)$$

$$3 < x+1 < 5 \quad (41)$$

$$0 < \frac{8-3x}{5-2x} < 4 \quad (44)$$

$$-1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \quad (43)$$

$$6 < \frac{2x+10}{3} \leq \frac{7x-20}{5} \quad (46)$$

$$6x-38 \leq x-3 \leq 5x+7 \quad (45)$$

$$\frac{4x+5}{15} > \frac{3x-8}{5} + \frac{9-x}{3} > 11 \quad (48)$$

$$-1 \leq \frac{2x-6}{4} < \frac{x+2}{3} \quad (47)$$

תשובות סופיות:

$$x > 0 \quad (43) \qquad x > -3\frac{1}{2} \quad (42)$$

$$2 < x < 4 \quad (41)$$

$$x \geq 10 \quad (46) \qquad -2.5 \leq x \leq 7 \quad (45)$$

$$x < 2\frac{2}{5}, x > 2\frac{2}{3} \quad (44)$$

$$\emptyset \quad (48)$$

$$1 \leq x < 13 \quad (47)$$

שאלות מסכמות – אי-שוויונים:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$(1) \quad x \leq -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \leq 5 \cup 0 < x < 8\}$$

$$(3) \quad \frac{(x-3)(x+4)}{2-x} \leq 0 \quad (2) \quad x(x+5) - 3x + 12 \leq 2x - 1 - x(4-x)$$

$$(5) \quad \frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \geq 0 \quad (4) \quad \frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0$$

$$(7) \quad \frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0 \quad (6) \quad x(x+3)(2x-5) < 0$$

$$(9) \quad \frac{x-3}{x^2+2} > 0 \quad (8) \quad \frac{5-2x}{(x-8)^2} \leq 0$$

$$(11) \quad \frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0 \quad (10) \quad \frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0$$

$$(13) \quad \frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2} \quad (12) \quad \frac{x-7}{x^2+x+3} > 0$$

$$(15) \quad 6 < 5x - x^2 \cap x^2 > 3x + 10 \quad (14) \quad \frac{2x^2}{x^2-6x+8} \geq \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-2}$$

$$(17) \quad 1 < \frac{x-1}{x-4} \leq 2 \quad (16) \quad \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x}$$

$$(18) \quad \text{לאילו ערכי } x \text{ נמצאת הפונקציה } f(x) = \frac{x}{x-3} \text{ מעל הפונקציה } g(x) = \frac{x+1}{x+3} ?$$

תשובות סופיות:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| $x \leq -4$ (2) | $-2 < x \leq -\frac{3}{4}$ (1) |
| $x < -7, -\frac{1}{3} < x < 2, x > 5$ (4) | $-4 \leq x < 2, x \geq 3$ (3) |
| $x < -3, 0 < x < 2.5$ (6) | $-1 < x \leq 1.5, 4 < x \leq 12$ (5) |
| $2.5 \leq x < 8, x > 8$ (8) | $x < -1, 2 < x < 6, x > 6$ (7) |
| $x < -3, 0 < x < 1, x > 4$ (10) | $x > 3$ (9) |
| $x > 7$ (12) | $-1 < x < 0, 1 < x < 3, x > 3$ (11) |
| $x \leq 0, 1 \leq x < 2, x > 4$ (14) | $x < -2, 2 < x < 4$ (13) |
| $x \neq 1$ (16) | x אף x (15) |
| $-3 < x < -\frac{3}{5}, x > 3$ (18) | $x \geq 7$ (17) |

תחום הגדרה:

שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{3x-4} \quad \text{ב. } f(x) = \sqrt{x^2-5x-6}$$

$$\text{ג. } f(x) = \sqrt{12x-x^2-x^3} \quad \text{ד. } f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-4}}$$

$$\text{ה. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}-x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-2x-1}}{2x-3}$$

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{\sqrt{x+2}-3} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x+6}}$$

$$\text{ג. } f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}} \quad \text{ד. } f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1}$$

(3) תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x) = \sqrt{ax-x^2-4}$ הוא $1 \leq x \leq 4$.
מצא את ערכו של הפרמטר a .

(4) תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}$ הוא $x \leq -2, x > 2$.
מצא את ערכו של הפרמטר a .

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+6}-a}$, (a פרמטר חיובי).

א. הבע באמצעות a את תחום הגדרתה.

ב. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+5}}$.

ידוע כי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות מכסה את כל ציר המספרים.
מצא את תחום הערכים האפשרי של הפרמטר a .

תשובות סופיות:

- (1) א. $x \geq 1\frac{1}{3}$ ב. $x \leq -1, x \geq 6$ ג. $x \leq -4, 0 \leq x \leq 3$
- ד. $-5 \leq x < -2, x > 2$ ה. $-2 \leq x < 2, x > 2$ ו. $x \leq -\frac{1}{3}, 1 \leq x < \frac{3}{2}, x > \frac{3}{2}$
- (2) א. $x \geq 7$ ב. $-6 \leq x \neq -2$ ג. $x \leq -1\frac{1}{2}, x \geq 1$
- ד. $x \leq -3, -2 \leq x \neq 1$
- (3) $a = 5$
- (4) $a = 2$
- (5) א. $x \geq a^2 - 6$ ב. $0 < a \leq 1$

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 4 - חוקי החזקות והשורשים

תוכן העניינים

64	1. חוקי החזקות.....
69	2. חוקי השורשים.....
73	3. כתיבה מדעית של מספרים.....

חוקי החזקות:

סיכום כללי:

סיכום חוקי החזקות:

$$\begin{array}{lll}
 1. \quad a^0 = 1 & 2. \quad a^1 = a & 3. \quad a^n \cdot a^m = a^{m+n} \\
 4. \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & 5. \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} & 6. \quad a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \\
 7. \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m & 8. \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} & 9. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m
 \end{array}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} \quad a^2 a^6 & \text{ב.} \quad t^3 t^5 t^7 & \text{ג.} \quad b^2 b^5 b^{12} b^3 \\
 \text{ד.} \quad \frac{k^8}{k^3} & \text{ה.} \quad \frac{n^{14}}{n^9} & \text{ו.} \quad \frac{c^6}{c^2} \\
 \text{ז.} \quad \frac{a^3 a^{19}}{a^{15}} & \text{ח.} \quad \frac{x^{30}}{x^9 x^{18}} & \text{ט.} \quad \frac{y^3 y^{15}}{y^4 y^{14}} \\
 \text{י.} \quad 3^2 3^3 3^4 & \text{יא.} \quad \frac{2^{16} 2^2}{2^{10}} & \text{יב.} \quad \frac{5^{20} 5^3 5^{16}}{5^4 5^{22} 5^8}
 \end{array}$$

(2) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} \quad \frac{3^4 2^7}{2^6 3^2} & \text{ב.} \quad \frac{a^{10} b^{13} a^3}{b^4 b^6 b^2 a^{12}} & \text{ג.} \quad \frac{x^8 y^5 y^9 x^2}{y^4 x^4}
 \end{array}$$

(3) לפניך הביטוי הבא: $\frac{3^6 2^{17} 3^3 2^4}{3^4 2^3 2^2}$.

מצא n כך שיתקיים שוויון בין הביטוי $243 \cdot 2^n$ לבין הביטוי הנתון.

(4) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים :

א. $\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^4 \cdot 2^5}$	ב. $\frac{9^3 \cdot 27^2}{3^9 \cdot 81}$
ג. $\frac{10^9 \cdot 25^5 \cdot 8^{-1}}{40^3 \cdot 125^5}$	ד. $2^3 + 2^5$

(5) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוק: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

א. $(a^2)^4$	ב. $(c^3)^{10}$	ג. $(x^3 x^{10})^2$
ד. $\frac{(b^2)^3}{b^2 b^3}$	ה. $\frac{n^7 n^8}{(n^3)^4}$	ו. $\frac{d^{20} (d^4)^2}{d^{12} (d^3)^2}$
ז. $\frac{2^5 (2^4)^2 2^3}{(2^3 2^2)^3}$	ח. $\frac{3^6 (3^3 3^2)^6}{3^{28} (3^2)^3}$	ט. $\frac{(8^3)^8 8^{11}}{(8^2 8)^3 8^8}$
י. $\frac{(2^4)^5 (3^6)^7 2^{20}}{3^{35} 2^{40}}$	יא. $\frac{(3^2)^6 5^{31} 3^7}{(5^2)^{10} 5^{11} 3^{18}}$	יב. $\frac{(3^2)^7 5^{10} (5^3)^2}{3^9 5^{16}}$

(6) לפניך הביטויים הבאים: $\left((3^2)^3\right)^4$ ו- $\left((3^6)^n\right)^2$.מצא n כך שיתקיים שוויון בין שני הביטויים.

(7) חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים :

א. $\frac{2^3 3^5}{2^2 3^4}$	ב. $\frac{5^{20} 3^{14} 3^8}{3^{20} 5^{12} 5^8}$	ג. $\frac{7^{12} 2^2 2^6}{2^5 7^{10} 7}$
------------------------------	--	--

(8) פשט את הביטויים הבאים :

א. $3^2 9 \cdot 81^2$	ב. $64^2 2^3 8^2$	ג. $125 \cdot 25 \cdot 5^5$
ד. $\frac{2^4 \cdot 16^5}{8 \cdot 512}$	ה. $\frac{(4^2)^3 16}{64 \cdot 2^3}$	ו. $\frac{\left((3^4)^4\right)^5}{81^3 27^4 3^5}$

(9) פשט את הביטויים הבאים :

$$\begin{array}{ll}
 \text{א.} & \frac{(2a^2b)^3 \cdot (ab^{-3})^2}{4ab^{-2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^4} \\
 \text{ב.} & \frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}} \\
 \text{ג.} & \frac{4^{b+3}}{4^{b+1} + 4^{b+2}} \\
 \text{ד.} & \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^{n+3} + x^{n+5}}{x^{n+2}}
 \end{array}$$

(10) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים : $(ab)^n = a^n b^n$ ו- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & (a^2b)^3 & \text{ב.} & (m^4n^3)^5 & \text{ג.} & (x^{12}y^3)^3 \\
 \text{ד.} & \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4 & \text{ה.} & \left(\frac{i^4}{k^3}\right)^7 & \text{ו.} & \left(\frac{a^{14}b^4}{a^6ab^3}\right)^3 \\
 \text{ז.} & \left(\frac{x^3y^5y^2x^6}{y^4x^7}\right)^6 & \text{ח.} & \left(\frac{t^7r^{20}t^3}{r^2r^{12}t^8}\right)^2 & \text{ט.} & \left(\frac{(b^{12}c)^2c^{14}}{c(c^3b^5)^4b^3}\right)^2
 \end{array}$$

(11) חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \left(\frac{3^9 2^6 2^2}{3^6 2^5 3^2}\right)^2 & \text{ב.} & \left(\frac{(5^4)^2 3^6}{3^5 5^7}\right)^2 & \text{ג.} & \left(\frac{7^3 \cdot 16 \cdot 128 \cdot 49}{(2^2 7)^5}\right)^3
 \end{array}$$

(12) בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה שלילית :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \frac{1}{4^6} & \text{ב.} & \frac{1}{5^3} & \text{ג.} & \frac{1}{2^{10}} \\
 \text{ד.} & \frac{1}{8} & \text{ה.} & \frac{1}{81} & \text{ו.} & \frac{1}{125}
 \end{array}$$

(13) בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה חיובית וחשב את ערכם :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \frac{1}{4^{-3}} & \text{ב.} & \frac{1}{3^{-2}} & \text{ג.} & \frac{1}{5^{-3}}
 \end{array}$$

(14) חשב את הביטויים הבאים :

ג. $5^6 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2}$

ב. $2^{-8} \cdot 512 \cdot 2^2$

א. $3^2 \cdot 3^{-5} \cdot 3^7$

ו. $\frac{3^{-6} \cdot 7^7 \cdot 7^{-4}}{3^{-4} \cdot 3^{-3} \cdot 7^3}$

ה. $\frac{2^{-5} \cdot 5^3 \cdot 2^{14}}{5^2 \cdot 5^{-10} \cdot 5^8 \cdot 2^6}$

ד. $2^{14} \cdot 3^{-6} \cdot 2^{16} \cdot 3^4 \cdot 2^{-30}$

(15) פשט את הביטויים הבאים לצורה ללא חזקות שליליות.

ג. $\frac{2^{-3} 5^4}{5^4 \cdot 125 \cdot (5^2 2)^{-3} \cdot 2^{-4}}$

ב. $\frac{(4^4)^{-4} 3^{-11}}{(3^{-2} 4^3)^{-6}}$

א. $\left(\frac{5^{-4}}{3^2}\right)^{-6}$

(16) פשט את הביטויים הבאים :

ג. $\frac{(m^{n+2})^3 \cdot m^{-4n-2}}{\frac{1}{m^{6n+2}} \cdot (m^3)^{n-2}}$

ב. $\frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}}$

א. $\frac{a^{n+2} \cdot a^{2-3n}}{(a^3)^{n+1}}$

תשובות סופיות:

- (1) א. a^8 ב. t^{15} ג. b^{22} ד. k^5 ה. n^5 ו. c^4
 ז. a^7 ח. x^3 ט. 1 י. 3^9 יא. 2^8 יב. 5^5
- (2) א. 18 ב. ab ג. $x^6 y^{10}$
- (3) $n=16$
- (4) א. 2 ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{5}{8}$ ד. 40
- (5) א. a^8 ב. c^{30} ג. x^{26} ד. b ה. n^3 ו. d^{10}
 ז. 2 ח. 9 ט. 8^{18} י. 3^7 יא. 3 יב. 3^5
- (6) $n=2$
- (7) א. 6 ב. 9 ג. 56
- (8) א. 3^{12} ב. 2^{21} ג. 5^{10} ד. 2^{12} ה. 2^7 ו. 3^{51}
- (9) א. $\frac{2b^3}{a}$ ב. k ג. $3\frac{1}{5}$ ד. $\frac{1}{x} + x$
- (10) א. $a^6 b^3$ ב. $m^{20} n^{15}$ ג. $x^{36} y^9$ ד. $\frac{a^{12}}{b^8}$ ה. $\frac{i^{28}}{k^{21}}$ ו. $a^{21} b^3$
- ז. $x^{12} y^{18}$ ח. $t^4 r^{12}$ ט. $b^2 c^6$
- (11) א. 576 ב. 225 ג. 8
- (12) א. 4^{-6} ב. 5^{-3} ג. 2^{-10} ד. 2^{-3} ה. 3^{-4} ו. 5^{-3}
- (13) א. 64 ב. 9 ג. 125
- (14) א. 81 ב. 8 ג. 5 ד. $\frac{1}{9}$ ה. 1000 ו. 3
- (15) א. $5^{24} \cdot 3^{12}$ ב. $\frac{4^2}{3^{23}}$ ג. $5^3 \cdot 2^4$
- (16) א. a^{1-5n} ב. k ג. m^{2n+12}

חוקי השורשים:

סיכום כללי:

סיכום חוקי השורשים:

$$\begin{array}{lll}
 1. \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} & 2. \quad \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}} & 3. \quad \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \\
 4. \quad \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b} & 5. \quad \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}} & 6. \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}
 \end{array}$$

שאלות:

17) הבא את הביטויים הבאים לצורה: $\sqrt[n]{a^m}$.

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } 3^{\frac{1}{4}} & \text{ב. } 2^{\frac{3}{5}} & \text{ג. } 6^{\frac{5}{6}} \\
 \text{ד. } -12^{\frac{2}{7}} & \text{ה. } -(-4)^{\frac{1}{3}} & \text{ו. } -(-3)^{\frac{3}{4}} \\
 \text{ז. } 5^{-\frac{1}{4}} & \text{ח. } 27^{-\frac{1}{3}} & \text{ט. } 64^{-\frac{5}{6}}
 \end{array}$$

18) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } \sqrt{49} & \text{ב. } -\sqrt{25} & \text{ג. } \sqrt[3]{8} \\
 \text{ד. } -\sqrt[7]{128} & \text{ה. } \sqrt[3]{(-2)^6} & \text{ו. } (\sqrt[5]{1024})^2 \\
 \text{ז. } (\sqrt[5]{-243})^3 & \text{ח. } \sqrt[4]{-16} & \text{ט. } \sqrt[4]{-25^2} \\
 \text{י. } \sqrt[4]{(-25)^2} & &
 \end{array}$$

(19) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

- | | | |
|---|--|---|
| א. $8^{\frac{2}{3}}$ | ב. $32^{\frac{3}{5}}$ | ג. $128^{-\frac{2}{7}}$ |
| ד. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5}$ | ה. $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-2.5}$ | ו. $\left(\frac{64}{343}\right)^{-\frac{2}{3}}$ |
| ז. $81^{\frac{3}{4}} \cdot 64^{-\frac{1}{3}}$ | ח. $343^{\frac{2}{3}} \cdot 100^{\frac{1}{2}}$ | ט. $16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}}$ |

(20) חשב ללא מחשבון את ערך הביטוי הבא: $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$

(21) פשט את הביטויים הבאים:

- | | | |
|---|--|--|
| א. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ | ב. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ | ג. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ |
| ד. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$ | ה. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$ | ו. $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$ |
| ז. $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$ | ח. $\frac{\sqrt[3]{500} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[4]{25^2} \cdot \sqrt[3]{4}}$ | ט. $\frac{\sqrt[3]{8^2} \sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{400} \sqrt{2}}$ |

(22) הכנס לתוך שורש את המספרים החופשיים:

- | | | |
|-------------------|----------------|--------------------------|
| א. $3\sqrt{2}$ | ב. $5\sqrt{3}$ | ג. $\frac{\sqrt{36}}{2}$ |
| ד. $2\sqrt[3]{3}$ | ה. $x\sqrt{x}$ | |

(23) הכנס את כל המקדמים בביטויים הבאים לתוך השורש:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| א. $2\sqrt{5}$ | ב. $4\sqrt[3]{2}$ | ג. $2\sqrt[5]{3}$ |
| ד. $\frac{\sqrt{24}}{2}$ | ה. $\frac{\sqrt[3]{24}}{2}$ | ו. $\frac{3\sqrt[4]{5000}}{10}$ |
| ז. $-5\sqrt[3]{2}$ | ח. $-5\sqrt[4]{2}$ | ט. $-5\sqrt[5]{-2}$ |

(24) הוצא מהשורש את הכופל הגדול ביותר :

- א. $\sqrt{12}$ ב. $\sqrt{48}$ ג. $\sqrt{63}$
- ד. $\sqrt[3]{54}$ ה. $\sqrt{x^5}$

(25) חלץ מן הביטויים הבאים את המקדם הגבוה ביותר ככל הניתן :

- א. $\sqrt{40}$ ב. $\sqrt{50}$ ג. $\sqrt{320}$
- ד. $\sqrt[3]{108}$ ה. $\sqrt[3]{56}$ ו. $\sqrt[5]{160}$
- ז. $\sqrt[4]{162}$ ח. $\sqrt[5]{972}$ ט. $\sqrt[6]{192}$

(26) פשט את הביטויים הבאים :

- א. $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ ב. $\sqrt{7} + \sqrt{63}$ ג. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}$
- ד. $\sqrt[4]{405} - \sqrt[4]{80}$ ה. $\frac{20}{\sqrt{5}}$ ו. $\frac{\sqrt{8}}{2}$
- ז. $\frac{16}{\sqrt{2}}$ ח. $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{12}}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{160} - \sqrt[5]{5}}$

(27) פשט את הביטויים הבאים :

- א. $3^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{-2.5} \cdot 27^{\frac{3}{2}}$ ב. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{-3}$ ג. $125^{\frac{1}{6}} \cdot 5^2 \cdot 5^{-\frac{2}{3}}$
- ד. $\frac{27^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-\frac{2}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ ה. $\frac{49^{\frac{2}{5}} \cdot 7^{-\frac{6}{5}}}{343^{\frac{1}{5}}}$ ו. $\frac{512^{\frac{1}{4}} \cdot 64^{-\frac{3}{4}}}{128^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{-2}}$

תשובות סופיות:

- (17) א. $\sqrt[4]{3}$ ב. $\sqrt[5]{2^3}$ ג. $\sqrt[6]{6^5}$ ד. $-\sqrt[7]{12^2}$ ה. $-\sqrt[3]{-4}$ ו. ϕ
- ז. $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ ח. $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$ או $\frac{1}{3}$ ט. $\frac{1}{\sqrt[6]{64^5}}$ או $\frac{1}{2^5}$
- (18) א. 7 ב. -5 ג. 2 ד. -2 ה. 4 ו. 16
- ז. -27 ח. ϕ ט. ϕ י. 5
- (19) א. 4 ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. 125 ה. $\frac{32}{243}$ ו. $\frac{49}{16}$
- ז. $\frac{27}{4}$ ח. $\frac{10}{49}$ ט. $\frac{1}{2}$
- (20) $\sqrt{2}$
- (21) א. 4 ב. 9 ג. 20 ד. 6 ה. 3 ו. 2
- ז. $\sqrt{2}$ ח. $\sqrt{5}$ ט. $\sqrt{2}$
- (22) א. $\sqrt{18}$ ב. $\sqrt{75}$ ג. $\sqrt{9}$ ד. $\sqrt[3]{24}$ ה. $\sqrt{x^3}$
- (23) א. $\sqrt{20}$ ב. $\sqrt[3]{128}$ ג. $\sqrt[5]{96}$ ד. $\sqrt{6}$ ה. $\sqrt[3]{3}$
- ו. $\sqrt[4]{40\frac{1}{2}}$ ז. $\sqrt[3]{-250}$ ח. $-\sqrt[4]{1250}$ ט. $\sqrt[5]{5^5 \cdot 2}$
- (24) א. $2\sqrt{3}$ ב. $4\sqrt{3}$ ג. $3\sqrt{7}$ ד. $3\sqrt[3]{2}$ ה. $x^2\sqrt{x}$
- (25) א. $2\sqrt{10}$ ב. $5\sqrt{2}$ ג. $8\sqrt{5}$ ד. $3\sqrt[3]{4}$ ה. $2\sqrt[3]{7}$ ו. $2\sqrt[5]{5}$
- ז. $3\sqrt[4]{2}$ ח. $3\sqrt[5]{4}$ ט. $2\sqrt[8]{3}$
- (26) א. $\sqrt{2}$ ב. $4\sqrt{7}$ ג. $6\sqrt[3]{2}$ ד. $\sqrt[4]{5}$ ה. $4\sqrt{5}$ ו. $\sqrt{2}$
- ז. $8\sqrt{2}$ ח. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ או $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{5}}$ או $2\sqrt[5]{5^4}$
- (27) א. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ ב. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^{61}}}$ ג. $\sqrt[6]{5^{11}}$ ד. 27 ה. $\frac{1}{7}$ ו. $\sqrt[8]{2^5}$

כתיבה מדעית של מספרים:

שאלות:

(28) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. 15,000,000	ב. 1,500,000
ג. 150,000,000,000	ד. 23,400,000
ה. 0.0003	ו. 0.00000042
ז. 0.000000042	ח. 0.00000000042

(29) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. $(3,000,000)^2$	ב. $(2,000,000)^2$
ג. $(5,000)^3$	ד. $(50,000)^3$
ה. $(0.0002)^4$	ו. $(0.00004)^3$
ז. $(0.000005)^3$	ח. $(0.000000007)^3$

תשובות סופיות:

(28) א. $1.5 \cdot 10^7$	ב. $1.5 \cdot 10^6$	ג. $1.5 \cdot 10^{11}$	ד. $2.34 \cdot 10^7$	ה. $3 \cdot 10^{-4}$
ו. $4.2 \cdot 10^{-7}$	ז. $4.2 \cdot 10^{-8}$	ח. $4.2 \cdot 10^{-10}$		
(29) א. $9 \cdot 10^{12}$	ב. $4 \cdot 10^{12}$	ג. $1.25 \cdot 10^{11}$	ד. $1.25 \cdot 10^{14}$	ה. $1.6 \cdot 10^{-15}$
ו. $6.4 \cdot 10^{-14}$	ז. $1.25 \cdot 10^{-16}$	ח. $3.43 \cdot 10^{-25}$		

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 5 - מבוא לפונקציות

תוכן העניינים

1. מהי פונקציה (ללא ספר)
2. מערכת הצירים (ללא ספר)
3. אורכי קטעים ושטחים יסודיים (ללא ספר)
4. השתנות של פונקציה (ללא ספר)
5. קצב השתנות של פונקציה (ללא ספר)

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 6 - הפונקציה הקווית

תוכן העניינים

1. ייצוג גרפי של פונקצית הקו הישר (ללא ספר)
2. שיפוע ישר (ללא ספר)
3. הקו הישר הכללי (ללא ספר)
4. שיפוע דרך שתי נקודות (ללא ספר)
5. משוואת ישר עם שיפוע ונקודה (ללא ספר)
6. משוואת ישר המקביל לישר נתון (ללא ספר)
7. משוואת ישר דרך שתי נקודות (ללא ספר)
8. ישרים המקבילים לצירים (ללא ספר)
9. חיתוך של ישר עם הצירים (ללא ספר)
10. חיוביות ושליליות של קו ישר (ללא ספר)
11. חישובי שטחים עם הפונקציה הקווית (ללא ספר)

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 7 - הפונקציה הריבועית

תוכן העניינים

1. הפונקציה הריבועית היסודית $y=x^2$ (ללא ספר)
2. משפחת הפרבולות מהצורה $y=x^2+c$ (ללא ספר)
3. משפחת הפרבולות מהצורה $y=(x-p)^2$ (ללא ספר)
4. משפחת הפרבולות מהצורה $y=(x-p)^2+k$ (ללא ספר)
5. משפחת הפרבולות עם מקדם a כללי (ללא ספר)
6. משפחת הפרבולות מהצורה $y=a(x-p)^2+k$ (ללא ספר)
7. הצגה סטנדרטית של הפונקציה הריבועית (ללא ספר)
8. סרטוט של גרף הפונקציה הריבועית הכללית (ללא ספר)
9. מציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית עם a כללי (ללא ספר)
10. ייצוגים שונים של פונקציה ריבועית (ללא ספר)
11. חיתוך בין ישר ופרבולה (ללא ספר)
12. חיתוך בין שתי פרבולות (ללא ספר)
13. שאלות מסכמות (ללא ספר)

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 8 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

תוכן העניינים

1. הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות..... (ללא ספר)

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 9 - זהויות טריגונומטריות

תוכן העניינים

1. זהויות היסוד (ללא ספר)
2. ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות (ללא ספר)
3. מעגל היחידה (ללא ספר)

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 10 - משוואות טריגונומטריות

תוכן העניינים

- 74 1. משוואות טריגונומטריות כלליות
- 77 2. משוואות הנפתרות עי טכניקה אלגברית
- 79 3. משוואות הנפתרות על ידי זהויות יסוד
- 81 4. משוואות הנפתרות על ידי זהויות של מעגל היחידה
- 82 5. משוואות הנפתרות על ידי חלוקה בקוסינוס
- 83 6. משוואות הנפתרות על ידי זהויות של סכום והפרש זוויות
- 84 7. משוואות הנפתרות על ידי זהויות של זווית כפולה
- 85 8. משוואות עם תחום נתון
- 86 9. משוואות עם זוויות ברדיאנים

משוואות טריגונומטריות כלליות:

סיכום כללי:

פתרון כללי של משוואות טריגונומטריות (במעלות):

להלן נוסחאות הפתרון של המשוואות הטריגונומטריות היסודיות
כאשר x הוא משתנה ו- α היא זווית נתונה/ידועה:

המשוואה	הפתרון
$\sin x = \sin \alpha$	$x_1 = \alpha + 360^\circ k$, $x_2 = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k$
$\cos x = \cos \alpha$	$x_{1,2} = \pm \alpha + 360^\circ k$
$\tan x = \tan \alpha$	$x = \alpha + 180^\circ k$
$\cot x = \cot \alpha$	$x = \alpha + 180^\circ k$

כאשר k מספר שלם.

שאלות:

(1) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקציית הסינוס):

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{א.} \quad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ב.} \quad \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ג.} \quad \sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{ד.}$$

(2) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקציית הקוסינוס):

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \text{א.} \quad \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ב.}$$

(3) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקציית הטנגנס):

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{א.} \quad \tan x = -1 \quad \text{ב.}$$

(4) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (זווית כללית) :

א. $\sin x = 0.7$ ב. $\cos x = -0.6$ ג. $\tan x = 5$

(5) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (משוואות לא מסודרות) :

א. $\sin 3x = \frac{1}{2}$ ב. $2 \cos 2x = -\sqrt{3}$

ג. $\tan 5x = -1$ ד. $3 \sin 2x = 2$

ה. $3 \cos 3x = 1$ ו. $2 \tan 4x = 1$

(6) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (ארגומנט מורכב) :

א. $\sin(2x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ב. $\cos(75^\circ - 3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ג. $\tan(50^\circ - x) = 1.3$

(7) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקציות עם ארגומנטים שונים) :

א. $\sin x = \sin 3x$ ב. $\sin 2x = \sin(x + 30^\circ)$

ג. $\sin x = \sin(120^\circ - x)$ ד. $\cos x = \cos 3x$

ה. $\cos x = \cos(40^\circ - x)$ ו. $\tan x = \tan 3x$

ז. $\tan 2x = \tan(60^\circ - x)$

(8) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (משוואות מיוחדות) :

א. $\sin x = 0$ ב. $\sin x = 1$

ג. $\sin x = -1$ ד. $\cos x = 0$

ה. $\cos x = 1$ ו. $\cos x = -1$

ז. $\tan x = 0$ ח. $\tan x = 1$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 150^\circ + 360^\circ k$ ב. $x_1 = 45^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 135^\circ + 360^\circ k$
 ג. $x_1 = -60^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 240^\circ + 360^\circ k$ ד. $x_1 = -30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 210^\circ + 360^\circ k$
- (2) א. $x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k$ ב. $x_{1,2} = \pm 150^\circ + 360^\circ k$
- (3) א. $x = 30^\circ + 180^\circ k$ ב. $x = 135^\circ + 180^\circ k$
- (4) א. $x_1 = 44.427^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 135.573^\circ + 360^\circ k$
 ב. $x_{1,2} = 126.87^\circ + 360^\circ k$ ג. $x = 78.69^\circ + 180^\circ k$
- (5) א. $x_1 = 10^\circ + 120^\circ k$, $x_2 = 50^\circ + 120^\circ k$ ב. $x_1 = 75^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = -75^\circ + 180^\circ k$
 ג. $x = -9^\circ + 36^\circ k$ ד. $x_1 = 20.9^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = 69.09^\circ + 180^\circ k$
 ה. $x_{1,2} = \pm 23.5^\circ + 120^\circ k$ ו. $x = 6.64^\circ + 45^\circ k$
- (6) א. $x_1 = 105^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = -45^\circ + 180^\circ k$
 ב. $x_1 = 10^\circ + 120^\circ k$, $x_2 = 40^\circ + 120^\circ k$ ג. $x = -2.431^\circ + 180^\circ k$
- (7) א. $x_1 = 180^\circ k$, $x_2 = 45^\circ + 90^\circ k$ ב. $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 50^\circ + 120^\circ k$
 ג. $x = 60^\circ + 180^\circ k$ ד. $x = 90^\circ k$
 ה. $x = 20^\circ + 180^\circ k$ ו. $x = 180^\circ k$ ז. $x = 20^\circ + 60^\circ k$
- (8) א. $x = 180^\circ k$ ב. $x = 90^\circ + 360^\circ k$ ג. $x = 180^\circ + 360^\circ k$
 ד. $x = 90^\circ + 180^\circ k$ ה. $x = 360^\circ k$ ו. $x = 180^\circ + 360^\circ k$
 ז. $x = 180^\circ k$ ח. $x = 45^\circ + 180^\circ k$

משוואות הנפתרות ע"י טכניקה אלגברית:

סיכום כללי:

נעזר בטכניקה אלגברית בכדי להביא משוואה מורכבת לצורה של משוואה יסודית.

טכניקות שכיחות:

- הוצאת שורש ריבועי.
- פירוק לגורמים (ע"י הוצאת גורם משותף, ע"י נוסחאות הכפל המקוצר וע"י פירוק טרינום).
- פתרון משוואה ריבועית.

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (טכניקה אלגברית):

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} \quad (2) \qquad \cos^2 x = \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\sin x \cos 3x = 0 \quad (4) \qquad \tan^2 2x = 3 \quad (3)$$

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (6) \qquad \sin 2x - 2 \sin^2 2x = 0 \quad (5)$$

$$3 \sin^2 x - \sin x = 2 \quad (8) \qquad 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad (7)$$

$$\cos^2 x + 2 \cos x = 3 \quad (10) \qquad 6 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad (9)$$

$$\tan^2 x = 4 \tan x - 1 \quad (12) \qquad \tan^2 x - 3 \tan x - 4 = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0 \quad (14) \qquad \cos x - \frac{2}{\cos x} + 1 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\cos 2x}{\tan x + 1} = 0 \quad (15)$$

תשובות סופיות:

$$. x_{1,2} = \pm 30^\circ + 360^\circ k, x_{3,4} = \pm 150^\circ + 360^\circ k \quad (1)$$

$$. x_1 = 30^\circ + 360^\circ k, x_2 = 150^\circ + 360^\circ k, x_3 = 330^\circ + 360^\circ k, x_4 = 210^\circ + 360^\circ k \quad (2)$$

$$. x_1 = 30^\circ + 90^\circ k, x_2 = -30^\circ + 90^\circ k \quad (3)$$

$$. x_1 = 180^\circ k, x_2 = 30^\circ + 60^\circ k \quad (4)$$

$$. x_1 = 90^\circ k, x_2 = 15^\circ + 180^\circ k, x_3 = 75^\circ + 180^\circ k \quad (5)$$

$$. x_1 = 90^\circ + 180^\circ k, x_{2,3} = \pm 150^\circ + 360^\circ k \quad (6)$$

$$. x_1 = 90^\circ + 360^\circ k, x_2 = 210^\circ + 360^\circ k, x_3 = -30^\circ + 360^\circ k \quad (7)$$

$$. x_1 = 90^\circ + 360^\circ k, x_2 = -41.8^\circ + 360^\circ k, x_3 = 221.8^\circ + 360^\circ k \quad (8)$$

$$. x_1 = 30^\circ + 360^\circ k, x_2 = 150^\circ + 360^\circ k, x_3 = -19.4^\circ + 360^\circ k, x_4 = 199.4^\circ + 360^\circ k \quad (9)$$

$$. x = 360^\circ k \quad (10)$$

$$. x_1 = -45^\circ + 180^\circ k, x_2 = 75.964^\circ + 180^\circ k \quad (11)$$

$$. x_1 = 75^\circ + 180^\circ k, x_2 = 15^\circ + 180^\circ k \quad (12)$$

$$. x = 360^\circ k \quad (13)$$

$$. x = 180^\circ + 360^\circ k \quad (14)$$

$$. x = 45^\circ + 90^\circ k, x \neq -45^\circ + 180^\circ k \quad (15)$$

משוואות הנפתרות ע"י זהויות יסוד:

סיכום כללי:

כאשר משוואה מכילה יותר מפונקציה טריגונומטרית אחת, יש תחילה להעביר אותה למשוואה שקולה המכילה פונקציה טריגונומטרית אחת. לאחר מכן ניתן לבצע פעולות אלגבריות בכדי לקבל משוואות יסודיות ולכתוב את הפתרון עבור כל אחת. לשם כך נעזר בזהויות טריגונומטריות.

תזכורת – זהויות היסוד הטריגונומטריות:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	קשרים בין פונקציות
$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$	$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ $\cot \alpha = \tan(90^\circ - \alpha)$	זוויות משלימות ל- 90°
$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	
		קשרים בין פונקציות

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$\sin x = \cos(x + 45^\circ) \quad (2)$$

$$\sin x = \cos x \quad (1)$$

$$2 \cos^2 x = 3 \sin x \quad (4)$$

$$\cos x = \frac{2}{3} \sin^2 x \quad (3)$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x \quad (6)$$

$$\sin^2 x - \cos x = \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$\sin x - \tan x = 0 \quad (8)$$

$$\sin^2 x + 2 \cos^2 x = 1.5 \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$\text{(1)} \quad x = 45^\circ + 180^\circ k$$

$$\text{(2)} \quad x = 22.5^\circ + 180^\circ k$$

$$\text{(3)} \quad x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k$$

$$\text{(4)} \quad x_1 = 30^\circ + 360^\circ k, x_2 = 150^\circ + 360^\circ k$$

$$\text{(5)} \quad x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k$$

$$\text{(6)} \quad x_1 = 30^\circ + 120^\circ k, x_2 = -90^\circ + 360^\circ k$$

$$\text{(7)} \quad x_{1,2} = \pm 45^\circ + 360^\circ k, x_{3,4} = \pm 135^\circ + 360^\circ k$$

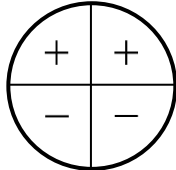
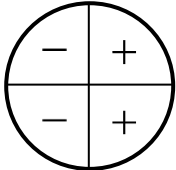
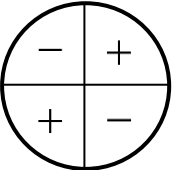
$$\text{(8)} \quad x = 180^\circ k$$

משוואות הנפתרות ע"י זהויות של מעגל היחידה:

סיכום כללי:

כאשר משוואה מכילה יותר מפונקציה טריגונומטרית אחת, יש תחילה להעביר אותה למשוואה שקולה המכילה פונקציה טריגונומטרית אחת. לאחר מכן ניתן לבצע פעולות אלגבריות בכדי לקבל משוואות יסודיות ולכתוב את הפתרון עבור כל אחת. לשם כך נעזר בזהויות טריגונומטריות.

תזכורת – זהויות של מעגל היחידה:

רביע	סינוס	קוסינוס	טנגנס
I II III	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ $\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
סימנים			

זהויות עבור זוויות הגדולות מ-360 מעלות:

$$\boxed{\begin{matrix} \sin(\alpha + 360^\circ k) = \sin \alpha \\ \cos(\alpha + 360^\circ k) = \cos \alpha \end{matrix}}, \quad \boxed{\begin{matrix} \tan(\alpha + 180^\circ k) = \tan \alpha \\ \cot(\alpha + 180^\circ k) = \cot \alpha \end{matrix}}$$

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \cos 2x = -\cos 3x & (2) \\ \sin 3x = -\cos(180^\circ - x) & (4) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \sin x = -\sin 3x & (1) \\ \sin(x + 30^\circ) = -\cos x & (3) \end{array}$$

תשובות סופיות:

$$\begin{array}{ll} x_1 = 180^\circ + 360^\circ k, x_2 = 36^\circ + 72^\circ k & (2) \\ x_1 = 22.5^\circ + 90^\circ k, x_2 = 45^\circ + 180^\circ k & (4) \end{array} \quad \begin{array}{ll} x_1 = 90^\circ k, x_2 = -90^\circ + 180^\circ k & (1) \\ x = 120^\circ + 180^\circ k & (3) \end{array}$$

משוואות הנפתרות על ידי חלוקה בקוסינוס:

סיכום כללי:

טכניקה יעילה כדי להעביר משוואה מהצורה: $\sin x = a \cos x$ לפונקציה טריגונומטרית אחת היא ע"י חלוקה ב- $\cos x$ (בתנאי ש- $\cos x \neq 0$). כך מתקבלת המשוואה:

$$\sin x = a \cos x \quad / : \cos x \neq 0$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = a \frac{\cos x}{\cos x}$$

$$\tan x = a$$

$$x = \tan^{-1}(a) + 180^\circ k$$

הערה:

יש לבדוק האם ערכי x שמקיימים $\cos x = 0$ מהווים פתרון למשוואה. אם כן אז יש להוסיף אותם לפתרון הסופי.

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$3 \sin x = \cos x \quad (2)$$

$$\sin x = 2 \cos x \quad (1)$$

$$2 \sin x = -5 \cos x \quad (4)$$

$$4 \sin x = 7 \cos x \quad (3)$$

$$3 \sin^2 x = \cos^2 x \quad (6)$$

$$\sin^2 x = 8 \cos^2 x \quad (5)$$

תשובות סופיות:

$$. x = 63.43^\circ + 180^\circ k \quad (1)$$

$$. x = 18.43^\circ + 180^\circ k \quad (2)$$

$$. x = 60.25^\circ + 180^\circ k \quad (3)$$

$$. x = -68.19^\circ + 180^\circ k \quad (4)$$

$$. x_1 = 70.52^\circ + 180^\circ k, x_2 = -70.52^\circ + 180^\circ k \quad (5)$$

$$. x_1 = 30^\circ + 180^\circ k, x_2 = -30^\circ + 180^\circ k \quad (6)$$

משוואות הנפתרות על ידי זהויות של סכום והפרש זוויות:

סיכום כללי:

כאשר משוואה מכילה יותר מפונקציה טריגונומטרית אחת, יש תחילה להעביר אותה למשוואה שקולה המכילה פונקציה טריגונומטרית אחת. לאחר מכן ניתן לבצע פעולות אלגבריות בכדי לקבל משוואות יסודיות ולכתוב את הפתרון עבור כל אחת. לשם כך נעזר בזהויות טריגונומטריות.

תזכורת – זהויות של סכום והפרש זוויות:

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	סכום והפרש עבור סינוס וקוסינוס
$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$ $\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$	סכום והפרש עבור טנגנס וקוטנגנס

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$\sin(x + 45^\circ) \sin(x - 45^\circ) = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \sin x = \sin(60^\circ - x) \quad (1)$$

$$3 \cos^2 x - \sin^2 x = \sin 3x \quad (4)$$

$$\frac{\cos 3x}{\sin x} - \frac{\sin 3x}{\cos x} = 2 \quad (3)$$

תשובות סופיות:

$$x = 19.11^\circ + 180^\circ k \quad (1)$$

$$x = 90^\circ + 180^\circ k \quad (2)$$

$$x = 15^\circ + 60^\circ k \quad (3)$$

$$x_{1,2} = \pm 60^\circ + 180^\circ k, x_3 = 90^\circ + 360^\circ k \quad (4)$$

משוואות הנפתרות ע"י זהויות של זווית כפולה:

סיכום כללי:

כאשר משוואה מכילה יותר מפונקציה טריגונומטרית אחת, יש תחילה להעביר אותה למשוואה שקולה המכילה פונקציה טריגונומטרית אחת. לאחר מכן ניתן לבצע פעולות אלגבריות בכדי לקבל משוואות יסודיות ולכתוב את הפתרון עבור כל אחת. לשם כך נעזר בזהויות טריגונומטריות.

תזכורת – זהויות של זווית כפולה:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	סינוס זווית כפולה
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	קוסינוס זווית כפולה

שאלות:

כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------|
| $\sqrt{2} \sin x + \sin 2x = 0$ (2) | $\sin x - \sin 2x = 0$ (1) |
| $2 \cos 2x + \sin 4x = 0$ (4) | $4 \cos x = \sin 2x$ (3) |
| $\cos 2x = 2 \sin x$ (6) | $3 \cos x - \cos 2x = 0$ (5) |
| $2 \sin^2 x = \cos 2x + 2$ (8) | $\sin x + \cos 2x = 1$ (7) |

תשובות סופיות:

- | | |
|---|---|
| $x_1 = 180^\circ k, x_{2,3} = \pm 135^\circ + 360^\circ k$ (2) | $x_1 = 360^\circ k, x_2 = 60^\circ + 120^\circ k$ (1) |
| $x_1 = 45^\circ + 90^\circ k, x_2 = 135^\circ + 180^\circ k$ (4) | $x = 90^\circ + 180^\circ k$ (3) |
| $x_1 = 21.1^\circ + 360^\circ k, x_2 = 158.9^\circ + 360^\circ k$ (6) | $x_{1,2} = \pm 106.307^\circ + 360^\circ k$ (5) |
| $x_1 = 180^\circ k, x_2 = 30^\circ + 360^\circ k, x_3 = 150^\circ + 360^\circ k$ (7) | |
| $x_1 = -60^\circ + 360^\circ k, x_2 = 60^\circ + 360^\circ k, x_3 = 120^\circ + 360^\circ k, x_4 = 240^\circ + 360^\circ k$ (8) | |

משוואות עם תחום נתון:

סיכום כללי:

כדי למצוא את הפתרונות של משוואה טריגונומטרית בתחום נתון, נמצא תחילה את הפתרון הכללי שלה ולאחר מכן נציב ערכים ב- k ונבחר את הערכים שנמצאים בתחום הנתון.

שאלות:

מצא את כל הפתרונות של המשוואות הבאות בתחום הנתון לידן:

- (1) $[0^\circ:180^\circ]$, $8\sin x - 4 = 0$
- (2) $[-90^\circ:90^\circ]$, $\sin 2x = \sin(x + 60^\circ)$
- (3) $[-90^\circ:90^\circ]$, $3\cos(2x + 30^\circ) + 1 = 0$
- (4) $[0^\circ:360^\circ]$, $\cos(50^\circ - x) = -\cos x$
- (5) $[-30^\circ:30^\circ]$, $2\sin 3x - 5\cos 3x = 0$
- (6) $[0^\circ:180^\circ]$, $2\cos^2 3x = \sin 6x + 1$
- (7) $[-180^\circ:180^\circ]$, $\cos 4x + 1 = 3\sin 2x$
- (8) $[-180^\circ:180^\circ]$, $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x = 0$

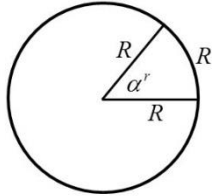
תשובות סופיות:

- (1) $x = 30^\circ, 150^\circ$
- (2) $x = -80^\circ, 40^\circ, 60^\circ$
- (3) $x = 39.736^\circ, -69.736^\circ$
- (4) $x = 115^\circ, 295^\circ$
- (5) $x = 22.733^\circ$
- (6) $x = 7.5^\circ, 37.5^\circ, 67.5^\circ, 97.5^\circ, 127.5^\circ, 157.5^\circ$
- (7) $x = -165^\circ, -105^\circ, 15^\circ, 75^\circ$
- (8) $x = -138.19^\circ, -41.81^\circ, 90^\circ$

משוואות עם זוויות ברדיאנים:

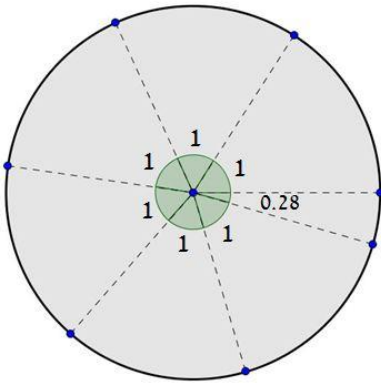
סיכום כללי:

הגדרת הרדיאן:



זווית של רדיאן אחד מוגדרת להיות הזווית המרכזית המתאימה לקשת שאורכה שווה לרדיוס המעגל.

עבור מעגל שרדיוסו R , תימצאנה 2π רדיאנים על היקפו, שכן היקף מעגל הוא $P = 2\pi \cdot R$.



באיור שלפניך ניתן לראות חלוקה של מעגל ל- $2\pi = 6.28$ קשתות אשר שוות לרדיוס המעגל. הזווית של כל קשת כזאת שווה לרדיאן אחד, כאשר הזווית האחרונה שווה ל-0.28 מרדיאן. מקבלים 2π רדיאנים.

קשר בין רדיאנים למעלות:

- נוסחת מעבר מזווית α° (במעלות) לזווית α^r (ברדיאנים): $\alpha^r = \frac{\pi}{180} \alpha^\circ$
- נוסחת מעבר מזווית α^r (ברדיאנים) לזווית α° (במעלות): $\alpha^\circ = \frac{180}{\pi} \alpha^r$

פתרונות משוואות טריגונומטריות ברדיאנים:

להלן נוסחאות הפתרון של המשוואות הטריונומטריות היסודיות כאשר x הוא משתנה ו- α היא זווית ידועה הנתונה ברדיאנים:

המשוואה	הפתרון
$\sin x = \sin \alpha$	$x_1 = \alpha + 2\pi k$, $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$
$\cos x = \cos \alpha$	$x_{1,2} = \pm \alpha + 2\pi k$
$\tan x = \tan \alpha$	$x = \alpha + \pi k$
$\cot x = \cot \alpha$	$x = \alpha + \pi k$

כאשר k מספר שלם.

שאלות:

(1) המר את הזוויות הבאות ממעלות לרדיאנים:

א. 30°	ב. 90°	ג. 75°	ד. 120°
ה. 210°	ו. 315°	ז. 18°	ח. 285°
ט. -15°	י. -80°	יא. 510°	יב. -390°

(2) המר את הזוויות הבאות מרדיאנים למעלות:

א. π	ב. 2π	ג. 4π	ד. 1.5π
ה. $\frac{1}{2}\pi$	ו. $\frac{\pi}{4}$	ז. $\frac{\pi}{6}$	ח. $\frac{1}{18}\pi$
ט. $\frac{13}{18}\pi$	י. $\frac{19}{12}\pi$	יא. $1\frac{1}{6}\pi$	יב. $2\frac{1}{4}\pi$

(3) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (משוואות יסודיות שונות):

א. $2\sin 3x = 1$, $\left[0 : \frac{1}{3}\pi\right]$	ב. $\sqrt{3} + 2\cos x = 0$, $[0 : \pi]$
ג. $3 - 3\tan \frac{x}{2} = 0$, $[0 : 2\pi]$	ד. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $[0 : \pi]$
ה. $4\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2 = 0$, $\left[0 : \frac{1}{2}\pi\right]$	ו. $\sin x = \sin\left(\frac{2}{3}\pi - 2x\right)$, $\left[-\frac{5\pi}{18} : \frac{5\pi}{18}\right]$
ז. $5 - 5\tan(4x - 0.1\pi) = 0$, $\left[0 : \frac{\pi}{3}\right]$	ח. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 0.7$, $\left[-\frac{\pi}{4} : \frac{\pi}{4}\right]$

(4) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (טכניקה אלגברית):

א. $\sin^2 x = \frac{3}{4}$, $\left[0 : \frac{\pi}{2}\right]$	ב. $16\cos^2 2x - 1 = 0$, $\left[-\frac{\pi}{8} : \frac{\pi}{8}\right]$
ג. $2\tan^2 x - 18 = 0$, $[0 : \pi]$	ד. $3\sin x \cos x + 3\cos x = 0$, $\left[-\frac{\pi}{3} : \frac{\pi}{3}\right]$
ה. $\sin^2 x - 5\sin x \cos x = 0$, $\left[-\frac{\pi}{2} : \frac{\pi}{2}\right]$	ו. $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$, $[-\pi : \pi]$
ז. $4\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x - 1 = 0$, $[-\pi : 0]$	ח. $\tan^2 x - 7\tan x + 10 = 0$, $[0 : 2\pi]$

(5) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (שימוש בזהויות יסוד):

א. $0 \leq x \leq \pi, \sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

ב. $0 \leq x \leq \pi, \tan x = 4 \sin x$

ג. $0 \leq x \leq 2\pi, 2 \sin^2 x = 3 \cos x$

(6) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (שימוש בזהויות ממעגל היחידה):

א. $[-\pi : \pi], \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin x$

ב. $[0 : \pi], \sin\left(2x + \frac{2}{9}\pi\right) = -\cos 2x$

ג. $[0 : \pi], \sin 4x = -\cos(\pi - x)$

ד. $\left[-\frac{\pi}{2} : \frac{\pi}{2}\right], \tan x = -\tan 2x$

(7) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (זהויות של זווית כפולה):

א. $-\pi \leq x \leq \pi, \sin 2x + \cos^2 x = 0$

ב. $[-\pi : \pi], \cos 4x + 1 = 3 \sin 2x$

ג. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 2 \sin^2 x = \cos 2x + 2$

ד. $0 \leq x \leq \pi, \cos 4x + \sin^2 x = 1$

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{\pi}{6}$ ב. $\frac{\pi}{2}$ ג. $\frac{5\pi}{12}$ ד. $\frac{2\pi}{3}$ ה. $\frac{7\pi}{6}$
 ו. $\frac{7\pi}{4}$ ז. $\frac{\pi}{10}$ ח. $\frac{19\pi}{12}$ ט. $-\frac{\pi}{12}$ י. $-\frac{4\pi}{9}$
 יא. $\frac{17\pi}{6}$ יב. $-\frac{13\pi}{6}$
- (2) א. 180° ב. 360° ג. 720° ד. 270° ה. 90°
 ו. 45° ז. 30° ח. 10° ט. 130° י. 285°
 יא. 210° יב. 405°
- (3) א. $x = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}$ ב. $x = \frac{5\pi}{6}$ ג. $x = \frac{\pi}{2}$ ד. $x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$
 ה. $x = 0$ ו. $x = \frac{2\pi}{9}$ ז. $x = 0.0875\pi$ ח. $x = 0.224\pi$
- (4) א. $x = \frac{\pi}{3}$ ב. ϕ ג. $x = 0.398\pi, 0.602\pi$ ד. ϕ
 ה. $x = 0, 0.437\pi$ ו. $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$
 ז. $x = -\frac{\pi}{4}, -0.615\pi$ ח. $x = 0.352\pi, 0.437\pi, 1.352\pi, 1.437\pi$
- (5) א. $x = \frac{\pi}{8}$ ב. $x = 0, 0.42\pi, \pi$ ג. $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$
- (6) א. $x = \frac{\pi}{12}, -\frac{11\pi}{12}$ ב. $x = \frac{23\pi}{72}, \frac{59\pi}{72}$
 ג. $x = \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{10}$ ד. $x = \pm \frac{\pi}{3}, 0$
- (7) א. $x = \pm \frac{\pi}{2}, -0.148\pi, 0.852\pi$ ב. $x = -\frac{7\pi}{12}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$
 ג. $x = \pm \frac{\pi}{3}$ ד. $x = 0, 0.38\pi, 0.61\pi, \pi$

מיומנויות מתמטיות 941001-01

פרק 11 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית (ללא ספר)
2. כללי הגזירה (ללא ספר)
3. שימושי הנגזרת (ללא ספר)