

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות



## תוכן העניינים

1	מבוא לאלגברה	1
47	משוואות אלגבריות	47
59	הקו הישר	59
(ללא ספר)	הפונקציה הריבועית	4
71	אי שיוויונים אלגבריים	71
80	חקירת משוואה ממעלה ראשונה	80
92	בעיות מילוליות	92
114	מבוא לגיאומטריה של המישור	114
(ללא ספר)	גיאומטריה - משולשים	9
(ללא ספר)	גיאומטריה - מרובעים	10
(ללא ספר)	גיאומטריה - שטחים והיקפים	11
(ללא ספר)	גיאומטריה - המעגל	12
(ללא ספר)	סדרות	13

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 1 - מבוא לאלגברה

תוכן העניינים

1. מספרים מכוונים ..... 1
2. חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים ..... 5
3. סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים ..... 7
4. שברים פשוטים, עשרוניים ואחוזים ..... 8
5. כפל וחילוק שברים ..... 14
6. חיבור וחסור שברים ..... 16
7. בעיות יסודיות באחוזים ..... 20
8. חזרה על תבניות מספר ..... 22
9. כינוס איברים ..... 24
10. פישוט ביטויים על ידי פתיחת סוגריים ..... 26
11. פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר ..... 28
12. פירוק לגורמים של ביטויים אלגברים ..... 30
13. פירוק הטרינום ..... 33
14. שברים אלגברים ..... 35
15. כפל וחילוק של שברים אלגברים ..... 39
16. חיבור וחסור של שברים אלגברים ..... 41
17. שברים כפולים ..... 45

## מספרים מכוונים:

### סיכום כללי:

מספרים מכוונים הם מספרים שיכולים לקבל סימן חיובי או שלילי, כגון:

- בקניון גדול ישנן קומות 1, 2, 3, 4, וכן חניונים הממוקמים בקומות 1-, 2-, ו-3-.
- גובה פני הים מוגדר להיות 0 מטרים. העיר חיפה נמצאת כ-103 מטרים מעל פני הים בעוד שים המלח נמצא בגובה 426- מטרים.

### כללים:

- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים זהים, מחברים את המספרים עצמם והסימן נשאר.
- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים מנוגדים, מחסירים את המספרים זה מזה (הקטן מהגדול) וסימן התוצאה כסימן המספר הגדול מביניהם.
- כפל וחילוק יתבצע בשני חלקים:
  - ביצוע הפעולה על המספרים עצמם.
  - קביעת הסימן של התוצאה באופן הבא:
    - כפל או חילוק של שני מספרים בעלי אותו סימן - התוצאה תהיה חיובית.
    - כפל או חילוק של שני מספרים שונים סימן - התוצאה תהיה שלילית.

### הערה:

אם יש רצף של מכפלות (או חילוקים), סימן התוצאה תלוי במספר הפעמים שבהם מופיע סימן שלילי (-). אם הסימן מופיע מספר זוגי של פעמים התוצאה חיובית, ואם הוא מופיע מספר אי-זוגי של פעמים אזי התוצאה שלילית.

## שאלות:

(1) סמנו את המספרים הבאים על ציר המספרים בהתאמה:

$$-3\frac{1}{2}, 4, 1\frac{1}{3}, -5, -\frac{1}{2}, 2, 0, \frac{1}{2}, -2$$



(2) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב.  $-3-2$

א.  $3+2$

ד.  $-3+2$

ג.  $3-2$

ו.  $7+10$

ה.  $-1-4$

ח.  $-7+3$

ז.  $-6+5$

(3) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב.  $5-8-12+17$

א.  $5+7-23+1$

ד.  $-4-11+2+9$

ג.  $3-14+2+6$

ו.  $-7-13+5-3$

ה.  $6-21+3-7$

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

ב.  $4 \cdot (-7)$

א.  $4 \cdot 9$

ד.  $(-5) \cdot (-3)$

ג.  $(-6) \cdot (-5)$

ו.  $(-8) \cdot 5$

ה.  $(-2) \cdot 8$

ח.  $2 \cdot 3 \cdot 3$

ז.  $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3)$

י.  $(-2) \cdot (-3) \cdot 3$

ט.  $(-2) \cdot 3 \cdot (-3)$

יב.  $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-2)$

יא.  $2 \cdot 3 \cdot (-3)$

יד.  $1 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

יג.  $(-1) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

5) מהו הסימן של תוצאת המכפלה בכל מקרה :

א.  $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ב.  $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot (-5)$

ג.  $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ד.  $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot 5$

6) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב.  $(-30) : 3$

א.  $(-25) : (-5)$

ד.  $(-32) : (-4)$

ג.  $40 : (-10)$

ו.  $4 : (-16)$

ה.  $(-6) : 18$

7) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב.  $\frac{42}{-6}$

א.  $\frac{-60}{12}$

ד.  $\frac{-12}{-3}$

ג.  $\frac{32}{-4}$

8) מה התוצאה של כל אחת מהפעולות הבאות :

ב.  $(-2) \cdot 0$

א.  $0 : 5$

ד.  $6 : 0$

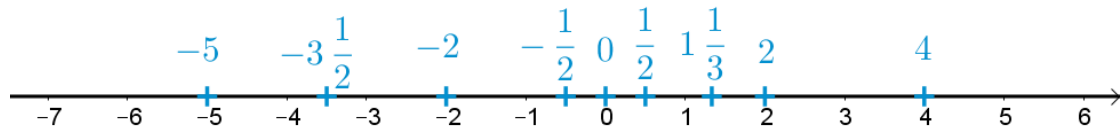
ג.  $0 \cdot (-3) \cdot 4$

ו.  $0 - 4$

ה.  $0 + 4$

## תשובות סופיות:

(1) להלן מערכת הצירים:



- (2) א. 5    ב. -5    ג. 1    ד. -1    ה. -5
- ו. 17    ז. -1    ח. -4
- (3) א. -10    ב. 2    ג. -3    ד. -4    ה. -19    ו. -18
- (4) א. 36    ב. -28    ג. 30    ד. 15    ה. -16
- ו. -40    ז. -18    ח. 18    ט. 18    י. 18
- יא. -18    יב. 36    יג. -16    יד. 16
- (5) א. +    ב. +    ג. -    ד. -
- (6) א. 5    ב. -10    ג. -4    ד. 8    ה.  $-\frac{1}{3}$     ו.  $-\frac{1}{4}$
- (7) א. -5    ב. -7    ג. -8    ד. 4
- (8) א. 0    ב. 0    ג. 0    ד. לא מוגדר    ה. 4    ו. -4

## חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים:

### סיכום כללי:

#### הגדרה:

פעולת החזקה היא צורה מקוצרת שמייצגת פעולת כפל של אותו מספר בעצמו מספר פעמים. סימון החזקה הוא באופן הבא:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

כאשר  $a$  נקרא הבסיס ו- $n$  נקראת החזקה.

#### הערות:

- כאשר הבסיס חיובי, התוצאה תמיד תהיה חיובית ללא קשר האם החזקה היא זוגית או אי-זוגית.
- כאשר הבסיס שלילי, התוצאה תהיה חיובית אם החזקה היא זוגית ושלילית אם החזקה היא אי-זוגית.

#### הגדרה:

פעולת השורש היא הפוכה לפעולת החזקה והיא מאפשרת למצוא את בסיס החזקה. סימון השורש הוא באופן הבא:

$$\sqrt[n]{a}$$

כאשר  $a$  נקרא הבסיס ו- $n$  נקרא סדר השורש.

#### הערות:

- שורש למספר חיובי יכול להיות מסדר זוגי או אי-זוגי.
- שורש למספר שלילי יכול להיות מסדר אי-זוגי בלבד.

## שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- |              |               |
|--------------|---------------|
| א. $3^2$     | ב. $3^3$      |
| ג. $(-3)^3$  | ד. $(-2)^3$   |
| ה. $4^3$     | ו. $3^4$      |
| ז. $(-5)^3$  | ח. $10^4$     |
| ט. $-(-3)^4$ | י. $-5^4$     |
| יא. $-4^3$   | יב. $-(-2)^6$ |

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| א. $\sqrt[3]{-27}$ | ב. $\sqrt[4]{625}$   |
| ג. $\sqrt[4]{-16}$ | ד. $\sqrt[5]{-32}$   |
| ה. $-\sqrt[4]{81}$ | ו. $-\sqrt[3]{1000}$ |

## תשובות סופיות:

- |         |          |             |         |         |         |
|---------|----------|-------------|---------|---------|---------|
| א. 9    | ב. 27    | ג. -27      | ד. -8   | ה. 64   | ו. 81   |
| ז. -125 | ח. 10000 | ט. -81      | י. -625 | יא. -64 | יב. -64 |
| א. -3   | ב. 5     | ג. לא מוגדר | ד. -2   | ה. -3   | ו. -10  |

## סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

סדר פעולות חשבון:

- פעולות כפל וחילוק קודמות לפעולות חיבור וחסור.
- פעולות חזקה ושורש קודמות לפעולות כפל וחילוק.
- סוגריים קודמים לכל.

שאלות:

חשב את ערכי הביטויים הבאים:

$$\begin{array}{ll}
 \sqrt{81} + 3 \cdot 2^3 - 40 : 8 & \text{(1)} \\
 3 + 4 \cdot [-3 + 4 \cdot (-2)] + \sqrt{10 + 6} & \text{(4)} \\
 -\sqrt{9} + 5^2 : (-4 - 1) - 24 : 12 \cdot 3 & \text{(6)} \\
 \sqrt[3]{-27} + 4 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^3 & \text{(8)} \\
 (8 - \sqrt[3]{64}) \cdot (2 \cdot (-4) - \sqrt[3]{243}) & \text{(10)} \\
 \frac{3^2 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^3}{(5^2 \cdot 3 - 72) \cdot (-4)} + 2 \cdot \{15 - 20 : (4 + 3 \cdot 2)\} & \text{(11)}
 \end{array}$$

תשובות סופיות:

-37 (4)	19 (3)	33 (2)	28 (1)
-21 (8)	5 (7)	-14 (6)	31 (5)
	20 (11)	-44 (10)	-16 (9)

## שברים פשוטים, עשרוניים ואחוזים:

**סיכום כללי:**

**הגדרה כללית:**

השבר הוא חלק מתוך השלם. מקובל לסמן שבר באמצעות קו שבר המפריד בין המונה (החלק העליון) למכנה (החלק התחתון) באופן הבא:

$$\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$$

**ישנם שלושה סוגים אפשריים של שברים:**

- שבר פשוט – בו המונה קטן מהמכנה (ולכן תמיד יהיה קטן מ-1).
- שבר מדומה – בו המונה גדול מהמכנה (יהיה גדול בערכו מ-1).
- שבר מעורב – המכיל שילוב של מספר שלם ושבר כלשהו.

**שבר עשרוני:**

שבר שהמכנה שלו הוא מספר המהווה כפולות של 10 כגון: 10, 100, 1000 ... שבר עשרוני מיוצג ע"י נקודה עשרונית אשר מבדילה בין החלק שלם לחלק השברי באופן הבא:

$$\underbrace{XX}_{\text{שברים שלמים}}.\underbrace{YYY}$$

כדי להמיר שבר פשוט לשבר עשרוני המכנה צריך להיות בכפולות של 10.

**אחוזים - הגדרה:**

השבר  $\frac{1}{100}$  מוגדר להיות אחוז אחד ומסומן באופן הבא: 1%.

באופן זה השבר  $\frac{45}{100}$  יכתב: 45%, והשבר  $\frac{145}{100}$  יכתב: 145%.

## שאלות:

(1) צבע את החלקים המתאימים בכל עיגול:

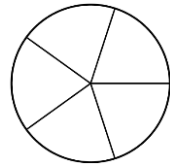
ב. צבע  $\frac{1}{6}$  מהעיגול



א. צבע  $\frac{1}{2}$  מהעיגול



ד. צבע  $\frac{2}{5}$  מהעיגול

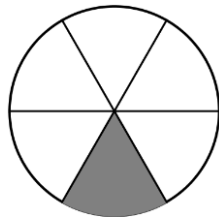


ג. צבע  $\frac{3}{8}$  מהעיגול



(2) כתוב את השבר המתאים לחלקים הצבועים בכל אחד מהמקרים הבאים:

ב. שבר:



א. שבר:



ד. שבר:



ג. שבר:



(3) הרחב את השברים הבאים:

א. השבר  $\frac{1}{2}$  לפי בסיס 4, לפי בסיס 18, לפי בסיס 40.

ב. השבר  $\frac{3}{5}$  לפי בסיס 10, לפי בסיס 25, לפי בסיס 60.

ג. השבר  $\frac{5}{8}$  לפי בסיס 16, לפי בסיס 32, לפי בסיס 88.

(4) צמצם את השברים הבאים ככל הניתן :

א. $\frac{25}{30}$	ב. $\frac{10}{30}$	ג. $\frac{6}{24}$	ד. $\frac{4}{20}$
ה. $\frac{35}{56}$	ו. $\frac{24}{42}$	ז. $\frac{36}{48}$	ח. $\frac{33}{121}$

(5) המר את השברים המדומים הבאים לשברים מעורבים :

א. $-\frac{20}{3}$	ב. $\frac{19}{4}$	ג. $\frac{12}{5}$	ד. $\frac{22}{5}$
ה. $-\frac{34}{6}$	ו. $-\frac{50}{7}$	ז. $\frac{47}{8}$	ח. $\frac{60}{9}$

(6) המר את השברים המעורבים הבאים לשברים מדומים :

א. $1\frac{2}{3}$	ב. $3\frac{5}{6}$	ג. $4\frac{1}{2}$	ד. $6\frac{1}{4}$
ה. $11\frac{3}{4}$	ו. $-2\frac{5}{8}$	ז. $-6\frac{2}{7}$	ח. $12\frac{7}{9}$

(7) קבע איזה שבר גדול יותר בכל אחד מהמקרים הבאים :

א. $\frac{4}{10}$ או $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{7}{6}$ או $\frac{7}{8}$
ג. $\frac{5}{6}$ או $\frac{2}{3}$	ד. $\frac{7}{12}$ או $\frac{5}{18}$

(8) המר את השברים העשרוניים הבאים לשברים פשוטים מצומצמים או מעורבים :

א. 0.7	ב. 0.07	ג. 0.007	ד. 0.34
ה. 0.304	ו. 0.65	ז. 1.2	ח. 1.02
ט. 1.42	י. 3.5	יא. 6.03	יב. 5.125

9) המר את השברים הבאים לשברים עשרוניים:

א. $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{3}{100}$	ג. $\frac{3}{1000}$	ד. $\frac{23}{1000}$
ה. $\frac{1}{2}$	ו. $\frac{3}{4}$	ז. $\frac{2}{5}$	ח. $\frac{4}{25}$
ט. $\frac{7}{50}$	י. $\frac{3}{20}$	יא. $\frac{7}{8}$	יב. $\frac{9}{16}$
יג. $9\frac{1}{10}$	יד. $3\frac{1}{5}$	טו. $4\frac{7}{8}$	טז. $-4\frac{1}{16}$

10) כתוב את השברים הבאים בצורתם העשרונית (היעזר במחשבון וכתוב עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית):

א. $\frac{2}{3}$	ב. $\frac{5}{6}$	ג. $\frac{3}{7}$	ד. $\frac{2}{11}$
------------------	------------------	------------------	-------------------

11) המר מאחוזים לשברים פשוטים:

א. 25%	ב. 32%	ג. 64%	ד. 80%
ה. 120%	ו. 5%	ז. 300%	ח. 150%

12) המר משברים פשוטים לאחוזים:

א. $\frac{3}{4}$	ב. $\frac{1}{8}$	ג. $\frac{4}{5}$	ד. $\frac{7}{20}$
ה. $\frac{11}{40}$	ו. $\frac{70}{125}$	ז. $\frac{5}{6}$	ח. $\frac{4}{9}$

## תשובות סופיות:

(1) תשובה מודגמת בסרטון.

- (2) א.  $\frac{1}{5}$  ב.  $\frac{1}{6}$  ג.  $\frac{2}{3}$  ד.  $\frac{3}{4}$
- (3) א.  $\frac{4}{8}, \frac{18}{36}, \frac{40}{80}$  ב.  $\frac{30}{50}, \frac{75}{125}, \frac{180}{300}$  ג.  $\frac{80}{128}, \frac{160}{256}, \frac{440}{700}$
- (4) א.  $\frac{5}{6}$  ב.  $\frac{1}{3}$  ג.  $\frac{1}{4}$  ד.  $\frac{1}{5}$  ה.  $\frac{5}{8}$  ו.  $\frac{4}{7}$
- (5) א.  $-6\frac{2}{3}$  ב.  $4\frac{3}{4}$  ג.  $2\frac{2}{5}$  ד.  $4\frac{2}{5}$  ה.  $-5\frac{4}{6}$  ו.  $-7\frac{1}{7}$
- (6) א.  $\frac{5}{3}$  ב.  $\frac{23}{6}$  ג.  $\frac{9}{2}$  ד.  $\frac{25}{4}$  ה.  $\frac{47}{4}$  ו.  $-\frac{21}{8}$
- (7) א.  $\frac{4}{10}$  ב.  $\frac{7}{6}$  ג.  $\frac{5}{6}$  ד.  $\frac{7}{12}$
- (8) א.  $\frac{7}{10}$  ב.  $\frac{7}{100}$  ג.  $\frac{7}{1000}$  ד.  $\frac{17}{50}$  ה.  $\frac{38}{125}$  ו.  $\frac{13}{20}$
- (9) א. 0.3 ב. 0.03 ג. 0.003 ד. 0.023 ה. 0.5 ו. 0.75
- א. 0.4 ב. 0.16 ג. 0.14 ד. 0.15 ה. 0.875 ו. -4.0625
- א.  $0.6\bar{6}$  ב.  $0.8\bar{3}$  ג. 0.428 ד.  $0.18\bar{8}$
- (11) א.  $\frac{1}{4}$  ב.  $\frac{8}{25}$  ג.  $\frac{16}{25}$  ד.  $\frac{4}{5}$  ה.  $1\frac{1}{5}$  ו.  $\frac{1}{20}$
- א. 3 ב.  $1\frac{1}{2}$

12) א. 75%    ב. 12.5%    ג. 80%    ד. 35%    ה. 27.5%    ו. 56%

ז. 83.333%    ח. 44.444%

## כפל וחילוק שברים:

### סיכום כללי:

- כשכופלים שני שברים יש לכפול מונה במונה ומכנה במכנה.
  - במידה ומדובר במספר שלם הכופל שבר, יש לכפול אותו במונה.
  - במידה ומדובר בשברים מעורבים, יש להפוך אותם תחילה לשברים מדומים ורק אז לבצע את פעולת הכפל.
- כדי לחלק שברים, יש לכפול את השבר הראשון בהופכי של השבר השני.
  - הופכי של שבר מסוים מתקבל ע"י החלפת המונה במכנה.

### שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

$\frac{2}{9} \cdot \frac{8}{10}$ ג.	$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$ ב.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$ א.
$\frac{12}{25} \cdot 5$ ו.	$6 \cdot \frac{2}{3}$ ה.	$3 \cdot \frac{4}{5}$ ד.
$3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{2}{5}$ ט.	$3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5}$ ח.	$1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{4}$ ז.
$\frac{4^3}{5}$ יב.	$\frac{4}{5^3}$ יא.	$\left(\frac{4}{5}\right)^3$ י.

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

$\frac{3}{25} : \frac{7}{10}$ ג.	$\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ ב.	$\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$ א.
$\frac{5}{6} : 3$ ו.	$10 : \frac{2}{3}$ ה.	$8 : \frac{2}{9}$ ד.
$2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{15}$ ט.	$3\frac{3}{4} : 5\frac{5}{8}$ ח.	$\frac{2}{5} : 5$ ז.

## תשובות סופיות:

ג. $\frac{8}{45}$	ד. $2\frac{2}{5}$	ה. 4	ו. $2\frac{2}{5}$	ז. $\frac{9}{20}$	ח. $\frac{5}{21}$	ט. $12\frac{4}{5}$	י. $\frac{64}{125}$	יא. $\frac{4}{125}$	יב. $12\frac{4}{5}$	1 (א. $\frac{9}{20}$ )
ג. $\frac{6}{35}$	ד. 36	ה. 15	ו. $\frac{5}{18}$	ז. $\frac{9}{10}$	ח. $1\frac{1}{2}$	ט. 2	י. $\frac{2}{25}$	יא. $\frac{4}{125}$	יב. $12\frac{4}{5}$	2 (א. $\frac{9}{10}$ )
ג. $\frac{6}{35}$	ד. 36	ה. 15	ו. $\frac{5}{18}$	ז. $\frac{2}{25}$	ח. $\frac{2}{3}$	ט. 2	י. $\frac{2}{25}$	יא. $\frac{4}{125}$	יב. $12\frac{4}{5}$	ז. $3\frac{3}{5}$
ג. $8\frac{8}{35}$	ד. $\frac{64}{125}$	ה. $\frac{4}{125}$	ו. $15\frac{2}{5}$	ז. $15\frac{2}{5}$	ח. $15\frac{2}{5}$	ט. $15\frac{2}{5}$	י. $15\frac{2}{5}$	יא. $15\frac{2}{5}$	יב. $15\frac{2}{5}$	ח. $15\frac{2}{5}$

## חיבור וחסור שברים:

### סיכום כללי:

#### כפולה משותפת מינימלית:

בהינתן זוג מספרים  $a$  ו- $b$ , המספר הקטן ביותר אשר תוצאת חלוקתו במספרים הנ"ל מניבה מספר שלם נקרא הכפולה המינימלית שלהם.

#### הערות:

- כפולה מינימלית יכולה להיות גם עבור יותר משני מספרים.
- הכפולה המינימלית תהיה המכנה המשותף בעת פעולות חיבור וחסור של שברים.

#### כללי החיבור והחסור של שברים:

- חיבור וחסור של שברים בעלי אותו המכנה מתבצע על המספרים שבמונה בלבד כאשר המכנה נשאר כפי שהוא.

$$\text{דוגמא: } \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7}, \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

- חיבור וחסור של שברים בעלי מכנים שונים מתבצע ע"י פעולת מכנה משותף.

$$\text{דוגמא: } \frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{3-10}{12} = -\frac{7}{12}, \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

- חיבור של שבר עם מספר שלם יתבצע באופן ישיר.

$$\text{דוגמא: } 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

חסור של שבר ממספר שלם יתבצע ע"י הוצאת שלמים מהשבר.

$$\text{דוגמא: } 3 - \frac{1}{4} = 2\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$$

דרך נוספת היא ע"י העברת המספר השלם לשבר מדומה:  $3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

- חיבור וחסור של שברים מעורבים יתבצע ע"י העברתם לשברים מדומים תחילה.

$$\text{דוגמא: } 3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} = \frac{17}{5} + \frac{13}{6} = \frac{17 \cdot 6}{30} + \frac{13 \cdot 5}{30} = \frac{102 + 65}{30} = \frac{167}{30} = 5\frac{17}{30}$$

ניתן גם לפצל ולבצע את פעולת החיבור (או החיסור) של המספרים השלמים תחילה, ולאחר מכן לבצע את הפעולה עבור השברים.

$$\text{דוגמא: } 2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} = (2 - 5) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = -3 + \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12}\right) = -3 + \frac{5}{12} = -2\frac{7}{12}$$

## שאלות:

- (1) מצא את הכפולה המשותפת המינימלית של המספרים הבאים:

א. 2 ו-3	ב. 2 ו-4	ג. 3 ו-5	ד. 6 ו-10
ה. 4 ו-10	ו. 4 ו-6	ז. 3, 5 ו-10	ח. 2, 3 ו-8

- (2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$	ב. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$
ג. $\frac{4}{13} + \frac{9}{13}$	ד. $\frac{7}{8} + \frac{7}{8}$
ה. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$	ו. $\frac{8}{9} - \frac{7}{9}$
ז. $\frac{2}{12} - \frac{5}{12}$	ח. $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}$
ט. $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8}$	י. $\frac{7}{15} + \frac{8}{15} - \frac{6}{15}$

(3) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$

ב.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$

ג.  $\frac{4}{6} - \frac{1}{12}$

ד.  $\frac{3}{6} - \frac{5}{8}$

ה.  $\frac{5}{4} + \frac{7}{2} + \frac{2}{8}$

ו.  $\frac{7}{3} + \frac{6}{5} + \frac{3}{10}$

ז.  $\frac{4}{7} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

ח.  $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} - \frac{3}{5}$

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $2 + \frac{5}{6}$

ב.  $2 - \frac{5}{6}$

ג.  $2\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$

ד.  $2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$

ה.  $3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}$

ו.  $5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{2}$

ז.  $2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{9}$

ח.  $\frac{3}{4} - 1\frac{1}{5} + \frac{8}{20}$

(5) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{3}{14} : \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - \frac{2}{5}$

ג.  $\frac{5}{11} \cdot 2\frac{3}{4} - 6 : \frac{2}{5}$

ד.  $2\frac{4}{5} : \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{7} + \frac{1}{6}$

ה.  $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$

## תשובות סופיות:

12. ג.	20. ה.	30. ד.	15. ג.	4. ב.	6. א. (1
				24. ח.	30. ז.
$\frac{1}{9}$ . ג.	$\frac{1}{2}$ . ה.	$1\frac{3}{4}$ . ד.	1. ג.	$\frac{7}{9}$ . ב.	$\frac{4}{5}$ . א. (2
		$\frac{3}{5}$ . י.	$1\frac{5}{8}$ . ט.	$-\frac{4}{5}$ . ח.	$-\frac{1}{4}$ . ז.
$3\frac{5}{6}$ . ג.	5. ה.	$-\frac{1}{8}$ . ד.	$\frac{7}{12}$ . ג.	$\frac{7}{10}$ . ב.	$1\frac{5}{6}$ . א. (3
				$-\frac{1}{10}$ . ח.	$\frac{19}{21}$ . ז.
$-\frac{5}{8}$ . ג.	$7\frac{11}{12}$ . ה.	$1\frac{5}{12}$ . ד.	$3\frac{1}{12}$ . ג.	$1\frac{1}{6}$ . ב.	$2\frac{5}{6}$ . א. (4
				$-\frac{1}{20}$ . ח.	$2\frac{13}{18}$ . ז.
	$3\frac{5}{18}$ . ה.	$2\frac{5}{6}$ . ד.	$-13\frac{3}{4}$ . ג.	$1\frac{1}{10}$ . ב.	$2\frac{11}{24}$ . א. (5

## בעיות יסודיות באחוזים:

### סיכום כללי:

נוסחה לביצוע חישובים עם אחוזים:

$$\text{תמורת האחוז} = \text{שלם} \cdot \frac{\text{אחוז}}{100}$$

למשל, בהינתן גודל שלם 120, אשר יש לחשב כמה הם 40 אחוזים ממנו, נקבל לפי הנוסחה:  $48 = 120 \cdot \frac{40}{100}$ , כלומר: **תמורת האחוז 40 מהגודל 120 היא 48.**

### שאלות:

- (1) בכיתה 30 תלמידים. 60% מתוכם בנות.
  - א. כמה בנות בכיתה?
  - ב. כמה בנים בכיתה?
- (2) בכיתה 28 בנות המהוות 70% מכלל התלמידים בכיתה.
  - א. כמה תלמידים בכיתה?
  - ב. כמה בנים בכיתה?
- (3) מחיר בגד-ים הוא 300 ₪. בסוף העונה הוא נמכר ב-20% הנחה.
  - א. מהו מחירו בסוף העונה?
  - ב. מה גודל ההנחה?
- (4) מחיר ההשקה של בושם מסוים הוא 500 ₪. לאחר מכן מועלה מחירו ב-8%.
  - א. מה מחירו הסופי?
  - ב. מה גודל ההתייקרות?
- (5) מחיר ליטר דלק הוא 5 ₪ לליטר. בחנוכה מוזל מחירו ב-7%.
  - א. מה מחירו בסוף השנה?
  - ב. מה גודל התייקרות?
- (6) מוצר מסויים מתייקר בסוכות ב-12%. בפורים מוזל המוצר ב-12%.
  - א. מה מחירו בסוף השנה?
  - ב. מה גודל התייקרות?

7) ענה על השאלות הבאות:

- א. באולם קולנוע 200 צופים, מתוכם 176 בנים.  
מה אחוז הבנים בקהל?
- ב. בכיתה 30 תלמידים, מתוכם 18 בנות.  
מה אחוז הבנות בכיתה?
- ג. מחיר מוצר התייקר מ-80 ₪ ל-120 ₪.  
בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ד. מחיר מוצר הוזל מ-120 ₪ ל-80 ₪.  
בכמה אחוזים הוזל המוצר?
- ה. מחיר מוצר התייקר מ-150 ₪ ל-200 ₪.  
בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ו. מחיר מוצר הוזל מ-200 ₪ ל-150 ₪.  
בכמה אחוזים הוזל המוצר?

### תשובות סופיות:

- 1) א. 18 בנות.      ב. 12 בנים.
- 2) א. 40 תלמידים.      ב. 12 בנים.
- 3) א. 240 ₪      ב. 60 ₪
- 4) א. 540 ₪      ב. 40 ₪
- 5) 4.9755 ₪
- 6) 400 ₪
- 7) א. 88%      ב. 60%      ג. 50%      ד. 33.33%      ה. 33.33%      ו. 25%

## חזרה על תבניות מספר:

### סיכום כללי:

משתנה הוא סמל המתאר כמות או גודל כלשהם אשר אינם ידועים ועשויים להשתנות.

תבנית מספר היא ביטוי אלגברי אשר מכיל משתנה (או משתנים). ניתן להציב במשתנים ערכים מספריים שונים ולקבל תוצאות שונות עבור תבנית המספר עצמה.

במתמטיקה, תפקידה של תבנית המספר הוא להביע גודל מסוים אשר לערכו יש משמעויות שונות. דוגמא לכך היא: קנייה של  $x$  פריטים, אשר כל אחד עולה 3 שקלים, יניבו תבנית מספר של  $3 \cdot x$  אשר מייצגת את הסכום הכולל של הפריטים.

### שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- $x$  הנתון:

א.  $2x+5$  כאשר  $x=3$       ב.  $x^2+3x$  כאשר  $x=2$

ג.  $-x^2+2x+3$  כאשר  $x=5$       ד.  $-x^2-9x+5$  כאשר  $x=5$

ה.  $x^3+1$  כאשר  $x=-2$       ו.  $4-x^3$  כאשר  $x=-1$

ז.  $(x+1)(2-x)$  כאשר  $x=4$       ח.  $x^2(3x-4)$  כאשר  $x=3$

(2) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- $x$  הנתון:

א.  $27x^5-2x^3+x$  כאשר  $x=\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+6$  כאשר  $x=-\frac{2}{3}$

3) הצב את הערכים המספריים במקום הפרמטרים וחשב את ערך תבנית המספר:

א. $a^2 + 2ab + b^2$	עבור: $a = 3, b = -5$
ב. $(x-3)^2 + 3x^2b$	עבור: $x = 5, b = -1$
ג. $-x^3 - 2xy + y^4$	עבור: $x = -2, y = -1$
ד. $\frac{(a-2c)^4}{a} - a^2$	עבור: $a = 2, c = -2$
ה. $\frac{4a^2 - 3b}{c}$	עבור: $a = -1, b = 2, c = -4$
ו. $\sqrt{c-3a}$	עבור: $c = 13, a = -1$ ועבור: $c = 82, a = \frac{1}{3}$
ז. $\frac{p^3 + 2\sqrt{q+1}}{m}$	עבור: $p = -5, q = 48, m = 3$

### תשובות סופיות:

11 א. (1)	10 ב.	ג. -12	ד. -65	ה. -7	ו. 5
ז. -10	ח. 45				
10 א. (2)	ב. $\frac{22}{27}$				
4 א. (3)	ב. -71	ג. 5	ד. 644	ה. $\frac{1}{2}$	
ו. הצבה ראשונה: 4, הצבה שניה: 9	ז. -37				

## כינוס איברים:

### סיכום כללי:

תבניות אלגבריות יכולות להכיל איברים רבים ולכן נרצה לכנס אותם על מנת לפשט את התבנית. כדי לכנס איברים ניקח את כל קבוצת האיברים מאותו הסוג ונחבר את המקדמים שלהם. דוגמא:  $3x + 6x - 5x = (3 + 6 - 5)x = 4x$ .  
 איברים שונים נבדלים זה מזה בערך התבנית האלגברית שלהם.  
 כך:  $3x$  שונה מ- $4y$  ושונה מ- $2xy$ . באותו האופן, האיברים  $x$  ו- $x^2$  הם שונים.

### שאלות:

כנס איברים דומים:

- |   |  |
|---|--|
| $9x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 2x^2$ (2)   | $5x + 7x - 4x$ (1)                             |
| $x^2y - 3yx^2 + x^2y$ (4)   | $-10xy + 15xy + xy - 2yx$ (3)                  |
| $2x^2 - 3m^2 - x^2 + 3m^2$ (6)  | $8a^2 + 10a - 5a^2 - 11a + a^2$ (5)            |
| $mn^2 + 4m^2n + 6n^2m - 10nm^2 + mn^2$ (8)  | $3xy + y - 30y + 6yx - 7y$ (7)                 |
| $y^2 + x^2 - 5x^2 + 5y^2 + 4x^2 - 6y^2$ (10)  | $-6 + x^3 + 4 - 3x^3 + 17x^3 - 17$ (9)         |
| $5xy + 2x - 3yx - x + 1$ (12)   | $7x^2 - 3x - 4x + 2$ (11)                      |
| $x + xy + y - 6yx - 6y - 6x$ (14)   | $3 - x - x^2 + 4x + 5x^2 - 12$ (13)            |
| $ab^2 + 6ba^2 - 6b + 16a^2b + 3b - 6b^2a$ (16)  | $mn + n - 5m + 5nm - 14n + 3m$ (15)            |
| $4x^2z + 6xz^2 - 6 - xz^2 + 12 + 10zx^2$ (18)   | $z^3 - 4z^2 + 7 - z^3 - 8 + 8z^2$ (17)         |
| $x^3 - 3x - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2x^3$ (20)  | $2 - x^3 - 3 - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2$ (19) |
| $12x^2y^3 + 13a^2 - 20x^2y^3 + 2a^2$ (22)   | $2a^2b + 3x^2y + 5a^2b + 10x^2y$ (21)          |
| $-2x^3y + 5x^2 - 4yx^3 - 6x^2$ (24)   | $2y^2 - 4x^3y^2 - 10y^2 - x^3y^2$ (23)         |
| $5a^2b - 8ab^2 + 20a^2b - 14ab^2$ (26)  | $2a^2b + 2b + 3a^2 + 5b$ (25)                  |
| $-12x^2 + 2y^2 + 3x^2y + 14xy^2 - 5xy^2 - 6y^2 + 2xy + 11x^2 + x^2y - 9xy$ (27)               |  |
| $21x^3y^3 + x^2y^2 - 3xy^3 + x^3y - 15x^2y^2 - 7x^3y + 12x^3y^3 - 4xy^3 + 4xy^3 - 6x^3y$ (28) |  |

## תשובות סופיות:

- |                           |                        |   |
|---------------------------|------------------------|---|
| $4xy$ (3)                 | $2x^2$ (2)             | $8x$ (1)                                    |
| $x^2$ (6)                 | $4a^2 - a$ (5)         | $-x^2y$ (4)                                 |
| $15x^3 - 19$ (9)          | $8mn^2 - 6nm^2$ (8)    | $9xy - 36y$ (7)                             |
| $2xy + x + 1$ (12)        | $7x^2 - 7x + 2$ (11)   | $0$ (10)                                    |
| $-13n - 2m + 6mn$ (15)    | $-5x - 5y - 5xy$ (14)  | $4x^2 + 3x - 9$ (13)                        |
| $14x^2z + 5xz^2 + 6$ (18) | $4z^2 - 1$ (17)        | $-5ab^2 + 22a^2b - 3b$ (16)                 |
| $7a^2b + 13x^2y$ (21)     | $-3x^2 - x$ (20)       | $-3x^2 + 2x - 3$ (19)                       |
| $-6x^3y - x^2$ (24)       | $-8y^2 - 5x^3y^2$ (23) | $-8x^2y^3 + 15a^2$ (22)                     |
|                           | $25a^2b - 22ab^2$ (26) | $2a^2b + 3a^2 + 7b$ (25)                    |
|                           |                        | $-x^2 - 4y^2 + 4x^2y + 9xy^2 - 7xy$ (27)    |
|                           |                        | $33x^3y^3 - 14x^2y^2 - 3xy^3 - 12x^3y$ (28) |

## פישוט ביטויים ע"י פתיחת סוגריים:

### סיכום כללי:

בעת ביצוע כפל בין שני איברים יש לכפול את המקדמים בנפרד ואת האותיות (משתנים) בנפרד.

כלל הפילוג:

$$\bullet a(b+c) = ab+ac$$

$$\bullet (a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

### שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $2x \cdot 3x$	ב. $-4x \cdot (-7x)$	ג. $-2x \cdot (-4x) \cdot (-3)$
ד. $8m^2 \cdot 4m^3$	ה. $3a^3 \cdot (-2a^2)$	ו. $-b \cdot 4b^2 \cdot \frac{b^2}{2}$
ז. $a \cdot 3b$	ח. $4a^2 \cdot 7b^2$	ט. $ab \cdot (-2a^2b)$

(2) פשט את הביטויים הבאים ע"י פתיחת סוגריים:

א. $2(3x-4)$	ב. $2(-3x^2+5x-1)$
ג. $(7x-2)4$	ד. $(1-2x)(-2)$
ה. $a(3a-1)$	ו. $b(b^2-3b+4)$
ז. $2x(5x+3)$	ח. $5x(x^2+2x-3)$
ט. $3t^2(4t-t^2+6)$	י. $\frac{5}{2}(4d^4-3d)d$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $5x+(3x-2)+(-4-2x)$	ב. $7x+(-4x-5)+3x+(-1+7x)$
ג. $8-(2x-5)-(4x+2)$	ד. $-6x-(-3x-1)-(-7-4x)+1$

$$\text{ה. } (3-2x^2+4)2+3(x-x^2)-6(7-5x)+4x^2$$

$$\text{ו. } 3y^2-(y+1-2y^2)+6(5y-6)-(-y-4)3+5(y^2+1)-7$$

4 פשט את הביטויים הבאים :

$$\text{א. } (x-1)(x+2) \quad \text{ב. } (x+3)(x-7)$$

$$\text{ג. } (3-x)(x+4) \quad \text{ד. } (3x+4)(5x+1)$$

$$\text{ה. } 3(4x+1)(2x-3) \quad \text{ו. } -2(3x-1)(5-2x)$$

5 פשט את ערכי הביטויים הבאים :

$$\text{א. } (x-1)(x+3)+2(3-x)$$

$$\text{ב. } (a+4)(a-2)-(a+5)(a-3)$$

$$\text{ג. } (2m-3)(4m+3)+5(2m^2-6)$$

$$\text{ד. } -x^2y^2(x^3y+x^2)+2xy(2x^3y-x^4y^2)$$

### תשובות סופיות:

$$\text{(1) א. } 6x^2 \quad \text{ב. } 28x^2 \quad \text{ג. } -24x^2 \quad \text{ד. } 32m^5 \quad \text{ה. } -6a^5 \quad \text{ו. } -2b^5$$

$$\text{ז. } 3ab \quad \text{ח. } 28a^2b^2 \quad \text{ט. } -2a^3b^2$$

$$\text{(2) א. } 6x-8 \quad \text{ב. } -6x^2+10x-2 \quad \text{ג. } 28x-8 \quad \text{ד. } -2+4x$$

$$\text{ה. } 3a^2-a \quad \text{ו. } b^3-3b^2+4b \quad \text{ז. } 10x^2+6x \quad \text{ח. } 5x^3+10x^2-15x$$

$$\text{ט. } 12t^3-3t^4+18t^2 \quad \text{י. } 10d^5-7.5d^2$$

$$\text{(3) א. } 6x-6 \quad \text{ב. } 13x-6 \quad \text{ג. } -6x+11 \quad \text{ד. } x+9 \quad \text{ה. } -3x^2+33x-28$$

$$\text{ו. } 10y^2+32y-27$$

$$\text{(4) א. } x^2+x-2 \quad \text{ב. } x^2-4x-21 \quad \text{ג. } -x^2-x+12$$

$$\text{ד. } 15x^2+23x+4 \quad \text{ה. } 24x^2-30x-9 \quad \text{ו. } 12x^2-34x+10$$

$$\text{(5) א. } x^2+3 \quad \text{ב. } 7 \quad \text{ג. } 18m^2-6m-39 \quad \text{ד. } -3x^5y^3+3x^4y^2$$

## פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר:

### סיכום כללי:

- נוסחת ריבוע של סכום/הפרש:  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ .
- נוסחה להפרש ריבועים:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ .

### שאלות:

#### (1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+5)^2$	ב. $(x+2)^2$	ג. $(4x+5)^2$
ד. $(6x+2)^2$	ה. $(7x+y)^2$	ו. $(5x+2y)^2$
ז. $(x^2+7)^2$	ח. $(x^2+y^2)^2$	ט. $(x^3+2y^2x)^2$

#### (2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-6)^2$	ב. $(x-2)^2$	ג. $(5-x)^2$
ד. $(6x-1)^2$	ה. $\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$	ו. $\left(\frac{1}{3}x-5\right)^2$
ז. $(3m-2n)^2$	ח. $\left(x^2-\frac{3}{5}y\right)^2$	ט. $(x^2y^2-7)^2$

#### (3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-5)(x+5)$	ב. $(3+x)(x-3)$
ג. $(3x-1)(3x+1)$	ד. $(5-7x)(7x+5)$
ה. $\left(\frac{1}{2}x+6\right)\left(\frac{1}{2}x-6\right)$	ו. $\left(5y-\frac{1}{4}x\right)\left(\frac{1}{4}x+5y\right)$
ז. $(x^2+y)(x^2-y)$	ח. $(3a^2b^3-4)(3a^2b^3+4)$

(4) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+1)(x+2)-3x$	ב. $(x-5)(5x-1)+2(4+x)$
ג. $x(2x-1)(2x+1)-4x^2(x+1)$	ד. $-(y+3x)(y-3x)+(y-3x)^2$
ה. $x(x+3)-(6+x)(6x+2)-(x+2)^2$	
ו. $-5(x+7)(x-7)+3(2x+5)(5-x)+(x+1)^2$	

## תשובות סופיות:

א. $x^2+10x+25$	ב. $x^2+4x+4$	ג. $16x^2+40x+25$	(1)
ד. $36x^2+24x+4$	ה. $49x^2+14xy+y^2$	ו. $25x^2+20xy+4y^2$	
ז. $x^4+14x+49$	ח. $x^4+2x^2y^2+y^4$	ט. $x^6+4x^4y^2+4y^4x^2$	
א. $x^2-12x+36$	ב. $x^2-4x+4$	ג. $25-10x+x^2$	(2)
ד. $36x^2-12x+1$	ה. $9x^2-3x+\frac{1}{4}$	ו. $\frac{1}{9}x^2-3\frac{1}{3}x+25$	
ז. $9m^2-12mn+4n^2$	ח. $x^4-\frac{6}{5}x^2y+\frac{9}{25}y^2$	ט. $x^4y^4-14x^2y^2+49$	
א. $x^2-25$	ב. $x^2-9$	ג. $9x^2-1$	(3)
ה. $\frac{1}{4}x^2-36$	ו. $25y^2-\frac{1}{16}x^2$	ז. $x^4-y^2$	
א. $x^2+2$	ב. $5x^2-24x+13$	ג. $-4x^2-x$	(4)
ד. $18x^2-6xy$	ה. $-6x^2-39x-16$	ו. $-10x^2+17x+321$	

## פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים:

### סיכום כללי:

פירוק לגורמים הוא פעולה הפוכה לפתיחת סוגריים – נרצה להוציא את הגורמים המשותפים לאיברים מחוץ לסוגריים.

• פירוק לגורמים ע"י הוצאת איבר אחד משותף:

○ הוצאת מספר משותף:  $2x - 8 = 2(x - 4)$

○ הוצאת אות משותפת:  $x^2 - 12x = x(x - 12)$

○ הוצאת מספר ואות יחד:  $3x^2 - 21x = 3x(x - 7)$

• פירוק לגורמים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר:

○ נוסחת הבינום של ניוטון:  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

○ נוסחה להפרש ריבועים:  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

### שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א.  $3x - 12$       ב.  $6y - 4$

ג.  $20 - 8a$       ד.  $4a^3 + 8b$

ה.  $75m^2 + 25m + 15$       ו.  $40a^2 - 8b^2 + 64c^2$

(2) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א.  $y^2 + 5y$       ב.  $3x - 11x^3$

ג.  $6y^2 + 5y^3 + 4y$       ד.  $\frac{1}{2}a^7 - \frac{1}{4}a^5 + a^3$

3 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף :

א. $2x^2 - 8x$	ב. $3t^2 + 12t$
ג. $5n^3 - 20n^2 + 50n$	ד. $8y^2 + 6y^3 - 2y^4$
ה. $4x^2y^2 + 16x^2y - 20xy^2$	ו. $27mn - 3n^2m + 9n^3m$

4 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $x^2 + 10x + 25$	ב. $x^2 + 12x + 36$
ג. $y^2 - 18y + 81$	ד. $y^2 - 22y + 121$
ה. $4x^2 + 4x + 1$	ו. $16y^2 - 8y + 1$
ז. $9x^2 - 24x + 16$	ח. $25x^2 + 70x + 49$

5 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $r^2 - 25$	ב. $x^2 - 81$
ג. $25y^2 - 49$	ד. $121x^2 - 1$
ה. $x^2y^2 - 4$	ו. $9y^4 - 169x^4$

6 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף ונוסחאות הכפל המקוצר :

א. $y - y^3$	ב. $x^3 - 10x^2 + 25x$
ג. $m^4 - 1$	ד. $196x^4 - 140x^3 + 25x^2$

## תשובות סופיות:

- א.  $3(x-4)$     ב.  $2(3y-2)$     ג.  $4(5-2a)$     (1)
- ד.  $4(a^3+2b)$     ה.  $5(15m^2+5m+3)$     ו.  $8(5a^2-b^2+8c^2)$
- א.  $y(y+5)$     ב.  $x(3-11x^2)$     ג.  $y(6y+5y^2+4)$     (2)
- ד.  $a^3\left(\frac{1}{2}a^4-\frac{1}{4}a^2+1\right)$
- א.  $2x(x-4)$     ב.  $3t(t+4)$     ג.  $5n(n^2-4n+10)$     (3)
- ד.  $2y^2(4+3y-y^2)$     ה.  $4xy(xy+4x-5y)$     ו.  $3mn(9-n-3n^2)$
- א.  $(x+5)^2$     ב.  $(x+6)^2$     ג.  $(y-9)^2$     ד.  $(y-11)^2$     (4)
- ה.  $(2x+1)^2$     ו.  $(4y-1)^2$     ז.  $(3x-4)^2$     ח.  $(5x+7)^2$
- א.  $(r+5)(r-5)$     ב.  $(x+9)(x-9)$     ג.  $(5y+7)(5y-7)$     (5)
- ד.  $(11x+1)(11x-1)$     ה.  $(xy+2)(xy-2)$     ו.  $(3y^2+13x^2)(3y^2-13x^2)$
- א.  $y(1+y)(1-y)$     ב.  $x(x-5)^2$     ג.  $(m^2+1)(m+1)(m-1)$     (6)
- ד.  $x^2(14x-5)^2$

## פירוק הטרינום:

### סיכום כללי:

טרינום משמעו תלת איבר מהצורה:  $ax^2 + bx + c$  כאשר  $a, b, c$  הם מספרים כלשהם.

שיטת הטרינום מאפשרת לפרק את תלת האיבר ל-4 איברים ע"י פיצול האיבר  $bx$  לשני איברים באופן כזה שמאפשר להוציא גורם משותף.

הכלל הוא למצוא שני מספרים,  $m_1$  ו- $m_2$ , שמקיימים:  $m_1 \cdot m_2 = ac$  ו- $m_1 + m_2 = b$ .  
לאחר מכן ניתן לפרק את הטרינום:  $ax^2 + bx + c = ax^2 + m_1x + m_2x + c$ .  
השלב האחרון הוא הוצאת גורם משותף מכל זוג:  $ax^2 + \underbrace{m_1x + m_2x} + c$ .

### הערה:

במקרה שנוסחת השורשים ידועה, ניתן להיעזר בה כדי למצוא את המספרים  $m_1$  ו- $m_2$  באופן

הבא:  $m_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ,  $m_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ולאחר מכן ניתן לכתוב את הטרינום

כמכפלה:  $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)(x - m_2)$ . אם קיים פתרון (שורש) אחד  $m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a}$  אז

נכתוב:  $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)^2$  ואם לא קיימים פתרונות אז לא קיים פירוק כלל.

### שאלות:

1) פרק את הביטויים הבאים לפי פירוק טרינום:

- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| א. $x^2 + 5x + 4$   | ב. $x^2 - 8x + 15$  | ג. $x^2 - 33x + 62$ |
| ד. $2x^2 + 7x - 15$ | ה. $3x^2 - 11x + 6$ | ו. $6x^2 + 5x + 1$  |
| ז. $2x^2 + x - 6$   | ח. $x^2 - 18x + 81$ | ט. $x^2 + 2x + 8$   |

2) פרק את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחת השורשים.

הערה: במידה ולא למדת על נוסחת השורשים התעלם משאלה זו.

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| א. $6x^2 + 5x + 1$   | ב. $x^2 + 5x + 4$  |
| ג. $4x^2 + 20x + 25$ | ד. $3x^2 - x + 20$ |

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $(x+1)(x+4)$     ב.  $(x-3)(x-5)$     ג.  $(x-2)(x-31)$

ד.  $(2x-3)(x+5)$     ה.  $(3x-2)(x-3)$     ו.  $(3x+1)(2x+1)$

ז.  $(x+2)(2x-3)$     ח.  $(x-9)^2$     ט. אין פירוק.

(2) א.  $6\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$     ב.  $(x+1)(x+4)$     ג.  $(2x+5)^2$     ד. אין פירוק.

## שברים אלגברים:

### סיכום כללי:

#### הגדרה:

שבר אלגברי מורכב משתי תבניות, אשר אחת מחלקת את השנייה.

$$\text{דוגמא לשברים אלגבריים: } \frac{x+1}{x+2}, \frac{3x}{x^2+1}, \frac{4}{x-x^3}$$

במקרה בו המכנה הוא מספר, לא מדובר בשבר אלגברי מכיוון שניתן לכתוב את

$$\text{הביטוי ללא צורך בחילוק בין ביטויים שונים כגון: } \frac{3x+5}{4} = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

#### תחום הגדרה של שבר:

היות ושבר אלגברי הוא תבנית אשר יכולה לקבל ערכים שונים בעת הצבות שונות, חשוב להגביל את המספרים שניתן להציב באופן כזה שלא תתקבל חלוקה באפס.

$$\text{דוגמא: השבר } \frac{1}{x+4} \text{ לא מוגדר כאשר } x = -4 \text{ מכיוון שמתקבל: } \frac{1}{0}$$

במקרים אלו נדרוש **תנאי** על המשתנה אשר יכתב באופן הבא:  $x \neq -4$  ומשמעו היא ש- $x$  יכול לקבל על ערך מספרי אפשרי למעט -4, מכיוון שבמקרה זה השבר לא מוגדר.

#### כלל צמצום שברים אלגברים:

ניתן לצמצם שברים אלגברים ע"י הבאת המונה והמכנה למכפלה של ביטויים. במידה וקיימות פעולות החיבור והחיסור בין איברים שונים לא ניתן לבצע צמצום של איברים דומים בין המונה והמכנה. להלן מספר דוגמאות הנוגעות לצמצומים:

$$\bullet \text{ צמצום ע"י הוצאת גורם משותף: } \frac{2x+8}{x+4} = \frac{2(x+4)}{x+4} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י נוסחת כפל מקוצר: } \frac{3x-15}{x^2-10x+25} = \frac{3(x-5)}{(x-5)^2} = \frac{3 \cdot 1}{x-5} = \frac{3}{x-5}$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י פירוק טרינום: } \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-4)} = \frac{x-3}{x-4}$$

## שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של השברים האלגבריים הבאים:

$\frac{5}{x-6}$ .ב.	$\frac{x+4}{x+3}$ .א.
$\frac{x^2+1}{x^2-4x}$ .ד.	$\frac{x+7}{2x-8}$ .ג.
$\frac{x^2}{x^2-4}$ .ו.	$\frac{3}{x^2+2x+1}$ .ה.
$\frac{8x-2}{3x^3-15x^2+12x}$ .ח.	$\frac{6}{y^4-y^2}$ .ז.

(2) צמצם את השברים הבאים (במידה ולא ניתן צמצם הסבר מדוע):

$\frac{a-x}{a}$ .ב.	$\frac{ax}{a}$ .א.
$\frac{x+1}{y+1}$ .ד.	$\frac{a-ax}{a}$ .ג.
$\frac{6x}{6y}$ .ו.	$\frac{x}{x+y}$ .ה.
$\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$ .ח.	$\frac{x^2y}{xy^2}$ .ז.
$\frac{3x^2}{x^2+3}$ .י.	$\frac{4x^2y}{xy}$ .ט.

(3) צמצם את השברים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{m^2+4m}{4m+16}$ .ב.	$\frac{3x+12}{x+4}$ .א.
$\frac{x^2-5x}{15-3x}$ .ד.	$\frac{2a-12}{a^2-6a}$ .ג.
$\frac{4x^3-2x^2}{6x-3}$ .ו.	$\frac{3-18y^2}{6y^2-1}$ .ה.
$\frac{3z^3-12z^2+4z}{z^2+5z}$ .ח.	$\frac{3y}{y^3-3y^2}$ .ז.

4) צמצם את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{8n - n^2}{n^2 - 16n + 64} \quad \text{ב.}$	$\frac{x^2 + 10x + 25}{2x + 10} \quad \text{א.}$
$\frac{4m^2 + 20m + 25}{4m^2 + 10m} \quad \text{ד.}$	$\frac{z^3 - 4z^2}{2z^2 - 16z + 32} \quad \text{ג.}$
$\frac{a^3 + 4a^2b + 4ab^2}{3ab + 6b^2} \quad \text{ו.}$	$\frac{18y^2 - 24y + 8}{2y - 3y^2} \quad \text{ה.}$

5) צמצם את השברים הבאים ע"י טרינום ריבועי וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{m^2 - 12m + 32}{m - 4} \quad \text{ב.}$	$\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10} \quad \text{א.}$
$\frac{3z^2 + 26z + 16}{3z + 2} \quad \text{ד.}$	$\frac{4y - 10}{2y^2 + y - 15} \quad \text{ג.}$
$\frac{9n^2 - 12n}{4 + 5n - 6n^2} \quad \text{ו.}$	$\frac{x^2 + 5x - 36}{x^3 + 9x^2} \quad \text{ה.}$
$\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 + x - 56} \quad \text{ח.}$	$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6} \quad \text{ז.}$
$\frac{m^3n - m^2n^2 - m^2 + mn}{2m^2n^3 + mn^2 - 3n} \quad \text{י.}$	$\frac{3a^2b - 10ab^2 + 3b^3}{-3a^3b + 11a^2b^2 - 6ab^3} \quad \text{ט.}$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x \neq -3 \quad \text{ב. } x \neq 6 \quad \text{ג. } x \neq 4 \quad \text{ד. } x \neq 0, x \neq 4$$

$$\text{ה. } x \neq -1 \quad \text{ו. } x \neq -2, x \neq 2 \quad \text{ז. } y \neq 0, y \neq -1, y \neq 1$$

$$\text{ח. } x \neq 0, x \neq 1, x \neq 4$$

$$(2) \quad \text{א. } x \quad \text{ב. לא ניתן לצמצם} \quad \text{ג. } 1-x$$

$$\text{ד. לא ניתן לצמצם} \quad \text{ה. לא ניתן לצמצם} \quad \text{ו. } \frac{x}{y} \quad \text{ז. } \frac{x}{y}$$

$$\text{ח. לא ניתן לצמצם} \quad \text{ט. } 4x \quad \text{י. לא ניתן לצמצם}$$

$$(3) \quad \text{א. } x \neq -4, 3 \quad \text{ב. } \frac{m}{4}, m \neq -4 \quad \text{ג. } \frac{2}{a}, a \neq 0, 6$$

$$\text{ד. } -\frac{x}{3}, x \neq 5 \quad \text{ה. } -3, y \neq \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \text{ו. } \frac{2x^2}{3}, x \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{ז. } \frac{3}{y(y-3)}, y \neq 0, 3 \quad \text{ח. } \frac{3z^2 - 12z + 4}{z+5}, z \neq 0, -5$$

$$(4) \quad \text{א. } \frac{x+5}{2}, x \neq -5 \quad \text{ב. } \frac{n}{8-n}, n \neq 8 \quad \text{ג. } \frac{z^2}{2(z-4)}, z \neq 4$$

$$\text{ד. } \frac{2m+5}{2m}, m \neq 0, -\frac{5}{2} \quad \text{ה. } \frac{2(2-3y)}{y}, y \neq 0, \frac{2}{3} \quad \text{ו. } \frac{a(a+2b)}{3b}, b \neq 0, a \neq -2b$$

$$(5) \quad \text{א. } \frac{1}{x-5}, x \neq 5, -2 \quad \text{ב. } m-8, m \neq 4 \quad \text{ג. } \frac{2}{y+3}, x \neq -3, \frac{5}{2}$$

$$\text{ד. } z+8, z \neq -\frac{2}{3} \quad \text{ה. } \frac{x-4}{x^2}, x \neq 0, -9 \quad \text{ו. } \frac{-3n}{2n+1}, n \neq -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$$

$$\text{ז. } \frac{x+2}{x+3}, x \neq -2, -3 \quad \text{ח. } \frac{x-7}{x+8}, x \neq 7, -8$$

$$\text{ט. } \frac{3a-b}{a(2b-3a)}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq 3b, 2b \neq 3a \quad \text{י. } \frac{m(m-n)}{n(2mn+3)}, mn \neq 1, -\frac{3}{2}, n \neq 0$$

## כפל וחילוק של שברים אלגבריים:

### סיכום כללי:

כפל שברים יתבצע ע"י הכפלת כל מונה בנפרד והכפלת כל מכנה בנפרד.  
חילוק שברים יתבצע ע"י לקיחת ההופכי של שבר המחלק וביצוע פעולת כפל.

$$\bullet \text{ דוגמה לכפל שברים: } \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3} = \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3(x+1)} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{3x^{\cancel{2}}(x+1)} = \frac{1}{3x}$$

$$\bullet \text{ דוגמה לחילוק שברים: } \frac{4x}{y} : \frac{12}{y^2+y} = \frac{4x}{y} \cdot \frac{y^2+y}{12} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{y}(y+1)}{\cancel{12}_3} = \frac{x(y+1)}{3}$$

### שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

$$\text{א. } \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{8} \quad \text{ב. } \frac{x}{3} \cdot \frac{9}{x^2}$$

$$\text{ג. } 7y \cdot \frac{5}{y^2} \quad \text{ד. } 6x^2 \cdot \frac{3}{40x}$$

$$\text{ה. } (x^2+3x) \cdot \frac{2}{3x+9} \quad \text{ו. } (a^2-25) \cdot \frac{20}{5a+25}$$

$$\text{ז. } \frac{w^2-9}{w} \cdot \frac{w^2}{2w+6} \quad \text{ח. } \frac{y+4}{y^2+16} \cdot \frac{y^2-16}{2y+8}$$

$$\text{ט. } \frac{z^2+30z+225}{6z+90} \cdot \frac{12}{2z-10} \quad \text{י. } \frac{5n^2}{n^2-121} \cdot \frac{2n^2+44n+242}{n+2} \cdot \frac{n^2+4n+4}{n}$$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{x}{8} : \frac{x}{6}$	ב. $\frac{y}{25} : \frac{5}{y}$
ג. $a^2 : \frac{1}{6a}$	ד. $\frac{5}{6a} : a^2$
ה. $(d^2 - 3d) : \frac{5d - 15}{5d}$	ו. $\frac{t}{t+4} : \frac{3t}{t+4}$
ז. $\frac{y^2 + 8y + 16}{8y^2} : \frac{y^2 - 16}{7y^2}$	ח. $\frac{a^2 - 64}{a^2 - 36} : \frac{a+8}{a+6}$

תשובות סופיות:

א. $\frac{x^2}{24}$	ב. $\frac{3}{x}$	ג. $\frac{35}{y}$	ד. $\frac{9x}{20}$	ה. $\frac{2x}{3}$	(1)
ו. $4(a-5)$	ז. $\frac{w(w-3)}{2}$	ח. $\frac{y^2 - 16}{2y^2 + 32}$	ט. $\frac{z+15}{z-5}$	י. $\frac{10n(n+11)(n+2)}{n-11}$	
א. $\frac{3}{4}$	ב. $\frac{y^2}{125}$	ג. $6a^3$	ד. $\frac{5}{6a^3}$	ה. $d^2$	ו. $\frac{1}{3}$
ז. $\frac{7(y+4)}{8(y-4)}$	ח. $\frac{a-8}{a-6}$				

## חיבור וחסור של שברים אלגבריים:

### סיכום כללי:

ביצוע פעולת החיבור והחסור תתבצע באופן זהה לשברים מספריים. נרצה להרחיב את השברים כך שהמכנה של שניהם יהיה זהה, ולאחר מכן נחבר את המונים. כדי להרחיב את השברים נעזר בפעולת מציאת מכנה משותף. לשם כך נעזר בפירוקים השונים כדי להביא את הביטויים שבכל מכנה לצורתם המופשטת. דוגמא לחיבור שברים בעלי אותו מכנה:

$$\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x} = \frac{1+(x+1)}{x} = \frac{x+2}{x}$$

דוגמא לחיבור מספר לשבר אלגברי:

$$2 + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)+3}{x+2} = \frac{2x+7}{x+2}$$

דוגמא לחיבור שברים עם מכנים שונים (ע"י פעולת מכנה משותף):

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{x+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י שימוש בפירוק לגורמים (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{1}{x^2-3x} + \frac{3}{x-3} = \frac{1}{x^2-3x} + \frac{3x}{x^2-3x} = \frac{1+3x}{x^2-3x}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{3}{x^2-6x+9} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{3}{(x-3)^2} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \frac{3(x+3)-2(x-3)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{x+15}{(x-3)^2(x+3)}$$

## שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א.  $\frac{a}{6} + \frac{a-5}{6}$

ג.  $\frac{x-2}{x+1} + \frac{3+4x}{x+1}$

ב.  $\frac{5}{x} + \frac{4x+3}{x}$

ד.  $\frac{7z}{2z-3} - \frac{4z}{2z-3} - \frac{z+3}{2z-3}$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א.  $\frac{1}{ab} - \frac{5}{bc}$

ג.  $\frac{c}{ab} - \frac{ad}{bc} + \frac{2b}{cd}$

ב.  $\frac{1}{xy} + \frac{5}{yz} + \frac{4}{xz}$

ד.  $-\frac{5}{x} + \frac{x+1}{xy^2}$

ה.  $\frac{1}{(y+1)^2} + \frac{3}{y+1}$

ו.  $\frac{3}{z(z-3)} - \frac{2}{z(z-2)}$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א.  $1 - \frac{2}{x}$

ג.  $2 + \frac{2}{x+1}$

ב.  $1 + \frac{3}{y^2}$

ד.  $3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x}$

ה.  $\frac{a+1}{a^2} - \frac{3-a}{4a} - 3$

ו.  $\frac{x}{9yz} + \frac{z}{3y^2x} + \frac{3-y}{12xz} - 3\frac{1}{2}$

(4) פשט את הביטויים הבאים:

א.  $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x}$

ג.  $\frac{a+1}{a+2} + \frac{3}{a}$

ב.  $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y}$

ד.  $\frac{1}{z+3} + \frac{2}{3z} - \frac{3}{z}$

5 פשט את הביטויים הבאים :

$$\frac{3}{x^2-16} + \frac{2}{(x+4)^2} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{24}{a^2-9} + \frac{4}{a+3} \quad \text{א.}$$

$$\frac{3z}{z^2+4z+3} - \frac{z+0.5}{z^2+2z+1} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{y}{(y-2)^2} + \frac{3y}{4-y^2} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{2a+3}{2a^2+15a+7} + \frac{a+3}{a^2+14a+49} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x-1}{x^2+3x-40} + \frac{2}{-x^2+8x-15} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{1}{a-b} + \frac{2}{a+2b} - \frac{3b}{a^2+ab-2b^2} \quad \text{ח.}$$

$$\frac{x}{x-3} + \frac{9-x}{x^2-8x+15} \quad \text{ז.}$$

6 פשט את הביטויים הבאים :

$$\left(\frac{2}{x}+1\right) \cdot \frac{x^2}{7x+14} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{8} + \frac{9}{x+1} \cdot \frac{x+1}{18} \quad \text{א.}$$

$$\left(3x - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}\right) : \frac{6x^3+2x-4}{x^2} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{7}{y^2} : \frac{6}{y^3} - \frac{y-4}{63} \cdot \frac{3y-4}{y^2-8y+16} \quad \text{ג.}$$

$$\left(\frac{2x+1}{20x^2-28x-3} - \frac{3x+1}{30x^2-17x-2}\right) : \frac{18x+3}{6x^2-13x+6} \quad \text{ה.}$$

## תשובות סופיות:

$$1. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{2a-5}{6} & (1) \\ \text{ב.} & \frac{4x+8}{x} & \\ \text{ג.} & \frac{5x+1}{x+1} & \\ \text{ד.} & 1 & \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{c-5a}{abc} & (2) \\ \text{ב.} & \frac{z+5x+4y}{xyz} & \\ \text{ג.} & \frac{c^2d - a^2d^2 + 2ab^2}{abcd} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{-5y^2+x+1}{xy^2} & \\ \text{ה.} & \frac{3y+4}{(y+1)^2} & \\ \text{ו.} & \frac{1}{(z-2)(z-3)} & \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x-2}{x} & (3) \\ \text{ב.} & \frac{y^2+3}{y^2} & \\ \text{ג.} & \frac{2x+4}{x+1} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{9x-2}{3x} & \\ \text{ה.} & \frac{-11a^2+a+4}{4a^2} & \\ \text{ו.} & \frac{4x^2y+12z^2+9y^2-3y^3-126xy^2z}{36xy^2z} & \end{array}$$

$$4. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{4x+1}{x(x+1)} & (4) \\ \text{ב.} & \frac{y-6}{y(y+2)} & \\ \text{ג.} & \frac{a^2+4a+6}{a(a+2)} & \end{array}$$

$$\text{ד.} \quad \frac{-4z+21}{3z(z+3)}$$

$$5. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{4}{a-3} & (5) \\ \text{ב.} & \frac{5x+4}{(x-4)(x+4)^2} & \\ \text{ג.} & \frac{2y(4-y)}{(y-2)^2(y+2)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{(4z+3)(z-1)}{2(z+1)^2(z+3)} & \\ \text{ה.} & \frac{x^2-6x-13}{(x+8)(x-5)(x-3)} & \\ \text{ו.} & \frac{4(a^2+6a+6)}{(a+7)^2(2a+1)} & \end{array}$$

$$\text{ז.} \quad \frac{x-3}{x-5} \quad \text{ח.} \quad \frac{3}{a+2b}$$

$$6. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x+1}{2} & (6) \\ \text{ב.} & \frac{x}{7} & \\ \text{ג.} & \frac{147y^2-594y+8}{126(y-4)} & \\ \text{ד.} & \frac{1}{2} & \\ \text{ה.} & \frac{1}{3(10x+1)} & \end{array}$$

## שברים כפולים:

### סיכום כללי:

שבר כפול מורכב באופן הבא:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$  כאשר מתקיים:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

נובע מכאן כי ניתן לצמצם ביטויים בין שני המכנים או שני המונים בלבד.

### שאלות:

פשט את הביטויים הבאים:

$\frac{y+1}{2y+2} \quad (2)$	$\frac{4x}{12} \quad (1)$
$\frac{5}{t^2-81}$	$\frac{x}{5}$
$\frac{9t^2}{6t+54} \quad (4)$	$\frac{t}{30t^2} \quad (3)$
$\frac{4x}{x+1} \quad (6)$	$\frac{3y^3-y^2}{25} \quad (5)$
$\frac{x^2+2x+1}{t^2-t-20}$	$\frac{y^2}{3-y}$
$\frac{16t+8}{25-t^2} \quad (8)$	$\frac{8c^2}{3c^3-9c^2-12c} \quad (7)$
$\frac{2t+1}{x^2+2x+1}$	$\frac{15c+15}{1-4+\frac{x}{x+1}} \quad (9)$
	$\frac{1-3x(x+1)}{5x+5}$

## תשובות סופיות:

$$\frac{x^2}{3} \quad (1)$$

$$2.5 \quad (2)$$

$$\frac{1}{6t^3} \quad (3)$$

$$\frac{t-9}{54t^2} \quad (4)$$

$$\frac{(3y-1)(3-y)}{25} \quad (5)$$

$$\frac{x(x+1)}{2} \quad (6)$$

$$\frac{c}{c-4} \quad (7)$$

$$\frac{t+4}{-8(t+5)} \quad (8)$$

$$\frac{5}{x} \quad (9)$$

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 2 - משוואות אלגבריות

תוכן העניינים

47	1. משוואה ממעלה ראשונה
49	2. מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה
52	3. משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון
53	4. משוואה ממעלה שנייה
55	5. משוואות דו-ריבועיות
57	6. מערכת משוואות ממעלה שנייה

## משוואה ממעלה ראשונה:

### סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא מהצורה:  $ax = b$  (כלומר, החזקה של הנעלם היא 1).

פתרון של משוואה ממעלה ראשונה הוא:  $x = \frac{b}{a}$  כאשר  $a \neq 0$ .

שלבי הפתרון הם:

1. ביצוע מכנה משותף (במידה וצריך).
2. פתיחת סוגריים אם ישנם.
3. העברת אגפים וכינוס אברים דומים (בידוד הנעלם באגף אחד והמספרים באגף שני).
4. בידוד הנעלם ומציאתו ע"י חילוק במקדם שלו.

### שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות ממעלה ראשונה):

- |                             |                                       |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| א. $6x + 2 = 8$             | ב. $7 - 2x = 7$                       |
| ג. $2x + x = 24$            | ד. $2x + 6 = 8 + x$                   |
| ה. $-7x + 5 + 2x = 4x - 13$ | ו. $6x - 3 + 5 - 7x = x - 5x - 7$     |
| ז. $2 - 5x + 7 = -3x + 8$   | ח. $x - 2 + 5x = 4 - 3x - 5 + 7x + 7$ |

2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פתיחת סוגריים):

- |                              |                                     |
|------------------------------|-------------------------------------|
| א. $3(x - 1) - 4 = 2$        | ב. $7x - 4(3 - 4x) = -x$            |
| ג. $6(4 - x) - (6 - x) = 3x$ | ד. $5x - (3x - 7)4 = 21$            |
| ה. $x(x - 5) = x^2 - 7x + 8$ | ו. $(7 - x)(1 - x) - (x - 3)^2 = 0$ |

3 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה מספרי) :

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4 & \text{ב.} \quad \frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1 \\ \text{ג.} \quad \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15} & \text{ד.} \quad \frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \\ \text{ה.} \quad \frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 & \text{ו.} \quad 5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \end{array}$$

4 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם נעלם במכנה) :

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \quad \frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 & \text{ב.} \quad \frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \\ \text{ג.} \quad \frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} & \text{ד.} \quad \frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \\ \text{ה.} \quad \frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} & \text{ו.} \quad \frac{1}{4x} + \frac{3}{x} = \frac{13}{2} \end{array}$$

5 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה משותף ע"י פירוק לגורמים) :

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \quad \frac{x^2+2}{3x^2+5x} = \frac{3x-1}{9x+15} & \text{ב.} \quad \frac{7}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2-2x} = 0 \\ \text{ג.} \quad \frac{3}{(2-x)^2} + \frac{5}{12-3x^2} = 0 & \text{ד.} \quad \frac{4x^2-24x+36}{x-3} = 12 \end{array}$$

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $x=1$    ב.  $x=0$    ג.  $x=8$    ד.  $x=2$    ה.  $x=2$    ו.  $x=-3$
- ז.  $x=\frac{1}{2}$    ח.  $x=4$
- (2) א.  $x=3$    ב.  $x=\frac{1}{2}$    ג.  $x=2\frac{1}{4}$    ד.  $x=1$    ה.  $x=4$    ו.  $x=-1$
- (3) א.  $x=-18$    ב.  $x=-30$    ג.  $x=-1$    ד.  $x=1$    ה.  $x=-10$    ו.  $x=-21$
- (4) א.  $x=8$    ב.  $x=-1$    ג.  $x=-3$    ד.  $x=-2$    ה.  $x=2$    ו.  $x=\frac{1}{2}$
- (5) א.  $x=-6$    ב.  $x=-7$    ג.  $x=-7$    ד.  $x=6, x \neq 3$

## מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

הגדרה:

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה (ליניאריות) היא מהצורה הבאה:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

כאשר  $a_1, b_1, c_1$  ו- $a_2, b_2, c_2$  הם מקדמים מספריים.

$$\cdot \begin{cases} y = 3x - 1 \\ \frac{x+3}{2} = y + 6 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} : \text{דוגמאות למערכות של משוואות}$$

פתרון של מערכת משוואות:

פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת.

הצגה גרפית של מערכת משוואות:

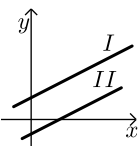
פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:



- הישרים נחתכים:

במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.



- הישרים מקבילים:

במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.



- הישרים מתלכדים:

במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.

### פתרון אלגברי של מערכת משוואות:

- פתרון ע"י שיטת ההצבה :  
 נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.  
 נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.
  - פתרון ע"י השוואת מקדמים :
1. כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
  2. מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
  3. מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

### הערה:

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \quad \text{ג.}$	$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} \quad \text{ו.}$	$\begin{cases} -5x + 7y = -26 \\ x + 3y = -8 \end{cases} \quad \text{ה.}$	$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{ד.}$

(2) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 4x = 3y - 29 \\ 5y = 9 - 13x \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} 5y = 2x \\ 4x = 5y + 8 \end{cases} \quad \text{ג.}$

3 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 4x+8y=5 \end{cases} \text{ א.} \quad \begin{cases} 2(x-y)+4y=1+x \\ 2-7y+x=3(x-y) \end{cases} \text{ ב.}$$

4 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} 3y-x+2=4x+2-3y \\ 2x-3-y=5y-4x+3 \end{cases} \text{ א.} \quad \begin{cases} \frac{x-3}{8} - \frac{x+y}{16} = \frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y)-4x-11=0 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{2}{5}(x-y) = \frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \text{ ג.}$$

5 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{9}{x} - \frac{4}{y} = -7 \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} 4x - \frac{7}{y} = -3 \\ 5x + \frac{2}{y} = 7 \end{cases} \text{ ג.} \quad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 4 \end{cases} \text{ א.}$$

6 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} xy=20 \\ y(3x-4)=20 \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} x(y+2)+y=xy-5 \\ x-y=2 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 5x-4xy=22 \\ 6x+xy=-20 \end{cases} \text{ ג.}$$

### תשובות סופיות:

- 1 א. (2,5) ב. (-7,-10) ג. (4,-2) ד. (0,1) ה. (1,-3) ו. (-2,3)
- 2 א.  $(4, \frac{1}{3})$  ב.  $(-\frac{4}{5}, 9)$  ג. (4,1.6) ד. (-2,7)
- 3 א. אין פתרון. ב. אינסוף פתרונות.
- 4 א. (6,5) ב. (7,1) ג. (7,2)
- 5 א. (1,1) ב. (-3,1) ג. (1,1)
- 6 א. (-1,-3) ב. (2,10) ג. (-2,4)

## משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון:

### סיכום כללי:

#### משוואה ממעלה ראשונה:

למשוואה ממעלה ראשונה מהצורה:  $ax = b$  יתכן פתרון יחיד אם ורק אם  $a \neq 0$

מכיוון שניתן לחלק ולכתוב:  $x = \frac{b}{a}$ .

כאשר  $a = 0$  מתקבלת המשוואה  $0x = b$  ויתכנו שני מצבים:

1. אם  $b = 0$  את המשוואה היא  $0x = 0$  ויש אינסוף פתרונות המקיימים אותה.

2. אם  $b \neq 0$  את המשוואה היא  $0x = b \neq 0$  ואין אף ערך של  $x$  המקיים אותה.

### שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

$$3x + 6 - x = 4 + 2x + 2 \quad (2) \qquad x + 4 = 6 + x \quad (1)$$

$$5x - 3 + x = 4x + 2x - 3 \quad (4) \qquad 6(x - 2) = 2x + 5 + 4x \quad (3)$$

$$.3 - 2(x + 2) = 5x + \square \quad (5)$$

א. איזה מספר יש להציב ב- $\square$  על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?

ב. איזה מספר יש להציב ב- $\square$  על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?

ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$  על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$  על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

### תשובות סופיות:

(1) אף פתרון.

(2) אינסוף פתרונות.

(3) אין פתרון.

(4) אינסוף פתרונות.

(5) א. -8      ב. -1      ג.  $-7x - 1$

ד.  $-7x + k$  (כאשר  $k$  הוא מספר כלשהו חוץ מ-1).

## משוואה ממעלה שנייה:

### סיכום כללי:

משוואה מהצורה:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), נקראת משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה יסומנו ב- $x_1$  ו- $x_2$  ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

- משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**  
 אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.  
 דוגמא:  $x^2 + 5x - 4 = 0$ .
- משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**  
 אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.  
 דוגמא:  $x^2 + 4x + 4 = 0$ .
- משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**  
 אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.  
 דוגמא:  $x^2 + x + 4 = 0$ .

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $-x^2 + 10x - 16 = 0$

א.  $x^2 + 3x - 10 = 0$

ד.  $2x^2 - 6x + 5 = 0$

ג.  $25x^2 - 20x + 4 = 0$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

א.  $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 13$

ד.  $(2x-1)^2 + x(2x+3) = (x-1)(x-7)$

ג.  $2(x-5)^2 - (2x-3)^2 = 10x + 21$

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת  $b$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } x^2 - 36 = 0 & \text{ב. } 32x^2 - 18 = 0 \\ \text{ג. } 4x - x(x+2) = 3(x-1) - x - 6 & \text{ד. } (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 10 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת  $c$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } -7x^2 - 14x = 0 & \text{ב. } 5x^2 - x = 0 \\ \text{ג. } 6x(x-2) - 1 = 4x - 3(x+1) + 2 & \text{ד. } (5x-2)^2 = (x-2)(x+3) + 10 \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x} & \text{ב. } \frac{x^2-9}{x+3} + x = x^2 - 18 \\ \text{ג. } \frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{x}{2x^2-72} + \frac{2}{x^2+12x+36} = \frac{8x-15}{24-4x} + 2 \end{array}$$

### תשובות סופיות:

(1) א.  $x_1 = 2, x_2 = -5$     ב.  $x_1 = 2, x_2 = 8$     ג.  $x = \frac{2}{5}$     ד. אין פתרון.

(2) א.  $x_1 = 2, x_2 = -1$     ב.  $x_1 = 1, x_2 = 1\frac{1}{4}$     ג.  $x_1 = 1, x_2 = -10$     ד.  $x_1 = 0.6, x_2 = -2$

(3) א.  $x = \pm 6$     ב.  $x = \pm \frac{3}{4}$     ג.  $x = \pm 3$     ד.  $x = \pm 1$

(4) א.  $x_1 = 0, x_2 = -2$     ב.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{5}$     ג.  $x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{6}$     ד.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{8}$

(5) א.  $x_1 = 2, x_2 = -1.2$     ב.  $x = 5, x \neq -3$     ג.  $x_1 = 0, x_2 = -5$     ד.  $x_1 = -7.6, x_2 = -4\frac{2}{7}$

## משוואות דו-ריבועיות:

### סיכום כללי:

משוואה דו-ריבועית היא משוואה מהצורה:  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  כאשר הנעלם הוא  $x$ .  
פתרון המשוואה יבוצע ע"י מעבר לפרמטר:  $x^2 = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0$  ומציאתו.  
לאחר מכן יש להחזיר את ההצבה ולמצוא את ערכי  $x$ .

ניתן להביא משוואות לצורה זו ולהגדיר ביטוי המופיע בחזקות 2 ו-4 כגון:  
 $t = x^2 - 1$ : באמצעות פרמטר:  $(x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 2 = 0$   
ובכך לפתור משוואה:  $t^2 + 3t - 2 = 0$  ולהחזיר את ההצבה עבור מציאת  $x$ .  
דרך הפתרון תקפה לכל משוואה בה הנעלם מופיע בחזקות כפולות כגון 3 ו-6, או 4 ו-8.

### שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

- |  |   |
|--|---|
| $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ (2)   | $5x^4 + 3x^2 - 8 = 0$ (1)   |
| $x^2(x^2 + 1) = 10(3x^2 - 10)$ (4)   | $13x^2(3x^2 - 1) - 2 = 3(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ (3)                               |
| $x^3 + 4 = \frac{32}{x^3}$ (6)   | $x^6 + x^3 = 56$ (5)  |
| $x^8 - 4x^4 - 50 = 31x^4 - 84$ (8)   | $x - 9\sqrt{x} + 14 = 0$ (7)  |
| $(2x^2 - x)^2 - 4(2x^2 - x) + 3 = 0$ (10)  | $125x^6 - 1 = 124(x^6 + x^3 + 1)$ (9)   |
| $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} = 6 + x^2 - 4x$ (12)   | $(x^2 + 2x)^2 + 7x^2 + 14x = -6$ (11)   |
| $\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ (14) | $\frac{12}{x^2 + 2x - 8} = 1 + \frac{7.5}{x^2 + 2x - 3}$ (13)                 |
| $\frac{x^2 - 1}{4x^2 - 28} + 2 = \frac{9}{x^4 - 8x^2 + 7} + \frac{x^2}{2x^2 - 2}$ (16)     | $\frac{3}{3x^2 - 15} + \frac{1}{x^2 + 5} = \frac{10}{x^4 - 25}$ (15)          |
| $\frac{3x^4}{(x+2)^2} + \frac{3x^2}{x+2} = 6$ (18)   | $\left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 + 35 = 12\left(2x + \frac{3}{x}\right)$ (17) |
| $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x - 8) = -24$ (20)  | $(2x - x^2 + 3)(2x - x^2 - 2) = 0$ (19)                                       |

**תשובות סופיות:**

$$x = \pm 1 \quad (1)$$

$$x = \pm 1, \pm \sqrt{2} \quad (2)$$

$$x = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$x = \pm 2, \pm 5 \quad (4)$$

$$x_1 = \sqrt[3]{7}, x_2 = -2 \quad (5)$$

$$x = -2, \sqrt[3]{4} \quad (6)$$

$$x = 49 \quad (7)$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{34}, x_{3,4} = \pm 1 \quad (8)$$

$$x = 5, -1 \quad (9)$$

$$x_1 = 1.5, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = -\frac{1}{2} \quad (10)$$

$$x = -1 \quad (11)$$

$$x_{1,2} = 1, 3 \quad (12)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 3.06, x_4 = -5.06 \quad (13)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2 \quad (14)$$

(15) אין פתרונות.

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{7}} \quad (16)$$

$$x = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3 \quad (17)$$

$$x = -1, 2 \quad (18)$$

$$x = 3, -1 \quad (19)$$

$$x = \pm 1, 4, 6 \quad (20)$$

## מערכת משוואות ממעלה שנייה:

### סיכום כללי:

מערכת משוואות ריבועיות מיוחסת למערכת של שתי משוואות (לפחות) שאחת מהן מכילה את אחד מהנעלמים בריבוע. למערכת משוואות ריבועיות יכולים להתקבל עד 4 פתרונות שונים. יש לפתור את המערכת לפי הטכניקות הרגילות של בידוד והצבה או השוואת מקדמים.

### שאלות:

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ x^2 + 3y = 10 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 17 \\ xy = -10 \end{cases} \quad (4) \qquad \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x^2 - 3y^2 = 17 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 8y^2 = 8 \\ 3xy - 2y^2 = 4 \end{cases} \quad (6) \qquad \begin{cases} x^2 - xy - 20y^2 = 0 \\ x + 6y = 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 16x^2 - y^2 = 391 \\ 4x - y = 23 \end{cases} \quad (8) \qquad \begin{cases} x^2 - y^2 = 33 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{4}{y} - \frac{1}{x} = -19 \end{cases} \quad (10) \qquad \begin{cases} 4xy + x = -15 \\ \frac{3}{y} - 2x = 16 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} xy = 24 \\ (y-x)^2 - 7(y-x) + 10 = 0 \end{cases} \quad (12) \qquad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 21 \\ \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = 13 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3} \\ x^2 + y^2 = 9xy + 25 \end{cases} \quad (14) \qquad \begin{cases} x^2y - xy^2 = 84 \\ x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y = 24 \end{cases} \quad (13)$$

**תשובות סופיות:**

- |   |  |
|---|--|
| $(\pm 4, -2)$ <b>(2)</b>  | $(2, 4), (4, 2)$ <b>(1)</b>  |
| $(5, -2), (-5, 2)$ <b>(4)</b>   | $(\pm 2, \pm 1)$ <b>(3)</b>  |
| $\left(3, \frac{1}{2}\right), \left(-3, -\frac{1}{2}\right), (2, 1), (-2, -1)$ <b>(6)</b> | $\left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{11}\right)$ <b>(5)</b> |
| $(5, -3)$ <b>(8)</b>  | $(7, 4)$ <b>(7)</b>  |
| $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$ <b>(10)</b>                                      | $\left(-5, \frac{1}{2}\right), \left(-24, -\frac{3}{32}\right)$ <b>(9)</b>         |
| $(4, 6), (-6, -4), (3, 8), (-8, -3)$ <b>(12)</b>  | $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ <b>(11)</b>                                |
| $(-1.65, 6.35), (-6.35, 1.65), (7, 4), (-4, -7)$ <b>(13)</b>                              |  |
| $(5, 45), (-5, -45), (45, 5), (-45, -5)$ <b>(14)</b>                                      |  |

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 3 - הקו הישר

תוכן העניינים

- 1. מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית ..... 59
- 2. משוואת הישר ..... 63
- 3. מצבים הדדיים בין ישרים ..... 67
- 4. שאלות מסכמות ..... 69

## מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית:

### סיכום כללי:

#### נוסחאות כלליות:

- המרחק בין הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$  יחושב ע"י הנוסחה הבאה:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- אמצע הקטע  $M$  שקצוותיו הם:  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$  הוא:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- שיפוע ישר בין שתי נקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$  הוא:  $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

### שאלות:

#### שאלות העוסקות באמצע קטע:

- (1) מצא את אמצעי הקטעים שקודקודיהם נתונים ע"י הנקודות A ו-B:

א.  $A(1, 4), B(5, -8)$       ב.  $A(-3, 0), B(3, -2)$

ג.  $A(4, 5), B(-4, -5)$       ד.  $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right), B\left(7\frac{1}{2}, -2\right)$

ה.  $A(6, -1), B(-3, -1)$       ו.  $A(4, 7), B(4, -12)$

- (2) נתון קטע AB שאמצעו בנקודה M.

מצא את שיעורי נקודת הקצה B אם נתונים שיעורי הנקודות של A ושל M:

א.  $A(4, -2), M(2, 1)$       ב.  $A(-6, -8), M(0, 0)$

ג.  $A(13, -11), M(4, -7)$       ד.  $A\left(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right), M\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

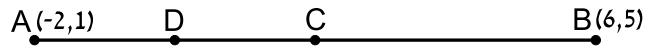
- (3) נתון משולש שווה שוקיים ABC שבו A הוא קדקוד הראש.

ידוע כי שיעורי הקודקודים B ו-C הם  $B(2, -4), C(6, 1)$ .

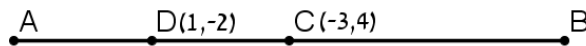
מעבירים תיכון AD לבסיס BC.

מצא את שיעורי הנקודה D.

- (4) באיור שלפניך C היא נקודת האמצע של AB, ו-D היא נקודת האמצע של AC.  
 ידוע כי:  $A(-2,1)$ ,  $B(6,5)$ .  
 מצא את שיעורי הנקודה D.



- (5) באיור שלפניך C היא נקודת האמצע של AB, ו-D היא נקודת האמצע של AC.  
 ידוע כי:  $C(-3,4)$ ,  $D(1,-2)$ .  
 מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.



- (6) הנקודות  $A(2,-7)$ ,  $B(-10,4)$  ו- $C(6,11)$  הן שלושה קודקודים של מקבילית ABCD.  
 מצא את שיעורי הקודקוד הרביעי.

### שאלות העוסקות במרחק בין שתי נקודות:

- (7) מצא את המרחק בין זוגות הנקודות הבאות:
- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| א. $A(4,7), B(-3,7)$  | ב. $A(6,2), B(1,2)$   |
| ג. $A(-3,10), B(0,6)$ | ד. $A(6,-9), B(1,3)$  |
| ה. $A(4,7), B(13,-1)$ | ו. $A(6,6), B(-9,-9)$ |
- (8) חשב את היקף המשולש ABC שקודקודיו הם:  $A(3,-2)$ ,  $B(4,9)$ ,  $C(0,14)$ .

- (9) נתונות נקודות  $A(14,4)$ ,  $B(6,y)$  שמרחקן הוא 10 יחידות אורך.  
 מצא את  $y$ .

- (10) נתונות נקודות  $A(x,-12)$ ,  $B(15,-2)$  שמרחקן הוא 26 יחידות אורך.  
 מצא את  $x$ .

- (11) נתונה נקודה B ברביע השלישי, ששיעור ה- $y$  שלה גדול פי 3 משיעור ה- $x$  שלה ומרחקה מהנקודה  $A(-4,1)$  הוא 5. מצא את שיעורי הנקודה B.

**12** במשולש שווה שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ) ידוע כי אורכי השוקיים הוא  $\sqrt{45}$  יחידות אורך. שיעורי הקודקוד  $A$  הם  $(0,4)$  ושיעורי ה- $y$  של הקודקודים  $B$  ו- $C$  הוא  $-2$ . מצא את קודקודי המשולש  $B$  ו- $C$  (הנח  $B$  ברביע הרביעי).

**13** אורך האלכסון  $AC$  במלבן  $ABCD$  הוא  $d_{AC} = \sqrt{50}$  וידוע כי:  $A(-3,-2)$ ,  $B(-4,1)$ . מצא את היקף המלבן.

### שאלות העוסקות בשיפוע בין שתי נקודות:

**14** מצא את השיפוע בין זוגות הנקודות הבאים:

- |                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| א. $A(5,2)$ , $B(4,1)$  | ב. $A(3,-2)$ , $B(-3,1)$  |
| ג. $A(7,8)$ , $B(6,15)$ | ד. $A(0,5)$ , $B(7,0)$    |
| ה. $A(6,9)$ , $B(6,-7)$ | ו. $A(4,-1)$ , $B(18,-1)$ |

**15** מצא את שיפועי הישרים שצלעות המשולש שקודקודיו הם:  $A(6,5)$ ,  $B(2,13)$ ,  $C(4,-7)$  מונחים עליהם.

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $(3, -2)$     ב.  $(0, -1)$     ג.  $(0, 0)$     ד.  $\left(4, -\frac{5}{8}\right)$
- ה.  $(1.5, -1)$     ו.  $(4, -2.5)$
- (2) א.  $B(0, 4)$     ב.  $B(6, 8)$     ג.  $B(-5, -3)$     ד.  $B\left(1, \frac{2}{3}\right)$
- (3)  $D(4, -1.5)$
- (4)  $D(0, 2)$
- (5)  $A(5, -8)$ ,  $B(-11, 16)$
- (6)  $D(18, 0)$
- (7) א.  $d_{AB} = 7$     ב.  $d_{AB} = 5$     ג.  $d_{AB} = 5$     ד.  $d_{AB} = 13$
- ה.  $d_{AB} = \sqrt{145}$     ו.  $d_{AB} = 15\sqrt{2}$
- (8)  $P_{ABC} \approx 33.727$  יחידות אורך
- (9)  $y = -2$  או  $y = 10$
- (10)  $x = 39$  או  $x = -9$
- (11)  $B(-1, -3)$
- (12)  $B(3, -2)$ ,  $C(-3, -2)$
- (13)  $P_{ABCD} = 6\sqrt{10} \approx 18.97$  יחידות אורך
- (14) א.  $m_{AB} = 1$     ב.  $m_{AB} = -\frac{1}{2}$     ג.  $m_{AB} = -7$     ד.  $m_{AB} = -\frac{5}{7}$
- ה. שיפוע לא מוגדר.    ו.  $m_{AB} = 0$
- (15)  $m_{AB} = -2$ ,  $m_{BC} = -10$ ,  $m_{AC} = 6$

## משוואת הישר:

### סיכום כללי:

### שיפועים של ישרים:

- שיפועי ישרים מאונכים מקיימים:  $m_1 \cdot m_2 = -1$ .
- הקשר בין שיפוע ישר לזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ :  $m = \tan \alpha$ .

### משוואת הישר:

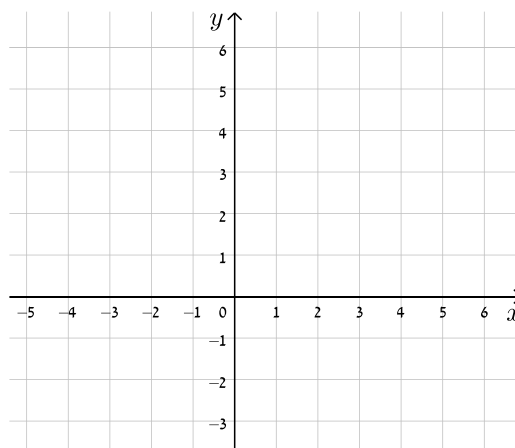
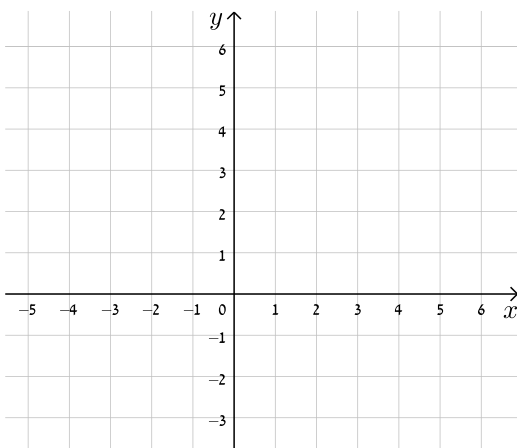
- משוואת ישר מפורשת היא מהצורה:  $y = mx + n$ .
- כאשר:  $m$  הוא שיפוע הישר ו- $n$  הוא שיעור ה- $y$  של נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- $y$ .
- נוסחה למציאת משוואת ישר:  $y - y_1 = m(x - x_1)$ .

### שאלות:

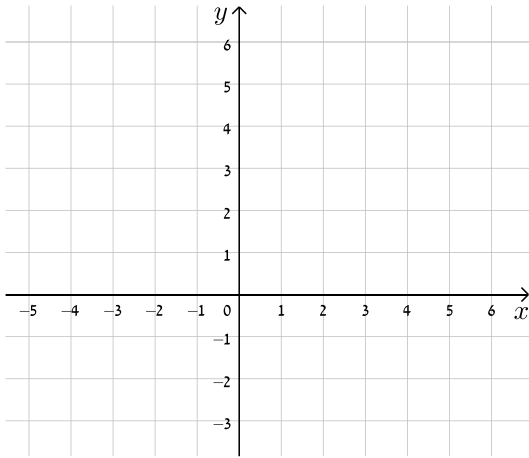
16) עבור כל אחד ממשוואות הישרים הבאות, מצא את נקודות החיתוך עם הצירים וסרטט את הישרים במערכת הצירים שלפניך.

א.  $y = x + 4$

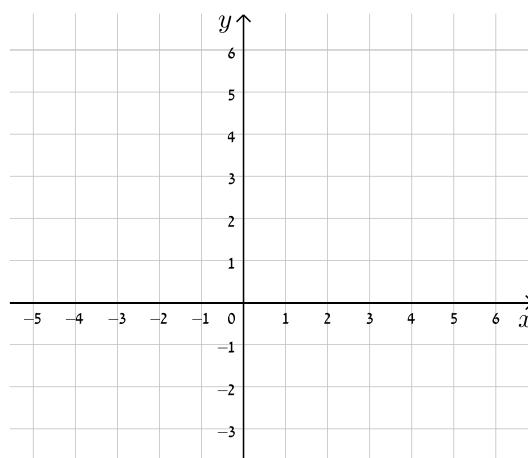
ב.  $y = -x + 5$



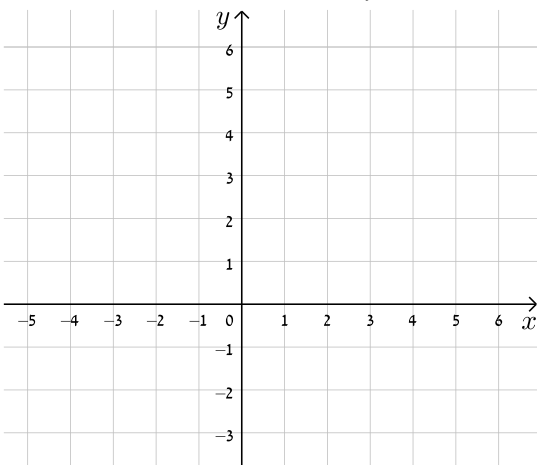
$$ד. \quad y = -3x + 5$$



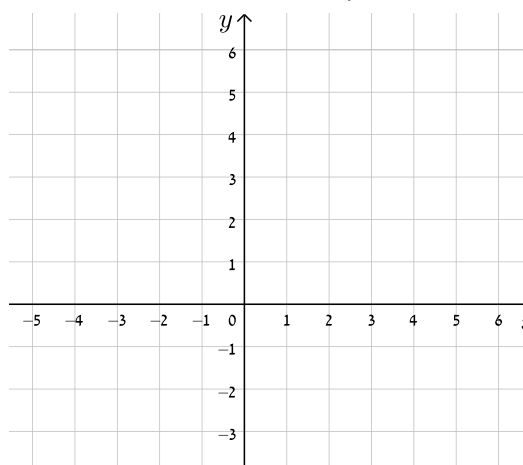
$$ג. \quad y = 2x - 3$$



$$ו. \quad y = 8 - 4x$$

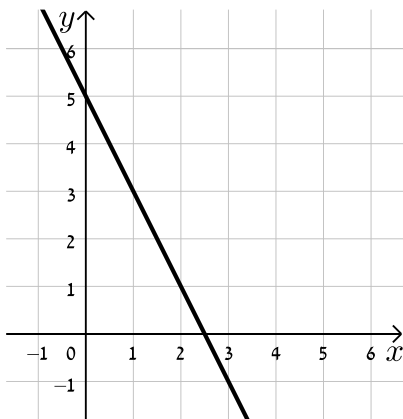


$$ה. \quad y = 3x - 1$$

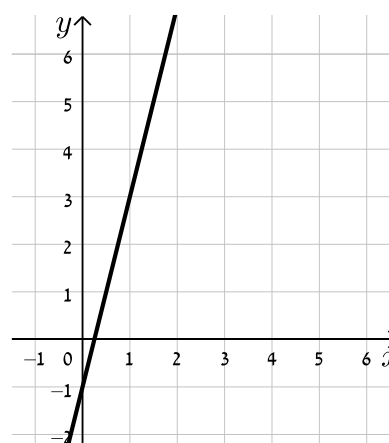


17) כתוב את משוואת הישר המתאימה לכל אחד מהישרים הבאים:

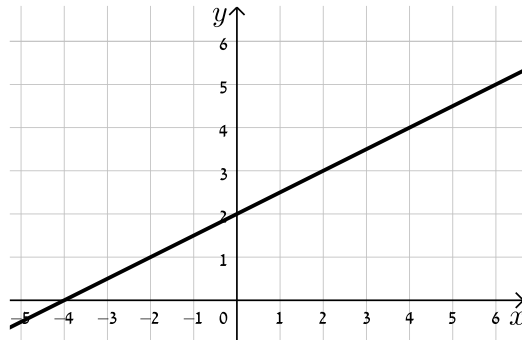
ב.



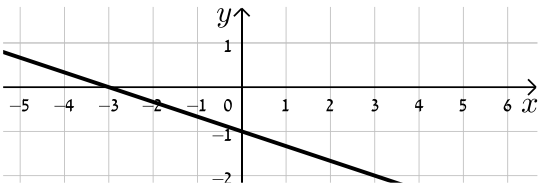
א.



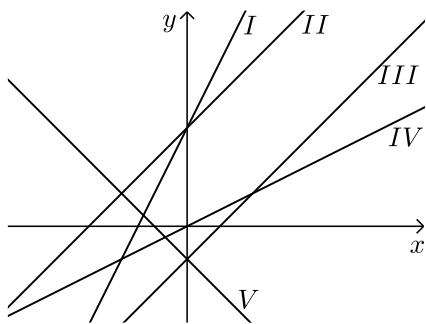
ג.



ד.



18) התאם בין משוואות הישרים הבאים לישרים בשרטוט :



א.  $y = x + 3$

ב.  $y = -x - 1$

ג.  $y = 2x + 3$

ד.  $y = x - 1$

ה.  $y = \frac{1}{2}x$

19) נתונה משוואת הישר הבאה:  $y = 2x + 3$ . קבע אלו מבין הנקודות הבאות

נמצאות עליו:  $A(-1,1)$ ,  $B(3,3)$ ,  $C(0,4)$ ,  $D(6,15)$ .

20) נתונה משוואת הישר הבאה:  $y = mx - 2.5$ . ידוע כי הנקודה  $A(4,2)$  נמצאת

על הישר. מצא את  $m$  וקבע האם גם הנקודה  $B(7,-2)$  נמצאת עליו.

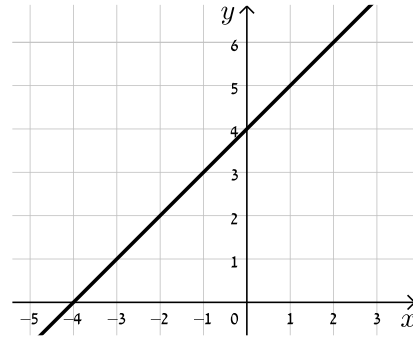
21) הנקודות  $A(5,-3)$ ,  $B(4,1)$  נמצאות על ישר שמשוואתו היא:  $y = mx + n$ .

מצא את  $m$  ואת  $n$ .

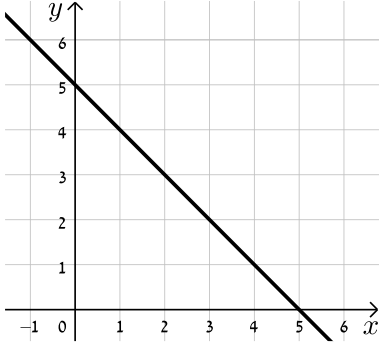
## תשובות סופיות:

16) להלן הגרפים של משוואות הישרים:

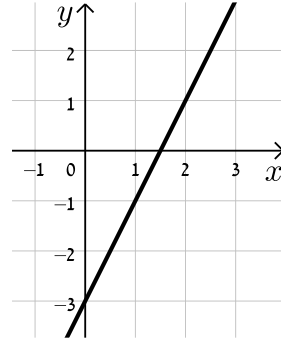
א.



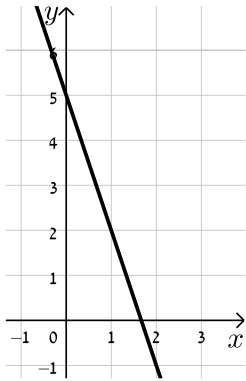
ב.



ג.



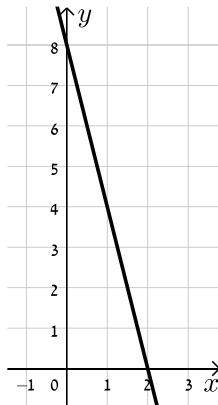
ד.



ה.



ו.



$$y = -\frac{1}{3}x - 1 \quad \text{ד. ה. IV.}$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{ג. I.}$$

$$y = -2x + 5 \quad \text{ב. V. II. A (18)}$$

$$y = 4x - 1 \quad \text{א. II. B (18)}$$

19) נמצאות: A, D. לא נמצאות: B, C.

$$m = \frac{9}{8} \quad \text{ב. B לא נמצאת. (20)}$$

$$m = -4, n = 17 \quad \text{(21)}$$

## מצבים הדדיים בין ישרים:

### סיכום כללי:

#### מצב הדדי בין שני ישרים:

- ישרים מקבילים מקיימים:  $m_1 = m_2, n_1 \neq n_2$ .
- ישרים חותכים מקיימים:  $m_1 \neq m_2$ .
- ישרים מתלכדים מקיימים:  $m_1 = m_2, n_1 = n_2$ .

### שאלות:

22 מצא את נקודות החיתוך שבין זוגות הישרים הבאים:

$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = x + 6 \end{cases} \quad \text{ג.}$	$\begin{cases} y = x - 12 \\ y = 4x + 6 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x - 1 \end{cases} \quad \text{א.}$
---	--	---

23 קבע את המצב ההדדי בין זוגות הישרים הבאים:

$\begin{cases} y = x - 7 \\ y = x + 6 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} y = x + 8 \\ y = x + 8 \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} y = 6x - 15 \\ y = 3x + 41 \end{cases} \quad \text{ג.}$

24 קבע אלו מבין זוגות הישרים הבאים הם מאונכים זה לזה:

$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{1}{2}x + 4 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} y = x - 6 \\ y = -x + 6 \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} y = -4x - 5 \\ y = \frac{1}{4}x + 5 \end{cases} \quad \text{ג.}$

25 משוואת הצלע AB של המלבן ABCD היא  $y = 6x - 2$ .

- מה הם שיפועי הצלעות האחרות של המלבן?
- כיצד תשתנה תשובתך לסעיף הקודם אם משוואת הישר הנ"ל הייתה שייכת לצלע BC במקום AB?

**(26)** במשולש ABC נתונים שיעורי הקודקודים :  $A(5,-1)$  ,  $B(3,7)$  ,  $C(-5,5)$  .  
 הוכח שהמשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

**(27)** מצא את משוואות הישרים הבאים :

- א. ישר העובר דרך הנקודה  $A(1,3)$  ושיפועו  $m=2$  .  
 ב. ישר העובר דרך הנקודה  $A(0,-4)$  ושיפועו  $m=\frac{1}{3}$  .  
 ג. ישר העובר דרך הנקודה  $A(5,9)$  ושיפועו  $m=0$  .  
 ד. ישר העובר דרך הנקודות  $A(5,-12)$  ו-  $B(6,-6)$  .  
 ה. ישר העובר דרך הנקודה  $A(-6,4)$  ומקביל לישר :  $y=2x-3$  .  
 ו. ישר העובר דרך הנקודה  $A(3,-5)$  ומקביל לציר ה-  $y$  .  
 ז. ישר העובר דרך הנקודה  $A(-7,-3)$  ומאונך לישר :  $y=x+3$  .  
 ח. ישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $y=11x-4$  ו-  $y=3x-12$  ומקביל לישר :  $y=7x+5$  .

### תשובות סופיות:

- (22)** א.  $(-1,1)$       ב.  $(-6,-18)$       ג.  $(10,16)$  .  
**(23)** א. נחתכים.      ב. מקבילים.      ג. נחתכים.      ד. מתלכדים.  
**(24)** מאונכים : ג', ד'.      לא מאונכים : א', ב'.  
**(25)** א.  $m_{AB} = m_{CD} = 6$  ,  $m_{BC} = m_{AD} = -\frac{1}{6}$  .  
 ב. הכל הפוך :  $m_{BC} = m_{AD} = 6$  ,  $m_{AB} = m_{CD} = -\frac{1}{6}$  .  
**(26)** שאלת הוכחה.  
**(27)** א.  $y=2x+1$       ב.  $y=\frac{1}{3}x-4$       ג.  $y=9$       ד.  $y=6x-42$  .  
 ה.  $y=2x+16$       ו.  $x=3$       ז.  $y=-x-10$       ח.  $y=7x-8$  .

## שאלות מסכמות:

### שאלות:

**(28)** במשולש ABC מעבירים את התיכון AD לצלע BC.

ידוע כי:  $A(3, -2)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $D(-2, 2)$ .

- כתוב את משוואת הישר של התיכון AD.
- מצא את שיעורי הקודקוד C.
- כתוב את משוואת הישר של הצלע AC.

**(29)** נתון מעוין ABCD שבו נתונים הקודקודים A(-9,1) ו-B(5,-7).

משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא  $x + 3y + 6 = 0$ .

- מצא את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD.
- מצא את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.

**(30)** שלוש המשוואות הבאות מייצגות את הישרים המופיעים בשרטוט:

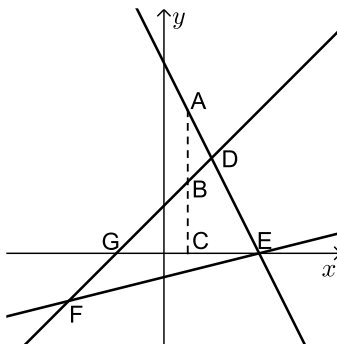
$$2x + y - 8 = 0 \text{ ו- } x - y + 2 = 0, \quad x - 4y - 4 = 0$$

הקטע AC מקביל לציר ה-y.

א. חשב את שטח המשולש DEF.

ב. נתון:  $d_{BC} = 3$ .

חשב את אורך הקטע AB.



**(31)** BD הוא התיכון לצלע AC במשולש ABC שבו נתון הקודקוד A(-6,1).

משוואת התיכון BD היא  $x - y = 1$  ומשוואת הצלע BC היא  $3x + 5y = 67$ .

מצא את שיעורי הקודקוד C.

**(32)** נתון טרפז ABCD ( $AB \parallel CD$ ) ובו משוואת השוק BC היא:  $x = 2$ .

משוואת הבסיס CD היא  $2x + 3y = 7$  וידוע כי  $A(-4, 1)$ .

- מצא את משוואת הבסיס AB.
- מצא את שיעורי הקודקודים B ו-C.
- מעבירים את האלכסון AC. הראה כי המשולש ABC הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

## תשובות סופיות:

$$(28) \quad \text{א. } y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5} \quad \text{ב. } C(-6, 0) \quad \text{ג. } y = -\frac{2}{9}x - \frac{4}{3}$$

$$(29) \quad \text{א. } l_{BD} : y = 3x - 22 \quad \text{ב. } l_{BC} : y = -\frac{1}{8}x - 6\frac{3}{8}$$

$$(30) \quad \text{א. } 18 \text{ יח"ש} = S_{EDF} \quad \text{ב. } 3 \text{ יחידות אורך} = AB$$

$$(31) \quad C(14, 5)$$

$$(32) \quad \text{א. } y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \quad \text{ב. } B(2, -3), C(2, 1) \quad \text{ג. } 12 \text{ יחידות שטח} = S_{ABC}$$

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

## פרק 4 - הפונקציה הריבועית

### תוכן העניינים

1. הפונקציה הריבועית היסודית  $y=x^2$  ..... (ללא ספר)
2. משפחת הפרבולות מהצורה  $y=x^2+c$  ..... (ללא ספר)
3. משפחת הפרבולות מהצורה  $y=(x-p)^2$  ..... (ללא ספר)
4. משפחת הפרבולות מהצורה  $y=(x-p)^2+k$  ..... (ללא ספר)
5. משפחת הפרבולות עם מקדם  $a$  כללי ..... (ללא ספר)
6. משפחת הפרבולות מהצורה  $y=a(x-p)^2+k$  ..... (ללא ספר)
7. הצגה סטנדרטית של הפונקציה הריבועית ..... (ללא ספר)
8. סרטוט של גרף הפונקציה הריבועית הכללית ..... (ללא ספר)
9. מציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית עם  $a$  כללי ..... (ללא ספר)
10. ייצוגים שונים של פונקציה ריבועית ..... (ללא ספר)
11. חיתוך בין ישר ופרבולה ..... (ללא ספר)
12. חיתוך בין שתי פרבולות ..... (ללא ספר)
13. שאלות מסכמות ..... (ללא ספר)

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 5 - אי שוויונים אלגבריים

תוכן העניינים

71	1. אי-שוויונים ממעלה ראשונה.....
72	2. אי-שוויונים ממעלה שנייה.....
73	3. אי-שוויונים ממעלה שלישית.....
74	4. אי-שוויונים עם מנה.....
75	5. אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם.....
76	6. שאלות מסכמות – אי-שוויונים.....
78	7. תחום הגדרה.....

## אי-שויונים ממעלה ראשונה:

### סיכום כללי:

#### מה מותר?

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

#### מה אסור?

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$6x > 2(3x-1) \quad (2) \qquad 45x-26 > 109 \quad (1)$$

$$(x-2)^2 + 4 < (x+2)^2 + 20 \quad (4) \qquad 2(x-5) \geq \frac{1}{2}(4x+6) \quad (3)$$

$$4(6x-8) < 8(3x-4) \quad (6) \qquad \frac{8x-4}{2} < \frac{9(x+1)}{3} \quad (5)$$

$$\frac{7-x}{10} - \frac{3x-1}{5} + \frac{x+4}{3} < 7 \quad (8) \qquad \frac{x-6}{3} - \frac{x-4}{4} \geq 12-x \quad (7)$$

### תשובות סופיות:

- |                 |               |            |
|-----------------|---------------|------------|
| $x > 3$ (1)     | $x$ כל (2)    | $x$ אף (3) |
| $x > -2$ (4)    | $x < 5$ (5)   | $x$ אף (6) |
| $x \geq 12$ (7) | $x > -13$ (8) |            |

## אי-שוויונים ממעלה שנייה:

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x^2 - 12x > -32 \quad (10)$$

$$x^2 < 144 \quad (9)$$

$$(x+2)(x+4) < 35 \quad (12)$$

$$(x+2)(x+5) < 0 \quad (11)$$

$$(x-3)(x-7) \geq 8x - 56 \quad (14)$$

$$-x^2 + 13x + 30 < 0 \quad (13)$$

$$(5x+6)^2 \leq 4(x-3)^2 \quad (16)$$

$$(x-5)^2 + x(x+2) < 89 \quad (15)$$

$$x^2 - 10x + 25 > 0 \quad (18)$$

$$-3x^2 + 12x > 0 \quad (17)$$

$$2x^2 + 2x + 24 \geq 0 \quad (20) \quad (x-3)^2 > (x-1)(x+6) - x^2 - 3x \quad (19)$$

### תשובות סופיות:

$$-5 < x < -2 \quad (11)$$

$$x < 4, x > 8 \quad (10)$$

$$-12 < x < 12 \quad (9)$$

$$x \leq 7, x \geq 11 \quad (14)$$

$$x < -2, x > 15 \quad (13)$$

$$-9 < x < 3 \quad (12)$$

$$0 < x < 4 \quad (17)$$

$$-4 \leq x \leq 0 \quad (16)$$

$$-4 < x < 8 \quad (15)$$

$$x \text{ כל} \quad (20)$$

$$x < 3, x > 5 \quad (19)$$

$$x > 5, x < 5 \quad (18)$$

## אי-שוויונים ממעלה שלישית:

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x(x^2 + x + 1) > 0 \quad (22) \qquad (x-1)(x-2)(x-3) > 0 \quad (21)$$

$$x^3 - 25x \geq 0 \quad (24) \qquad (-2x^2 - 3x + 2)(x+1) \leq 0 \quad (23)$$

$$(x^2 + 8x + 20)(3x - 5) \leq 0 \quad (26) \qquad (x^2 + 3x + 5)(x - 2) > 0 \quad (25)$$

$$x^3 - 6x^2 + 9x \leq 0 \quad (28) \qquad (x^2 - x - 6)(x - 1) < 0 \quad (27)$$

$$(x-2)(x-4)(x-1) < 0 \quad (30) \qquad (x^2 + 6)(x+3) > 0 \quad (29)$$

### תשובות סופיות:

$$-2 \leq x \leq -1, x \geq \frac{1}{2} \quad (23) \qquad x > 0 \quad (22) \qquad 1 < x < 2, x > 3 \quad (21)$$

$$x \leq 1\frac{2}{3} \quad (26) \qquad x > 2 \quad (25) \qquad -5 \leq x \leq 0, x \geq 5 \quad (24)$$

$$x > -3 \quad (29) \qquad x \leq 0, x = 3 \quad (28) \qquad x < -2, 1 < x < 3 \quad (27)$$

$$x < 1, 2 < x < 4 \quad (30)$$

## אי-שוויונים עם מנה:

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$\frac{x-1}{3x+2} \geq -3 \quad (32)$$

$$\frac{x-1}{x^2-9} > 0 \quad (31)$$

$$\frac{x-3}{2x^2-10x+12} > 0 \quad (34)$$

$$\frac{1}{x^2-16} > 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{-3(x-1)} < 0 \quad (36)$$

$$\frac{2x-1}{x-5} \leq 0 \quad (35)$$

$$\frac{1}{x^2-5x+6} < 0 \quad (38)$$

$$\frac{x-1}{x+2} \leq 1 \quad (37)$$

$$\frac{1}{x^2-8x+12} \geq 0 \quad (40)$$

$$\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7} \geq 0 \quad (39)$$

### תשובות סופיות:

$$x < -4, x > 4 \quad (33)$$

$$x < -\frac{2}{3}, x \geq -\frac{1}{2} \quad (32)$$

$$-3 < x < 1, x > 3 \quad (31)$$

$$x > 1 \quad (36)$$

$$\frac{1}{2} \leq x < 5 \quad (35)$$

$$2 < x < 3, x > 3 \quad (34)$$

$$1 \leq x \leq 6 \quad (39)$$

$$2 < x < 3 \quad (38)$$

$$x > -2 \quad (37)$$

$$x < 2, x > 6 \quad (40)$$

## אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם:

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$0 < \frac{1}{x+4} < 2 \quad (42)$$

$$3 < x+1 < 5 \quad (41)$$

$$0 < \frac{8-3x}{5-2x} < 4 \quad (44)$$

$$-1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \quad (43)$$

$$6 < \frac{2x+10}{3} \leq \frac{7x-20}{5} \quad (46)$$

$$6x-38 \leq x-3 \leq 5x+7 \quad (45)$$

$$\frac{4x+5}{15} > \frac{3x-8}{5} + \frac{9-x}{3} > 11 \quad (48)$$

$$-1 \leq \frac{2x-6}{4} < \frac{x+2}{3} \quad (47)$$

### תשובות סופיות:

$$x > 0 \quad (43)$$

$$x > -3\frac{1}{2} \quad (42)$$

$$2 < x < 4 \quad (41)$$

$$x \geq 10 \quad (46)$$

$$-2.5 \leq x \leq 7 \quad (45)$$

$$x < 2\frac{2}{5}, x > 2\frac{2}{3} \quad (44)$$

$$\emptyset \quad (48)$$

$$1 \leq x < 13 \quad (47)$$

## שאלות מסכמות – אי-שוויונים:

### שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x \leq -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \leq 5 \cup 0 < x < 8\} \quad (1)$$

$$\frac{(x-3)(x+4)}{2-x} \leq 0 \quad (3) \quad x(x+5) - 3x + 12 \leq 2x - 1 - x(4-x) \quad (2)$$

$$\frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \geq 0 \quad (5) \quad \frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0 \quad (4)$$

$$\frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0 \quad (7) \quad x(x+3)(2x-5) < 0 \quad (6)$$

$$\frac{x-3}{x^2+2} > 0 \quad (9) \quad \frac{5-2x}{(x-8)^2} \leq 0 \quad (8)$$

$$\frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0 \quad (11) \quad \frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0 \quad (10)$$

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2} \quad (13) \quad \frac{x-7}{x^2+x+3} > 0 \quad (12)$$

$$6 < 5x - x^2 \cap x^2 > 3x + 10 \quad (15) \quad \frac{2x^2}{x^2-6x+8} \geq \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-2} \quad (14)$$

$$1 < \frac{x-1}{x-4} \leq 2 \quad (17) \quad \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x} \quad (16)$$

$$(18) \text{ לאלו ערכי } x \text{ נמצאת הפונקציה } f(x) = \frac{x}{x-3} \text{ מעל הפונקציה } g(x) = \frac{x+1}{x+3} ?$$

## תשובות סופיות:

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| $x \leq -4$ (2)                           | $-2 < x \leq -\frac{3}{4}$ (1)       |
| $x < -7, -\frac{1}{3} < x < 2, x > 5$ (4) | $-4 \leq x < 2, x \geq 3$ (3)        |
| $x < -3, 0 < x < 2.5$ (6)                 | $-1 < x \leq 1.5, 4 < x \leq 12$ (5) |
| $2.5 \leq x < 8, x > 8$ (8)               | $x < -1, 2 < x < 6, x > 6$ (7)       |
| $x < -3, 0 < x < 1, x > 4$ (10)           | $x > 3$ (9)                          |
| $x > 7$ (12)                              | $-1 < x < 0, 1 < x < 3, x > 3$ (11)  |
| $x \leq 0, 1 \leq x < 2, x > 4$ (14)      | $x < -2, 2 < x < 4$ (13)             |
| $x \neq 1$ (16)                           | $x \neq 7$ (15)                      |
| $-3 < x < -\frac{3}{5}, x > 3$ (18)       | $x \geq 7$ (17)                      |

## תחום הגדרה:

### שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{3x-4}$	ב. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x - 6}$
ג. $f(x) = \sqrt{12x - x^2 - x^3}$	ד. $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-4}}$
ה. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}-x}$	ו. $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-2x-1}}{2x-3}$

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+2}-3}$	ב. $f(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x+6}}$
ג. $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}}$	ד. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1}$

(3) תחום ההגדרה של הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{ax-x^2-4}$  הוא  $1 \leq x \leq 4$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .

(4) תחום ההגדרה של הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}$  הוא  $x > 2, x \leq -2$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .

(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+6}-a}$ , ( $a$  פרמטר חיובי).

א. הבע באמצעות  $a$  את תחום הגדרתה.

ב. מגדירים פונקציה נוספת:  $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+5}}$ .

ידוע כי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות מכסה את כל ציר המספרים. מצא את תחום הערכים האפשרי של הפרמטר  $a$ .

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $x \geq 1\frac{1}{3}$     ב.  $x \leq -1, x \geq 6$     ג.  $x \leq -4, 0 \leq x \leq 3$
- ד.  $-5 \leq x < -2, x > 2$     ה.  $-2 \leq x < 2, x > 2$     ו.  $x \leq -\frac{1}{3}, 1 \leq x < \frac{3}{2}, x > \frac{3}{2}$
- (2) א.  $x \geq 7$     ב.  $-6 \leq x \neq -2$     ג.  $x \leq -1\frac{1}{2}, x \geq 1$
- ד.  $x \leq -3, -2 \leq x \neq 1$
- (3)  $a = 5$
- (4)  $a = 2$
- (5) א.  $x \geq a^2 - 6$     ב.  $0 < a \leq 1$

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 6 - חקירת משוואה ממעלה ראשונה

תוכן העניינים

- 1. פתרון משוואות ממעלה ראשונה עם פרמטר..... 80
- 2. חקירת משוואות ממעלה ראשונה..... 81
- 3. חקירה של מערכת שתי משוואות ממעלה ראשונה..... 84
- 4. חקירת משוואות ממעלה ראשונה עם שורשים..... 89
- 5. חקירת משוואות ממעלה ראשונה עם ערך מוחלט..... 90

## פתרון משוואות ממעלה ראשונה עם פרמטר:

### סיכום כללי:

#### שלבי עבודה:

- נפתור את המשוואה.
- נאתר את ערכי הפרמטר המאפשרים את המכנה בכל שלבי הפתרון.
- נבדוק לכל ערך כזה בנפרד כמה פתרונות יש למשוואה על ידי הצבתו במשוואה המקורית.

### שאלות:

(1) פתרו את המשוואה:  $kx + 6k = 2x + 3k^2$ .

(2) פתרו את המשוואה:  $a^2(x-1) = 3ax + 4(x-a)$ .

(3) פתרו את מערכת המשוואות: 
$$\begin{cases} 2kx + 5y = 2k^2 \\ 2x - y = -10 \end{cases}$$

(4) פתרו את מערכת המשוואות הבאה: 
$$\begin{cases} bx - (1-2b)y = 1 \\ (2b+1)x + 3(by-1) = 0 \end{cases}$$

### תשובות סופיות:

(1)  $x = 3k \quad (k \neq 2)$

(2)  $x = \frac{a}{a+1}$

(3)  $(k-5, 2k)$

(4)  $\left( \frac{2-b}{b(b+1)}, \frac{1}{b+1} \right), \quad b \neq 0, \pm 1$

## חקירה של משוואה ממעלה ראשונה:

### שאלות:

(1) נתונה המשוואה הבאה:  $m^2(2x-1) = 9(x-1) - x(6+5m)$ .

מצאו לאילו ערכי  $m$  יש למשוואה:

א. פתרון יחיד (ומצאו אותו).

ב. אינסוף פתרונות.

ג. אף פתרון.

(2) נתונה המשוואה:  $k^2(5-2x) = 3(15-2kx)$ .

א. מצאו לאילו ערכי  $k$  למשוואה:

i. פתרון יחיד.

ii. אף פתרון.

iii. אינסוף פתרונות.

ב. מצאו לאילו ערכי  $k$  פתרון המשוואה:

i. חיובי.

ii. מקיים את אי-השוויון:  $2x-3 > x$ .

(3) נתונה המשוואה:  $\frac{mx}{m-2} = \frac{2m}{m-5} - \frac{6x}{m^2-7m+10}$ .

מצאו לאילו ערכי  $m$  למשוואה:

א. פתרון יחיד.

ב. אף פתרון.

ג. אינסוף פתרונות.

(4) לפניכם המשוואה:  $m \cdot \frac{x-1}{x} - \frac{m+6}{m} = \frac{-3}{x}$ .

א. פתרו את המשוואה בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

ב. מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:

i. פתרון יחיד.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. אף פתרון.

ג. האם עבור ערכי ה- $m$  הנותנים אינסוף פתרונות, כל  $x$  יהיה פתרון של המשוואה?

ד. עבור אלו ערכי  $m$  יהיה פתרון המשוואה גדול מ-2?

$$(5) \quad \text{נתונה המשוואה: } x(m^2 - 9) = 2(m(3x+1) + 1 - x)$$

- א. פתרו את המשוואה בהנחה שיש לה פתרון יחיד.  
 ב. חקרו את המשוואה ומצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 i. פתרון יחיד.  
 ii. אינסוף פתרונות.  
 iii. אף פתרון.  
 ג. עבור איזה ערך של  $m$  פתרון המשוואה יהיה:  $x = 2$ ?

$$(6) \quad \text{נתונה המשוואה: } \frac{5}{k-4} - \frac{kx}{3k+15} = \frac{k^2+29}{k^2+k-20}$$

- א. פתרו את המשוואה בהנחה שיש לה פתרון יחיד.  
 ב. האם קיים ערך של  $k$  עבורו יש למשוואה אינסוף פתרונות?  
 ג. עבור איזה ערך של  $k$  פתרון המשוואה הוא:  $-4$ ?

$$(7) \quad \text{לפניכם המשוואה הבאה: } \frac{m^2x}{m-5} + \frac{2mx - m^2 + 1}{m-5} = 1$$

- מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).  
 ב. אינסוף פתרונות.  
 ג. אף פתרון.

$$(8) \quad \text{לפניכם המשוואה הבאה: } \frac{(m^2+1)x-4}{x-2} = m+1$$

- מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).  
 ב. אינסוף פתרונות.  
 ג. אף פתרון.

$$(9) \quad \text{לפניכם המשוואה הבאה: } \frac{5m-2}{mx-1} = -3$$

- מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).  
 ב. אינסוף פתרונות.  
 ג. אף פתרון.

$$(10) \text{ לפניכם המשוואה הבאה: } \frac{x+1}{x-m+1} = \frac{x}{x+m+2}$$

מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:

א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).

ב. אינסוף פתרונות.

ג. אף פתרון.

### תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } \frac{1}{2}, m \neq -3, \frac{m-3}{2m-1} \text{ ב. } m = -3 \text{ ג. } m = \frac{1}{2}$$

$$(2) \text{ א. } 1, 3, k \neq 0, 3 \text{ ב. } k = 0 \text{ ג. } k = 3$$

$$\text{ב. } k > 0 \text{ או } k < -3 \text{ וגם } k \neq 3 \text{ ג. } 0 < k < 15 \text{ וגם } k \neq 3$$

$$(3) \text{ א. } 2, 3, 5, m \neq 2, 3, 5 \text{ ב. } m = 2, 3, 5 \text{ ג. אף } m$$

$$(4) \text{ א. } m \neq 3, x = \frac{1}{m+2} \text{ ב. פתרון יחיד: } m \neq 0, -2, 3 \text{ אף פתרון:}$$

$$\text{ג. לא, רק: } x \neq 0 \text{ ד. } m = 0, -2 \text{ אינסוף פתרונות: } m = 3$$

$$\text{ד. } -2 < m < -1.5$$

$$(5) \text{ א. } m \neq 7, -1, x = \frac{1}{m-7} \text{ ב. פתרון יחיד: } m \neq 7, -1 \text{ אף פתרון: } m = 7$$

אינסוף פתרונות:  $m = -1$ .

$$(6) \text{ א. } -5, -4, 0, k \neq 0, 4, -5, x = \frac{3}{k} - 3 \text{ ב. אף } k \text{ ג. } k = -3$$

$$(7) \text{ א. } 5, -2, m \neq 0 \text{ ב. אף } m \text{ ג. } m = 0, -2, 5$$

$$(8) \text{ א. } \pm 1, m \neq 0 \text{ ב. } m = 1 \text{ ג. } m = 0, -1$$

$$(9) \text{ א. } \frac{2}{5}, m \neq 0 \text{ ב. אף } m \text{ ג. } m = \frac{2}{5}, 0$$

$$(10) \text{ א. } -\frac{1}{2}, -2, -1, m \neq 0 \text{ ב. אף } m \text{ ג. } m = 0, -1, -2, -\frac{1}{2}$$

## חקירה של מערכת שתי משוואות ממעלה ראשונה:

**סיכום כללי:**

**שלבי עבודה:**

- נפתור את מערכת המשוואות.
- נאתר את ערכי הפרמטר המאפסים את המכנה בכל שלבי הפתרון.
- נבדוק לכל ערך כזה בנפרד כמה פתרונות יש למערכת על ידי הצבתו.

**המשמעות הגרפית של חקירת מערכת משוואות ממעלה ראשונה:**

בהינתן מערכת שתי משוואות מהצורה:  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  נאמר כי:

אם:  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  אז הישרים נחתכים (כלומר למערכת פתרון יחיד).

אם:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  אז הישרים מקבילים (כלומר למערכת אף פתרון).

אם:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  אז הישרים מתלכדים (כלומר למערכת אינסוף פתרונות).

**שאלות:**

$$(1) \quad \begin{cases} x + 3ay = a \\ ax + 3y = 4a - 3 \end{cases} \quad \text{נתונה מערכת המשוואות:}$$

א. מצאו לאלו ערכי  $a$  למערכת המשוואות:

- פתרון יחיד.
- אף פתרון.
- אינסוף פתרונות.

ב. מצאו לאלו ערכי  $a$  נקודת החיתוך בין הישרים (המיוצגים על ידי המשוואות) נמצאת ברביע השלישי.

$$(2) \quad \begin{cases} (m+4)x + 5y = m+8 \\ x + my = m+2 \end{cases} \quad \text{נתונות מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. פתרו את מערכת המשוואות בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

ב. מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למערכת:

i. פתרון יחיד.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. אף פתרון.

ג. פתרון המערכת מייצג נקודה במערכת צירים.

הוכיחו כי נקודה זו נמצאת על הישר:  $y(m-1) = 2(m-1)x + 4 - m$ .

ד. עבור אלו ערכי  $m$  פתרון המערכת:

i. יהיה ברביע השני.

ii. יהיה מתחת לציר ה- $x$ .

iii. יהיה מימין לציר ה- $y$ .

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{x^2}{4} - 2x + 3y = \left(k - \frac{x}{2}\right)^2 + 4 \\ x - 10 = k(1 - y) \end{cases} \quad \text{לפניכם מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. מצאו לאלו ערכי  $k$  יש למערכת המשוואות:

i. פתרון יחיד.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. אף פתרון.

ב. פתרו את מערכת המשוואות בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

$$(4) \quad \begin{cases} k(x-1) = 1 - 2y \\ \frac{2x+3}{k} = 3 - y \end{cases} \quad \text{לפניכם מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. מצאו לאלו ערכי  $k$  יש למערכת המשוואות:

i. פתרון יחיד.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. אף פתרון.

ב. פתרו את מערכת המשוואות בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

$$(5) \quad \begin{cases} k^2(1-x) = k + 9x + 12y \\ x = 1 - \frac{2(y+1)}{k} \end{cases} \quad \text{לפניכם מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. מצאו לאלו ערכי  $k$  יש למערכת המשוואות:

i. פתרון יחיד.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. אף פתרון.

ב. פתרו את מערכת המשוואות בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

$$(6) \quad \begin{cases} (2-k)x - y = k \\ 3x + ky = -1 \end{cases} \quad \text{נתונה מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. מצאו את הערך של  $k$  עבורו  $(2,7)$  הוא פתרון של מערכת המשוואות.

ב. האם יש למשוואה פתרונות נוספים עבור הערך של  $k$  שמצאת בסעיף הקודם?

ג. האם קיים ערך של  $k$  עבורו למערכת המשוואות לא יהיו פתרונות כלל?

אם כן מצאו אותו.

$$(7) \quad \begin{cases} ax + b^2y = a^2 \\ 3x + by = 9b \end{cases} \quad \text{לפניכם מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. פתרו את מערכת המשוואות בהנחה שיש לה פתרון יחיד.

ב. הראו שכאשר  $a = 3b$  יש למערכת אינסוף פתרונות.

ג. עבור אלו ערכי  $a$  ו- $b$  הפתרון היחיד של המערכת יהיה  $(4,3)$ ?

$$(8) \quad \begin{cases} amx + y = m^2 \\ bx + my = -9m \end{cases} \quad \text{לפניך מערכת המשוואות הבאה:}$$

א. מצאו ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$  אם ידוע כי כאשר  $m = 4$  פתרון המשוואה הוא  $(4,0)$ .

ב. הוכיחו את הטענות הבאות:

i. לכל ערך של  $m$  יש למערכת פתרון ממשי.

ii. פתרון המערכת תמיד יהיה  $(m,0)$ .

ג. העזרו בסעיף הקודם וקבע איזו משוואה מבין שלושת המשוואות

הבאות לא תכיל את הפתרון היחיד הנ"ל:

i.  $7y + 2m = 2x$

ii.  $my = 2x - m$

iii.  $m(y - mx) = 2x - m(m^2 + 2)$

$$(9) \quad \begin{cases} x + (k-9)y = 8 \\ x - \frac{14y}{k} = 1 \end{cases} \quad \text{לפניך הישרים הבאים:}$$

- א. עבור אלו ערכי  $k$  הישרים הללו מקבילים?  
 ב. הביעו באמצעות  $k$  את נקודת החיתוך של הישרים.  
 ג. עבור איזה ערך של  $k$  נקודת החיתוך של הישרים תהיה על הישר:  $y = x - 8$ ?

$$(10) \quad \text{לפניכם שני הישרים: } \begin{cases} (k^2 + 6)x + ay = 15 \\ kx + ay = 3 \end{cases} \quad a, k \text{ פרמטרים, } a \neq 0.$$

- א. הוכיחו כי לכל ערך של  $k$  הישרים הללו נחתכים.  
 ב. מצאו את  $a$  אם ידוע כי כאשר  $k = 6$  נקודת החיתוך היא  $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ .  
 ג. עבור איזה ערך של  $k$  נקודת החיתוך תהיה  $(2, 1)$ ?  
 ד. הראו כי נקודת החיתוך של הישרים נמצאת

$$\text{על גרף הפונקציה: } \frac{4y}{x} = k^2 - 5k + 6.$$

**תשובות סופיות:**

(1) א. i.  $a \neq \pm 1$  ii.  $a = -1$  iii.  $a = 1$  ג.  $-1 < a < 0$

(2) א.  $m \neq 1, -5, \left(\frac{m-2}{m-1}, \frac{m}{m-1}\right)$

ג. הוכחה.  
ב. פתרון יחיד:  $m \neq 1, -5$ , אינסוף פתרונות:  $m = -5$ , אף פתרון:  $m = 1$ .

ד. i.  $1 < m < 2$  ii.  $0 < m < 1$  iii.  $m \neq -5, m < 1, m > 2$

(3) א. i.  $k \neq 3, -1$  ii.  $k = 3$  iii.  $k = -1$  ג.  $\left(\frac{k^2+3k+10}{k+1}, \frac{8}{k+1}\right)$

(4) א. i.  $k \neq 0, \pm 2$  ii.  $k = 2$  iii.  $k = 0, -2$  ג.  $\left(\frac{k-3}{k+2}, \frac{3k+1}{k+2}\right)$

(5) א. i.  $k \neq 0, 3$  ii.  $k = 3$  iii.  $k = 0$  ג.  $\left(\frac{k-4}{k-3}, \frac{6-k}{2k-6}\right)$

(6) א.  $k = -1$  ב. כן. ג.  $k = 3$

(7) א.  $\left(a+3b, -\frac{3a}{b}\right)$  ג.  $a = -2, b = 2$

(8) א.  $a = 1, b = -9$  ג. ii.

(9) א.  $k = 2, 7$  ג.  $k = 8$  ב.  $\left(\frac{k^2-9k+112}{k^2-9k+14}, \frac{7k}{k^2-9k+14}\right)$

(10) א. הוכחה. ב.  $a = 1$  ג.  $k = 1$

## חקירת משוואות ממעלה ראשונה עם שורשים:

### שאלות:

(1) לפניכם המשוואה:  $(m-1)x = \sqrt{m-1}$ .

מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:

א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).

ב. אינסוף פתרונות.

ג. אף פתרון.

(2) לפניכם המשוואה:  $\frac{x-m}{\sqrt{3x-2}} + \sqrt{3x-2} = \frac{mx}{\sqrt{3x-2}}$ .

מצאו עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:

א. פתרון יחיד (ובטאו אותו באמצעות  $m$ ).

ב. אינסוף פתרונות.

ג. אף פתרון.

### תשובות סופיות:

(1) א. פתרון יחיד:  $m > 1$  והוא:  $x = \frac{1}{\sqrt{m-1}}$  . ב.  $m = 1$  . ג.  $m < 1$ .

(2) א. פתרון יחיד:  $\frac{6}{5} < m < 4$  והוא:  $x = \frac{m+2}{4-m}$  . ב. אינסוף:  $\emptyset$  . ג. אף פתרון:  $m \geq 4$ ,  $m \leq \frac{6}{5}$ .

## חקירה של משוואות ממעלה ראשונה עם ערך מוחלט:

### סיכום כללי:

$$\cdot |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \text{ : הגדרת ערך מוחלט}$$

- משוואה מהצורה:  $|A| = |B|$  תפוצל לשתי משוואות:  $A = B$  או  $A = -B$ . יש לחקור כל מקרה בנפרד ולאחד פתרונות.
- עבור משוואות המכילות ביטויים עם ערכים מוחלטים יש להפריד עבור כל מקרה לפי הגדרת הערך המוחלט. לבסוף יש לאחד פתרונות.
- למשוואה מהצורה:  $|x| = k$  (כאשר  $x$  הוא המשתנה ו- $k$  הוא פרמטר) יתכנו:
  - שני פתרונות אם  $k > 0$ .
  - פתרון אחד (והוא  $x = 0$ ) אם  $k = 0$ .
  - אף פתרון אם  $k < 0$ .

### שאלות:

$$(1) \text{ חקור את המשוואה הבאה: } |x - 2m| = |x + 1|$$

$$(2) \text{ חקור את המשוואה הבאה: } |mx - 3x| = |x - m|$$

$$(3) \text{ חקור את המשוואה הבאה: } \frac{mx^2}{|x| - 1} - m|x| = 2m + 1$$

$$(4) \text{ נתונה מערכת המשוואות הבאה: } \begin{cases} y + |x - 2| = 3 \\ |x + y| = m \end{cases}$$

מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למערכת:

- א. פתרון אחד בלבד.
- ב. שני פתרונות שונים.
- ג. אינסוף פתרונות.

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{פתרון יחיד: } m \neq -\frac{1}{2} \quad \text{אף פתרון: } \emptyset \quad \text{אינסוף: } m = -\frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \text{פתרון יחיד: } m = 0 \text{ והוא } x = 0 \quad \text{אף פתרון: } \emptyset$$

$$\text{שני פתרונות: } m \neq 0 \text{ והם: } x_{1,2} = -\frac{2m}{3}, \frac{12m}{5}$$

$$(3) \quad \text{עבור: } m = -\frac{1}{2} \text{ יש פתרון יחיד: } x = 0$$

$$\text{עבור: } m > 0, -\frac{1}{2} < m < 0, m < -1 \text{ יש שני פתרונות.}$$

$$\text{עבור: } m = 0, -1 < m < -0.5 \text{ אין פתרון כלל.}$$

$$(4) \quad \text{א. } m = 0, m > 5 \quad \text{ב. } 0 < m < 5 \quad \text{ג. } m = 5$$

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

## פרק 7 - בעיות מילוליות

### תוכן העניינים

92	1. בעיות תנועה ללא אחוזים
95	2. בעיות תנועה עם אחוזים
96	3. בעיות תנועה עם משפט פיתגורס
97	4. בעיות תנועה מהירות מושפעת מזרמים
98	5. בעיות תנועה מהירות ממוצעת
99	6. בעיות קנייה ומכירה בלי אחוזים עם נעלם אחד ושניים
100	7. בעיות קנייה ומכירה עם אחוזים בנעלם אחד ושניים
101	8. בעיות קנייה ומכירה שונות
107	9. בעיות יסודיות במרובעים
109	10. בעיות במשולשים כולל משפט פיתגורס
111	11. בעיות במעגל – ללא אחוזים ללא משפט פיתגורס
112	12. בעיה במעגל – ללא אחוזים וכולל משפט פיתגורס
113	13. בעיה במעגל – כולל אחוזים

## בעיות תנועה בלי אחוזים עם נעלם אחד ושניים:

### שאלות:

- (1) מכונית נוסעת מ-A ל-B במהירות של 90 קמ"ש. בדרך חזרה נסעה המכונית במהירות של 60 קמ"ש. בסה"כ נמשכה הנסיעה הלוך וחזור 20 שעות.  
 א. כמה שעות נסעה המכונית לכל כיוון?  
 ב. מהי הדרך שעברה המכונית?
- (2) אוטובוס ומשאית יוצאים בו זמנית משני יישובים A ו-B בהתאמה. מהירות האוטובוס היא 60 קמ"ש ומהירות המשאית היא 80 קמ"ש. האוטובוס הגיע ליישוב B שעה ו-40 דקות מאוחר יותר מהזמן שלקח למשאית להגיע ליישוב A.  
 א. כמה זמן נסע האוטובוס וכמה זמן נסעה המשאית?  
 ב. מהו המרחק בין שתי הערים?
- (3) הולכת רגל יצאה לטיול במהירות מסוימת. לאחר שעה וחצי יצא בעקבותיה מאותו מקום הולך רגל נוסף במהירות הגדולה ממהירותה ב-4.5 קמ"ש. הולך הרגל השיג את הולכת הרגל שעה לאחר שיצא לדרכו.  
 א. מהי מהירות ההליכה של הולכת הרגל?  
 ב. מהו המרחק שעברו עד שנפגשו?
- (4) שני רוכבי אופניים יוצאים בו זמנית מעיר א' לעיר ב'. הרוכב הראשון נוסע במהירות קבועה ומגיע לעיר ב' לאחר 5 שעות. הרוכב השני נוסע במשך השעתיים הראשונות במהירות הקטנה ב-2 קמ"ש ממהירות הרוכב הראשון. לאחר מכן הוא מגביר את מהירותו ב-14 קמ"ש ומגיע לעיר ב' שעה ו-20 דקות לפני הרוכב הראשון.  
 א. באיזו מהירות נסע הרוכב הראשון?  
 ב. איזו דרך עבר הרוכב השני בכל חלק?

- (5) משאית נוסעת מרחק של 245 ק"מ בכל יום במהירות קבועה. יום אחד נסעה המשאית במשך שעתיים וחצי במהירות הרגילה, לאחר מכן עצרה לתדלוק במשך 24 דקות ואז המשיכה בנסיעה במהירות הגדולה ב-70 קמ"ש ממהירותה הקודמת. המשאית הגיעה ליעדה שעה לפני השעה שהיא מגיעה בכל יום.
- א. באיזו מהירות נוסעת המשאית בכל יום?  
 ב. כמה זמן לוקח למשאית להגיע ליעדה בכל יום?
- (6) אוטובוס נוסע מעיר א' לעיר ב' הרחוקה ממנה ב-800 ק"מ. לאחר שעבר האוטובוס 135 ק"מ במהירות קבועה הוא עצר להתרעננות במשך חצי שעה. לאחר מכן המשיך האוטובוס את נסיעתו במהירות הגדולה ב-43 קמ"ש ממהירותו הקודמת עד לעיר ב'.
- סך כל הזמן שהיה האוטובוס בדרך הוא 7 שעות.
- א. מה הייתה המהירות ההתחלתית של האוטובוס?  
 ב. מה היה המרחק שעבר האוטובוס אחרי ההתרעננות עד לעיר ב'?
- (7) רוכב אופניים יצא בשעה 06:00 לרכיבה במהירות 24 קמ"ש. בשעה 07:00 יצא מאותו מקום רוכב אופנוע באותו כיוון ובמהירות של 40 קמ"ש. באיזו שעה ובאיזה מרחק מנקודת היציאה ישיג רוכב האופנוע את רוכב האופניים?
- (8) המרחק בין ת"א לנצרת הוא 103 ק"מ. בשעה 08:00 יצאה מכונית מנצרת לת"א במהירות 90 קמ"ש. בשעה 08:20 יצאה משאית מת"א לנצרת במהירות 56 קמ"ש. באיזו שעה ייפגשו המכונית והמשאית?
- (9) משאית נסעה מדימונה לאילת, מרחק של 200 ק"מ. 50 דקות אחריה יצאה מכונית מדימונה לאילת במהירות הגבוהה ב-30 קמ"ש והגיעה לאילת 40 דקות לפני המשאית. מצא את מהירות המכונית.

### תשובות סופיות:

- |  |     |
|--|-----|
| א. 8 שעות הלוך ו-12 שעות חזור.             | (1) |
| ב. 1440 ק"מ.                               |     |
| א. אוטובוס-6 שעות ו-40 דקות, משאית-5 שעות. | (2) |
| ב. 400 ק"מ.                                |     |
| א. 3 קמ"ש.                                 | (3) |
| ב. 7.5 קמ"ש.                               |     |
| א. 12 קמ"ש.                                | (4) |
| ב. 20 ק"מ ו-40 ק"מ.                        |     |
| א. 50 קמ"ש.                                | (5) |
| ב. 4 שעות ו-54 דקות.                       |     |
| א. 90 קמ"ש.                                | (6) |
| ב. 665 ק"מ.                                |     |
| 8:30, 60 קמ"ש.                             | (7) |
| 8:50.                                      | (8) |
| 80 קמ"ש.                                   | (9) |

## בעיות תנועה עם אחוזים:

### שאלות:

**10** מכונית נוסעת מעיר א' לעיר ב' מרחק של 480 ק"מ במהירות קבועה. בדרכה חזרה נסעה המכונית במשך שעה במהירות הקבועה. לאחר מכן עצרה להתרעננות של 36 דקות ואז הגבירה את מהירותה ב-25% ממהירותה הקודמת והגיעה בחזרה לעיר א' 24 דקות פחות מהזמן שלקח לה להגיע לעיר ב'. באיזו מהירות נסעה המכונית מעיר א' לעיר ב'?

**11** רכבת משא ורכבת נוסעים יוצאות מעיר א' לעיר ב' מרחק של 360 ק"מ. מהירות רכבת הנוסעים גדולה ב-20% ממהירות רכבת המשא. רכבת הנוסעים התעכבה 40 דקות בתחנה, ולכן יצאה באיחור מהתחנה של עיר א'. עם זאת היא הגיעה לעיר ב' 20 דקות לפני רכבת המשא.  
 א. מה הן המהירויות של שתי הרכבות?  
 ב. מה זמן נסעה רכבת הנוסעים מעיר א' לעיר ב'?

**12** מכונית ומונית נוסעות מנקודה A לנקודה B. המכונית נוסעת במהירות קבועה ומגיעה לנקודה B כעבור 4 שעות. המונית נוסעת במשך 3 שעות המהירות הקטנה ב-10 קמ"ש ממהירות המכונית ולאחר מכן מגבירה את מהירותה ב-50% ומגיעה לנקודה B יחד עם המכונית.  
 א. מהי מהירות המכונית?  
 ב. מהו המרחק בין נקודה A לנקודה B?

### תשובות סופיות:

**10** 80 קמ"ש.

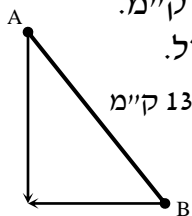
**11** א. 60 קמ"ש ו-72 קמ"ש. ב. 5 שעות.

**12** א. 90 קמ"ש. ב. 360 ק"מ.

## בעיות תנועה עם משפט פיתגורס:

### שאלות:

- 13) שתי מכוניות יצאו מהעיר, האחת לכיוון מזרח והשנייה לכיוון צפון. לאחר שלוש שעות המרחק בין שתי המכוניות היה 300 ק"מ. מהירות מכונית אחת גדולה ב-20 קמ"ש ממהירות המכונית השנייה.
- א. מהן המהירויות של שתי המכוניות?  
 ב. מה היה המרחק של כל מכונית מהעיר לאחר שלוש שעות?



- 14) שני הולכי רגל יוצאים משני יישובים A ו-B המרוחקים זה מזה 13 ק"מ. היישוב A ממוקם בצפון מערב ביחס ליישוב B כמתואר באיור ממול. הולך הרגל מיישוב A הולך דרומה והולך הרגל מיישוב B הולך מערבה. הולך הרגל מיישוב A יוצא שתיים לפני הולך הרגל השני. לאחר שלוש שעות מיציאתו נפגשו שני הולכי הרגל. מהירות הולך הרגל מיישוב B גדולה ב-25% ממהירות הולך הרגל השני. באיזו מהירות הלך כל אחד משני הולכי הרגל?

- 15) רוכב אופנוע יצא מביתו מזרחה במהירות מסוימת ונסע במשך חצי שעה. לאחר מכן, פנה צפונה, הגדיל את מהירותו ב-20% ונסע כך שעה נוספת. לאחר שעה זו פנה חזרה לכיוון ביתו, העלה את מהירותו ל-65 קמ"ש ונסע (בקו ישר) עד שהגיע חזרה לביתו.
- א. מצא את מהירותו של הרוכב האופנוע ביציאה מביתו אם ידוע שעבר בסה"כ 150 ק"מ.  
 ב. מה הייתה מהירותו הממוצעת של הרוכב האופנוע (בכל חלקי הדרך)?

### תשובות סופיות:

- 13) א. 60 קמ"ש ו-80 קמ"ש. ב. 180 ק"מ ו-240 ק"מ.
- 14) א. 4 קמ"ש ו-5 קמ"ש. ב. 60 קמ"ש.
- 15) א. 50 קמ"ש. ב. 60 קמ"ש.

## בעיות תנועה מהירות מושפעת מזרמים:

### שאלות:

- 16) סירה שטה בנהר שבו מהירות הזרם היא 3 קמ"ש עם כיוון זרם המים. לאחר חצי שעה החליטו אנשי הסירה לשנות את כיוונם וחזרו במשך שעתיים לנקודת המוצא שלהם. מהירות הסירה במים עומדים קבועה במשך כל השייט.
- א. מצא את מהירות הסירה.  
 ב. מהו המרחק הכולל ששטה הסירה?

### תשובות סופיות:

- 16) א. 5 קמ"ש. ב. 8 קמ"ש.

## בעיות תנועה מהירות ממוצעת:

### שאלות:

- 17** מכונית נוסעת 3 שעות במהירות קבועה של 140 קמ"ש ולאחר מכן במשך שעתיים נוספות במהירות קבועה של 100 קמ"ש.  
 א. מה סך הדרך שעברה המכונית?  
 ב. מהי המהירות הממוצעת של המכונית?
- 18** מכונית נוסעת 4 שעות במהירות של 130 קמ"ש ולאחר מכן מספר שעות נוספות במהירות של 70 קמ"ש.  
 ידוע כי מהירותה הממוצעת היא 110 קמ"ש.  
 כמה שעות נסעה המכונית במהירות של 70 קמ"ש?
- 19** אופנוע עובר מרחק של 200 ק"מ במהירות מסוימת.  
 לאחר מכן מאיץ האופנוע ומגדיל את מהירותו ב-40%.  
 הוא נוסע במהירות זו ועובר מרחק של 280 ק"מ.  
 המהירות הממוצעת של האופנוע היא 96 קמ"ש.  
 א. כמה זמן נסע האופנוע?  
 ב. באיזו מהירות התחיל האופנוע את נסיעתו?

### תשובות סופיות:

- 17** א. 620 ק"מ.      ב. 125 קמ"ש.  
**18** שעתיים.  
**19** א. 5 שעות.      ב. 80 קמ"ש.

## בעיות קנייה ומכירה בלי אחוזים עם נעלם אחד ושניים:

### שאלות:

- (1) מחיר כניסה למוזיאון המדע למבוגר גדול ב-15 ₪ ממחיר הכניסה לילד. יוסי נסע עם אשתו ושבעת ילדיו ליום כיף במוזיאון המדע ושילם בעבור הכניסה סכום כולל של 210 שקלים. מה המחיר לילד ומה המחיר למבוגר?
- (2) המחיר של 3 ק"ג אגסים גדול ב-3 שקלים מהמחיר של 2 ק"ג תפוחים. שרון קנתה 4 ק"ג אגסים ו-5 ק"ג תפוחים ושילמה סכום כולל של 73 שקלים. מה המחיר של ק"ג מכל סוג?
- (3) דן קנה מחברות בסכום כולל של 224 שקלים. אם ירד המחיר למחברת ב-10 שקלים יוכל דן לקנות 40 מחברות יותר מאשר קנה בתחילה באותו הסכום. כמה מחברות קנה דן ומה המחיר של כל מחברת?
- (4) סוחר קנה 60 כיסאות זהים במחיר זהה לכיסא. 5 כיסאות נשברו לו ואת שאר הכיסאות הוא מכר במחיר הגדול ב-40 ₪ מהמחיר שקנה אותם. בסה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 1950 ₪. באיזה מחיר קנה הסוחר כל כיסא?

### תשובות סופיות:

- (1) 20 ₪ ו-35 ₪.
- (2) 7 ₪ ו-9 ₪.
- (3) 16 ב-14 ₪.
- (4) 50 ₪.

## בעיות קנייה ומכירה עם אחוזים בנעלם אחד ושניים:

### שאלות:

- (5) משכורתו של אלון גדולה ב-200 ₪ ממשכורתו של רן. אם אלון יקבל תוספת של 16% למשכורתו ורן יקבל תוספת של 30% למשכורתו אז המשכורת של רן תהיה גדולה משל אלון ב-300 ₪. מהי המשכורת של כל אחד מהם?
- (6) עקב ביקוש רב מחירו של מקרר "אמנה" עלה ב-5%. לאחר שנה ירד הביקוש למקרר "אמנה" ולכן הוזל מחירו ב-10%. מחיר המקרר הסופי הוא 1,323 ₪.  
 א. מה היה מחיר המקרר ההתחלתי?  
 ב. כמה אחוזים ממחיר המקרר המקורי מהווה מחיר המקרר הסופי?
- (7) המחיר של שמיכה וזוג כריות הוא 380 ₪. לאחר שנה מחיר השמיכה הוזל ב-20%, אך מחיר הכריות התייקר ב-20%. כעת המחיר של 5 כריות ו-2 שמיכות הוא 888 ₪.  
 א. מה היה המחיר הראשוני של כרית?  
 ב. כמה עולה שמיכה לאחר ההוזלה?
- (8) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪. 10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן. סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.  
 א. כמה שולחנות קנה הסוחר?  
 ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?

### תשובות סופיות:

- (5) א. 1,400 ₪. ב. 94.5%.
- (6) א. 100 ₪. ב. 144 ₪.
- (7) א. 60 שולחנות. ב. 300 ₪.
- (8) א. 250 מרצפות. ב. 88 ₪. ג. 156,000.

## בעיות קנייה ומכירה שונות:

### שאלות:

9) קבלן רכש  $x$  מרצפות רצפה בסכום כולל של 22,000 ₪. 20 מרצפות נשברו בהובלה ולכן לא נמכרו. את שאר המרצפות מכר הקבלן ברווח של 50%. סה"כ הרוויח הקבלן בעסקה 8,360 ₪.  
 א. כמה מרצפות קנה הקבלן?  
 ב. כמה כסף שילם הקבלן עבור כל מרצפה?

10) שמואל קנה מחשב ומדפסת במכרז ושילם עבורם סכום כולל של 3,600 ₪. לאחר חודש ימים, מכר שמואל את המדפסת בהפסד של 10% ואת המחשב ברווח של 40%.  
 ידוע כי שמואל מכר את שני המוצרים במחיר כולל של 4,740 ₪.  
 בכמה כסף קנה שמואל את המחשב ובכמה כסף קנה את המדפסת?

11) חוואי קנה 15 סוסי פוני במחיר זהה לסוס. לאחר שנה מכר החוואי 3 סוסים ברווח של 35%, שניים מתו ממחלה נדירה ואת שאר הסוסים הוא מכר ללא רווח. סה"כ הפסיד החוואי 1710 ₪.  
 א. כמה שילם החוואי עבור כל סוס פוני?  
 ב. אם רק סוס אחד היה מת, האם היה החוואי מרוויח מהעסקה?  
 אם לא נמק, אם כן בכמה היה מרוויח?

12) מכונת כביסה עולה 4,000 ₪. לאחר שנה עלה מחיר מכונת הכביסה ב-20% ושנה לאחר מכן עלה מחירה בעוד 20%.  
 א. מה מחיר מכונת הכביסה לאחר שנתיים?  
 ב. בכמה אחוזים מהמחיר המקורי התייקרה מכונת הכביסה?  
 ג. בחנות למוצרי חשמל מוכרים מכונות כביסה במחיר מסוים.  
 רפי קנה 3 מכונות כביסה למכבסה שברשותו. ידוע כי לאחר שנה חלה התייקרות ב- $p$  אחוזים וכך גם בשנה שאחריה. בתום השנתיים, החליט רפי לקנות 2 מכונות כביסה נוספות. מבדיקה שערך רפי, גילה כי המחיר הכולל ששילם בקנייה השנייה שווה למחיר ששילם בקנייה הראשונה.  
 מהו  $p$ ?

- 13** המחיר של שמיכה וזוג כריות הוא 380 ₪. לאחר שנה מחיר השמיכה הוזל ב-20% אך מחיר הכריות התייקר ב-20%. כעת המחיר של 5 כריות ו-2 שמיכות הוא 888 ₪.
- מה היה המחיר הראשוני של כרית?
  - כמה עולה שמיכה לאחר ההוזלה?
  - אכסניית נוער מעוניינת לרכוש שמיכות וכריות עבור מיטות יחיד למספר חדרים (מספר זהה של שמיכות וכריות). האם כדאי להנהלת האכסניה לרכוש את השמיכות והכריות במחירים המקוריים או לאחר שנה? נמק.
- 14** המחיר של 6 שרפרפים גדול ב-20 שקלים מהמחיר של כיסא. לאחר שמחיר השרפרפים התייקר ב-35% ומחיר הכיסא הוזל ב-19%, המחיר של 3 שרפרפים היה זהה למחיר של כיסא אחד.
- מה המחיר של כיסא והמחיר של שרפרף לפני ההוזלה וההתייקרות?
  - בכמה אחוזים גדול המחיר של הכיסא לאחר ההוזלה מהמחיר של השרפרף לאחר ההתייקרות?
  - לרשות בית ספר תקציב מסוים המיועד לרכישת כיסאות ושרפרפים. ידוע כי בית הספר מעוניין לרכוש פי 4 יותר שרפרפים מאשר כיסאות. האם כדאי לבית הספר לבצע את הרכישה במחירים המקוריים או לאחר השינויים אם ברצונו לרכוש יותר פריטים?
- 15** סוחר קנה 60 כיסאות זהים במחיר זהה לכיסא. 5 כיסאות נשברו לו ואת שאר הכיסאות הוא מכר במחיר הגדול ב-40 ₪ מהמחיר שקנה אותם. בשה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 1950 ₪.
- באיזה מחיר קנה הסוחר כל כיסא?
  - בעסקה אחרת, קנה הסוחר 60 כיסאות אחרים במחיר זהה לכיסא. ידוע כי המחיר של כיסא בודד גדול ב-30% מהמחיר של כיסא בודד שרכש הסוחר בעסקה הראשונה. במהלך ההובלה נגנבו 8 כיסאות. הסוחר רוצה להרוויח ממכירת הכיסאות הנותרים לפחות 2000 ₪ בעסקה זו. נסמן ב- $p$  את אחוז ההתייקרות שבו צריך למכור הסוחר כיסא בודד. מצא את  $p$  המינימלי עבורו יעמוד הסוחר ביעדו.

**16** סוכן של חברת רהיטים קנה מיטות במחיר כולל של 60,000 ₪. רבע מכמות המיטות שקנה הוא מכר ברווח של 4.80% מיטות הוא מכר ללא רווח כלל ואת שאר המיטות הוא מכר בהפסד של 10% למיטה. בסה"כ הרוויח הסוכן 9,500 ₪.

א. כמה מיטות קנה הסוכן?  
 ב. כמה שילם הסוכן עבור כל מיטה?  
 ג. בהנחה שהסוכן רוכש עבור החברה פעם נוספת כמות מיטות זהה ממקום אחר, ומוכר באותם התנאים, כמה עליו לשלם עבור מיטה בודדת כדי שהרווח שלו יהיה לפחות 10,000 ₪? (עגל את תשובתך לשקלים שלמים).

**17** יצרנית מוצרי חשמל מוכרת מקררים במחיר של  $x$  ₪ ליחידה. עם השקת מקרר חדש הוחלט להעלות את מחירו ב-5% עקב הביקוש הרב. בשנה הראשונה להשקתו נקנו מספר מקררים. שנה לאחר מכן ירד הביקוש ולכן מחיר המקרר הוזל ב-10% (ביחס למחירו בשנה הראשונה). כעת נמכרו מספר כפול של יחידות ביחס לשנה הקודמת.

א. מצא את המחיר המקורי של מקרר אם ידוע כי סך כל הרווחים של יצרנית המקרר בשנתיים הנ"ל זהה לסכום שהייתה מרוויחה אם היו קונים את אותו מספר המקררים שנרכשו בשנה הראשונה במחיר של 4116 ₪ ליחידה.

ב. היצרנית הרוויחה בשנה השנייה 235,200 ₪ יותר מאשר בשנה הראשונה. מצא כמה מקררים נמכרו בשנה הראשונה.

**18** בחנות מסוימת, מחיר כובע גדול ב-40% מהמחיר של זוג כפפות. לאחר חודש התייקר הכובע ב-50% והכפפות הוזלו ב- $p$  אחוזים.

א. מצא את  $p$  עבורו קנייה של 16 כובעים ו-2 זוגות כפפות לפני השינויים תשתווה לקנייה של 4 כובעים ו-20 זוגות כפפות לאחר השינויים.

ב. מצא את  $p$  עבורו ההפרש בין קניית 5 כובעים ו-4 זוגות כפפות במחירים לאחר השינויים, לבין קניית 3 כובעים ו-2 זוגות כפפות במחירים המקוריים יהיה שווה למחיר של קניית 5 זוגות כפפות במחירם המקורי.

ג. מצא את  $p$  עבורו המחיר של כובע אחד ו-10 זוגות כפפות לאחר השינויים יהווה 80% מהמחיר של קניית אותם הפריטים במחירים המקוריים.

- 19** סוחר רוכש מנורות בסכום כולל של 4,000 ₪. 26 מהמנורות מכר הסוחר ברווח של 20 ₪ למנורה ואת השאר הוא מכר בהפסד של 5 ₪ למנורה. בסה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 400 ₪.
- א. כמה מנורות קנה הסוחר ברכישה הראשונה ובאיזה מחיר למנורה?  
 ב. בעסקה אחרת רכש הסוחר כמות מנורות מסוימת בהנחה של 20% ביחס למחיר ששילם בתחילה. הסוחר מכר אותם לבית עסק ברווח של 50% למנורה. ידוע כי הרוויח הסוחר בעסקה 3200 ₪. כמה מנורות רכש הסוחר בעסקה השנייה?
- 20** סוחר קנה 450 תיקים. הוא מכר 150 מהם ברווח של 15% ואת השאר בהפסד של 5 שקלים. בסה"כ הפסיד הסוחר בעסקה 600 ₪.
- א. בכמה כסף קנה הסוחר כל תיק?  
 ב. אם הסוחר היה מוכר את שאר התיקים בהפסד של 2 שקלים במקום 5 שקלים, האם עדיין הוא היה מפסיד מהעסקה?  
 ג. התיקים שמכר הסוחר ברווח של 15% נקנו ע"י חנות מרכזית. בחודש הראשון למכירת התיקים, מכרה החנות כל תיק ברווח של 50%. לאחר חודש העלתה החנות את המחיר של תיק ב-20% נוספים ופרסמה מבצע שבמסגרתו כל הקונה שני תיקים יקבל את השני בהנחה של 40%. חן הגיעה לחנות בחודש הראשון וקנתה שני תיקים ואחותה, שרית, הגיעה לחנות לאחר חודש וקנתה שני תיקים במסגרת המבצע. מי משתי האחיות שילמה מחיר נמוך יותר בממוצע על תיק?
- 21** בית קפה רכש 120 ק"ג מוצרי שוקולד. 10 ק"ג נהרסו מיד עם הגעתם למקום עקב תנאי תחזוקה רעועים, 40 ק"ג נמכרו ברווח של 3 ₪ לק"ג ואת שאר הכמות מכר בית הקפה בהפסד של 2 ₪ לק"ג. בסה"כ הפסיד בית הקפה בעסקה 60 ₪.
- א. מהו המחיר של ק"ג מוצרי שוקולד?  
 ב. בהזמנה נוספת רכש בית הקפה כמות מסוימת של מוצרי שוקולד ושילם עבור ק"ג אחד את המחיר שמצאת שסעיף הקודם. ידוע כי 10% מהכמות מכר בית הקפה ברווח של 50% לק"ג ו-20% מהכמות מכר בית הקפה בהפסד של 25%. מצא באיזה מחיר צריך למכור בית הקפה את הכמות הנותרת על מנת שירוויח 70% מהסכום שהוציא.

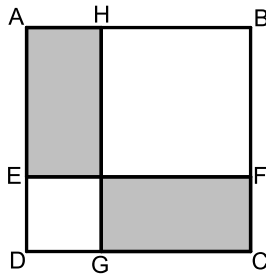
- (22)** בעל מזנון פלאפל קנה 12 ק"ג גרגירי חומוס להכנת כדורי פלאפל ו-8 ק"ג קמח לאפיית פיתות. ידוע כי המחיר של 2 ק"ג גרגירי חומוס גבוה ב-2 ש"ח מהמחיר של 1 ק"ג קמח. בעל המזנון קיבל הנחה של 25% על כל 1 ק"ג גרגירי חומוס והנחה של 20% על כל 1 ק"ג קמח. לאחר ההנחה שילם בעל המזנון ₪ 74.4 בעבור קנייתו.
- א. מה הם המחירים של 1 ק"ג גרגירי חומוס ו-1 ק"ג קמח?
- ב. ידוע כי כל מנת פלאפל נמכרת במחיר זהה ולהכנתה דרושים 300 גרם גרגירי חומוס ו- $x$  גרם קמח.
- בעל המזנון ניצל בצורה מלאה את כל הרכיבים שברשותו ולאחר מכירת כל המנות שהכין נשאר עם רווח של 245.6 ש"ח.
- מצא את  $x$  ואת המחיר של מנת פלאפל.
- (23)** בעל גלידריה קנה 30 ליטרים חלב ו-18 ק"ג אבקת שוקולד להכנת גלידות שוקולד. על כל 1 ליטר חלב קיבל 5% הנחה ועל כל 1 ק"ג אבקה קיבל 10% הנחה. ידוע כי המחיר ששילם על כל כמות החלב שרכש גדולה ב-77.7 ש"ח מהמחיר ששילם על כל האבקה שרכש.
- א. מצא את המחיר של 1 ליטר חלב ו-1 ק"ג אבקת שוקולד אם ידוע כי הוא שילם 207.3 ש"ח בעבור כל הקנייה.
- ב. כדי לייצר כדור שוקולד אחד דרושים 300 מ"ל חלב ו-180 גרם אבקת שוקולד. בעל הגלידריה ניצל את כל המוצרים שקנה ופרסם כי המחיר של כדור שוקולד אחד הוא 10 ש"ח וכי בקניית שני כדורי שוקולד תינתן הנחה של שקל. בעל הגלידריה מכר את כל הכדורים שברשותו והרוויח 762.7 ש"ח.
- מצא כמה לקוחות קנו כדור בודד וכמה קנו שני כדורים.
- (24)** סוכן כלי כתיבה רכש בקנייה מרוכזת 40 חבילות עטים ו-60 חבילות עפרונות. חבילת עטים מכילה 12 עטים וחבילת עפרונות מכילה 10 עפרונות. הסוכן קיבל הנחה של 10% לעט ו-15% הנחה לעפרון. בסה"כ שילם הסוכן 3102 ש"ח. ידוע כי אילו לא היה מקבל הסוכן את ההנחות, אז המחיר הכולל שהיה נדרש לשלם עבור כל העטים היה גדול פי 4.8 מהמחיר שהיה משלם עבור כל העפרונות.
- א. מצא מה המחירים המקוריים של עט בודד ושל עפרון בודד.
- ב. חנות "כותבים בכיף" קנתה כמות מסוימת של עטים ועפרונות מהסוכן והכינה מארזים לתחילת שנה שכל אחד מכיל 2 עטים ו-3 עפרונות. הסוכן מכר לחנות את העפרונות והעטים במחירים המקוריים שלהם ואילו החנות מכרה את המארזים במחיר הגדול ב-40% מעלות ההכנה שלהם.
- מצא כמה עפרונות וכמה עטים רכשה החנות מהסוכן אם ידוע כי הרוויחה מעסקה זו (לאחר שמכרה את כל המארזים שהכינה) 72 ש"ח.

## תשובות סופיות:

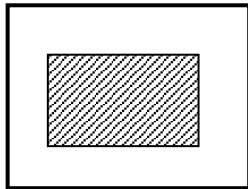
- (9) א. 250 מרצפות. ב. 88 ש. ג. 156,000.
- (10) מחשב-3000 ש, מדפסת-600 ש. ב. היה מרוויח 90 ש. ג. 22.4%.
- (11) א. 1800 ש. ב. 44%.
- (12) א. 5760 ש. ב. 144 ש. ג. 22.4%.
- (13) א. 100 ש. ב. 144 ש. ג. כדאי לקנות לאחר שנה, ללא תלות במספר החדרים.
- (14) א. 100 ו-20 ש. ב. ב-200% (פי 3). ג. במחירים המקוריים.
- (15) א. 50 ש. ב. 74.5%.
- (16) א. 12 מיטות. ב. 5,000 ש. ג. המחיר המדויק הוא: 5263.15 ש ולכן נעגל ונדרוש: 5264 ש למיטה.
- (17) א. 1400 ש  $x =$ . ב. 200 יחידות.
- (18) א. 20%. ב. 82.5%. ג. 29.8%.
- (19) א. 50 נורות ב-80 ש למנורה. ב. 100 מנורות.
- (20) א. 40 ש. ב. לא. ג. שרית (66.24 ש).
- (21) א. 4 ש. ב. 8 ש.
- (22) א. 1 ק"ג גרגירי חמוס-4 ש, 1 ק"ג קמח-6 ש. ב. 200 גרם  $x =$ , מנת פלאפל-8 ש.
- (23) א. 1 ליטר חלב-5 ש, 1 ק"ג אבקה-4 ש. ב. 30 קנו שני כדורים ו-40 קנו כדור בודד.
- (24) א. עט-6 ש, עפרון-1 ש. ב. 12 מארזים ולכן 24 עטים ו-36 עפרונות.

## בעיות יסודיות במרובעים:

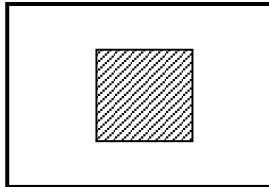
### שאלות:



- (1) המרובע ABCD הוא ריבוע (ראה איור).  
 הקטע EF מקביל לצלעות הריבוע ומחלק את הצלעות AD ו-BC באופן כזה כך ש-DE ו-CF מהוות 30% מצלע הריבוע. הקטע GH מקביל לצלעות AD ו-BC ומרחקו מהצלע AD הוא 2 ס"מ.  
 ידוע שסכום השטחים של המלבנים המקווקים מהווה 50% מסכום שטחי המלבנים הלבנים.  
 מצא את אורך צלע הריבוע.

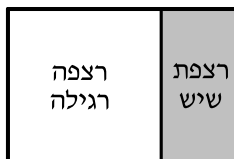


- (2) היקף חלקה מלבנית הוא 30 ק"מ. רוצים לבנות בניין מלבני (המקווקו באיור) במרכז החלקה ששטחו הכולל הוא 10 קמ"ר.  
 ידוע ששטח הבניין מהווה 20% משטח החלקה.  
 מצא את מידות החלקה.



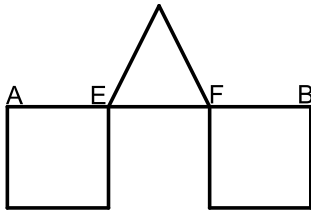
- (3) במרכז חלקה מלבנית שצלע אחת שלה גדולה ב-10 ק"מ מהצלע הסמוכה לה בונים בניין ריבועי (המקווקו באיור). ידוע כי אורך הצלע שלו היא שליש מאורך הצלע הקטנה של החלקה. מחיר קמ"ר אחד משטח הבניין הוא 1,000 ₪ ומחיר קמ"ר אחד משטח החלקה הוא 100 ₪.  
 קבלן בניה שילם עבור כל השטח סכום כולל של 60,000 ₪.  
 מצא את מידות החלקה.

- (4) לרפי מטבח מלבני שמידותיו הם:  $12 \times 18$  מטרים. רפי מחלק את המטבח לשני מלבנים כך ששטח אחד גדול פי 2 מהשטח של השני. רפי רוצה לרצף את השטח הקטן ברצפת שיש יוקרתית (השטח הימני) לעומת השטח הגדול שאותו ירצף רפי ברצפה רגילה (השטח השמאלי).



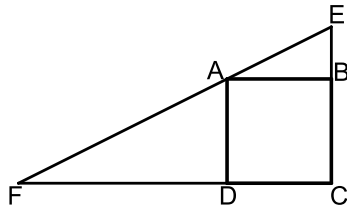
- ידוע שהמחיר של מ"ר אחד מהרצפה הרגילה הוא 60% מהמחיר של מ"ר אחד מרצפת השיש היוקרתית.  
 רפי השקיע בריצוף המטבח סכום כולל של 3168 ₪.  
 כמה עולה מ"ר מכל סוג?

**בעיות במרובעים ובמשולשים ללא משפט פיתגורס:**



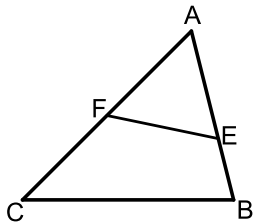
- (5) על הקטע AB מקצים את הנקודות E ו-F כך ששלושת הקטעים EF, AE ו-BF שווים. על הקטעים BF ו-AE בונים ריבועים ועל הקטע EF בונים משולש שווה שוקיים. ידוע כי הגובה במשולש שווה לאורך הבסיס EF וכי סכום שטחי שני המרובעים והמשולש הוא 90 סמ"ר. מצא את אורך צלע הריבוע.

- (6) נתון ריבוע ABCD. בונים משולש ישר זווית EFC כך ש-E ו-F הן נקודות על המשכי הצלעות BC ו-DC של הריבוע בהתאמה.



- הנקודה A נמצאת על יתר המשולש EF. הקטע BE מהווה 50% מצלע הריבוע והקטע DF גדול פי 2 מצלע הריבוע. ידוע כי שטח המשולש EFC הוא 81 סמ"ר. מצא את אורך צלע הריבוע.

- (7) הנקודות E ו-F נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו-AC של המשולש ABC. ידוע כי שטח המשולש AEF הוא 22 סמ"ר.



- שטח המרובע BCFE מהווה 60% משטח המשולש ABC.
- מצא את שטח המרובע BCFE.
  - מצא את שטח המשולש ABC.

**תשובות סופיות:**

- 24 ס"מ.
- 10 ס"מ ו-5 ס"מ.
- 15 ק"מ ו-25 ק"מ.
- 20 נה ו-12 נה.
- 6 ס"מ.
- 6 ס"מ.
- א.  $S = 33$  ב.  $S = 55$

## בעיות במשולשים כולל משפט פיתגורס:

### שאלות:

8 במשולש ABC מורידים גובה AD לצלע BC המחלק אותו לשני משולשים ADC

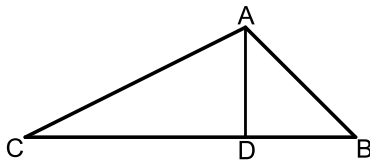
ו-ABD כך שמתקיים:  $S_{ADC} = 2S_{ABD}$ .

א. נתון שאורך הקטע BD הוא 12 ס"מ.

מצא את אורך הקטע CD.

ב. נתון שאורך הצלע AC הוא 25 ס"מ.

חשב את:  $S_{ABD}$ .



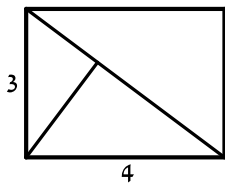
9 במלבן שצלעותיו הן 3 ו-4 ס"מ מעבירים אלכסון ומעלים לו גובה מהקדקוד התחתון לו.

א. מצא את אורך האלכסון.

ב. מצא את אורך הגובה.

ג. מצא את אורכי שני הקטעים

שהגובה מחלק את האלכסון.



10 במשולש ABC מורידים גובה AD לצלע BC כך שהקטע BD

גדול פי 4.5 מהקטע CD.

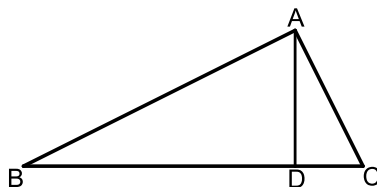
אורך הצלע AB הוא 13 ס"מ ואורך הצלע AC

הוא  $5\frac{2}{3}$  ס"מ.

א. מצא את האורכים BD ו-CD.

ב. מצא את אורך הגובה AD.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.



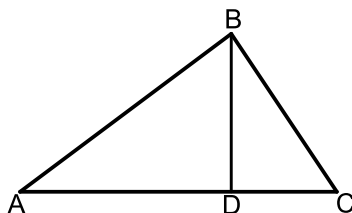
11 BD הוא גובה ליתר במשולש ישר זווית ABC ( $\angle B = 90^\circ$ ).

היתר AC גדול ב-25% מהניצב AB.

ידוע כי אורך הניצב BC הוא 18 ס"מ.

א. מצא את אורכי הניצב AB והיתר AC.

ב. מהם האורכים AD ו-DC?

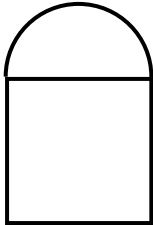


## תשובות סופיות:

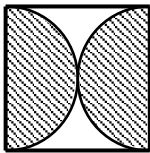
- (8) א. 24 ס"מ.      ב.  $S_{ABD} = 42$ .
- (9) א. 5 ס"מ.      ב. 2.4 ס"מ.      ג. 3.2 ס"מ ו-1.8 ס"מ.
- (10) א. 12 ס"מ ו- $2\frac{2}{3}$  ס"מ.      ב. 5 ס"מ.      ג.  $S = 36\frac{2}{3}$ .
- (11) א. 24 ס"מ ו-30 ס"מ.      ב. 19.2 ס"מ ו-10.8 ס"מ.

## בעיות במעגל – ללא אחוזים ללא משפט פיתגורס:

### שאלות:



- 12** בבניין של רפי השכן יש חלון מרכזי המורכב ממלבן ומעליו חצי עיגול. ידוע כי בסיס החלון קטן פי 2 מגובה המלבן. שטח החלון הכולל הוא:  $200 + 12.5\pi$ .
- א. מצא את מידות המלבן.  
 ב. מצא את היקף החלון.



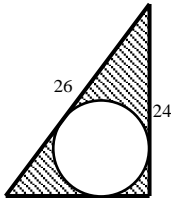
- 13** בריבוע שלפניך חסומים שני חצאי עיגולים הפוכים זה לזה. ידוע כי סכום ההיקפים של שני החצאים יחדיו הוא  $10\pi$ .
- א. מצא את אורך צלע הריבוע.  
 ב. ענה על השאלות הבאות:
- i. מצא את סכום השטחים של שני חצאי העיגולים (השטח המקווקו).  
 ii. מצא את השטח הכלוא בין העיגולים והריבוע (השטח הלבן).

### תשובות סופיות:

- 12** א. 10 ס"מ. ב. i.  $S = 25\pi$ . ג. ii.  $S = 100 - 25\pi = 21.4$ .
- 13** א. 10 ס"מ. ב. 5 ס"מ. ג.  $S = 120 - 25\pi = 41.4$ .

## בעיה במעגל – ללא אחוזים וכולל משפט פיתגורס:

שאלות:



14) באיור שלפניך מתואר משולש ישר זווית שבתוכו כלוא עיגול. ידוע כי אורך היתר במשולש הוא 26 ס"מ וכי אורך הניצב האנכי הוא 24 ס"מ.

א. מצא את אורך הניצב השני.

ב. שטח המעגל הוא  $25\pi$ . מצא את רדיוס המעגל.

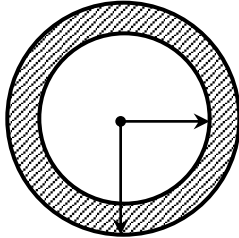
ג. מצא את השטח הכלוא בין המשולש למעגל (השטח המקווקו).

תשובות סופיות:

14) א. 10 ס"מ. ב. 5 ס"מ. ג.  $S = 120 - 25\pi = 41.4$ .

## בעיה במעגל – כולל אחוזים:

שאלות:



15) באיור שלפניך מתוארת טבעת המורכבת משני מעגלים בעלי אותו מרכז ששטחה הוא  $63\pi$ . ידוע כי רדיוס המעגל הפנימי קטן ב-25% מרדיוס המעגל החיצוני. מצא את הרדיוסים של שני המעגלים.

תשובות סופיות:

15) 12 ו-9.

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

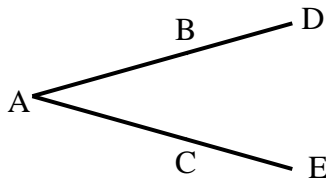
פרק 8 - מבוא לגיאומטריה של המישור

תוכן העניינים

114	1. הגדרות כלליות	(ללא ספר)
114	2. חיבור וחיסור קטעים	
115	3. חישובי זוויות וחיבור וחיסור זוויות	
117	4. זוויות קדקודיות וזוויות צמודות	
118	5. זוויות בין ישרים מקבילים	

## חיבור וחסור קטעים:

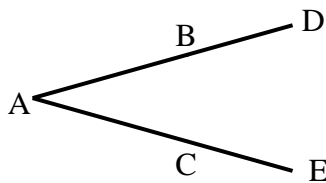
### שאלות:



(1) באיור שלפניך נתון:

$$AB = AC, BD = CE$$

$$\text{הוכח: } AD = AE$$



(2) באיור שלפניך נתון:

$$AD = AE, AB = AC$$

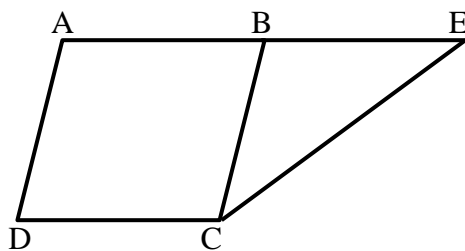
$$\text{הוכח: } BD = CE$$

(3) הנקודות A, M, N, K, B נמצאות על ישר אחד.



$$\text{נתון כי: } AM = KB, MN = NK$$

$$\text{הוכח: } AN = BN$$



(4) בסרטוט שלפניך נתון כי:

$$BC = AB, BE + BC = 2AB$$

$$\text{הוכח: } AB = BE$$

### תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

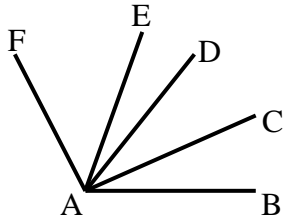
(2) שאלת הוכחה.

(3) שאלת הוכחה.

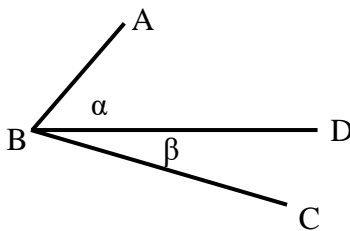
(4) שאלת הוכחה.

## חישובי זוויות וחיבור וחיסור זוויות:

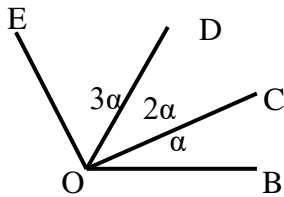
### שאלות:



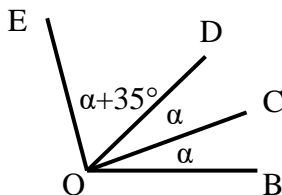
- (5) נתון:  $\angle CAB = \angle DAC$ ,  $\angle FAE = 2 \cdot \angle EAD$ .  
 וכן:  $\angle EAB = 80^\circ$ ,  $\angle FAD = 60^\circ$ .  
 חשב את הזוויות הבאות:  
 $\angle FAB$ ,  $\angle EAC$ ,  $\angle CAB$ .



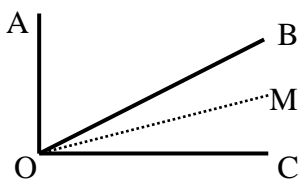
- (6) באיור שלפניך נתון:  $\angle ABC = 69^\circ$ .  
 נתון כי:  $\alpha = 2\beta$  (זוויות סמוכות).  
 מצא את  $\alpha$  ואת  $\beta$ .



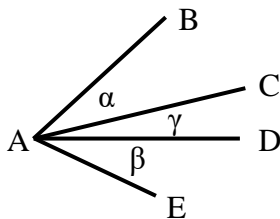
- (7) באיור שלפניך מספר קרניים היוצאים מהנקודה O.  
 הנתונים הם:  $\angle EOB = 138^\circ$ .  
 חשב את הזוויות הבאות:  
 $\angle EOD$ ,  $\angle DOC$ ,  $\angle COB$ .



- (8) באיור שלפניך נתון:  $\angle EOB = 110^\circ$ .  
 שאר הנתונים מופיעים בתרשים.  
 חשב את הזוויות הבאות:  
 $\angle EOC$ ,  $\angle DOC$ .



- (9) נתון האיור הבא ובו:  $\angle AOC = 90^\circ$ .  
 OM חוצה את זווית BOC.  
 מתקיים:  $\angle AOB = 3\angle MOC$ .  
 חשב את:  $\angle AOM$ ,  $\angle BOM$ .



- (10) בסרטוט שלפניך נתון:  $\alpha = \beta$ .  
 הוכח כי:  $\angle BAD = \angle EAC$ .

**תשובות סופיות:**

$$\text{(5) } \angle FAB = 120^\circ, \angle EAC = 50^\circ, \angle CAB = 30^\circ$$

$$\text{(6) } \alpha = 46^\circ, \beta = 23^\circ$$

$$\text{(7) } \angle BOC = 23^\circ, \angle COD = 46^\circ, \angle DOE = 69^\circ$$

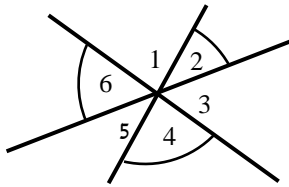
$$\text{(8) } \angle EOC = 85^\circ, \angle DOC = 25^\circ$$

$$\text{(9) } \angle AOM = 72^\circ, \angle BOM = 18^\circ$$

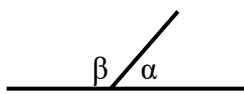
$$\text{(10) שאלת הוכחה.}$$

## זוויות קדקודיות וזוויות צמודות:

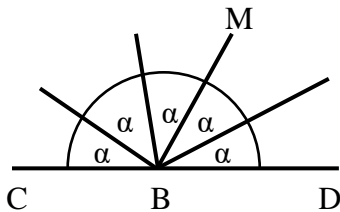
### שאלות:



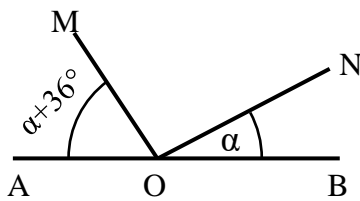
- 11) חשב את סכום הזוויות הבאות (נמק):  
 $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 4 + \sphericalangle 6$



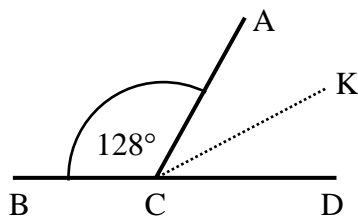
- 12) באיור שלפניך הזוויות  $\alpha$  ו- $\beta$  הן זוויות צמודות. ידוע כי:  $\alpha = 63^\circ$ . מצא את זווית  $\beta$ .



- 13) באיור שלפניך הזווית CBD היא שטוחה. כל הזוויות שוות ל- $\alpha$ .  
 א. חשב את  $\alpha$ .  
 ב. חשב את זווית CBM.



- 14) בסרטוט שלפניך ידוע:  
 הזווית AOB היא שטוחה.  
 נתון:  $\alpha = 27^\circ$ .  
 הוכח כי:  $MO \perp NO$ .



- 15) הזוויות  $\sphericalangle ACD$  ו- $\sphericalangle ACB$  הן צמודות. ידוע כי CK חוצה זווית ACD. כמו כן:  $\sphericalangle ACB = 128^\circ$ . חשב את זווית BCK.

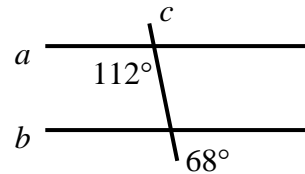
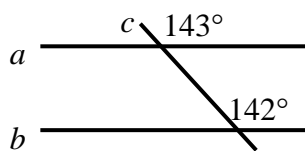
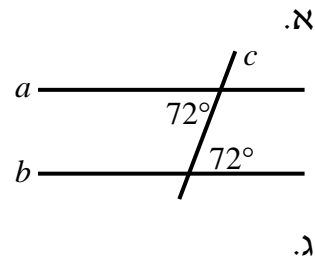
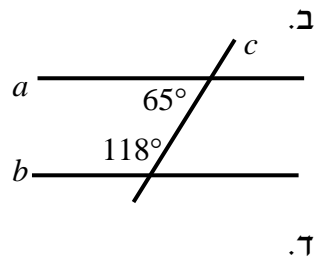
### תשובות סופיות:

- 11)  $180^\circ$   
 12)  $\beta = 117^\circ$   
 13) א.  $\alpha = 36^\circ$  ב.  $\sphericalangle CBM = 108^\circ$   
 14) שאלת הוכחה.  
 15)  $\sphericalangle BCK = 154^\circ$

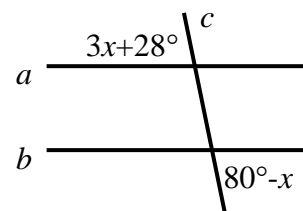
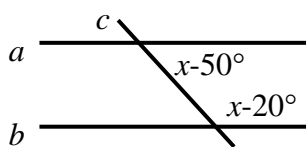
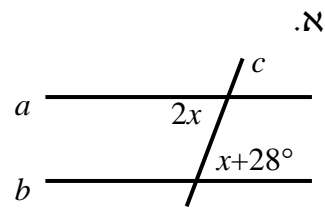
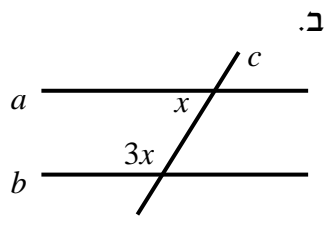
## זוויות בין ישרים מקבילים:

### שאלות:

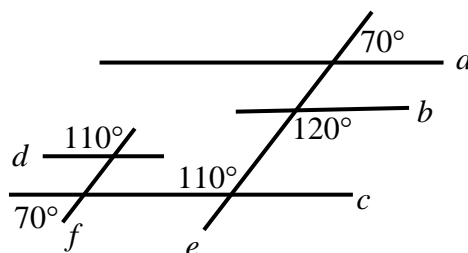
16) קבע בכל מקרה האם הישרים  $a$  ו- $b$  מקבילים או שלא. נמק.

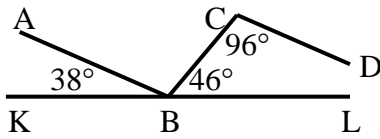


17) הישרים  $a$  ו- $b$  מקבילים. מצא את  $x$  בכל אחד מהמקרים הבאים:

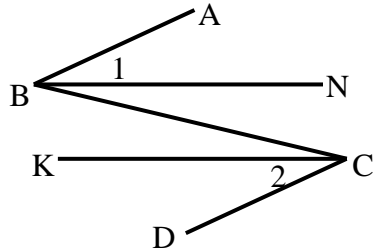


18) מצא את זוויות הישרים המקבילים בסרטוט הבא. נמק.

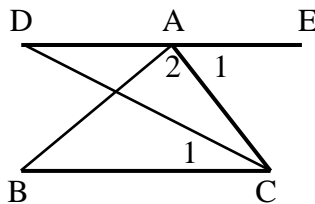




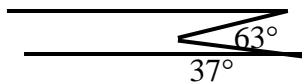
19) בסרטוט שלפניך נתון כי KL הוא קו ישר.  
שאר הזוויות מופיעות בתרשים.  
הוכח כי:  $AB \parallel CD$ .



20) באיור שלפניך נתון כי:  
 $\angle B_1 = \angle C_2$ ,  $\angle ABC = \angle BCD$   
הוכח כי:  $BN \parallel CK$ .



21) באיור שלפניך מופיע קטע ישר DE.  
מהנקודה A מעבירים את הקטעים AB ו-AC.  
מחברים את BC וידוע כי  $BC \parallel DE$ .  
מעבירים את CD – חוצה זווית C.  
נתון:  $\angle A_1 = 68^\circ$ ,  $\angle A_2 = 85^\circ$ .  
א. חשב את הזווית  $\angle C_1$ .  
ב. חשב את הזווית  $\angle B$ .



22) בסרטוט שלפניך נתון:  
 $\angle D = 37^\circ$ ,  $\angle B = 63^\circ$ ,  $AB \parallel DE$   
חשב את גודל הזווית BCD.

**תשובות סופיות:**

- |  |                 |               |                  |
|--|-----------------|---------------|------------------|
| 16) א. כן                                      | ב. לא           | ג. כן         | ד. לא.           |
| 17) א. $28^\circ$                              | ב. $45^\circ$   | ג. $13^\circ$ | ד. $125^\circ$ . |
| 18) $a \parallel c \parallel d, e \parallel f$ |                 |               |                  |
| 19) שאלת הוכחה.                                |                 |               |                  |
| 20) שאלת הוכחה.                                |                 |               |                  |
| 21) א. $34^\circ$                              | ב. $27^\circ$ . |               |                  |
| 22) $\angle BCD = 100^\circ$                   |                 |               |                  |

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 9 - גיאומטריה - משולשים

תוכן העניינים

1. הגדרות כלליות ..... (ללא ספר)
2. זוויות במשולשים ..... (ללא ספר)
3. משולש שווה שוקיים ..... (ללא ספר)
4. חפיפת משולשים ..... (ללא ספר)
5. זווית חיצונית במשולש ..... (ללא ספר)
6. משולש ישר זווית ..... (ללא ספר)
7. קטע אמצעים במשולש ..... (ללא ספר)
8. מפגש תיכונים במשולש ..... (ללא ספר)

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 10 - גיאומטריה - מרובעים

תוכן העניינים

1. מרובע כללי ..... (ללא ספר)
2. המקבילית ..... (ללא ספר)
3. המלבן ..... (ללא ספר)
4. המעוין ..... (ללא ספר)
5. הריבוע ..... (ללא ספר)
6. הטרפז ..... (ללא ספר)
7. הדלתון ..... (ללא ספר)
8. סיכום משפחת המרובעים ..... (ללא ספר)

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 11 - גיאומטריה - שטחים והיקפים

תוכן העניינים

1. שטחים והיקפים של משולשים ..... (ללא ספר)
2. שטחים והיקפים של מרובעים ..... (ללא ספר)
3. שאלות עם מקבילית ..... (ללא ספר)
4. שאלות עם מלבן ..... (ללא ספר)
5. שאלות עם מעוין ..... (ללא ספר)
6. שאלות עם ריבוע ..... (ללא ספר)
7. שאלות עם טרפז ..... (ללא ספר)

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 12 - גיאומטריה - המעגל

תוכן העניינים

1. קשתות ומיתרים במעגל ..... (ללא ספר)
2. אנך אמצעי למיתר ..... (ללא ספר)
3. זוויות מרכזיות והיקפיות במעגל ..... (ללא ספר)
4. זווית היקפית הנשענת על קוטר ..... (ללא ספר)
5. משיקים למעגל ..... (ללא ספר)
6. משיק ומיתר ..... (ללא ספר)
7. שני מעגלים ..... (ללא ספר)
8. מעגל חוסם ומעגל חסום ..... (ללא ספר)
9. שטחים והיקפים במעגל ..... (ללא ספר)

# מבחן התאמה במתמטיקה ברמת 4 יחידות

פרק 13 - סדרות

תוכן העניינים

1. סדרה חשבונית ..... (ללא ספר)
2. סדרה הנדסית ..... (ללא ספר)
3. סדרות מעורבות ..... (ללא ספר)
4. סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת ..... (ללא ספר)
5. סדרות כלליות וסדרות נסיגה ..... (ללא ספר)