

# מבוא לאקונומטריקה ב



## תוכן העניינים

|    |                                         |    |
|----|-----------------------------------------|----|
| 1. | מבחן ML                                 | 1  |
| 2. | משתנה דמי                               | 5  |
| 3. | הטרוסקדסטיות                            | 22 |
| 4. | מתאם סדרתי                              | 30 |
| 5. | משוואות סימולטניות                      | 41 |
| 6. | מודלים דינאמיים                         | 57 |
| 7. | שאלות חזרה למבחן מבוססות על תוכנת ATATS | 63 |

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 1 - מבחן LM

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מבחן LM:

## רקע:

במבחן כופלי לגרנג' (LM) אנו בודקים האם משתנה או משתנים מסבירים מסוימים רלוונטיים למודל.

## לדוגמא:

נניח שיש לנו מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t}$$

לגבי השניים הראשונים אנו בטוחים כי הם רלוונטיים וחייבים להופיע במודל. לגבי השניים האחרונים אנחנו לא בטוחים.

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

השערות:  $H_1 : \text{OTHERWISE}$

המודל המוגבל (RESTRICTED):  $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$

במבחן LM אומדים את המודל המוגבל ומקבלים עבור כל תצפית את הסטייה מקו

$$\text{הרגרסיה: } Y_t - \hat{Y}_t = \hat{u}_t$$

כעת אומדים את רגרסיית העזר שבה מנסים לנבא את הסטייה מקו הרגרסיה עבור

$$\text{כל תצפית: } \hat{u}_t = \delta_0 + \delta_1 x_{1t} + \delta_2 x_{2t} + \delta_3 x_{3t} + \delta_4 x_{4t} + \omega_t$$

חישוב הסטטיסטי: ( $R^2$  של רגרסיית העזר \* מספר התצפיות)  $LM_{stat} = R^2 \cdot T$

כלל הכרעה: אם:  $LM_{stat} > \chi_m^2$  נדחה את  $H_0$  (מס' ההגבלות ב-  $H_0$ ).

## • שימו לב כי:

עבור המשתנים הנוספים למודל – כל המדדים (הבטות, ערכי  $t$  ו-  $P$ value) ברגרסיית העזר שווים לאלו של הרגרסיה הלא מוגבלת.  
עבור המשתנים הקיימים במודל – המדדים אינם שווים בין שתי הרגרסיות.

## שאלות:

(1) נניח מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t}$$

UNRESTRICTED

Dependent variable: Y

## Analysis of Variance

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | ----- | 646169.84      | -----       | -----   | 0.0000 |
| Error   | ----- | 620.17         |             |         |        |
| C Total | 203   | 646790.01      |             |         |        |

|          |       |          |       |
|----------|-------|----------|-------|
| Root MSE | ----- | R-square | ----- |
| Dep Mean | ----  | Adj R-sq | ----- |
| C.V.     | ----- |          |       |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 5.067731           | 0.456604       | 11.09874              | 0.0000  |
| X1       | 1  | 0.975726           | 0.042711       | 22.84485              | 0.0000  |
| X2       | 1  | 3.005385           | 0.008679       | 346.2721              | 0.0000  |
| X3       | 1  | -5.029101          | 0.073149       | -68.75146             | 0.0000  |
| X4       | 1  | 8.974106           | 0.029075       | 308.6485              | 0.0000  |

**RESTRICTED**

Dependent variable: Y

**Analysis of Variance**

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | ----- | 646001.81      |             |         |        |
| Error   | ----- | 788.2          |             |         |        |
| C Total | 203   | 646790.01      |             |         |        |

|          |       |          |       |
|----------|-------|----------|-------|
| Root MSE | ----- | R-square | ----- |
| Dep Mean | ----- | Adj R-sq | ----- |
| C.V.     | ----- |          |       |

**Parameter Estimates**

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 7.067731           | 0.656604       | 10.76406              | 0.0000  |
| X1       | 1  | 26.36455           | 0.756627       | 34.84485              | 0.0000  |
| X2       | 1  | 29.58626           | 0.076993       | 384.2721              | 0.0000  |

**רגרסיית עזר**

Dependent variable :RES

**Analysis of Variance**

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | ----- | 646169.84      | -----       | -----   | 0.0000 |
| Error   | ----- | 620.17         |             |         |        |
| C Total | 203   | 646790.01      |             |         |        |

|          |       |          |       |
|----------|-------|----------|-------|
| Root MSE | ----- | R-square | 0.213 |
| Dep Mean | ----- | Adj R-sq | ----- |
| C.V.     | ----- |          |       |

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|                     |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 5.9608892 | 0.776604 | 7.675584    | 0.0000  |
| X1                  | 1  | 1.2077723 | 0.978845 | 1.233875    | 0.8455  |
| X2                  | 1  | 0.4840697 | 0.886754 | 0.545889    | 0.9976  |
| X3                  | 1  | -5.029101 | 0.073149 | -68.75146   | 0.0000  |
| X4                  | 1  | 8.974106  | 0.029075 | 308.6485    | 0.0000  |

א. בדוק את הטענה כי לפחות אחד מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל בשתי דרכים.

ב. איזה מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל?

ג. הסבירו את הקשרים בין שלוש המשוואות:  $U, R$  ועזר ואת הקשר בין מבחן WALD ומבחן LM.

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1t} + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \hat{\beta}_4 x_{4t} + \hat{v}_t : U$$

$$\hat{Y}_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_{1t} + \hat{\alpha}_2 x_{2t} + \hat{u}_t : R$$

$$\hat{u}_t = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 x_{1t} + \hat{\delta}_2 x_{2t} + \hat{\delta}_3 x_{3t} + \hat{\delta}_4 x_{4t} + \hat{w}_t : \text{עזר}$$

ד. שחזרו בעזרת שתי המשוואות הראשונות (U ו-R) את  $LM_{stat}$ .

ה. שחזרו בעזרת המשוואה האחרונה (רגרסיית העזר) את  $WALD_{stat}$ .

## תשובות סופיות:

1) א. מבחן LM ומבחן WALD, יש עדות לכך.

ב.  $pt_{\hat{\beta}_3} = pt_{\hat{\beta}_4} = 0.00$

ג. i.  $U=R+\text{עזר}$

ii.  $ESS_U = ESS_y$

iii.  $ESS_R = TSS_y$

iv.  $R^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{ESS_U}{ESS_R} = \frac{ESS_R - ESS_U}{ESS_R}$

ד.  $LM_{stat} = 43.489$

ה.  $WALD_{stat} = 26.962$

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 2 - משתנה דמי

תוכן העניינים

1. כללי ..... 5

## משתנה דמי:

### רקע:

הכנסת משתנים ב"ת איכותיים למודל הרגרסיה.

למשל, נתונה משוואת הרגרסיה:  $W_t = \alpha + \beta \cdot S_t$ .

$W_t$  = השכר (התלוי).

$S_t$  = שנות לימוד (הב"ת) שניהם כמותיים.

נניח שאנו סבורים שגם משתנה המגדר (משתנה איכותי) משפיע על השכר.

כדי להכניסו למשוואת הרגרסיה יש להגדיר משתני דמי (dummy variable):

נגדיר משתנה  $D$  שיקבל את הערך 0 אם מדובר ב"אישה" ואת הערך 1 אם מדובר ב"גבר". ניתן להכניס את משתנה הדמי למודל בשלושה אופנים שונים:

1. משתנה דמי לחותך – המגדר משפיע על השכר ההתחלתי בלבד.
2. משתנה דמי לשיפוע – המגדר משפיע על התוספת לשכר בגין שנות הלימוד.
3. משתנה דמי לכל הפונקציה – המגדר משפיע גם על החותך וגם על השיפוע.

### משתנה דמי לחותך:

המין משפיע על השכר ההתחלתי בלבד.

המודל:  $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta \cdot S_t + u_t$  החותך מייצג כאן את השכר ההתחלתי.

שכר ההתחלתי של אישה:  $\alpha_0$ .

שכר התחלתי של גבר:  $\alpha_0 + \alpha_1$ .

הבדל בשכר בין נשים וגברים:  $\alpha_1$  (הפרש בין החותכים).

בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן  $t$  למובהקות הפרש החותכים:  $H_0: \alpha_1 = 0$ .

- השיפוע מייצג את התוספת בשכר כפונקציה של מס' שנות הלימוד והוא זהה עבור נשים וגברים.

### פונקציית רגרסיה המכילה משתנים איכותיים בלבד:

המגדר הוא המשתנה היחיד במשוואה:  $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + u_t$ .

החותך מייצג כאן את השכר הממוצע עבור כל קטגוריה:

שכר הממוצע של אישה:  $\alpha_0$ .

שכר הממוצע של גבר:  $\alpha_0 + \alpha_1$ .

הבדל בשכר הממוצע בין נשים וגברים:  $\alpha_1$  (הפרש בין החותכים).

בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן  $t$ :  $H_0: \alpha_1 = 0$  (מבחן זה למבחן  $t$  להבדל בין ממוצעים).

**משתנה דמי לשיפוע:**

- המגדר משפיע על התוספת לשכר בגין שנות הלימוד:  $W_t = \alpha + \beta_0 S_t + \beta_1 DS_t + u_t$ .  
 השיפוע מייצג כאן את התוספת לשכר בגין שנות לימוד.  
 אצל אישה: התוספת לשכר בגין שנות לימוד:  $\beta_0$ .  
 אצל גבר: התוספת לשכר בגין שנות לימוד:  $\beta_0 + \beta_1$ .  
 הבדל בין גברים לנשים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד:  $\beta_1$  (הפרש השיפועים).  
 בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן  $t$  למובהקות הפרש השיפועים:  $H_0: \beta_1 = 0$ .  
 • החותך, המייצג את השכר ההתחלתי, יהיה זהה עבור גברים ונשים.

**משתנה דמי לכל הפונקציה:**

- המין משפיע גם על החותך וגם על השיפוע – גם על השכר ההתחלתי וגם על התוספת לשכר ההתחלתי בגין שנות הלימוד.  
 המודל:  $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta_0 S_t + \beta_1 DS_t + u_t$ .  
 השכר ההתחלתי של אישה:  $\alpha_0$ .  
 השכר ההתחלתי של גבר:  $\alpha_0 + \alpha_1$ .  
 הבדל בשכר ההתחלתי בין המינים:  $\alpha_1$  (הבדל בחותכים).  
 אצל אישה: התוספת לשכר בגין שנות הלימוד:  $\beta_0$ .  
 אצל גבר: התוספת לשכר בגין שנות הלימוד:  $\beta_0 + \beta_1$ .  
 הבדל בין המינים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד:  $\beta_1$  (הבדל בשיפועים).

**2 דרכים לבדיקה האם יש השפעה למשתנה האיכותי:**

1. בדיקת השערות למשתני הדמי:  
 באמצעות מבחן WALT יש לבדוק:  $H_0: \alpha_1 = \beta_1 = 0$ .  
 לפחות אחד הפרמטרים שונה מ-0:  $H_1$ .  
 אם דוחים את השערת האפס, יש לבצע מבחני  $t$  עבור כל אחד מהפרמטרים  
 בנפרד:  $H_0: \alpha_1 = 0$  ו-  $H_0: \beta_1 = 0$ .
2. מבחן CHOW:  
 דרך נוספת לבדיקת ההבדל בין הקטגוריות בלא יצירת משתני דמי:  
 חלוקת המדגם לפי הקטגוריות של המשתנה האיכותי.  
 מדגם של גברים ( $T_m$ ) ושל נשים ( $T_f$ ).  
 עבור כל קבוצה לאמוד משוואות רגרסיה לניבוי שכר על ידי שנות לימוד:  
 נשים:  $W_t = \alpha_f + \beta_f X_t + u_t$ .  
 גברים:  $W_t = \alpha_m + \beta_m X_t + u_t$ .  
 השערות:  $H_0: \alpha_f = \alpha_m; \beta_f = \beta_m$ .

לבדיקת ההשערה נשתמש במבחן CHOW (הזהה למבחן WALT) :  
 המודל המוגבל (R) לא לוקח בחשבון את השפעת המגדר ולכן יכול את  
 המדגם המאוחד :  $W_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ .

המודל הלא מוגבל (U) כולל את שני חלקי המדגם :  
 $ESS_U = ESS_f + ESS_m$   
 $DF_U = DF_f + DF_m$

$$CHOW_{stat} = \frac{\frac{ESS_R - (ESS_f + ESS_m)}{DF_R - (DF_f + DF_m)}}{\frac{ESS_f + ESS_m}{DF_f + DF_m}} = WALT_{stat}$$

למרות התוצאות הזהות בשתי הדרכים, שיטת משתני הדמי עדיפה :

1. אם דחינו את  $H_0$  במבחן CHOW נתקשה לברר את מקור ההבדל שנמצא.
2. בהרצת שתי גרסיות נפרדות אנו בודקים הבדל בכל הפונקציה ואילו שיטת משתני הדמי מאפשרת לבדוק הבדל רק בחותך או רק בשיפוע.

### סיכום ביניים :

| משתנה דמי לכל הפונקציה                                                                                                                                                                                                                                                                                           | משתנה דמי לשיפוע                                           | משתנה דמי לחותך                                       |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------|
| $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta_0 X_t + \beta_1 DX_t + u_t$                                                                                                                                                                                                                                                 | $Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 DX_t + u_t$          | $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta \cdot X_t + u_t$ | המודל            |
| קיים הבדל בין הקטגוריות<br>במשוואת הרגרסיה כולה<br>(בחותר ובשיפוע).                                                                                                                                                                                                                                              | קיים הבדל בין<br>הקטגוריות בתוספת ל- Y<br>בגין X (בשיפוע). | קיים הבדל בין הקטגוריות<br>ב-Y ההתחלתי (בחותר).       | ההשערה<br>במילים |
| מבחן WALT להפרש בין<br>הפונקציות (החותכים<br>והשיפועים):<br>$H_0 : \alpha_1 = \beta_1 = 0$<br><br>**ניתן לבדוק את ההשערה<br>בדבר הבדל בין הפונקציות גם<br>במבחן CHOW.<br><br>אם דוחים את $H_0$ יש לברר<br>את מקור ההבדל באמצעות<br>מבחני t (אפשרי רק ב-<br>$H_0 : \alpha_1 = 0$<br>WALT):<br>$H_0 : \beta_1 = 0$ | מבחן t להפרש<br>השיפועים:<br>$H_0 : \beta_1 = 0$           | מבחן t להפרש החותכים:<br>$H_0 : \alpha_1 = 0$         | בדיקת<br>ההשערה  |

**משתני דמי אם המשתנה האיכותי יכול לקבל יותר משני ערכים:**

כאשר המשתנה האיכותי כולל יותר משני ערכים/קטגוריות נגדיר מס' משתני דמי כמספר הקטגוריות פחות אחד.

למשל, את המשתנה האיכותי של עונות השנה הכולל 4 ערכים: אביב, קיץ, סתיו, חורף נייצג באמצעות 3 משתני דמי:

$D_1$  יקבל את הערך 1 אם מדובר באביב ו-0 אחרת.

$D_2$  יקבל את הערך 1 אם מדובר בקיץ ו-0 אחרת.

$D_3$  יקבל את הערך 1 אם מדובר בסתיו ו-0 אחרת.

אם מדובר בחורף אז כל משתני הדמי יקבלו את הערך 0 ולכן החורף היא קבוצת הייחוס. נניח שאנו רוצים לבדוק עונתיות במחירי הירקות:

$V_t = \text{מדד מחירי הירקות}$ .

$p_t = \text{מדד המחירים לצרכן}$ .

**1. משתני דמי לחותך:**

הטענה: יש הבדל בין עונות השנה במחיר ההתחלתי של הירקות.

המודל:  $V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \beta \cdot P_t + u_t$ .

כל עליה של יחידה אחת במדד המחירים לצרכן תעלה את מחירי הירקות

ב- $\beta$ . למחיר זה יתווסף  $\alpha_0$  בחורף,  $\alpha_0 + \alpha_1$  באביב,  $\alpha_0 + \alpha_2$  בקיץ ו- $\alpha_0 + \alpha_3$  בסתיו.

ניתן לראות כי:  $\alpha_0$  - החותך בקטגוריה שהושמטה,  $\alpha_0 + \alpha_1$  - החותך בקטגוריה i.

בדיקת השערות:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

השערות:

$H_1: \text{OTHERWISE}$

המבחן הסטטיסטי – מבחן WALD:

(U)  $V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \beta \cdot P_t + u_t$

(R)  $V_t = \alpha + \beta \cdot P_t + u_t$

- שימו לב שהחותך במשוואה המוגבלת איננו  $\alpha_0$  שכן המשתנה המסביר של עונות השנה ירד.

אם נדחה את  $H_0$  במבחן הסטטיסטי של הסעיף הקודם, יש לבדוק מה מקור ההבדל בין החותכים על ידי מבחני  $t$ :

1. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין האביב לחורף:  
 $H_0: \alpha_1 = 0$

2. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין הקיץ לחורף:  
 $H_0: \alpha_2 = 0$

3. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין הסתיו לחורף:  
 $H_0: \alpha_3 = 0$

2. משתני דמי לשיפוע:  
 הטענה: יש הבדל בין עונות השנה בתוספת למחיר הירקות בגין המחיר לצרכן. המודל:  $V_t = \alpha + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1t} P_t) + \beta_2 (D_{2t} P_t) + \beta_3 (D_{3t} P_t) + u_t$ . המחיר ההתחלתי של הירקות שווה בין עונות השנה ( $\alpha$ ) אולם כל עליה של יחידה אחת במדד המחירים לצרכן תעלה את מחירי הירקות ב:  $\beta_0$  בחורף,  $\beta_0 + \beta_1$  באביב,  $\beta_0 + \beta_2$  בקיץ ו- $\beta_0 + \beta_3$  בסתיו. ניתן לראות כי-  $\beta_0$ : השיפוע בקטגוריה שהושמטה  $\beta_0 + \beta_i$ : השיפוע בקטגוריה i.

בדיקת השערות:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

השערות:

$$H_1: \text{OTHERWISE}$$

המבחן הסטטיסטי – מבחן WALD:

$$V_t = \alpha + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1t} P_t) + \beta_2 (D_{2t} P_t) + \beta_3 (D_{3t} P_t) + u_t \quad (U)$$

$$V_t = \alpha + \beta \cdot P_t + u_t \quad (R)$$

- שימו לב שהשיפוע במשוואה המוגבלת איננו  $\beta_0$  שכן המשתנה המסביר של עונות השנה ירד.

אם נדחה את  $H_0$  במבחן הסטטיסטי של הסעיף הקודם, יש לבדוק מה מקור ההבדל בין השיפועים על ידי מבחני  $t$ .

## 3. משתני דמי לכל הפונקציה :

הטענה : יש הבדל בין עונות השנה בפונקציית הרגרסיה לניבוי מחיר הירקות באמצעות המחיר לצרכן.  
המודל :

$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1t} P_t) + \beta_2 (D_{2t} P_t) + \beta_3 (D_{3t} P_t) + u_t$$

בדיקת השערות :

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

המבחן הסטטיסטי - מבחן WALD :

(U) :

$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1t} P_t) + \beta_2 (D_{2t} P_t) + \beta_3 (D_{3t} P_t) + u_t$$

$$V_t = \alpha + \beta \cdot P_t + u_t \quad (R)$$

אם דוחים את  $H_0$ , יש לבדוק במבחני WALD האם ההבדל הוא בין החותכים

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0, H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

אם דוחים את  $H_0$  יש להמשיך לבדוק באמצעות מבחני  $t$  :

$$H_0 : \beta_j = 0, H_0 : \alpha_j = 0$$

## משתני דמי עבור שני משתנים איכותיים :

לדוגמא – שני משתנים איכותיים המשפיעים על פונקציית השכר :

מגדר (אישה, גבר) וגזע (לבן, שחור).

נגדיר משתנה דמי  $G$  שיקבל 1 אם מדובר בגבר ו-0 אחרת (אישה).

נגדיר משתנה דמי  $R$  שיקבל 1 אם מדובר בלבן ו-0 אחרת (שחור).

נבדוק כיצד מגדר וגזע משפיעים על השכר ההתחלתי (החותך), כאשר השכר תלוי

גם בשנות לימוד  $(S_t)$ .

## 1. הבדל בחותך ללא אינטראקציה :

$$W_t = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 R + \beta \cdot S_t + u_t$$

המודל זה – אין השפעה משולבת של מגדר וגזע על השכר ההתחלתי.

ניתן לבדוק השערות על כל אחד מהמשתנים ה"ת" האיכותיים בנפרד :

$$1. \text{ הבדל בשכר ההתחלתי בין גברים לנשים : } H_0 : \alpha_1 = 0$$

$$2. \text{ הבדל בשכר ההתחלתי בין שחורים ללבנים : } H_0 : \alpha_2 = 0$$

2. הבדל בחותך עם אינטראקציה :

$$W_t = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 R + \alpha_3 G \cdot R + \beta \cdot S_t + u_t$$

המודל :  $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 R + \alpha_3 G \cdot R + \beta \cdot S_t + u_t$ .  
 במודל זה הטענה היא כי קיימת, בנוסף להשפעה של מגדר וגזע בנפרד על השכר, גם השפעה משולבת (אינטראקציה) של מגדר וגזע על השכר ההתחלתי.  
 במודל זה, לעומת הקודם, נוספת ההשערה לבדיקת השפעת האינטראקציה בין מגדר לגזע על השכר ההתחלתי :

$$H_0 : \alpha_3 = 0$$

3. דרך נוספת ליצירת מודל עם אינטראקציה :

הגדרת משתני דמי המייצגים שילוב בין המשתנים האיכותיים גזע ומגדר באופן הבא :

$D_1$  יקבל 1 אם מדובר בגבר לבן ו-0 אחרת.

$D_2$  יקבל 1 אם מדובר בגבר שחור ו-0 אחרת.

$D_3$  יקבל 1 אם מדובר באשה לבנה ו-0 אחרת.

הנשים השחורות מהוות כאן את קבוצת הייחוס.

$$W_t = \gamma_0 + \gamma_1 D_1 + \gamma_2 D_2 + \gamma_3 D_3 + \delta \cdot S_t + u_t$$

נעזר בטבלה בכדי לנסח את ההשערות לבדיקת האינטראקציה :

| הפרש                  | אישה                  | גבר                   |      |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------|
| $\gamma_1 - \gamma_3$ | $\gamma_0 + \gamma_3$ | $\gamma_0 + \gamma_1$ | לבן  |
| $\gamma_2$            | $\gamma_0$            | $\gamma_0 + \gamma_2$ | שחור |
|                       | $\gamma_3$            | $\gamma_1 - \gamma_2$ | הפרש |

ההשערות לבדיקת קיום האינטראקציה :  $H_0 : \gamma_1 - \gamma_3 = \gamma_2$  או  $H_0 : \gamma_1 - \gamma_3 = \gamma_2$  או התוצאות שיתקבלו כאן יהיו כמובן זהות לחלוטין לתוצאות שהתקבלו בדרך

$$WALD = t^2$$

הקודמת :

$$PF = Pt$$

**שאלות:****משתנה דמי לחותך:**

(1) על בסיס מדגם של 50 איש העובדים בחברה מסוימת התקבלו התוצאות הבאות:

$$W_t = 5500 + 1043 \cdot D + 119 \cdot S_t$$

$$(S.E) \quad (134) \quad (56) \quad (24)$$

המספרים בסוגריים הם טעויות התקן של מבחני המובהקות לפרמטרים.

א. מהו השכר ההתחלתי של גבר בעל 12 שנות לימוד?

ב. מה ההבדל בשכר ההתחלתי בין גברים לנשים?

ג. האם הבדל זה מובהק באוכלוסייה?

ד. בדקו את הטענה כי השכר ההתחלתי של גברים גבוה ביותר מ-500 ₪ מזה של נשים.

ה. בדקו את הטענה שהשכר ההתחלתי של נשים נמוך ב-600 ₪ מזה של גברים.

**פונקציית רגרסיה המכילה משתנים איכותיים בלבד:**

(2) על אותו המדגם של 50 איש העובדים בחברה מסוימת ביקש החוקר לבדוק

האם יש הבדל בשכר הממוצע בין גברים לנשים.

$$W_t = 5200 + 1120 \cdot D$$

$$S_{\hat{\alpha}_1} = 63$$

בדקו האם קיים הבדל מובהק בשכר הממוצע בין נשים וגברים?

**משתנה דמי לשיפוע:**

(3) על בסיס אותו מדגם, ביקש החוקר לדעת האם קיים הבדל מובהק בין גברים

לנשים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד.

תוצאות האמידה נתונות להלן:

$$W_t = 5000 + 110 \cdot S_t + 120 \cdot D \cdot S_t + u_t$$

$$(68) \quad (23) \quad (25)$$

בדוק את ההשערה.

## משתנה דמי לכל פונקציה:

(4) חוקר רצה לבדוק את הטענה שסוג הכביש משפיע על מס' תאונות הדרכים בקטעי כביש בינעירוניים, בהינתן נפח התנועה. החוקר בדק האם הפונקציה של מס' התאונות בהינתן נפח התנועה, שונה בין כבישים מהירים לבין כבישים שאינם מהירים. לשם כך אמד החוקר את ארבע המשוואות הבאות:

$$1. \quad NUM_t = \gamma_1 + \delta_1 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{1t} \quad \text{כבישים מהירים בלבד.}$$

$$2. \quad NUM_t = \gamma_2 + \delta_2 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{2t} \quad \text{כבישים לא מהירים בלבד.}$$

$$3. \quad NUM_t = \gamma_3 + \delta_3 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{3t} \quad \text{שני סוגי הכביש (כל המדגם).}$$

$$4. \quad NUM_t = \alpha + \beta_1 \cdot TYPE_t + \beta_2 \cdot AVGD_t + \beta_3 \cdot (AVGD \cdot TYPE)_t + U_t$$

כאשר:

$NUM_t$  - מס' תאונות הדרכים הקטלניות בקטע כביש  $t$  בשנה.

$AVGD_t$  - נפח התנועה בקטע כביש  $t$  ליום באלפים.

$TYPE_t$  - משתנה דמי המקבל את הערך 1 כאשר הכביש מהיר, ו-0 כאשר הכביש לא מהיר.

תוצאות אמידת המשוואות מופיעות בהמשך השאלה.

א. בדקו את טענת החוקר בשתי דרכים שונות. ציינו איזה מן המשוואות רלוונטיות עבור כל דרך.

ב. חשבו את הערכים המספריים עבור אומדני משוואה (4).

ג. מהו האומדן הנקודתי למס' התאונות בכביש מהיר כאשר נפח התנועה עומד על ארבעת מכוניות ליום בקטע הכביש האמור?

הועלתה הטענה כי המקדם להשפעה של נפח התנועה בדרכים מהירות הינו כפול מזה שבדרכים לא-מהירות.

ד. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה (במונחי משוואה (4))?

ה. מהי הרגרסיה "תחת"  $H_0$  למבחן WALT?

## משוואה (1) - כבישים מהירים בלבד:

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read 344

Number of Observations Used 344

## Analysis of Variance

| Source          | DF  | Sum of     | Mean       | F Value | Pr > F |
|-----------------|-----|------------|------------|---------|--------|
|                 |     | Squares    | Square     |         |        |
| Model           | 1   | 4700.81174 | 4700.81174 | 89.12   | <.0001 |
| Error           | 342 | 18039      | 52.74684   |         |        |
| Corrected Total | 343 | 22740      |            |         |        |

|                |           |          |        |
|----------------|-----------|----------|--------|
| Root MSE       | 7.26270   | R-Square | 0.2067 |
| Dependent Mean | 5.10465   | Adj R-Sq | 0.2044 |
| Coeff Var      | 142.27617 |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter | Standard | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|-----------|----------|---------|---------|
|           |    | Estimate  | Error    |         |         |
| Intercept | 1  | 1.55289   | 0.54303  | 2.86    | 0.0045  |
| avgd      | 1  | 0.02098   | 0.00222  | 9.44    | <.0001  |

## משוואה (2) - כבישים לא מהירים בלבד:

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read 410

Number of Observations Used 410

## Analysis of Variance

| Source          | DF  | Sum of         | Mean      | F Value  | Pr > F |
|-----------------|-----|----------------|-----------|----------|--------|
|                 |     | Squares        | Square    |          |        |
| Model           | 1   | 971.99073      | 971.99073 | 145.83   | <.0001 |
| Error           | 408 | 2719.34830     | 6.66507   |          |        |
| Corrected Total | 409 | 3691.33902     |           |          |        |
|                 |     |                |           |          |        |
|                 |     | Root MSE       | 2.58168   | R-Square | 0.2633 |
|                 |     | Dependent Mean | 1.38780   | Adj R-Sq | 0.2615 |
|                 |     | Coeff Var      | 186.02612 |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter | Standard | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|-----------|----------|---------|---------|
|           |    | Estimate  | Error    |         |         |
| Intercept | 1  | 0.14978   | 0.16360  | 0.92    | 0.3605  |
| avgd      | 1  | 0.02877   | 0.00238  | 12.08   | <.0001  |

## משוואה (3) - שני סוגי הכביש (כל המדגם):

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read 754

Number of Observations Used 754

## Analysis of Variance

| Source          | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model           | 1   | 8052.00804     | 8052.00804  | 288.84  | <.0001 |
| Error           | 752 | 20964          | 27.87730    |         |        |
| Corrected Total | 753 | 29016          |             |         |        |

Root MSE 5.27990 R-Square 0.2775

Dependent Mean 3.08355 Adj R-Sq 0.2765

Coeff Var 171.22758

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|--------------------|----------------|---------|---------|
| Intercept | 1  | 0.73903            | 0.23665        | 3.12    | 0.0019  |
| avgd      | 1  | 0.02330            | 0.00137        | 17.00   | <.0001  |

## משוואה (4):

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read 754

Number of Observations Used 754

## Analysis of Variance

| Source          | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model           | 3   | 8256.966       | 2752.322    | 99.44   | <.0001 |
| Error           | 750 | 20759          | 27.678      |         |        |
| Corrected Total | 753 | 29016          |             |         |        |

|                |           |          |        |
|----------------|-----------|----------|--------|
| Root MSE       | 5.26102   | R-Square | 0.2846 |
| Dependent Mean | 3.08355   | Adj R-Sq | 0.2817 |
| Coeff Var      | 170.61553 |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|--------------------|----------------|---------|---------|
| Intercept | 1  | 0.14978            | 0.33340        | 0.45    | 0.6534  |
| type      | 1  |                    |                |         | 0.0067  |
| avgd      | 1  |                    |                |         | <.0001  |
| avgdtype  | 1  |                    |                |         | 0.1283  |

## משתנה איכותי עם יותר משתי קטגוריות:

(5) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. הועלתה הטענה כי יש הבדל במחיר ההתחלתי בין האביב לקיץ.  
 i. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?  
 ii. פרטו שני מבחנים סטטיסטיים בעזרתם ניתן לבדוק את הטענה.
- ב. הועלתה הטענה כי יש רק שתי עונות המשפיעות על מחיר הירקות ההתחלתי: קיץ + אביב, חורף + סתיו.  
 i. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?  
 ii. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים? פרטו.

## משתנה דמי עבור שני משתנים איכותיים:

(6) חוקר בדק השפעות של השכלה, גזע (שחור, לבן) וניסיון (EXP) על לוג השכר ( $\ln(Y)$ ) במדגם בן 306 תצפיות:

$$\ln(Y)_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \beta_1 EXP_t + \beta_2 EXP_t^2 + u_t$$

$\ln(Y)$  - לוג השכר.

EXP - שנות ניסיון.

$D_1$  - מקבל את הערך 1 עבור שחורים בעלי השכלה גבוהה (ו-0 אחרת).

$D_2$  - מקבל את הערך 1 עבור שחורים בעלי השכלה נמוכה (ו-0 אחרת).

$D_3$  - מקבל את הערך 1 עבור לבנים בעלי השכלה גבוהה (ו-0 אחרת).

תוצאות אמידת משוואת הרגרסיה מוצגות בפרט להלן:

| Analysis of Variance |     |                |             |         |        |
|----------------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
| Model                | 5   | -----          | -----       | -----   | -----  |
| Error                | 300 | 140            | -----       |         |        |
| Corrected Total      | 305 | 210            |             |         |        |
| Root MSE             |     | -----          | R-Square    | -----   |        |
| Dependent Mean       |     | -----          | Adj R-Sq    | -----   |        |
| Coeff Var            |     | -----          |             |         |        |

Parameter Estimates

| Variable         | DF | Parameter | Standard | t Value | Pr >  t |
|------------------|----|-----------|----------|---------|---------|
|                  |    | Estimate  | Error    |         |         |
| Intercept        | 1  | -----     | -----    | 60.84   | 0.00    |
| D1               | 1  | -----     | -----    | -3.20   | 0.00    |
| D2               | 1  | -----     | -----    | -5.56   | 0.00    |
| D3               | 1  | -----     | -----    | 7.23    | 0.00    |
| EXP              | 1  | -----     | -----    | 8.11    | 0.00    |
| EXP <sup>2</sup> | 1  | -----     | -----    | -7.45   | 0.00    |

- א. לפי המשוואה הניסיון זהה עבור שחורים ולבנים :
- ב. בדוק את הטענה כי בקרב אנשים בעלי השכלה נמוכה אין השפעה לגזע.
- ג. בדוק את הטענה כי אין השפעות השכלה בקרב לבנים.
- ד. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה כי אין אינטראקציה בין גזע להשכלה?
- ה. לבדיקת ההשערה של הסעיף הקודם בוצע מבחן WALT.
- הרגרסיה המוגבלת תחת השערת האפס הינה :
- $$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + \gamma_3 Z_3 + \gamma_4 Z_4 + v$$
- מהם ה-Zים?
- ו. בדוק את ההשערה אם ידוע שבמודל המוגבל  $R^2 = 0.33$ .
- ז. החוקר החליט לאמוד במקום את המשוואה המקורית את המשוואה :
- $$\ln(Y)_t = \lambda_0 + \lambda_1 S + \lambda_2 E + \lambda_3 (S \cdot E) + \delta_1 EXP + \delta_2 EXP^2 + \omega_t$$
- כאשר :
- S מקבל את הערך 1 עבור שחורים ו-0 אחרת (לבנים).
- E מקבל את הערך 1 עבור השכלה גבוהה ו-0 אחרת (השכלה נמוכה).
- מה הקשר בין המקדמים של שני המודלים?
- ח. אם יאמוד החוקר את המשוואה :
- $$\ln(Y)_t = \lambda_0 + \lambda_1 S + \lambda_2 E + \delta_1 EXP + \delta_2 EXP^2 + \omega_t$$
- ספציפיקציה של השמטת משתנה רלוונטי (היעזר בסעיפים ד', ו' ו-ז').

(7) חוקרת בדקה השפעות השכלה, מגדר וניסיון על הכנסה מעבודה לפי המשוואה הבאה :

$$\ln(MWAGE) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot S + \alpha_2 \cdot E + \alpha_3 \cdot (S \cdot E) + \beta_0 \cdot EXP + \beta_1 \cdot (EXP \cdot S) + \beta_2 \cdot (EXP \cdot S) + \beta_3 \cdot (EXP \cdot S \cdot E) + U$$

כאשר :

$S$  משתנה דמי : 1 = עבור נשים, 0 = גברים.

$E$  משתנה דמי : 1 = עבור השכלה גבוהה ( $scl > 12$ ), 0 = השכלה נמוכה.

א. רשמו את הפונקציה לחישוב :

- i. תחזית לוג השכר עבור גבר בעל השכלה נמוכה ו- 10 שנות ניסיון.
- ii. תחזית לוג השכר ההתחלתי עבור נשים משכילות.
- iii. לאחר כמה שנות ניסיון ישתווה השכר של נשים משכילות לזה של גברים משכילים?

ב. רשמו את השערות האפס המתאימות לבדיקת הטענות הבאות :

- i. אין השפעה של מגדר והשכלה על השכר.
- ii. השפעת ההשכלה אינה תלויה במגדר.
- iii. אין השפעות השכלה אצל גברים.
- iv. אין הבדל בשיעורי התשואה לניסיון, בקרב הנשים.

## תשובות סופיות:

(1) א.  $W_t = 7971$  . ב. 1,043 ₪. ג. כן. ד. יש עדות לכך.

ה. יש עדות לכך.

(2) יש עדות לכך.

(3) יש עדות לכך.

(4) א. יש עדות לכך, מבחן CHOW : 1, 2 ו-3, משתנה דמי : 3 ו-4.

ב.  $\hat{\alpha} = 0.14978$ ,  $\hat{\beta}_1 = 1.40311$ ,  $\hat{\beta}_2 = 0.002877$ ,  $\hat{\beta}_3 = -0.008$ .

ג.  $NUM_t = 1.532398$ . ד.  $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 2 \cdot \beta_2$

$H_0 : \beta_3 = \beta_2$

ה.  $NUM_t = \alpha + \beta_1 \cdot TYPE_t + \beta_3 \cdot (AVGD_t + AVGD \cdot TYPE_t) + U_t$

(5) א. i.  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2$  . ii. WALT t- $\alpha_1 = \alpha_2$  . ב. i.  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2, \alpha_3 = 0$

ii. WALT

(6) א. נכון. ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.

ד.  $H_0 : \alpha_3 = \alpha_1 - \alpha_2$  או  $H_0 : \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_3$

ה.  $Z_0 = \ln(Y)_t$ ,  $Z_1 = D_1 + D_3$ ,  $Z_2 = D_2 - D_3$ ,  $Z_3 = EXP_t$ ,  $Z_4 = EXP_t^2$

ו. אין עדות לכך. ז.  $\lambda_0 = \alpha_0$ ,  $\lambda_1 = \alpha_2$ ,  $\lambda_2 = \alpha_3$ ,  $\lambda_3 = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$

ח. לא.

(7) א. i.  $\ln(MWAGE) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_0 \cdot 10$

ii.  $\ln(MWAGE) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3$  . iii.  $EXP_t = \frac{-(\alpha_1 + \alpha_3)}{\beta_1 + \beta_3}$

ב. i.  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  . ii.  $H_0 : \alpha_3 = \beta_3 = 0$

iii.  $H_0 : \alpha_2 = \beta_2 = 0$  . iv.  $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 0$

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 3 - הטרוסקדסטיות

תוכן העניינים

1. כללי ..... 22

## הטרוסקדסטיות:

### רקע:

הטרוסקדסטיות הוא מצב שבו מופרת הנחת ההומוסקדסטיות, הגורסת כי שונות הטעויות היא אותה שונות עבור כל תצפית ותצפית:  $V(u_t) = \sigma^2$  לכל  $t$ , כלומר התצפיות מפוזרות באופן אחיד סביב קו הרגרסיה. במצב של הטרוסקדסטיות שונות הטעויות של כל תצפית היא שונה:  $V(u_t) = \sigma_t^2$ .

### ההשלכות של הטרוסקדסטיות על אומדי OLS:

בהינתן הטרוסקדסטיות מופרת תכונת היעילות של אומדי הריבועים הפחותים שכן בכדי לחשב שונות יעילה של האומדים השתמשנו בהנחה של שונות קבועה.

### מבחנים לזיהוי הטרוסקדסטיות:

החשד לקיומה של בעיית הטרוסקדסטיות בנתונים צריך להתעורר כאשר אנו בוחנים את גרף השאריות – באיזה אופן השונות של הטעויות משתנה בין תצפית לתצפית. שיטות לזיהוי הטרוסקדסטיות: מבחן GQ (Goldfeld-Qauandt) ומבחן White. מבחן GQ מניח כי במקום שונות אחת אחידה של הטעויות לכל התצפיות, קיימות שתי שונות שונות בלבד. ואילו מבחן White מניח כי לכל תצפית ותצפית שונות שונה של טעויות.

#### 1. מבחן GQ:

ההנחה העומדת בבסיס מבחן זה היא כי קיימות שתי שונות שונות של טעויות. ביצוע המבחן:

- מחלקים את המדגם לשני חלקים:
  1. החלק שבו אנו חושדים שיש שונות גבוהה יותר.
  2. החלק שבו אנו חושדים שיש שונות נמוכה יותר.
 מקובל להשמיט מס' תצפיות (בין 1/6 ל-1/3) במרכז המדגם.
- אומדים כל אחד מהחלקים בנפרד ומקבלים את ה-ESS של כל חלק.
- מחשבים את הסטטיסטי:  $F_{stat} = \frac{ESS_1 / T_1 - K - 1}{ESS_2 / T_2 - K - 1}$  (תמיד השונות הגבוהה חלקי הקטנה).

- סטטיסטי זה מתפלג:  $F_{(\alpha; T_1-K-1, T_2-K-1)}$
- כלל ההכרעה: אם  $F_{stat} > F_C$  אז דוחים את  $H_0$ .

- ההשערות:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$   
 $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

## 2. מבחן White:

ההנחה העומדת בבסיס מבחן זה כי לכל תצפית ותצפית שונות שונה של טעויות. הביטוי המתמטי של הנחה זו היא היותה של השונות פונקציה ליניארית של כל המשתנים המסבירים, ריבועיהם והאיברים הצולבים:

$$\sigma_t^2 = f(x_j, x_j^2, x_j x_j)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_k x_k + \beta_1 x_k^2 + \dots + \beta_k x_k^2 + \gamma_{12} x_1 x_2 + \gamma_{13} x_1 x_3 \dots$$

האומד ל- $\sigma_t^2$  הוא  $\hat{u}_t^2$ .

המבחן הוא מבחן LM:

- אומדים את המודל המקורי ומקבלים את הסטיות מקו הרגרסיה  $\hat{u}_t$  (המכונה בתוכנה הסטטיסטית RES-SAS).
- אומדים את  $\hat{u}_t^2$  כפונקציה ליניארית של כל המשתנים המסבירים, ריבועיהם והאיברים הצולבים:  $\hat{u}_t^2 / x_j, x_j^2, x_j x_j$  זוהי רגרסיית העזר.
- נחשב את סטטיסטי LM:  $LM_{stat} = T_y \cdot R_y^2$ .
- אם  $LM_{stat} > \chi_m^2$  כאשר  $m =$  מס' המשתנים ברגרסיית העזר.

- השערות:  $H_0: \alpha_j = \beta_j = \gamma_{jj} = 0$   
 $H_1: OTHERWISE$

## פיתרון בעיית ההטרוסקדסטיות – ריבועים פחותים משוקללים (WLS):

נניח שאנו רוצים לאמוד את המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$  וידוע כי לכל קריזה שונות אחרת. ההנחה שעומדת בבסיס שיטת ה-WLS היא כי השונות המשתנה כוללת בתוכה מרכיב קבוע ומרכיב משתנה:  $\sigma_t^2 = Z_t \cdot \sigma^2$  את המרכיב המשתנה בשונות ( $Z_t$ ) יש לנטרל. לשם כך ניצור משתנה חדש  $W_t$  שיהווה השורש ההופכי

$$W_t = \frac{1}{\sqrt{Z_t}}$$

נכפיל כל תצפית במשתנה החדש  $W_t$  וניצור משוואה שהיא קומבינציה ליניארית של

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$$

המשוואה המקורית:  $Y_t W_t = \alpha \cdot W_t + \beta (X_t W_t) + u_t W_t$

בצורתה המפורשת המשוואה החדשה נראית כך:  $\frac{Y_t}{\sqrt{Z_t}} = \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{Z_t}} + \beta \cdot \frac{X_t}{\sqrt{Z_t}} + \frac{u_t}{\sqrt{Z_t}}$

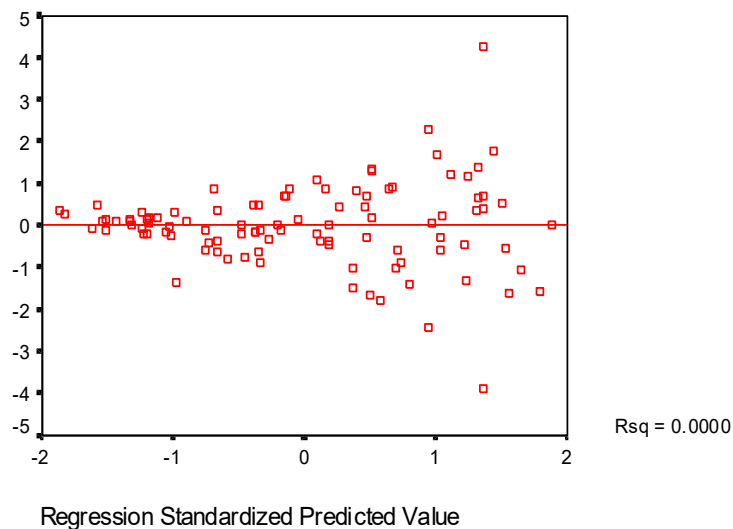
## שאלות:

## מבחן GQ:

(1) נאמד הקשר שבין הכנסה לתצרוכת:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ .  
גרף השאריות של הרגרסיה הנ"ל נתון להלן:

### Scatterplot

Dependent Variable: Y



מגרף זה אנו למדים כי השונות איננה אחידה סביב קו הרגרסיה אלא תלויה ברמת ההכנסה – זהו מצב של הטרוסקדסטיות.  
בכדי לבצע מבחן GQ:

- התצפיות של משתנה ההכנסה סודרו מהגדול לקטן והמדגם חולק לשלוש קבוצות שוות.
- רגרסיה נפרדת הורצה על השליש הראשון ועל השליש האחרון.

התוצאות של אמידת הקשר בין הכנסה לתצרוכת מוצג בפלטים 1 ו-2 בהתאמה:

### משוואה (1)

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: y

Number of Observations Read 16  
Number of Observations Used 16

#### Analysis of Variance

| Source          | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model           |    |                |             |         |        |
| Error           | 14 | 166452.9       |             |         |        |
| Corrected Total |    |                |             |         |        |

### משוואה (2)

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: y

Number of Observations Read 16  
Number of Observations Used 16

#### Analysis of Variance

| Source          | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model           |    |                |             |         |        |
| Error           | 14 | 2934638        |             |         |        |
| Corrected Total |    |                |             |         |        |

האם יש עדות לקיום הטרנסקדסטיות בנתונים? (בצעו את המבחן המתאים: רשמו השערות, חשבו סטטיסטי מבחן, רשמו כלל הכרעה והגיעו למסקנה).

(2) על מנת לבחון את פונקציית הייצור בענף מסוים נאספו נתונים על 150 פירמות. נסמן:

$Q$  - תפוקה שנתית באלפי שקלים.

$L$  - מספר עובדים.

המודל הנאמד:  $\ln(Q) = \alpha + \beta \cdot \ln(L)$ .

החוקר חשש שההפרעה המקרית איננה הומוסקדסטית. לשם כך הוא מיון את

התצפיות בסדר עולה של מספר העובדים, השמיט  $\frac{1}{3}$  מהתצפיות האמצעיות

והריץ שתי גרסיות נפרדות עם מספר שווה של תצפיות:

ברגרסיה הכוללת את הערכים הנמוכים יחסית של תשומת העבודה הוא

קיבל:  $R^2 = 0.403$ ,  $ESS = 279.3$ .

ברגרסיה הכוללת את הערכים הגבוהים יחסית של תשומת העבודה הוא

קיבל:  $R^2 = 0.238$ ,  $ESS = 493.8$ .

האם יש עדות לקיום הטרוסקדסטיות בנתונים? (בצעו את המבחן המתאים: רשמו השערות, חשבו סטטיסטי מבחן, רשמו כלל הכרעה והגיעו למסקנה).

### מבחן WHITE:

(3) על אותו הקשר שבין הכנסה לתצרוכת:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ .

שאנו חושדים על פי גרף השאריות כי קיים בו מצב של הטרוסקדסטיות. בכדי לבצע את מבחן WHITE:

- נחשב את השאריות של הרגרסיה:  $\hat{u}_t = Y_t - \hat{Y}_t$ .
- נעלה את השאריות בריבוע:  $\hat{u}_t^2$ .
- נאמוד את המשוואה:  $\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \beta_1 X_t^2 + \nu_t$ .

תוצאות האמידה מוצגות להלן:

|                             |    |                |             |          |        |
|-----------------------------|----|----------------|-------------|----------|--------|
| The REG Procedure           |    |                |             |          |        |
| Model: MODEL1               |    |                |             |          |        |
| Dependent Variable: $RES^2$ |    |                |             |          |        |
| Number of Observations Read |    |                |             | 48       |        |
| Number of Observations Used |    |                |             | 48       |        |
| Analysis of Variance        |    |                |             |          |        |
| Source                      | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Pr > F |
| Model                       |    |                |             |          |        |
| Error                       |    |                |             |          |        |
| Corrected Total             |    |                |             |          |        |
| Root MSE                    |    |                | R-Square    | 0.390763 |        |
| Dependent Mean              |    |                | Adj R-Sq    |          |        |

בצעו מבחן White (השערות, סטטיסטי המבחן, כלל הכרעה ומסקנה).

- (4) חוקר מניח כי מכירות של חנות הן פונקציה של שיטחה, דמי שכירות והאפשרות של מכירת עיתונים.  
נסמן:  
 $Y\_SALES$  - מכירות חודשיות (ש).  
 $X1\_SQUARES$  - שטח החנות (מ"ר).  
 $X2\_RENT$  - דמי שכירות (\$).  
 $PAPERS$  - משתנה איכותי המקבל 1 אם החנות מוכרת גם עיתונים ו-0 אם לא.  
 החוקר חשד כי קיימת בעיה של הטרוסקדסטיות בנתונים.  
 החוקר ביצע מבחן לזיהוי הטרוסקדסטיות שתוצאותיו נתונות להלן:

|                             |    |                    |                |          |         |
|-----------------------------|----|--------------------|----------------|----------|---------|
| Dependent Variable:         |    |                    |                |          |         |
| Number of Observations Read |    |                    |                | 20       |         |
| Number of Observations Used |    |                    |                | 20       |         |
| Analysis of Variance        |    |                    |                |          |         |
| Source                      | DF | Sum of Squares     | Mean Square    | F Value  | Pr > F  |
| Model                       |    |                    |                |          |         |
| Error                       |    |                    |                |          |         |
| Corrected Total             |    |                    |                |          |         |
|                             |    | Root MSE           | R-Square       | 0.086942 |         |
|                             |    | Dependent Mean     | Adj R-Sq       |          |         |
| Parameter Estimates         |    |                    |                |          |         |
| Variable                    | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value  | Pr >  t |
| Intercept                   |    |                    |                |          |         |
| X1_SQUARE                   |    |                    |                |          |         |
| X1_SQUARE^2                 |    |                    |                |          |         |
| X1_SQUARE*X2_RENT           |    |                    |                |          |         |
| X2_RENT                     |    |                    |                |          |         |
| X2_RENT^2                   |    |                    |                |          |         |
| X2_RENT*PAPERS              |    |                    |                |          |         |
| PAPERS                      |    |                    |                |          |         |

- הרגרסיה המופיעה בפלט לעיל נועדה לבדיקת: \_\_\_\_\_.
- על ידי מבחן: \_\_\_\_\_.
- המשתנה התלוי הינו: \_\_\_\_\_.
- המשתנים הב"ת: \_\_\_\_\_.
- ההשערות הינן: \_\_\_\_\_.
- גודל הסטטיסטי למבחן הינו (רשמו תוצאה מספרית): \_\_\_\_\_.
- המסקנה המתקבלת היא: \_\_\_\_\_.

## שיטת WLS:

(5) נתון המודל:

$$1. Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + U_t.$$

ונתון כי:  $VAR(U_t) = \frac{\sigma^2}{Z_t^2}$  (משתנה ידוע).

א. מהי הבעיה שנוצרת באמידת משוואה (1)?

ב. מהן תכונות אומדי הריבועים הפחותים של משוואה (1)?

כדי לפתור את הבעיה שנוצרה, נאמדה המשוואה הבאה:

$$2. Y_t \cdot W_t = \alpha \cdot W_t + \beta \cdot (X_t \cdot W_t) + U_t \cdot W_t.$$

ג. מהו  $W_t$  שבעזרתו ניתן לאמוד את  $\alpha$  ו- $\beta$  בצורה יעילה?ד. מהו האומד היעיל של  $\sigma^2$ ?ה. האם ניתן להשוות בין המודלים על בסיס  $R^2$ ? אם לא, האם ניתן

להחליט בכל זאת איזה מודל טוב יותר?

ו. חוו דעתכם על הטענות הבאות, ונמקו:

i. אם נתון כי:  $Z_t = a + b \cdot \bar{X}$ , התשובות לסעיפים א' ו-ב' נשארות

ללא שינוי.

ii. המשוואה הנורמאלית:  $\sum \hat{\varepsilon}_t = 0$  (כאשר:  $\varepsilon_t = U_t \cdot W_t$ ) היא

אחת המשוואות הנורמאליות לאמידת משוואה (2).

(6) ענו על השאלה הקודמת, כאשר נתון כי:  $VAR(U_t) = \sigma^2 \cdot X_t^2$ .(7) נתון המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ . וקיים מדגם של 100 תצפיות כאשר נתוןכי:  $V(u_t) = \sigma_t^2 = \begin{cases} X_t \sigma^2 & \Leftrightarrow t \geq 50 \\ X_t^2 \sigma^2 & \Leftrightarrow t \leq 50 \end{cases}$ . (שאר ההנחות הקלאסיות מתקיימות).

א. במשוואה מס' 1 יש בעיה של: \_\_\_\_\_.

ב. אמידת משוואה (1) תניב אומדים

בלתי מוטים ועקיבים: נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת

ג. פתרון הבעיה הקיימת במשוואה (1) ייתכן על ידי אמידת המשוואה

הבאה:  $Y_t \cdot W_t = \alpha \cdot W_t + \beta \cdot (X_t \cdot W_t) + \omega_t$ .כאשר:  $W_t =$  \_\_\_\_\_.ד. אם נתון כי:  $V(u_t) = \sigma_t^2 = \begin{cases} 3\sigma^2 & \Leftrightarrow t \geq 50 \\ \sigma^2 & \Leftrightarrow t \leq 50 \end{cases}$ 

האם ישתנו תשובותיכם לסעיפים א' ו-ב': כן/לא/לא ניתן לדעת

## תשובות סופיות:

$$(1) \text{ יש עדות לכך, השערות: } H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2, \text{ חישוב סטטיסטי: } 17.62, \text{ כלל הכרעה: } 2.48.$$

$$(2) \text{ יש עדות לכך, השערות: } H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2, \text{ חישוב סטטיסטי: } 1.77, \text{ כלל הכרעה: } 1.69.$$

$$(3) \text{ יש עדות לכך, השערות: } H_0: \alpha_1 = \beta_1 = 0, H_1: \text{OTHERWISE}, \text{ חישוב סטטיסטי: } 18.75,$$

כלל הכרעה: 5.991.

(4) קיום הטרוסקדסטיות בנתונים.

$(LM)_{WHITE}$ .

$RES^2$ .

$X1\_SQUARE, X1\_SQUARE^2, X1\_SQUARE * X2\_RENT,$

$X2\_RENT, X2\_RENT^2, X2\_RENT * PAPERS, PAPERS$

$LM_{stat} = 1.73$ .

אין עדות לכך.

$$(5) \text{ א. הטרוסקדסטיות. ב. ראו סרטון. ג. } W_t = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Z_t^2}}} = Z_t.$$

$$\text{ה. לא, המודל השני. ו. i. לא נכון. ii. לא נכון. ד. } \sigma^2 = \frac{ESS}{T-K}.$$

$$(6) \text{ א. הטרוסקדסטיות. ב. ראו סרטון. ג. } W_t = \frac{1}{X_t}.$$

$$\text{ה. ראו סרטון. ו. ראו סרטון. ד. } S^2 = \frac{ESS}{T-k-1}.$$

$$(7) \text{ א. הטרוסקדסטיות. ב. נכון. ג. } W_t = \frac{1}{\sqrt{X_t^2}} \quad t \leq 50, W_t = \frac{1}{\sqrt{X_t}} \quad t \geq 50.$$

ד. לא.

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 4 - מתאם סדרתי

תוכן העניינים

1. כללי ..... 30

## מתאם סדרתי:

### רקע:

מתאם סדרתי עוסק במצב שבו מופרת ההנחה (מס' 6) של אי תלות בין הטעויות:  
 $cov(u_t, u_s) = 0$  ונוצרת תלות סטטיסטית בין הטעויות במודל:  $cov(u_t, u_s) \neq 0$ .  
 תלות כזו בין הטעויות קיימת בדרך כלל כאשר הנתונים הנאספים הם נתוני סדרות  
 עיתיות ולא נתוני חתך בהם עסקנו עד כה. בנתוני סדרות עיתיות, מאחר ומדובר  
 באותו הפרט הנמדד בזמנים שונים סביר שהטעויות בניבוי שלו תהיינה תלויות אחת  
 בשנייה.

### השלכות על אומדי הריבועים הפחותים (OLS):

מבין התכונות של אר"פ (ליניאריות, חוסר הטיה, עקיבות ויעילות) היחידה שמופרת  
 כאשר קיים מתאם סדרתי היא: תכונת היעילות.  
 משום שתכונת היעילות היא היחידה מבין תכונות אר"פ התלויה להוכחתה בקיומה  
 של הנחת אי התלות בין הטעויות. משום הפגיעה בתכונת היעילות, בדיקת ההשערות  
 לא תהיה תקפה.

- שימו לב: כי במידה וקיים מתאם סדרתי חיובי בין הטעויות ולמשתנים יש  
 מגמת זמן (X עולה או יורד עם הזמן) אומד השונות (ESS) יהיה מוטה כלפי מטה  
 ואז נקבל:  $F$  ו- $t$  מוטים כלפי מעלה.

### מבנה המתאם הסדרתי:

מתאם סדרתי מסדר ראשון:  
 ההנחה היא כי יש מתאם בין הטעויות במרחק אחד, כלומר  $u_t$  תלוי ישירות רק  
 ב- $u_{t-1}$ :  $cov(u_t, u_{t-1}) \neq 0$ .

את המתאם בין הטעויות מסדר ראשון ניתן לנסח באופן הבא:  $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$   
 כך ש:

- $\rho \neq 0$  (כי אם  $\rho = 0$  אין מתאם סדרתי).
- $-1 < \rho < 1$  (כי אם חורג מ-1 הטעות הולכת וגדלה עם הזמן).
- $\rho$  חיובי פירושו מתאם סדרתי חיובי ואילו  $\rho$  שלילי פירושו מתאם סדרתי  
 שלילי (לא נפוץ).

4.  $\varepsilon_t$  מקיים את ההנחות הקלאסיות מאחר ומהווה סטייה מקרית לחלוטין

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 \quad \text{בניגוד ל-}(u_t) \text{ כך ש:}$$

$$\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = 0$$

המודל יכול שתי משוואות-המשוואה העיקרית והגדרת המתאם הסדרתי (מסדר

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad \text{ראשון):}$$

$$u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$$

מלבד  $\alpha$  ו- $\beta$  נרצה לאמוד גם את  $\rho$ .

מתאם סדרתי מסדר שני:

$$u_t = \rho_1 \cdot u_{t-1} + \rho_2 \cdot u_{t-2} + \varepsilon_t$$

הן  $u_{t-1}$  והן  $u_{t-2}$  משפיעים ישירות על  $u_t$ .

מתאם סדרתי מסדר P:

$$u_t = \rho_1 \cdot u_{t-1} + \rho_2 \cdot u_{t-2} + \dots + \rho_p \cdot u_{t-p} + \varepsilon_t$$

$u_t$  מושפע מתקופות שונות בעבר.

**תכונות המתאם הסדרתי:**

מכיוון שכל טעות בזמן מסוים מתואמת עם הטעות הסמוכה לה בזמן:  $r_{(u_t, u_{t-s})} = \rho^s$

המתאם של  $u_t$  הולך ופוחת עם הזמן:  $\rho_{u_t, u_{t-1}} > \rho_{u_t, u_{t-2}}^2 > \rho_{u_t, u_{t-3}}^3 > \dots > \rho_{u_t, u_{t-s}}^s$   
בנוסף לכך, התוחלת, השונות והשונות המשותפת של הטעויות:

$$E(u_t) = 0$$

$$V(u_t) = \sigma_u^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2}$$

$$\text{COV}(u_t, u_{t-s}) = \rho^s \sigma_u^2 = \rho^s \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2}$$

## מבחנים לזיהוי מתאם סדרתי:

מבחן DW (דרבין ווטסון) לקיום מתאם סדרתי מסדר ראשון:

- נניח תחילה כי אין מתאם סדרתי ונאמוד את המשוואה הראשית בשיטת OLS.
- כחלק מתוצאות האמידה נקבל ציון DW (יכול לקבל ערכים בין 0 ל-4 בלבד).
- נתבונן בטבלת DW ולפי  $K = \text{מס' המשתנים ה"ת במודל}$  ו- $T = \text{מס' התצפיות}$  במדגם נשלוף שני ערכים:  $d_U$  ו- $d_L$ .
- נחלק את הטווח שבין 0 ל-4 באופן הבא:

$$0 \text{ --- } \rho > 0 \text{ --- } d_L \text{ --- } d_U \text{ --- } \rho = 0 \text{ --- } 4 - d_U \text{ --- } 4 - d_L \text{ --- } \rho < 0 \text{ --- } 4$$

- נראה היכן נופל ציון ה-DW שהתקבל כחלק מתוצאות האמידה. ניתן לדעת אם יש מתאם ואיזה סוג של מתאם רק אם ציון ה-DW ייפול בחלקים המודגשים באדום.

$$\begin{aligned} H_0: \rho &= 0 \\ H_1: \rho &> 0, \rho < 0 \end{aligned} \quad \text{השערות:}$$

$$\text{חישוב הסטטיסטי: } DW_{stat} \cong 2 \cdot (1 - \hat{\rho})$$

אם אנו מקבלים ציון  $\hat{\rho}$  ניתן להציב בנוסחה ולקבל  $DW_{stat}$ .

למבחן DW יש שתי בעיות עיקריות:

1. מתאים רק למתאם סדרתי מסדר ראשון.
2. יש אזורים "מתים" בטווח בהם לא ניתן לדעת האם יש מתאם סדרתי.

בנוסף לכך על מספר תנאים להתקיים כדי שאפשר יהיה להשתמש במבחן DW:

1. הרגרסיה כוללת חותך.
2. ה-Xים קבועים ולא משתנים.
3. אין משתנים מסבירים שהם פיגור של המשתנה המוסבר.
4. אין תצפיות חסרות באמצע.
5. אם קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון אז הוא מהצורה:  $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$ .

מבחן LM :

לעומת מבחן DW מבחן LM מתאים גם לבחינת קיומו של מתאם סדרתי מסדרים

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \beta \cdot X_t + u_t \\ u_t &= \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

המודל הלא מוגבל :

$$Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (U)$$

ניתן להתייחס לבחינת קיומו של מתאם סדרתי כהוספת משתנה מסביר :  $\hat{u}_{t-1}$ .  
השלבים לביצוע המבחן :

- נאמוד את המודל המקורי ונחשב  $\hat{u}_t$  ו-  $\hat{u}_{t-1}$ .
- נאמוד את רגרסיית העזר :  $\hat{u}_t / x_1, x_2, \dots, x_k; \hat{u}_{t-1}$ .
- נחשב סטטיסטי LM :  $LM_{stat} = T \cdot R^2$ .
- נדחה את  $H_0$  כאשר :  $LM_{stat} > \chi_m^2$  כאשר  $m = \text{סדר המתאם הסדרתי}$ .  
אם נדחה את  $H_0$  נדע את סימנו של המתאם הסדרתי לפי המקדם של  $\hat{u}_{t-1}$   
ברגרסיית העזר ששווה ל-  $\hat{\rho}$ .  
שימו לב כי אם נרצה לבדוק מתאם סדרתי מסדרים גבוהים יותר :

$$\begin{aligned} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_s = 0 \\ H_1 : \text{OTHERWISE} \end{aligned}$$

$$\text{גרסיית העזר : } \hat{u}_t / x_1, x_2, \dots, x_k; \hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \dots, \hat{u}_{t-s}$$

### פתרון בעיית המתאם הסדרתי – רגרסיית הפרשים (שיטת קוקרן-אורקט):

ניצור משוואה שהיא קומבינציה ליניארית של המשוואה המקורית שבה לא יהיה מתאם סדרתי ולכן ניתן יהיה לאמוד אותה בשיטת הריבועים הפחותים, האומדים יהיו יעילים וניתן יהיה לבצע בדיקת השערות.

$$\text{משוואה (1): המודל בזמן } t : Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$$

$$\text{משוואה (2): המודל בזמן } t-1 \text{ מוכפל ב- } \rho : \rho \cdot Y_{t-1} = \rho \cdot \alpha + \rho \cdot X_{t-1} + \rho \cdot u_t$$

החסרת משוואה (2) ממשוואה (1) :

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \alpha(1 - \rho) + \beta(X_t - \rho X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1})$$

כדי לאמוד את הפרמטרים של רגרסיית הפרשים נגדיר :

$$Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$$

$$\alpha^* = \alpha(1 - \rho)$$

$$\beta^* = \beta$$

$$X_t^* = X_t - \rho X_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = u_t - \rho u_{t-1}$$

$$\text{כך "נטרלנו" את המתאם הסדרתי : } \varepsilon_t = u_t - \rho \cdot u_{t-1}, u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$$

$\varepsilon_t$  מקיים את כל ההנחות הקלאסיות ולכן שונות הרגרסיה וכן שונות הפרמטרים הנאמדים לא תהיה תלויה במקדם המתאם הסדרתי.  
 המשוואה "המתוקנת" אותה נאמוד:  $Y^* = \alpha^* + \beta^* X_t^* + \varepsilon_t$ .  
 לאחר אמידת משוואה זו ניתן לחלץ את האומדים של הפרמטרים המקוריים:  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ .  
 מאחר ש- $\rho$  איננו ידוע יש צורך לאמוד אותו.

אמידת  $\rho$  בשיטת קוקרן אורקוט:  
 שיטת קוקרן אורקוט לאמידת  $\rho$  היא שיטה איטראטיבית – מבוססת על חזרות של תהליך מסוים עד להתכנסות.  
 התהליך הממוחשב נקרא אוטורגרסיה (AUTOREGRESION) מסדר ראשון, שני, שלישי וכו' (תלוי בסדר המתאם הסדרתי). התיקון למתאם הסדרתי יתבצע על ידי הרצת רגרסיה עם משתנה AR(1) (אוטו רגרסיה מסדר ראשון), AR(1) ו-AR(2) (אם מניחים קיום אוטורגרסיה מסדר שני) וכו'. אם משתנה AR מובהק זו אינדיקציה שפתרנו את הבעיה של המודל המקורי.

## שאלות:

## תכונות המתאם הסדרתי:

$$(1) \quad u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{נתון מתאם סדרתי מסדר ראשון}$$

$$\text{נתון כי: } \rho = 0.9 \text{ וכי: } V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 = 1$$

מצאו את:

א. המתאם בין  $u_t$  ל- $u_{t-1}$ .ב. המתאם בין  $u_t$  ל- $u_{t-4}$ . הסבר את ההבדל בין המתאמים (סעיף א' ו-ב').ג. השונות  $\sigma_u^2$ .ד. חזרו על סעיפים א' עד ג' עבור  $\rho = 0.4$ . הסבירו את ההבדל בין התוצאות.

## מבחן DW:

(2) חוקר רצה לאמוד את מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן שעובר:

$$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME_t + u_t$$

כאשר:

 $CLOSE_t$  = מחיר סגירה של מניה ב-\$-ביום  $t$ . $TIME_t$  = משתנה זמן שמקבל את הערכים:  $1, 2, 3, \dots$ .

תוצאות האמידה שהתקבלו:

Dependent variable: CLOSE

| Analysis of Variance |          |             |                |          |          |
|----------------------|----------|-------------|----------------|----------|----------|
| F Value              | Prob>F   | Mean Square | Sum of Squares | DF       | Source   |
|                      | 55.78    |             | -----          | 1        | Model    |
|                      |          |             | -----          | 151      | Error    |
|                      |          |             | -----          | 152      | C Total  |
|                      |          | 0.181       | R-square       | ----     | Root MSE |
|                      |          | -----       | Adj R-sq       | ----     | Dep Mean |
|                      |          |             |                | ----     | C.V.     |
| Parameter Estimates  |          |             |                |          |          |
| T for H0:            | Standard | Parameter   | DF             | Variable |          |
| Parameter=0          | Error    | Estimate    |                |          |          |
| 91.047               | 0.0148   | 1.3474      | 1              | INTERCEP |          |
| 0.0000               | 0.0001   | -0.00075    | 1              | TIME     |          |
| Durbin-Watson D      | 0.150    |             |                |          |          |

האם קיים מתאם סדרתי?

**TABLE 12** Cutoff Points for the Distribution of the Durbin-Watson Test Statistic

Let  $d_\alpha$  be the number such that  $P(d < d_\alpha) = \alpha$ , where the random variable  $d$  has the distribution of the Durbin-Watson statistic under the null hypothesis of no autocorrelation in the regression errors. For probabilities  $\alpha = .05$  and  $\alpha = .01$ , the tables show, for numbers of independent variables,  $K$ , values  $d_L$  and  $d_U$  such that  $d_L \leq d_\alpha \leq d_U$  for numbers  $n$  of observations.

| $\alpha = .05$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n$            | $K$   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                | 1     |       | 2     |       | 3     |       | 4     |       | 5     |       |
|                | $d_L$ | $d_U$ | $d_L$ | $d_U$ | $d_L$ | $d_U$ | $d_L$ | $d_U$ | $d_L$ | $d_U$ |
| 15             | 1.08  | 1.36  | 0.95  | 1.54  | 0.82  | 1.75  | 0.69  | 1.97  | 0.56  | 2.21  |
| 16             | 1.10  | 1.37  | 0.98  | 1.54  | 0.86  | 1.73  | 0.74  | 1.93  | 0.62  | 2.15  |
| 17             | 1.13  | 1.38  | 1.02  | 1.54  | 0.90  | 1.71  | 0.78  | 1.90  | 0.67  | 2.10  |
| 18             | 1.16  | 1.39  | 1.05  | 1.53  | 0.93  | 1.69  | 0.82  | 1.87  | 0.71  | 2.06  |
| 19             | 1.18  | 1.40  | 1.08  | 1.53  | 0.97  | 1.68  | 0.86  | 1.85  | 0.75  | 2.02  |
| 20             | 1.20  | 1.41  | 1.10  | 1.54  | 1.00  | 1.68  | 0.90  | 1.83  | 0.79  | 1.99  |
| 21             | 1.22  | 1.42  | 1.13  | 1.54  | 1.03  | 1.67  | 0.93  | 1.81  | 0.83  | 1.96  |
| 22             | 1.24  | 1.43  | 1.15  | 1.54  | 1.05  | 1.66  | 0.96  | 1.80  | 0.86  | 1.94  |
| 23             | 1.26  | 1.44  | 1.17  | 1.54  | 1.08  | 1.66  | 0.99  | 1.79  | 0.90  | 1.92  |
| 24             | 1.27  | 1.45  | 1.19  | 1.55  | 1.10  | 1.66  | 1.01  | 1.78  | 0.93  | 1.90  |
| 25             | 1.29  | 1.45  | 1.21  | 1.55  | 1.12  | 1.66  | 1.04  | 1.77  | 0.95  | 1.89  |
| 26             | 1.30  | 1.46  | 1.22  | 1.55  | 1.14  | 1.65  | 1.06  | 1.76  | 0.98  | 1.88  |
| 27             | 1.32  | 1.47  | 1.24  | 1.56  | 1.16  | 1.65  | 1.08  | 1.76  | 1.01  | 1.86  |
| 28             | 1.33  | 1.48  | 1.26  | 1.56  | 1.18  | 1.65  | 1.10  | 1.75  | 1.03  | 1.85  |
| 29             | 1.34  | 1.48  | 1.27  | 1.56  | 1.20  | 1.65  | 1.12  | 1.74  | 1.05  | 1.84  |
| 30             | 1.35  | 1.49  | 1.28  | 1.57  | 1.21  | 1.65  | 1.14  | 1.74  | 1.07  | 1.83  |
| 31             | 1.36  | 1.50  | 1.30  | 1.57  | 1.23  | 1.65  | 1.16  | 1.74  | 1.09  | 1.83  |
| 32             | 1.37  | 1.50  | 1.31  | 1.57  | 1.24  | 1.65  | 1.18  | 1.73  | 1.11  | 1.82  |
| 33             | 1.38  | 1.51  | 1.32  | 1.58  | 1.26  | 1.65  | 1.19  | 1.73  | 1.13  | 1.81  |
| 34             | 1.39  | 1.51  | 1.33  | 1.58  | 1.27  | 1.65  | 1.21  | 1.73  | 1.15  | 1.81  |
| 35             | 1.40  | 1.52  | 1.34  | 1.58  | 1.28  | 1.65  | 1.22  | 1.73  | 1.16  | 1.80  |
| 36             | 1.41  | 1.52  | 1.35  | 1.59  | 1.29  | 1.65  | 1.24  | 1.73  | 1.18  | 1.80  |
| 37             | 1.42  | 1.53  | 1.36  | 1.59  | 1.31  | 1.66  | 1.25  | 1.72  | 1.19  | 1.80  |
| 38             | 1.43  | 1.54  | 1.37  | 1.59  | 1.32  | 1.66  | 1.26  | 1.72  | 1.21  | 1.79  |
| 39             | 1.43  | 1.54  | 1.38  | 1.60  | 1.33  | 1.66  | 1.27  | 1.72  | 1.22  | 1.79  |
| 40             | 1.44  | 1.54  | 1.39  | 1.60  | 1.34  | 1.66  | 1.29  | 1.72  | 1.23  | 1.79  |
| 45             | 1.48  | 1.57  | 1.43  | 1.62  | 1.38  | 1.67  | 1.34  | 1.72  | 1.29  | 1.78  |
| 50             | 1.50  | 1.59  | 1.46  | 1.63  | 1.42  | 1.67  | 1.38  | 1.72  | 1.34  | 1.77  |
| 55             | 1.53  | 1.60  | 1.49  | 1.64  | 1.45  | 1.68  | 1.41  | 1.72  | 1.38  | 1.77  |
| 60             | 1.55  | 1.62  | 1.51  | 1.65  | 1.48  | 1.69  | 1.44  | 1.73  | 1.41  | 1.77  |
| 65             | 1.57  | 1.63  | 1.54  | 1.66  | 1.50  | 1.70  | 1.47  | 1.73  | 1.44  | 1.77  |
| 70             | 1.58  | 1.64  | 1.55  | 1.67  | 1.52  | 1.70  | 1.49  | 1.74  | 1.46  | 1.77  |
| 75             | 1.60  | 1.65  | 1.57  | 1.68  | 1.54  | 1.71  | 1.51  | 1.74  | 1.49  | 1.77  |
| 80             | 1.61  | 1.66  | 1.59  | 1.69  | 1.56  | 1.72  | 1.53  | 1.74  | 1.51  | 1.77  |
| 85             | 1.62  | 1.67  | 1.60  | 1.70  | 1.57  | 1.72  | 1.55  | 1.75  | 1.52  | 1.77  |
| 90             | 1.63  | 1.68  | 1.61  | 1.70  | 1.59  | 1.73  | 1.57  | 1.75  | 1.54  | 1.78  |
| 95             | 1.64  | 1.69  | 1.62  | 1.71  | 1.60  | 1.73  | 1.58  | 1.75  | 1.56  | 1.78  |
| 100            | 1.65  | 1.69  | 1.63  | 1.72  | 1.61  | 1.74  | 1.59  | 1.76  | 1.57  | 1.78  |

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (3) \quad \text{המודל הינו :}$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$$

$u_t$  - הפרעה מקרית קלאסית.

$T = 100$  וידוע כי :

$$u_t = 0.9u_{t-1}$$

$$d_L = 1.57$$

$$d_U = 1.65$$

האם קיים מתאם סדרתי ברמת מובהקות של 5%?

**מבחן LM :**

(4) עבור הדוגמא הקודמת – ניבוי מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן :

$$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME_t + u_t$$

נבחן את קיומו של מתאם סדרתי מסדר ראשון באמצעות מבחן LM.

$$u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot TIME_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{נאמוד את רגרסיית העזר :}$$

תוצאות האמידה שהתקבלו :

Dependent variable: RES

|         |        | Analysis of Variance |                |       | Source   |
|---------|--------|----------------------|----------------|-------|----------|
| F Value | Prob>F | Mean Square          | Sum of Squares | DF    |          |
|         |        |                      | -----          | 2     | Model    |
|         |        |                      | -----          | 150   | Error    |
|         |        |                      | -----          | 152   | C Total  |
|         |        | 0.855                | R-square       | ----- | Root MSE |
|         |        | -----                | Adj R-sq       | ----- | Dep Mean |
|         |        |                      |                | ----- | C.V.     |

#### Parameter Estimates

| Parameter | Estimate    | DF | Variable |
|-----------|-------------|----|----------|
|           | -.000096    | 1  | INTERCEP |
|           | 1.16331E-05 | 1  | TIME     |
|           | 0.927172    | 1  | RES1     |

א. האם קיים מתאם סדרתי?

ב. מהו ערכו של המתאם הסדרתי הנאמד?

ג. מהו כיוונו של המתאם הסדרתי באוכלוסייה?

## תיקון המתאם הסדרתי:

(5) סטודנט הניח כי במודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$  קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון בשאריות כך שמתקיים:  $u_t = 0.7u_{t-1} + \varepsilon_t$  ולכן במקום לאמוד את המודל המקורי אמד את המודל:  $Y_t - 0.7Y_{t-1} = \alpha(1-0.7) + \beta(X_t - 0.7X_{t-1}) + u_t$ . הסטודנט טען כי במודל החדש לא קיים מתאם סדרתי. טענת הסטודנט: נכונה / לא נכונה / לא ניתן לדעת

(6) נמשיך עם הדוגמא של ניבוי מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן:

$$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME + u_t$$

נניח כי קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון בנתונים. תוצאות האמידה בשיטת אוטורגרסיה מסדר ראשון מוצגות להלן:

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |         |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 1.333              |                |                       |         |
| TIME                | 1  | -0.0006            |                |                       |         |
| (1)AR               | 1  | 0.927              |                |                       |         |
| Durbin-Watson D     |    |                    |                | 2.235                 | 0.000   |

א. בדקו האם נפתרה בעיית המתאם הסדרתי.

ב. מהי המשוואה לאמידת מחיר הסגירה הצפוי ביום המסחר הבא?

## תרגול מסכם:

(7) נאמד הקשר שבין הכנסה לתצרוכת לתקופה ינואר 1994 עד דצמבר 1997 (T=48).

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

בניסיון לבדוק האם מתקיים קשר מהסוג הבא:  $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \varepsilon_t$ .

$$\hat{u}_t = \gamma_1 \hat{u}_{t-1} + \gamma_2 \hat{u}_{t-2} + \gamma_3 \hat{u}_{t-3} + \gamma_4 Y_t + \omega_t$$

תוצאות האמידה מוצגות להלן:

Depended Variable: RES

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |         |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | -54.709            | 710.85         | -0.076                | 0.939   |
| RESID1              | 1  | 0.705              | 0.152          | 4.631                 | 0.000   |
| RESID2              | 1  | -0.0066            | 0.188          | -0.035                | 0.972   |
| RESID3              | 1  | -0.337             | 0.167          | -2.012                | 0.051   |
| Y                   | 1  | 0.0027             | 0.032          | 0.085                 | 0.932   |
| Durbin-Watson D     |    |                    |                | 1.954                 |         |

נתון בנוסף כי:  $R^2 = 0.479$ .

- א. הרגרסיה המופיעה בפלט לעיל נועדה לבדיקת: \_\_\_\_\_  
 על ידי מבחן: \_\_\_\_\_  
 ההשערות הינן: \_\_\_\_\_  
 גודל הסטטיסטי למבחן הינו (רשמו תוצאה מספרית): \_\_\_\_\_  
 המסקנה המתקבלת היא: \_\_\_\_\_

בהנחה כי קיים מתאם סדרתי מסדר שלישי בנתונים נאמד מחדש הקשר שבין ההכנסה לתצרוכת בהתאם לשיטתם של קוקרן ואורקוט.  
 תוצאות האמידה מוצגות להלן:

Depended Variable:C

| Parameter Estimates |         |                          |          |                               |        |          |
|---------------------|---------|--------------------------|----------|-------------------------------|--------|----------|
|                     | Error   | :T for H0<br>Parameter=0 | Standard | Parameter<br>Prob> T Estimate | DF     | Variable |
|                     | 1128.38 | -1.864                   |          | 0.069 -2103.53                | 1      | INTERCEP |
|                     | 0.0510  | 14.086                   |          | 0.000 0.71944                 | 1      | Y        |
| AR(1)               | 1       | 0.7070                   | 0.1525   | 4.634                         | 0.000  |          |
| AR(2)               | 1       | -0.0064                  | 0.1889   | -0.034                        | 0.972  |          |
| AR(3)               | 1       | -0.3282                  | 0.1669   | -1.966                        | 0.0562 |          |
| Durbin-Watson D     | 1.954   |                          |          |                               |        |          |

ב. רשמו את המשוואה המתוקנת המשמשת לעריכת תחזיות.

(8) חוקר רצה לאמוד את עקומת הביקוש לטיסות לאירופה.  
 לרשותו נתונים שבועיים לאורך 3 שנים (52 שבועות).  
 נסמן:

$Y_t$  - מספר כרטיסי הטיסה לאירופה שנמכרו בשבוע  $t$ .

$p_t$  - מחיר ממוצע ב-\$ של הכרטיסים שנמכרו בשבוע  $t$ .

החוקר אמד את המודל:  $Y_t = e^\alpha \cdot P_t^{\beta_1} \cdot P_{t-1}^{\beta_2} \cdot e^{u_t}$ .

וקיבל לאחר הטרנספורמציה הלוגריתמית:  $R^2 = 0.81$ .

לבדיקת ההשערה כי קיים מתאם סדרתי בנתונים מסדר ראשון הוא חישב את

ערכי  $\hat{u}_t$  ולאחר מכן חישב את הרגרסיה:  $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln P_t + \gamma_2 \ln P_{t-1} + \gamma_3 u_{t-1} + v_t$ .

מקדם ההסבר המרובה ברגרסיה זו הוא 0.282.

א. נסח את ההשערה ובחן אותה בר"מ של 0.05.

החוקר מניח שיש מתאם סדרתי מסדר ראשון.

לאחר תיקון Cochrane-Orcutt התקבל:  $\ln \hat{Y}_t = 7.3 - 0.2 \ln P_t + 0.4 \ln P_{t-1}$ ,  $\hat{\rho} = 0.2$ .

הניחו שהשבוע ובשבוע שעבר מחיר ממוצע של כרטיס היה \$500.

השבוע נמכרו 6,185 כרטיסים. בשבוע הבא צפוי מחיר של \$400.

ב. כמה כרטיסים יימכרו?

החוקר גם מנסה לקבוע האם בנתונים אלה קיים מתאם מסדר שני.

ג. רשמו את המשוואה הנוספת שעליו לאמוד.

במשוואה הנוספת התקבל מתאם מרובה השווה ל-0.12.

ד. מהי המסקנה בר"מ של 0.05?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } r_{(u_t, u_{t-1})} = 0.9 \quad \text{ב. } r_{(u_t, u_{t-4})} = 0.6561 \quad \text{ג. } \sigma_u^2 = 5.263$$

$$\text{ד. } \sigma_u^2 = 1.19, r_{(u_t, u_{t-4})} = 0.0256, r_{(u_t, u_{t-1})} = 0.4$$

(2) יש עדות לכך.

(3) יש עדות לכך.

$$(4) \quad \text{א. יש עדות לכך.} \quad \text{ב. } \hat{\rho} = 0.927 \quad \text{ג. חיובי.}$$

(5) לא נכונה.

(6) ראו סרטון.

(7) א. קיומו של מתאם סדרתי מסדר שלישי בנתונים.

 $LM$ 

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$$

$$H_1 : OTHERWISE$$

$$LM_{stat} = 22.99$$

יש עדות לכך.

$$\text{ב. } \hat{C}_t = -2103.53 + 0.719 \cdot Y_t + 0.707 \cdot \hat{u}_{t-1} - 0.0064 \cdot \hat{u}_{t-2} - 0.328 \cdot \hat{u}_{t-3}$$

$$(8) \quad \text{א. } H_0 : \rho = 0, \text{ יש עדות לכך.} \quad \text{ב. } Y_{t+1} = 5,568 \quad H_1 : \rho \neq 0$$

$$\text{ג. } u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln P_t + \gamma_2 \ln P_{t-1} + \gamma_3 u_{t-1} + \gamma_4 u_{t-2} + \omega_t \quad \text{ד. אין עדות לכך.}$$

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 5 - משוואות סימולטניות

תוכן העניינים

1. כללי ..... 41

## משוואות סימולטניות:

### רקע:

עוסקות בהפרת ההנחה של אי תלות בין המב"ת לטעויות בניבוי:  $\text{cov}(x, u) = 0$ .  
ה- $X$  ים במשוואה נחשבו משתנים אקסוגניים – משפיעים על  $Y$  אך לא מושפעים  
ממנו בחזרה לעומת זאת משתנים אנדוגניים – משפיעים על  $Y$  אך גם מושפעים  
ממנו בחזרה. מאחר ומשתנים אלו הם גם מסבירים וגם מוסברים, הם נחשבים  
כמשתנים מקריים, המתואמים עם הטעויות במודל:  $\text{cov}(x, u) \neq 0$ .

### משוואות המבנה (משוואות סימולטניות):

מערכת משוואות הכוללות משתנים מסבירים אנדוגניים ואקסוגניים.  
בד"כ מדובר בשתי משוואות אשר המשתנה המוסבר בראשונה הוא משתנה מסביר  
בשנייה והמשתנה המוסבר בשנייה הוא משתנה מסביר בראשונה.  
משתנים המופיעים באחת המשוואות כמוסברים ובאחרת כמסבירים הם משתנים  
אנדוגניים. יתר המשתנים במשוואות הם אקסוגניים.  
המטרה היא לאמוד בצורה יעילה את הפרמטרים (אלפות ובטות) ולבצע בדיקת  
השערות.

### השלכות על אר"פ:

הנחת אי תלות בין המשתנה הב"ת והטעויות שימשה אותנו להוכחת ליניאריות,  
חוסר הטיה ועקיבות.  
לכן הפרתה משמעה פגיעה בכל תכונות אר"פ.  
האומדים לא ליניאריים, מוטים לא עקיבים ולכן גם לא יעילים (לפי גאוס מרקוב).  
אומד השונות מוטה גם הוא ובדיקת ההשערות לא תקפה (ללא תלות בגודל המדגם).

### הצורה המצומצמת של מודל עם משוואות סימולטניות:

משוואות הצורה המצומצמת הן פתרון עבור המשתנים האנדוגניים במערכת:  
הגדרת המשתנים האנדוגניים כפונקציה של המשתנים האקסוגניים במערכת בלבד.  
מספר המשוואות המצומצמות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת  
(במקרה זה שניים).

תכונות המשוואות מהצורה המצומצמת :

- מס' המשוואות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת  $(Y \text{ ו- } X)$ .
- המשתנה המוסבר הוא אנדוגני וכל המסבירים אקסוגניים.
- המשתנים המסבירים הם זהים בכל המשוואות (ה-  $Z$  ים).
- מכיוון שכל המשתנים המסבירים הם אקסוגניים ניתן לאמוד את הפרמטרים (ה-  $\lambda$  ות ו-  $\mu$  ים) ב- OLS ולקבל אומדים ליניאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים עם יכולת לבצע בדיקת השערות.

אמידת הפרמטרים של משוואות המבנה באמצעות משוואות הצורה המצומצמת :  
משוואות הצורה המצומצמת מאפשרות לאמוד את הפרמטרים בשיטת OLS אבל אנחנו מעוניינים למעשה לאמוד את הפרמטרים של המשוואות המקוריות – משוואות המבנה. מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת נחלץ את הפרמטרים של משוואות המבנה.

בתהליך החילוץ של הפרמטרים המבניים ייתכנו 3 מצבים :

1. אין זיהוי : לא ניתן לחלץ את הפרמטרים המבניים מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת.
2. זיהוי מדויק : יש רק דרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבניים מהפרמטרים של הצורה המצומצמת.
3. זיהוי יתר : יש יותר מדרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבניים מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת.

בכדי להקל על בעיית הזיהוי מומלץ לאמץ את הכלל הבא :  
עבור כל אחת מהמשוואות המבניות יש לחשב :

1.  $g - 1$  : מס' אנדוגניים במשוואה הספציפית פחות 1 ולהשוות עם :
  2.  $K - k$  : מספר אקסוגניים סה"כ בשתי המשוואות כולל חותך  $(K)$  פחות מספר אקסוגניים במשוואה הספציפית כולל חותך  $(k)$ .
- אם  $2 = 1$  זיהוי מדויק ;  $2 > 1$  זיהוי יתר ;  $2 < 1$  אין זיהוי.

## שיטות לפתרון משוואות סימולטניות:

1. שיטת ריבועים פחותים עקיפה (ILS):

- א. יש להציג את מערכת משוואות המבנה בצורתה המצומצמת.
- ב. יש לאמוד בשיטת OLS את הפרמטרים של המשוואות בצורה המצומצמת.
- ג. יש לחלץ מן הפרמטרים של המערכת המצומצמת את הפרמטרים של הצורה המבנית.

משום שתהליך החילוץ איננו ליניארי האומדים המבניים המתקבלים הם מוטים אך עקיבים.  
 כאשר הזיהוי מדויק: האומדים יהיו גם אסימפטוטית יעילים (במדגמים גדולים).  
 כאשר הזיהוי הוא יתר: האומדים לא יהיו יעילים.

2. שיטת ריבועים פחותים בשני שלבים (2SLS):

- א. אמידת משוואות הצורה המצומצמת בשיטת OLS ושימוש בתוצאות האמידה כדי לחשב את המשתנים האנדוגניים (המסבירים).
- ב. הצבת המשתנים האנדוגניים שהתקבלו במשוואות המבנה ואומדתם ב-OLS.

אם משוואות המבנה מזוהות בדיוק או ביתר – האומדים שיתקבלו יהיו אמנם מוטים אבל עקיבים ויעילים אסימפטוטית. האומדים שיתקבלו יהיו זהים לאומדים שהתקבלו בשיטת הריבועים הפחותים העקיפה.  
 כאשר אין זיהוי: אין אקסוגניים ולכן אין משתנים מסבירים בצורה המצומצמת או שכל האקסוגניים בצורה המצומצמת כבר קיימים במשוואה המקורית ולכן החלפת  $x$  ב- $\hat{x}$  תיצור בעיה של מולטיקוליניאריות מלאה.

3. שיטת משתני העזר (IV):

משתנה עזר הוא משתנה שיחליף את המשתנה המסביר האנדוגני במשוואת המבנה ויעזור לאמוד את הקשר בינו לבין התלוי.  
 משתנה העזר צריך להיות:

- א. משתנה אקזוגני או פונקציה ליניארית של משתנים אקזוגניים:  $\text{cov}(Z, u) = 0$ .
- ב. מתואם עם המשתנה האנדוגני אותו הוא מחליף:  $\text{cov}(Z, X) \neq 0$ .

ככל שהמתאם גבוה יותר, האומד שיתקבל באמצעותו יהיה טוב יותר.  
 הבעיה: אומדני OLS שיתקבלו יהיו מוטים, לא עקיבים ולא יעילים.  
 הפתרון בשיטת IV: אמידת ההשפעה של  $Y$  על  $X$  עם משתנה אקסוגני שלא קיים במערכת שמתואם עם  $Y$  (אותו הוא מחליף) אך לא עם  $u$ .

אם יש יותר ממשתנה עזר אחד המקיימים את התנאים הנ"ל, האומדים שיתקבלו יהיו כולם מוטים אך עקיבים (ניתן להשתמש בהם במדגמים גדולים). משתנה העזר היחיד שיניב אומד יעיל יהיה בעל המתאם הגבוה ביותר עם המשתנה האנדוגני אותו הוא בא להחליף. משתנה עזר זה יהיה אומדן לאנדוגני שהתקבל מאמידת משוואת הצורה המצומצמת בשלב הראשון של 2SLS.

משתנה לא יוכל לשמש כמשתנה עזר :  
אם נוסחתו מכילה רק משתנים אקזוגניים המצויים במשוואת המבנה בה הוא משמש כמשתנה עזר, שכן אז תיווצר בעיית מולטיקוליניאריות מלאה. במילים אחרות, נוסחת משתנה העזר צריכה להיות מורכבת מלפחות משתנה אקזוגני אחד שלא מופיע במשוואה כדי שהמשתנה יוכל לשמש כמשתנה עזר.

משתני עזר שונים יכולים להניב את אותם האומדים לפרמטרים :  
נבדוק זאת בצורה הבאה : נמחק מהנוסחאות של משתני העזר את המשתנים האקסוגניים המופיעים במשוואה. אם נשארנו עם שני ביטויים שהם מכפלה אחד של השני, יתקבלו אותם האומדים.

### סיכום תוצאות אמידה של משוואות סימולטניות:

מס' האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות ותכונותיהם תלויים בזיהוי של המשוואה :  
אם המשוואה לא מזוהה : לא ניתן להשתמש באף אחת מהשיטות.  
כאשר המשוואה מזוהה (בדיוק או ביתר) : האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות יהיו תמיד מוטים אך עקיבים.

תכונת היעילות ומס' האומדים האפשרי מסוכמים בטבלה הבאה :

| מזוהה בדיוק                                                                                               | מזוהה ביתר                              |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------|
| אומד אחד לפרמטר<br>יעיל                                                                                   | יתכן יותר מאומד אחד לפרמטר<br>לא יעילים | שיטת ILS  |
| אומדן אחד למשתנה האנדוגני<br>יעיל                                                                         |                                         | שיטת 2SLS |
| אינסוף משתני עזר<br>אם משתנה העזר זהה לאומדן לאנדוגני המתקבל בשלב הראשון<br>בשיטת – 2SLS הוא יהיה גם יעיל |                                         | שיטת IV   |

כאשר הזיהוי מדויק יתקבל אותו אומד מוטה אך עקיב ויעיל בשלושת השיטות :  
ILS, 2SLS ו-IV (במידה ומשתנה העזר הוא  $\hat{X}_i$  מהשלב הראשון של 2SLS).

**משתנים בפיגור ומשוואות סימולטניות:**

אם  $X_t$  אקסוגני אז גם המשתנים בפיגור  $X_{t-p}$  בוודאות אקסוגניים.  
 אם  $Y_t$  אנדוגני אז מעמדם של המשתנים בפיגור תלוי בקיומו של מתאם סדרתי:  
 אם יש מתאם סדרתי:  $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t) \neq 0$ , אז  $Y_{t-1}$  אנדוגני.  
 אם אין מתאם סדרתי:  $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t) = 0$ , אז  $Y_{t-1}$  אקסוגני.

**מבחנים סטטיסטיים לבחינת אנדוגניות ולחזק משתנה עזר:**

מבחן האוזמן (Hausman Test):

מבחן המשמש אותנו לבחינת אנדוגניות של משתנה מסוים.

- השלב הראשון לביצוע מבחן האוזמן הוא הרצת המשוואה המצומצמת – כלומר, המשתנה שחושדים שהוא אנדוגני כתלוי על כל האקסוגניים.
- מאמידה זו נשמור את סידרת השאריות הנאמדות ( $\hat{v}$ ).
- כעת נאמוד את המודל המקורי (משוואת המבנה) ונוסיף לו את  $\hat{v}$  כמשתנה מסביר חדש.
- לפי תוצאות האמידה – אם המקדם של  $\hat{v}$  מובהק נסיק כי המשתנה הוא אכן משתנה אנדוגני במודל.

מבחן לחוזק IV:

מבחן שמתבצע על המשוואה המצומצמת שבה נעשה שימוש במשתני העזר. בודקים:

- האם משתנה העזר לניבוי המשתנה התלוי מובהק באוכ' באמצעות מבחן  $t$  למובהקות מקדם הרגרסיה. אם כן- ניתן להסיק כי המשתנה האקסוגני, המשמש כמשתנה עזר, מתואם עם האנדוגני אותו הוא אמור להחליף.
- אולם בכדי לבדוק האם משתני העזר חזקים מספיק נבצע מבחן  $F$  למובהקות כל משתני העזר המוצעים במשוואה המצומצמת. כלל אצבע-רק אם:  
 $F_{stat} > 10$  נוכל להסיק כי משתני העזר חזקים מספיק בכדי שנוכל לקבל תוצאות אמינות כאשר אנו משתמשים בהם.

## שאלות:

## זיהוי משוואות המבנה:

- (1) חוקר רצה לאמוד את פונקציית הביקוש ואת פונקציית ההיצע לתות שדה. הוא אסף נתונים עבור 30 תקופות:
- $P_t$  - מחיר קופסא בש"ח בתקופה  $t$ .
  - $Q_t$  - כמות נקנית בק"ג בתקופה  $t$ .
  - $Z_t$  - מחיר פרי תחליפי ב-ש בתקופה  $t$ .
  - $INCOME_t$  - הכנסת הצרכנים באלפי ש בתקופה  $t$ .
  - $L_t$  - מחיר שעת עבודה ב-ש בתקופה  $t$ .
- א. החוקר מניח שהכמות המבוקשת היא פונקציה של מחיר התות שדה, של מחיר הפרי התחלפי ושל הכנסת הצרכנים, והכמות המוצעת היא פונקציה של מחיר התות שדה ושל מחיר העבודה.
- נסחו את המודל הסימולטני, תחת ההנחה שהגמישויות קבועות. הציגו גם את תנאי הסדר וקבעו עבור כל משוואה אם היא מזוהה במדויק, ביתר או בחסר.
- ב. עיינו במודל 1 שבדפי הפלט (ראו סרטון) והשיבו: איזו פונקציה נאמדה, והאם תוצאות האמידה שהתקבלו מתיישבות עם התיאוריה הכלכלית? נמקו.
- ג. עיינו בדפי הפלט המתאימים (ראו סרטון) והשיבו: אם העלות של שעת עבודה תעלה באחוז אחד, מהם השינויים הצפויים בכמות ובמחיר של שווי משקל?
- ד. בתקופה מסוימת אנו צופים שמחיר המוצר התחלפי יהיה 10 ש, ההכנסה תהיה 50 אלף ש, מחיר שעת עבודה 25 ש. מה יהיה מחיר שווי המשקל של תות השדה? האם ניתן גם לאמוד את כמות שווי המשקל?

## להלן הפלטים:

## Model 1: TSLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable:  $I\_Q$ Instruments:  $I\_L$ 

| VARIABLE    | COEFFICIENT | STDERROR | T STAT | P-VALUE     |
|-------------|-------------|----------|--------|-------------|
| const       | -1.83485    | 1.14385  | -1.604 | 0.10869     |
| $I\_P$      | -1.34898    | 0.645690 | -2.089 | 0.03669 **  |
| $I\_Z$      | 1.72145     | 0.467875 | 3.679  | 0.00023 *** |
| $I\_income$ | 0.984145    | 0.483543 | 2.035  | 0.04182 **  |

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 2.67757

Standard error of residuals = 0.32091

Unadjusted R-squared = 0.222881

Adjusted R-squared = 0.133214

F-statistic (3, 26) = 2.48564 (p-value = 0.0829)

**Model 3: OLS estimates using the 30 observations 1-30**

Dependent variable: I\_Q

| VARIABLE | COEFFICIENT | STDERROR | T STAT | P-VALUE     |
|----------|-------------|----------|--------|-------------|
| const    | 0.499595    | 0.630065 | 0.793  | 0.43500     |
| I_L      | -0.611731   | 0.163450 | -3.743 | 0.00091 *** |
| I_income | 0.395076    | 0.142590 | 2.771  | 0.01019 **  |
| I_Z      | 0.937441    | 0.197381 | 4.749  | 0.00007 *** |

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 0.834357

Standard error of residuals = 0.179139

Unadjusted R-squared = 0.681008

Adjusted R-squared = 0.644201

F-statistic (3, 26) = 18.5023 (p-value &lt; 0.00001)

Log-likelihood = 11.1662

(Log-likelihood for Q = -75.1618)

**Model 4: OLS estimates using the 30 observations 1-30**

Dependent variable: I\_P

| VARIABLE | COEFFICIENT | STDERROR  | T STAT | P-VALUE     |
|----------|-------------|-----------|--------|-------------|
| const    | -1.73053    | 0.419481  | -4.125 | 0.00034 *** |
| I_L      | 0.453478    | 0.108821  | 4.167  | 0.00030 *** |
| I_income | 0.436678    | 0.0949326 | 4.600  | 0.00010 *** |
| I_Z      | 0.581185    | 0.131411  | 4.423  | 0.00015 *** |

Mean of dependent variable = 2.99427

Standard deviation of dep. var. = 0.314761

Sum of squared residuals = 0.369832

Standard error of residuals = 0.119266

Unadjusted R-squared = 0.871281

Adjusted R-squared = 0.856428

F-statistic (3, 26) = 58.6632 (p-value &lt; 0.00001)

Log-likelihood = 23.3704

(Log-likelihood for P = -66.4576)

## שיטת ILS:

(2) נניח שאנו מתכוונים לאמוד את המשוואות:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר:

 $C_t$  - הוצאות לתצרוכת פרטית. $Y_t$  - הכנסה לאומית. $u_t$  - הפרעה אקראית.

א. מהי הבעיה באמידת המשוואות בשיטת הריבועים הפחותים?

מהן תכונות אר"פ?

ב. האם המשוואות מזוהות?

ג. אמדו את מערכת המשוואות בצורתה המצומצמת באופן ידני.

ד. מהו הפתרון של המשוואות המצומצמות בשיטת ILS?

להלן תוצאות אמידת מערכת המשוואות בצורה המצומצמת:

## Dependent Variable: C

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|                     |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 14848.38  | 2568.8   | 5.78027     | 0.000   |
| Z                   | 1  | -0.087066 | 0.3036   | -0.2867     | 0.776   |

## Dependent Variable: Y

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|                     |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 14848.38  | 2568.8   | 5.78027     | 0.0000  |
| Z                   | 1  | 0.912934  | 0.3036   | 3.00699     | 0.0049  |

ה. חשבו את האומדים המבניים.

## שיטת 2SLS:

(3) תאר את תהליך האמידה בשני שלבים (2SLS) של משוואות המבנה:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר:

$C_t$  - הוצאות לתצרוכת פרטית.

$Y_t$  - הכנסה לאומית.

$u_t$  - הפרעה אקראית.

א. מה ניתן יהיה לומר על האומדים שהתקבלו בשיטה זו?

ב. מה יהיה ערכם של האומדים  $\hat{\beta}$  ו-  $\hat{\alpha}$ ?

להלן תוצאות האמידה בשיטת 2 השלבים:

Dependent variable: C

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|                     |    | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
| Variable            | DF | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 16264.47  | 8221.233 | 1.978349    | 0.0520  |
| y                   | 1  | -0.095370 | 0.364274 | -0.261808   | 0.7943  |

Dependent variable: Y

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|                     |    | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
| Variable            | DF | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | -9.95E-09 | 3.52E-09 | -2.828212   | 0.0062  |
| C                   | 1  | 1.00000   | 2.08E-13 | 4.80E+12    | 0.0000  |
| Z                   | 1  | 1.00000   | 1.99E-13 | 5.04E+12    | 0.0000  |

(4) לפניך המודל הסימולטני הבא :

$$Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 Z_t + u_t \quad \text{משוואת הביקוש}$$

$$Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 P_t + v_t \quad \text{משוואת ההיצע}$$

$$P_t \quad \text{- מחיר המוצר בתקופה } t$$

$$Q_t^D \quad \text{- כמות מבוקשת בתקופה } t$$

$$Q_t^S \quad \text{- כמות מוצעת בתקופה } t$$

$$Z_t \quad \text{- מחיר המוצר התחלפי בתקופה } t$$

$$Z_t \quad \text{הוא משתנה אקסוגני.}$$

א. רשום את המשוואות המצומצמות וקבע את התכונות של אומדי OLS למשוואות אלה.

ב. היעזר בשיטת ILS לאמידת הפרמטרים של המשוואה שניתן לזהות, אם התקבלו המשוואות המצומצמות הבאות :

$$\hat{Q}_t = 2 + 3Z_t$$

$$\hat{P}_t = 1 + 4Z_t$$

ג. באם ננסה לאמוד את משוואת הביקוש בשיטת TSLS :

האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשוואה של השלב הראשון? נמק.

האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשוואה של השלב השני? נמק.

ד. החוקר מנסה לאמוד את משוואת ההיצע בשיטת TSLS.

למה שווה האומדן שיתקבל ל- $\beta_1$  ?

#### שיטת IV:

(5) נתונות המשוואות הבאות :

$$1. Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Z_{1t} + \alpha_3 Z_{2t} + \varepsilon_t$$

$$2. X_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Z_{1t} + \omega_t$$

נתון כי :  $T_t$  ,  $X_t$  משתנים אנדוגניים ו-  $Z_{1t}$  ,  $Z_{2t}$  משתנים אקסוגניים.

חוו דעתכם על כל אחת מהטענות הבאות, והסבירו :

א. ניתן להשתמש ב-  $Z_{1t}$  כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 1.

ב. ניתן להשתמש ב-  $\frac{Z_{1t} + Z_{2t}}{2}$  כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 2.

ג. יתכנו מספר אומדים עקיבים שונים זה מזה ל-  $\beta_2$  במשוואה מס' 2.

ד. שימוש ב-  $Z_2$  כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 2 יניב אומדים עקיבים וגם יעילים.

ה. משתנה העזר  $Z_{1t} + Z_{2t}$  יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

ו. משתנה העזר  $3Z_{1t} + 5Z_{2t}$  יניב אותם אומדים כמו משתנה העזר בסעיף ד'.

ז. משתנה העזר  $7Z_{1t} + 5Z_{2t}$  יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

## מבחן האוזמן:

- (6) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלה לפיתוח פוליטי. לכל מדינה  $i$  נסמן ב- $Y_i$  את הרמה הנאמדת של ההכנסה, נסמן ב- $s_i$  את שיעור החיסכון במדינה  $i$  וב- $D_i$  את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה ושיעור החיסכון על איתנות הממשל דמוקרטי:  $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \beta_3 s_i + \varepsilon_i$ . אבל אתם חוששים ש- $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$ . הסבירו כיצד תשתמשו ב- $Hausman Test$  כדי לבחון את ההשערה:  $H_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$ ?

## מבחן לחוזק IV:

- (7) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאות:
- $$Y_{1i} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$
- $$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$
- כאשר:  $X_1, X_2, X_3$  הינם משתנים אקסוגנים. להלן מערכת המשוואות של הצורה המצומצמת:
- $$Y_{1i} = \pi_{11} X_{1i} + \pi_{12} X_{2i} + \pi_{13} X_{3i} + \tilde{u}_i$$
- $$Y_{2i} = \pi_{21} X_{1i} + \pi_{22} X_{2i} + \pi_{23} X_{3i} + \tilde{v}_i$$
- תארו כיצד בודקים ש- $X_{1i}$  ו- $X_{2i}$  אינם משתני עזר חלשים ל- $Y_{1i}$  במשוואה השנייה?

## תרגילים מסכמים:

(1) נתונות המשוואות הבאות:

$$1. Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Z_{1t} + \alpha_3 Z_{2t} + \alpha_4 Z_{3t} + \alpha_5 Z_{4t} + u_t$$

$$2. X_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Z_{1t} + \beta_3 Z_{2t} + \beta_4 Z_{5t} + v_t$$

נתון כי:  $\text{cov}(Z_j, u_t) = 0$  עבור  $j = 1, \dots, 5$  (כלומר ה-Z ים אקסגוניים).

א. אמידת כל אחת מהמשוואות תניב אומדים:

i. מוטים נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ii. עקיבים נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ב. משוואה 1 מזוהה בדיוק/ מזוהה ביתר/בלתי מזוהה

משוואה 2 מזוהה בדיוק/ מזוהה ביתר/ בלתי מזוהה

ג. חווה דעתך על הטענות הבאות:

i. תוך שימוש בשיטת ILS

ניתן לאמוד את משוואה 1

באופן עקיב וחד ערכי: נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ii. תוך שימוש בשיטת ILS

ניתן לאמוד את משוואה 2

באופן עקיב וחד ערכי: נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ד. משוואות הצורה המצומצמת הן:

$$Y_t = \lambda_0 + \lambda_1 Z_{1t} + \lambda_2 Z_{2t} + \lambda_3 Z_{3t} + \lambda_4 Z_{4t} + \lambda_5 Z_{5t} + \varepsilon_{1t}$$

$$X_t = \mu_0 + \mu_1 Y_t + \mu_2 Z_{2t} + \mu_3 Z_{3t} + \mu_4 Z_{4t} + \mu_5 Z_{5t} + \varepsilon_{2t}$$

נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ה. אמידת משוואות הצורה המצומצמת

ב-OLS תניב אומדים חסרי הטיה,

עקיבים ועילים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ו. להלן רשימה של משתני עזר פוטנציאליים:

i.  $Z_5$ ii.  $\frac{Z_1 + Z_5}{2}$ iii.  $2Z_1 + 3Z_2 + Z_3$ iv.  $Z_3 + Z_4$ v.  $3Z_3 + 4Z_4$ vi.  $3Z_3 + 3Z_4$ vii.  $Z_1$ 

עבור כל משתנה רשום באיזה משוואה ניתן להשתמש בו אם בכלל.

ז. איזה מבין משתני העזר הבאים יניבו את אותם האומדים עבור אותה המשוואה (תתכן יותר מתשובה אחת נכונה):

i. i-ii.

ii. iv-vi.

iii. v-vi.

iv. iv-v.

ח. האם משתנה עזר  $(Z_5)$  יניב אומדים יעילים?

ט. אם ידוע כי אין מתאם סדרתי, האם  $X_{t-1}$ ,  $Y_{t-1}$  הם אנדוגניים או אקסוגניים?

י. האם הוספה של משתנה אקסוגני נוסף למשוואה 1 תשנה את הזיהוי של משוואה 2?

יא. האם הוספה של משתנה אקסוגני נוסף למשוואה 2 תשנה את הזיהוי של משוואה 1?

יב. הנח כי הוטלו המגבלות הבאות על הפרמטרים המבניים:  $\alpha_2 = \beta_2 = 0$ . האם ניתן כעת לזהות את יתר הפרמטרים במודל?

(2) היצע העבודה של נשים נשואות היה נושא מרכזי במחקר הכלכלי.

לצורך אמידת היצע זה נבחר המודל הבא:

$$HOURS = \beta_1 + \beta_2 WAGE + \beta_3 EDUC + \beta_4 AGE + \beta_5 KIDSL6 + \beta_6 KIDS618 + \beta_7 NWIFEINC + \varepsilon$$

כאשר:

$HOURS$  - היצע העבודה בשעות.

$WAGE$  - שכר לשעה.

$EDUC$  - מספר שנות הלימוד.

$AGE$  - גיל.

$KIDSL6$  - מספר הילדים בבית מתחת לגיל 6.

$KIDS618$  - מספר הילדים בגיל 6-18.

$NWIFEINC$  - הכנסת משק הבית ממקורות שאינם בעבודתה של האישה.

א. מהם הסימנים שתצפו לקבל בכל אחד מהמקדמים?

ב. הסבירו מדוע לא ניתן לאמוד את משוואת ההיצע הנ"ל בשיטת הריבועים הפחותים.

ג. הניחו כי אנחנו משתמשים בניסיון של האישה בשוק העבודה ( $EXPER$ ) ובריבועו ( $EXPER^2$ ) כמשתני עזר למשתנה  $WAGE$ . הסבירו מדוע משתני העזר הללו עונים על הדרישות שלנו ממשתני עזר.

ד. תארו את השלבים (לא בפקודות מחשב) שתבצעו כדי לקבל את האומדים בשיטת TSLS.

(3) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאה :

$$Y_{1i} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

$$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$

כאשר  $X_1, X_2, X_3$  הינם משתנים אקסוגניים.

- א. חלצו את מערכת המשוואות המצומצמת (Reduced Form Equations) של  $Y_1$  ו-  $Y_2$  (ז"א פתרו את המערכת המבנית עבור שני המשתנים האנדוגניים  $Y_1$  ו-  $Y_2$  על מנת לקבל את הצורה המצומצמת. כתבו את המקדמים והשאריות במערכת המצומצמת למטה כפונקציות של הפרמטרים והשאריות במערכת המבנית).
- ב. הראו שבהינתן אומדים עקיבים ל-  $\pi_{11}, \dots, \pi_{23}$  ניתן למצוא אומד עקיב ל-  $\gamma$ .
- ג. האם  $\gamma$  ניתן לזיהוי כאשר  $\beta_3 = 0$ ?
- ד. אילו תנאים צריכים  $X_{1i}$  ו-  $X_{2i}$  לקיים בכדי להיות משתני עזר ל-  $Y_{1i}$  במשוואה השנייה?
- ה. תארו כיצד בודקים ש-  $X_{1i}$  ו-  $X_{2i}$  אינם משתני עזר חלשים ל-  $Y_{1i}$  במשוואה השנייה?

- (4) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלה לפיתוח פוליטי. לכל מדינה  $i$  נסמן ב-  $Y_i$  את הרמה הנאמדת של ההכנסה וב-  $D_i$  את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה על ממשל דמוקרטי:  $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$ , אבל אתם חוששים ש-  $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$ .
- א. הסבירו מדוע החשש שההכנסה מתואמת עם השגיאה במשוואה הנ"ל הגיוני?
- ב. האם אומד הריבועים הפחותים של  $\beta_2$  הינו חסר הטיה?
- ג. נסמן ב-  $S_i$  את שיעור החיסכון במדינה  $i$ . הסבירו אלו תנאים צריך משתנה עזר ( $iv$ ) לקיים. נמקו מדוע  $S_i$  מתאים או לא מתאים לשמש כמשתנה עזר.
- ד. הסבירו כיצד תשתמשו בשיטת 2SLS כדי לאמוד את  $\beta_2$ . האם האומד המתקבל עקיב?
- ה. הסבירו כיצד תשתמשו ב-  $Hausman Test$  כדי לבחון את ההשערה:  $H_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$ .

## תשובות סופיות:

$$\ln Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 \ln P_t + \alpha_2 \ln Z_t + \alpha_3 \ln INCOME_t + u_t \quad \text{א. (1)}$$

$$\ln Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 \ln P_t + \beta_2 \ln L_t + v_t$$

$$Q_t^D = Q_t^S$$

משוואת הביקוש מזוהה במדויק.

משוואת ההיצע מזוהה ביתר.

ב. פונקציית הביקוש, התוצאות מתיישבות.

ג. הכמות תרד ב-0.61173%, המחיר יעלה ב-0.453478%.

$$\hat{P} = 16.05, \hat{Q} = 9.34 \quad \text{ד.}$$

$$\hat{C}_t = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 Z_t, \hat{Y}_t = \hat{\gamma}_3 + \hat{\gamma}_4 Z_t \quad \text{א. ראו סרטון. ב. מזוהות בדיוק. ג. (2)}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\gamma}_0}{\hat{\gamma}_4} = \frac{\hat{\gamma}_3}{\hat{\gamma}_4}, \hat{\beta} = \frac{\hat{\gamma}_1}{\hat{\gamma}_4} \quad \text{ד.} \quad \hat{\alpha} = 16,264.46, \hat{\beta} = -0.09537 \quad \text{ה.}$$

א. מוטים אך עקיבים ויעילים במדגמים גדולים. (3)

$$\hat{\beta} = -0.09537, \hat{\alpha} = 16,264.47 \quad \text{ב.}$$

$$\text{BLUE}, Q_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\beta_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} \cdot Z_t + \frac{\beta_1 (u_t - v_t)}{\alpha_1 - \beta_1} + v_t \quad \text{א. (4)}$$

$$\hat{\beta}_0 = 1.25, \hat{\beta}_1 = 0.75 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. שלב ראשון: ניתן, שלב שני: לא ניתן.}$$

$$0.75 \quad \text{ד.}$$

$$\text{א. לא נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. נכון. ה. נכון. (5)}$$

$$\text{ו. נכון. ז. לא נכון.}$$

$$\text{ראו סרטון. (6)}$$

$$\text{ראו סרטון. (7)}$$

## תרגילים מסכמים:

$$\text{א. i. נכון. ii. לא נכון. (1)}$$

ב. משוואה 1: מזוהה בדיוק, משוואה 2: מזוהה ביתר.

ג. i. נכון. ii. לא נכון. ד. נכון. ה. נכון.

ו. i. 1. ii. 1. iii. 2. iv. 2. v. 2.

vii. 2. i. נכון. ii. נכון. iii. לא נכון. iv. לא נכון.

ח. כן. ט. אקסוגניים. י. לא. יא. כן.

יב. משוואה 1 מזוהה בדיוק ומשוואה 2 מזוהה ביתר.

א. מקדם wage חיובי, מקדם educ לא ניתן לדעת, מקדם age יכול להיות חיובי (2)

או שלילי, מקדם kidsl6 שלילי, מקדם kids618 חיובי, מקדם nwifeinc שלילי.

ב. ראו סרטון. ג. ראו סרטון. ד. ראו סרטון.

$$\pi_{11} = \frac{\beta_1}{1 - \delta\gamma}, \pi_{12} = \frac{\beta_2}{1 - \delta\gamma}, \pi_{13} = \frac{\beta_3\gamma}{1 - \delta\gamma} \quad \text{א. (3)}$$

$$\pi_{21} = \frac{\beta_1\delta}{1 - \delta\gamma}, \pi_{22} = \frac{\beta_2\delta}{1 - \delta\gamma}, \pi_{23} = \frac{\beta_3}{1 - \delta\gamma}$$

$$\tilde{u}_i = \frac{u_i + \gamma v_i}{1 - \delta\gamma}, \quad \tilde{v}_i = \frac{v_i + \delta u_i}{1 - \delta\gamma}$$

ב. מכיוון ש- $\gamma = \frac{\pi_{13}}{\pi_{23}}$ , ניתן לקבל אומד עקיב ל- $\gamma$  ע"י  $\hat{\gamma} = \frac{\hat{\pi}_{13}}{\hat{\pi}_{23}}$ .

ג. לא. ד. צריכים להיות מתואמים עם  $y_{1i}$  ובלתי מתואמים עם  $v_i$ .

ה. ראו סרטון.

4 א. טעות מדידה במשתנה המוסבר, משתנה מושמט, משוואות סימולטניות.

ב. לא. ג. ראו סרטון. ד. עקיב. ה. ראו סרטון.

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 6 - מודלים דינאמיים

תוכן העניינים

1. כללי ..... 57

## מודלים דינאמיים:

### רקע:

מודל דינמי הוא מודל שיש בו משתנה מוסבר בפיגור, כלומר  $Y$  היום מושפע מ- $Y$  של אתמול:  $Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 Y_{t-1} + u_t$ .

### המכפילים הדינמיים:

שלוש סוגים של השפעות בהקשר של המודל הדינמי (מכפילים):

1. מכפל לטווח קצר (מידי):

$$\text{איך } X \text{ היום משפיע על } Y \text{ היום: } \frac{\partial Y_t}{\partial X_t}$$

2. מכפל ביניים מסדר  $j$  (מכפיל דינמי):

$$\text{איך } X \text{ מלפני } j \text{ תקופות משפיע על } Y \text{ היום: } \frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}}$$

3. מכפל טווח ארוך (מצב עמיד):

$$\text{איך } X \text{ משפיע על } Y \text{ לאורך } P \text{ תקופות: } \frac{\partial Y^*}{\partial X^*}$$

כאשר  $X$  ו- $Y$  נותרים קבועים על פני הזמן (מצב עמיד):

$$Y_t = Y_{t-1} = \dots = Y_{t-p} = Y^*$$

$$X_t = X_{t-1} = \dots = X_{t-p} = X^*$$

### הקשר בין מתאם סדרתי למודלים דינמיים

המתאם הסדרתי נובע מהשמטה של דינמיות מבנית במודל. המודל המקורי היה צריך להיות מודל דינמי אך נאמד בטעות מודל סטטי. הדינמיות תבוא אז לידי ביטוי בטעויות, כלומר במתאם הסדרתי. גרסיית ההפרשים, המהווה פתרון למתאם הסדרתי, היא למעשה מודל דינמי.

לסיכום:

בכדי לפתור את בעיית המתאם הסדרתי יש לאמוד מלבד את המשתנה המוסבר בזמן  $t$  גם את המשתנה המוסבר והמסביר בזמן  $t-1$ .

המשתנה בפיגור  $Y_{t-1}$  נועד לפתור מתאם סדרתי מסדר ראשון,  $Y_{t-2}$  משמש

לפתירת מתאם סדרתי מסדר שני וכך הלאה.

בכדי לבדוק קיומו של מתאם סדרתי במודל דינמי לא נוכל לבצע מבחן DW אלא רק מבחן LM.

**השלכות על אר"פ של משתנה מוסבר בפיגור כמשתנה מסביר:**

בניגוד למשתנה מסביר רגיל  $(X)$ ,  $Y_{t-1}$  הינו משתנה מקרי. משום כך אר"פ ברגרסיה הכוללת משתנים כאלה הם מוטים (להזכירכם בהוכחת חוסר הטיה של האומדים השתמשנו בהנחה מס' 4 הגורסת כי המשתנים המסבירים אינם משתנים מקריים). בנוסף לכך העקיבות של האומדים תלויה בקיום מתאם סדרתי:

$$\hat{\beta} \rightarrow \beta + \frac{COV(Y_{t-1}, u_t)}{V(Y_{t-1})}$$

אם אין מתאם סדרתי:  $COV(Y_{t-1}, u_t) = 0 \Leftarrow$  האומד עקיב.

אם יש מתאם סדרתי:  $COV(Y_{t-1}, u_t) \neq 0 \Leftarrow$  האומד איננו עקיב.

לסיכום – ההשלכות על אר"פ:

1. האומדים מוטים ולכן ניתן לבצע בדיקת השערות רק במדגמים גדולים  $(T > 30)$ .
2. אם אין מתאם סדרתי  $\Leftarrow$  האומדים עקיבים ויעילים (ניתן לבצע בדיקת השערות במדגמים גדולים).
- אם יש מתאם סדרתי  $\Leftarrow$  האומדים אינם עקיבים ואינם יעילים (לא ניתן לבצע בדיקת השערות גם במדגמים גדולים).

## שאלות:

## חישוב מכפלים:

(1) חשבו את שלושת סוגי המכפלים של המודלים הדינמיים הבאים:

א.  $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$

ב.  $Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$

## תרגול מסכם:

(2) המודל הבא הורץ ב-SAS עם מדגם בעל 100 תצפיות:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$

א. מהפלט עולה  $DW=0.195$  לפיכך:

i. לא קיים מתאם סדרתי.

ii. קיים מתאם סדרתי והוא: \_\_\_\_\_.

iii. לא ניתן לקבוע אם המתאם הסדרתי מובהק.

ב. לפי תשובתך לסעיף א' חווה דעתך על תכונות האומדים:

i. מוטים נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת

ii. ליניאריים נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת

iii. יעילים נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת

iv. עקיבים נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת

ג. אמידה של איזו משוואה תפתור באופן מלא את הבעיה שנוצרה במודל:

i.  $Y_t = \alpha + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + u_t$

ii.  $Y_t = \alpha + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \beta_3 X_{t-2} + u_t$

iii.  $Y_t = \alpha + \beta_1 X_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$

ד. בדוק את ההשערה כי לפי מודל (3) השפעת X על Y הולכת ופוחתת עם הזמן. מצורף החלק הרלוונטי מהפלט:

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|----------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|          |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP | 1  | 0.42      | 0.06     | 7.00        | 0.000   |
| X        | 1  | 0.25      | 0.03     | 8.33        | 0.000   |
| Y1       | 1  | 0.85      | 0.05     | 17.00       | 0.000   |

ה. מהו המכפיל הדינמי בתקופה t-8?

(3) הקשר בין כמות הכסף לבין רמת האינפלציה במשק נאמד בסדרה עתית על ידי המשוואה הבאה:

$$1. \quad M_t = \alpha + \beta \cdot P_t + U_t$$

כאשר:

$M_t$  - כמות הכסף במשק בחודש  $t$ .

$P_t$  - מדד המחירים לצרכן במשק בחודש  $t$ .

משוואה (1) נאמדה בפלט מס' 1.

א. לפי מבחן על הסטטיסטי DW, נראה כי  $U_t$ :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי DW מהנתונים הקיימים.

ii. קיים מתאם סדרתי שלילי.

iii. קיים מתאם סדרתי חיובי.

iv. לא קיים מתאם סדרתי.

v. לא ניתן לקבוע אם המתאם הסדרתי מובהק.

ב. סמנו את התשובה הנכונה בהכרח:

i. האומדים ליניאריים חסרי הטיה, עקיבים אך לא יעילים.

ii. האומדים ליניאריים חסרי הטיה, עקיבים ויעילים.

iii. האומדים מוטים אך עקיבים.

iv. האומדים חסרי הטיה, אך לא עקיבים.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ג. אומד השונות מוטה ובדיקת השערות

לא תקפה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

חוקר טען כי הבעיה שנוצרה במשוואה (1) תיפתר ע"י אמידת המשוואה הבאה:

$$2. \quad M_t = \alpha_1 + \beta_1 \cdot P_t + \beta_2 \cdot M_{t-1} + \varepsilon_t$$

כאשר:

$M_{t-1}$  - כמות הכסף בשנה הקודמת.

משוואה (2) נאמדה בפלט מס' 2, כמו כן נאמדה על ידי החוקר המשוואה

המופיעה בפלט מס' 3.

ד. הרגרסיה המופיעה בפלט מס' 3 נועדה לבדיקת: \_\_\_\_\_

במשוואה: \_\_\_\_\_

על ידי מבחן: \_\_\_\_\_

גודל הסטטיסטי למבחן הינו (רשום תוצאה מספרית): \_\_\_\_\_

ה. לאור תשובתך לסעיף ד' טענת החוקר: נכונה/לא נכונה/אי אפשר לדעת

ו. האומד ל- $\beta_1$  במשוואה (2) הוא מוטה

אך עקיב: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ז. ניתן להשתמש בסטטיסטי DW לבדיקת

מתאם סדרתי במשוואה (2): נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ח. חשבו את המכפיל הדינמי לשינוי  $P$  בתקופה  $t-1$ .

ט. בדקו את הטענה כי המכפיל הדינמי לשינוי  $P$  בתקופה  $t-1$   $\left(\frac{\partial M_t}{\partial P_{t-1}}\right)$

הינו 90% מהמכפיל המיידי בטווח הקצר.

י. רשמו את השערת האפס עבור הטענה כי המכפיל בט"א שווה ל-1.

מהו המבחן הסטטיסטי המתאים לבחינת ההשערה?

### פלט מס' 1 – משוואה (1):

Dependent Variable: m

| Analysis of Variance |     |                |             |         |        |
|----------------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
| Model                | 1   | 44.03828       | 44.03828    | 5145.80 | <.0001 |
| Error                | 103 | 0.88148        | 0.00856     |         |        |
| Corrected Total      | 104 | 44.91976       |             |         |        |
| Root MSE             |     |                |             |         |        |
|                      |     | 0.09251        | R-Square    | 0.9804  |        |
| Dependent Mean       |     | 8.53854        | Adj R-Sq    | 0.9802  |        |
| Coeff Var            |     | 1.08344        |             |         |        |

#### Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|--------------------|----------------|---------|---------|
| Intercept | 1  | 1.49372            | 0.09862        | 15.15   | <.0001  |
| p         | 1  | 1.69267            | 0.02360        | 71.73   | <.0001  |

Durbin-Watson D 0.208

### פלט מס' 2 – משוואה (2):

Dependent Variable: m

| Analysis of Variance |     |                |             |         |        |
|----------------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
| Model                | 2   | 42.19946       | 21.09973    | 15988.1 | <.0001 |
| Error                | 101 | 0.13329        | 0.00132     |         |        |
| Corrected Total      | 103 | 42.33275       |             |         |        |
| Root MSE             |     |                |             |         |        |
|                      |     | 0.03633        | R-Square    | 0.9969  |        |
| Dependent Mean       |     | 8.55393        | Adj R-Sq    | 0.9968  |        |
| Coeff Var            |     | 0.42469        |             |         |        |

#### Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value | Pr >  t |
|-----------|----|--------------------|----------------|---------|---------|
| Intercept | 1  | 0.40374            | 0.06790        | 5.95    | <.0001  |
| m1        | 1  | 0.81811            | 0.03857        | 21.21   | <.0001  |
| p         | 1  | 0.28127            | 0.06633        | 4.24    | <.0001  |

$$M_t = M_{t-1}$$

## פלט מס' 3:

Dependent Variable: res Residual

$$RES = \hat{\varepsilon}_t = (2) \text{ מודל } \text{מקור } \text{מקור}$$

Analysis of Variance

| Source          | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model           | 3   | 0.00032896     | 0.00010965  | 0.08    | 0.9695 |
| Error           | 99  | 0.13173        | 0.00133     |         |        |
| Corrected Total | 102 | 0.13206        |             |         |        |

|                |            |          |         |
|----------------|------------|----------|---------|
| Root MSE       | 0.03648    | R-Square | 0.0025  |
| Dependent Mean | 0.00033853 | Adj R-Sq | -0.0277 |
| Coeff Var      | 10775      |          |         |

Parameter Estimates

| Variable  | Label     | DF | Parameter Estimate | Standard Error | t Value | Pr >  t |
|-----------|-----------|----|--------------------|----------------|---------|---------|
| Intercept | Intercept | 1  | 0.03298            | 0.08192        | 0.40    | 0.6881  |
| p         |           | 1  | 0.02640            | 0.07979        | 0.33    | 0.7415  |
| m1        |           | 1  | -0.01672           | 0.04705        | -0.36   | 0.7230  |
| res1      |           | 1  | -0.01304           | 0.11039        | -0.12   | 0.9062  |

$$RES1 = \hat{\varepsilon}_{t-1}$$

## תשובות סופיות:

1. א. מכפיל מידי:  $\frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = 0$ , מכפיל טווח ביניים:  $\frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}} = \beta_1 \beta_2^{j-1}$ , מכפיל של

$$\frac{\partial Y^*}{\partial X^*} = \beta_1 \cdot \frac{1}{1 - \beta_2} \quad \text{הטווח הארוך:}$$

ב. מכפיל מידי:  $\frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = \beta_0$ , מכפיל טווח ביניים:  $\frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}} = \beta_2^{j-1} (\beta_1 + \beta_0 \beta_2)$ ,

$$\frac{\partial Y^*}{\partial X^*} = \frac{\beta_1 + \beta_0 \beta_2}{1 - \beta_2} \quad \text{מכפיל של הטווח הארוך:}$$

2. א. ii, חיובי. ב. i, לא נכון. ג. ii, לא נכון. ד. יש עדות לכך. ה. iv, נכון.

$$\frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}} = 0.068 \quad \text{ה.}$$

3. א. iii. ב. i. ג. נכון. ד. קיום מתאם סדרתי במשוואה (2).

מבחן LM.

$$LM_{stat} = 0.2575$$

ה. נכונה. ו. נכון. ז. לא נכון. ח.  $\frac{\partial M_t}{\partial P_{t-i}} = \beta_1 \beta_2^i$ .

ט. יש עדות לכך. י. WALT,  $H_0: \beta_1 = 1 - \beta_2$ .

# מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 7 - שאלות חזרה למבחן מבוססות על תוכנת STATA

תוכן העניינים

1. כללי.....63

## שאלות חזרה למבחן מבוססות על תוכנת STATA:

### שאלות:

- 1) כדי לבדוק האם יש קשר בין שכר המורים וההוצאה לתלמיד בבי"ס ציבוריים נאמד המודל הבא:  $Pay_i = \beta_1 + \beta_2 Spend + u_i$ . כאשר pay הוא שכר המורים ו-Spend מייצג את ההוצאה לתלמיד שנמדדו בדולרים לשנה:

```
. reg pay spending
```

| Source   | SS        | df | MS         | Number of obs = | 51     |
|----------|-----------|----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 608555015 | 1  | 608555015  | F( 1, 49) =     | 112.60 |
| Residual | 264825250 | 49 | 5404596.94 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |           |    |            | R-squared =     | 0.6968 |
|          |           |    |            | Adj R-squared = | 0.6906 |
| Total    | 873380265 | 50 | 17467605.3 | Root MSE =      | 2324.8 |

| pay      | Coef.    | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|----------|----------|-----------|-------|-------|----------------------|
| spending | 3.307585 | .3117043  | 10.61 | 0.000 | 2.681192 3.933978    |
| _cons    | 12129.37 | 1197.351  | 10.13 | 0.000 | 9723.204 14535.54    |

- א. פרשו את הרגרסיה (רמז: משמעות האומדים לפרמטרים, האם התוצאות מובהקות?). האם יש הגיון כלכלי לתוצאות שהתקבלו?  
 ב. מצאו תחזית נקודתית לשכר בממוצע אם ההוצאה לתלמיד היא \$5000.  
 ג. נבדקו מדדים תיאוריים לגבי המשתנה הב"ת:

```
. su spending
```

| Variable | Obs | Mean     | Std. Dev. | Min  | Max  |
|----------|-----|----------|-----------|------|------|
| spending | 51  | 3696.608 | 1054.761  | 2297 | 8349 |

- ד. הסבירו את משמעות ההנחות הקלאסיות במונחי המשתנים.  
 ה. האם ההוצאה הממוצעת לתלמיד מסבירה הרבה משונות שכר המורים?  
 ו. מהו הפער החזוי בשכר המורים בין שני בתי ספר שהפער בהוצאה לתלמיד ביניהם הוא \$20?  
 ז. האם ניתן לומר על סמך התוצאות כי המודל מובהק? אם כן, באיזה רמת מובהקות?  
 ח. חוקר ביצע מבחן שמטרתו לבדוק האם המודל יוצא מראשית הצירים:  
 i. השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת המבחן.  
 ii. ערך t סטטיסטי לבדיקת המבחן.  
 iii. מסקנת המבחן: דוחים/לא דוחים את  $H_0$  ברמת סמך של 95%.

- ט. חוקר ביצע מבחן שמטרתו לבדוק כי עבור עליה בדולר אחד בהוצאה השנתית הממוצעת לתלמיד שכר המורים הממוצע עולה בלפחות 3 דולר:
- השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת המבחן.
  - ערך  $t$  סטטיסטי לבדיקת המבחן.
  - ערך  $t$  קריטי לבדיקת המבחן.
  - מסקנת המבחן: דוחים/לא דוחים את  $H_0$  ברמת ביטחון של 95%.
- י. חשבו רווח בר סמך לאמידת השיפוע ברמת סמך של 90%.
- יא. חוקר רצה לאמוד את המשוואה בשקלים במקום בדולרים ולכן אמד את המשוואה הבאה:  $\hat{pay}_1 = \alpha_0 + \alpha_1 spend_1$ .
- הניחו כי שער הדולר עומד על 3.5 ₪.
- מהי הפקודה ב-stata ליצירת המשתנים החדשים?
  - מה יהיה האומדן ל- $\alpha_1$ ? מה יהיה האומדן לסטיית התקן של  $\alpha_1$ ?
- על אותם הנתונים נאמדה גם המשוואה הבאה:
- $$Pay_i = \beta_0 + \beta_1 Spend + \beta_2 Spend^2 + u_i$$
- כאשר:  $spend_2 = spend^2$ .
- יב. כתוב את הפקודה ב-STATA ליצירת המשתנה החדש.
- יג. מתוצאות האמידה התקבל ש:
- $$\hat{pay}_i = 23128.44 + 1.223spend_i - 0.0000635spend_2$$
- (9.55) (10.55) (8.78)
- הערכים בסוגריים הם ערכי  $t$  סטטיסטי.
- השערת האפס לבדיקה האם יש השפעה ליניארית של ההוצאה על התשלום למורים?  $T$  סטטיסטי?
- מסקנת הבדיקה: דוחים/לא דוחים את  $H_0$ .
- יד. מהי הפקודה ב-STATA לבדיקת המתאם בין שני המשתנים הב"ת?
- טו. בהינתן תוצאות המודל כיצד נראה פרופיל השכר כפונקציה של ההוצאה על התלמיד (אין צורך בציור מדויק רק במגמה).
- טז. מהי ההוצאה לתלמיד שאחריה שכר המורים מתחיל לרדת?
- יז. התקבל מתאם של 0.97 בין שני המשתנים הב"ת. לנוכח המתאם הגבוה החוקר טען כי האומדים במשוואה (3) הם מוטים.
- הטענה נכונה/הטענה אינה נכונה.
- יח. לאור תוצאות האמידה של משוואה (3) ניתן להסיק כי האומדים של משוואה (1) הינם מוטים.
- הטענה נכונה/הטענה אינה נכונה.
- יט. הניחו כי יש הטרוסקדסטיות במשוואה (3).
- מה יהיו ההשלכות לגבי האומדים של המשוואה:
- האומדים יהיו חסרי הטיה ויעילים.
  - האומדים יהיו חסרי הטיה אך לא יעילים.
  - האומדים יהיו מוטים אך יעילים.
  - האומדים יהיו מוטים ולא יעילים.

## (2) נתונים 2 המודלים הבאים :

1.  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$

2.  $Y_t = \beta X_t + u_t$

- א. בהנחה כי  $R^2$  של המודל הראשון גבוה מזה של המודל השני, האם ניתן לומר שהמודל הראשון טוב יותר?  
הניחו כי מודל (1) הוא המודל האמיתי.
- ב. מהן תכונות האומדן לשיפוע של מודל (2)? מוטה/חסר הטיה?
- ג. האם ניתן לומר כי האומדן הינו עקיב?
- ד. חוו דעתכם על הטענה: "על סמך משפט גאוס מרקוב, ניתן להסיק כי אומדן הריבועים הפחותים של משוואה (1) הינו יעיל יותר מאומדן הריבועים הפחותים של משוואה (2)". הסבירו את תשובתכם.
- ה. חשבו את שונות האומדן.
- ו. לאיזה משני המודלים יהיה אומדן לשיפוע גבוה יותר? לראשון/לשני/לא ניתן לדעת.

## (3) על מנת לאמוד את הקשר שבין השכלה (בשנים) להכנסה (באלפי שקלים) נאמדו שני המודלים הבאים :

. reg wage educ

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = 1000   |  |  |
|----------|------------|-----|------------|------------------------|--|--|
| Model    | 7888.51144 | 1   | 7888.51144 | F( 1, 998) = 253.20    |  |  |
| Residual | 31092.9858 | 998 | 31.1552964 | Prob > F = 0.0000      |  |  |
|          |            |     |            | R-squared = 0.2024     |  |  |
|          |            |     |            | Adj R-squared = 0.2016 |  |  |
| Total    | 38981.4972 | 999 | 39.0205177 | Root MSE = 5.5817      |  |  |

| wage  | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |           |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| educ  | 1.138517  | .0715497  | 15.91 | 0.000 | .998112              | 1.278922  |
| _cons | -4.912181 | .9667875  | -5.08 | 0.000 | -6.80935             | -3.015011 |

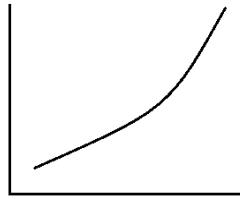
. reg lwage educ

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = 1000   |  |  |
|----------|------------|-----|------------|------------------------|--|--|
| Model    | 65.5213155 | 1   | 65.5213155 | F( 1, 998) = 272.72    |  |  |
| Residual | 239.767622 | 998 | .240248118 | Prob > F = 0.0000      |  |  |
|          |            |     |            | R-squared = 0.2146     |  |  |
|          |            |     |            | Adj R-squared = 0.2138 |  |  |
| Total    | 305.288937 | 999 | .305594532 | Root MSE = .49015      |  |  |

| lwage | Coef.    | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |          |
|-------|----------|-----------|-------|-------|----------------------|----------|
| educ  | .1037608 | .0062831  | 16.51 | 0.000 | .0914313             | .1160904 |
| _cons | .7883743 | .0848975  | 9.29  | 0.000 | .6217761             | .9549724 |

א. ידוע כי ניתן לתאר את הקשר בין שכר להשכלה על ידי הגרף הבא :



- באיזה מודל כדאי לבחור? תנו 3 נימוקים לבחירתכם.  
 ב. מהי התשובה להשכלה על סמך המודל הנבחר?  
 ג. על פי מודל (1), מהי גמישות השכר ביחס להשכלה בנקודת הממוצעים : (7,12)?  
 ד. על בסיס נתוני המדגם חושב השכר הממוצע עבור התצפיות שלהן 16 שנות השכלה.

```
. su wage if educ==16
```

| Variable | Obs | Mean     | Std. Dev. | Min  | Max   |
|----------|-----|----------|-----------|------|-------|
| wage     | 186 | 13.30328 | 7.575015  | 2.54 | 60.19 |

- הממוצע הוא 13.303.  
 שימו לב : סימן ה- "=" משמש להשוואה בין משתנים  
 (למשל :  $price\_new = price * 1.2$ ), לעומת זאת, סימן ה- "==" משמש להגדרת ערך משתנה ( $educ == 8$  if  $educ$ )).  
 i. מהי התחזית לשכר לעובד עם 16 שנות השכלה עבור כל אחד מהמודלים?  
 ii. איזה מהמודלים נותן תחזית נקודתית מדויקת יותר : המודל הראשון/המודל השני/ לא ניתן להשוות.  
 ה. איזה מודל מסביר חלק גדול יותר של השונות של המשתנה התלוי : המודל הראשון/המודל השני/ לא ניתן להשוות.  
 ו. לפי האומדים בפלט (לא לפי מבחן סטטיסטי) התשובה להשכלה חיובית בהכרח : נכון/לא נכון.  
 ז. רצו לבחון כיצד השכר מושפע גם מוותק העובד ולכן הכניסו את המשתנה :  $\log(vetec)$ . מה משמעות מקדם השיפוע של המשתנה החדש במודל הראשון ובמודל השני.  
 ח. בהתייחס למודל השני תוצאות האמידה מראות כי הן התשובה להשכלה והן גמישות הוותק אינם מובהקים. יחד עם זאת הרגרסיה עם שני המשתנים הב"ת יצאה מובהקת. כיצד ניתן להסביר זאת? האם מומלץ להשמיט את שני המשתנים ביחד מהמודל (לאמוד את השכר באמצעות משתנים אחרים)? האם מומלץ לאמוד את המודל ללא משתנה הוותק?

- (4) על מנת לבחון את פונקציית הייצור של אורז נאמד המודל הבא :
- $$\ln(PROD) = \beta_1 + \beta_2 \ln(AREA) + \beta_3 \ln(LABOR) + \beta_4 \ln(FERT) + \varepsilon_i$$
- כאשר :  
 $PROD$  - כמויות אורז מדושן (נמדד בטונות).  
 $AREA$  - גודל החלקות בהם האורז נשתל (נמדד בעשרות דונמים).  
 $LABOR$  - סה"כ ימי עבודה של עובדים ובני משפחה (של החקלאי).  
 $FERT$  - כמויות דשן בשימוש (נמדד בק"ג).  
 להלן תוצאות האמידה :

```
. reg lprod larea llabor lfert
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 352    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 226.084875 | 3   | 75.361625  | F( 3, 348) =    | 646.51 |
| Residual | 40.5653554 | 348 | .116567113 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |            |     |            | R-squared =     | 0.8479 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.8466 |
| Total    | 266.65023  | 351 | .759687266 | Root MSE =      | .34142 |

|        | lprod | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|--------|-------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|
| larea  |       | .3617359  | .0639678  | 5.65  | 0.000 | .2359237 .4875481    |
| llabor |       | .4328479  | .0668825  | 6.47  | 0.000 | .301303 .5643928     |
| lfert  |       | .2095023  | .0382654  | 5.47  | 0.000 | .1342417 .2847628    |
| _cons  |       | -1.546786 | .2556536  | -6.05 | 0.000 | -2.049607 -1.043966  |

- א. בחנו את ההשערה כי גמישות הייצור ביחס לגודל החלקות (AREA) שווה לגמישות ביחס לימי העבודה (LABOR). השתמשו ברמת מובהקות של 5%, נסחו את ההשערה בצורה פורמאלית ודווחו את התוצאות תוך שימוש בפלט הבא :

```
. test larea= llabor
```

( 1)  $larea - llabor = 0$

$F( 1, 348) = 0.34$   
 $Prob > F = 0.5592$

- ב. כתבו את הפקודות ב-STATA לאמידת הרגרסיה המוגבלת מהסעיף הקודם.  
 ג. כעת, בחנו את ההשערה המורכבת מההשערה של סעיף א' + ההשערה כי פונקציית הייצור מקיימת תק"ל ( $\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$ ), תוך שימוש בפלט הבא :

```
. gen l_pr_fe=log( prod/ fert)
. gen l_ar_la_fe=log( area* labor/fert^2)
. reg l_pr_fe l_ar_la_fe
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 352    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 51.0075377 | 1   | 51.0075377 | F( 1, 350) =    | 439.63 |
| Residual | 40.6079092 | 350 | .116022598 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |            |     |            | R-squared =     | 0.5568 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.5555 |
| Total    | 91.6154469 | 351 | .261012669 | Root MSE =      | .34062 |

|            | l_pr_fe | Coef.     | Std. Err. | t      | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|------------|---------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|
| l_ar_la_fe |         | .3940824  | .018795   | 20.97  | 0.000 | .3571172 .4310477    |
| _cons      |         | -1.402958 | .0913195  | -15.36 | 0.000 | -1.582562 -1.223354  |

- באיזה מבחן אתם משתמשים?  
 נסחו את ההשערה, את הסטטיסטי והקריטי.  
 מהי מסקנתכם?

(5) חוקרים ביקשו לאמוד את פונקציית החיסכון המצרפי במשק הישראלי. מפתח שמות משתנים :

$GDS87$  - חסכון מקומי גולמי.

$GDP87$  - תוצר מקומי גולמי.

$GC87$  - הוצאות הממשלה.

כל הנתונים הינם במיליוני ₪ במחירים קבועים של שנת 1987.

נאמדו 2 המודלים הבאים :

. reg gds87 gdp87

| Source   | SS         | df | MS         | Number of obs = 26     |  |  |
|----------|------------|----|------------|------------------------|--|--|
| Model    | 268713647  | 1  | 268713647  | F( 1, 24) = 106.04     |  |  |
| Residual | 60820138.1 | 24 | 2534172.42 | Prob > F = 0.0000      |  |  |
|          |            |    |            | R-squared = 0.8154     |  |  |
|          |            |    |            | Adj R-squared = 0.8077 |  |  |
|          |            |    |            | Root MSE = 1591.9      |  |  |
| Total    | 329533785  | 25 | 13181351.4 |                        |  |  |

| gds87 | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |           |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| gdp87 | .1852456  | .0179896  | 10.30 | 0.000 | .1481169             | .2223742  |
| _cons | -2624.027 | 1018.32   | -2.58 | 0.017 | -4725.737            | -522.3182 |

. reg gds87 gdp87 gc87

| Source   | SS         | df | MS         | Number of obs = 26     |  |  |
|----------|------------|----|------------|------------------------|--|--|
| Model    | 307085221  | 2  | 153542611  | F( 2, 23) = 157.31     |  |  |
| Residual | 22448563.7 | 23 | 976024.509 | Prob > F = 0.0000      |  |  |
|          |            |    |            | R-squared = 0.9319     |  |  |
|          |            |    |            | Adj R-squared = 0.9260 |  |  |
|          |            |    |            | Root MSE = 987.94      |  |  |
| Total    | 329533785  | 25 | 13181351.4 |                        |  |  |

| gds87 | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |           |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| gdp87 | .2955591  | .0208369  | 14.18 | 0.000 | .2524547             | .3386635  |
| gc87  | -.7784411 | .1241513  | -6.27 | 0.000 | -1.035268            | -.5216146 |
| _cons | 4217.674  | 1260.961  | 3.34  | 0.003 | 1609.177             | 6826.171  |

א. כתבו את המודל האקונומטרי שנאמד בכל אחת מהאמידות.

ב. איזה מבין שני המודלים הקודמים הייתם מעדיפים? למה?

ג. מהו ההבדל בין המשמעות של האומדן למקדם המשתנה  $GDP87$  בשני המודלים?

ד. ביחס לאומד במשוואה 2 האומד  $\hat{\alpha}_2$  במשוואה 1 יהיה :

מוטה כלפי מעלה/מוטה כלפי מטה/ חסר הטיה/לא ניתן לדעת

ה. ביחס לאומד במשוואה 3 האומד  $\hat{\alpha}_2$  במשוואה 1 יהיה :

יעיל/לא יעיל/ לא ניתן לדעת

ו. בהינתן תוצאות משוואה 1 הקורלציה בין שני המשתנים ה"ב"ת היא : חיובית/שלילית/אפס/לא ניתן לדעת

ז. החוקר החליט להוסיף משתנה המודד את הצריכה הממשלתית במיליוני

דולרים במקום בשקלים :  $GC87$  ואמד את המשוואה :

$$GDS87_t = \beta_1 + \beta_2 GDP87_t + \beta_3 GC87_t + \beta_4 GC87 + u_t \quad 3.$$

האומדים של משוואה 3 יהיו :

חסרי הטיה ויעילים/מוטים ולא יעילים/חסרי הטיה אך לא יעילים/לא מוגדרים.

ח. החוקר החליט להוסיף מדד נוסף לתוצר המקומי. כתוצאה מהוספת המדד הנוסף משתנה התוצר המקומי הפך להיות לא מובהק. כיצד ניתן להסביר זאת:

- i. מולטיקוליניאריות מלאה.
- ii. מולטיקוליניאריות חלקית.
- iii. הוספת משתנה לא רלוונטי.
- iv. השמטת משתנה רלוונטי.

ט. החוקר טען כי: "אם נוסיף משתנה נוסף לרגרסיה כלשהי אז האומדן ל- $\sigma^2$  לעולם לא יעלה". נכון/לא נכון?

י. החוקר טוען כי "אם נוסיף משתנה נוסף לרגרסיה, אז האומדן ל- $\bar{R}^2$  יעלה בהכרח". נכון/לא נכון.

6) מידע שנאסף לאחרונה על מכירות של 880 בתים בסטוקטון, קליפורניה, נמצא

בקובץ *Stockton2*.

המשתנים הם:

*PRICE* - מחיר בית בדולרים.

*SQFT* - גודל הבית (square feet).

*BEDS* - מספר חדרי שינה.

*BATHS* - מספר חדרי שירותים.

*AGE* - גיל הבית.

*STORIES* - הקומה של הבית.

*VACANT* - משתנה דמי המקבל 1 אם הבית היה פנוי בזמן מכירתו ו-0 אחרת.

להלן תוצאות אמידה המתבססת על המשתנים הנ"ל:

```
. gen price1000= price/1000
. gen lprice1000=ln( price1000)
. gen sqft100= sqft/100
. reg lprice1000 sqft100 age beds baths stories vacant
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 880    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 92.5168833 | 6   | 15.4194805 | F( 6, 873) =    | 420.24 |
| Residual | 32.0322735 | 873 | .03669218  | Prob > F =      | 0.0000 |
| Total    | 124.549157 | 879 | .141694149 | R-squared =     | 0.7428 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.7410 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | .19155 |

| lprice1000 | Coef.     | Std. Err. | t      | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|
| sqft100    | .0637441  | .0020353  | 31.32  | 0.000 | .0597495 .0677387    |
| age        | -.0024514 | .000366   | -6.70  | 0.000 | -.0031698 -.0017331  |
| beds       | -.0848595 | .0133702  | -6.35  | 0.000 | -.1111011 -.058618   |
| baths      | .0089069  | .0181165  | 0.49   | 0.623 | -.02665 .0444638     |
| stories    | -.0182728 | .0219074  | -0.83  | 0.404 | -.06127 .0247245     |
| vacant     | -.0803092 | .0132448  | -6.06  | 0.000 | -.1063045 -.0543138  |
| _cons      | 3.994605  | .037782   | 105.73 | 0.000 | 3.920451 4.068759    |

א. מהי משוואת הרגרסיה שנאמדה?

ב. פרשו את תוצאות האמידה. דונו בסימנים ובמשמעויות של כל אחד מהמשתנים.

ג. מה ההבדל במחיר הממוצע בין בית פנוי בזמן מכירתו לבין בית המאוכלס בזמן מכירתו?

- ד. חוקר אחר הגדיר את משתנה VACANT = משתנה דמי המקבל 1 אם הבית היה מאוכלס בזמן מכירתו ו-0 אחרת.  
האם יש צורך לחשב מחדש את משוואת הרגרסיה? כן/לא.
- ה. נניח כי רצו לתרגם את תוצאות המודל מ-sqft למטרים מרובעים.  
יחידה אחת של sqft שווה ל-0.093 מטר רבוע. מה יהיה הערך של  $\beta_1$  במודל החדש? מה יהיה ערך t סטטיסטי לדחיית  $H_0$  של המשתנה החדש?
- ו. מה הפער החזוי בין מחיר של בגודל 130 מטר בת 15 שנה לבין דירה בגודל 115 מטר בת 20 שנה, בהינתן שכל שאר המשתנים נותרים קבועים?
- ז. מהי רמת הסמך הנמוכה ביותר עבורה ניתן לדחות את הטענה כי  $\beta_5 = 0$ ?
- ח. החוקר החליט לאמוד את המשוואה ללא משתנה VACANT כמשתנה מסביר. להלן תוצאות האמידה:

```
. reg lprice1000 sqft100 age beds baths stories
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 880    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 91.1678763 | 5   | 18.2335753 | F( 5, 874) =    | 477.40 |
| Residual | 33.3812805 | 874 | .038193685 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |            |     |            | R-squared =     | 0.7320 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.7304 |
| Total    | 124.549157 | 879 | .141694149 | Root MSE =      | .19543 |

| lprice1000 | Coef.     | Std. Err. | t      | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|
| sqft100    | .0654365  | .0020569  | 31.81  | 0.000 | .0613995 .0694734    |
| age        | -.0021886 | .0003708  | -5.90  | 0.000 | -.0029163 -.0014608  |
| beds       | -.0823237 | .0136344  | -6.04  | 0.000 | -.1090837 -.0555638  |
| baths      | .0062791  | .0184781  | 0.34   | 0.734 | -.0299876 .0425459   |
| stories    | -.0260982 | .0223123  | -1.17  | 0.242 | -.0698901 .0176938   |
| _cons      | 3.925237  | .0367376  | 106.85 | 0.000 | 3.853132 3.997341    |

- כיצד השמטת המשתנה השפיעה על משוואת הרגרסיה ועל מקדמיה?
- ט. בנוסף אמדו על בסיס המדגם הנוכחי את שתי הרגרסיות הבאות:

```
. reg lprice1000 sqft100 age beds baths stories if vacant==0
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 415    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 50.040644  | 5   | 10.0081288 | F( 5, 409) =    | 233.63 |
| Residual | 17.5202976 | 409 | .042836913 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |            |     |            | R-squared =     | 0.7407 |
| Total    | 67.5609416 | 414 | .16319068  | Adj R-squared = | 0.7375 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | .20697 |

| lprice1000 | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|
| sqft100    | .0684748  | .0030057  | 22.78 | 0.000 | .0625662 .0743833    |
| age        | -.001996  | .0005387  | -3.70 | 0.000 | -.003055 -.000937    |
| beds       | -.0977677 | .019958   | -4.90 | 0.000 | -.1370009 -.0585346  |
| baths      | .0193179  | .0251737  | 0.77  | 0.443 | -.030168 .0688038    |
| stories    | -.0654738 | .033737   | -1.94 | 0.053 | -.1317933 .0008457   |
| _cons      | 3.979725  | .0554426  | 71.78 | 0.000 | 3.870737 4.088713    |

```
. reg lprice1000 sqft100 age beds baths stories if vacant==1
```

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 465    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 37.2518359 | 5   | 7.45036717 | F( 5, 459) =    | 242.82 |
| Residual | 14.0830841 | 459 | .030682101 | Prob > F =      | 0.0000 |
|          |            |     |            | R-squared =     | 0.7257 |
| Total    | 51.33492   | 464 | .110635603 | Adj R-squared = | 0.7227 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | .17516 |

| lprice1000 | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|
| sqft100    | .0593134  | .0027696  | 21.42 | 0.000 | .0538708 .0647561    |
| age        | -.0028851 | .0004996  | -5.78 | 0.000 | -.0038668 -.0019034  |
| beds       | -.0678451 | .0178018  | -3.81 | 0.000 | -.1028283 -.0328619  |
| baths      | -.0103401 | .026461   | -0.39 | 0.696 | -.0623399 .0416596   |
| stories    | .0265265  | .0284661  | 0.93  | 0.352 | -.0294135 .0824665   |
| _cons      | 3.924588  | .0472086  | 83.13 | 0.000 | 3.831817 4.01736     |

השוו את תוצאות האמידה של שתי הרגרסיות הנ"ל.  
 י. ערכו מבחן Chow לבדיקת שקילות (יציבות) המקדמים בשתי הרגרסיות מהסעיף הקודם.

(7) חוקר מעוניין ללמוד על הקשר בין הכנסה של משפחה לבין מספר שנות הלימוד של הבעל, מספר שנות הלימוד של האישה והימצאות ילדים קטנים בבית. להלן מפתח שמות המשתנים:

FAMINC - הכנסת המשפחה (דולרים בשנה).

HEDU - מספר שנות הלימוד של הבעל.

WEDU - מספר שנות הלימוד של האישה

$$KID6 = \begin{cases} 1 & \text{אם יש ילדים מתחת לגיל 6} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

הוא אמד שלוש רגרסיות וקיבל את התוצאות הבאות:

./ Table 1

. reg faminc Heduc Weduc k16

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 428    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 1.4725e+11 | 3   | 4.9082e+10 | F( 3, 424) =    | 30.43  |
| Residual | 6.8384e+11 | 424 | 1.6128e+09 | Prob > F =      | 0.0000 |
| Total    | 8.3109e+11 | 427 | 1.9463e+09 | R-squared =     | 0.1772 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.1714 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | 40160  |

| faminc | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval]    |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------------------------|
| Heduc  | 3211.526  | 796.7026  | 4.03  | 0.000 | 1645.547 4777.504       |
| Weduc  | 4776.907  | 1061.164  | 4.50  | 0.000 | 2691.111 6862.704       |
| k16    | -14310.92 | xxxxxxx   | xxxxx | xxxx  | xxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxx |
| _cons  | -7755.331 | 11162.93  | -0.69 | 0.488 | -29696.91 14186.25      |

./ Table 2

. reg faminc Heduc Weduc

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 428    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 1.3405e+11 | 2   | 6.7027e+10 | F( 2, 425) =    | 40.87  |
| Residual | 6.9703e+11 | 425 | 1.6401e+09 | Prob > F =      | 0.0000 |
| Total    | 8.3109e+11 | 427 | 1.9463e+09 | R-squared =     | 0.1613 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.1574 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | 40498  |

| faminc | Coef.     | Std. Err. | t     | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|
| Heduc  | 3131.509  | 802.908   | 3.90  | 0.000 | 1553.344 4709.674    |
| Weduc  | 4522.641  | 1066.327  | 4.24  | 0.000 | 2426.711 6618.572    |
| _cons  | -5533.631 | 11229.53  | -0.49 | 0.622 | -27605.97 16538.71   |

./ Table 3

. reg faminc Heduc

| Source   | SS         | df  | MS         | Number of obs = | 428    |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model    | 1.0455e+11 | 1   | 1.0455e+11 | F( 1, 426) =    | 61.30  |
| Residual | 7.2654e+11 | 426 | 1.7055e+09 | Prob > F =      | 0.0000 |
| Total    | 8.3109e+11 | 427 | 1.9463e+09 | R-squared =     | 0.1258 |
|          |            |     |            | Adj R-squared = | 0.1237 |
|          |            |     |            | Root MSE =      | 41297  |

| faminc | Coef.    | Std. Err. | t    | P> t  | [95% Conf. Interval] |
|--------|----------|-----------|------|-------|----------------------|
| Heduc  | 5155.484 | 658.4573  | 7.83 | 0.000 | 3861.254 6449.713    |
| _cons  | 26191.27 | 8541.108  | 3.07 | 0.002 | 9403.308 42979.23    |

- א. פרשו את משמעויות המקדמים ברגרסיה בטבלה הראשונה, התייחסו למובהקות המקדמים (אין צורך בבדיקה פורמאלית של מובהקות).
- ב. התקבל כי ממוצע משתנה  $KL6$  במדגם הוא 0.432. מה משמעות נתון זה?
- ג. חשבו את סטית התקן הנאמדת של אומד הריבועים הפחותים ל- $\beta_{KL6}$  מהמודל הנאמד בטבלה הראשונה. הראו את החישובים שלכם ואת הנוסחאות עליהן אתם מתבססים.
- רמז: השתמשו באינפורמציה שניתן לבדוק מובהקות המקדם הנ"ל ביותר מדרך אחת.
- ד. הסבירו את הסיבה להבדל המשמעותי בין אומדני  $\beta_{HEDU}$  בשלוש הטבלאות? איך אפשר להסביר את העדר השוני (כמעט העדר שוני) באומדני  $\beta_{HEDU}$  ו- $\beta_{WEDU}$  בטבלה הראשונה והשנייה?
- (8) הורצו 2 רגרסיות על מדגם בן 400 תצפיות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$1. \hat{CM}_i = 263.6416 - 0.0056 \cdot PGNP_i - 2.2316 \cdot FLR_i$$

$$(s.e) \quad (11.5932) \quad (0.0019) \quad (0.2099) \quad R^2 = 0.7077$$

$$2. \hat{CM}_i = 168.3067 - 0.0055 \cdot PGNP_i - 1.768 \cdot FLR_i + 12.8686 \cdot TFR_i$$

$$(s.e) \quad (11.5932) \quad (0.0019) \quad (0.2099) \quad (?) \quad R^2 = 0.7474$$

כאשר:

$CM = \text{Child Mortality}$  - מס' מקרי המוות של ילדים מתחת לגיל 5 לכל 1000 לידות חיים.

$PGNP = \text{Per Capita GNP}$  - תוצר לנפש במחירים קבועים בדולרים.

$FLR = \text{Female Literacy Rate}$  - אחוז נשים שיודעות לקרוא ולכתוב.

$TFR = \text{Total Fertility Rate}$  - מס' הלידות הממוצע לאישה במדינה. הנתונים הם עבור 64 מדינות.

- א. כיצד ניתן לפרש את המקדם למשתנה  $TFR$ ? אפריורית, האם תצפו לקשר חיובי/שלילי בין  $CM$  ל- $TFR$ ? הסבירו.
- ב. האם ערכי המקדמים של המשתנים  $PGNP, FLR$  מרגרסיה 1 שונים מאלו ברגרסיה 2? אם כן, מה יכולה להיות הסיבה/ות לשינוי זה?
- ג. חוו דעתכם על הטענה הבאה: "כיוון ש  $FLR$  ו- $TFR$  כל כך מתואמים אין לשים אותם באותה הרגרסיה".
- ד. באיזה מודל תבחרו מבין השניים? באיזה מבחן סטטיסטי יש להשתמש כדי לענות על שאלה זו? הראו חישובכם. (רמז: הביעו את הסטטיסטי של מבחן  $F$  במונחי  $R^2$ ).
- ה. האם תוכלו לחשב את סטיית התקן הנאמדת של המקדם למשתנה  $TFR$ ? (רמז: היזכרו בקשר בין התפלגות  $T$  להתפלגות  $F$ ).

- ו. האם ניתן להשוות את מקדם ההסבר של שתי הרגרסיות? האם ניתן להשוות את מקדם ההסבר המתוקנן? אם כן, השוו ודווחו על התוצאות.
- ז. ענו על השאלות התיאורטיות הבאות:
  - i. איזה מן הגורמים הבאים יכול לגרום לכך שאומדי OLS יהיו מוטים:
    1. הטרוסקדסטיות.
    2. השמטת משתנה מסביר רלוונטי.
    3. מקדם מתאם גבוה מאוד בין שני משתנים מסבירים במודל.
  - ii. איזה מהגורמים הנ"ל יכול לגרום לכך שסטטיסטי t של OLS לא יהיה תקף?
    - iii. התייחסו לטענה הבאה: "אם האומדים הינם עקיבים הם יהיו בהכרח גם חסרי הטיה". נכון/לא נכון.
    - iv. אם נתון ש-u לא מתפלג נורמאלית אז אמידת המשוואה בשיטת OLS תניב אומדים שאינם עקיבים. נכון/לא נכון.

9) חוקרת רצתה לבדוק עונתיות במחירי הירקות. לשם כך הגדירה את משתני הדמי הבאים:

- $D_1$  יקבל את הערך 1 אם מדובר באביב ו-0 אחרת.
  - $D_2$  יקבל את הערך 1 אם מדובר בקיץ ו-0 אחרת.
  - $D_3$  יקבל את הערך 1 אם מדובר בסתיו ו-0 אחרת.
  - $D_4$  יקבל את הערך 1 אם מדובר בחורף ו-0 אחרת.
- כאשר:

$V_t$  - מדד מחירי הירקות.

$p_t$  - מדד המחירים לצרכן.

לשם כך אמדה את הרגרסיה הבאה על פני 30 שנה:

$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \alpha_4 \cdot P_t + u_t$$

א. מדוע לא הכניסה החוקרת למשוואת הרגרסיה את משתנה  $D_4$ ?

תוצאות האמידה שהתקבלו הן:

$$V_t = 1379.11 + 99.18 D_{1t} + 2209.47 D_{2t} - 476.56 D_{3t} + 489.92 \cdot P_t, \quad R^2 = 0.0844$$

נאמדה בנוסף גם המשוואה הבאה:  $V_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot P_t + \varepsilon_t$ .

$$V_t = 11114.14 + 536.36 \cdot P_t, \quad R^2 = 0.0670$$

תוצאות האמידה שהתקבלו:

ב. על סמך התוצאות שהתקבלו, דרגו את העונות לפי רמת המחיר הבסיסית שלהן. הציגו לכל עונה את המיקום שלה ואת רמת המחיר הבסיסית כפי שבא לידי ביטוי במודל.

ג. בדקו את ההשערה כי עונתיות לא משפיע על מחיר הירקות.

ד. כתבו את ההשערות הבאות:

- i. מדד מחירי הירקות זהה בחורף ובאביב.
- ii. מדד מחירי הירקות גבוה בקיץ מאשר בחורף ביותר מ-600.

ה. האם יש הבדל בין עונות השנה בתוספת למחיר הירקות בגין המחיר לצרכן (בהנחה שהמחיר ההתחלתי של הירקות זהה בין עונות השנה)?

**10** חוקר רצה לבדוק את הטענה שסוג הכביש משפיע על מס' תאונות הדרכים בקטעי כביש בינעירוניים, בהינתן נפח התנועה. החוקר בדק האם הפונקציה של מס' התאונות בהינתן נפח התנועה, שונה בין כבישים מהירים לבין כבישים שאינם מהירים. לשם כך אמד החוקר את המשוואות הבאות:

$$1. \quad NUM_t = \gamma_3 + \delta_3 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{3t}$$

$$2. \quad NUM_t = \alpha + \beta_1 \times TYPE_t + \beta_2 \times AVGD_t + \beta_3 \times (AVGD \times TYPE)_t + U_t$$

כאשר:

$NUM_t$  - מס' תאונות הדרכים הקטלניות בקטע כביש  $t$  בשנה.

$AVGD_t$  - נפח התנועה בקטע כביש  $t$  ליום באלפים.

$TYPE_t$  - משתנה דמי המקבל את הערך 1 כאשר הכביש מהיר, ו-0 כאשר הכביש לא מהיר.

תוצאות אמידת המשוואות מוצגות להלן:

$$1. \quad NUM_t = 0.739 + 0.0233 \cdot AVGD_t$$

$$2. \quad NUM_t = 0.14978 + 1.40311 \cdot TYPE_t + 0.002877 \cdot AVGD_t - 0.008 \cdot (AVGD \cdot TYPE)_t$$

$$1. \quad ESS = 20963, \quad Pt_{\hat{\alpha}} = 0.0019; Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$$

$$2. \quad ESS = 20759, \quad Pt_{\hat{\alpha}} = 0.6534; Pt_{\hat{\beta}_1} = 0.0067; Pt_{\hat{\beta}_2} = 0.0001; Pt_{\hat{\beta}_3} = 0.1283$$

א. בדקו את טענת החוקר.

ב. מהו האומדן הנקודתי למס' התאונות בכביש מהיר כאשר נפח התנועה עומד על 4 אלפי מכוניות ליום בקטע הכביש האמור?

ג. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ד. הרגרסיה המוגבלת "תחת  $H_0$ " למבחן F (WALD) הינה:

$$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + \gamma_3 Z_3 + \gamma_4 Z_4 + v$$

כאשר:

$$Z_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

**11** ברשותכם נתונים על מחירי ארוחת ביג מק במסעדות מקדונלדס ברחבי הארץ ב-1/1/2008 וב-1/1/2009. חלק מהחנויות מנוהלות ע"י הרשת והשאר מנוהלות ע"י זכיינים. אתם מעוניינים לבדוק את השפעתה של פסיקת בית משפט מ-7/2008 אשר מאפשרת לרשת לקבוע מחיר מקסימום עבור מוצרים הנמכרים בחנויות המנוהלות ע"י זכיינים.

לפניך הנתונים הבאים:

Price - מחיר ארוחת ביג-מק.

$$D_{2009} = \begin{cases} 0 & \text{year} = 2008 \\ 1 & \text{year} = 2009 \end{cases}$$

$$D_{Franchise} = \begin{cases} 0 & \text{חנות רשת} \\ 1 & \text{חנות זכיון} \end{cases}$$

נתון המודל הבא המתאר את המחיר:

$$Price_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2009} + \beta_3 D_{Franchise} + \beta_4 D_{2009} * D_{Franchise} + \varepsilon_i$$

א. מה המקדם שמגלם את הפרש השכר הצפוי בין חנות רשת לחנות זכיון כשכל יתר המשתנים מוחזקים קבוע?

ב. נסחו את  $H_0$  ו- $H_1$  לבדיקת ההשערות הבאות:

- i. מחיר ארוחת ביג מק ב-2008 היה זהה בחנויות המנוהלות ע"י הרשת ובחנויות המנוהלות ע"י זכיינים.
- ii. פסיקת בית המשפט שינתה את פער המחירים בין חנויות המנוהלות ע"י הרשת לבין חנויות המנוהלות ע"י זכיינים בין השנים 2008 ו-2009.
- ג. הגדירו את משתנה האינטראקציה על ידי הגדרת 4 הקבוצות הבאות:

$D_1$  - רשת לפני 2009.

$D_2$  - רשת אחרי 2009.

$D_3$  - זכיון לפני 2009.

$D_4$  - זכיון אחרי 2009.

i. מהי הפקודה הרלוונטיות ב-STATA ליצירת  $D_1$ ?

ii. כמה ממשתני הדמי יש להכניס לתוך הרגרסיה?

iii. כתבו את משוואת הרגרסיה.

iv. נסחו שוב את ההשערות של סעיף א'.

v. חוקר טוען כי התוצאות שהתקבלו בבדיקת ההשערות על ידי הגדרת משתני הדמי בשני האופנים יהיו זהות. נכון/לא נכון.

**12) היצע העבודה של נשים נשואות היה נושא מרכזי במחקר הכלכלי.**

לצורך אמידת היצע זה נבחר המודל הבא :

$$HOURS_i = \beta_1 + \beta_2 WAGE_i + \beta_3 EDUC_i + \beta_4 AGE_i + \beta_5 KIDSL6 + \beta_6 KIDS618 + \beta_7 NWIFEINC_i + u_i$$

כאשר :

$HOURS$  - היצע העבודה בשעות.

$WAGE$  - שכר לשעה.

$EDUC$  - מספר שנות הלימוד.

$AGE$  - גיל.

$KIDSL6$  - מספר הילדים בבית מתחת לגיל 6.

$KIDS618$  - מספר הילדים בגילאים 6-18.

$NWIFEINC$  - הכנסת משק הבית ממקורות שאינם מעבודתה של האישה.

א. מהם הסימנים שתצפו לקבל בכל אחד מהמקדמים?

ב. הסבירו מדוע לא ניתן לאמוד את משוואת ההיצע הנ"ל בשיטת

הריבועים הפחותים. איזה מתכונות אר"פ עלולות להיפגע?

ג. אם כתוצאה מאמידת המשוואה בשיטת OLS התקבל כי  $\hat{\beta}_2 > 0$ , האם

ניתן להסיק כי  $cov(wage_i, hours_i) > 0$  במדגם?

ד. החוקר טען שכדאי להשמיט את משתנה ה- $wage$  בשל היותו מתואם עם

הטעויות במודל. לטענתו, השמטתו תאפשר לאמוד את המשוואה ב-OLS

ולקבל אומדים חסרי הטיה. חוו דעתכם על טענתו.

ה. הניחו כי אנחנו משתמשים בניסיון של האישה בשוק העבודה ( $EXPER$ )

ובריבועו ( $EXPER^2$ ) כמשתני עזר למשתנה  $WAGE$ . הסבירו מדוע משתני

העזר הללו עונים על הדרישות שלנו ממשתני עזר וכיצד ניתן לבדוק זאת.

ו. האם ניתן לאמוד את משוואת ההיצע על ידי שימוש במשתני העזר הנ"ל?

הסבירו.

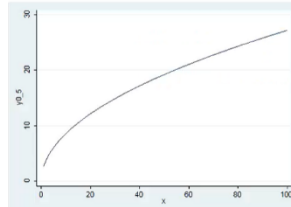
ז. תארו את השלבים (לא בפקודות מחשב) שתבצעו כדי לקבל את

האומדים בשיטת TSLS.

ח. כתבו את פקודת המחשב לביצוע TSLS ב-STATA.

## תשובות סופיות:

- (1) א. משמעות: ראו סרטון, תוצאות: מובהקות, היגיון כלכלי: יש.  
 ב.  $\hat{p}ay = 28,666.87$  . ג.  $\hat{p}ay = 24,355.9$  . ד. ראו סרטון.  
 ה. כן. ו. 66.15 . ז. כן,  $p_v = 0.00$  .  
 ח. i.  $H_0: \beta_1 = 0$  . ii.  $t = 10.13$  . iii. דוחים.  
 ט. i.  $H_0: \beta_2 = 3$  . ii.  $t = 0.98$  . iii.  $t_{(0.05,48)} = 2$  . iv. לא דוחים.  
 י.  $(2.90 < \beta_2 < 3.71)$  . יא. i.  $gen\ pay_1 = pay * 3.5$  . ii. אין שינוי.  
 יב.  $gen\ spend_2 = spend * spend$  . יג.  $t = -8.78$  ,  $H_0: \beta_2 = 0$  , דוחים.  
 יד.  $Corr\ spend\ spend_2$  . טו.  $X^* = 9,629.92$  . טז.



- (2) יז. אינה נכונה. יח. נכונה. יט. ii. ד. ראו סרטון.  
 א. לא ניתן להשוות. ב. מוטה. ג. לא.  
 ה.  $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$  . ו. לשני.  
 (3) א. במודל השני. ב. ראו סרטון. ג.  $\eta_{y,x} = 1.95$  .  
 ד. i.  $WAGE_F = 11.571$  ,  $WAGE = 13.304$  . ii. המודל הראשון.  
 ה. לא ניתן להשוות. ו. לא נכון. ז. ראו סרטון.  
 ח. לא מומלץ.  
 (4) א. מבחן WALT:  $prob(F - ST) = 0.5592 > 0.05$  , לא דוחים.  
 ב.  $Gen\ Z_1 = \ln(AREA) + \ln(LABOR)$  .  
 ג.  $Reg\ \ln(PROD)Z_1\ln(FERT)$  .  
 ד. מבחן F.  
 השערה:  $H_0: \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1, \beta_2 = \beta_3 \Leftrightarrow \beta_4 = 1 - 2\beta_2, \beta_2 = \beta_3$  .  
 $H_1: else$  .  
 סטטיסטי:  $F - st = 0.1825$  .  
 (5) א. המודל הראשון:  $GDS87_t = \alpha_1 + \alpha_2 GDP87_t + \varepsilon_t$  .  
 המודל השני:  $GDS87_t = \beta_1 + \beta_2 GDP87_t + \beta_3 GC87_t + u_t$  .  
 ב. המודל השני. ג. ראו סרטון. ד. מוטה כלפי מטה.

- ה. לא יעיל. ו. שלילית. ז. לא מוגדרים.  
ח. ii. ט. לא נכון. י. לא ניתן לדעת.  
א. (6)

$$\ln(PRICE1000) = \beta_0 + \beta_1 sqft100 + \beta_2 age + \beta_3 beds + \beta_4 baths + \beta_5 stories + \beta_6 vacant + \varepsilon_i$$

- ב. ראו סרטון. ג.  $e^{-0.080309} = 0.9228$ . ד. לא.  
ה.  $\frac{sqft}{0.093} = sqft1$ ,  $t$  לא ישתנה. ו. 0.957. ז. 0.404.  
ח. ראו סרטון. ט. ראו סרטון. י. ראו סרטון.  
א. ראו סרטון. ב. פרופורציה. ג.  $se(\hat{\beta}_{KL6}) = 5003.818$ . ד. ראו סרטון.  
(7)

- א. ראו סרטון, חיובי. ב. שונים, מולטיקולינאריות. ג. ראו סרטון.  
ד. השני, מבחן F. ה. כן. ו. מקדם ההסבר: אין טעם להשוות,  
מקדם ההסבר המתוקן: כן. ז. i. 2. ii. 1 ו-2.  
iii. לא נכון. iv. ראו סרטון.  
(8)

- א. הייתה נוצרת מולטיקולינאריות מלאה.  
ב. סתיו (902.58), חורף (1379.11), אביב (1478.29) וקיץ (3588.58).  
(9)

- ג. אין עדות. ד. i.  $H_0: \alpha_1 = 0$ . ii.  $H_0: \alpha_2 = 600$ .  
iii.  $H_0: \alpha_1 \neq 0$ . iv.  $H_0: \alpha_2 > 600$ .  
ה. לא ניתן לבדוק.

- א. ראו סרטון. ב.  $NUM_t = 1.532398$ . ג.  $H_0: \beta_2 + \beta_3 = 2 \cdot \beta_2$ .  
ד.  $H_0: \beta_3 = \beta_2$ .  
(10)

$$Z_0 = NUM_t$$

$$Z_1 = TYPE_t$$

$$Z_2 = (AVGD_t + AVGD \cdot TYPE)_t$$

$$Z_4 = 0$$

- א.  $\beta_3: D_{franchise}$ . ב. i.  $H_0: \beta_3 = 0$ . ii.  $H_0: \beta_4 = 0$ .  
iii.  $H_1: \beta_4 \neq 0$ . iv.  $H_1: \beta_3 \neq 0$ .  
(11)

$$genD_1 = 1 \text{ if } D_{franchise} = 0 \text{ and } D_{2009} = 0$$

$$replace D_1 = 0 \text{ if } D_1 =$$

$$Price = \alpha_1 + \alpha_2 D_1 + \alpha_3 D_2 + \alpha_4 D_3 + u_i$$

- ii. 3. iii.  $H_0: \alpha_3 - \alpha_2 - \alpha_4 = 0$ . iv.  $H_0: \alpha_2 - \alpha_4 = 0$ .  
v. נכון. vi.  $H_1: \alpha_3 - \alpha_2 - \alpha_4 \neq 0$ . vii.  $H_1: \alpha_2 - \alpha_4 \neq 0$ .  
(12)

- א.  $wage$  חיובי,  $educ$  לא ניתן לדעת,  $age$  חיובי או שלילי תלוי במדגם,  $kidsl6$  שלילי,

- $kids618$  חיובי,  $nwifeinc$  שלילי. ב. ראו סרטון.  
ג. לא. ד. שגויה. ה. ראו סרטון.  
ו. כן. ז. ראו סרטון.  
ח.

$$. Ivreg HOURS EDUC AGE KIDSL6 KIDSS618 NWIFEINC (WAGE = EXPER, EXPER^2)$$