לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה



תוכן העניינים

1. הקדמה מתמטית לקורס 1
2. מבוא 7
3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר 15
4. וקטורים 38
5. נפילה חופשית וזריקה אנכית 59
6. קינמטיקה - תנועה במישור 67
7. תרגילים לחזרה עד לחלק זה 74
8. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון) 76
9. עבודה ואנרגיה 110
10. תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל 127
11. תנועה מעגלית 134
12. תנועה הרמונית 146
13. גלים 160
14. מבוא למבנה החומר ..... (ללא ספר)
15. הכוח החשמלי- חוק קולון 180
16. השדה החשמלי 184
17. חוק גאוס ברמה איכותית בלבד 188
18. תנועה בשדה חשמלי אחיד 191
19. השדה המגנטי 193
20. חוק אמפר 196
21. הכוח המגנטי (חוק לורנץ) 197
22. גרעין האטום, אנרגיית הגרעין ורדיואקטיביות 204
23. הידרוסטטיקה והידרודינמיקה - ..... (ללא ספר)

תוכן העניינים

24. טמפרטורה התפשטות תרמית וחוק הגז האידיאלי 212
25. התיאוריה הקינטית של הגזים 216
26. חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה 218
27. החוק השני של התרמודינמיקה 240

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

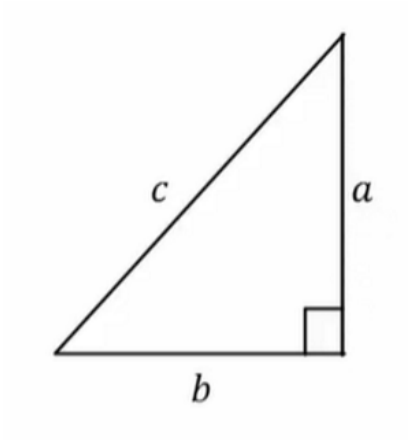
תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות 1
2. 1.משוואת הקו הישר 5
3. 2.הפרבולה 6

פונקציות טריגונומטריות:

רקע

במשולש ישר זווית:



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$	$90^\circ-\alpha$
$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$	$90^\circ+\alpha$
$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$	$180^\circ-\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$	2α
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\alpha\pm\beta$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית \הפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

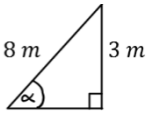
לא מוגדר	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\tan\alpha$

שאלות:

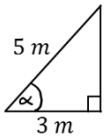
1) חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

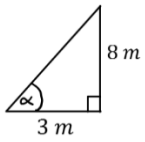
א.



ב.



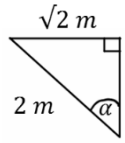
ג.



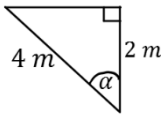
2) משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

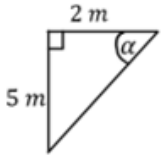
א.



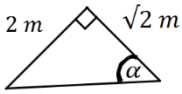
ב.



ג.



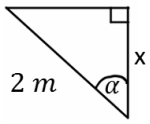
ד.



3) מציאת ניצבים

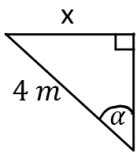
חשב את x במקרים הבאים:

א.



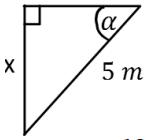
$\alpha = 30^0$

ב.



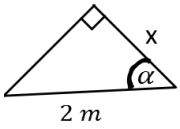
$\alpha = 45^0$

ג.



$\alpha = 60^0$

ד.



$\alpha = 40^0$

תשובות סופיות:

1) א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

2) א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

משוואת הקו הישר:

רקע:

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

m - שיפוע

n - נקודת חיתוך עם ציר ה- y.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

שאלות:

1) משוואת הישר משתי נקודות

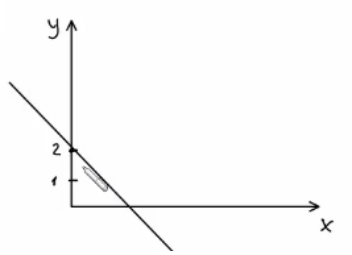
א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1,3),(4,-2)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

תשובות סופיות:

1) א. $y = -x + 2$

ב.



הפרבולה:

רקע:

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שאלות:

1) נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

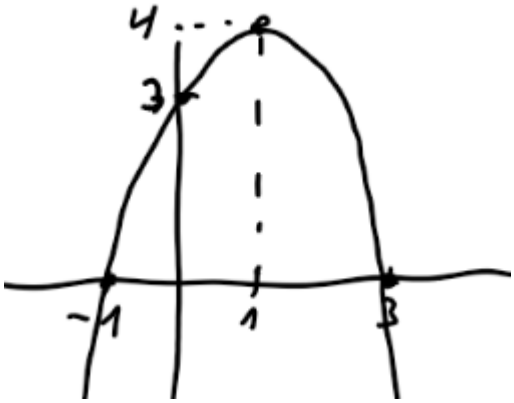
א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

תשובות סופיות:

1) א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.



לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 2 - מבוא

תוכן העניינים

1. צורת כתיבה ורמת דיוק ..... (ללא ספר)
2. יחידות פיזיקאליות 7
3. מעברים בין יחידות 8
4. צפיפות 10
5. הערכת סדרי גודל 12
6. תרגילים 13

יחידות פיזיקאליות:

רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$
$$a^b a^c = a^{b+c}$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

שאלות:

1) תרגיל

נתון: $D = 2\frac{kg}{m}$, $C = 1\frac{kg}{sec}$, $B = 3m^2$, $A = 2m \cdot sec$.

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

תשובות סופיות:

1) א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66\frac{kg}{m}$ ג. $4m^2$

מעברים בין יחידות:

נוסחאות:

קילו (k) זה 1000 : $1km=1000m\ ;\ 1kg=1000gr$

מילי (m) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm=\frac{1}{1000}m$, ומיליגרם $1mg=\frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter=1000cm^3$

קוב: $1\text{קוב}=1000liter=1000m^3$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה $1lightyear=9.4608\cdot10^{15}m$

שאלות:

1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5cm\cdot s$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$.

א. $5\cdot 2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

5) ליטר - דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

תשובות סופיות:

1) $20m\cdot kg$

2) א. $4m^2$ ב. $37.5\cdot 10^{-5}\frac{sec\cdot kg}{m}$

3) א. $10^4 cm^2$ ב. $10^6 cm^3$

4) א. $5.2\cdot 10^6 cm^3$ ב. $0.32cm^3$ ג. $5.4\cdot 10^{12} cm^3$

5) א. $5\cdot 10^3 liter$ ב. $5\cdot 10^{-6} liter$

צפיפות:

רקע

צפיפות נפחית : $\rho = \frac{M}{V}$

צפיפות משטחית : $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית : $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

שאלות:

1) דיסקה עם חור

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M.

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r.
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

1) א. $\frac{M}{\pi R^2}$ ב. $M\left(\frac{r}{R}\right)^2$

הערכת סדרי גודל:

שאלות:

1) נשימות

הערך את מספר הנשימות של אדם בחייו.

תשובות סופיות:

1) $N = 10^9$

תרגילים:

שאלות:

1) מסע של האור

האור זז במהירות של כ- $v = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

א. חשב את המרחק שעובר האור בשנתיים.

ב. כמה זמן ייקח לאור לעבור בין שתי גלקסיות שהמרחק ביניהם הוא: $2 \cdot 10^{19} m$?

2) צפיפות אטום המימן

חשב פי כמה גדולה צפיפות הפרוטון מצפיפות אטום המימן המורכב מפרוטון ואלקטרון בלבד. מסת הפרוטון: $1.67 \cdot 10^{-27} kg$, מסת האלקטרון: $9.11 \cdot 10^{-31} kg$, קוטר הפרוטון: $3 \cdot 10^{-15} m$, קוטר אטום המימן: $10^{-10} m$.

3) שלג על הירח

הנח שעל הירח יורד שלג, השלג יורד בקצב שבו כל חצי שניה פוגע פתית שלג בפני הירח. הערך תוך כמה זמן יכוסה הירח כולו בשכבת שלג בגובה 2 מטר (הנח שהשלג לא נמס). רדיוס הירח: $1.74 \cdot 10^6 m$, רדיוס פתית שלג הוא: $2c.m$.

4) אטומים בגרגיר חול

רדיוס אטום הוא בערך: $10^{-7} c.m$. רדיוסו של גרגיר חול הוא: $10^{-2} c.m$.
הערך כמה אטומים יש בגרגיר חול.

הדרכה: השתמש בנוסחה של נפח כדור: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ עבור נפח האטום ועבור נפח הגרגיר. התעלם מ"רווחים" בין האטומים בתוך גרגיר החול.

5) כדורי פינגפונג בחדר

הערך כמה כדורי פינגפונג ניתן לדחוס בחדר ממוצע

תשובות סופיות:

1) א. $2\cdot10^{16}\,\mathrm{m}$ ב. $t=2000$

2) $3.71\cdot10^{13}$

3) $t=1.14\cdot10^{18}\,\mathrm{sec}$

4) $\mathrm{N}=10^{15}$

5) 750,000

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

תוכן העניינים

1. העתק 15
2. תנועה במהירות קבועה 17
3. מהירות ממוצעת 22
4. תאוצה 24
5. תרגול 29
6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית 35
7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית -אינטגרלים 37

העתק:

רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:
1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

שאלות:

1) כדור
חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$, ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$.
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

2) דני ודנה
הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$, והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$, ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

3) העתק ודרך
מכונית נוסעת מת״א לחיפה, וחוזרת חזרה לת״א. המרחק בין הערים הוא 100 ק״מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

תשובות סופיות:

1) -3m

2) בדרך הלוך: 30m, הכיוון חיובי; בדרך חזור: -30m, הכיוון שלילי.

3) העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

תנועה במהירות קבועה:

רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

שאלות:

1) יוסי מאחר לשיעור
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

2) מיקומו של גוף
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

3) תנועה ביחס ל-A
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?

ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

4) גוף חולף דרך שתי נקודות

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

א. מהי מהירות הגוף?

ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?

ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.

ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?

ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

5) גוף נע שמאלה

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.

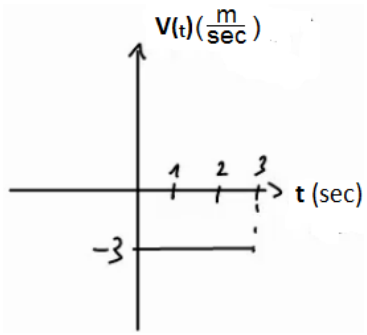
בחר את כיוון ציר ה- x ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?

ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?

ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

6) מהירות שלילית



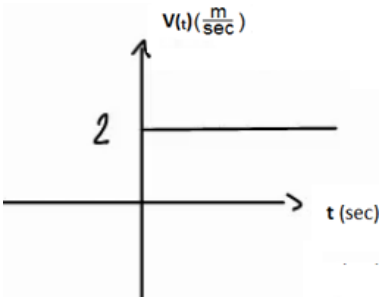
נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.

ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

7) מיקום שלילי

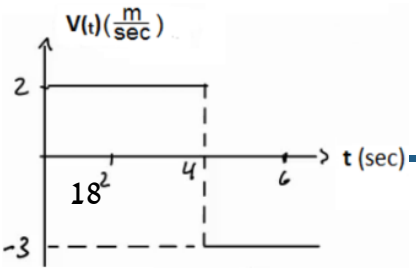


נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.

ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

8) מהירות מתחלפת



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב-$t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

9) שתי מכוניות זו לקראת זו

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

תשובות סופיות:

1) $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

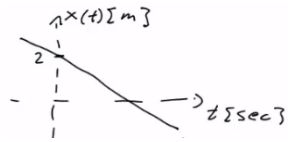
3) א. $x(t=8)=40\text{m}$, $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

4) א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

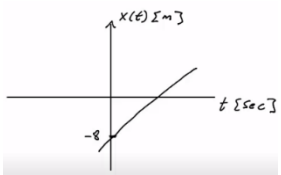
5) א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}\,,x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$, $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

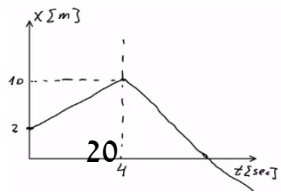
6) א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.



7) א. $x(t)=-8+2t$ ב.



8) א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.



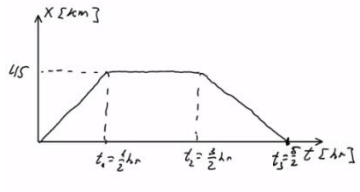
9) א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

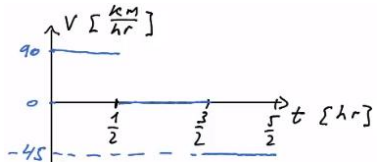
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

10) א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב.
$$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$

ג.





11) א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}$; $t=2\text{hr}$

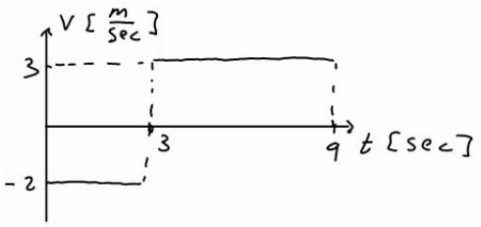
מהירות ממוצעת:

שאלות:

1) דני נוסע מחיפה לטבריה

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

2) מהירות ממוצעת מתוך גרף



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

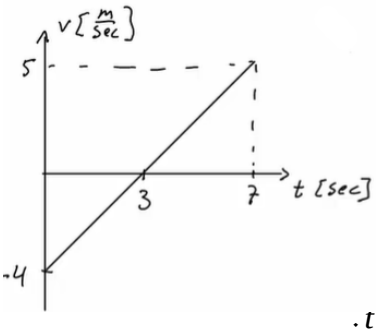
3) מת״א לב״ש דרך חיפה

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$, $\left|\bar{V}\right|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

תאוצה:

שאלות:

1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

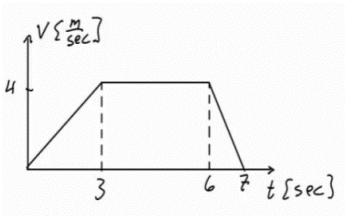
2) משאית מאיצה
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

3) אופנוע מאיץ ממנוחה
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

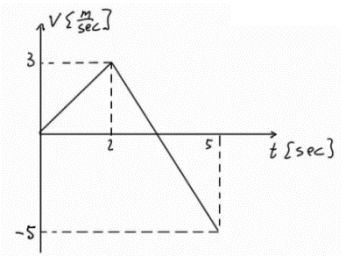
5) תאוטה
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

6) גרף מהירות



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

7) גרף מהירות שלילית



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

8) דנה רצה בתאוצה קבועה

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

9) אופנוע משיג מכונית

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

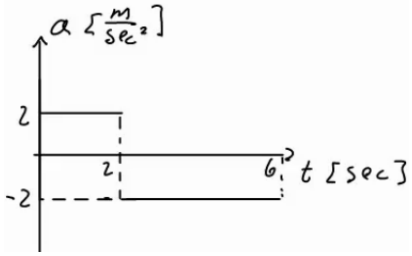
10) דני ודנה רצים זה לקראת זו

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום



גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

12) מסלול המראה של ססנה

מטוס ססנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ״ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

13) מרחק בלימה

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ״ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ״ש.
מהו ״מרחק הבלימה״ (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ״ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

14) עומר עוצר לפני רמזור

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ״ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

תשובות סופיות:

1) $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2) $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

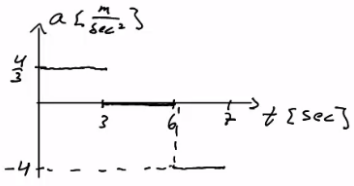
3) א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

4) $t=23\text{sec}$

5) א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

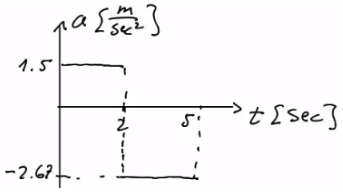
6) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

7) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

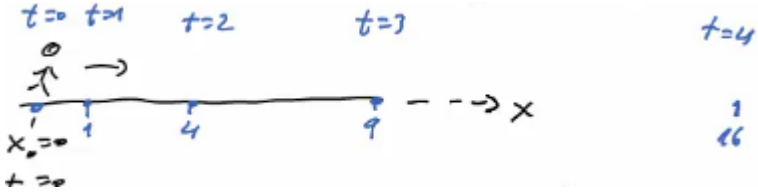


חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

8) א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$, $X(t=2)=4\text{m}$, $X(t=3)=9\text{m}$, $X(t=4)=16\text{m}$

ג.



9) $t_1=18.79$

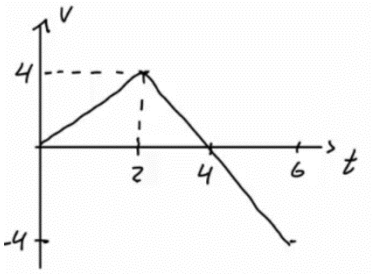
10) א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$, המיקום : 16.65m.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

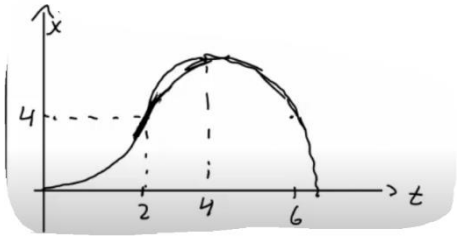
11) א. כאשר $0<t<2$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$; כאשר $2<t<6$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :



שרטוט עבור מקום :



12) $\Delta x=173.61\text{m}$

13) $\Delta x=61.73\text{m}$

14) א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

תרגול:

שאלות:

1) מאפס לארבעים בעשר שניות

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

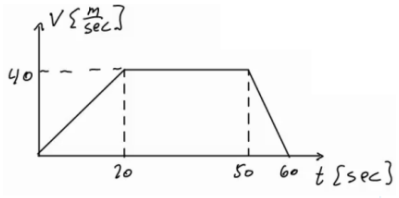
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

2) גרף של מהירות אופנוע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

3) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

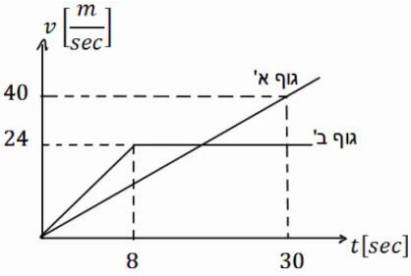
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

4) גרף מהירויות של שני גופים

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

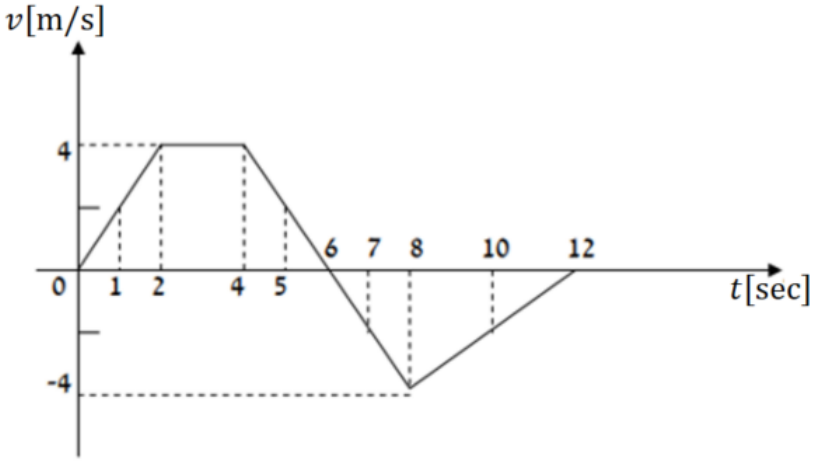


א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) גרף מהירות זמן בקו ישר

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



6) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

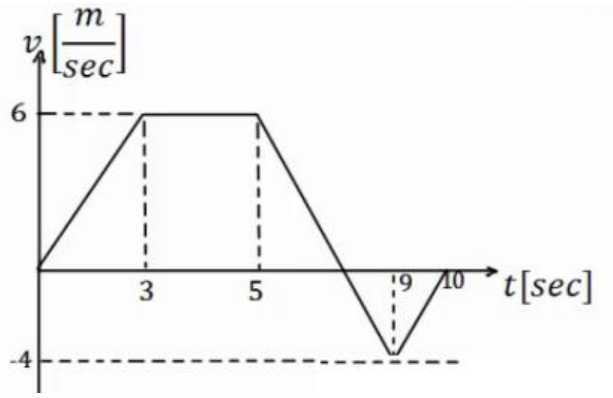
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב-$t=6\text{sec}$?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



7) שני נתונים בזמנים שונים

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב-$t=2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב-$t=4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב-$t=0$, ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב-$t=0$)?

8) שוטר רודף אחרי מכונית

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

9) זמן מינימלי לסיים מסלול**

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה**

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב'.
זמן הנסיעה הכולל הוא T.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובות סופיות:

1) א. $4\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=200m$ ג. $20\frac{m}{sec}$ ד. קטן.

ה. $t=4sec$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{m}{sec}$

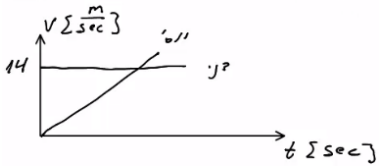
2) א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{m}{sec^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{m}{sec^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{m}{sec}$, $V(t=40)=40\frac{m}{sec}$, $V(t=55)=20\frac{m}{sec}$

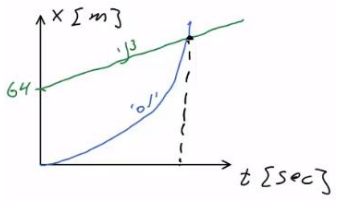
ד. $x(t=15)=225m$, $x(t=40)=1,200m$, $x(t=55)=1,750m$

3) א. דני - $V(t)=14\frac{m}{sec}$, יוסי - $V(t)=8t$; גרף:



ב. $t=1.75sec$; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:



ד. ב-$t=6.12$, המרחק: $149.82m$.

4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $t\ge 8$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

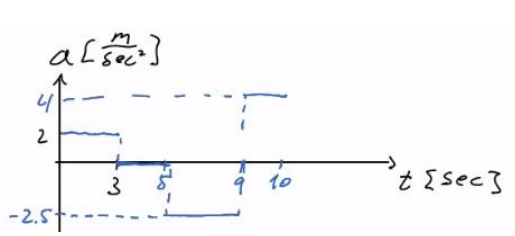
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5m$, וכש-$\Delta x(t=24)=96m$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18sec$ ה. כש-$t=31.42sec$.

5) א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

6) א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

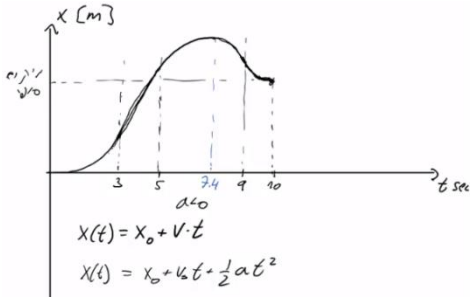
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:



ג. בזמן: 7.4sec ; המרחק: 28.2m.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

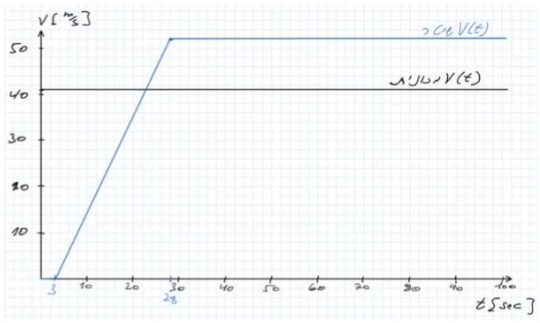


7) א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

8) א. 3877m ב.



9) $T=58\text{sec}$

10) $t_2=\frac{T}{5}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

רקע

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$x(t) = \int v(t)dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$
$$v(t) = \int a(t)dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

$$(\boldsymbol{cosx})' = -\boldsymbol{sinx}$$
$$(\boldsymbol{sinx})' = \boldsymbol{cosx}$$

שאלות:

1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?
ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7\,\text{sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

2) מיקום עם קוסינוס

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t)=A\cos(\omega t)$,

(A ו- ω קבועים נתונים).

א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0\le t\le 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega=1$, $\omega=2$ ו- $\omega=0.5$.

ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?

ד. הראה שמתקיים: $a(t)=-\omega^2 x(t)$.

ה. אם מודדים את t בשניות, מה היחידות של ω?

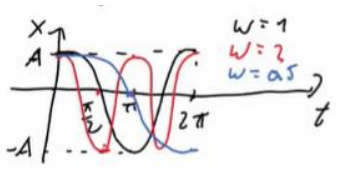
תשובות סופיות:

1) א. $2t+6t^2$ ב. $1,430\frac{m}{sec}$, $210\frac{m}{sec}$ ג. $a(t)=2+12t$, $a(t=7)=86\frac{m}{sec^2}$

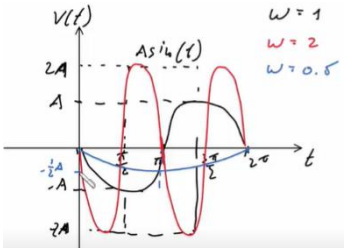
ד. $182\frac{m}{sec^2}$, $62\frac{m}{sec^2}$

2) א. $a(t)=-\omega^2 A\cos(\omega t)$, $v(t)=-\omega A\sin(\omega t)$

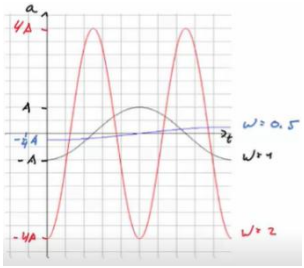
ב. מיקום:



מהירות:



תאוצה:



ג. מקסימלית: $t_{max}=\frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ או $t=\frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega]=\frac{1}{sec}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

שאלות:

1) מצא מהירות ומיקום

גוף נע בתאוצה של: $a=4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ-$x_0=2$.

תשובות סופיות:

1) א. $v(t)=t^4$ ב. $x(t)=\frac{t^5}{5}+2$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 4 - וקטורים

תוכן העניינים

1. הגדרות סימונים והצגות 38
2. פעולות בין וקטורים 43
3. מכפלה סקלרית 47
4. וקטור יחידה 50
5. מכפלה וקטורית בדו-מימד 51
6. וקטור בשלושה מימדים 53
7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים 55
8. חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית 56
9. תרגילים נוספים 58

הגדרות סימונים והצגות:

רקע:

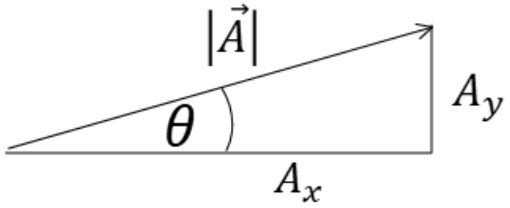
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית θ עם ציר ה x החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.



מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה x החיובי ואז A_x יהיה הניצב שליד הזווית ו- A_y הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

שאלות:

1) הצגה פולרית

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

שם הוקטור	גודל הוקטור	זווית הוקטור עם ציר ה- x
$\vec{A}$	$\left\|\vec{A}\right\|=2$	$\theta_A=30°$
$\vec{B}$	$\left\|\vec{B}\right\|=4$	$\theta_B=30°$
$\vec{C}$	$\left\|\vec{C}\right\|=2$	$\theta_C=90°$
$\vec{D}$	$\left\|\vec{D}\right\|=4$	$\theta_D=120°$
$\vec{E}$	$\left\|\vec{E}\right\|=2$	$\theta_E=300°$
$\vec{F}$	$\left\|\vec{F}\right\|=2$	$\theta_F=-60°$

2) הצגה קרטזית

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

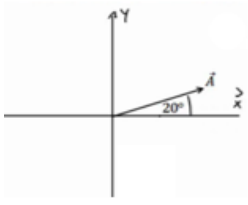
$\vec{A}=(1,2)$, $\vec{B}=(-2,3)$, $\vec{C}=(-3,-2)$, $\vec{D}=(2,-1)$.

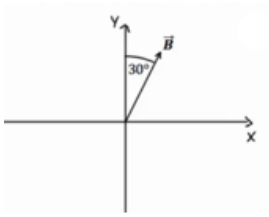
3) מעבר מפולרי לקרטזי

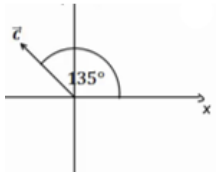
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

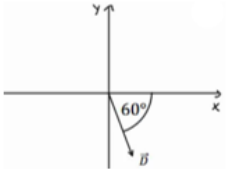
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. ב. ג. ד.





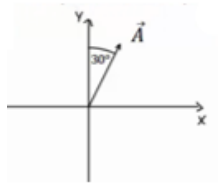


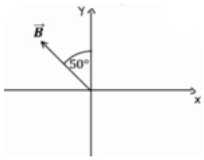


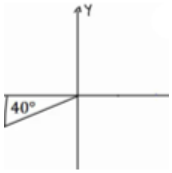
4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים

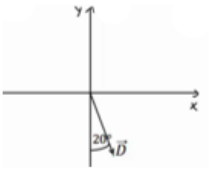
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.

רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. 

ב. 

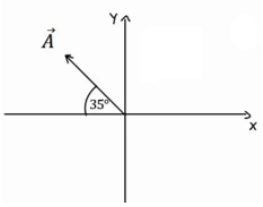
ג. 

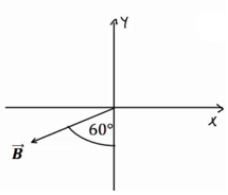
ד. 

5) פירוק לרכיבים

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.

מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

א. 

ב. 

פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

6) מקרטזי לפולרי

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(2,-1)$

ב. $\vec{B}=(-0.5,-2)$

7) מקרטזי לפולרי

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.

מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.

את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה-x החיובי.

א. $\vec{A}=(2,3)$

ב. $\vec{B}=(-1,2)$

ג. $\vec{C}=(0,-3)$

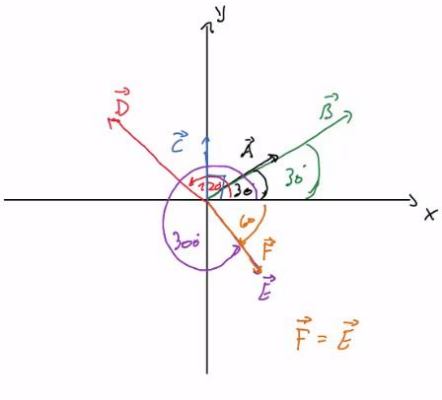
ד. $\vec{D}=(2,-2)$

ה. $|\vec{E}|=3$, $E_x=2$ הוקטור ברביע הראשון.

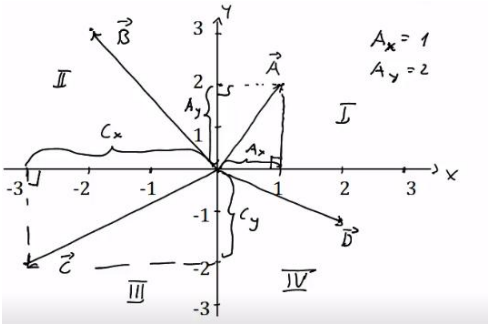
ו. $|\vec{E}|=3$, $E_y=-1$ הוקטור ברביע השלישי.

תשובות סופיות:

1) ראו שרטוט:



2) ראו שרטוט:



3) $\vec{A}=(1.88,\ 0.68)$, $\vec{B}=\left(1,\ \sqrt{3}\right)$, $\vec{C}=\left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$, $\vec{D}=\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$

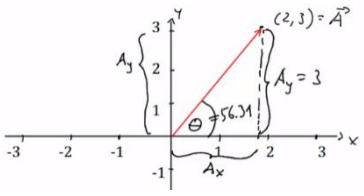
4) א. $\vec{A}=\left(\frac{3}{2},\ 2.60\right)$ ב. $\vec{B}=(-2.30,\ 1.93)$ ג. $\vec{C}=(-2.30,\ -1.93)$

ד. $\vec{D}=(-2.30,\ -1.93)$

5) א. $\vec{A}=(-3.28,\ 2.29)$ ב. $\vec{B}=(-4.33,\ -2.5)$

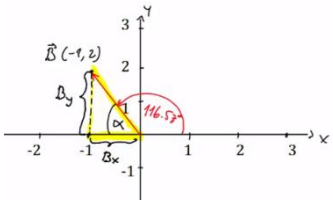
6) א. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_A=-26.57=333.43°$ ב. $\left|\vec{B}\right|=2.06$; $\theta_B=255.96°$

7) א. שרטוט:



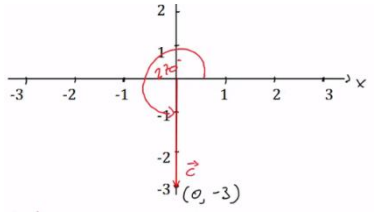
$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{13}$; $\theta_A=56.31°$

ב. שרטוט:



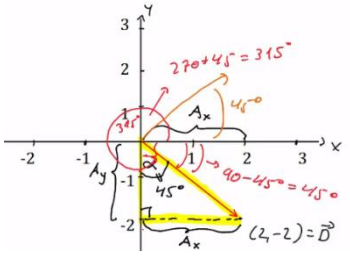
$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_B=116.57°$

ג. שרטוט:



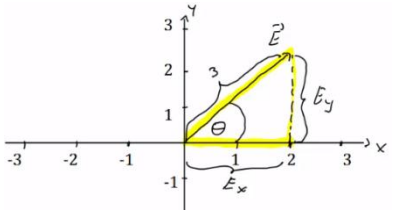
$\theta_C = 270^\circ \ ; \ |\vec{C}| = 3$

ד. שרטוט:



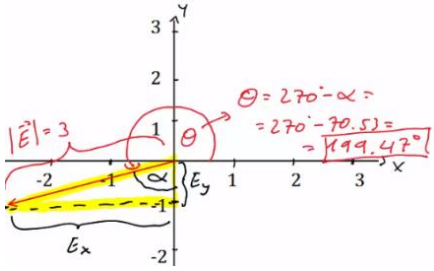
$\theta_D = 315^\circ = -45^\circ \ ; \ |\vec{D}| = \sqrt{8}$

ה. שרטוט:



$\theta_E = 48.19^\circ \ ;$

ו. שרטוט:

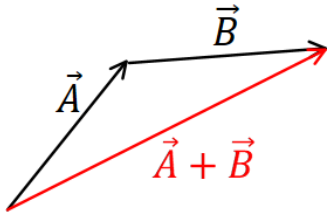


$\theta_E = 199.47^\circ \ ;$

פעולות בין וקטורים:

רקע:

חיבור וקטורים:
בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
-תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.



בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x, A_y+B_y\right)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

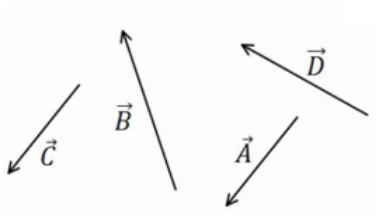
$$\vec{B}=\alpha\vec{A}=\left(\alpha A_x, \alpha A_y\right)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

שאלות:

1) חיבור וקטורים לפי סימונים

מצא את: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}$.



2) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים:

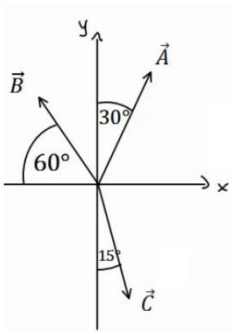
$$\left|\vec{A}\right|=3,\ \theta_A=30°$$
$$\left|\vec{B}\right|=2,\ \theta_B=-30°$$
$$\left|\vec{C}\right|=3,\ \theta_C=180°$$

א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הווקטור: $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$.

שרטט את הווקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

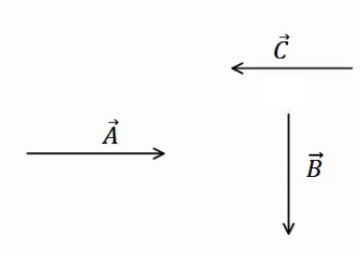
3) דוגמה 2



הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=5$.

מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D}=\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$.

4) חיסור לפי סימונים



בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$.

מצא את: $\vec{D}=\vec{B}-\vec{C}-\vec{A}$.

5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(3,5),\vec{B}=(-1,4),\vec{C}=(0,2)$.

מצא את:

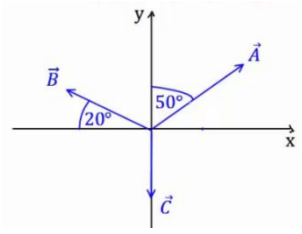
א. $\vec{D}=-2\vec{B}$

ב. $\vec{E}=3\vec{A}-2\vec{C}-\vec{B}$

ג. $\vec{F}=-2\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+3\vec{C}$

6) דוגמה 2

גודלם של הווקטורים באיור הבא הם: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=3$.



א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D}=-2\vec{B}$.
שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E}=2\vec{A}-3\vec{B}-4\vec{C}$.
שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

7) דוגמה 3

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה-x החיובי היא $30°$.

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

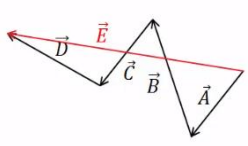
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

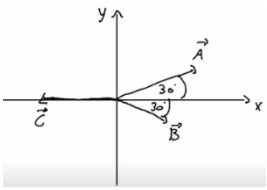
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

תשובות סופיות:

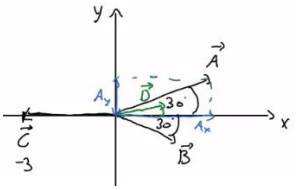
1)



2) א.

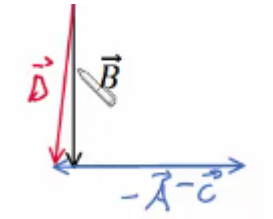


ב. $\left|\vec{D}\right| = 1.42 \;, \theta_D = 20.60°$



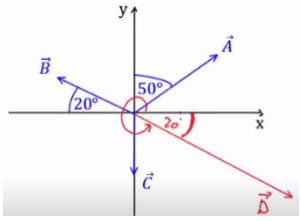
3) $\left|\vec{D}\right| = 3.46 \;, \theta_D = 58.84°$

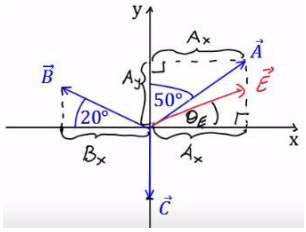
4)



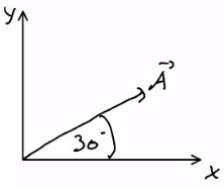
5) א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

6) א. $\left|\vec{D}\right| = 8 \;, \theta_D = -20°$ ב. $\left|\vec{E}\right| = 23.75 \;, \theta_E = 37.23°$

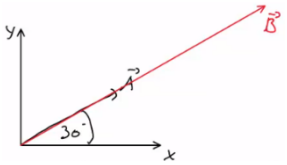




7) א.



ב. $\left|\vec{B}\right| = 6 \;, \theta_B = \theta_A = 30°$



ג. $\vec{A} = \left(\sqrt{3}, 1\right)$

ד. $\vec{B} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$

ה. ראה סרטון.

מכפלה סקלרית:

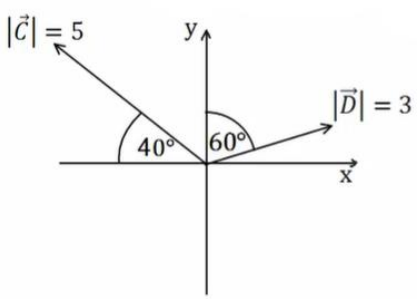
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)\ ,\ \vec{B}=(2,2)$

ב.



2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)\ ,\ \vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)\ ,\ \vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$, $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$, $\vec{B}=(-3,2)$, $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

7) דוגמה 7

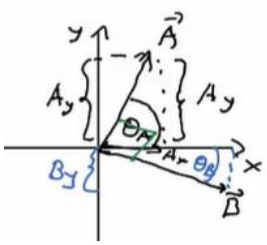
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

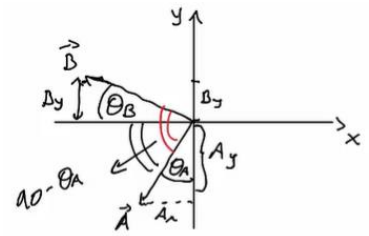
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. 5.13-

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$, $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$, $\theta_B = 26.57°$.





3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{10}$, $\tilde{\theta}_A = 161.57°$, $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{20}$, $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. 1- ב. 10- ג. 10- ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$, $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

וקטור יחידה:

שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

תשובות סופיות:

1) א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

מכפלה וקטורית בדו-מימד:

רקע:

מכפלה וקטורית (בדו- מימד):

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

שאלות:

1) דוגמה – מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-4,1)$, $\vec{B}=(2,-3)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

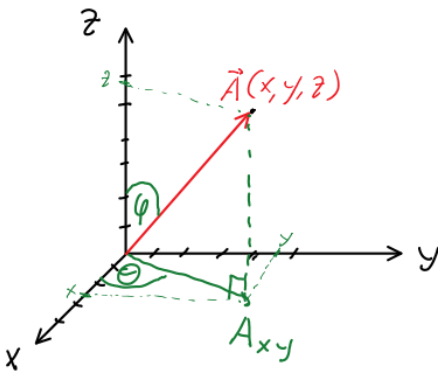
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

1) א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

שאלות:

1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

2) כשהסכום מאונך להפרש

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרש אזי אורכם שווה.

3) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$, $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

תשובות סופיות:

1) א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

2) הוכחה בסרטון

3) $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

שאלות:

1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$, $\vec{C}(-1,2,-2)$, $\vec{B}(1,-3)$, $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

תשובות סופיות:

1) א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$

חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית:

שאלות:

1) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}+\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

2) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}-\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

3) מציאת אורך של שקול

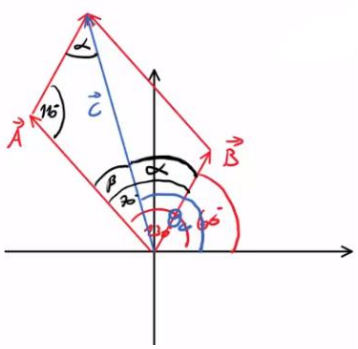
אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ. הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

4) מציאת זווית בין שני וקטורים

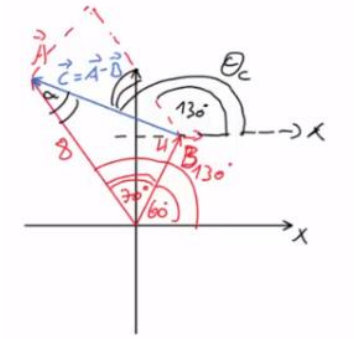
נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר. אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הווקטורים.

תשובות סופיות:

1) $108.1°$, 10.1



2) $159.5°$, 7.62



3) $a \approx 14.6\text{c.m}$

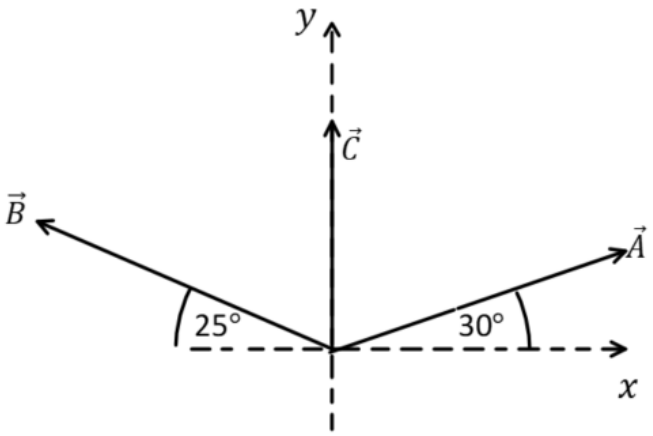
4) $\theta = 60°$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A} = 5{,}20° \, , \vec{B} = 2{,}150° \, , \vec{D} = 10{,}220°$.
מצאו את גודל וכיוון הוקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$.

2) באיור הבא נתונים שלושה וקטורים.
מצאו את גודל הוקטור $\vec{A}$ ואת גודל הוקטור $\vec{B}$,
אם נתון שגודל הוקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.



תשובות סופיות:

1) $\vec{C} = 14{,}221°$.

2) $|\vec{A}| \approx 55 \, , \, |\vec{B}| \approx 53$.

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 5 - נפילה חופשית וזריקה אנכית

תוכן העניינים

1. נפילה חופשית 59
2. זריקה אנכית 60
3. תרגילים 62

נפילה חופשית:

שאלות:

1) כדור ברזל קטן

כדור ברזל קטן משוחרר ממנוחה ממעלי מגדל מאוד גבוה (הזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את מרחקו מנקודת השחרור לאחר 4 שניות.

ב. מצא את מהירותו באותו הרגע.

2) תפוח עץ

תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניוטון, היושב מתחת לעץ. הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

3) חסידה מביאה חבילה

חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

תשובות סופיות:

1) א. 80m ב. $40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) א. $17.32\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $V_F \approx 16.73$

3) א. $\Delta y = 35\text{m}$ ב. $\Delta y = 75\text{m}$

זריקה אנכית:

שאלות:

1) דנה גרה מעל צחי

דנה גרה בבניין קומות גבוה. חברה צחי גר שלוש קומות מתחתיה.

דנה זורקת מהחלון כדור במהירות של $5\frac{m}{sec}$ כלפי מטה לעבר החלון של צחי.

גובה כל קומה הוא 3 מטרים.

א. מתי יעבור הכדור את חלונו של צחי?

ב. מה תהיה מהירות הכדור באותו הרגע?

ג. מה תהיה מהירות הכדור שתי קומות מתחת לחלונו של צחי?

2) דני זורק כדור מחלון גבוה

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשניה.

סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.

א. רשום נוסחאות מקום–זמן ומהירות–זמן עבור הכדור.

ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

3) רועי קופץ לבריכה

רועי קופץ לבריכה ממקפצה בגובה 10 מטרים.

מהירותו מיד לאחר הניתוק מהמקפצה היא 2 מטר לשניה כלפי מעלה.

א. מתי מגיע רועי לשיא הגובה בקפיצה?

ב. מהו שיא הגובה?

ג. מהי המהירות שבה פוגע רועי במים?

ד. כמה זמן עבר מרגע הקפיצה עד לרגע בו פגע רועי במים?

תשובות סופיות:

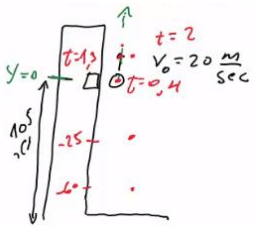
1) א. 0.93sec ב. $V(t=0.93)=14.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $V(y=15)\approx 18.03\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) א. מקום-זמן: $y(t)=20t-5t^2$, מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$

ב.

זמן (בשניות)	מיקום (במטרים)	מהירות (מטרים לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ג.



ד. 7sec

ה. (א) מקום-זמן: $y(t)=105+20t-5t^2$.

מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$.

(ד) 7sec

3) א. $t=0.2\text{sec}$ ב. 0.2m ג. $-14.28\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $t\approx 1.63\text{sec}$

תרגילים:

שאלות:

1) אבן נזרקת מגג בניין

מגג בניין שגובהו 120 מטר נזרקת אבן כלפי מעלה, במהירות התחלתית שגודלה 20 מטר לשניה.

א. כעבור כמה זמן תמצא האבן בשיא גובה התנועה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו מגיעה האבן?

ג. מהי מהירות האבן כאשר היא פוגעת בקרקע? (הקפד על הסימן).

2) חלק ניתק מטיל

טיל משוגר אנכית כלפי מעלה, ממנוחה, בתאוצה קבועה של 6 מטר לשניה בריבוע. כאשר הטיל בגובה של 300 מטר ניתק ממנו חלק.

א. מהי מהירות הטיל ברגע ניתוק החלק?

ב. מהו שיא הגובה, ביחס לקרקע, אליו מגיע החלק שניתק?

ג. לאחר כמה זמן מרגע השיגור יפגע החלק בקרקע?

ד. מהי מהירות החלק ברגע פגיעתו בקרקע?

3) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה.
באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

א. רשום נוסחת מקום–זמן עבור כל גוף.

ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?

ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?

ד. רשום נוסחת מהירות–זמן לכל גוף.

ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?

ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?

ז. שרטט גרף מהירות–זמן וגרף מיקום–זמן לכל גוף.

4) גוף נזרק אנכית מגג בניין

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשניה.
בחר ציר y, שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

א. רשום את הפונקציות: מקום–זמן, מהירות–זמן ותאוצה–זמן, של הגוף.

ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5\text{sec}$.

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

5) כדור מלמעלה וכדור מלמטה מתעכב

כדור נופל מגובה של 70 מטרים בנפילה חופשית.
שלוש שניות לאחר מכן נזרק כדור נוסף מהקרקע במהירות התחלתית v_0.

א. רשום נוסחת מקום–זמן לכל גוף כפונקציה של v_0.

ב. מה צריך להיות v_0 על מנת שהכדורים לא יחלפו זה על פני זה?

ג. רשום נוסחת מקום – זמן לכל גוף, בהנחה שהערך של v_0 הוא הערך המקסימלי שמקיים את התנאי של סעיף ב'.

ד. מה תהיה מהירות כל גוף בפגיעה בקרקע?

ה. שרטט גרף מהירות – זמן לשתי האבנים על אותה מערכת צירים.

6) כדור פורח

כדור פורח עולה במהירות קבועה של 15 מטרים לשניה כלפי מעלה.
בגובה של 150 מטרים הכדור משחרר שק חול.
מצא כמה זמן ייקח לשק החול להגיע לקרקע.
(רמז: מהירות הכדור לא נתונה ללא סיבה)

7) אבן אחרי אבן

אבן משוחררת ממנוחה מגובה של 60 מטרים. שתי שניות לאחר מכן נזרקת אבן נוספת כלפי מטה מאותו הגובה.
באיזו מהירות יש לזרוק את האבן, על מנת ששתי האבנים יגיעו לקרקע באותו הזמן?

8) אדם משחרר כדור מתוך מעלית**

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן T_1 אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית.
הכדור מגיע לקרקע כעבור T_2 שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1.
נתונים: T_1 ו- T_2.

9) ילד זורק כדור בקפיצה**

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות הזריקה של הכדור v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

תשובות סופיות:

1) א. 2sec ב. 20m ג. 25.8sec ד. 7.29sec

2) א. $60\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. 480m ג. 25.8sec ד. $\approx -98\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

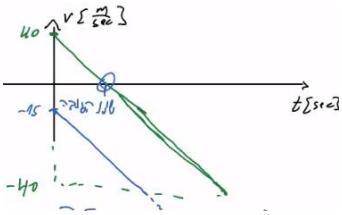
3) א. גוף 1: $y_1(t)=80+(-15)t-5t^2$, גוף 2: $y_2(t)=40t-5t^2$ ב. 80m

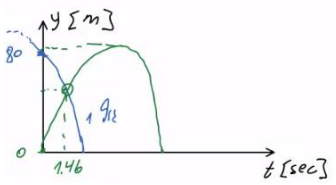
ג. $y_2(t=1.45)\approx 47.74\text{m}$

ד. גוף 1: $v_1(t)=-15-10t$, גוף 2: $v_2(t)=40-10t$.

ה. גוף 1: $-29.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2: $25.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ו. גוף 1: $-42.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2: $-40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק): מהירות-זמן:





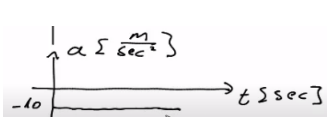
4) א. מקום-זמן: $y(t)=40+30t-5t^2$, מהירות-זמן: $v(t)=30-10t$,

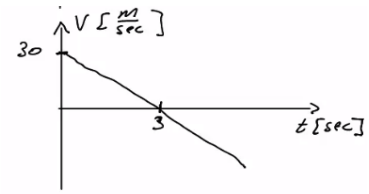
תאוצה-זמן: $a=-10$.

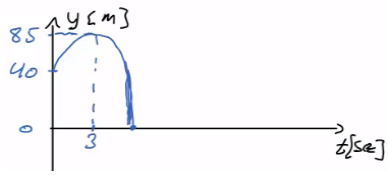
ב.

זמן (בשניות)	מהירות (מטרים לשנייה)	מקום (במטרים)
0	30	40
1	20	65
2	10	80
3	0	85
4	-10	80
5	-20	65

ג. מקום-זמן: מהירות-זמן: תאוצה-זמן:





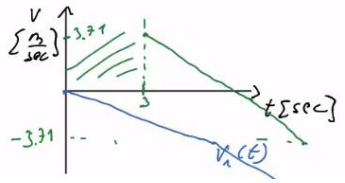


5) א. כדור 1: $y_1(t)=70-5t^2$, כדור 2: $y_2(t)=0+v_0(t-3)-5(t-3)^2$.

ב. $v_0\le 3.71$ ג. כדור 1: $v_1(t)=-10t$, כדור 2: $v_2(t)=3.71-10(t-3)$.

ד. כדור 1: $v_1(t=3.74)=-37.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. כדור 2: $v_2(t=3.74)\approx -3.69\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ה. שרטוט:



6) $t \approx 7.18\text{sec}$.

7) $v_0 \approx 33.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

8) $h = \frac{gT_2^{\,2}}{2\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)}$.

9) א. המורה צודק, $y = \frac{(v_1+v_2)^2}{2g}$. ב. ילד: $v_1 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$, כדור: $\frac{(v_1+v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$.

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 6 - קינמטיקה - תנועה במישור

תוכן העניינים

1. תנועה במישור 67

תנועה במישור:

שאלות:

1) דוגמה 1

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה- x כתלות בזמן הוא: $x(t)=2t$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=3t^2$.

א. שרטט על גבי מערכת צירים דו מימדית את מיקום הגוף ב- $t=0,\ 1,\ 2,\ 3\text{sec}$.

ב. רשום את הערך של וקטור מיקום הגוף בכל אחד מן הרגעים, ושרטט את וקטור המיקום בכל רגע על מערכת הצירים.

ג. רשום נוסחה לוקטור המיקום כתלות בזמן.

2) דוגמה 2

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה-x כתלות בזמן הוא: $x(t)=4+3t$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=2t^2$.

א. רשום את וקטור המיקום כתלות בזמן ומצא את מיקום הגוף ב- $t=1,\ 2\text{sec}$.

ב. רשום את ההעתק של הגוף בחמש השניות הראשונות של התנועה.

ג. מצא את ההעתק שביצע הגוף מ- $t=2\text{sec}$ עד $t=4\text{sec}$.

3) דוגמה 3

גוף נע במישור, כך שמיקומו כתלות הזמן בציר ה-x הוא: $x(t)=2t-3$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=t^2$.

א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצא את ההעתק שביצע הגוף בין $t=3\text{sec}$ ל- $t=5\text{sec}$.

ג. מצא את המהירות הממוצעת במרווח הזמן של סעיף ב'.

4) גוף נזרק אופקית מגובה רב

גוף נזרק אופקית במהירות של 10 מטר לשניה מגובה רב.
מה יהיו מיקומו, ביחס לנקודת הזריקה, ומהירותו, לאחר 4 שניות?

5) גוף נזרק אופקית מגג בניין

גוף נזרק אופקית מגג בניין שגובהו 40 מטר.

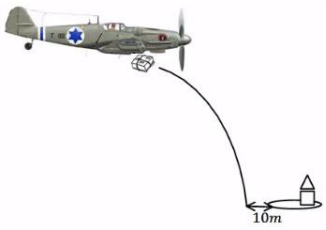
א. מתי יפגע הגוף בקרקע?

ב. היכן יפגע הגוף בקרקע אם מהירות הזריקה היא 15 מטר לשניה?

ג. מהו גודל מהירות הגוף בזמן הפגיעה בקרקע ומהי כיוונה?

6) חבילת סיוע לכפר

מטוס טס במהירות קבועה של 200 מטר לשניה בגובה של 3000 מטר.
המטוס רוצה לשחרר חבילת סיוע לכפר הנמצא מתחתיו.



א. מצא את המרחק האופקי מהכפר שבו צריך המטוס לשחרר את החבילה על מנת שתנחת בדיוק 10 מטר לפני הכפר.

ב. מהי הזווית בה רואה המטוס את הכפר באותו רגע?

7) משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא: $x(t)=\sqrt{3+t^2}$, $y(t)=\sqrt{7-t^2}$.

הנח ש- x ו- y תמיד חיוביים.

8) זריקה משופעת

גוף נזרק במהירות של 40 מטר לשניה בזווית של 30 מעלות ביחס לציר האופקי.

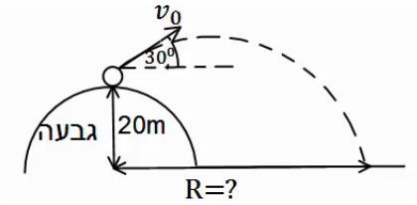
א. מצא את מיקום ומהירות הגוף ב- $t=2\sec$.

ב. מתי פוגע הגוף בקרקע?

ג. מהו המרחק האופקי בו פוגע הגוף בקרקע?

ד. מהי מהירות הגוף ברגע הפגיעה?

9) כדור נבעט מגבעה



כדור נבעט מגבעה בגובה 20 מטר. הכדור נבעט במהירות של 28 מטר לשניה ובזווית של 30 מעלות.

א. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ב. מהו המרחק האופקי של הכדור, מנקודת הבעיטה, ברגע הפגיעה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור ברגע הפגיעה?

10) דן יורה חץ על עץ

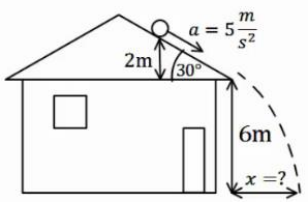


דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשניה.
מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ, אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות.

11) דני מחליק במגלשה

דני מחליק במגלשת מים. סוף המגלשה נמצא בגובה 2 מטרים מעל הבריכה ובזווית של 30 מעלות מתחת לאופק.
בהנחה שדני יוצא מהמגלשה במהירות של 10 מטרים לשניה, מהו המרחק האופקי אותו יעבור עד הפגיעה במים? מהי מהירותו בפגיעה במים?

12) כדור מתגלגל מגג משופע



כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג, ששיפועו הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשניה בריבוע.
מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

13) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשניה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשניה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2\text{sec}$.

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

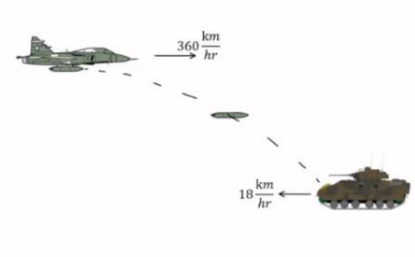
ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

14) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזוית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשניה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשניה.
השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה.
מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה כזו?

15) מטוס מטיל פצצה על טנק שנע



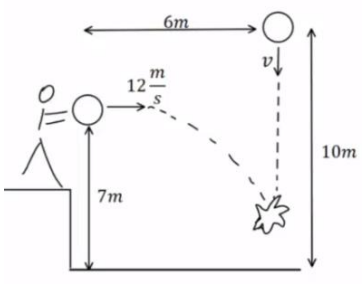
מטוס טס בכיוון אופקי במהירות של 360 קמ"ש. טנק אויב הנמצא במרחק אופקי של 3 ק"מ ממנו נע במהירות 18 קמ"ש כלפי המטוס. כעבור 10 שניות הטייס מבחין בטנק ומשחרר פצצה.

א. חשבו את הזמן מהרגע שבו שוחררה הפצצה ועד לרגע פגיעתה בטנק.

ב. מהו גובה המטוס מעל פני הקרקע?

ג. מהי מהירות הפצצה (גודל וכיוון) ברגע פגיעתה בטנק?

16) כדור נזרק אופקית פוגע בכדור שנזרק אנכית



כדור נזרק אנכית כלפי מטה מגובה של 10 מטרים ובמהירות v לא ידועה. באותו הרגע ובמרחק אופקי של 6 מטרים נזרק כדור נוסף זריקה אופקית, מגובה 7 מטרים ובמהירות של 12 מטר לשניה.
הכדורים מתנגשים באוויר בגובה לא ידוע.

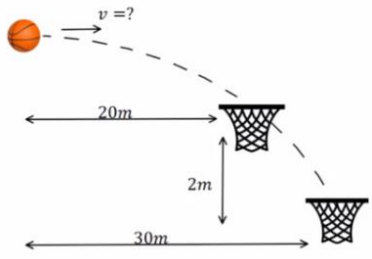
א. מהו הזמן בו הכדורים מתנגשים?

ב. מהי המהירות בה נזרק הכדור הראשון?

ג. מהו הגובה שבו נפגשים הכדורים?

ד. מהי מהירות הכדור השני ברגע פגיעתו בכדור הראשון (גודל וכיוון)?

17) כדורסל עובר דרך שני סלים



כדורסל נזרק אופקית במהירות התחלתית לא ידועה ובגובה לא ידוע. הכדור עובר דרך שני סלים (ניתן להניח שהסלים ללא רשת והכדור לא פוגע בטבעת כך שהמעבר דרך הסלים לא משנה את המסלול). הסל הראשון ממוקם 20 מטר מנקודת הזריקה של הכדור והסל השני 30 מטר מנקודת הזריקה של הכדור ו-2 מטר מתחת לסל הראשון.

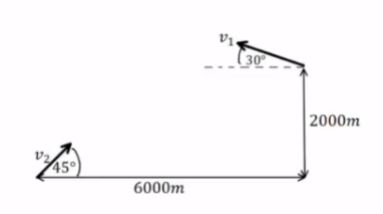
א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור?

ב. מאיזה גובה מעל לסל העליון נזרק הכדור?

ג. כמה זמן חלף מהרגע בו נזרק הכדור ועד לרגע בו הגיע לסל השני?

18) כיפת ברזל מיירטת קאסם

טיל קאסם נורה לעבר עמדה של כיפת ברזל. המכ"ם של הכיפה מזהה את הטיל כשהוא נמצא בגובה 2000 מטר ובמרחק אופקי של 6000 מטר ממיקום של עמדת הכיפה. ברגע הגילוי לטיל זווית של 30 מעלות עם האופק.
המחשב של כיפת ברזל מתריע כי לפי חישוב המסלול של הטיל הוא הולך לפגוע ישירות בעמדה. הנח שטיל הקאסם נע ללא מנוע (כלומר, כמו פגז בתנועה בליסטית).



א. מהי מהירות הטיל ברגע הגילוי?
ברגע הגילוי נורה טיל מיירט לעבר טיל הקאסם.
הטיל המיירט נורה בזווית של 45 מעלות.

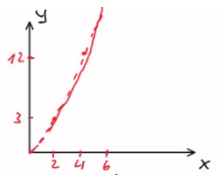
ב. מה צריכה להיות מהירותו ההתחלתית של הטיל המיירט בשביל שיפגע בטיל הקאסם (הנח שתנועת הטיל המיירט היא גם ללא מנוע)?

ג. מתי מתרחשת הפגיעה?

ד. באיזה גובה מתרחשת הפגיעה?

תשובות סופיות:

1) א.



ב. $\vec{r}_0(t=0)=(0,\ 0)$, $\vec{r}_1(t=1)=(2,\ 3)$, $\vec{r}_2(t=2)=(4,\ 12)$, $\vec{r}_3(t=3)=(6,\ 27)$

ג. $\vec{r}=\left(2t,\ 3t^2\right)=2t\hat{x}+3t^2\hat{y}$

2) א. הנוסחה: $\vec{r}(t)=\left(4+3t,\ 2t^2\right)$, מיקום הגוף: $\vec{r}(t=2)=(10,\ 8)$, $\vec{r}(t=1)=(7,\ 2)$

ב. $\Delta\vec{r}=(15,\ 50)$ ג. $\Delta\vec{r}=(6,\ 24)$

3) א. $\vec{r}=(2t-3)\hat{x}+t^2\hat{y}$ ב. $\Delta\vec{r}=(4,\ 16)$ ג. $\bar{\vec{v}}=(2,\ 8)$

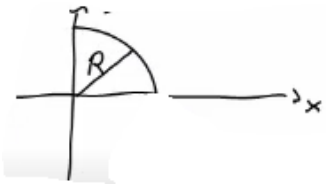
4) מיקום: $\vec{r}(t=4)=(40,\ 80)$, מהירות: $\vec{v}(t=4)=(10,\ 40)$.

5) א. $t=\sqrt{8}\approx 2.83\text{sec}$ ב. $x\left(t=\sqrt{8}\right)=15\cdot\sqrt{8}\approx 42.43\text{m}$

ג. גודל: $|\vec{v}|\approx 32.02\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta\approx 62.06°$.

6) א. $4,908.98\text{m}$ ב. $\theta=31.38°$

7) משוואה: $y(x)=\sqrt{10-x^2}$, שרטוט:



8) א. מיקום: $y(t=2)=20\text{m}$, $x(t=2)=69.28\text{m}$, מהירות: $\vec{v}=(34.64,\ 0)$.

ב. $t=4\text{sec}$ ג. $x(t=4)=138.56\text{m}$ ד. $\vec{v}=(34.64,\ -20)$

9) א. $t\approx 3.84\text{sec}$ ב. $x(t=3.84)=93.12\text{m}$ ג. $\vec{v}=(24.25,\ -24.4)$

10) $y(t=0.28)\approx 3.78$

11) המרחק: $x(t)=2.68\text{m}$, המהירות: $\vec{v}=(8.66,\ 8.1)$.

12) $x(t=0.82)\approx 4.49\text{m}$

13) א. מיקום: $y(t=2)=8.28\text{m}$, $x(t=2)=24.28\text{m}$,

מהירות: $v_y(t=2)=-5.86\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_x(t=2)=10.14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ב. $x(t=2.83)\approx 32.01\text{m}$

ג. $y(t=1.41)\approx 10\text{m}$ ד. $x_{\max}=32.01\text{m}$

14) התאוצה: $a \approx 5.99\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, כן, יכול להיות שלילי. המשמעות היא תאוטה, כלומר על השחקן להאט על מנת לתפוס את הכדור בדיוק בגובה הזריקה.

15) א. $t \approx 18.57\,\text{sec}$ ב. $\text{h} \approx 1724\text{m}$ ג. $211\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $-61.7°$

16) א. $t = 0.5\,\text{sec}$ ב. $v = 6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. 5.75m

ד. $13\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $-22.6°$

17) א. $v = \sqrt{1250}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\text{h} = 1.6\text{m}$ ג. $t_2 \approx 0.849\,\text{sec}$

18) א. $v_1 \approx 210\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_2 \approx 353\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t_0 \approx 13.9\,\text{sec}$ ד. 2493m

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 7 - תרגילים לחזרה עד לחלק זה

תוכן העניינים

1. תרגילים 74

תרגילים לחזרה עד לחלק זה:

שאלות:

1) חללית ללא טייס

חללית ללא טייס משוגרת מכדור הארץ בצורה אנכית כלפי מעלה ובתאוצה קבועה. בגובה 1940 מטרים כבה לפתע מנוע החללית. החללית ממשיכה עוד 18 שניות בתנועה כלפי מעלה ולאחר מכן מתחילה ליפול בנפילה חופשית חזרה לקרקע.

א. חשב את תאוצת הגוף עד לרגע בו כבה המנוע.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו הגיעה החללית.

ג. מהו הזמן מרגע השיגור ועד לרגע בו פוגעת החללית בקרקע?

ד. מהי מהירות החללית ברגע פגיעתה בקרקע?

צופים שנמצאים במרחק 50 מטרים ממקום השיגור מתחילים לברוח מהרגע בו כבה המנוע.

ה. מהי המהירות הממוצעת בה צריכים הצופים לרוץ כך שיוכלו להיות במרחק של לפחות 120 מטרים ממקום השיגור?

2) זריקה משופעת קלאסית

כדור נזרק במהירות התחלתית של 20 מטרים לשניה ובזווית של 60 מעלות מעל האופק.

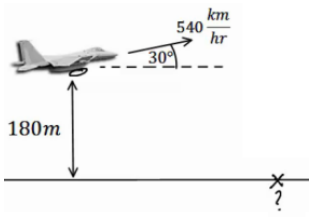
א. מתי יהיה הכדור בשיא הגובה? מהו שיא הגובה? מהי תאוצת הכדור ברגע זה?

ב. מהו המרחק האופקי שבו יפגע הכדור חזרה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור (גודל וכיוון) ב- $t = 2\sec$?

3) מטוס בשיפוע משחרר פצצה

מטוס טס במהירות של 540 ק"מ לשעה בזווית של 30 מעלות מעל האופק. בגובה של 180 מטרים המטוס משחרר פצצה.



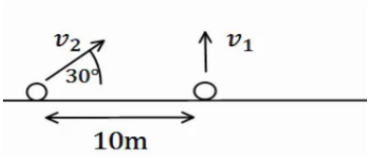
א. היכן תפגע הפצצה בקרקע?

ב. מהו גודל מהירות הפגיעה של הפצצה בקרקע?

ג. מהו כיוון תנועת הפצצה ברגע הפגיעה?

4) שני כדורים – אולי נפגשים

כדור א' נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
כדור ב' נזרק במרחק 10 מטרים משמאל לנקודת הזריקה של כדור א'.
גודל מהירותו של כדור ב' אינה ידועה, אך כיוונה הוא ימינה בזווית של 30° מעלות עם הציר האופקי.



א. מצא מהי מהירות הכדורים, אם ידוע ששני הכדורים נחתו 4 שניות לאחר זריקתם

ב. האם הכדורים נפגשו באוויר?

ג. מה צריך להיות התנאי הכללי על מנת שהכדורים יפגשו באוויר?

תשובות סופיות:

1) א. $a \approx 8.35\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $h_{max} = 3560\text{m}$ ג. $t = 66.24\text{sec}$

ד. $v(t = 44.68) = -266.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\bar{v} \approx 1.57\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) א. בזמן : $t = \sqrt{3}\,\text{sec}$, שיא הגובה : $y\left(t = \sqrt{3}\right) = 15\text{m}$, תאוצה : $a = -10$.

ב. $x\left(t = 2\cdot\sqrt{3}\right) = 20\cdot\sqrt{3}\text{m}$ ג. גודל : $|\vec{v}| = 10.35\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון : $\theta = 15^\circ$.

3) א. $x(t) = 2,221.36\text{m}$ ב. $|\vec{v}| = 161.52\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\theta = -36.5^\circ$

4) א. $v_{CadurB} = 40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_{CadurA} = 20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. כן. ג. התנאי : $v_{2y} = v_{1y}$.

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 8 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

תוכן העניינים

1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי 76
2. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי 85
3. חוק שני של ניוטון 89
4. הכוח האלסטי- קפיץ 104
5. תאוצות לא שוות 109

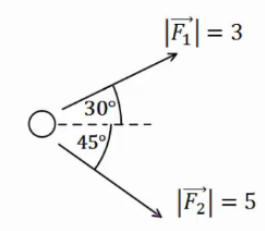
הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

שאלות:

דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

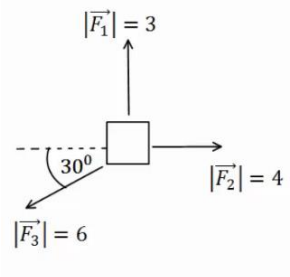
1) דוגמה 1

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



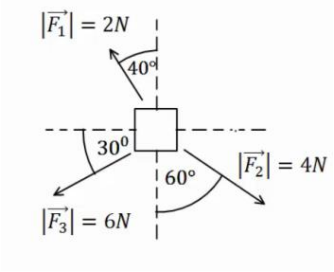
2) דוגמה 2

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



3) דוגמה 3

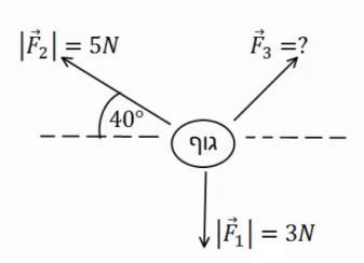
חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



4) דוגמה 4

באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר.

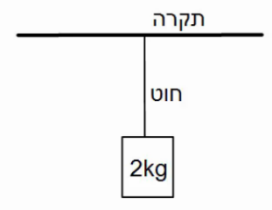
מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.



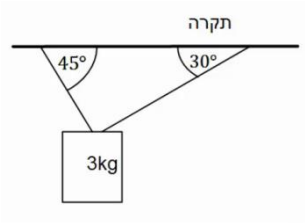
5) דוגמה 5

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

מהי המתיחות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

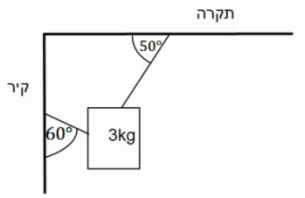


6) דוגמה 6



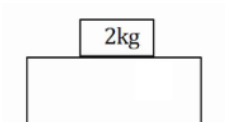
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים,
לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק״ג?

7) דוגמה 7



גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר
המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק״ג?

8) דוגמה 8



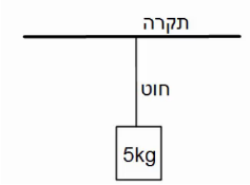
מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על שולחן.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

9) דוגמה 9



מסה של 5 ק״ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

א. מהי המתיחות בחוט?

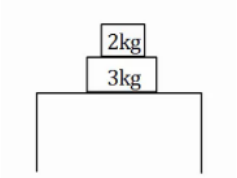
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

10) דוגמה 10

דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

11) דוגמה 11



במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק״ג.

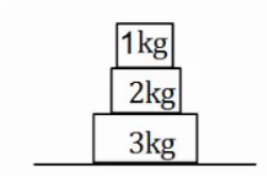
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.

ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.

ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.

ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

12) דוגמה 12



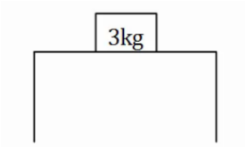
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

חיכוך:

13) גוף על שולחן



גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

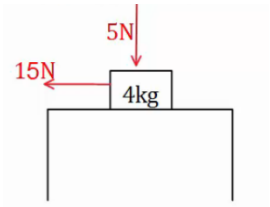
מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

14) כוח מלמעלה



גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן.

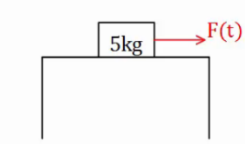
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

15) כוח תלוי בזמן



גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

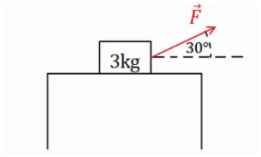
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

16) כוח בזווית

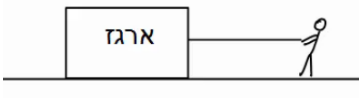


גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל כך שהגוף ישאר במנוחה?

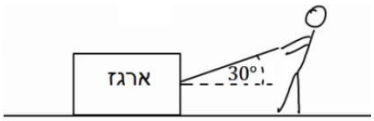
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

17) דני מושך במקביל לקרקע



דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

18) ירון מושך בזווית

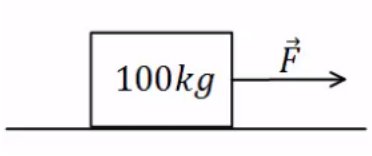


ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

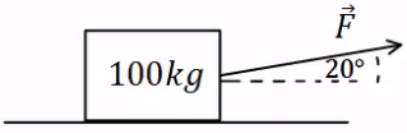
19) כוח בכמה כיוונים

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד מהמקרים הבאים.
מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

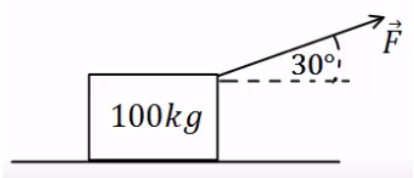
א. כוח מושך אופקי



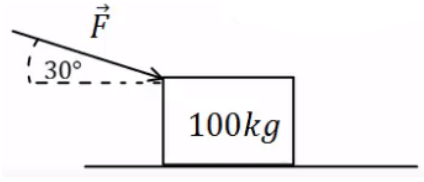
ב. כוח מושך בזווית של $20°$



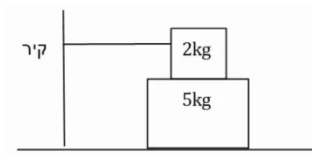
ג. כוח מושך בזווית של $30°$



ד. כוח דוחף בזווית של $30°$ מתחת לאופק



20) מסה על מסה קשורה לקיר



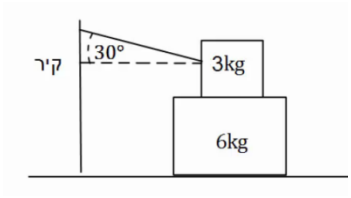
מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?

ג. מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית



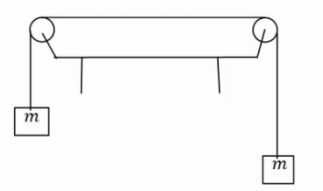
מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות וביו המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

22) שתי משקולות תלויות על שולחן

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן.
המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.

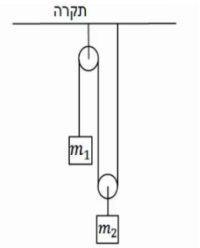


א. מהי המתיחות בחוט?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחבר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?

ג. האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

23) יחס מסות



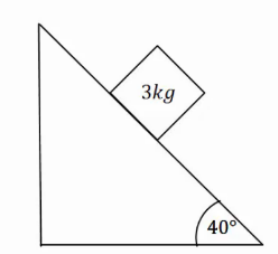
שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

ב. מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40gr$.

המישור המשופע:

24) מסה בשיפוע

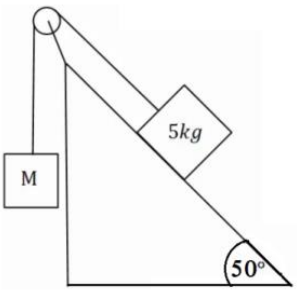


מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

25) מסה בשיפוע ומסה באוויר



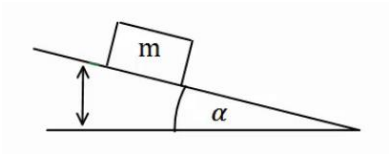
מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

26) זווית החלקה



מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

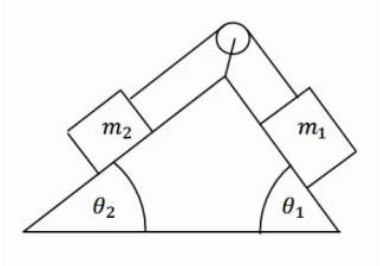
א. מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

ב. פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר μ_s ללא ערך מספרי.

ג. חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

27) שתי מסות שני שיפועים



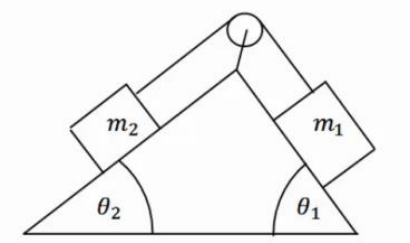
במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן θ_1, θ_2. שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: m_1, θ_1, θ_2 וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את m_2.

28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,
זוויות השיפוע הן: θ_1, θ_2.



שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.
בין המסות למדרון קיים חיכוך.
המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2, \mu_k$.

מצא את m_2.

תשובות סופיות:

1) $\sum\vec{F}=(6.14,\ -2.04)$

2) $\sum\vec{F}=(-1.20,\ 0)$

3) $\sum F_x=-3.03\text{N}$, $\sum F_y=-3.47\text{N}$

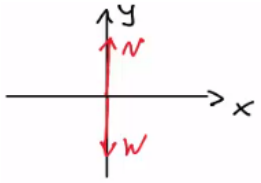
4) גודל: $\left|\vec{F}\right|\approx 3.84\text{N}$, כיוון: $\theta_{F3}=-3.14°$.

5) $T=20\text{N}$

6) $T_1=21.96\text{N}$, $T_2\approx 26.90\text{N}$

7) $T_1\approx 26.30\text{N}$, $T_2\approx 19.48\text{N}$

8) א.

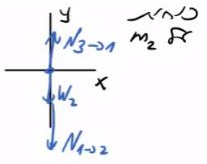


ב. גודל: $N=20$, כיוון: כלפי מעלה.
ג. גודל: $N=20$, כיוון: כלפי מטה.

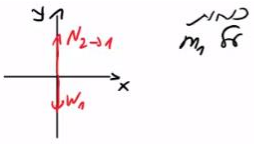
9) א. $T=50\text{N}$ ב. גודל: $T=50\text{N}$, כיוון: מטה.
ג. גודל: $\left|\vec{F}\right|=50$, כיוון: מעלה.

10) $T=50\text{N}$

11) א.



ב.



ג. $N_{32}=50$

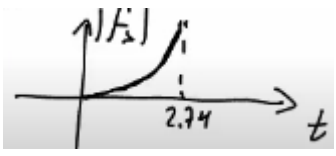
ד. $N_{23}=50\text{N}\hat{y}$

12) א. גודל: $N_{32}=30\text{N}$, כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: $N_{43}=60\text{N}$, כיוון: כלפי מעלה.

13) א. $f_{s_{max}}=12\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-10\hat{x}$

14) א. $f_{s_{max}}=18\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-15\hat{x}_N$

15) א. $f_{s_{max}}=15\text{N}$ ב. $t=2.74\text{sec}$ ג.



16) א. $F_{max}=8.858\text{N}$ ב. $f_s=4.330\text{N}$

17) $F_{Dani}=T=40\text{N}$

18) $T\approx 41.41\text{N}$

19) א. $F=400\text{N}$ ב. $F\approx 371.57\text{N}$ ג. $F=375.23\text{N}$ ד. $F=600.58\text{N}$

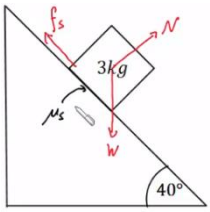
20) א. $F_{max}=27N$ ב. $T=6N$ ג. $F=18N$

21) א. $F_{max}=33.34N$ ב. $T=8.86N$

22) א. $T=40N$ ב. $\theta=45^\circ\ ,\ F=56.57N$ ג. לא.

23) א. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ ב. $T_2=0.4N\ ,\ T_1=0.2N$

24) א.



ב. $f_s=mg\cos 50^\circ\approx 19.28N\ ,\ N\approx 22.98N$

25) א. $M=3.83kg$ ב. $M_{max}=4.79kg\ ,\ M_{min}=2.87kg$

26) א. $\alpha=11.31^\circ$ ב. $\alpha=\text{shif tan}(\mu_s)$ ג. ראה סרטון.

27) $m_2=m_1\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$

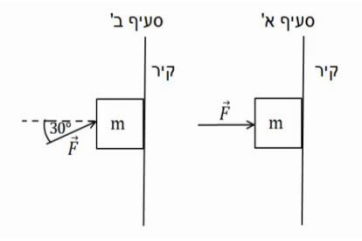
28) $m_2=m_1\left(\frac{-\mu_k\cos\theta_1+\sin\theta_1}{\sin\theta_2+\mu_k\cos\theta_2}\right)$

תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

שאלות:

1) מסה מוצמדת לקיר

ארגז בעל מסה של 2 ק״ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.
מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: 0.3.

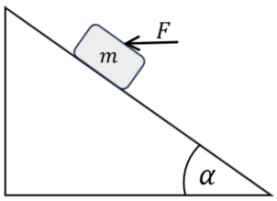


א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של $30°$ כלפי מעלה ביחס לאופק.

2) כוח אופקי מינ ומקס על מסה בשיפוע

מסה: $m=2kg$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha=37°$.

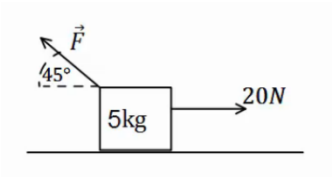


מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s=0.15$.

כוח אופקי F פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.
מהו F המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?

3) קופסה עם כוח לא ידוע

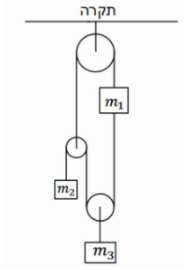
קופסה בעלת מסה של 5 ק״ג מונחת על משטח אופקי.
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל לציר ה-x. בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k=0.2$.



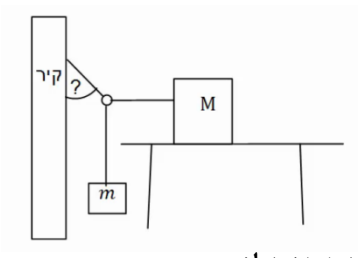
כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של $45°$.
מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.

4) מערכת גלגלות

במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המסות m_1, m_2 נתונות.
מצא את m_3 ואת המתיחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל המערכת נמצאת במנוחה.

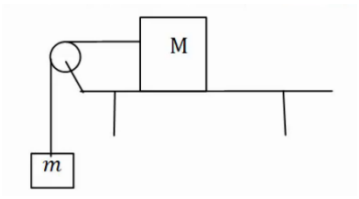


5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן הוא: μ_s, וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
אם: M, m, μ_s נתונים.

6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.

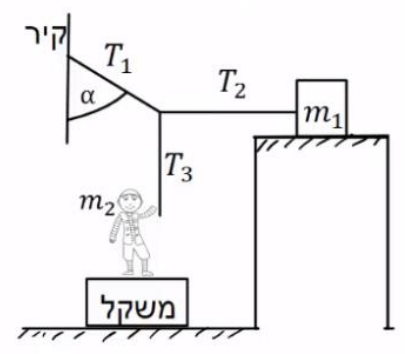
א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי, אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.

ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?

ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק את הגלגלת)?

ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה? (התייחס למסת השולחן כנתונה).

7) נער מושך בחוטים

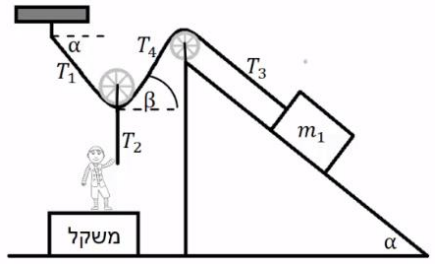


מסה m_1 מונחת על משטח אופקי לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_3, כך שהמסה m_1 על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 30°, m_2 = 50kg$.
החוט T_2 אופקי ו-T_3 אנכי.
הוראת המשקל היא: 450N.

א. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2 ו-T_3.

ב. חשב את ערכה של מסה m_1.

8) נער מושך בחוטים שוב

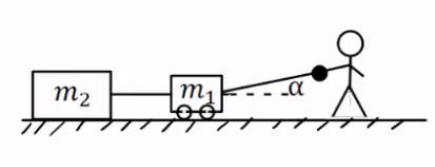


מסה m_1 מונחת על משטח משופע לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_2.
החוט T_2 מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\alpha = 40°, m_1 = 80kg, m_2 = 60kg$, $\mu_s = 0.2$.
החוט T_2 מאונך ו-T_3 מקביל למדרון.
הוראת המשקל היא: 120N.

א. חשב את הזווית β (הזווית בין החוט לאופק).
ב. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2, T_4.
ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין m_1 למדרון.

9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

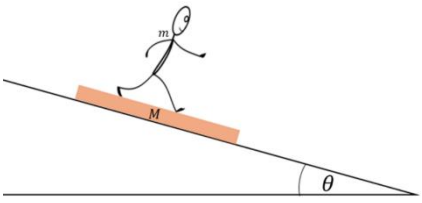


אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15kg$ באמצעות חוט.
החוט בזווית $\alpha = 30°$ עם הציר האופקי, ראה תרשים.
החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25kg$.
מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.
מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתיחות בחוט בין העגלה למשקולת?
ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה m_1?

10) אדם הולך על קרש על מישור משופע **

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית θ.
אדם שמסתו: $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.



א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?
ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)
ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?

תשובות סופיות:

1) א. $F_{min}=66.67N$ ב. $F\geq 26.32N$

2) $F_{min}=10.8N$, $F_{max}=20.4N$

3) $F\approx 17.68N$

4) $T_1=(m_1+m_2)g$, $T_2=m_2g$, $T_3=2m_2g$, $T_4=2(m_1+m_2)$, $m_3=2m_2$

5) $\cot\alpha=\dfrac{m}{\mu_s M}$

6) א. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{m}{M}$ ב. $F=\sqrt{2}mg$ ג. $\sum F_y=(-M+m)g$

ד. $N=-\sum F_y=(M+m)g+\tilde{M}g$

7) א. $T_1=57.7N$, $T_2=28.9N$, $T_3=50N$ ב. $m_1=14.5kg$

8) א. $\beta=40°$ ב. $T_2=480N$, $T_1=T_4\approx 373N$

ג. $f_s=141N$, כיוון: במעלה המדרון.

9) $T_2=50N$ ב. $T_1=57.7N$

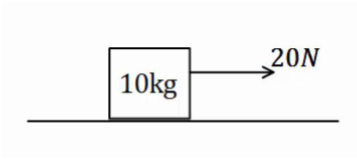
10) א. במורד המישור. ב. $\dfrac{7}{2}g\sin\theta$ ג. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{\tan\theta}{0.4}$

ד. במעלה המישור. $a=1.4g\sin\theta$

חוק שני של ניוטון:

שאלות:

1) דוגמה 1



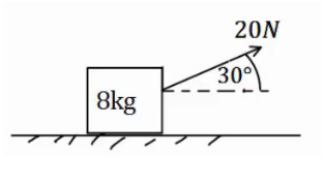
כוח של 20 ניוטון מופעל על ארגז בעל מסה של 10 ק"ג.
אין חיכוך בין הארגז לרצפה.

א. מצא את תאוצת הארגז.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה, אם נתון שהארגז התחיל תנועתו ממנוחה?

2) דוגמה 2

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק.
הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג.
הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך.



מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.1$.

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל לנוע.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

3) מרחק עצירה

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה.
מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.
הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

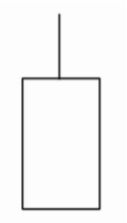
4) כוח קבוע נפסק בפתאומיות

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על המסה כוח אופקי של 10N.
המסה מתחילה לנוע בהשפעת הכוח במשך 4 שניות, ואז נפסק הכוח בפתאומיות.
מקדם החיכוך הקינטי בין המסה לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

א. מה המרחק אותו עבר הגוף עד ל- $t = 4\text{sec}$?

ב. מהו המרחק הכולל אותו עבר הגוף עד לעצירתו שוב?

5) כוחות על מעלית



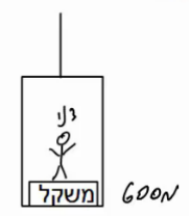
מעלית עולה בתאוצה של 0.5 מטרים לשניה בריבוע,
באמצעות כבל הקשור לתקרתה. מסת המעלית היא 600 ק"ג.

א. שרטט תרשים כוחות על המעלית.
הקפד על הגודל היחסי של כל וקטור בשרטוט.

ב. שרטט את שקול הכוחות ואת וקטור התאוצה.

ג. מהי המתיחות בכבל?

6) משקל במעלית



דני מודד את משקלו בתוך מעלית.
משקלו כאשר המעלית במנוחה הוא 600 ניוטון.

א. מהי מסתו של דני?

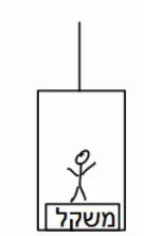
ב. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה?

ג. מה יראה המשקל אם המעלית עולה בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

ד. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

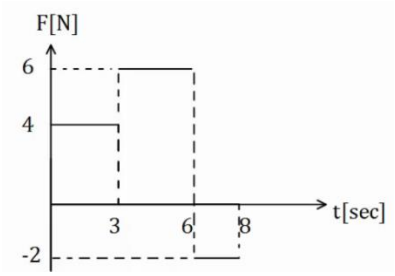
ה. מה יראה המשקל אם המעלית נופלת נפילה חופשית?

7) עוד משקל במעלית



יוסי נמצא במעלית ומודד את מסתו באמצעות משקל.
יוסי מודד פעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מעלה של 3 מטרים לשניה בריבוע, ופעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מטה של 1 מטר לשניה בריבוע.
ההפרש בין המדידות הוא 12 ק"ג.
מהי מסתו האמיתית של יוסי?

8) גרפים 1



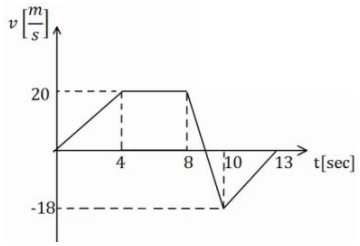
בגרף הבא נתון הכוח הפועל על גוף כתלות בזמן.

א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן אם מסת הגוף היא 5 ק"ג.

ב. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם מהירותו ההתחלתית היא: $v_0 = 0$.

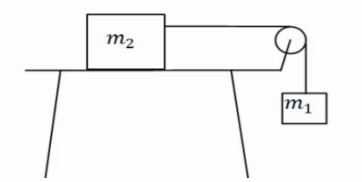
ג. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם המיקום ההתחלתי הוא: $x_0 = 0$.

9) גרפים 2



גוף בעל מסה של 3 ק״ג נע לאורך קו ישר.
מהירות הגוף כתלות בזמן נתונה לפי הגרף הבא.
מצא את שקול הכוחות הפועל על הגוף בכל רגע,
ושרטט גרף של השקול כתלות בזמן.

10) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה



במערכת הבאה המסה $m_2 = 5kg$ נמצאת על שולחן אופקי ומחוברת דרך חוט אידיאלי למסה התלויה באוויר m_1. בין השולחן ל-m_2 קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא: $3m$.

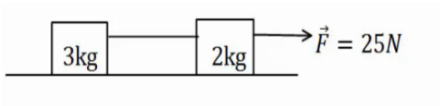
א. מצא את גודלה המינימלי של m_1, עבורה המערכת תהיה בתנועה.

ב. הנח שגודלה של m_1 כפול מזה שחישבת בסעיף הקודם.
מהן תאוצות המסות?

ג. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?

ד. מהן מהירויות המסות ברגע זה?

11) כוח מושך מסה שמושכת מסה

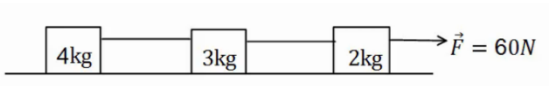


מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי למסה
נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
כוח אופקי של 25 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוט אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח, ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

12) כוח מושך מסה שמושכת מסה שמושכת מסה



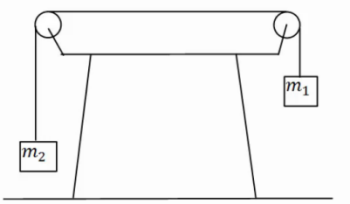
מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על
משטח אופקי. המסה מחוברת באמצעות
חוט אידיאלי למסה נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
המסה השנייה מחוברת למסה של 4 ק״ג בצורה דומה.
כוח אופקי של 60 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוטים אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח הקודם ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

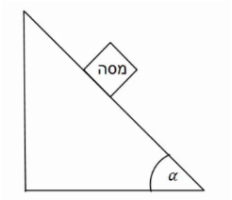
13) שתי מסות תלויות

במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$, $m_2 = 1kg$.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלות אידיאליות.
המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא: $2m$.



א. שרטט תרשים כוחות עבור כל מסה.
ב. חשב את תאוצת הגופים.
ג. לאיזה כיוון תתחיל המערכת לנוע?
ד. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?
ה. מהי מהירות המסות ברגע זה?

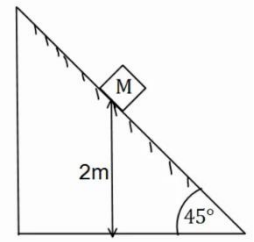
14) מדרון משופע בסיסי



מסה מונחת על מדרון משופע בעל זווית α.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.
ב. בטא את תאוצת המסה באמצעות הזווית.
ג. רשום משוואת מיקום-זמן ומהירות-זמן של המסה.

15) מדרון משופע עם חיכוך

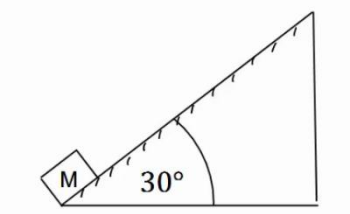


מסה M מונחת על מדרון משופע בגובה של 2 מטרים.
זווית השיפוע של המדרון היא 45 מעלות ומקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$.

א. האם המסה תתחיל להחליק או תישאר במנוחה?
ב. מצא תוך כמה זמן תגיע המסה לתחתית המדרון.
מהי מהירותה ברגע זה?

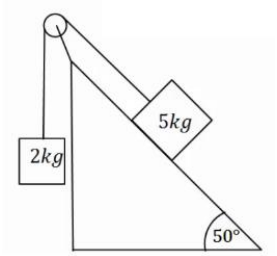
16) מסה נזרקת במעלה המדרון

מסה M נזרקת במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית של: $v_0 = 20\frac{m}{sec}$.
זווית המדרון היא 30 מעלות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.



א. מצא את תאוצת המסה.
ב. רשום משוואת מיקום-זמן עבור תנועת המסה.
ג. מתי מגיעה המסה לשיא גובה תנועתה על המדרון?
ד. האם המסה תיעצר בשיא הגובה?
ה. כמה זמן ייקח למסה לחזור לתחתית המדרון
מהרגע שבו התחילה תנועתה?

17) מסה בשיפוע ומסה תלויה



מסה של 5 ק"ג מונחת על מדרון משופע בעל זווית שיפוע של 50 מעלות. המסה מחוברת דרך חוט אידיאלי למסה של 2 ק"ג התלויה באוויר.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

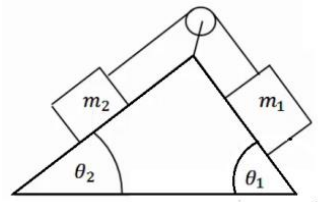
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? האם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

18) שתי מסות שני שיפועים 2



במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן: θ_1 , θ_2.
שתי מסות שונות m_1 , m_2 מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המסות למדרון.

נתון: $\theta_1 = 45°$, $\theta_2 = 30°$, $m_1 = 2kg$, $m_2 = 4kg$.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

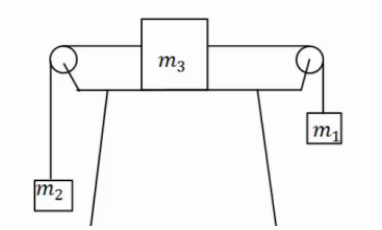
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? והאם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

19) מסה על שולחן ושתי מסות תלויות



מסה m_3 מונחת על שולחן במנוחה.
המסה קשורה משני צידיה לחוטים אידיאליים.
כל חוט עובר דרך גלגלת ומחובר למסה שונה התלויה באוויר (ראה איור).
הנח שהמסות לא פוגעות ברצפה.

נתון: $m_1 = 14kg$, $m_2 = 2kg$, $m_3 = 4kg$.

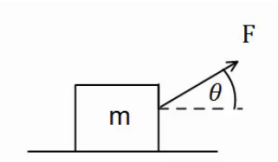
א. מצא את תאוצות המסות והמתיחות בחוטים אם אין חיכוך בין m_3 לשולחן.

כעת הנח שיש חיכוך בין m_3 לשולחן ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ב. האם המערכת תהיה במנוחה או בתנועה?

ג. מצא שוב את תאוצת הגופים והמתיחות בחוטים.

20) זווית אופטימלית למשיכה



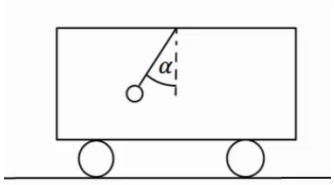
כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק.
מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא μ_k.

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
(הנח כי יש תנועה והארגז לא מתרומם מעל הקרקע).

ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.
בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10°,\ 0°,\ 10°,\ 20°,\ 30°,\ 45°$.

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית.
השתמש בנגזרת.

21) מטוטלת במכונית

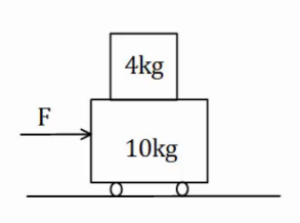


מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.
המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α,
ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

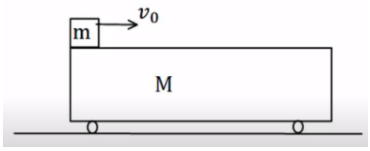
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

22) מסה של 4 על עגלה של 10



מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג.
החיכוך בין העגלה למשטח זניח.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא: $\mu_s = 0.2$.
כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה.
מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

23) מסה מחליקה על עגלה



מסה m מונחת מעל עגלה בעלת מסה M הנמצאת במנוחה.
המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.
נותנים למסה העליונה בלבד מהירות התחלתית v_0.
בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

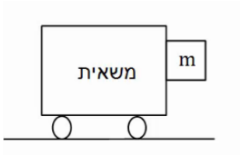
נתון: $\mu_k = 0.2\ ,\ v_0 = 20\frac{m}{sec}\ ,\ M = 12kg\ ,\ m = 3kg$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות של המסה כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום והמהירות של העגלה כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה?

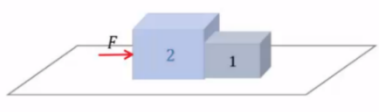
24) מסה צמודה למשאית



מסה m מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.
בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: m, μ_s.
מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

25) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות

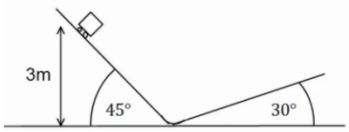
שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.
מסות התיבות הן: $m_1 = 3kg$ ו- $m_2 = 5kg$. כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה אחת כפי שמתואר בתרשים.
גודל הכוח הוא: $F = 16N$. חשב את:



א. התאוצה של כל תיבה.
ב. הכוח הנורמלי $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השניה.
ג. הכוח הנורמלי $N_{2\to1}$ שבו התיבה השניה דוחפת את הראשונה.

26) קופסה בין מדרונות

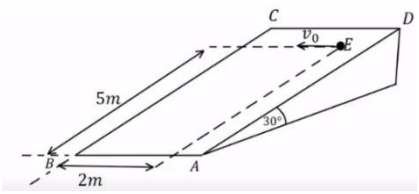
קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.
הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה. בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.
הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.
ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח. מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

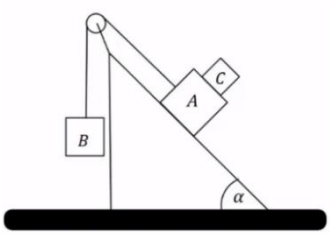
27) זריקה אופקית על מישור משופע

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.
הנקודה E נמצאת במרחק $5m$ מהצלע AB ובמרחק $2m$ מהצלע BC.
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח במהירות התחלתית v_0 שכיוונה מקביל לצלע AB.



א. צייר מערכת צירים ורשום את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.
ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?
ג. מצא את v_0 עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.
ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- v_0 שמצאת בסעיף ג'.

28) גוף על גוף במישור משופע



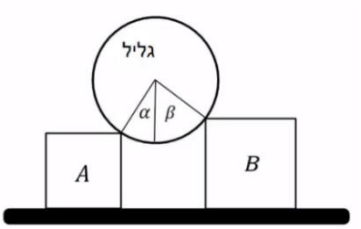
גוף A בעל מסה m_A וגוף B בעל מסה m_B מחוברים באמצעות חוט וגלגלת כמתואר באיור. גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית α. גוף C בעל מסה m_C מונח על גוף A. מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא μ_s. הבא את התשובות באמצעות: μ_s , α , m_C , m_A.

א. מהי המסה המרבית של גוף B כך שגוף C וגוף A ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט אם המסה של גוף B היא זאת שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k?

29) גליל על שני ארגזים

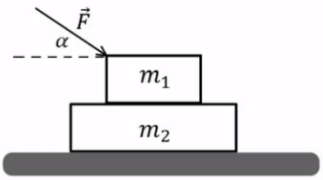


גליל אחיד שמסתו m מונח על שני ארגזים שמסותיהם: $m_A = m$ ו- $m_B = 2m$. לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך. כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים רדיוסי הגליל הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של $\alpha = 30°$ ו- $\beta = 45°$ עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: m , g.

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח, מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

30) כוח דוחף גוף על גוף



שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$ מונחים זה על גבי זה על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור). בין הגופים קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הקינטי והסטטי הם: μ_k , μ_s.
כוח חיצוני $\vec{F}$ מופעל על הגוף העליון בזווית α מתחת לאופק.
הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: μ_k , μ_s , g , m , α , F.

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

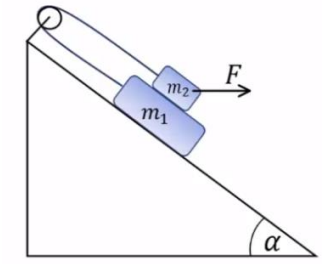
ג. מהו גודלו המקסימלי של $\vec{F}$ כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\mu_s = 0.2$, $\mu_k = 0.15$, $\alpha = 30°$.

מצא את תאוצת כל גוף כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר: $F = 3mg$.

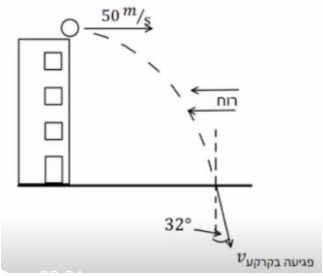
31) מסה על מסה מחוברות בגלגלת



נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4kg$, $m_2 = 3kg$.
הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידאלית ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30°$.
מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$.
מקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.
כוח אופקי F פועל על m_2.

א. מהו F המקסימלי כך שהגופים יישארו במנוחה?
ב. אם $F = 40N$ מהי תאוצת הגופים?

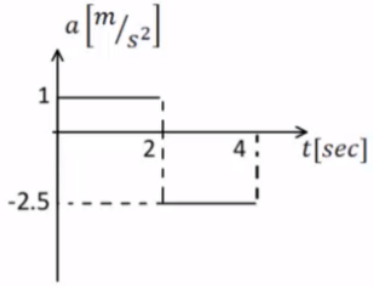
32) זריקה אופקית בהשפעת רוח*

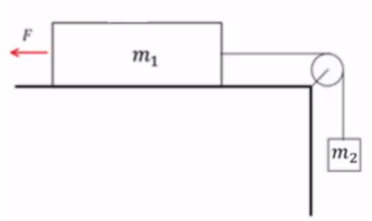


כדור נזרק מגג בניין גבוה מאוד שגובהו 80 מטרים.
הכדור נזרק אופקית במהירות של 50 מטר לשניה.
2 שניות לאחר הזריקה מתחילה לנשוב רוח שמפעילה כוח F קבוע ואופקי בכיוון המנוגד למהירות ההתחלתית.
מסת הכדור היא 500 גרם.

א. ענה:
i. האם הרוח משפיעה על הזמן שלוקח לכדור להגיע לקרקע?
ii. האם הרוח משפיעה על מהירות הפגיעה של הכדור בקרקע?
ב. נתון שהחבילה פוגעת בקרקע בזווית של 32 מעלות עם האנך לקרקע.
i. חשב את גודלו של הכוח F.
ii. שרטט גרפים של רכיבי המהירות כתלות בזמן עד לפגיעה בקרקע.
ג. מהי הסטייה של הכדור בפגיעתו בקרקע בעקבות הרוח?

33) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה וכוח*





המערכת שמתוארת בתרשים משוחררת ממנוחה ונעה ימינה. הזניחו את מסת החוט ואת כל כוחות החיכוך. כעבור 2 שניות נקרע החוט והכוח F ממשיך לפעול. נתון: $m_1 = 6kg, F = 15N$.
הגרף באיור מתאר את התאוצה של m_1 כפונקציה של הזמן עבור 4 השניות הראשונות של התנועה.
הכיוון החיובי הוא ימינה.

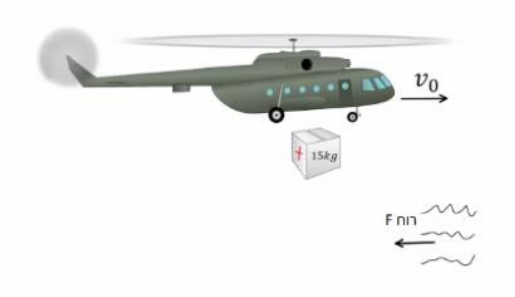
א. עבור 2 השניות הראשונות של התנועה:
i. שרטטו את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ii. רשמו את המיקום כתלות בזמן של m_1.
iii. חשבו את m_2 ואת המתיחות בחוט.

ב. האם m_1 שינתה את כיוון תנועתה במהלך 4 השניות הראשונות?
נמקו אם כן או לא. במידה וכן מצא את הזמן והמרחק בו התרחש השינוי.

ג. שרטטו את המהירות כתלות בזמן עבור m_1 ב-4 השניות של התנועה.

ד. אם המשטח לא היה חלק, מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי עבורו המערכת הייתה נשארת במנוחה?

34) חבילת סיוע לצוות רפואי



מסוק נשלח להטיל מהאוויר חבילה המכילה ציוד חיוני לצוות רפואי שנמצא על הקרקע.
מסת החבילה 15 ק"ג ובעת הטלתה המסוק טס אופקית במהירות: $v_0 = 198\frac{km}{hr}$
בגובה 90 מטר מעל הקרקע. 2 שניות אחרי תחילת נפילתה של החבילה החלה לנשוב רוח שהפעילה על החבילה כוח אופקי F קבוע בכיוון המנוגד ל-v_0.
התייחסו לחבילה כאל גוף נקודתי.
הניחו כי פרט לכוח F האוויר אינו מפעיל שום כוח נוסף.

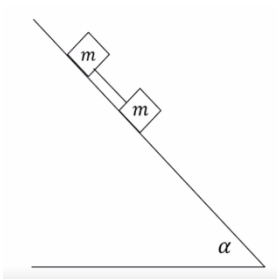
א. האם הרוח (המתבטאת כאן בכוח F קבוע שהחל לפעול 2 שניות לאחר תחילת התנועה) משפיעה על ערכם של:
   i. הזמן שלקח לחבילה להגיע לקרקע? נמק.
   ii. מהירות הפגיעה של החבילה בקרקע? נמק.

ב. חשבו את הכוח F אם נתון שהחבילה פגעה בקרקע בזווית 45 מעלות ממישור הקרקע האופקי.

ג. שרטטו במערכת צירים משותפת גרף מהירות-זמן של שני רכיבי מהירות החבילה v_x ו-v_y מרגע השחרור ועד הפגיעה בקרקע.

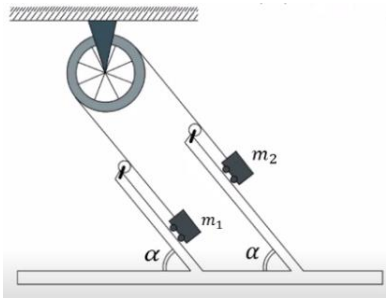
ד. בכמה מטרים הייתה מוסטת נקודת הפגיעה של החבילה בקרקע אילו לא נשבה רוח במהלך תנועתה?

35) שתי מסות מחוברות בחוט על מישור משופע



שני גופים בעלי מסה זהה m קשורים בחוט ונמצאים על מדרון משופע לא חלק בעל זווית α.
משחררים את הגופים ממנוחה והם מתחילים להחליק במורד המדרון. מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים למשטח הוא μ_k.
מצאו את המתיחות בחוט במהלך התנועה.

36) מכונת אטווד משופעת



תלמידים בנו מכונת אטווד "משופעת".
שתי העגלות נעות ללא חיכוך על לוחות משופעים כשהן קשורות בחוט שעובר דרך גלגלת שמסתה זניחה.
זווית השיפוע α ניתנת לשינוי.
מסות הגופים הן: $m_2 = 6kg$, $m_1 = 3kg$.
בטאו תשובותיכם בסעיפים א', ב', ג' באמצעות α.

א. תלמידה מחזיקה את העגלה m_2 כך שלא תזוז.
מהי המתיחות בחוט?

ב. התלמידה משחררת את המסה m_2.
מהי תאוצת הגופים ומהי המתיחות בחוט כעת?

ג. החוט יכול לשאת עומס מקסימאלי של $25N$.
מהו הערך המירבי של α עבורו החוט לא ייקרע?

ד. בהנחה כי כעת מחובר חוט היכול לעמוד במתיחויות גדולות מאוד,
מהי הזווית α עבורה תאוצת הגופים היא מקסימאלית?

ה. מדוע הגדלה נוספת של הזווית מעבר לזווית שמצאתם בסעיף ד', לא תמשיך ותגדיל את תאוצת הגופים ולא את המתיחות בחוט?
הניחו בסעיפים ד' ו-ה כי המרחק בין הלוחות גם הוא גדול מאוד ביחס לאורך החוט.

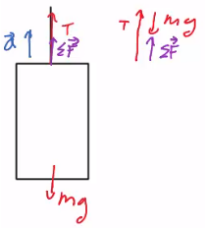
תשובות סופיות:

1) א. $a_x = 2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $t = \sqrt{30}\,\text{sec}$

2) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82\,\text{sec}$
ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

3) א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$. ב. לא, כי $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$.

4) א. $x(t=4) = 24\text{m}$ ב. $x_F = 60\text{m}$

5) א.  ב.  ג. $T = 6300\text{N}$

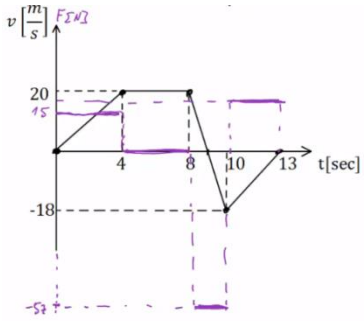
6) א. $m_{Dani} = 60\text{kg}$ ב. כמו סעיף א'. ג. $m_{Dani} = 78\text{kg}$
ד. $m_{Dani} = 42\text{kg}$ ה. 0

7) $m_{Yossi} = 30\text{kg}$

8) א. $a = \begin{cases} \frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ \frac{6}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 3 < t < 6 \\ \frac{-2}{5} & 6 < t < 8 \end{cases}$ ב. $v(t) = \begin{cases} \frac{4}{5}t & 0 \le t \le 3 \\ \frac{12}{5} + \frac{6}{5}(t-3) & 3 \le t \le 6 \\ 6 - \frac{2}{5}(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

ג. $x(t) = \begin{cases} \frac{2}{5}t^2 & 0 \le t \le 3 \\ \frac{18}{5} + \frac{12}{5}(t-3) + \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}(t-3)^2 & 3 \le t \le 6 \\ \frac{81}{5} + 6(t-6) + \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

9) שקול הכוחות: $\sum F = 18\text{N}$, גרף:



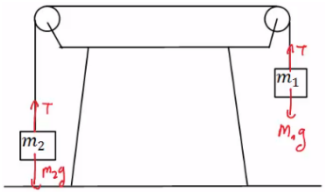
10) א. $m_{min}=1.5kg$ ב. $a=2.5\frac{m}{sec^2}$ ג. $t\approx 1.55sec$

ד. $v_2(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{x}$, $v_1(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{y}$

11) א. תאוצה: $a=5\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$. ב. תאוצה: $a=3\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$.

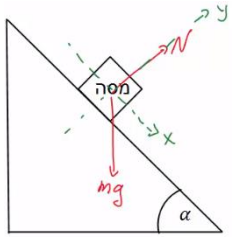
12) א. תאוצה: $a\approx 6.67\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=46.68N$.

ב. תאוצה: $a\approx 4.67\frac{m}{sec^2}$.

13) א. 

ב. $a=5\frac{m}{sec^2}$ ג. m_1 תרד כלפי מטה.

ד. $t=\sqrt{\frac{4}{5}}sec$ ה. $v(t=0.89)\approx 4.47\frac{m}{sec}$

14) א. 

ב. $a_x=g\sin\alpha$ ג. מיקום-זמן: $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$

מהירות-זמן: $v(t)=g\sin\alpha\cdot t$

15) א. תתחיל להחליק. ב. הזמן: $t\approx 0.94sec$, המהירות: $v(t=0.94)\approx 6\frac{m}{sec}$.

16) א. $a=-g(\mu_k\cos 30°+\sin 30°)\approx -6.73\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=0+20\cdot t-\frac{6.73}{2}\cdot t^2$

ג. $t\approx 2.97sec$ ד. לא. ה. $t=6.24sec$

17) א. לכיוון המסה הגדולה יותר. ב. $a\approx 2.61\frac{m}{sec^2}$

ג. סטטי, המערכת בתנועה. ד. $a\approx 1.7\frac{m}{sec^2}$

18) א. בכיוון m_2. ב. $a\approx 0.98\frac{m}{sec^2}$ ג. בכיוון m_1, סטטי. ד. אין.

19) א. תאוצה: $a=6\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T_{m2}=32N$, $T_{m1}=56N$. ב. בתנועה.

ג. $a=5.6\frac{m}{sec^2}$

20 א. $a=\frac{F}{m}\left(\cos\theta+\mu_k\sin\theta\right)-\theta_k g$ ב. $\theta=20°$ ג. $\theta_0\approx 16.6992°$

21 א. גודל: $a_x=g\tan\alpha$, כיוון: חיובי. ב. לא.

22 $F=\mu_s\left(m_1+m_2\right)g=28N$

23 א. $x(t)=20\cdot t-\frac{2}{2}t^2$, $v(t)=20-2\cdot t$ ב. $x(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot t^2$, $v(t)=\frac{1}{2}\cdot t$

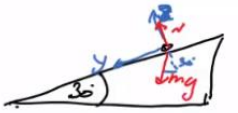
ג. $v(t=8)=4\frac{m}{sec}$

24 $a_{min}=\frac{g}{\mu_s}$

25 א. $a=2\frac{m}{sec^2}$ ב. $N_{1\to 2}=6N$ ג. $\vec{N}_{2\to 1}=6N\hat{x}$

26 א. $h_{max}=3m$ ב. $h_{max}=1.78m$

27 א. $\sum F_x=0$, $\sum F_y=mg\sin 30°$, $\sum F_z=N-mg\cos 30°$



ב. פרבולה. ג. $v_0=\sqrt{2}\frac{m}{sec}$ ד. $v_y\left(t_B\right)\approx 7.07\frac{m}{sec}$

28 א. $m_{Bmax}=\frac{\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu_s\cos\alpha}$

ב. $a=g\left(\mu_s\cos\alpha-\sin\alpha\right)$, $T=g\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha$

ג. $a_C=\left(\mu_k\cos\alpha-\sin\alpha\right)g$, $a_B=g\frac{\left(m_B-\mu_k m_C\cos\alpha-m_A\sin\alpha\right)}{m_A+m_B}$

29 א. $N_A=0.732mg$, $N_B=0.518mg$ ב. $\mu_s\geq 0.224$

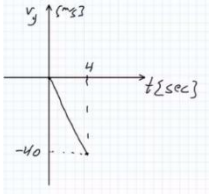
30 א. $a=\frac{F\cos\alpha}{2m}$ ב. $f_s=\frac{F\cos\alpha}{2}$ ג. $F_{max}=\frac{2\mu_s mg}{\cos\alpha-2\mu_s\sin\alpha}$

ד. $a\approx 2.17\frac{m}{sec^2}$ ה. $a_1=22.2\frac{m}{sec^2}$, $a_2=3.75\frac{m}{sec^2}$

31 א. $F_{max}=31.05N$ ב. $a=1.81\frac{m}{sec^2}$

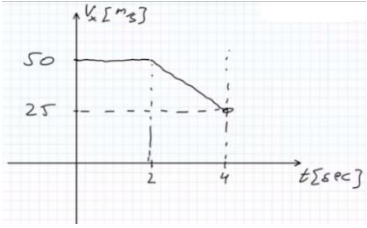
32 א.i. אינה משפיעה. ii. משפיעה. ב.i. $F=6.25N$

ii. $v_y(t)=-10\cdot t$

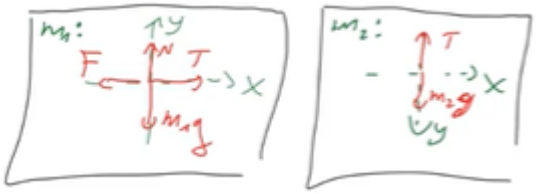


ג. $\sigma_x=25m$

$$v_x(t)=\begin{cases}50 & 0<t<2\\ 50-12.5(t-2) & 2<t<4\end{cases}$$



33) א.i.

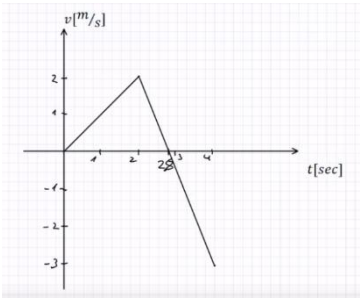


ii. $x(t)=\frac{1}{2}t^2$

iii. $T=21N\ ,\ m_2=2.33kg$

ב. כן, מכיוון שהשטח השלילי מתחת לגרף גדול מהשטח החיובי המהיר תשנה כיוון.
שינוי הכיוון: $x=2.8m\ ,\ t=2.8\sec$.

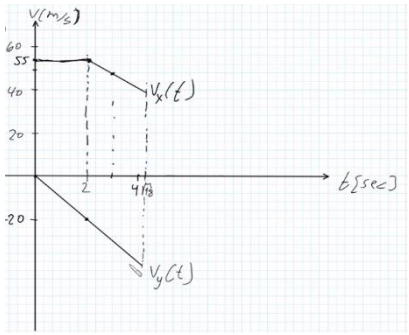
ג.



ד. $\mu_{s\min}=0.25$

34) א.i. לא משפיעה. ii. משפיעה. ב. $F\approx 84.1N$

ג.



ד. $\Delta x=14m$

35) $T=0$

36) א. $T=30\sin\alpha$ ב. $a=3.35\sin\alpha$ ג. $\alpha_{max}=38.7°$ ד. $\alpha_{max}=90°$

ה. המסות יתנתקו מהמשטח ויהיו תלויות אנכית, התאוצה תישאר אותו דבר כמו בזווית של $90°$.

הכוח האלסטי - קפיץ:

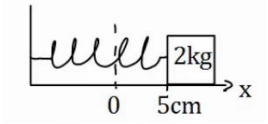
שאלות:

1) דוגמה 1

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

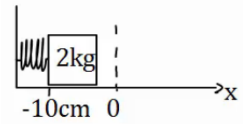
בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א'



א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

ב'



ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

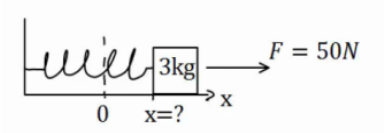
כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

2) דוגמה 2

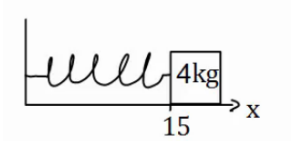
גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 100\frac{N}{m}$.

בין הגוף למשטח אין חיכוך.
על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל?
(הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס).



3) דוגמה 3

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

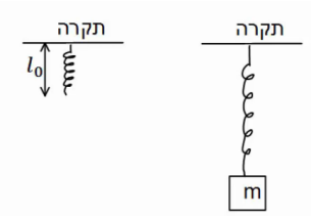
א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

4) שיטה למדידת קבוע קפיץ

מסה m תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ שאורכו הרפוי הוא l_0.

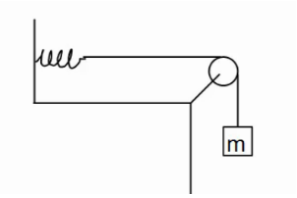


משחררים את המסה לאט לאט עד אשר היא מגיעה לנקודה בה היא תלויה לבד במנוחה.

א. מה מיוחד בנקודה זו?

ב. מודדים את מרחק המסה מהתקרה בנקודה זו. מצא באמצעות מרחק זה והפרמטרים בשאלה את קבוע הקפיץ.

5) מסה קשורה לחוט שמחובר לקפיץ אופקי



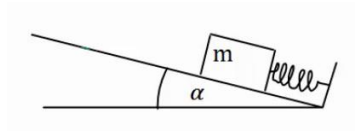
מסה $m=5gr$ תלויה באמצעות חוט, העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר בצידו השני לקפיץ.
הקפיץ מחובר לקיר בצורה אופקית.
קבוע הקפיץ הוא: $k=10\frac{N}{m}$.

א. משחררים את המסה בנקודה בה היא נשארת במנוחה. מצא את התארכות הקפיץ.

ב. מושכים את המסה 5 ס"מ נוספים ומשחררים. מהי תאוצת המסה ברגע השחרור?

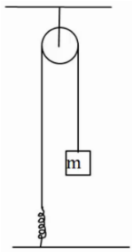
6) קפיץ בשיפוע

מסה m נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית α.



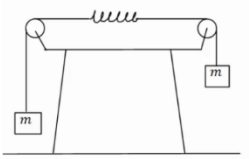
מצד המסה מחובר קפיץ בעל קבוע קפיץ k.
אין חיכוך בין המסה למשטח.
בכמה מכווץ הקפיץ ממצבו הרפוי?
התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים.

7) מסה מחוברת לקפיץ דרך גלגלת בתקרה



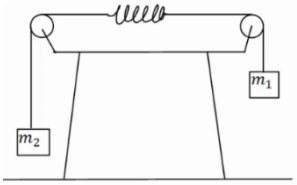
מסה m מחוברת לקפיץ אידיאלי (חסר מסה) דרך גלגלת אידיאלית המחוברת לתקרה.
הקפיץ מחובר לקרקע וקבוע הקפיץ הוא k.
מצא את התארכות הקפיץ אם נתון שהמסה בשיווי משקל.

8) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע



במערכת הבאה שתי מסות זהות m תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.
באמצע החוט ישנו קפיץ בעל קבוע קפיץ k.
מצא את התארכות הקפיץ.

9) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע בתאוצה



במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$, $m_2 = 1kg$,
תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.

באמצע החוט ישנו קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 20\frac{N}{m}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מצא את תאוצת המערכת.

ב. מצא את התארכות הקפיץ.

10) מסה תלויה ומתיחה

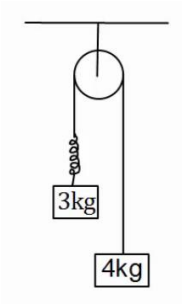
מסה תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות קפיץ אידיאלי.

נתון: $k = 20\frac{N}{m}$, $m = 2kg$.

א. מהי תאוצת המסה אם מושכים את המסה 5 ס"מ כלפי מטה?

ב. מהי תאוצת המסה אם מרימים את המסה 2 ס"מ כלפי מעלה?

11) מסות תלויות מהתקרה עם קפיץ בתאוצה



במערכת הבאה שתי מסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידאלית.

בין המסות יש קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

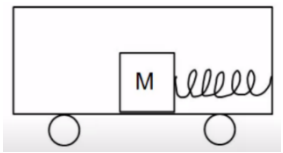
הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מהי תאוצת המסות?

ב. מהי ההתארכות של הקפיץ?

12) קפיץ במכונית נוסעת

מסה $m = 5kg$ נמצאת על רצפת מכונית.
המסה מחוברת באמצעות קפיץ חסר מסה לצד המכונית, ויכולה לנוע על הרצפה ללא חיכוך.



קבוע הקפיץ הוא: $k = 30\frac{N}{m}$.

הנח שאורך הקפיץ קבוע.

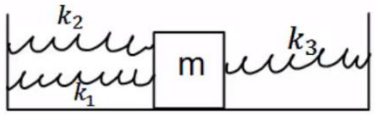
א. מהי התארכות הקפיץ אם המכונית נוסעת במהירות קבועה?

ב. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע ימינה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

ג. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 3 מטר לשנייה בריבוע שמאלה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

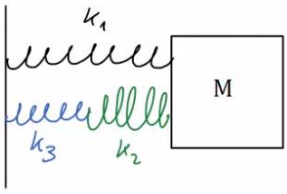
13) מסה עם שלושה קפיצים

שלושה קפיצים מחוברים למסה $m=2kg$, כפי שנראה באיור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי: $k_1=3\frac{N}{m}$, $k_2=5\frac{N}{m}$, $k_3=12\frac{N}{m}$.
הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.
מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

14) שלושה קפיצים שוב



באיור הבא המסה $m=4kg$ מחוברת לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב- $x=0$.
מהי תאוצת המסה כאשר מיקומה הוא: $x=0.2m$
אם קבועי הקפיצים הם: $k_1=3\frac{N}{m}$, $k_2=5\frac{N}{m}$, $k_3=12\frac{N}{m}$.

תשובות סופיות:

1) א. גודל: $-1.25\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי.
ג. $x=8\text{cm}$

2) $x=\frac{1}{2}\text{m}$

3) א. $F=-2.5\text{N}$ ב. $F=2\text{N}$ ג. סעיף א': $a=-3.13\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, סעיף ב': $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

4) א. נקודת שיווי משקל. ב. $k=\frac{mg}{d-l_0}$

5) א. $\Delta x=5\text{cm}$ ב. $a=-10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

6) $|\Delta x|=\frac{mg\sin\alpha}{k}$

7) $\Delta x=\frac{mg}{k}$

8) $|\Delta x|=\frac{mg}{k}$

9) א. $a=5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x=\frac{3}{4}\text{m}$

10) א. $a=-0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $a=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

11) א. $a=\frac{10}{7}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x\approx 0.69\text{m}$

12) א. $\Delta x=0$ ב. $|\Delta x|=\frac{1}{3}\text{m}$, מתארך. ג. $|\Delta x|=\frac{1}{2}\text{m}$, מתכווץ.

13) $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

14) $a\approx 0.326\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

תאוצות לא שוות:

שאלות:

1) מסה במדרון ומסה אופקית

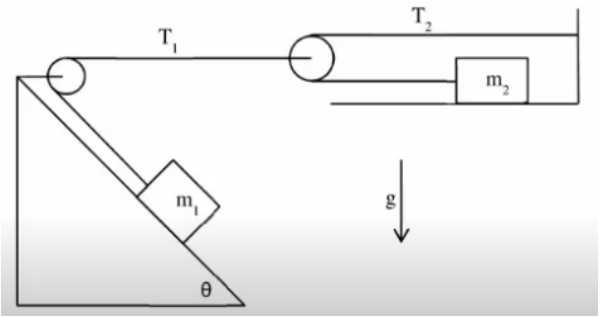
המסות m_1 ו-m_2 מחוברות על ידי חוטים וגלגלות אידאלים, ראה איור.
המישור המשופע עליו מונחת המסה m_1 חסר חיכוך בעוד שהמישור האופקי עליו מונחת m_2 הוא משטח בעל חיכוך עם מקדם חיכוך סטטי/קינטי μ.

א. קבל ביטוי פרמטרי עבור הערך של m_2 מעליו המערכת תמצא בשיווי משקל.

ב. מהו ערך זה עבור הנתונים: $m_1 = 5kg$, $\theta = 30°$, $\mu = 0.2$.

ג. אם m_2 קטן מהערך שחישבת בסעיפים הקודמים, מה תהיה תאוצת כל גוף במערכת (קבל ביטוי פרמטרי)?

ד. חשב את התאוצה עבור $m_2 = 1kg$.



תשובות סופיות:

1) א. $m_2 = \frac{m_1 \sin\theta}{2\mu}$

ב. $m_2 = 6.25kg$

ג. $a_2 = \frac{2m_1 g\sin\theta - 4\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$, $a_1 = \frac{m_1 g\sin\theta - 2\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$

ד. $a_2 = 4.67\frac{m}{sec^2}$, $a_1 = 2.33\frac{m}{sec^2}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 9 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

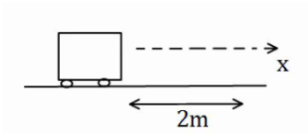
1. העבודה שמבצע כוח 110
2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה 112
3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית 113
4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה 114
5. עבודת החיכוך וחום 117
6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ 119
7. חוק שימור האנרגיה- הרחבה ..... (ללא ספר)
8. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
9. תרגילים 120
10. הספק 125

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

1) דוגמה 1

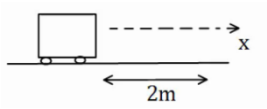
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



א. בכיוון ציר ה-x.
ב. בכיוון $30°$ עם ציר ה-x.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x.

2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



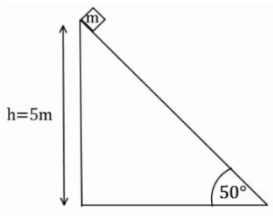
א. בכיוון ציר ה-y.
ב. בכיוון $30°$ מעל ציר ה-x השלילי.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא $3kg$.

א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: m , h.

4) דוגמה 4



גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.

א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k=0.2$.

5) דוגמה 5

גוף נע מהנקודה $(1,2)$ לנקודה $(3,5)$.

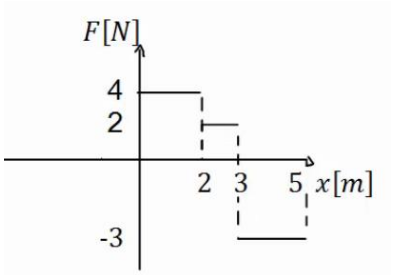
חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F}=(2,1)$

ב. $\vec{F}=(-3,2)$

6) כוח כתלות במיקום

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.



א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

1) א. $W=10$ ב. $W=5\cdot\sqrt{3}$ ג. $W=5\cdot\sqrt{3}$

2) א. $W=0$ ב. $W\approx -8.66$ ג. $W\approx -8.66J$

3) א. $W_g=240J$ ב. $W_g=mgh$

4) א. $W_N=0$ ב. $W_g=100J$ ג. $W_{fk}=-16.79J$

5) א. $W=7J$ ב. $W=0$

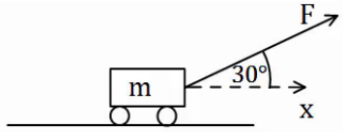
6) א. $W=4J$ ב. $W=-6J$

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

1) כוח מושך קרונית בזווית

כוח $F=50N$ מושך קרונית בזווית של $30°$ מעל ציר ה- x.
מסת הקרונית היא 3 ק"ג.

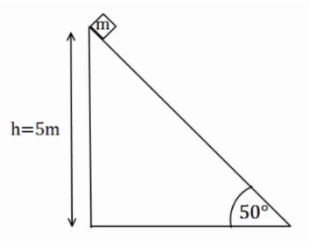


א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.

ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x.

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

2) המשך לדוגמה 4

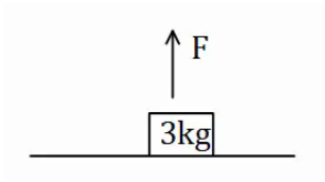


גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.
מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.2$.

א. מצא את עבודת הכוחות.

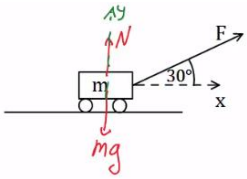
ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

3) כוח מושך גוף ישר למעלה



כוח $F=50N$ מושך גוף כלפי מעלה.
מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע.
מסת הגוף היא 3 ק"ג.

תשובות סופיות:

1) א. 

ב. $W_N=0=W_g\ ,\ W_F\approx 216.51J$

ג. $v_F\approx 12.01\frac{m}{sec}$

2) א. $W_N=0\ ,\ W_g=100J\ ,\ W_{fk}=-16.79$

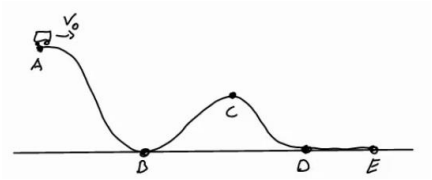
ב. $v_F\approx 9.12\frac{m}{sec}$

3) $v_p\approx 10.33\frac{m}{sec}$

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

שאלות:

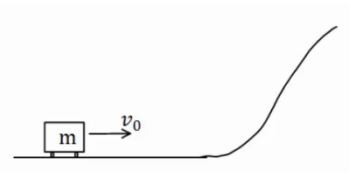
1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים.
מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה.
מצא את מהירותה בנקודות B , D , E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

2) עגלה עולה על גבעה

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה.
אין חיכוך בין העגלה לאדמה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה?
לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.

ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

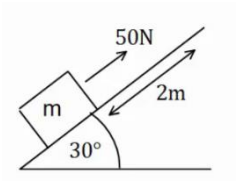
1) $v_B \approx 20.62\frac{m}{sec} = v_E = v_D$, $v_C \approx 15\frac{m}{sec}$

2) א. $h_{max} = 20m$ ב. $v_F = \pm v_0$

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

שאלות:

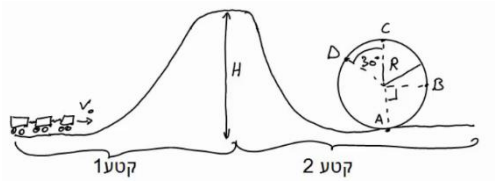
1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של $30°$.
מסת הגוף היא $m=4kg$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

2) עוד רכבת הרים

רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0.

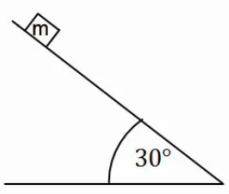


בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H.
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.
בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

3) מסה מחליקה במדרון



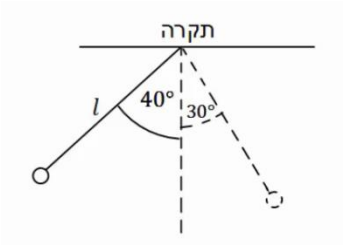
מסה $m=4kg$ מונחת במנוחה בגובה $h=5m$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא $30°$.

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F=60N$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

4) מטוטלת



מטוטלת בעלת אורך חוט $l=50cm$ תלויה מהתקרה.
מרימים את המטוטלת לזווית של $40°$ ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

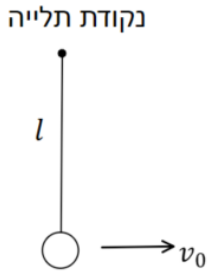
א. מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?

ב. מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?

ג. מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של $30°$?

ד. מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l=30cm$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי של $v_0=2\frac{m}{sec}$.

i. מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?

ii. מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה המקסימלי שהחוט מאפשר לו (l מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32}\frac{m}{sec}$.
הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

1) $V_F \approx 5.48\frac{m}{sec}$

2) א. $W_F = mgH$ ב. $v_C = \sqrt{2g(H-2R)}$, $v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)}$

3) א. $v_F = 10\frac{m}{sec}$ ב. $v_F \approx 8.08\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 19.11\frac{m}{sec}$

4) א. $W_T = 0$ ב. $v_F \approx 1.55\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 1.03\frac{m}{sec}$

ד. $\theta_{max} = 40°$

5) א. i. 20cm ii. $\theta_{max} \approx 71°$ ב. $v_0 = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

ג. $v_f = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

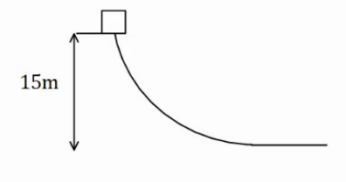
שאלות:

1) חישוב עבודה

גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

2) גוף נופל ממסלול עקום



גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר.
בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה.
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.

תשובות סופיות:

1) $-132.5J$

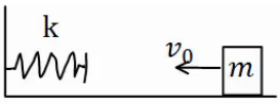
2) $Q = 275J$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

שאלות:

1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m=50gr$ נעה במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ על משטח אופקי חלק.



המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס״מ?

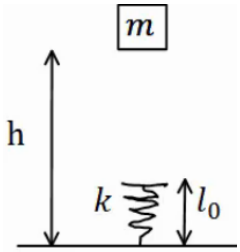
ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳ אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא $0.5m$.

2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m=5gr$ משוחררת ממנוחה מגובה $h=1m$ מעל הרצפה.



קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0=10cm$, וקבוע הקפיץ הוא $k=100\frac{N}{m}$.

א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

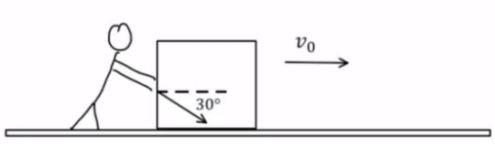
1) א. $v_F\approx 4.95\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x\approx 35.4cm$ ג. $v\approx 4.72\frac{m}{sec}$, $\Delta x\approx 33cm$

2) א. $v_F=4.24\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x_{max}=3cm$ ג. $h_F=h_i$

תרגילים:

שאלות:

1) אדם דוחף ארגז בזווית



אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי.
מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2\frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

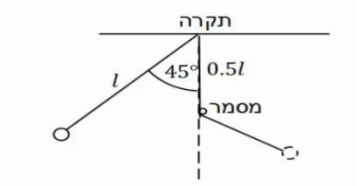
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

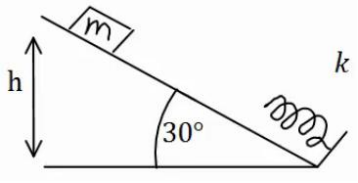
ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

2) מטוטלת עם מסמר



מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.
המטוטלת מוסטת לזווית של $45°$ ומשוחררת ממנוחה.
בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.
מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ



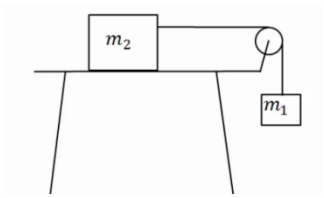
מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של $30°$.
בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

4) מסה על שולחן ומסה תלויה



מסה $m_2 = 4kg$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2kg$ התלויה באוויר.
גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2m$.
המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.

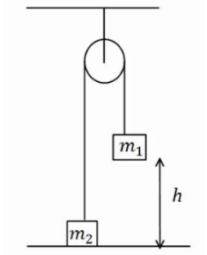
ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1.

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

5) שתי מסות תלויות מהתקרה

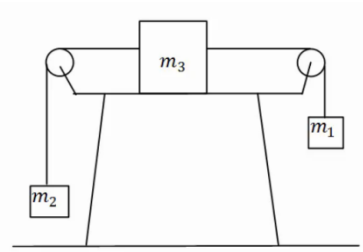
במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1, אם המערכת מתחילה ממנוחה.

6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$.
כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המערכת מתחילה ממנוחה.

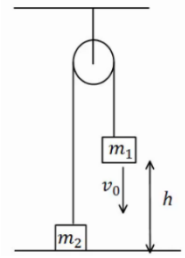


א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1.
הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



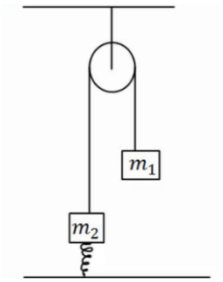
נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
נותנים ל-m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0.

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1.
(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2.

8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.

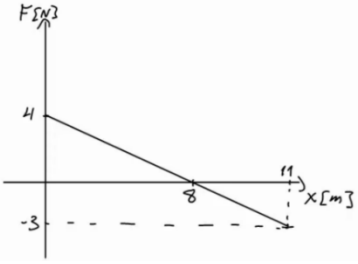
נתון: $m_1 = 4kg \ , m_2 = 2kg, \ k = 10\frac{N}{m}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

9) גרף של כוח



נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2kg$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18m$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6m$.

10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה $3m$.

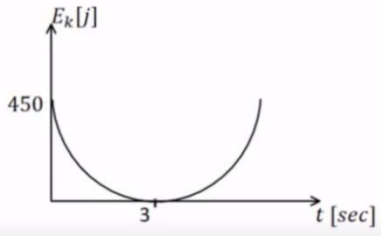
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן מ-80 ס"מ?

11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית



כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.
ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

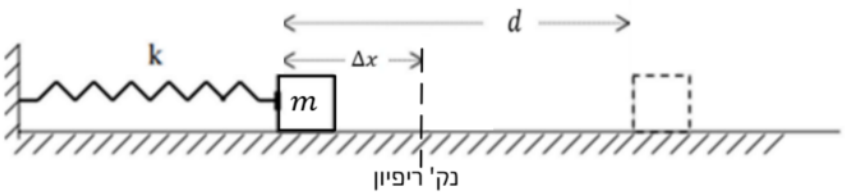
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

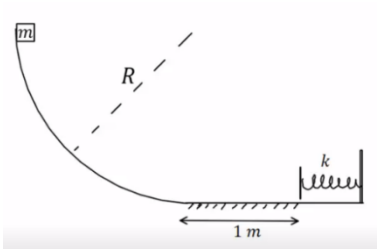
גוף שמסתו $m = 0.3kg$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2m$ כמוראה בציור. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6m$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14\frac{N}{m}$.



א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?

ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ



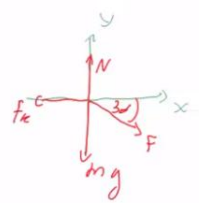
גוף בעל מסה $m = 2kg$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2m$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר.
מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3.
בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר.
החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

1) א. 

ב. $W_F \approx 690J\ ,\ W_{Fk} = -200J$

ג. $\sum F \approx 250N\ ,\ W_{\sum F} \approx 490J$

ד. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

ה. $a \approx 3\frac{m}{sec^2}\ ,\ v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

2) $\theta_{max} = 65.53°$

3) א. הכיווץ: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיווץ: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

4) א. $v_{m_1} \approx 3.65\frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8}\frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

6) א. $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

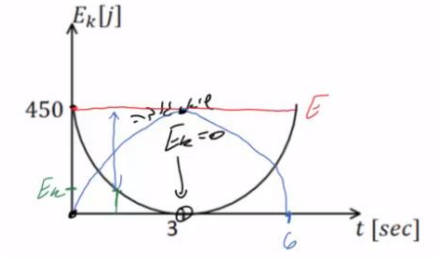
7) א. $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

8) א. $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58\frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

9) א. $v(x=18) = 3\frac{m}{sec}$ ב. $v(x=6) = 4.12\frac{m}{sec}$

10) א. $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

11) א. $v_0 = 30\frac{m}{sec}\ ,\ t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.



ד. i. $W_g = -450J$ ii. $W_g = -300J$

12) א. 0.156 ב. $1.12\frac{m}{sec}$

13) א. $v_B = \sqrt{34}\frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800\frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$

הספק:

שאלות:

1) דוגמה 1

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ״ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

2) דוגמה 2

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ״ש.
כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.
מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

3) הספק ממוצע לשנות מהירות

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את
מהירותה מ- $9\frac{km}{hr}$ ל- $27\frac{km}{hr}$ בתוך $4sec$?
מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

4) רכבת צעצוע חשמלית

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק״ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק״ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של $0.2KW$.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א׳?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות,
מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים),
על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו $4kg$, הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t)=2+3t+t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t=2\sec$?

תשובות סופיות:

1) א. $\Delta E_k \approx 385,800J = W_{\sum \vec{F}}$ ב. $p=51.7HP$

2) $p=11.18HP$

3) $F=2500N$, $\bar{p}\approx 16.76HP$

4) א. $\Delta t=3.5\sec$ ב. $E_{k_1=100J}=E_{k_2}$ ג. $W_{1\to 2}=600J$

ד. $W_{3\to 2}=1200J$ ה. $p=97.7W$

5) א. $W=144J$ ב. $p(t=2)56W$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 10 - תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל

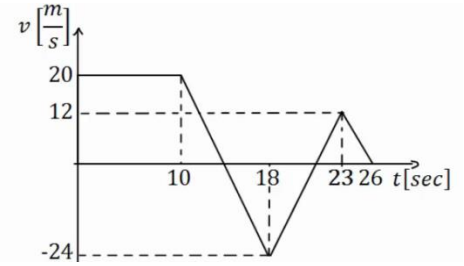
תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר -שאלה עם גרף 127
2. תנועה במישור- רקטה ממסתור 129
3. אנרגיות וזריקה משופעת- בוכנה עם קפיץ 130
4. כוח מושך במורד מדרון 131
5. תרגילים נוספים 132

תנועה בקו ישר – שאלה עם גרף:

שאלות:

1) גוף נע לאורך ציר ה-x כך שמהירותו לפי הזמן נתונה בגרף הבא.
הנח שהגוף מתחיל תנועתו מ-$x=0$.



א. מצא את תאוצת הגוף בזמנים: $t=2\ ,\ 12\ ,\ 17\ ,\ 20\ ,\ 24$.

ב. שרטט גרף של תאוצת הגוף כתלות בזמן.

ג. מתי העתק הגוף מקסימלי? ומהו גודלו?

ד. באיזה מהירות קבועה צריך גוף אחר לנוע על מנת שיעשה את אותו ההעתק הכולל באותו זמן (26 שניות) כמו הגוף הנ"ל?

ה. רשום משוואת מהירות-זמן עבור הגוף.

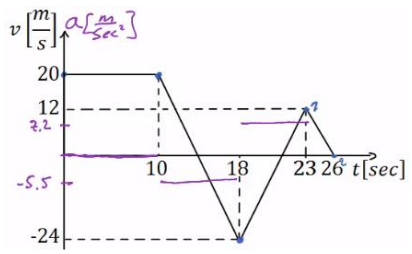
ו. רשום משוואת מיקום-זמן עבור הגוף.

ז. שרטט גרף מקום-זמן עבור הגוף.

תשובות סופיות:

1) א. $a(t=2)=0$, $a(t=12)=a(t=17)=-5.5$, $a(t=20)=7.2$, $a(t=24)=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב.



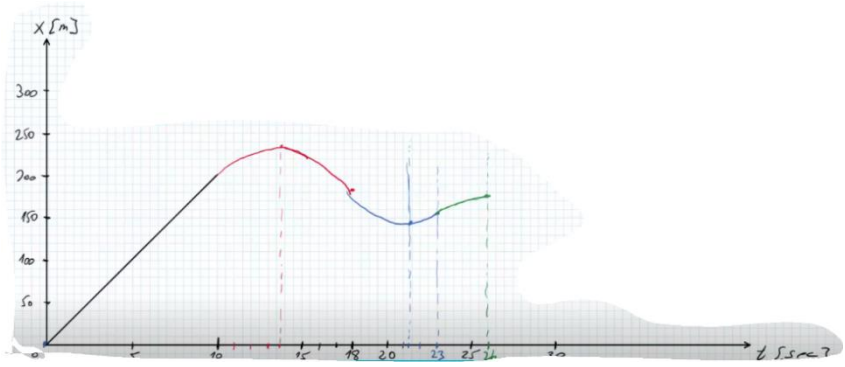
ג. בזמן : $t\approx 13.64$, הגודל : $\Delta x_{\max}=236.4\text{m}$.

ד. $\overline{\text{v}}\approx 6.62\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה.
$$\text{v}(t)=\begin{cases}20 & 0<t<10\\ 20-5.5(t-10) & 10<t<18\\ -24+7.2(t-18) & 18<t<23\\ 12-4(t-23) & 23<t<26\end{cases}$$

ו.
$$x(t)=\begin{cases}20t & 0<t<10\\ 200+20(t-10)+\frac{1}{2}(-5.5)(t-10)^2 & 10<t<18\\ 184+(-24)(t-18)+\frac{1}{2}7.2(t-18)^2 & 18<t<23\\ 154+12(t-23)+\frac{1}{2}(-4)(t-23)^2 & 23<t<26\end{cases}$$

ז.



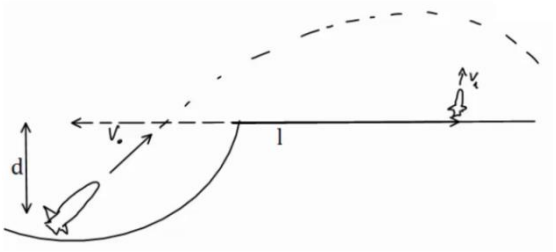
תנועה במישור – רקטה ממסתור:

שאלות:

1) רקטה יוצאת מנקודת מסתור במהירות v_0 ובזווית θ ביחס לאופק.
גובה המסתור הוא d מטרים מתחת לקרקע.
במרחק אופקי I מנקודת הירי של הרקטה,יוצאת רקטה נוספת במהירות v_1 כלפי מעלה.
התייחס לפרמטרים בגוף השאלה כנתונים.

א. מהו גובה הרקטה הראשונה כאשר היא חולפת מעל הרקטה השניה.

ב. מתי יש לירות את הרקטה השניה על מנת שתפגע ברקטה הראשונה (מספיק להגיע למשוואה ריבועית עם המשתנה והפרמטרים הנתונים).



תשובות סופיות:

1) א. $$h = -d + v_0 \sin\theta \cdot \frac{l}{v_0 \cos\theta} - \frac{9}{2} - \left(\frac{l}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

ב. $$h = v_1(t_1 - t_0) - \frac{9}{2}(t_1 - t_0)^2$$

אנרגיות וזריקה משופעת – בוכנה עם קפיץ:

שאלות:

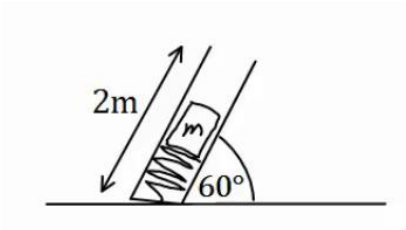
1) מכניסים מסה 4kg לתוך בוכנה המכילה קפיץ רפוי.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא כאורך הבוכנה 2m.
הבוכנה נמצאת בזווית 60 מעלות ביחס לקרקע.
לוחצים את המסה לתוך הבוכנה כך שהקפיץ מתכווץ 1 מטר ומשחררים.
קבוע הקפיץ הוא: $k=200\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי מהירות המסה ביציאה מהבוכנה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ג. מהו המרחק מתחתית הבוכנה בו תפגע המסה בקרקע?

ד. מהי מהירות המסה בפגיעה, גודל וכיוון?



תשובות סופיות:

1) א. $v\approx 5.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $y\approx 2.96\text{m}$ ג. $x(t=1.26)\approx 4.6\text{m}$

ד. מהירות: $v_y(t=1.26)=-7.65\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גודל: $|\bar{v}|\approx 8.17\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta=69.5°$.

כוח מושך במורד מדרון:

שאלות:

1) כוח אופקי $F=30N$ מושך מסה $M=4kg$ במורד מדרון משופע.
זווית השיפוע היא $20°$.
בין המדרון למסה קיים חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

א. האם המסה מתנתקת מהמדרון?

ב. מהי עבודת הכוח F אם הגוף נע 3 מטרים במורד המדרון?

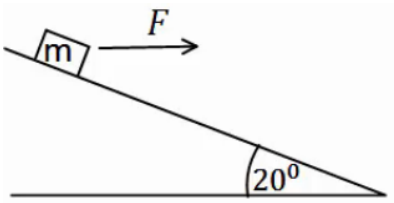
ג. מהי עבודת כוח הכובד באותה הדרך?

ד. מהי עבודת החיכוך?

ה. מהי עבודת הנורמל?

ו. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף?

ז. מהי מהירות הגוף בסוף הקטע אם התחיל תנועתו ממהירות של 2 מטרים לשניה?



תשובות סופיות:

1) א. לא. ב. $W_F=84.57J$ ג. $W_g=41.04$ ד. $W_{fk}\approx -16.4J$

ה. $W_N=0$ ו. $\Delta E_k=109.21J$ ז. $v\approx 7.66\frac{m}{sec}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

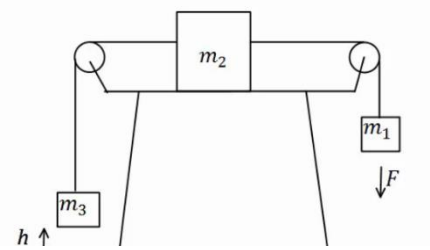
1) במערכת הבאה גדלי המסות הן : $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$ ברגע $t = 0$.
המערכת נמצאת במנוחה והגובה של m_3 מעל הקרקע הוא $h = 50cm$.
באותו הרגע פועל כוח $F = 32N$ על m_1 במשך 2 שניות.
הנח ש- m_2 לא פוגעת באף גלגלת במהלך התנועה ו- m_1 לא פוגעת בקרקע.
בין m_2 למשטח יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

א. מהי תאוצת המערכת?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו מגיעה m_3?

ג. מתי תפגע m_3 ברצפה?

ד. כמה חום נוצר במהלך כל התנועה?



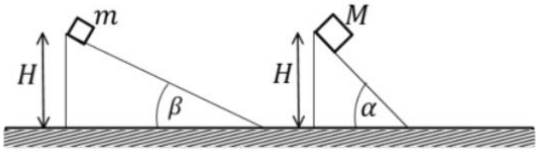
2) השוואה בין שני מישורים

נתונים שני מישורים משופעים חלקים בעלי גבהים שווים.
גובה המישורים הוא H ושיפועיהם α ו- β. שתי מסות M ו-m מחליקות ממנוחה מהקצוות העליונים של המישורים כמוראה בציור. נתון $M > m$ וכן.
נסמן ב- v_m ו- v_M את מהירויות המסות בהגיען לקצוות התחתונים של המישורים. כמו כן נסמן ב- t_m ו- t_M את משך זמני ההחלקה של המסות על המישורים.

א. האם v_m גדול שווה או קטן מ- v_M?

ב. האם t_m גדול שווה או קטן מ- t_M?

ג. חזרו על סעיפים א' ו-ב' עבור מצב שיש חיכוך בין המסות למישורים ומקדם החיכוך זהה.



תשובות סופיות:

1) א. $a=\frac{4}{3}\frac{m}{sec^2}$ ב. $h_{max}\approx 4.06m$ ג. $t=4.41sec$ ד. $Q=30.44J$

2) א. שווה. ב. גדול. ג. $v_M > v_m \ , \ t_M < t_m$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 11 - תנועה מעגלית

תוכן העניינים

1. תיאוריה ודוגמאות 134
2. תאוצה זוויתית 138
3. תרגילים נוספים 140

תיאוריה ודוגמאות:

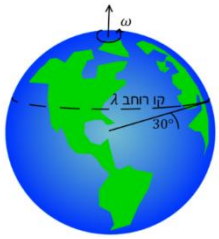
שאלות:



1) חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

2) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ



א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה, אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6,400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30°$?

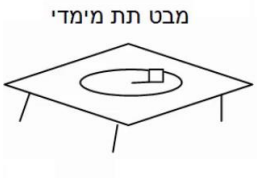
3) אבן קשורה לחוט

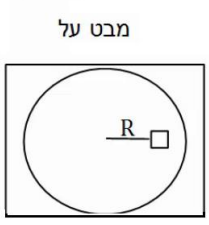
אבן קשורה לחוט באורך $l = 1.5m$ ומסתובבת במעגל אופקי עם מהירות זוויתית של $\omega = 3\frac{rad}{sec}$. התעלם מכוח הכובד. $m = 2kg$.

א. מהי המהירות הקווית של האבן?

ב. מהי המתיחות בחוט?

4) מסה על דיסק





מסה M מונחת על דיסק החופשי להסתובב מעל שולחן אופקי. המסה נמצאת במרחק R ממרכז הדיסק, ובין המסה למשטח יש חיכוך. מסובבים את הדיסק במהירות זוויתית ω ונתון כי המסה אינה זזה ביחס לדיסק.

א. האם החיכוך בין הדיסק למסה קינטי או סטטי?

ב. מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך?

ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית שבה ניתן לסובב את הדיסק ככה שהמסה לא תחליק?

נתון μ_s.

5) גוף מסתובב במהירות קבועה

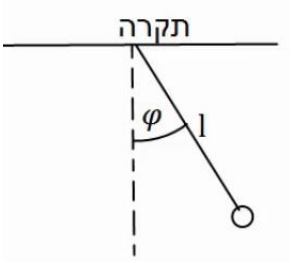
גוף מסתובב במעגל בעל רדיוס $R = 3m$ במהירות קבועה $v = 6\frac{m}{sec}$.

א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף?

ב. מהי התדירות וזמן המחזור של הגוף?

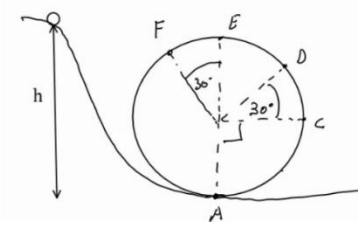
ג. כמה זמן לקח לגוף לעשות שניים וחצי סיבובים?

6) מטוטלת אופקית



מטוטלת באורך $l = 2m$ תלויה מהתקרה ומסתובבת במעגל אופקי. זווית החוט עם האנך לתקרה היא $\varphi = 30°$ והיא קבועה במהלך התנועה.
מצא את זמן המחזור ותדירות הסיבוב של המטוטלת, אם ידוע שהתנועה קצובה.

7) כדור בלופ



כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה.
רדיוס המעגל הוא $R = 2m$.

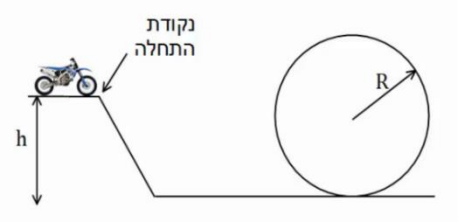
א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

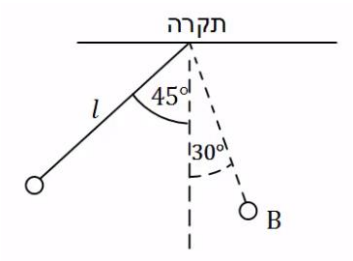
ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

8) רוכב אופנוע במעגל אנכי



רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור.
מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב, כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי?
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.
נתון: R , h.

9) כוחות במטוטלת



מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45 מעלות.
אורך החוט הוא l והמסה היא m.

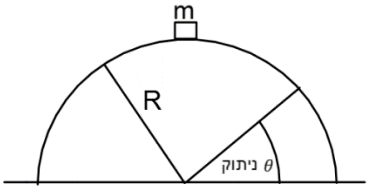
א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית 30 מעלות?
ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

10) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית



קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R.
הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.
מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

תשובות סופיות:

1) מחוג שניות: $0.105\frac{rad}{sec}$, מחוג דקות: $1.75\cdot10^{-3}\frac{rad}{sec}$, מחוג שעות: $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$.

2) א. $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$ ב. $465\frac{m}{sec}$ ג. $400\frac{m}{sec}$

3) א. $|\vec{v}|=\omega R=4.5\frac{m}{sec}$ ב. $T\approx27N$

4) א. סטטי. ב. $f_s=M\omega^2R$ ג. $\omega_{max}=\sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}$

5) א. $\omega=2\cdot\frac{1}{sec}$ ב. תדירות: $f\approx0.32\cdot\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=\pi\,sec$. ג. $t\approx7.85sec$

6) תדירות: $f\approx0.382\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=2.61sec$.

7) א. $v_F\approx6.73\frac{m}{sec}$, $v_E\approx6.32\frac{m}{sec}$, $v_D\approx7.975\frac{m}{sec}$, $v_C\approx8.94\frac{m}{sec}$, $v_A\approx10.95\frac{m}{sec}$

ב. $a_{r_B}=40\frac{m}{sec^2}$, $a_{r_A}=60\frac{m}{sec^2}$ וכו', לפי הנוסחה $a_r=\frac{v^2}{R}$.

ג. $a_{\theta_E}=0$, $a_{\theta_F}=5\frac{m}{sec^2}$, $a_{\theta_A}=0$, $a_{\theta_C}=-g$, $a_{\theta_D}=-10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{sec^2}$

ד. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{a_r^2+a_\theta^2}$

8) $v_{min}=\sqrt{gR}$

9) א. $v=\sqrt{0.58gl}$ ב. $T=1.58mg$ ג. $v_B=\sqrt{0.32gl}$, $T_B=1.19mg$

ד. $T=\frac{1}{\sqrt{2}}mg$

10) $\theta=41.8°$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) גוף נע במעגל

גוף נע במעגל בעל רדיוס: $R = 2\text{m}$ בתאוצה זוויתית קבועה: $\alpha = 0.1\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.
הגוף מתחיל תנועתו ממנוחה .

א. מצאו ביטוי למהירות הזוויתית כתלות בזמן.

ב. מהי המהירות הזוויתית ב-$t = 3\text{ sec}$?
מהן המהירות הקווית והתאוצה הרדיאלית באותו הרגע?

ג. מצאו ביטוי לזווית כתלות בזמן.

ד. כמה זמן לקח לגוף לעשות סיבוב אחד?
כמה זמן לקח לגוף לעשות שני סיבובים?

ה. מצאו את הדרך שעשה הגוף כתלות בזמן.

2) פטיפון מסובב תקליט בתאוצה זוויתית

פטיפון מתחיל לסובב תקליט ממנוחה בתאוצה זוויתית קבועה של: $\alpha = 0.2\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.

א. כמה זמן ייקח לתקליט להגיע למהירות זוויתית של: $0.8\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$?

ב. כמה "הסתובב" התקליט ב-2 השניות הראשונות?
(כלומר מה השינוי בזווית של כל נקודה בתקליט)

ג. כמה זמן לקח לתקליט להשלים סיבוב?

ד. כמה זמן לקח לתקליט להשלים 3 סיבובים?

ה. 5 שניות לאחר תחילת הסיבוב מניחים את המחט במרחק של 20cm ממרכז התקליט.
מה מהירות החלק של התקליט שנוגע במחט באותו הרגע?



3) אצן מאיץ במסלול מעגלי

אצן מתחיל לרוץ ממנוחה במסלול מרוץ מעגלי בעל רדיוס של: $R = 20\text{m}$.
האצן רץ בתאוצה קבועה ומגיע למהירות של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ תוך עשר שניות.

א. מהי התאוצה המשיקית של האצן?
ב. מהי התאוצה הזוויתית של האצן?
ג. כמה השתנתה הזווית של האצן במשך עשר השניות?
ד. מהי התאוצה הרדיאלית של האצן כתלות בזמן?

תשובות סופיות:

1) א. $\omega(t) = 0.1t$. ב. $\omega = 0.3\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $v = 0.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $a_r = 0.18\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
ג. $\theta(t) = 0.05t^2$. ד. $t_1 \approx 11.2\text{sec}$, $t_2 \approx 15.9\text{sec}$. ה. $S = 0.1t^2$.

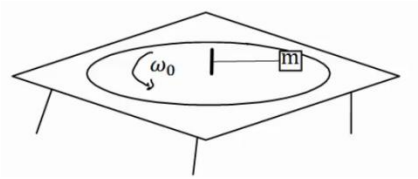
2) א. 4sec. ב. 0.4rad. ג. 7.9sec. ד. 13.7sec.
ה. $0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

3) א. $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. ב. $0.025\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$. ג. 12.5rad. ד. $0.0125t^2$.

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) מסה על דיסק קשורה בחוט



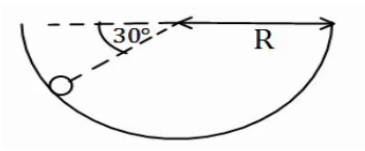
מסה m נמצאת על דיסק המסתובב על גבי שולחן.
המסה קשורה בחוט למוט במרכז השולחן.
המוט מסתובב ביחד עם כל הדיסק.
נתון כי המסה מסתובבת עם הדיסק במהירות זוויתית ω_0.
מהי המתיחות בחוט אם אורכו L?

2) קרוסלה בלונה פארק



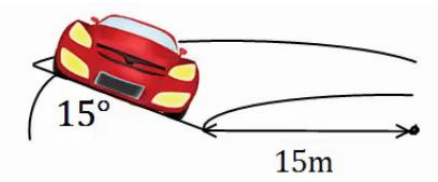
במתקן בלונה פארק ישנה קרוסלה מסתובבת אליה קשורים כבלים עם כסאות, ראה תמונה.
רדיוס "הכתר" הוא $R = 5m$ אורך כל כבל הוא $l = 4m$.
הזווית ביחס לאנך לרצפה בה נטוי כל כבל היא 40 מעלות.
כמה זמן לוקח לקרוסלה להשלים סיבוב?
שים לב שרדיוס הכתר הוא לא רדיוס הסיבוב.

3) כדור בקערה כדורית



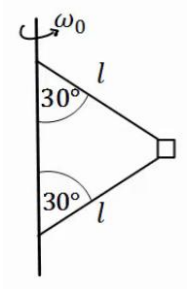
כדור קטן מונח בתוך קערה חצי כדורית בעלת רדיוס R.
מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף.
מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש, כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

4) מכונית במחלף



מכונית נוסעת על מחלף משופע.
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.
רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

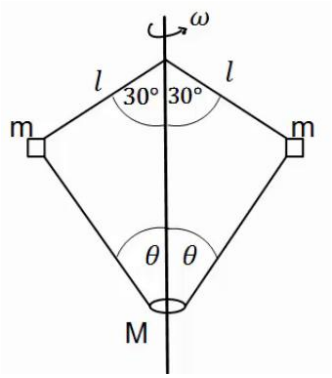
5) מסה קשורה לעמוד מסתובב



בציור הבא מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט, המסתובב במהירות זוויתית נתונה ω_0. אורך החוטים זהה ונתון l.
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.
מהי המתיחות בכל חוט?

6) שתי מסות קשורות למוט מסתובב וחרוז

בציור הבא 2 מסות זהות $m = 200g$ קשורות למוט מסתובב, באמצעות חוטים באורך $l = 20\text{cm}$.

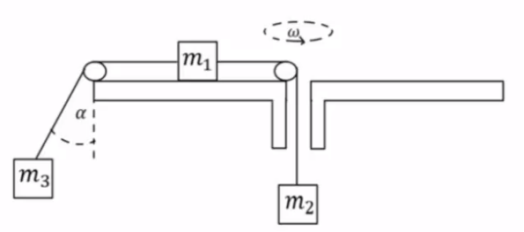


המסות קשורות גם לחרוז בעל מסה $M = 0.5\text{kg}$, באמצעות שני חוטים נוספים באורך לא ידוע.
החרוז חופשי לנוע לאורך המוט.
המוט מסתובב במהירות זוויתית $\omega = 20\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וכל המערכת איתו.
הזוויות של החוטים עם המוט נתונות באיור.
מהי המתיחות בכל חוט ומהי הזווית θ?

7) מסה על שולחן מסתובב קשורה לשתי מסות

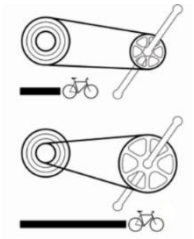
גוף שמסתו $m_1 = 5\text{kg}$ מונח על דיסק חלק המסתובב במהירות זוויתית $\omega = 2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
הגוף קשור מצד אחד למסה $m_2 = 3\text{kg}$ באמצעות חוט העובר דרך חור במרכז הדיסק. מצד שני הגוף קשור למסה $m_3 = 1\text{kg}$ באמצעות חוט היוצא מקצה הדיסק בזווית α, לא ידועה, ביחס לאנך מהדיסק. רדיוס הסיבוב של כל אחד מהגופים קבוע.
נתון כי הרדיוס של m_1 הוא $R_1 = 0.3m$.

א. ציירו את הכוחות הפועלים על כל גוף בנפרד.



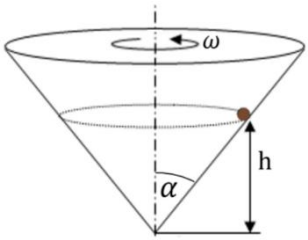
ב. מהי המתיחות בכל חוט?
ג. מהי הזווית α?
ד. מהו R_3?

8) הילוכי אופניים



הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

9) כדור בחרוט מסתובב

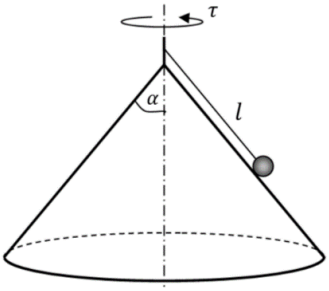


מסובבים חרוט בעל חצי זווית ראש α במהירות זוויתית ω .
כדור קטן מסתובב ביחד עם החרוט בגובה קבוע.

א. הניחו כי אין חיכוך ומצאו מהו הגובה h כתלות ב- α וב- ω?

ב. מהו הכוח השקול הפועל על הכדור?

10) כדור על חרוט הפוך



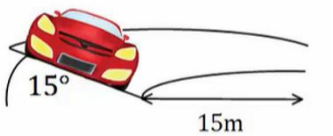
באיור הבא הכדור מחובר באמצעות חוט לציר המחובר לראש החרוט.
מסובבים את החרוט והכדור מסתובב איתו.
נתונים: אורך החוט l, חצי זווית הראש של החרוט α וזמן המחזור של הסיבוב τ.

א. מהי המהירות הקווית של הכדור?

ב. מהי המתיחות בחוט ומהו הנורמל?

ג. באיזו מהירות זוויתית יש לסובב את החרוט על מנת שהכדור יתנתק מן המשטח?

11) מכונית במחלף עם חיכוך*



מכונית נוסעת על מחלף משופע, זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות ורדיוס הסיבוב הוא 15 מטרים.
מקדם החיכוך הסטטי בין הכביש למכונית הוא 0.3.
מצאו את המהירות המקסימאלית האפשרית עבור המכונית כך שלא תחליק.

הערה: בנסיעה רגילה החיכוך הוא **סטטי** למרות שהמכונית בתנועה, זה קשור לאפקט שנקרא גלגול ללא החלקה שבו נקודת המגע של הגלגל עם הכביש נמצאת במנוחה רגעית בגלל הסיבוב של הגלגל.

12) אופנועים בכדור המוות



בכדור המוות בקרקס. אופנועים נוסעים במעגל כמעט אופקי.
מהי המהירות המינימלית שהאופנועים צריכים לנסוע בשביל להישאר במעגל האופקי אם רדיוס המעגל הוא 12 מטר ומקדם החיכוך הסטטי בין האופנוע למשטח הוא 0.4?

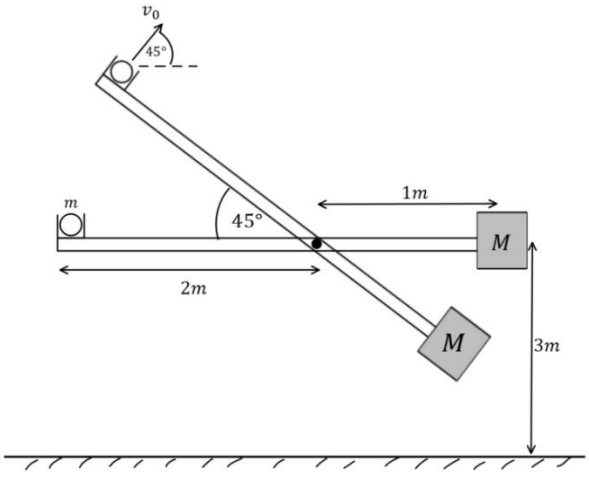
13) מתקן לשיגור כדור

הציור מראה מתקן לשיגור כדור, המורכב ממוט שאורכו 3 מטר שיכול להסתובב סביב ציר אופקי קבוע הנמצא במרחק מטר אחד מקצהו הימני ו-2 מטרים מקצהו השמאלי, כמוראה בציור. הציר קבוע בגובה $h = 3m$ מהרצפה. הכדור שמסתו $m = 2\text{kg}$ מונח במיכל פתוח הקבוע בקצהו השמאלי של המוט. משקולת שמסתה M (לא נתונה) קשורה לקצהו הימני של המוט. משחררים את המערכת ממנוחה במצב אופקי והמוט מתחיל להסתובב.
קיים מנגנון (אינו מוראה בציור) שעוצר את המוט כשהוא מגיע לזווית של $45°$ ביחס לרצפה, וזה גורם לקליע לעזוב את המיכל בזווית זו של $45°$ מעל לרצפה במהירות $v_0 = 4\frac{m}{sec}$. מסת המוט והחיכוך זניחים.

א. מהי מהירות M זמן קצר ביותר לפני שהמוט נעצר בזווית של $45°$?

ב. מהי מסת המשקולת, M, הדרושה כדי שהכדור יעזוב את המוט במהירות הנתונה v_0 בזווית הנ"ל?

ג. באיזו מהירות יפגע הכדור ברצפה, אם הוא עוזב את המוט במהירות הנתונה בסעיף א'? (זכרו שהציר נמצא 3 מטר מעל הרצפה).



14) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה*

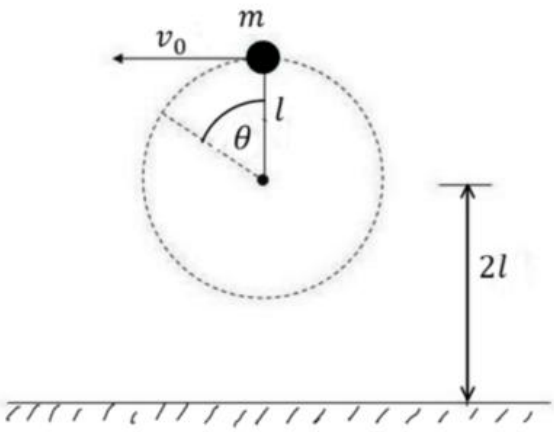
כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l.
הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה.
כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב
מעניקים לו מהירות אופקית v_0.

א. מה המהירות המינימלית v_0 הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מענקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$.
אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על 5.25mg מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.

ג. מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?

ד. תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?



תשובות סופיות:

1) $T = m\omega_0^2 L$

2) $t \approx 5.98sec$

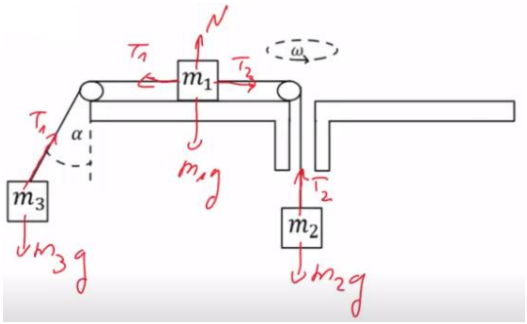
3) $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{Rg}}$

4) $v \approx 6.34\frac{m}{sec}$

5) $T_1 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 l + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\,, T_2 = \frac{1}{2}\left(m\omega_0^2 l - \frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\right)$

6) $T_1 \approx 5.2\mathrm{N}\,, T_2 \approx 5.95\mathrm{N}\,, \theta \approx 65.16°$

7) א.



ב. $T_1 = 24\mathrm{N}\,, \mathrm{T}_2 = 30N$

ג. $\alpha \approx 65°$ ד. $R_3 \approx 5.5m$

8) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$

9) א. $h = \frac{g}{\omega^2 \tan^2\alpha}$ ב. למרכז המעגל $\sum F = \frac{g}{\tan\alpha}$

10) א. $V = \frac{2\pi}{\tau} l \sin\alpha$ ב. $N = mg\sin\alpha - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l \sin\alpha\cos\alpha\,,$

$T = mg\cos\alpha + m\omega^2 a\sin\alpha$ ג. $\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$

11) $9.6\frac{m}{sec}$

12) $17.3\frac{m}{sec}$

13) א. $2\frac{m}{sec}$ ב. $8.73\mathrm{kg}$ ג. $10.2\frac{m}{sec}$

14) א. $\sqrt{\mathrm{gl}}$ ב. $110°$ ג. $10\frac{m}{sec}$ ד. $0.3sec$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 12 - תנועה הרמונית

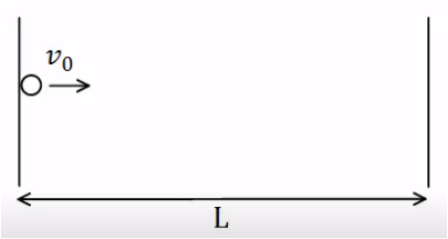
תוכן העניינים

1. תנועה מחזורית 146
2. תנועה הרמונית 147
3. קפיץ אנכי 151
4. תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע 152
5. אנרגיה בתנועה הרמונית 153
6. מטוטלת מתמטית 154
7. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
8. הוכחה לנוסחאות דרך תנועה מעגלית ..... (ללא ספר)
9. תרגילים נוספים 155

תנועה מחזורית:

שאלות:

1) כדור נע בין שני קירות



כדור נע בין שני קירות במהירות $v_0 = 2\frac{m}{sec}$.
התנגשות הכדור עם הקירות היא אלסטית.
המרחק בין הקירות הוא $L = 6m$.

א. חשב את זמן המחזור של התנועה.

ב. דני ראה כי מיקום הגוף
ב- $t = 1sec$ הוא $2m$ מהקיר השמאלי.
דני חישב כמה זמן ייקח לכדור לפגוע בקיר הימני ולחזור לאותה הנקודה.
דני סימן את הזמן הזה ב- $\tilde{T}$, חשב מהו $\tilde{T}$.

ג. הסבר מדוע $\tilde{T}$ הוא אינו זמן המחזור של התנועה, והסבר כיצד היה צריך
דני לבצע את החישוב על מנת לקבל את זמן המחזור הנכון.

תשובות סופיות:

1) א. $T = 6sec$ ב. $\tilde{T} = 4sec$ ג. ראה סרטון.

תנועה הרמונית:

שאלות:

1) דוגמה לחישוב המיקום

גוף מחובר לקפיץ אופקי המחובר בצידו השני לקיר. הגוף נע הלוך וחזור על שולחן אופקי חסר חיכוך. דפנה מסתכלת על הגוף המתנדנד ומודדת את המרחק בין שתי הקצוות של התנועה.

א. מהי אמפליטודת התנועה אם המרחק שמדדה דפנה הוא : $0.4m$?

ברגע מסוים, שהגוף מגיע למרחק המקסימאלי מהקיר, מפעילה דפנה סטופר המתחיל למדוד את הזמן מאפס. דפנה סופרת כל פעם שהגוף חוזר לנקודה שבה התחילה למדוד. דפנה ראתה כי לאחר 5 שניות הגוף הגיע בפעם העשירית בדיוק לנקודת ההתחלה.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

ג. מהי התדירות והתדירות הזוויתית של התנועה?

ד. קבע את ראשית הצירים במרכז התנועה של הגוף, ורשום משוואה המתארת את מיקום הגוף ביחס לראשית, כתלות בזמן שמראה הסטופר של דפנה.

2) מציאת המיקום מהזמן

מסה $m=3kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=0.3m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מהם התדירות וזמן המחזור של התנועה?

ב. מהי האמפליטודה של התנועה?

ג. רשום נוסחה המתארת את מיקום המסה כתלות בזמן.

ד. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.4sec$?

3) מציאת הזמן מהמיקום

מסה $m=2kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=30\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=15c.m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מצא את מיקום המסה כתלות בזמן.

ב. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.3sec$ וב- $t_2=1.2sec$?

ג. מהו הזמן בו המסה מגיעה אל נקודת שיווי המשקל, ומהו הזמן בו היא מגיעה לקצה השני?

ד. מהם הזמנים בהם המסה מגיעה אל $x=7.5cm$? מדוע קיימים שניים?

4) חישוב המהירות

גוף בעל מסה $m=0.5kg$ מתנדנד בתנועה הרמונית, כך שמיקומו כתלות בזמן הוא: $x(t)=0.4\cos(2t)$, במטרים.

א. מהי התדירות הזוויתית והאמפליטודה של התנועה?

ב. מהי המהירות המקסימאלית של הגוף?

ג. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן של הגוף.

ד. מהי מהירות הגוף ב- $t=2sec$, ומהי האנרגיה הקינטית שלו באותו הרגע?

5) חישובי פאזה

דני רואה גוף מתנדנד בתנועה הרמונית בתדירות זוויתית $\omega=3\frac{rad}{sec}$ ובמשרעת $A=0.2m$.

דני התחיל למדוד את הזמן מהרגע בו הגוף נמצא בקצה השלילי.

א. רשום ביטוי למיקום כפונקציה של הזמן שמודד דני.

ב. צייר גרף של המיקום כתלות בזמן שמודד דני.

ג. מתי היה צריך דני להתחיל למדוד את הזמן אם הוא רוצה שהפונקציה של המיקום תהפוך להיות פונקציית סינוס?

6) חישוב הפאזה מתנאי התחלה

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, ומתנדנד בתנועה הרמונית על מישור חלק ואופקי.

א. מהי התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. מהם הפאזה והאמפליטודה של הגוף, אם ברגע תחילת הזמן הגוף היה ב- $x(t=0)=0.2m$, ובמהירות $v=6\frac{m}{sec}$ בכיוון השלילי?

ג. רשום את נוסחאות המיקום והמהירות כתלות בזמן.

ד. חזור על סעיף ב' אם המיקום ההתחלתי הוא בנקודת שיווי המשקל.

7) מסה מתנגשת במסה המחוברת לקפיץ

מסה $m=3kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=9\frac{N}{m}$, ונמצאת על שולחן אופקי חלק. המסה נמצאת במנוחה (הקפיץ רפוי).

מסה זהה נוספת נעה במהירות $v=12\frac{m}{sec}$ כלפי המסה הנייחת ומתנגשת בה התנגשות פלסטית. הנח כי זמן ההתנגשות קצר מאוד.
לאחר ההתנגשות שתי המסות נעות בתנועה הרמונית.

א. מהי תדירות התנועה?

ב. מה תנאי ההתחלה של התנועה ההרמונית $\left(x(t=0),v(t=0)\right)$?

ג. מצא את המיקום כתלות בזמן של המסות מהרגע לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

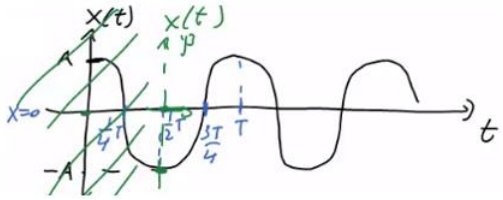
1) א. $A=0.2\text{m}$ ב. $T=0.5\text{sec}$ ג. תדירות: $f=2\cdot\frac{1}{\text{sec}}$,
תדירות זוויתית: $\omega\approx 12.57\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $x(t)=0.2\cos(12.57\cdot t)$

2) א. תדירות: $f\approx 0.29\frac{1}{\text{sec}}$, זמן מחזור: $T\approx 3.44\text{sec}$. ב. $d=0.3\text{m}$
ג. $x(t)=0.3\cos(1.83\cdot t)$ ד. $x(t_1)\approx 0.22\text{m}$

3) א. $x(t)=0.15\cos(3.87\cdot t)$ ב. $x(t_2)=-0.01\text{m}$, $x(t_1)\approx 0.06$
ג. שיווי משקל: $t_3\approx 0.41\text{sec}$, הקצה השני: $t_4\approx 0.82\text{sec}$.
ד. $\tilde{t}_1\approx 0.27\text{sec}$, $\tilde{t}_2\approx 1.35\text{sec}$

4) א. $A=0.4\text{m}$, $\omega=2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $|v_{max}|=0.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
ג. $v(t)=-0.8\cdot\sin(2\cdot t)\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $E_k\approx 0.09\text{J}$, $v(t=2)\approx 0.61\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

5) א. $x(t)=0.2\cos(3\cdot t+\pi)$ ב. שרטוט:
ג. $t_0=1.57\text{sec}$



6) א. $\omega=\sqrt{2}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $\varphi\approx 1.52\text{rad}$, $A\approx 3.94\text{m}$
ג. $x(t)=3.94\cos(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$, $v(t)=-5.57\sin(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$
ד. $\varphi=\frac{\pi}{2}$, $A\approx 4.24\text{m}$

7) א. $\omega=\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $x(t=0)=0$, $v(t=0)=-6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
ג. $x(t)=4.90\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)$

קפיץ אנכי:

שאלות:

1) קפיץ אנכי ותוספת מסה

גוף בעל מסה $m=1kg$ תלוי מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$ ואורך רפוי $l_0=30cm$.

א. מצא את המרחק של נקודת שיווי המשקל מהתקרה.

ב. מעמיסים על הקפיץ מסה נוספת $m=2kg$ המחוברת למסה הראשונה, מה תהיה נקודת שיווי המשקל החדשה?

כעת נניח כי מושכים את המסה הכוללת מנקודת שיווי המשקל כלפי מטה מרחק של $d=8cm$ ומשחררים אותה ממנוחה.

ג. מה תדירות התנועה של המסה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן אם הכיוון החיובי של הציר האנכי הוא כלפי מטה.

ה. חזור על סעיף ד', אם הכיוון החיובי של הציר הוא כלפי מעלה.

2) מסה משוחררת מנקודת רפיון

מסה $m=30gr$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=1.5\frac{N}{m}$.

המסה מוחזקת באוויר בנקודה שבה הקפיץ רפוי ומשוחררת ממנוחה.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל.

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן, אם הכיוון החיובי כלפי מטה.

תשובות סופיות:

1) א. $0.5m$ ב. $0.9m$ ג. $\omega\approx 4.08\frac{rad}{sec}$ ד. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t)$

ה. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t+\pi)$

2) א. $y_0=\frac{mg}{k}$ ב. $y(t)=0.2\cos(7.07\cdot t+\pi)$

תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע:

שאלות:

1) תוספת של כוח קבוע

גוף בעל מסה $m=0.2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$.

הגוף נמצא במנוחה בנקודה שבה הקפיץ רפוי.

ב-$t=0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח קבוע בכיוון החיובי $F=0.1N$.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל החדשה.

ב. מהי תדירות התנועה?

ג. מהם תנאי ההתחלה של הבעיה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן.

2) כוח מפסיק בפתאומיות

גוף מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=5\frac{N}{m}$.

הגוף נצפה מתנדנד בתנועה הרמונית באמפליטודה $A=0.3m$.

ידוע שעל הגוף פועל כוח קבוע $F=2N$ בכיוון החיובי.

א. מצא היכן תהיה נקודת שיווי המשקל, במידה והכוח יפסיק לפעול בפתאומיות.

ב. מצא מה תהיה אמפליטודת התנועה במידה והכוח יפסיק לפעול, ברגע שהגוף נמצא בקצה החיובי של התנועה.

ג. חזור על סעיף ב' עבור הקצה השלילי.

ד. חזור על סעיף ב' אם הכוח הפסיק כאשר הגוף במרכז התנועה, ומהירותו ברגע זה היא $2\frac{m}{sec}$.

תשובות סופיות:

1) א. $0.025m$ ב. $\omega=4.47\frac{rad}{sec}$ ג. $x(t=0)=-x_0$, $v(t=0)=0$

ד. $x(t)=0.025(4.47\cdot t+\pi)$

2) א. $x_0=-0.4m$ ב. $\tilde{A}=0.7m$ ג. $\tilde{A}=0.1$

אנרגיה בתנועה הרמונית:

שאלות:

1) חישובי אנרגיה

מסה $m=2kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$.

מושכים את המסה מרחק $d=0.2m$ מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים אותה ממנוחה.

א. רשום את מיקום המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ב. רשום את מהירות המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ג. חשב את מיקום ומהירות המסה ברגעים $t=0\ ,\ 1\ ,\ 2\sec$.

ד. חשב את האנרגיה הקינטית, האנרגיה הפוטנציאלית והאנרגיה הכללית של המסה, בכל אחד מן הרגעים. הראה כי האנרגיה הכללית נשמרת.

תשובות סופיות:

1) א. $x(t)=0.2\cos(5\cdot t)$ ב. $v(t)=1\cdot\sin(5\cdot t)$

ג. $x(t=1)\approx 0.057m\ ,\ v(t=1)\approx 0.960\frac{m}{sec}$

$x(t=2)\approx -0.168m\ ,\ v(t=2)\approx 0.544\frac{m}{sec}\ ;\ x(t=0)\approx 0.2m\ ,\ v(t=0)\approx 0$

ד. $t=0:E_k=0\ ,\ U=1\ ;\ t=1:E_k=0.922J,\ U=0.081J\ ;\ \ t=2:E_k=0.296J\ ,\ U=0.706J$

מטוטלת מתמטית:

שאלות:

1) חישוב אורך חוט

מצא מה צריך להיות אורך החוט של מטוטלת, על מנת שהזמן שייקח למסה לעבור מקצה אחד לקצה השני יהיה חצי שנייה.

תשובות סופיות:

1) $l \approx 0.25m$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) תרגיל 1

גוף בעל מסה $m=20gr$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. הגוף מתנדנד בתנועה הרמונית כך שהמרחק בין הקצוות של התנועה הוא: $d=10cm$.

א. מהי האפליטודה של התנועה?

ב. מהי התדירות הזוויתית?

ג. מהו זמן המחזור?

ד. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן, אם הזמן נמדד מהרגע בו הגוף היה בקצה החיובי.

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

2) תרגיל 2

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. מושכים את הגוף מנקודת שיווי המשקל למרחק של $d=0.2m$ ומשחררים ממנוחה.

א. מהי התדירות הזוויתית?

ב. מהו זמן המחזור?

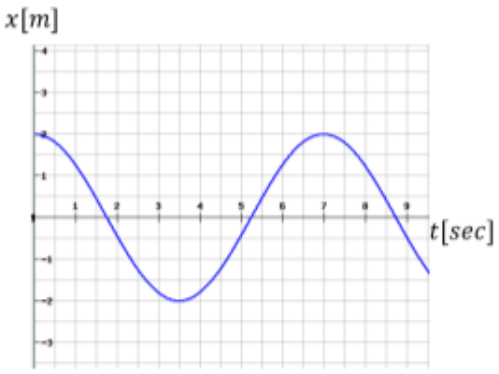
ג. מהי האפליטודה של התנועה?

ד. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן מרגע השחרור?

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

ו. חזור על כל הסעיפים עבור המקרה בו ברגע השחרור הגוף מקבל דחיפה קטנה המקנה לו מהירות התחלתית $v_0=0.1\frac{m}{sec}$.

3) תרגיל 3



הגרף הבא מתאר את מיקומו כתלות בזמן של גוף הנע בתנועה הרמונית פשוטה.

א. מהי אמפליטודת התנועה?

ב. מהו זמן המחזור?

ג. מהי התדירות הזוויתית?

ד. מהי הפאזה?

ה. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן.

4) תרגיל 4

גוף בעל מסה $m=1kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=3\frac{N}{m}$.

הגוף משוחרר ממנוחה במרחק $d=0.3m$ מנקודת שיווי המשקל.

א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

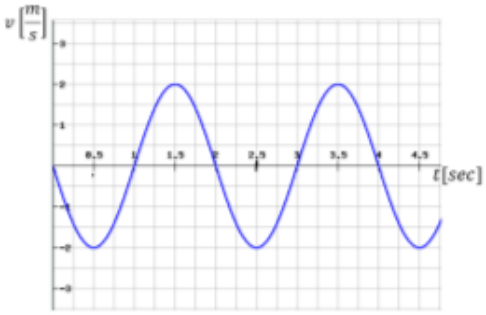
ב. מצא את מיקום הגוף ב- $t=3sec$.

ג. מהי מהירות הגוף ב- $t=3sec$.

ד. מהי תאוצת הגוף ב- $t=3sec$.

5) תרגיל 5

מהירותו של גוף המתנדנד בתנועה הרמונית נתונה לפי הגרף הבא:



א. מתי מגיע הגוף לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

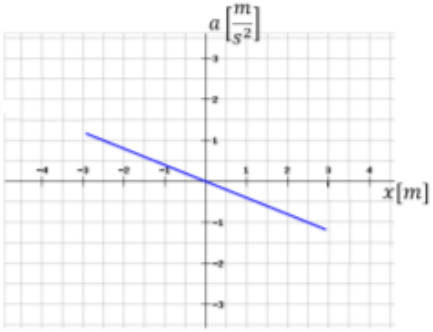
ב. האם תאוצת הגוף ב- $t=1sec$ מקסימאלית?

ג. האם ב- $t=1.5sec$ האנרגיה קינטית מרבית?

ד. מהו הכוח ב- $t=2.5sec$?

ה. כמה מחזורי תנועה עשה הגוף ב-4 השניות הראשונות של התנועה?

6) תרגיל 6



בגרף הבא נתונה התאוצה של גוף כתלות במיקום של הגוף. מסת הגוף היא $m=20g$.

א. האם התנועה היא תנועה הרמונית? נמק.

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהי אמפליטודת התנועה?

7) תרגיל 7

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=40\frac{N}{m}$.

ב-$t=0$ מיקום ומהירות הגוף הם: $x=20cm$, $v=0.4\frac{m}{sec}$.

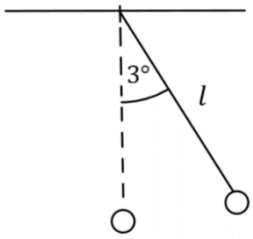
א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

ב. מתי מיקומו של הגוף הוא 5 ס"מ משמאל לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

ג. מתי מהירות הגוף היא $0.1\frac{m}{sec}$ בכיוון החיובי?

ד. מהי התאוצה המקסימאלית של הגוף?

8) תרגיל 8



מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l=1m$,
ומסה $m=100gr$ בקצה, משוחררת ממנוחה מזווית של $3°$.

א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לנקודת שיווי המשקל?

ג. מהי מהירות המסה בנקודת שיווי המשקל?

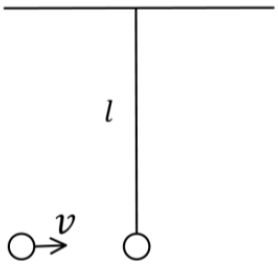
בנקודת שיווי המשקל מונחת מסה נוספת $m=25gr$, הנמצאת במנוחה.
מסת המטוטלת מתנגשת במסה הנוספת התנגשות פלסטית.

ד. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ה. מהי התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות?

ו. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת לאחר ההתנגשות?

9) תרגיל 9



מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l=0.5m$,
ומסה $m=50gr$ בקצה, תלויה במנוחה.

מסה $m=25gr$ נעה אופקית במהירות $v=0.6\frac{m}{sec}$,
ומתנגשת במסת המטוטלת התנגשות פלסטית.

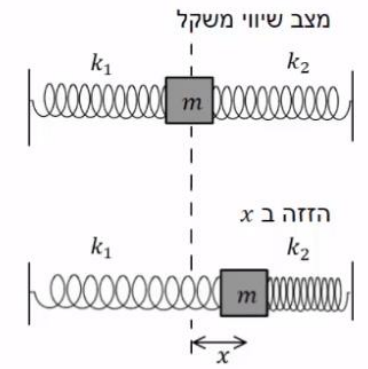
א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות, בהנחה שהתנודות קטנות.

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לשיא הגובה?

ג. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ד. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת?

10) מסה עם קפיצים משני הצדדים

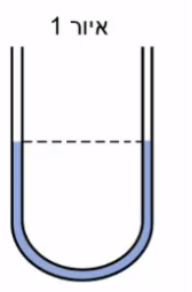


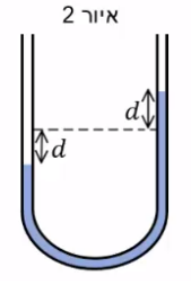
לשני צדדיה של מסה m מחוברים שני קפיצים שקבועי הכוח שלהם הם: k_1 ו-k_2.
הגוף נמצא על משטח חלק. מזיזים את הגוף ימינה מרחק x.

א. הראה כי כאשר מרפים ממנו הוא ינוע בתנועה הרמונית פשוטה שקבועה הוא: k_1+k_2.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

11) צינור בצורת U





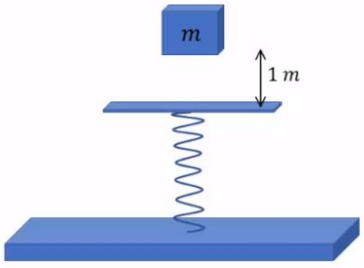
בתוך צינור גלילי בצורת האות U מצוי נוזל בשיווי משקל (איור 1).
אורך החלק המלא בנוזל הוא L ושטח החתך לאורך כל הצינור הוא A. צפיפות הנוזל (מסה ליחידת נפח) היא ρ.
נושפים בזרוע השמאלית של הצינור כך שפני הנוזל יורדים בשיעור d, ומרפים (איור 2).

א. תאר במילים את תנועת הנוזל בהנחה שלא פועלים עליו כוחות חיכוך.

ב. הראה כי כאשר פני הנוזל נמצאים במרחק x ממצב שיווי המשקל פועל על הנוזל כוח מחזיר: $F=-2\rho Agx$.
(הדרכה: חשב את מסת הנוזל העודפת בצד הגבוה ומשם את כוח הכובד שהיא מפעילה על שאר הנוזל).

ג. בהנחה כי $x \ll L$ הראה כי זמן המחזור של התנודה הוא: $T=\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$.

12) מסה נופלת על קפיץ אנכי



קפיץ אנכי מחובר לקרקע מצידו האחד וללוח אופקי בצידו השני.
קבוע הקפיץ הוא: $400\frac{N}{m}$. מסה של $m=2kg$ משוחררת ממנוחה מגובה של מטר אחד מעל הלוח, המסה נופלת נפילה חופשית ונדבקת ללוח.
מסת הלוח והקפיץ ניתנות להזנחה.

א. מהי ההתכווצות המרבית של הקפיץ?

ב. מהי תדירות תנודות המשקולת?

ג. מהי משרעת התנודות?

תשובות סופיות:

1) א. $A=0.05\text{m}$ ב. $\omega\approx 14.14\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ג. $T\approx 0.444\text{sec}$

ד. $x(t)=0.05\cdot\cos(14.14\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.707\cdot\sin(14.14\cdot t)$

2) א. $\omega=1.41\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $T\approx 4.44\text{sec}$ ג. $A=0.2\text{m}$

ד. $x(t)=0.2\cdot\cos(1.41\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.282\cdot\sin(1.41\cdot t)$

ו. $x(t)=0.212\cdot\cos(1.41\cdot t+0.341)$, $A=0.212\text{m}$, $T=4.44\text{sec}$, $\omega=1.41\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

$v(t)=-0.299\sin(1.41\cdot t+0.341)$

3) א. $A=2\text{m}$ ב. $T=7\text{sec}$ ג. $\omega\approx 0.898\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $\varphi=0$

ה. $v(t)=-1.80\cdot\sin(0.898\cdot t+0)$

4) א. $x(t)=0.3\cos\left(\sqrt{3}\cdot t\right)$ ב. $x(t=3)\approx 0.14\text{m}$

ג. $v(t=3)\approx -0.46\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $a(t=3)=-0.42\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

5) א. $t=0.5\text{sec}$ ב. כן. ג. כן. ד. 0

ה. 2

6) א. כן. ב. $k=0.008\frac{\text{N}}{\text{m}}$ ג. $A\approx 3\text{m}$

7) א. $x(t)=0.22\cos\left(\sqrt{20}\cdot t-0.42\right)$ ב. $t_1=0.5\text{sec}$ ג. $t_1\approx 0.07\text{sec}$

ד. $a_{max}=4.4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

8) א. $\omega=\sqrt{10}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t\approx 0.5\text{sec}$ ג. $v_{max}=0.165$ ד. $u=0.131\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה. $\omega=\sqrt{10}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו. $\theta\approx 2.35°$

9) א. $\omega=\sqrt{20}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t\approx 0.35\text{sec}$ ג. $u=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $\theta=5.12°$

10) א. הוכחה. ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

11) א. ראה סרטון. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

12) א. $\Delta x_{max}=0.37\text{m}$ ב. $f=2.25\frac{1}{\text{sec}}$ ג. $A\approx 0.32\text{m}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 13 - גלים

תוכן העניינים

1. גלים והתאבכות גלים 160

גלים והתאבכות גלים:

רקע:

מהירות גל מחזורי: $v = \lambda f$

λ – אורך הגל.

f – תדירות הגל.

חוק השבירה: $\frac{sin\,\theta_1}{sin\,\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

θ – הזוויות בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת **לאנך** למשטח.

n – מקדם השבירה של כל תווך.

v – מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים: $\ell = n\frac{\lambda}{2}$

ℓ – אורך המיתר.

n – מספר נקודות הקמר (מקס'/ מינ')

λ – אורך הגל

קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:

$$sin\,\theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n\frac{\lambda}{d}$$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .

n – סדר קו המקסימום.

λ – אורך הגל.

d – המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע: $sin\,\theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .

n – סדר קו המינימום.

λ – אורך הגל.

d – המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג: $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$

ΔX - רוחב פס האור

L – מרחק האנך למסך מהחריצים.

λ – אורך הגל.

d – המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה: $sin\,\theta_n = n\frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$

θ_n – הזווית למקסימום מסדר n .

d – המרחק בין שני חריצים צמודים.

N – קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד: $sin\,\theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n\frac{\lambda}{w}$

θ_n – הזווית למינימום מסדר n .

X_n – מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי.

L_n – המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .

w – רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע: $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$

כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמע של אדם.

ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים שונים α ו- β:

$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha-\beta}{10}\right)}$$

האנרגיה של גל קול:

$$E = I \cdot S \cdot t$$

E - האנרגיה הכוללת של גל הקול.

I - העוצמה בדציבל.

S - שטח החתך בו הגל פוגע.

t - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

שאלות:

1) תרגול גל 1

פולס נע ימינה בחבל.

מתוארת צורתו בשני זמנים שונים: $t = 0\,,\, t = 2sec$.



א. מה משרעת הפולס?

ב. מה מהירות התקדמותו?

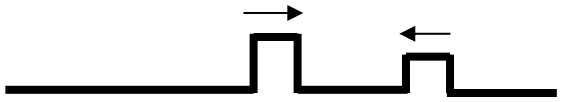
ג. מה כיוון תנועת החלקיק בחבל שנמצא בנקודה A ברגע $t = 0$?

ד. מה כיוון תנועת החלקיק בחלק שנמצא בנקודה B ברגע זה?

2) תרגול גל 2

מציירים בחבל שתי הפרעות כמתואר בתרשים: $v = 10\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

שרטט את החבל בזמנים הבאים:



א. $t = 8sec$

ב. $t = 16sec$

ג. $t = 18sec$

ד. $t = 22sec$

3) תרגול גל 3

בחבל מייצרים שתי הפרעות שונות בשני קצותיו שמתקדמות אחת לקראת השנייה, כמתואר בתרשים: $v = 0.5\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

שרטט את צורת החבל בזמנים הבאים:



א. $t = 8sec$

ב. $t = 12sec$

ג. $t = 13sec$

ד. $t = 16sec$

4) תרגול גל 4

פולס משולש נע בחבל ומגיע לקצהו. שרטט את החבל + הפלוס במקרים הבאים:

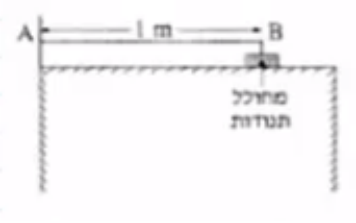
א. קצה החבל קשור לקיר.

ב. קצה החבל מולבש על טבעת חופשיה למנוע על פני ציר שעובר דרכה.

ג. קצה החבל קשור לחבל כבד יותר.

ד. קצה החבל קשור לחבל קל יותר.

5) תרגול גל עומד



חוט AB, שאורכו $1m$, קשור בקצהו B למחולל תנודות,
ובקצהו A למוט קבוע (ראה תרשים).
כאשר תלמיד מפעיל את מחולל התנודות,
נוצר בחוט AB גל, שמוחזר מהקצה A.
התלמיד מגדיל ברציפות את תדירות מחולל התנודות
ורושם את התדירויות בכל פעם שנוצר בחוט AB גל עומד.
תוצאות הניסוי רשומות בטבלה שלפניך:

f - תדירות התנודות (Hz)	צורת הגל העומד	$\lambda(m)$	$\frac{1}{\lambda}(m^{-1})$
24 45 67 88			

התייחס לנקודה B כנקודת צומת.

א. העתק את הטבלה למחברתך, ורשום בעמודה את אורך הגל λ, לכל אחד מארבעת הגלים העומדים שנוצרו בחוט?

ב. רשום בעמודה המתאימה בטבלה את הערך $\frac{1}{\lambda}$ לכל אחד מארבעת הגלים,
וסרטט גרף של התדירות f כפונקציה של $\frac{1}{\lambda}$.

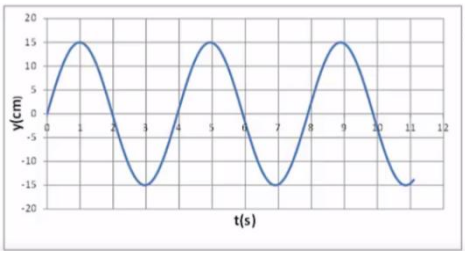
ג. מצא בעזרת הגרף את מהירות התפשטותו של גל בחוט AB.

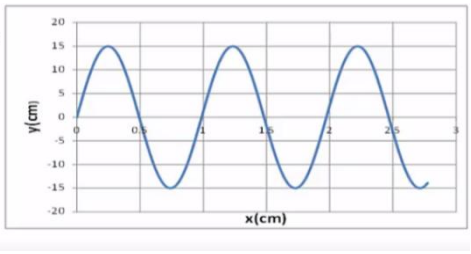
ד. התלמיד ממשיך להגדיל את תדירות מחולל התנודות.
מהי התדירות הראשונה (הגבוהה מ-88Hz) שייווצר בה גל עומד בחוט AB? נמק.

6) תרגול גל מחזורי 1

מופיעים לפניכם גרפי העתק זמן והעתק מקום של חבל מסוים.

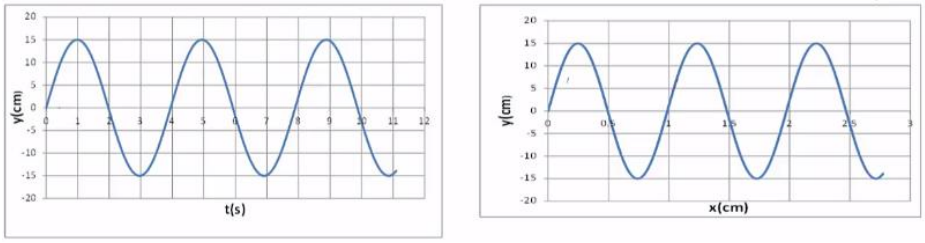
א. מהי משרעת הגל?
ב. מהו אורך הגל המתקדם בחבל?
ג. מה זמן המחזור של הגל?
ד. מה מהירות הגל?
ה. לאיזה נקודה/נקודות בחבל יכול להתאים גרף ההעתק זמן (השמאלי)?





7) תרגול גל מחזורי 2

לפניכם גרף העתק-מקום והעתק-זמן של הגוף מהשאלה הקודמת.
מכפילים את תדירות מחולל הגלים (מקור).
שרטטו את גרף העתק-זמן והעתק-מקום החדשים.



8) תרגול גל מחזורי 3

לפניך שני תצלומים (נראים זהים). הימני: גל מתקדם, השמאלי: גל עומד בקהל.

א. קבע את אורך הגל של כל אחד מהגלים בחבל.

ב. שרטט את החבל $\frac{1}{4}$ זמן מחזור לאחר תצלום זה.

ג. שרטט את החבל $\frac{1}{2}$ זמן מחזור לאחר תצלום זה.

ד. בחר בכל תצלום נקודה מימין ומשמאל למשרעת, וצייר את כיוון תנועתה מיד לאחר צילום זה.

גל עומד **גל מתקדם**



9) תרגיל 1

מהירות גל במיתר מתוח 25 מטר בשנייה. קושרים את היתר בין שני כנים שהמרחק ביניהן 3 מטר.
מניעים את המיתר בעזרת מתנד.
באיזו תדירות יש לנדנד אותו כך שייווצר בו גל עומד עם 12 נקודות צומת (כולל הקצוות)?

א. 45.8 הרץ.
ב. 70 הרץ.
ג. 8.3 הרץ.
ד. 75 הרץ.
ה. 80.7 הרץ.

10) תרגיל 2

מיתר בעל אורך 90 ס״מ קשור בשני קצותיו. כשמנדנדים אותו בתדירות 150 הרץ, נוצר בו גל עומד עם 8 נקודות צומת (כולל הקצוות).
מהירות גל במיתר הנ״ל:

א. $15.3\frac{m}{\sec}$.
ב. $38.6\frac{m}{\sec}$.
ג. $17\frac{m}{\sec}$.
ד. $34.3\frac{m}{\sec}$.

11) תרגיל 3

מנדנדים מיתר מתוח הקשור בשני קצותיו בתדירות 100 הרץ.
אורך המיתר 3 מטר. במיתר נוצר גל עומד עם 5 נקודות צומת (כולל הקצוות).
מהי מהירות הגל במיתר?

א. $150\frac{m}{\sec}$.
ב. $100\frac{m}{\sec}$.
ג. $330\frac{m}{\sec}$.
ד. $20\frac{m}{\sec}$.
ה. $340\frac{m}{\sec}$.

12) תרגיל 4

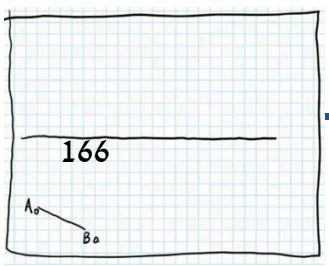
מיתר של גיטרה משמיע עם הפריטה עליו צליל בתדירות של 300 הרץ. אם רוצים להפיק מהמיתר צליל בעל תדירות של 900 הרץ:

א. אין כל דרך להפיק את התדירות הנ״ל מהמיתר.
ב. יש להקטין את המתיחות במיתר פי 3.
ג. יש לקצר את המיתר פי 3.
ד. יש להאריך את המיתר פי 3.
ה. יש להגדיל את המתיחות פי 2.

13) תרגיל החזרה גלים דו ממדיים

נתון אמבט הגלים הבא בו מתקדם גל ישר A_0B_0. באמבט קיים גם מחסום.

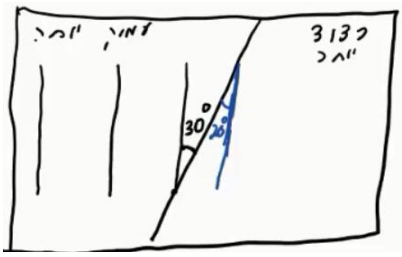
א. הוסף לתרשים חץ המתאר את כיוון התקדמות הגל A_0B_0.
ב. הוסף לתרשים את חזית הגל לאחר שהוחזרה מהמחסום.
ג. הוסף לתרשים חיצים המתארים את זוויות פגיעת והחזרת הגל כפי שהן מוחזרות לאור.



ד. הוסף לתרשים חיצים המתארים את זוויות פגיעת והחזרת הגל כפי שהן מוחזרות לגלי מים.
ה. הוסיפו לתרשים את חזית הגל, ברגע שבו אמצע חזית הגל נוגעת במחסום.

14) תרגול מעבר תווך גלי מים

נתון אמבט גלים בו נע גל לפי התרשים הבא.
במרכז האמבט מוקם מחסום כך שגובה המים בחלק הימני נמוך יותר.
מקור גלים בקצה השמאלי של האמבט מייצר גל ישר מחזורי בתדירות 4 הרץ.
מהירות הגל במים בחלק העמוק היא 20 ס״מ לשנייה.
הגל מתקדם ועובר לתווך הימני כמתואר בתרשים.



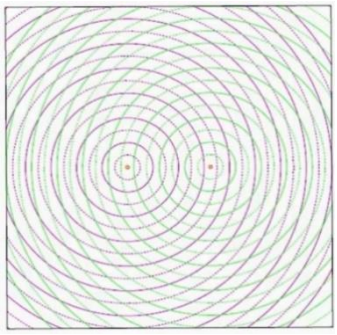
א. מה מהירות גל המים בתווך הרדוד יותר?
ב. מהו אורך הגל λ_1 בחלק העמוק?
ג. מהו אורך הגל λ_2 בחלק הרדוד?
ד. הוסיפו לתרשים (איכותית) עוד 2 אורכי גלים לאחר מעבר גל המים לתווך הרדוד.

15) תרגול אנרגיה ומשרעת של גל

גל מעגלי מתפשט באמבט גלים. משרעתו, כשהיה מעגל ברדיוס 3cm, הייתה 1cm .
א. פי כמה תהיה קטנה האנרגיה שלו כשיתפשט לרדיוס של 15cm?
ב. מה תהיה משרעתו במצב זה?

16) התאבכות גלי מים – תרגיל 1

נתון תרשים של אמבט גלים ובו 2 מקורות בעלי אורך גל זהה ושווי מופע.
קווים רציפים מייצגים שיא בגל וקווים מקווקוים – שפל.
זהו את קווי המקסימום והמינימום בתרשים.



17) התאבכות גלי מים – תרגיל 2

נתון אמבט גלים בו 2 מקורות שהמרחק ביניהם 7 ס״מ.
המקורות מכים במים במופע זהה בתדירות 20 הרץ.
מהירות התקדמות הגלים באמבט היא 25 ס״מ לשנייה.

א. מה אורך הגל של הגלים שיוצרים המקורות?

ב. קבע, לגבי כל אחת מהנקודות הבאות: A, B, C, D בתרשים, האם היא על קו מקסימום, על קו מינימום או נק' ביניים:

i. A - מרחקה מהמקור הראשון - 4 ס״מ ומהמקור השני - 2.8 ס״מ.

ii. B - מרחקה מהמקור הראשון - 5 ס״מ ומהמקור השני - 3.2 ס״מ.

iii. C - מרחקה מהמקור הראשון - 7 ס״מ ומהמקור השני - 3.4 ס״מ.

iv. D - מרחקה מהמקור הראשון - 8 ס״מ ומהמקור השני - 6.5 ס״מ.

ג. כמה קווי מקסימום וכמה קווי מינימום יופיעו באמבט?

18) שאלה 1 בהתאבכות גלי מים

שני מקורות גל זהים A ו-B נמצאים בנקודות (0,0) ו-(6,0). המקורות משדרים באורך גל של 1cm לכל הכיוונים. על ציר y מתקבלת התאבכות בונה בנקודות הבאות (המספרים בס״מ):

א. $(0,1.1)$ $(0,2.5)$ $(0,4.5)$ $(0,8)$ $(0,17.5)$.

ב. $(0,1)$ $(0,2)$ $(0,4)$ $(0,8)$ $(0,16)$ $(0,32)$.

ג. $(0,6)$ $(0,12)$ $(0,18)$ $(0,24)$ $(0,30)$.

ד. $(4,4.5)$ $(4,8)$ $(4,17.5)$ $(3,2)$.

ה. $(0,4.2)$ $(0,8.7)$ $(0,16.5)$ $(0,0)$.

ו. $(0,4.5)$ $(0,8)$ $(0,17.5)$.

19) שאלה 2 בהתאבכות גלי מים

שני מקורות גל זהים ושווי מופע ממוקמים בנקודות (0,0) ו-(5,0)

(הערכים בס״מ). אורך הגל של כל אחד מהם 2 ס״מ.
היכן על ציר y תתקבל התאבכות בונה מסדר ראשון? (הערכים בס״מ).

א. $(5, 2.5)$.
ב. $(0, 5.25)$.
ג. $(0, 6)$.
ד. $(0, 2.5)$.
ה. $(0, -5.25)$.

20) שאלה 3 בהתאבכות גלי מים

שני מקורות גל זהים A ו-B נמצאים בנקודות $(0,5)$ ו-$(0,-5)$. בנקודה $(10,10)$ מתקבלת התאבכות בונה מסדר ראשון (כל המספרים נתונים בס״מ)
אורך הגל הוא בקירוב:

א. 8.5 ס״מ.
ב. 5 ס״מ.
ג. 7.3 ס״מ.
ד. 15 ס״מ.
ה. 6.8 ס״מ.

21) שאלה 4 בהתאבכות גלי מים

באמבט גלים ממקמים שני מתנדים בשתי נקודות $(4,2)$ ו-$(7,6)$. המתנדים רוטטים בתדירות זהה ובאותו מופע. בנקודה $(10,10)$ מתקבלת התאבכות בונה מסדר שלישי.
מהו אורך הגל? (הגדלים המספריים במטרים).

א. $1.67m$.
ב. $0.62m$.
ג. $2.79m$.
ד. $6.83m$.
ה. $1.23m$.

22) התאבכות אור תרגיל 1

מאירים בלייזר בעל אורך גל 500 ננומטר לוחית בעלת 2 סדקים בעלי $d = 0.2\text{mm}$. במרחק $L = 3m$ נמצא מסך.

א. מהו רוחב פס אור כל עוד אנחנו בזויות קטנות?
ב. מהו מרחקו ממרכז התבנית של מרכז פס האור מסדר רביעי?
ג. מהו מרחקו ממרכז תבנית ההתאבכות של קו החושך מסדר שביעי?
ד. מה מרחקו ממרכז תבנית ההתאבכות של מרכז פס האור מסדר 200?

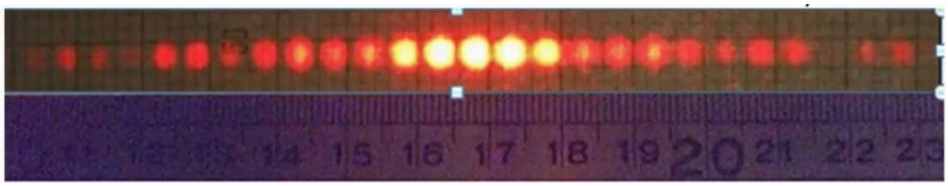
23) התאבכות אור תרגיל 2

מאירים בלייזר ירוק בעל אורך גל לא ידוע על לוחית ובה 2 סדקים שהמרחק ביניהם 0.15 מ״מ. מניחים מסך שאורכו $h = 1m$ במרחק 3 מטר מהלוחית כך שמרכז המסך בדיוק מול הסדקים. הזווית למקסימום מסדר חמישי נמדדת ושווה ל-1 מעלה.

א. מה אורך הגל של הלייזר?
ב. מה מרחקו של המינימום מסדר חמישי ממרכז המסך?
ג. כמה קווי חושך התקבלו על המסך?
ד. אם נחליף המסך במסך ארוך מאוד שיונח באותו מיקום, כמה פסי אור ייווצרו על המסך?

24) התאבכות אור תרגיל 3

לוקחים לייזר אדום בעל אורך גל לא ידוע ומציבים לפניו לוחית בעלת 2 סדקים שהמרחק ביניהם 0.25 מ״מ. ממקמים מסך במרחק 1.8 מטר מהלוחית.
על המסך מתקבלת תבנית ההתאבכות הבאה, לצד סרגל שהודבק למסך מראש.



א. מצא את אורך הגל של הלייזר בדרך המדויקת ביותר.
ב. איזה מהנקודות בצילום הינה נקודת המקסימום המרכזי?
ג. לאיזה נקודה בצילום מגיע אור שמרחקו מאחד הסדקים גדול ב-3 אורכי גל מאשר מרחקו מהסדק השני?
ד. לאיזה נקודה על המסך מגיע אור שמרחקו מאחד הסדקים גדול ב-4.5 אורכי גל מאשר מרחקו מהסדק השני?
ה. מהן 3 הדרכים אשר ניתן לצופף בהן את תבנית ההתאבכות?

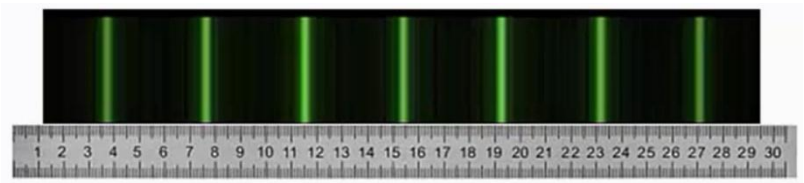
25) התאבכות אור בסריג – תרגיל 4

מאירים בלייזר בעל אורך גל לא ידוע על סריג בעל קבוע של 100 חריצים למ״מ.
מציבים מסך במרחק 1 מטר מהסריג כך שמרכזו מול מרכז הסריג ומול קרן הלייזר. אורך המסך 4 מטר.
מיקומו של קו המקסימום הראשון נמדד ושווה ל-6.5 ס״מ ממרכז המסך.

א. מהו אורך הגל של הלייזר?
ב. מה מיקומו של קו המקסימום מסדר שני?
ג. מה מיקומו של קו המקסימום מסדר חמישי?
ד. כמה קווי מקסימום יתקבלו על המסך?
ה. בהנחה שמחליפים מסך זה במסך ארוך מאוד באותו המיקום, כמה קווי מקסימום יתקבלו עליו?

26) התאבכות אור בסריג – תרגיל 5

מאירים בלייזר ירוק בעל אורך גל 550 ננומטר על סריג בעל קבוע לא ידוע, ומציבים מסך במרחק 2.5 מטר מהסריג.
על המסך שעליו מודבק סרגל מתקבלת התמונה הבאה:



א. מצאו את קבוע הסריג בדרך המדויקת ביותר.
ב. באיזה זווית ביחס לאנך האמצעי יתקבל קו המקסימום מסדר 20?
ג. מה יקרה לתבנית ההתאבכות אם נחליף את הלייזר הירוק בלייזר כחול?

27) התאבכות אור בסריג – תרגיל 6

אור לבן פוגע בסריג עקיפה בעל קבוע 300 חריצים למ״מ.
מסך ארוך מונח במרחק 2 מטר מהסריג.

א. מה רוחב הפס הצבעוני מסדר ראשון?
ב. מה הזווית שנפתחת בין המקסימום האדום מסדר שני, והסגול מסדר שני?
ג. הוכח שקיימת חפיפה בצבעים בין הסדר השני לסדר השלישי.

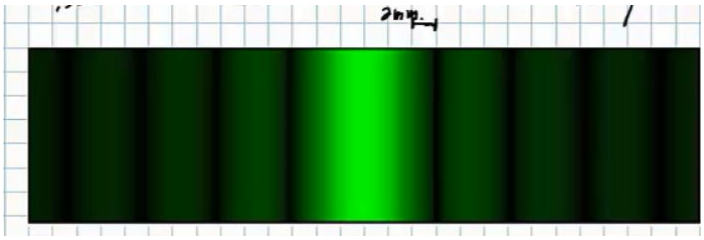
28) עקיפה מסדק יחיד – תרגיל 1

תלמיד מאיר בלייזר אדום בעל אורך גל 670 ננומטר סדק שרוחבו 0.3 מ״מ.
תבנית עקיפה מתקבלת על מסך במרחק 1.5 מטר.

א. מה רוחבו של המקסימום המרכזי?
ב. מה רוחבו של מקסימום משני, מסדר נמוך?

29) עקיפה מסדק יחיד – תרגיל 2

לוקחים לייזר ירוק בעל אורך גל 530 ננומטר. מציבים אותו לפני סדק בעל רוחב לא ידוע, ועל מסך משבצות במרחק 3 מטר מהסדק מתקבלת תבנית ההתאבכות הבאה:



נתון שרוחב משבצת על הלוח הוא 2 מ״מ.

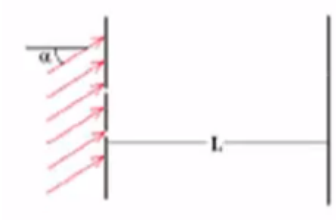
א. מה רוחב הסדק?

ב. כמה קווי צומת יתקבלו על מסך ארוך מאוד?

ג. מה יקרה לתבנית ההתאבכות אם נגדיל את רוחב הסדק?

30) שאלה בהתאבכות גלי אור

דרך משטח מישורי עם שני סדקים צרים מאוד מעבירים גל מישורי בעל אורך גל λ המתקדם בכיוון היוצר זווית קטנה α עם האנך למשטח (ראו ציור).



המרחק בין הסדקים הוא d כאשר $d >> \lambda$.
מודדים את העוצמה במרכז לוח מישורי הנמצא במרחק $L >> d$ מהמשטח עם הסדקים, כלומר בנקודה הנמצאת מול נקודת האמצע בין שני הסדקים.
העוצמה הנמדדת היא 0.

מהי הזווית הקטנה ביותר α המסבירה מדידה זו?

א. $\boldsymbol{\alpha = 0}$.

ב. $\boldsymbol{\alpha = \frac{\lambda}{2d}}$.

ג. $\boldsymbol{\alpha = \frac{2\lambda}{\pi d}}$.

ד. $\boldsymbol{\alpha = \frac{2\lambda}{d}}$.

ה. $\boldsymbol{\alpha = \frac{2\pi\lambda}{d}}$.

ו. $\boldsymbol{\alpha = \frac{\lambda}{\pi d}}$.

31) שאלה 2 בהתאבכות גלי אור

שני גלים אלקטרומגנטיים העוברים כל אחד דרך סדק צר יוצרים תבנית התאבכות

על פני מסך רחוק. הגל העובר דרך הסדק הראשון מתואר ע"י: $\vec{E}_1 = A_1 \cdot e^{i(kz-\omega t)}\hat{x}$.

הגל העובר דרך הסדק השני מתואר ע"י: $\vec{E}_2 = A_1 \cdot e^{i(kz-\omega t)}(-\hat{y})$.

היחס בין העוצמה המקסימלית לעוצמה המינימלית הוא:

א. $\sqrt{2}:1$.

ב. $1:0$.

ג. $1:1$.

ד. $2:1$.

ה. $4:1$.

ו. $3:2$.

32) שאלה 1 – גלי קול

אם נניח, כי עוצמת סף השמע היא: $10^{-16}\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

מהי העוצמה ביחידות הנ"ל בסף הכאב 140dB (כלומר, כמה $\frac{W}{\text{cm}^2}$ יש ב-140dB)?

א. $14 \cdot 10^{-16}\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

ב. $10^{-14}\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

ג. $140\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

ד. $10^{4}\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

ה. $10^{-2}\ \frac{W}{\text{cm}^2}$.

33) שאלה 2 – גלי קול

פי כמה גדולה עוצמת קול של 100 דציבל מעוצמת קול של 10 דציבל?

א. פי 10.

ב. פי 100.

ג. פי 1,000.

ד. פי 10,000.

ה. פי 1,000,000.

ו. פי 1,000,000,000.

ז. פי 10,000,000,000.

34) שאלה 3 – גלי קול

אם עוצמת הקול המינימאלית שבני אדם מסוגלים לשמוע (סף השמע) היא: $10^{-16}\frac{W}{cm^2}$, מהי עוצמת הקול באותן יחידות ב-130 דציבל (סף הכאב), וכמה אנרגיה פוגעת בעור התוף החשוף לעוצמה הזו (130dB) במשך שעה? נתון ששטחו של עור התוף כ-0.7 סמ"ר.

א. העוצמה: $10^{-13}\frac{W}{cm^2}$, וסה"כ אנרגיה בשעה: $5.3J$.

ב. העוצמה: $10^{-3}\frac{W}{cm^2}$, וסה"כ אנרגיה בשעה: $5.3J$.

ג. העוצמה: $130\frac{W}{cm^2}$, וסה"כ אנרגיה בשעה: $75J$.

ד. העוצמה: $1.3\cdot 10^{-3}\frac{W}{cm^2}$, וסה"כ אנרגיה בשעה: $2.52J$.

ה. העוצמה: $0.001\frac{W}{cm^2}$, וסה"כ אנרגיה בשעה: $2.52J$.

35) שאלה 4 – גלי קול

אם נניח כי עוצמת סף השמע היא: $10^{-16}\frac{W}{cm^2}$ ($\frac{W}{cm^2}$ = ווט לסמ"ר), מהי העוצמה I ביחידות הנ"ל ב-120dB, וכמה אנרגיה E פוגעת בעור התוף של אוזנו של אדם, החשוף לעוצמת קול זו במשך 4 שעות?
הניחו ששטחו של עור התוף 0.7 סמ"ר.

א. $\boldsymbol{I=12\cdot 10^{-16}\frac{W}{cm^2}}$ ו-$E=5.8\text{Joule}$.

ב. $\boldsymbol{I=13\cdot 10^{-14}\frac{W}{cm^2}}$ ו-$E=5.8\text{Joule}$.

ג. $\boldsymbol{I=10^{-4}\frac{W}{cm^2}}$ ו-$E=1.01\text{Joule}$.

ד. $\boldsymbol{I=10^{-4}\frac{W}{cm^2}}$ ו-$E=10.1\text{Joule}$.

ה. $\boldsymbol{I=120\frac{W}{cm^2}}$ ו-$E=1.2\cdot 10^{6}\text{Joule}$.

36) שאלה 5 – גלי קול

כאשר אדם נחשף לקול בעוצמה של 20 דציבל בפרק זמן של שעה, כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף של אוזנו היא: $2.5\cdot 10^{-11}\text{Joule}$.
מהי כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף כאשר האוזן נחשפת לקול בעוצמה של 120 דציבל למשך זמן של 20 דקות?

א. 0.08Joule.

ב. 0.75Joule.

ג. 25Joule.

ד. $2.5\cdot 10^{-5}\text{Joule}$.

ה. $5 \cdot 10^{-11}$Joule

37) שאלה 6 – גלי קול

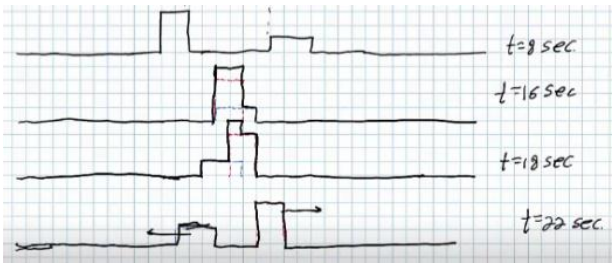
כאשר אדם נחשף לקול בעוצמה של 20 דציבל בפרק זמן של שעה, כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף של אוזנו היא: $2.5 \cdot 10^{-11}$Joule.
מהי כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף כאשר האוזן נחשפת לקול בעוצמה של 120 דציבל למשך זמן של 30 דקות?

א. 0.125Joule
ב. 1.130Joule
ג. 37.52Joule
ד. $3.8 \cdot 10^{-5}$Joule
ה. $7.5 \cdot 10^{-11}$Joule

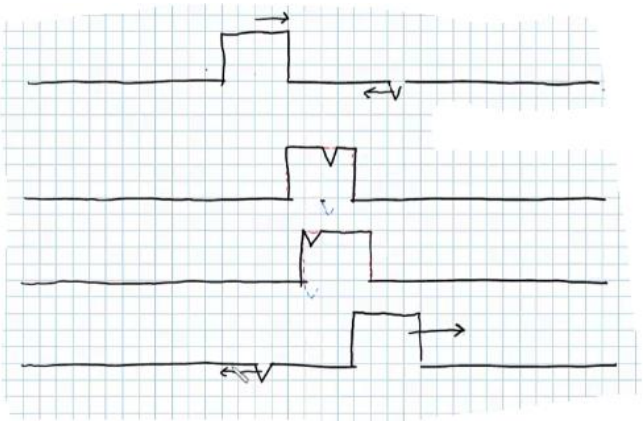
תשובות סופיות:

1) א. $A = 0.3m$ ב. $V = 0.2\frac{m}{\sec}$ ג. למעלה. ד. למטה.

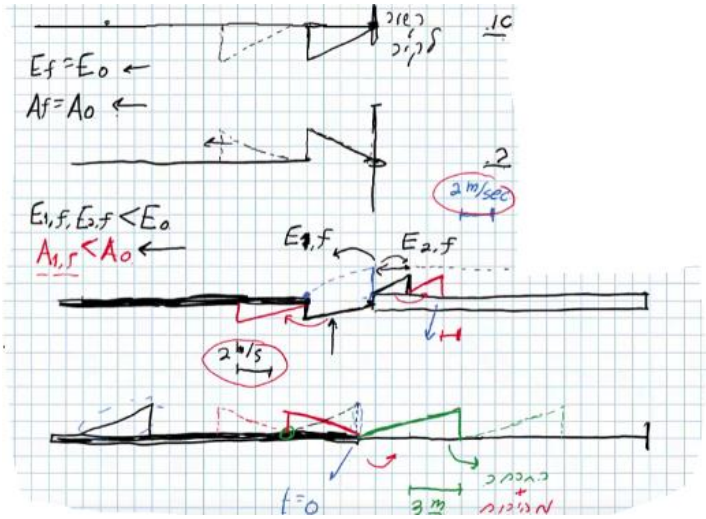
2)



3)

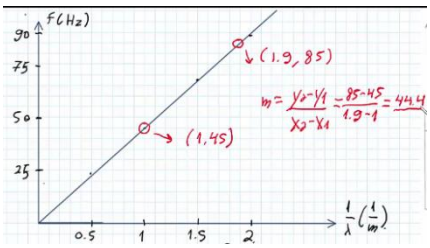


4)



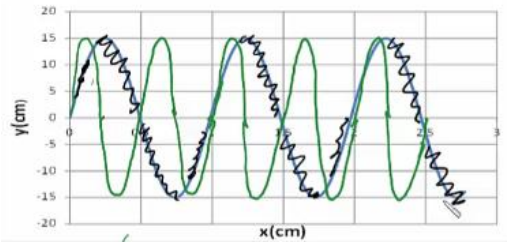
5) א.

$\frac{1}{\lambda}(m^{-1})$	$\lambda(m)$	צורת הגל העומד	f - תדירות התנודות (Hz)
0.5	2		24
1	1		45
1.5	$\frac{2}{3}$		67
2	$\frac{1}{2}$		88

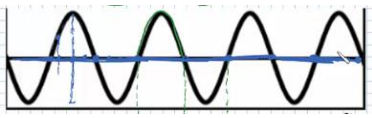
ב. 

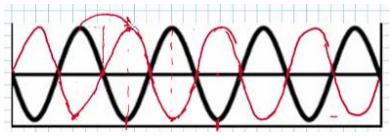
ג. $f = v\frac{1}{\lambda}$ ד. $f = 111\text{Hz}$

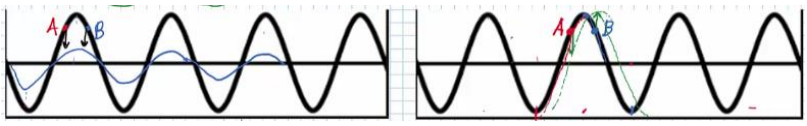
6) א. $A = 0.15m$ ב. $\lambda = 1m$ ג. $t = 4$ ד. $v =$
$25\,\frac{\text{cm}}{sec}$
ה. $(2.5,0)\ ,\ (1.5,0)\ ,\ (0.5,0)$

7) הגל הירוק בשרטוט:


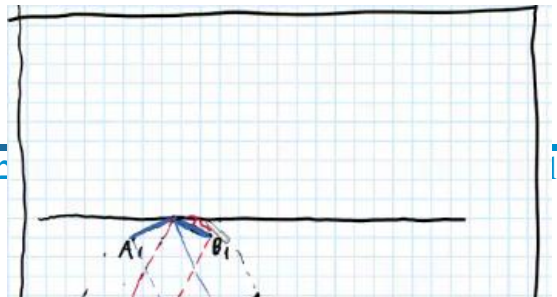
8) א. מתקדם: $\lambda_1 = 80\text{cm}$, עומד: $\lambda_2 = 80\text{cm}$.

ב. 

ג. 

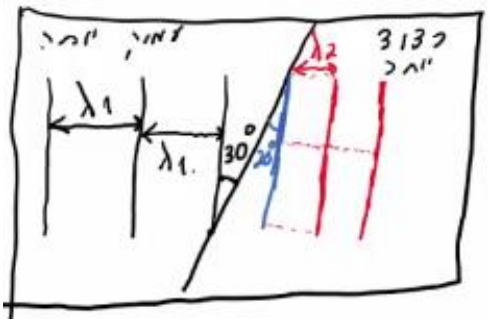
ד. 

9) א'.
10) ב'.
11) א'.
12) ג'.

13) 

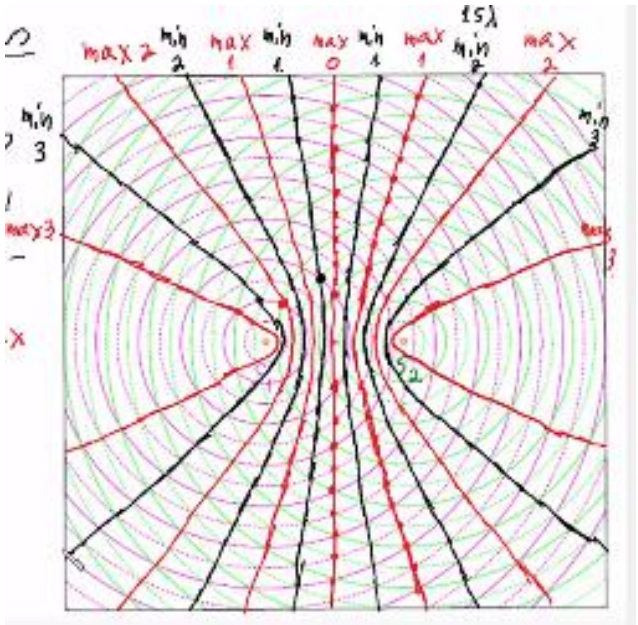
14) א. $v_2 = 13.7\frac{\text{cm}}{sec}$. ב. $\lambda_1 = 5\text{cm}$. ג. $\lambda_2 = 3.42\text{cm}$.

ד.



15) א. 5. ב. 0.45cm.

16)



17) א. 1.2 ס"מ.

ב.i. A - נק' מקסימום מסדר ראשון.

ii. B - נק' צומת מסדר שני.

iii. C - נק' מקסימום מסדר שלישי, נק' על קו מקסימום.

iv. D - נק' ביניים.

ג. 11 קווי מקסימום, 12 קווי מינימום.

18) א' מלאה ו-ו' חלקית.

19) ב' ו-ה.

20) ה.

21) א'.

22) א. 7.5nm ב. 3 ס"מ. ג. $\theta = 0.93°$ ד. $x_{200} = 1.73$

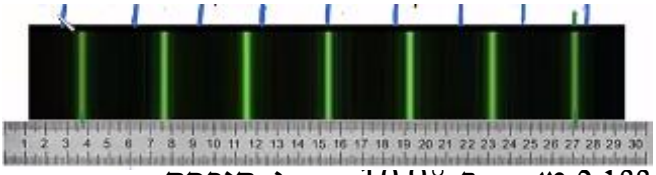
23) א. 524 נ"מ. ב. 4.72 ס"מ. ג. 94 קווי חושך. ד. 573 פסי מקסימום.

24) א. 5 מ"מ. ב. $\lambda = 694$ ג. 3λ ד. 4.5λה. ראה סרטון.

25) א. 649 נ"מ. ב. 13 ס"מ. ג. 34.3 ס"מ. ד. 27 קווים. ה. 31 קווים.

26) א. $282\ \frac{\text{haritsim}}{\text{cm}}$ ב. $18.1°$

ג.



27) א. 0.188 מ'. ב. $10.9°$ ג. הוכחה.

28) א. 6.7 מ"מ. ב. 3.35 מ"מ.

29) א. 0.265 מ"מ. ב. 1,000 קווי צומת בתבנית.

ג. האור ינוע בקווים ישרים ולא מבצע עקיפה.

30) ב'.

31) ג'.

32) ה.

33) ו'.

34) ה.

35) ג'.

36) א'.

37) א'.

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 14 - מבוא למבנה החומר

תוכן העניינים

1. מבוא למבנה החומר ..... (ללא ספר)

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 15 - הכוח החשמלי- חוק קולון

תוכן העניינים

1. חוק קולון 180
2. תרגילים 181

חוק קולון:

שאלות:

1) אלקטרון ופרוטון

אלקטרון ופרוטון נמצאים במרחק של 3A אחד מהשני.
מהו הכוח הפועל על כל אחד מהם? (גודל וכיוון).

2) שני מטענים על ציר ה-X

שני גופים טעונים במטענים: $q_1 = 0.2mc, q_2 = 0.3mc$.

מיקום הגוף הראשון הוא: $\vec{r}_1(3m,0)$ ומיקום הגוף השני הוא: $\vec{r}_1(8m,0)$.

א. חשב את הכוח החשמלי הפועל על כל גוף גודל וכיוון.

ב. מהי תאוצת כל גוף באותו הרגע אם מסותיהן הן: $m_1 = 3kg, m_2 = 8kg$.

3) שני מטענים במישור

שני גופים טעונים במטענים: $q_1 = 15\mu c, q_2 = -20\mu c$.

מיקום הגוף הראשון הוא: $\vec{r}_1(0,0)$ ומיקום הגוף השני הוא: $\vec{r}_1(5m,3m)$.

א. חשב את הכוח החשמלי הפועל על כל גוף גודל וכיוון.

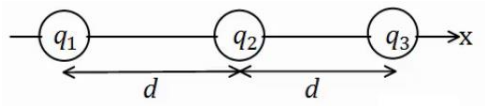
ב. מהי תאוצת כל גוף באותו הרגע אם מסותיהן הן: $m_1 = 3kg, m_2 = 8kg$.

4) 3 מטענים על ציר ה-X

שלושה מטענים מונחים על ציר ה- x במרווחים של $d = 10cm$ אחד מהשני.

גודל המטענים הוא: $q_1 = 2\mu c, q_2 = -10\mu c, q_3 = 5\mu c$.

מצא את הכוח הפועל על כל מטען גודל וכיוון.



תשובות סופיות:

1) $F = -2.56 \cdot 10^9 N$, כוח המשיכה.

2) א. שניהם נעים בכיוונים הפוכים, ב- $F = 21.6N$. ב. $a_1 = -7.2\frac{m}{sec^2}\hat{x}$, $a_2 = 2.7\frac{m}{sec^2}\hat{x}$

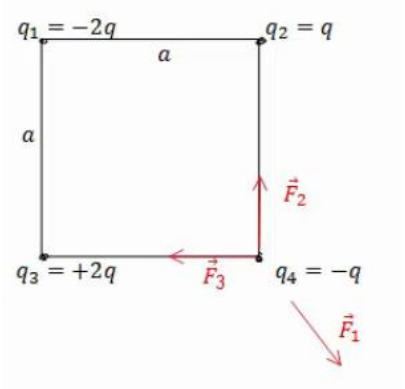
3) א. $|F_1| = |F_2| = 7.94 \cdot 10^{-2} N, \theta_1 = 30.96°, \theta_2 = 210.96°$ ב. $a_1 \approx 2.65 \cdot 10^{-2}\frac{m}{sec}$

4) $\sum \vec{F}_1 = 15.75N\hat{x}, \sum \vec{F}_2 = 27N\hat{x}, \sum \vec{F}_1 = 42.75N\hat{x}$

תרגילים:

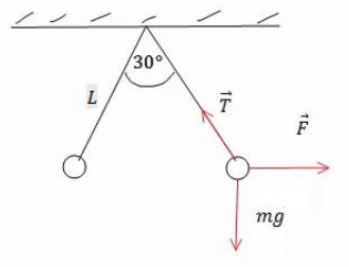
שאלות:

1) מטען בפינת ריבוע



חשב את הכוח הפועל על המטען בפינה הימנית התחתונה של הריבוע.
q ו- a נתונים.

2) שני כדורים תלויים

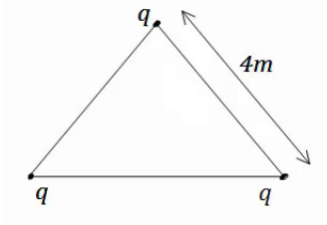


שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L, הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.
מצא את מטען הכדורים.

3) מהירות זוויתית באטום המימן

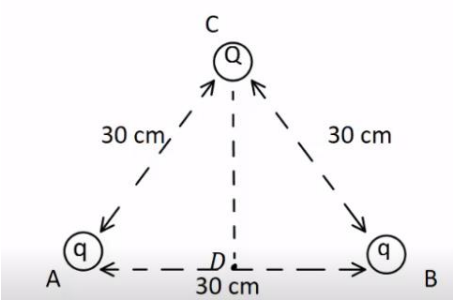
אטום המימן מורכב מפרוטון בגרעין ואלקטרון הסובב סביב הגרעין בתנועה מעגלית ברדיוס של 0.53 אנגסטרום.
מצא את המהירות הזוויתית של האלקטרון, אם ידוע כי מסת האלקטרון היא: $m_e=9.1\cdot10^{-31}kg$ ומטען האלקטרון והפרוטון הוא: $q_e=-1.6\cdot10^{-19}c=-q_p$.

4) מטענים בקודקודי משולש



שלושה מטענים זהים נמצאים על קודקודיו של משולש שווה צלעות.
גודל כל מטען הוא $q=2\mu c$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.
מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

5) כוח על כדור בקצה משולש



שני כדורים קטנים, שמטען כל אחד מהם הוא: $q=10^{-5}c$, קבועים בנקודות A ו-B באויר.

המרחק בין הנקודות הוא $30cm$.

בנקודה C הנמצאת במרחק של $30cm$ מכל אחד מהמטענים האלה, נמצא כדור מוליך קטן שמסתו $20gr$ והוא טעון במטען של: $Q=-2\cdot10^{-5}c$.

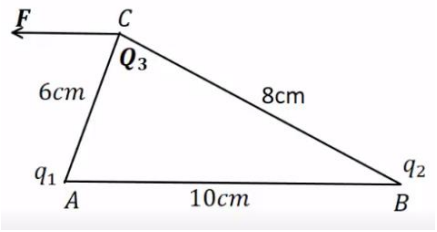
משחררים את הכדור הנמצא בנקודה C.

א. חשב את הגודל ואת הכיוון של הכוח על הכדור ברגע בו שוחרר.

ב. חשב את גודלה ואת כיוונה של תאוצת הכדור ברגע בו שוחרר.

ג. חשב את תאוצת הכדור בנקודה D.

6) נחש את סימן המטענים



שני מטענים נקודתיים ממוקמים בקודקודי משולש ישר זווית, בקצוות המיתר AB.

נתון כי: $Q_3=3\mu c$ $|q_1|=3\mu c$ והכוח השקול F הפועל על Q_3 פועל בכיוון אופקי שמאלה במקביל לצלע AB.

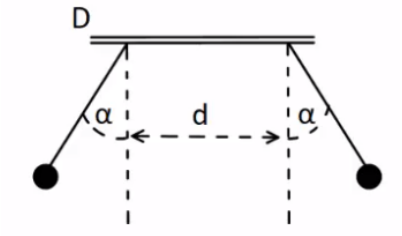
בהזנחת כוח הכובד:

א. מהם סימני המטענים q_1 ו- q_2? נמק.

ב. חשב את מטען q_2 אם הזווית $\measuredangle ACB$ היא זווית ישרה.

ג. מהו גודלו של הכוח השקול F?

7) שני מטענים תלויים



שני כדורים שמסתם זהות $m=8gr$ ומטען זהה q, תלויים באמצעות חוטים משתי נקודות שהמרחק ביניהם הוא $d=2cm$.

נתון: $\alpha=30°$ ו- $l=3cm$.

בטא את גודל המטען q באמצעות α , m , l , d וחשב את גודל המטען q.

תשובות סופיות:

1) $\sum F_y = \frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $q = \sqrt{\frac{mg}{k}\tan(15)L^2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

3) $\omega = \sqrt{17}\cdot 10^{16}\frac{1}{\sec}$

4) $\sum F = 3.897\cdot 10^{-3}N$

5) א. $34.6N$ ב. $a_y = 1,732\frac{m}{\sec^2}$ ג. $a = 0$

6) א. q_1 : שלילי, q_2 : חיובי. ב. $q_2 = 7.11\mu c$ ג. $\sum F_x = 37.5N$

7) $q = \sqrt{\frac{mg\tan\alpha}{k}}\left(d+2l\sin\alpha\right)$, $q \approx 5.2\cdot 10^{-8}c$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 16 - השדה החשמלי

תוכן העניינים

1. שדה חשמלי של מטענים נקודתיים 184

שדה חשמלי של מטענים נקודתיים:

שאלות:

1) שדה בשתי נקודות

מטען q נמצא בראשית הצירים.

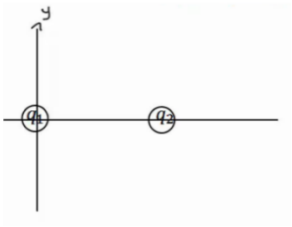
א. חשב את השדה בנקודות $(1m,3m),(0,2m)$, אם נתון ש- $q=5c$ (גודל וכיוון).

ב. חזור על סעיף א' אם $q=-7c$.

ג. מצא מה יהיה הכוח על מטען $q_2=3c$ המגיע לנקודה $(1m,3m)$ עבור סעיף א'.

ד. מצא מה יהיה הכוח על מטען $q_3=-4c$ המגיע לנקודה $(1m,3m)$ עבור סעיף א' ללא q_2.

2) חישוב שדה שקול בשלוש נקודות



מטען $q_1=5\mu c$ נמצא בראשית הצירים.

מטען $q_2=4\mu c$ נמצא במיקום $(3cm,0)$.

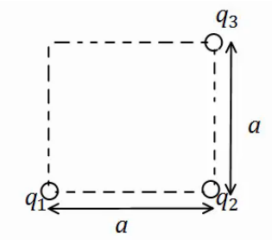
מצא את השדה בנקודות הבאות:

א. $(5cm,0)$.

ב. $(2cm,0)$.

ג. $(2cm,1cm)$.

3) חישוב שדה שקול בפינה של ריבוע

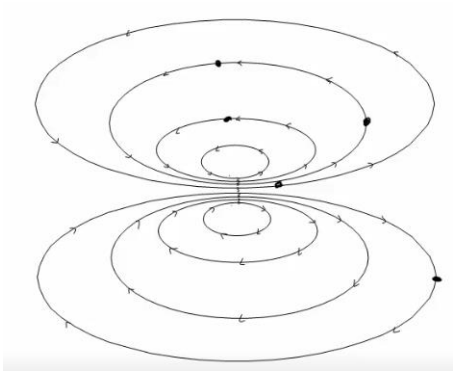


מטענים q_1 , q_2 , q_3 נמצאים בשלוש פינותיו של ריבוע בעל צלע a.

מהו השדה בפינה הרביעית?

a , q_3 , q_2 , q_1 נתונים.

4) קווי שדה



באיור הבא מתוארים קווי שדה במרחב.

צייר איכותית את וקטור השדה החשמלי בכל הנקודות המסומנות.

5) חלקיק על קו שדה

חלקיק מתחיל לנוע ממנוחה במרחב בו קיים שדה חשמלי.
האם החלקיק ימשיך לנוע לאורך קו השדה עליו היה בתחילת התנועה לעד?

6) יחידות של השדה

תלמיד טען שניתן לרשום את היחידות של השדה החשמלי גם כג׳אול לקולון למטר. האם התלמיד צודק?

7) קווי שדה חוצים זה את זה

תלמיד טען שקווי השדה של שני מטענים במרחב חוצים זה את זה? האם הדבר אפשרי? אם כן, אילו מטענים יקיימו טענה זו?

8) שדה מתאפס

בתוך אזור מבודד נמצאים שני מטענים במיקומים שונים. גודל המטענים זהה וסימנם אינו ידוע. קבעו האם המטענים בעלי סימן זהה או סימן הפוך אם ידוע שקיימת נקודה במרחב שבה השדה מתאפס. הניחו שאין עוד מטענים במרחב.

9) גוף מרגיש שדה

גוף קטן הנושא מטען של $-5\cdot10^{-9}\text{C}$ חשב בכוח חשמלי שגודלו $4\cdot10^{-8}\text{N}$ כלפי מטה. הניחו שכוח הכובד זניח.

א. מהו השדה החשמלי בנקודה בה נמצא הגוף?

ב. מסירים את הגוף ושמים במקומו פרוטון, מה יהיה הכוח על הפרוטון? הניחו שהשדה לא השתנה.

10) שדה מתאפס בין שני מטענים

שני מטענים $q_1=3\cdot10^{-9}\text{C}$ ו-$q_2=-5\cdot10^{-9}\text{C}$ מרוחקים 1.8m זה מזה.
באיזו נקודה מתאפס השדה החשמלי על הקו המחבר בין המטענים?

11) שדה בכמה נקודות

מטען $q_1=4\cdot10^{-6}\text{C}$ נמצא בראשית. מטען אחר של $q_2=-2\cdot10^{-9}\text{C}$ נמצא בנקודה $(1,2)$ במטרים.
חשבו את השדה השקול בנקודות הבאות:

א. $(0,2)$

ב. $(-1,-2)$

ג. $(-1,-4)$*

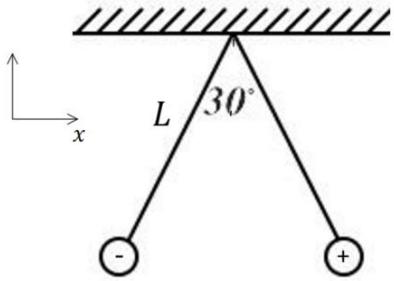
12) שני כדורים תלויים בשדה חיצוני

שני כדורים קטנים תלויים מהתקרה באמצעות חוטים זהים באורך: $L = 8cm$.

מסת הכדורים זהה ושווה ל- $4gr$, מטעני הכדורים הם: $6 \cdot 10^{-8} C$ ו- $-6 \cdot 10^{-8} C$, המטען החיובי על הכדור הימני באיור.

בכל המרחב יש שדה חשמלי אחיד בכיוון ציר x.

מה צריך להיות גודל השדה כך שהכדורים יהיו במצב שיווי משקל בזווית של 30 מעלות בינהם?



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=1.42\cdot10^{9}\hat{x}+4.27\cdot10^{9}\hat{y}$ ב. $\vec{E}=6.3\cdot10^{9}\hat{x}+15.75\cdot10^{9}\left(-\hat{y}\right)$

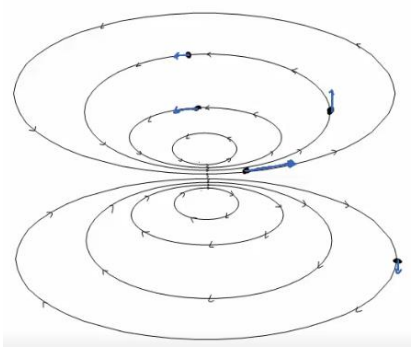
ג. $\vec{F}=4.26\cdot10^{9}\hat{x}+12.81\cdot10^{9}\hat{y}$ ד. $\vec{F}_3=-4\cdot\left(1.42\cdot10^{9}\hat{x}+4.27\cdot10^{9}\hat{y}\right)$

2) $E_{1_x}=8.05\cdot10^{7}$, $E_{1_y}=4.03\cdot10^{7}$, $E_{2_x}=-12.73\cdot10^{7}$, $E_{2_y}=12.73\cdot10^{7}$

$E_{T_x}=-4.68\cdot10^{7}$, $E_{T_y}=16.77\cdot10^{7}$

3) $E_{T_y}=\frac{kq_1}{a^2}+\frac{kq_2}{2a^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$, $E_{T_x}=\frac{kq_3}{a^2}-\frac{kq_2}{2a^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

4)



5) לא.

6) כן.

7) לא.

8) זהה.

9) א. $8\frac{N}{C}$, למעלה. ב. $1.28\cdot10^{-18}N$, כלפי מעלה.

10) .

11) $x_2=-6.19$

12) א. $\vec{E}=18\hat{x}+9\hat{y}$ ב. $\vec{E}=-2.82\hat{x}-5.63\hat{y}\frac{N}{C}$

ג. $\vec{E}=-0.37\hat{x}-1.63\hat{y}$

13) $4.94\cdot10^{5}\frac{N}{C}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 17 - חוק גאוס ברמה איכותית בלבד

תוכן העניינים

1. הסבר 188

חוק גאוס:

רקע:

הקבוע הדיאלקטרי של הריק:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85\frac{c^2}{N\cdot m^2}$$

ניתן לרשום את כל הנוסחאות עם k או עם ε_0.

השדה של כדור וקליפה כדורית מחוץ לכדור או הקליפה הוא כמו של מטען נקודתי:

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

כאשר:

Q - הוא סך כל המטען

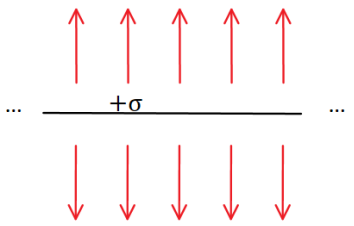
r - הוא המרחק ממרכז הקליפה/כדור

כיוון השדה הוא בכיוון הרדיאלי (כמו מטען נק')

בקליפה דקה ובכדור מוליך השדה בתוך הקליפה/כדור מוליך הוא אפס.

השדה של מישור אינסופי:

$$E = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

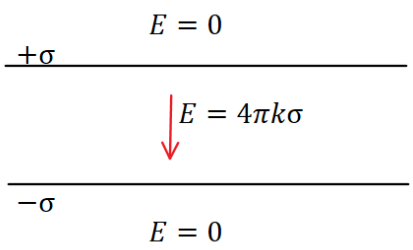


כאשר:

σ - היא צפיפות המטען ליחידת שטח במישור $(\sigma = \frac{Q}{S})$

כיוון השדה במאונך למישור (החוצה מהמישור עבור מטען חיובי וכלפי המישור עבור מטען שלילי)

השדה של שני מישורים אינסופיים עם צפיפות הפוכה הוא $4\pi k\sigma$ בין המישורים ואפס מחוץ



השדה של תיל אינסופי:

$$E = \frac{2k\lambda}{r}$$

כאשר:

λ - היא צפיפות המטען ליחידת אורך בתיל $(\lambda = \frac{Q}{L})$

r - הוא המרחק מהתיל

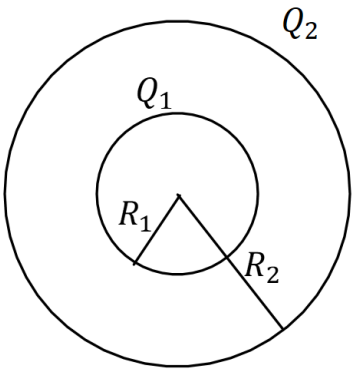
אותה הנוסחה גם עבור גליל מלא או קליפה גלילית אינסופיים מחוץ לגליל או לקליפה.

בקליפה גלילית דקה ובגליל מלא מוליך השדה בתוך הקליפה/גליל מוליך הוא אפס.

כיוון השדה הוא בכיוון הרדיאלי (גלילי)

שאלות:

1) שתי קליפות קונצנטריות

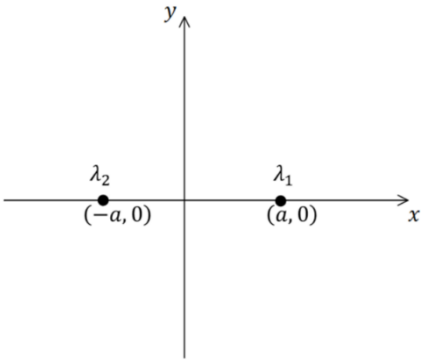


במערכת הבאה שתי קליפות (חלולות) בעלות מרכז משותף (קונצנטריות). רדיוס הקליפה הפנימית הוא $R_1 = 3cm$ והמטען עליה הוא $Q_1 = 2\mu C$,
רדיוס הקליפה החיצונית הוא $R_2 = 6cm$
והמטען עליה הוא $Q_2 = 5\mu C$.

א. חשבו את פונקציות השדה החשמלי בכל המרחב.
רמז: סופרפוזיציה.

ב. מה הכוח (גודל וכיוון) שירגיש מטען בגודל $Q_3 = 0.03\mu C$ הנמצא במרחק $r = 8cm$ ממרכז הכדור?

2) שני תיילים מקבילים



שני תיילים ארוכים מאוד טעונים בצפיפויות מטען זהות, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, מונחים במקביל לציר z בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$.

א. מצאו את השדה בנקודה כלשהיא על ציר הy.

ב. חזרו על סעיף א עבור $\lambda_1 = -\lambda_2 = \lambda$.

תשובות:

1) א.

$$E=\begin{cases}\dfrac{63\cdot10^{3}\ \dfrac{N\cdot m^{2}}{C}}{r^{2}} & 6cm<r\\ \dfrac{18\cdot10^{3}\ \dfrac{N\cdot m^{2}}{C}}{r^{2}} & 3cm<r<6cm\\ 0 & r<3cm\end{cases}$$

בכיוון רדיאלי.

ב. 0.295N בכיוון רדיאלי.

2) א. $\vec{E}=\dfrac{4k\lambda y}{y^{2}+a^{2}}\hat{y}$

ב. $\vec{E}=-\dfrac{4k\lambda y}{y^{2}+a^{2}}\hat{x}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 18 - תנועה בשדה חשמלי אחיד

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים..... 191

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך כל צלע היא 6 ס״מ, והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ״מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה; המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q=6\cdot10^{-6}c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה והפוך בסימנו.

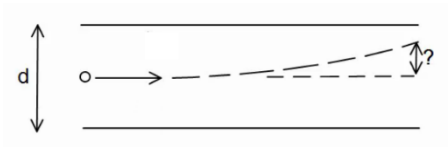
משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\begin{pmatrix} q_e=-1.6\cdot10^{-19}c \\ m_e=9.1\cdot10^{-31}kg \end{pmatrix}$.

א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון באותו הרגע?

2) חישוב סטייה



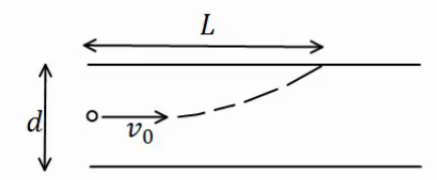
שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 5 ס״מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ״מ.
הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח העליון הוא: $Q=3\cdot10^{-11}c$, והמטען הכולל על הלוח התחתון זהה והפוך בסימנו.

אלקטרון נע במהירות: $v_0=2\cdot10^7\frac{m}{sec}$ במקביל ללוחות: $\begin{pmatrix} q_e=-1.6\cdot10^{-19}c \\ m_e=9.1\cdot10^{-31}kg \end{pmatrix}$.

א. מצא את הסטייה של האלקטרון (כמה זז בציר ה- y) ברגע צאתו מן הלוחות.

ב. מהו כיוון מהירותו של האלקטרון בצאתו מן הלוחות?

3) מטען לא מזוהה



שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. המרחק בין הלוחות הוא d ואורך הצלע של כל לוח גדולה בהרבה מהמרחק בין הלוחות.
הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה, צפיפות המטען המשטחית על הלוח העליון היא σ והצפיפות על הלוח התחתון זהה והפוכה בסימנה. מטען לא מזוהה נכנס בדיוק במרכז בין הלוחות במהירות v_0 בכיוון מקביל ללוחות. המטען פוגע בלוח העליון במרחק L.

א. מצא את סימנו של המטען, בהנחה שהצפיפות הנתונה חיובית.

ב. מצא את היחס בין גודל המטען למסה שלו.

תשובות סופיות:

1) א. $t \approx 1.1 \cdot 10^{-10}\,\text{sec}$ ב. $v(t) = 3.65 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $E_k = 6.06 \cdot 10^{-16}\,\text{J}$

2) א. $y_x = 0.747\text{mm}$ ב. $\theta \approx 1.72°$

3) א. סימן המטען שלילי. ב. $\frac{q}{m} = \frac{dv_0^2}{4\pi k \sigma L^2}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 19 - השדה המגנטי

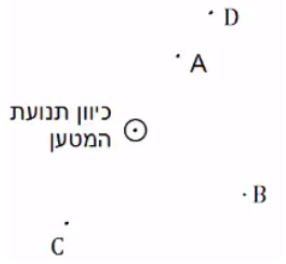
תוכן העניינים

1. הסברים ודוגמאות 193
2. סיכום ותרגילים נוספים 195

הסברים ודוגמאות:

שאלות:

1) דוגמה 1



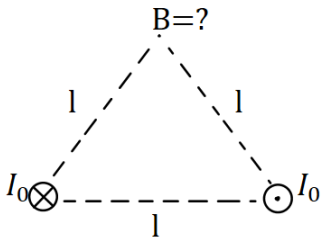
מטען נע מהדף אלינו.
צייר את כיוון השדה המגנטי בנקודות: A , B , C , D.

2) דוגמה 2



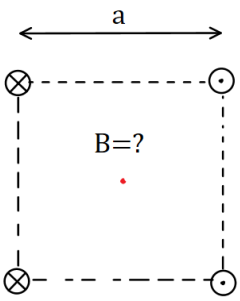
מטען נע במישור הדף כלפי מעלה.
מה כיוון השדה המגנטי שיוצר המטען משני הצדדים של הקו עליו נע המטען?

3) דוגמה 3 - שדה בפינת משולש



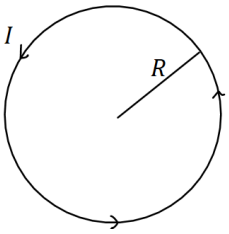
במערכת הבאה ישנם שני תיילים אינסופיים הנושאים זרם $I_0 = 2A$.
התיילים מונחים בקודקודי הבסיס של משולש שווה צלעות בעל אורך צלע $l = 20_{c.m}$.
התיילים מונחים במקביל כך שבאחד הזרם נכנס לתוך הדף ובשני הזרם יוצא מן הדף.
חשב את השדה המגנטי בקודקוד השלישי של המשולש (גודל וכיוון).

4) דוגמה 4 - שדה במרכז ריבוע



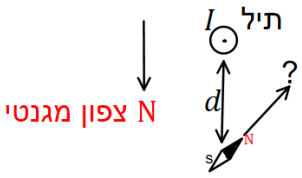
במערכת הבאה ישנם ארבעה תיילים אינסופיים בפינותיו של ריבוע בעל אורך צלע $a = 10_{c.m}$.
גודל הזרם בכל התיילים זהה ושווה ל-$I = 3A$.
כיוון הזרם מתואר באיור.
מהו השדה המגנטי במרכז הריבוע?

5) דוגמה 5 - שדה במרכז טבעת



מצא את גודל וכיוון השדה המגנטי במרכז הטבעת שבאיור.
רדיוס הטבעת הוא $R = 5c.m$ והזרם בה הוא $I = 0.2A$
בכיוון השעון.

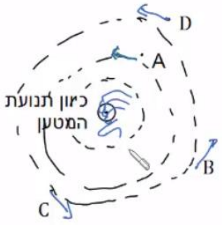
6) דוגמה 6 - שדה של תיל וכדה"א



תיל ארוך מונח במאונך לפני כדור הארץ
ונושא זרם $I = 5A$ במרחק $d = 5c.m$.
מהתיל לכיוון הצפון המגנטי של כדור הארץ נמצא מצפן,
המוחזק אופקית לכדור הארץ.
מצא את הכיוון אליו תצביע המחט.
(רכיב השדה המגנטי המקביל לפני כדה"א הוא: $B_t = 2.9\cdot10^{-5}T$).

תשובות סופיות:

1)



2) מצד ימין השדה נכנס, מצד שמאל השדה יוצא.

3) $\vec{B} = -2\cdot10^{-6}\,\hat{y}$

4) $\vec{B} = -24.24\cdot10^{-6}T\,\hat{y}$

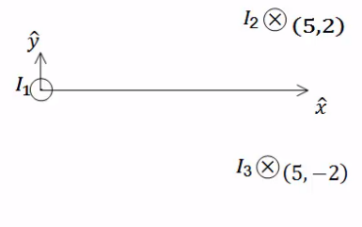
5) $B = 8\pi\cdot10^{-7}T$

6) $\theta \approx 55.4°$

סיכום ותרגילים נוספים:

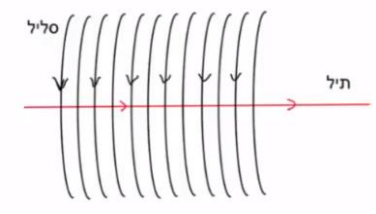
שאלות:

1) שדה של שלושה תילים אינסופיים



שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה- z מונחים במיקומים הבאים: $\vec{r}_3(5,-2)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_1(0,0)$.
הזרמים בתילים הם: $I_1=3A$ החוצה מהדף, $I_2=5A$
לתוך הדף, $I_3=4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה- x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y ?

2) תיל בתוך סליל



סליל ארוך מאוד מונח כך שהציר המרכזי שלו לאורך ציר z. צפיפות הליפופים בסליל היא 15 ליפופים לס"מ והזרם בו הוא $2.5mA$.
מניחים תיל ארוך מאוד בתוך הסליל ולאורך הציר המרכזי. הזרם בתיל הוא $0.8A$.
כיווני הזרמים מתוארים בתרשים.

א. מהו המרחק הרדיאלי מהציר בו השדה המגנטי שנוצר יהיה בזווית 30 מעלות עם ציר ה- z ?

ב. מהו גודלו של השדה בנקודה זו?

תשובות סופיות:

1) $x_1=-2.76$, $x_2=5.26$

2) א. $r=5.9c.m.$ ב. $B_T\approx 5.4\cdot 10^{-6}T$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 20 - חוק אמפר

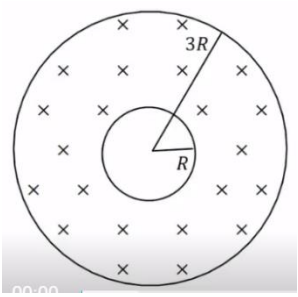
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים..... 196

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שדה בתוך מעטפת גלילית עבה



נתונה מעטפת גלילית עבה ואינסופית בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 3R.
במעטפת זורם זרם I בהתפלגות (צפיפות) אחידה לתוך הדף.

א. מצא את השדה המגנטי במרחק 2R ממרכז הקליפה.

ב. מוסיפים תיל אינסופי במרכז המעטפת, מה צריך להיות הזרם בתיל (גודל וכיוון) כך שהשדה ב-2R יתאפס?

ג. מה השדה במרחק 5R של המערכת (גליל + תיל שחישבת בסעיף הקודם)?

תשובות סופיות:

1) א. $B=\frac{3\mu I}{32\pi R}$ ב. $I'=\frac{3}{8}I$, החוצה מהדף. ג. $B=\frac{\mu I}{16\pi R}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 21 - הכוח המגנטי (חוק לורנץ)

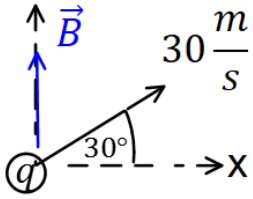
תוכן העניינים

1. הכוח על מטען בודד ותנועה בשדה 197
2. יישומים של הכוח המגנטי ..... (ללא ספר)
3. כוח על תיל נושא זרם ובין תיילים 199
4. סיכום ..... (ללא ספר)
5. תרגילים נוספים 201

הכוח על מטען בודד ותנועה בשדה:

שאלות:

1) דוגמה 1



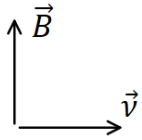
מטען $q=2c$ נע במהירות $v=30\frac{m}{sec}$ בכיוון 30 מעלות ביחס לציר ה- x החיובי.
במרחב ישנו שדה מגנטי אחיד $\vec{B}=4T\,\hat{y}$.
מצא את גודל הכוח המגנטי שפועל על המטען.

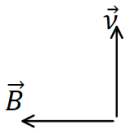
2) דוגמה 2

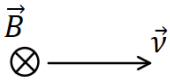
מטען $q=3c$ נע במהירות $\vec{v}=2\frac{m}{sec}\hat{x}+4\frac{m}{sec}\hat{y}$.
במרחב ישנו שדה מגנטי אחיד $\vec{B}=5T\,\hat{y}$.
מצא את גודל הכוח המגנטי שפועל על המטען.

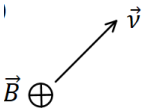
3) דוגמה 3

מצא את כיוון הכוח המגנטי במקרים הבאים:

א. 

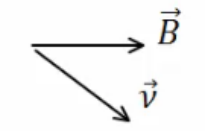
ב. 

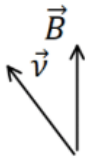
ג. 

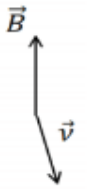
ד. 

4) דוגמה 4

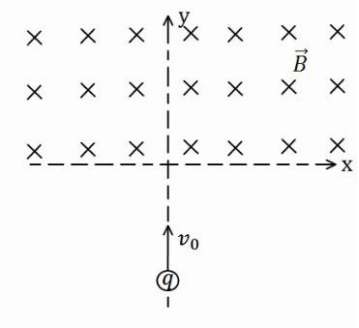
מצא את כיוון הכוח המגנטי במקרים הבאים:

א. 

ב. 

ג. 

5) דוגמה 5



מטען $q=4c$ נע מ- $y=-\infty$ לאורך הכיוון החיובי של ציר ה- y. בכל התחום $y>0$ קיים שדה מגנטי אחיד $B=5T$ לתוך הדף.
מסת המטען היא $m=10gr$ ומהירותו היא $v_0=20\frac{m}{sec}$.

א. שרטט את תנועת המטען.

ב. מצא את המיקום בו יצא המטען מהתחום בו נמצא השדה המגנטי.

תשובות סופיות:

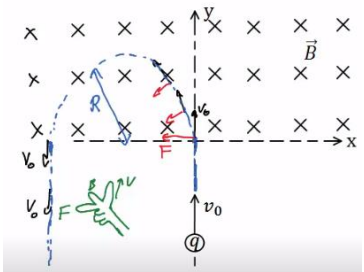
1) $F_B\approx 207.8N$

2) $F_B=30N$

3) א. $\vec{F}\odot$ ב. $\vec{F}\odot$ ג. $\vec{F}\uparrow$ ד. $\vec{F}\nwarrow$

4) א. $\vec{F}\odot$ ב. $\vec{F}\otimes$ ג. $\vec{F}\odot$

5) א.

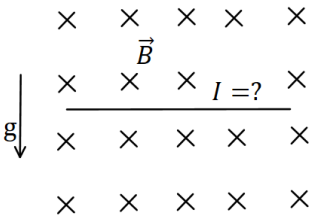


ב. $x=-2cm\ ,\ y=0$

כוח על תיל נושא זרם ובין תיילים:

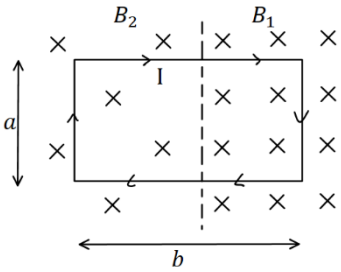
שאלות:

1) דוגמה 7



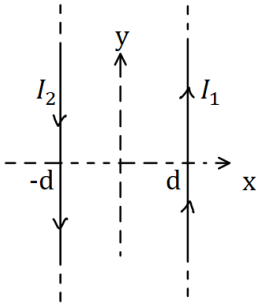
תיל ישר נמצא במאונך לשדה מגנטי אחיד $B=10^{-2}T$ לתוך הדף. צפיפות המסה של התיל ליחידת אורך היא $\lambda=20\frac{gr}{cm}$.
מצא מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל, כך שהתיל ירחף באוויר.

2) דוגמה 8



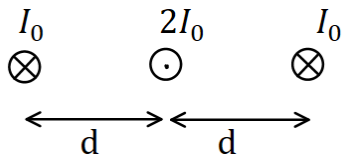
מסגרת מלבנית בעל צלעות a,b נמצאת במישור של הדף ובתוך שדה מגנטי שכיוונו לתוך הדף.
גודלו של השדה המגנטי אינו אחיד.
המסגרת מונחת כך, שחלק מהמסגרת נמצא בשדה $B_1=4T$, והחלק השני נמצא בשדה $B_2=3T$.
במסגרת זורם זרם $I=2A$ עם כיוון השעון.
מצא את הכוח השקול הפועל על המסגרת $(a=0.5m)$.

3) דוגמה 9



תיל ארוך מאוד מונח במקביל לציר ה- y ובו- $x=d$.
בתיל זורם זרם $I_1=1A$ בכיוון.
תיל ארוך נוסף מונח גם כן במקביל לציר ה- y ובו- $x=d$.
הזרם בתיל זה הוא $I_2=2A$ בכיוון הפוך לציר ה- y.
מהו הכוח ליחידת אורך על כל תיל, אם $d=20cm$?

4) דוגמה 10



שלושה תיילים אינסופיים מונחים במקביל, כמתואר באיור.
המרחקים בין התיילים קבועים ושווים ל- d.
הזרם בתיל האמצעי הוא $2I_0$ החוצה מהדף,
והזרם בתיילים האחרים הוא I_0 לתוך הדף.
מהו הכוח על כל תיל?

תשובות סופיות:

1) כיוון: ימינה , גודל: $I = 2\cdot 10^{3}\,A$.

2) $\sum F = 1N$, ימינה.

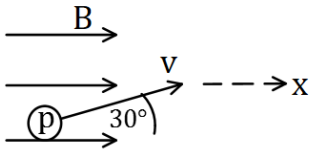
3) $F_1 = 10^{-6}\,\hat{x}$, $F_2 = -10^{-6}\,\hat{x}$

4) $\sum F_1 = \frac{3\mu_0 I_0^2}{4\pi d}\,\hat{x}$, $\sum F_2 = 0$, $\sum F_3 = -\frac{3\mu_0 I_0^2}{4\pi d}\,\hat{x}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) תרגיל 1



פרוטון נכנס לאזור בו ישנו שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $10T$ בכיוון ציר ה-x. מהירות הפרוטון היא $10^6\frac{m}{sec}$ וכיוונה בזווית 30 מעלות ביחס לשדה.

א. מהו גודל וכיוון הכוח הפועל על הפרוטון?

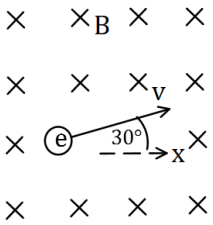
ב. מהי תאוצת הפרוטון?

נתון: $q_p=1.6\cdot10^{-19}c\ ,\ m_p=1.67\cdot10^{-27}kg$

2) תרגיל 2

אלקטרון נמצא בשדה מגנטי אחיד שגודלו $5T$ וכיוונו לתוך הדף.

לאלקטרון מהירות $v_0=10^5\frac{m}{sec}$ בכיוון 30 מעלות ביחס לציר ה-x.

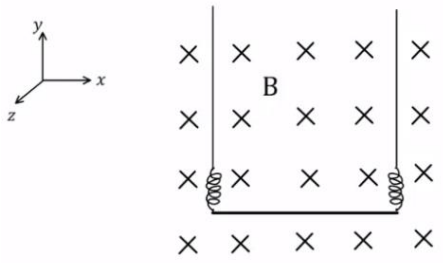


א. מהו הכוח הפועל על האלקטרון ברגע זה (גודל וכיוון)?

ב. צייר את תנועת האלקטרון בשדה.
מהו רדיוס הסיבוב?

נתון: $q_e=-1.6\cdot10^{-19}c\ ,\ m_e=9.1\cdot10^{-31}kg$

3) תיל תלוי על שני קפיצים-ביולוגיה תא

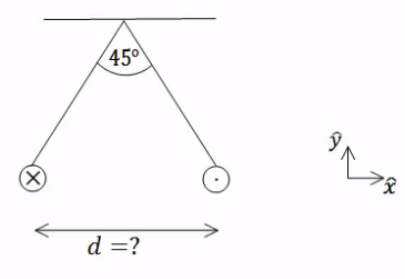


תחל מוליך נושא זרם תלוי לאורך ציר x על ידי שני תילים דקים ושני קפיצים זהים.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד לתוך הדף.
אורך התיל המוליך הוא $0.4m$ ומסתו היא $0.03kg$. גודל השדה המגנטי הוא $B=0.2T$
וקבוע הקפיץ הוא $k=10\frac{N}{m}$, ניתן להזניח את השדות שיוצרים התילים האנכיים ואת הכוחות שהם מפעילים על התיל האופקי.

א. מהו גודל וכיוון הזרם בתיל אם ידוע שהתיל בשיווי משקל כאשר הקפיצים רפויים (לא מפעילים כוח)?

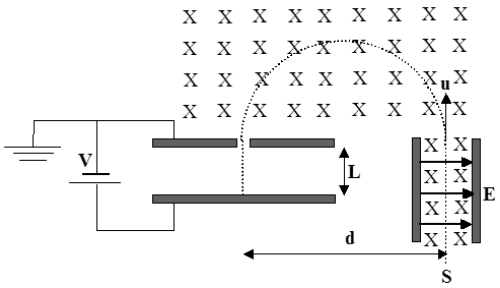
ב. בכמה יתארכו הקפיצים אם יהפכו את הזרם בתיל? תזכורת: גודל הכוח שמפעיל קפיץ הוא $F=k\Delta l$ כאשר Δl היא ההתארכות של הקפיץ מהמצב הרפוי.

4) שני תילים תלויים



שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא $\mu = 2\frac{gr}{m}$.
מצא את המרחק בין התילים.

5) בורר מהירויות ומתח עצירה



חלקיקים, בעלי מטען $+q$ ומסה m, נפלטים ממקור S במהירויות שונות ונכנסים אל בין לוחות קבל.
בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$ שכיוונו ימינה, ושדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ המכוון אל תוך הדף, כמו בתרשים.
השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.
במרחק d מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל נמצא נקב קטן, דרכו נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני, אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.
על הקבל השני מופעל מתח עצירה V. ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו L. ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.
נתונים: $\vec{B}, \vec{E}, m, q, L$.

א. באיזו מהירות u יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?
ב. מהו המרחק d (ראה ציור)?
ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?
ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר V, המופעל על הקבל השני, כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?
ה. מחברים את הקבל השני לסוללה, שמתחה גדול פי שתיים ממה שחישבת בסעיף ד'.
תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל השני כעת?

תשובות סופיות:

1) א. $F=8\cdot10^{-13}\text{N}$, כיוון: לתוך הדף. ב. $a=4.79\cdot10^{14}\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2) א. $F=8\cdot10^{-11}\text{N}$, כיוון $60°$ מתחת לציר ה-x. ב. $R=1.14\cdot10^{-7}\text{m}$

3) א. $I=3.75\text{A}$, כיוון: חיובי של ציר x. ב. $\Delta l=0.03\text{m}$

4) $d=0.241\text{m}$

5) א. $u=\frac{E}{B}$ ב. $d=\frac{2mE}{qB^2}$ ג. $t=\frac{\pi}{qB}\text{m}$ ד. $V=\frac{mE^2}{2qB^2}$ ה. $t=\frac{BL}{E}$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 22 - גרעין האטום, אנרגיית הגרעין ורדיואקטיביות

תוכן העניינים

1. הגרעין- הסבר (ללא ספר)
2. אנרגיית קשר של הגרעין ויציבות גרעינים 204
3. רדיואקטיביות 206
4. תגובות גרעיניות 211

אנרגיית קשר של הגרעין ויציבות גרעינים:

רקע:

שקילות מסה-אנרגיה:

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

$$\Delta E(MeV) = \Delta m(u) \cdot 931.494 \frac{MeV}{u}$$

ΔE – האנרגיה שמשתחררת בהתפרקות שבה המסה פוחתת/ האנרגיה שיש להשקיע במקרה שמסת המערכת גדלה.

c – מהירות האור.

$u = 1.66 \cdot 10^{-27} kg$ היא יחידת מסה אטומית.

שאלות:

1) **אנרגיית קשר גרעינית - תרגיל 1**
חשבו את אנרגיית הקשר הגרעינית של ליתיום 7.

2) **אנרגיית קשר גרעינית - תרגיל 2**
מצאו את אנרגיית הקשר הממוצעת לנוקליאון של פחמן 12.

תשובות סופיות:

1) $\Delta E = 39.2\text{MeV}$

2) $E = 7.684$

רדיואקטיביות:

רקע:

דעיכה של מקור רדיואקטיבי:

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ או $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$

N – מספר גרעיני האב בזמן t .

N_0 – מספר גרעיני האב בזמן $t = 0$

$\frac{dN}{dt}$ – קצב ההתפרקות של החומר הרדיואקטיבי.

λ - קבוע דעיכה

פעילות (מינוס קצב ההתפרקות) של מקור רדיואקטיבי: $R = \lambda N$

זמן מחצית החיים: $T_{1/2} = \frac{ln\,2}{\lambda}$

שאלות:

1) רדיואקטיביות - תרגיל 1

תוריום 228 מתפרק התפרקות אלפא ונוצר גרעין בת של רדיום 224.

א. השלם את משוואת התהליך: $^{228}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow ^{?}_{?}\mathrm{Ra} + ?$.

ב. מצא את האנרגיה הקינטית המקסימלית האפשרית שתהיה לתוצר החסר.

נתון שמסתו האטומית של תוריום 228 היא: $228.0287411u$, ומסתו האטומית של רדיום 224 היא: $224.020186u$.

ג. הסבר מדוע כמעט בכל המקרים האנרגיה הקינטית של התוצר השני תהיה קטנה מהערך שחישבת בסעיף ב'?

2) רדיואקטיביות - תרגיל 2

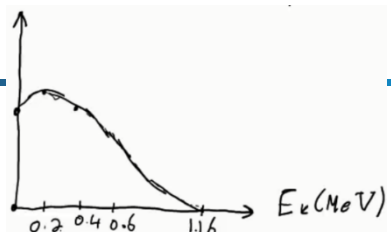
עורכים ניסוי עם חומר רדיואקטיבי בשם ביסמוט ($^{210}_{83}\mathrm{Bi}$).

נמצא, שחומר זה מתפרק התפרקות בטא מינוס לחומר לא-ידוע בשם פולוניום (Po).

א. כתוב את משוואת ההתפרקות.

ב. בניסוי המשך עם חומר זה מודדים את מהירות החלקיקים הנפלטת מהגרעין, ומשרטטים גרף של מספר החלקיקים הנפלטים בעלי אנרגיה קינטית מסוימת, כתלות באנרגיה קינטית זו.

התקבל הגרף הבא:



נתון שמסתו האטומית של ביסמוט זה היא: $209.98412u$, ושמסתו האטומית של פולוניום זה היא: $209.98287u$.

i. הסבר כיצד נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האופקי תומכת בחוק שימור מסה-אנרגיה.

ii. הסבר מדוע שאר הנקודות בגרף לא סותרות חוק שימור זה, ואיזה תגלית היסטורית הוסקה בעזרת גרף זה.

3) רדיואקטיביות - תרגיל 3

נתון מדגם של חומר רדיואקטיבי בעל 10^{10} גרעינים וזמן מחצית חיים של יומיים וחצי.

א. כמה גרעינים רדיואקטיביים יישארו במדגם לאחר יומיים וחצי?

ב. כמה גרעיני בת ייווצרו לאחר 7 וחצי ימים?

ג. כמה גרעיני אב יישארו לאחר 9 ימים?

ד. מה תהיה הפעילות לאחר 9 ימים?

4) רדיואקטיביות - תרגיל 4

נתון מדגם של נתרן 24 ($^{24}_{11}\mathrm{Na}$) שמתפרק התפרקות בטא מינוס למגנזיום (Mg). מסת המדגם – 2 גרם. המסה האטומית של נתרן 24 היא: $23.990962u$.

זמן מחצית החיים של נתרן היא 15 שעות.

א. כתוב את משוואת תהליך ההתפרקות.

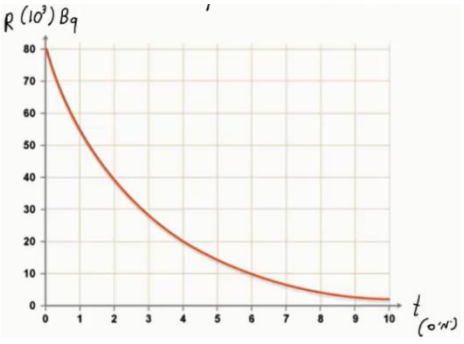
ב. מה פעילות מדגם זה ברגע $t = 0$?

ג. מה תהיה פעילותו (בבקרל) לאחר 30 שעות?

ד. כמה גרעיני בת יוצרו לאחר 42 שעות?

5) רדיואקטיביות - תרגיל 5

חומר רדיואקטיבי מסוים מתפרק, כמופיע בתרשים הבא:



א. מהו זמן מחצית החיים של החומר?

ב. מתי תהיה פעילותו 10^4 בקרל?

ג. מה תהיה פעילותו ברגע $t = 17\mathrm{days}$?

ד. הוסף לתרשים עקומה המתארת את כמות גרעיני הבת שנוצרו בתהליך,

כתלות בזמן.

6) רדיואקטיביות - תרגיל 6

אורניום 235 ($^{235}_{92}U$) מתפרק בשרשרת התפרקויות שכוללת 3 התפרקויות אלפא ו-2 התפרקויות בטא מינוס.

א. מצא את המספר האטומי ומספר המסה של הגרעין החדש שנוצר.
אותו ($^{235}_{92}U$) ממשיך בשרשרת ההתפרקות שלו, ומסיים כאיזוטופ יציב של עופרת ($^{207}_{82}\mathrm{Pb}$).

ב. מצא כמה התפרקויות אלפא וכמה התפרקויות בטא מינוס עבר בתהליך.

7) רדיואקטיביות - תרגיל 7

פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני (חי) נמדדה ושווה ל-231 בקרל.

א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. מה תהיה פעילותו של חומר אורגני שמת לפני 5,736 שנה?
ii. לפני 11,472 שנה?

ב. פעילותה של ערימת חומר (1 ק״ג) שנחפרה באפריקה נמדדה, ונמצא כי היא שווה ל-160 בקרל.
מתי הפסיק לתפקד חומר זה?

ג. מה תהיה פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני שהפסיק לתפקד לפני שבוע?

ד. מה תהיה פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני שהפסיק לתפקד לפני 65 מיליון שנה?

תשובות סופיות:

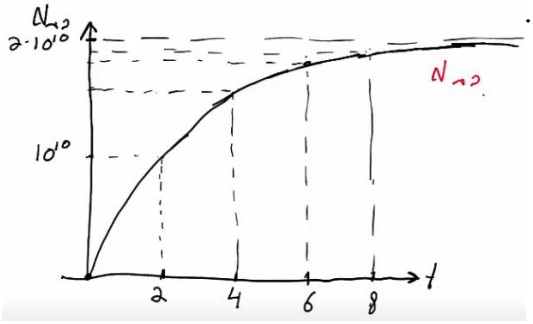
1) א. ${}^{228}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{224}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ ב. EvMeV_{max} ג. EvMeV_{max}

2) א. ${}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}e + \bar{V}$ ב. הסברים בסרטון.

3) א. $5 \cdot 10^{9}$ ב. $8.75 \cdot 10^{9}$ ג. $8.25 \cdot 10^{8}$
ד. 2645Bq

4) א. ${}^{24}_{1}\mathrm{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{0}_{-1}e + \bar{V}$ ב. $6.43 \cdot 10^{17}\mathrm{Bq}$ ג. $1.61 \cdot 10^{17}\mathrm{Bq}$
ד. $4.3 \cdot 10^{22}$

5) א. יומיים. ב. אחרי שישה ימים. ג. 221Bq
ד.



6) א. ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ ב. 7 התפרקויות אלפא ו-4 בטא.

7) א.i. 115.5Bq א.ii. 57.75Bq ב. לפני 3,031 שנה
בערך.
ג. אי אפשר לדעת. ד. $R \rightarrow 0$

תגובות גרעיניות:

שאלות:

1) תגובות גרעיניות - תרגיל 1

יורים על גרעין $^{27}_{13}Al$, שמסתו האטומית: $26.981538u$, גרעין הליום.

בתגובה נוצר גרעין לא ידוע, שמסתו: $29.9783138u$, וחלקיק נוסף – נויטרון.

א. כתוב את משוואת התגובה הגרעינית, והשלם את המספרים לגרעין הלא-ידוע שסימונו P.

ב. כמה אנרגיה מינימלית יש לתת לחלקיק האלפא בתגובה, כדי שתתרחש תגובה זו?

ג. נותנים לו אנרגיה כפולה מהאנרגיה שחישבנו בסעיף ב'.
לאן תלך אנרגיה זו לאחר התגובה?

2) תגובות גרעיניות - תרגיל 2

נתונה התגובה הבאה: $^{2}_{1}H+^{2}_{1}H\rightarrow^{3}_{2}H+?$.

א. השלם את התגובה.

ב. נתון שאנרגיית הקשר לנוקליאון לדויטוריום $\left(^{2}_{1}H\right)$ היא: $1.11226\,MeV$,

ולהליום 3 $\left(^{3}_{2}H\right)$ היא: $2.5727\,MeV$.

מצא כמה אנרגיה מינימלית יש להשקיע בתגובה הנ"ל, כדי שתקרה.

תשובות סופיות:

1) א. $^{27}_{13}Al+^{4}_{2}He\rightarrow^{30}_{15}P+^{1}_{0}h$ ב. $\Delta E=2.65\,MeV$

ג. אנרגיה קינטית לתוצרים ופליטה של אנרגיה בצורת פוטונים.

2) א. $^{2}_{1}H+^{2}_{1}H\rightarrow^{3}_{2}H+^{1}_{0}n$ ב. התהליך יקרה מעצמו (0).

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 23 - הידרוסטטיקה והידרודינמיקה -

תוכן העניינים

1. הידרוסטטיקה והידרודינמיקה ..... (ללא ספר)

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 24 - טמפרטורה התפשטות תרמית וחוק הגז האידיאלי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 212

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) דוגמה-טמפרטורה שווה

א. גוף נמצא בטמפרטורה של $37°C$.
מה הטמפרטורה של הגוף בפרנהייט?
ב. מודדים את הטמפרטורה של גוף פעם אחת בצלזיוס ופעם אחת בפרנהייט ומקבלים שכמות הערך הנמדד זהה (כלומר אותו מספר בצלזיוס ובפרנהייט).
מהי טמפרטורת הגוף?

2) דוגמה-בלון הליום

א. מהי המסה האטומית של אטום הליום (He) בעל שני פרוטונים ושני נויטרונים?
ב. חשב את המסה המולקולרית של הליום?
ג. כמה מולים יש בבלון המכיל 50 גרם הליום?
ד. כמה אטומים של הליום יש בבלון?

3) דוגמה-ערבוב הליום עם מימן

ערבבו 50 מול של מימן עם 30 מול של הליום 4.
מהי מסת החומר לאחר הערבוב?

4) דוגמה-בקבוק מים

בקבוק מים מכיל 2 ליטר מים. הנח שצפיפות המים היא: $1k\frac{g}{L}$.

א. חשב את המסה המולקולרית של מים (H_2O).
ב. כמה מולים של מים יש בבקבוק?
הצליחו לפרק כל מולקולה בבקבוק לשני אטומים של מימן ואטום של חמצן.
ג. כמה מולים של מימן וכמה מולים של חמצן יש בבקבוק?

5) דוגמה-חנקן דו חמצני

חנקן דו חמצני (NO_2) מורכב מאטום חנקן ושני אטומי חמצן.

רוצים להכין 50 מול של חנקן דו חמצני ע"י ערבוב של מיכל המכיל חמצן (O_2) בלבד ומיכל המכיל חנקן בלבד.

א. כמה מולים צריכים להיות בכל מיכל לפני הערבוב?
ב. כמה מולים היו צריכים להיות במיכל החמצן אם חמצן היה גז חד אטומי (כלומר כל חלקיק בגז היה מורכב מאטום יחיד של חמצן)?
ג. מהי מסת החמצן ומהי מסת החנקן לפני הערבוב?

6) דוגמה-מחממים גז במיכל סגור

גז מוחזק במיכל ברזל סגור בלחץ של 1atm ובטמפ' של 25°C.
מחממים את המיכל לטמפ' של 100°C.
מה יהיה הלחץ של הגז במיכל?

7) דוגמה-נפח של מול ב-STP

מצא מהו הנפח של מול אחד של גז כלשהו ב-STP?

8) מנפחים בלון

מנפחים בלון בגז הליום עד אשר הוא מגיע לנפח של 2L ב-STP.
א. מהו מספר המולים של הליום שהוכנסו לבלון?
ב. מהי מסת הגז שהוכנסה לבלון?
ג. מהי התשובה לסעיף א' אם הטמפרטורה היא טמפרטורת החדר (בערך 27°C).

9) לחץ בצמיג

מנפחים צמיג לפני נסיעה ללחץ של 32psi $(1psi \approx 6,895Pa)$ ביום בו הטמפרטורה היא 27°C. לאחר נסיעה ארוכה טמפרטורת הצמיג עולה כתוצאה מחיכוך עם הכביש ל-60°C.
מה יהיה הלחץ החדש בצמיג ב- psi ?
(שים לב שהלחץ הנמדד בצמיג הוא ביחס ללחץ אטמוספרי).

10) דוגמה-מולקולות בנשימה

הערך כמה מולקולות ישנם בנשימה אחת אם בערך נפח האוויר בנשימה הוא ליטר אחד.

11) סרט מדידה



סרט מדידה עשוי מברזל, הסרט כויל בטמפרטורה של 15°C.
מודדים עם הסרט ביום בו הטמפרטורה היא 35°C.
א. האם המדידה שיראה הסרט נמוכה או גבוהה מהאורך האמיתי?
ב. חשב את אחוז הטעות במדידה של הסרט.

12) צוללן מנפח ריאות

צוללן מנפח את הריאות לנפח מקסימלי של 5L כאשר הוא 7 מטר מתחת לפני המים.
מה יהיה נפח הריאות של הצוללן אם יעלה לפני המים ויחזיק את נשימתו עצורה?
הערה: לחץ בתוך מים גדל ב- 9.8Pa לכל מילימטר גובה (או עומק) מתחת לפני המים.

13) מתי למלא דלק

הצפיפות של דלק ב-$0°C$ היא: $0.68\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

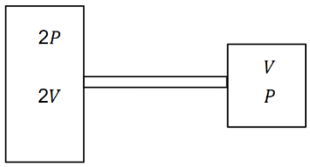
א. מה הצפיפות של דלק ביום חם בו הטמפרטורה היא $40°C$?

ב. מה אחוז השינוי בצפיפות?

ג. אם מחיר הדלק נקבע לפי ליטרים (כלומר לפי הנפח) מתי עדיף למלא דלק ביום קר או חם?

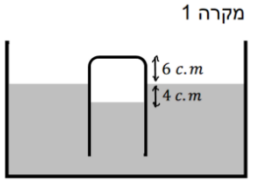
14) שני מיכלים מחוברים בצינור

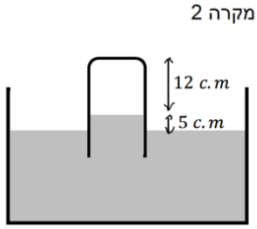
שני מיכלים מלאים בגזים שונים ונמצאים באותה הטמפרטורה.
נפח מיכל אחד הוא V והלחץ בו P ונפח המיכל השני הוא $2V$ והלחץ בו $2P$.
מחברים את המיכלים בצינור בעל נפח זניח. בעת הערבוב כל מולקולה ממיכל אחד מתרכבת עם מולקולה ממיכל 2 ונוצרת מולקולה אחת חדשה (לא כל המולקולות במיכל 2 מתרכבות).
מה הלחץ במיכלים לאחר החיבור בהנחה כי הטמפרטורה לא משתנה? (הבא תשובתך באמצעות P).



15) צינורית במיכל כספית

מיכל גדול מאוד מכיל כספית ונמצא בחדר לחץ בו לחץ האוויר אינו ידוע. טובלים במיכל צינורית זכוכית דקה הסגורה בחלקה העליון. כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 6 ס״מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 4 ס״מ מתחת לפני הכספית במיכל.
כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 17 ס״מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 5 ס״מ מעל לפני הכספית במיכל.
הנח שגובה פני הכספית במיכל קבוע.





א. מהו לחץ האוויר בחדר?

ב. באיזה גובה צריך להחזיק את קצה הצינורית מעל המיכל כך שפני הכספית בצינורית יהיו בגובה הכספית של המיכל?

תשובות סופיות:

1) א. $98.6°F$ ב. $-40°C$

2) א. $m_a \approx 4_u$ ב. $M = 4gr$ ג. $12.5mol$ ד. $7.53 \cdot 10^{24}$ אטומים

3) $170gr$

4) א. $18u$ ב. $111mol$ ג. $111mol$ חמצן , $222mol$ מימן

5) א. $50mol$ חמצן , $50mol$ חנקן ב. $100mol$ חמצן ג. $0.7kg$ חנקן , $1.6kg$ חמצן

6) $\approx 1.25atm$

7) $\approx 22.41L$

8) א. $0.0892mol$ ב. $0.359gr$ ג. $0.0812mol$

9) $\approx 37psi$

10) $\approx 2.45 \cdot 10^{22}$

11) א. נמוכה ב. 0.024%

12) $\approx 8.42L$

13) א. $0.655 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ ב. $\approx 3.68\%$ ג. ביום קר

14) א. $\frac{4}{3}p$

15) א. $0.656atm$ ב. $10.8c.m$

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 25 - התיאוריה הקינטית של הגזים

תוכן העניינים

1. הסברים ותרגול..... 216

התיאוריה הקינטית של הגזים:

רקע:

האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה בגז נמצאת ביחס ישר לטמפרטורה:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

$\overline{v^2}$ – ממוצע של המהירות בריבוע.

m – מסת המולקולה.

T – טמפרטורה.

קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

מהירות rms:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

שאלות:

1) דוגמה-אנרגיה של מולקולה
מהי האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה של גז אידיאלי בטמפרטורת החדר (בערך $20°C$)?

2) מהירות של מולקולה באוויר
מצא את גודל ה- v_{rms} של מולקולת חמצן O_2 ושל מולקולת חנקן N_2 באוויר, בטמפרטורת החדר $20°C$.

3) דוגמה-שינוי בנפח ובטמפרטורה
גז המקיים את חוקי הגז האידיאלי נמצא במיכל סגור שיכול לשנות את נפחו.
א. מה יהיה השינוי v_{rms} של מולקולה בגז אם מכפילים את נפח המיכל כאשר מחזיקים את הלחץ והטמפרטורה קבועים.
ב. פי כמה צריכה להשתנות הטמפרטורה של הגז בשביל שה- v_{rms} תגדל פי 2?

4) דוגמה-מיכל הליום ממלא בלונים
משתמשים במיכל הליום על מנת לנפח בלונים.
עם כל בלון שמנפחים מספר המולים של הגז במיכל קטנים.
האם מהירות המולקולות תגדל, תקטן או לא תשתנה?

תשובות סופיות:

1) $E_k = 6.07 \cdot 10^{-21} J$

2) $V_{rms_{O_2}} \approx 478 \frac{m}{sec}$, $V_{rms_{N_2}} \approx 513 \frac{m}{sec}$

3) א. V_{rms} לא ישתנה. ב. פי 4.

4) V_{rms} לא ישתנה, P יקטן.

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

פרק 26 - חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

1. חום טמפרטורה ואנרגיה פנימית 218
2. קיבול חום ושיטת הקלורימטריה 219
3. חום כמוס 222
4. החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים 225
5. קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה 231
6. הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית 232
7. הולכה הסעה וקרינה 235
8. סיכום 238

חום טמפרטורה ואנרגיה פנימית:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$E_{int}=\frac{3}{2}nRT$	אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי n - מספר המולים $R=8.314\frac{J}{mol\cdot k}$ T - טמפרטורה בקלווין	האנרגיה הפנימית של הגז תלויה רק בטמפרטורה
$E_{int}=\frac{5}{2}nRT$	עבור גז אידיאלי דו-אטומי	תלויה רק בטמפרטורה

שאלות:

1) דוגמה - שורפים קלוריות

לאיזה גובה צריך לטפס אדם שמסתו 60 ק"ג בשביל לשרוף 100Cal $(100kilocal)$?

תשובות סופיות:

1) 700m

קיבול חום ושיטת הקלורימטריה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q = mc\Delta T$	c - קיבול חום סגולי ליחידת מסה	

קיבול חום סגולי בטמפרטורה 20° ובלחץ 1 atm		
חומר	$c\ [J/kg \cdot °C]$	$c\ [cal/g \cdot °C]$
אלומיניום	900	0.22
אלכוהול (אתילי)	2400	0.58
נחושת	390	0.093
זכוכית	840	0.20
ברזל / פלדה	450	0.11
עופרת	130	0.031
שיש	860	0.21
כספית	140	0.033
כסף	230	0.056
עץ	1700	0.40
קרח (-5°C)	2100	0.50
מים נוזליים (15°C)	4186	1.00
קיטור (110°C)	2010	0.48
גוף האדם (ממוצע)	3470	0.83
חלבון	1700	0.40

שאלות:

1) דוגמה - מחממים ספל מים

ספל מים שוקל 200 גרם ועשוי מזכוכית.

כמה חום דרוש בשביל לחמם את הספל מטמפרטורת החדר (20^0C) ל- 80^0C אם:

א. הספל ריק ממים.

ב. הספל מכיל 200 גרם מים (הנמצאים גם בטמפרטורת החדר בהתחלה).

2) דוגמה - הקפה מתקרר

מוזגים 200 סמ"ק קפה בטמפרטורה של 90^0C לכוס זכוכית בעלת מסה של 150 גרם הנמצאת בטמפרטורה של 20^0C.

מה תהיה טמפרטורת הקפה בכוס במצב שיווי משקל?

הנח כי המערכת מבודדת בקירוב.

3) דוגמה - מציאת קיבול חום באמצעות קלורימטר

נרצה למצא את קיבול החום של תרכובת מתכות חדשה.

מחממים 100 גרם מהתרכובת ל-$500°C$ ומעבירים אותה במהירות לתוך קלורימטר.

הקלורימטר מורכב ממיכל אלומיניום בעל מסה של $0.200kg$ המכיל $0.500kg$ מים בטמפרטורה של $22.4°C$. הטמפרטורה הסופית הנמדדת על ידי המדחום היא $40.8°C$.

מהו קיבול החום הסגולי של התרכובת?

ניתן להזניח את החום שהולך למדחום והחום שיוצא מהבידוד.

4) תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים

קומקום חשמלי פועל בהספק של 1850 וואט.

כמה זמן ייקח לקומקום לחמם חצי ליטר של מים מטמפרטורה של $22.2°C$ ל-$100°C$?

5) תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים - הפעם עם הקומקום

המשך של התרגיל הראשון, גם הפעם נחמם חצי ליטר מים באותו הקומקום (1850W) אבל הפעם לא נחמם את הקומקום לפני הניסוי ונחשב שוב, כמה זמן ייקח לחמם את המים?

טמפרטורת החדר היא $21.9°C$ מסת הקומקום היא 754 גרם וננית כי הוא עשוי נירוסטה וקיבול החום של נירוסטה הוא: $500\frac{J}{kg\cdot K}$.

תשובות סופיות:

1) א. $10^4\,\mathrm{J}$ ב. $6\cdot10^4\,\mathrm{J}$
2) $81^\circ\mathrm{C}$
3) $911\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{C}}$
4) $90\,\mathrm{sec}$
5) $100\,\mathrm{sec}$

חום כמוס:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q = m \cdot L$	L - החום הכמוס	L_F - חום כמוס להתכה (מעבר ממוצק לנוזל או להיפך) L_V - חום כמוס לרתיחה (מעבר מנוזל לגז או להיפך)



חומר	נק' היתוך (°C)	L_f היתוך (kJ/kg)	נק' רתיחה (°C)	L_v אידוי (kJ/kg)
חמצן	-218.8	14	-183	**210**
חנקן	-210.0	26	-195.8	**200**
אתנול	-114	104	78	**850**
אמוניה	-117	33	-33.4	**137**
מים	0	333	100	**2260**
עופרת	327	25	1750	**870**
כסף	961	88	2193	**2300**
ברזל	1808	289	3023	**6340**
טונגסטן	3410	184	5900	**4800**

שאלות:

1) דוגמה - קרח במים

מכניסים קוביית קרח בטמפרטורה של $-15°C$ ומסה של 300 גרם לתוך מיכל מים המכיל $1.5kg$ מים בטמפרטורה של $20°C$.
מה תהיה הטמפרטורה הסופית של התערובת?

2) דוגמה - מציאת חום כמוס של כספית

לוקחים $1kg$ כספית הנמצאת במצב מוצק ובטמפרטורת ההתכה שלה, $-39°C$.
מניחים את הכספית בתוך קלורימטר המורכב ממיכל אלומיניום במסה של $0.40kg$ ומכיל $0.47kg$ מים בטמפרטורה של $20°C$.
הכספית מותכת והטמפרטורה הסופית של התערובת היא $12°C$.
מהו החום הכמוס הסגולי הדרוש להתכת כספית?
קיבול החום הסגולי של כספית במצב הנוזלי הוא: $c = 140\frac{J}{kg\cdot C°}$.

3) תרגיל וניסוי - מתי יגמרו המים בסיר

מחממים $400ml$ מים על הגז בסיר נירוסטה שמשקלו 177 גרם.
מודדים את טמפרטורת המים פעם אחת ורואים שהיא $60.0°C$.
16.68 שניות לאחר מכן הטמפרטורה היא $63.3°C$.
א. מהו קצב מעבר החום למים?
מחממים את המים עד לנקודת הרתיחה $100°C$.
ב. כמה זמן ייקח לכל המים בסיר להפוך לאדים?

4) רוכב אופניים

רוכב אופניים שותה 7 ליטר מים במהלך רכיבה של 3 שעות.
נניח כי בקירוב כל האנרגיה של הרוכב הולכת לאידוי המים דרך זיעה.
כמה אנרגיה בקילו-קלוריות השתמש הרוכב בנסיעה?
(מכיוון שהיעילות של הגוף היא בערך 20% ההערכה שכל האנרגיה הולכת לחום היא לא רחוקה).

5) ברזל בקלורימטר

מחממים חתיכה של 300 גרם ברזל ל-180 מעלות צלזיוס ושמים אותה בקלורימטר העשוי ממיכל אלומיניום בעל מסה של 90 גרם שמכיל 285 גרם גליצרין ב-12 מעלות צלזיוס. הטמפרטורה הסופית של התערובת היא 38 מעלות צלזיוס.
הערך מהו קיבול החום הסגולי של גליצרין.

תשובות סופיות:

1) $2°C$

2) $11\frac{kJ}{kg}$

3) א. $300\frac{J}{sec}$ ב. בערך 40 דקות.

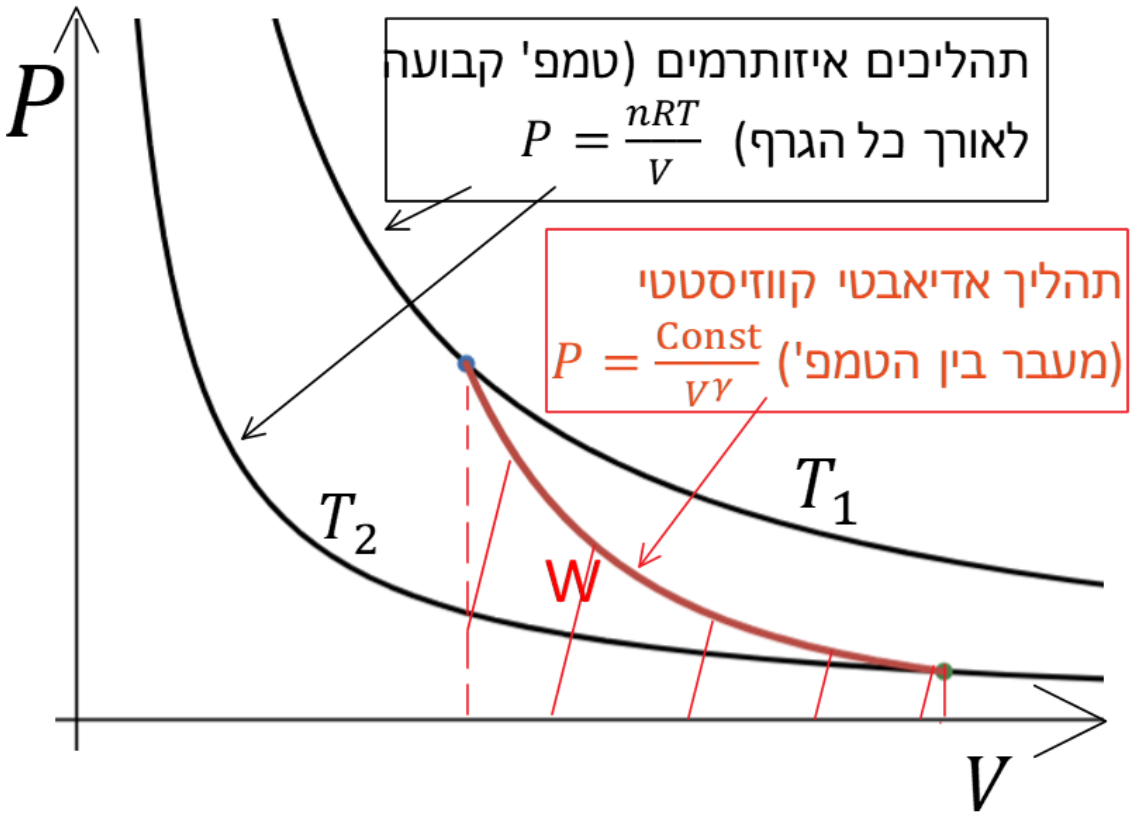
4) $4500kcal$

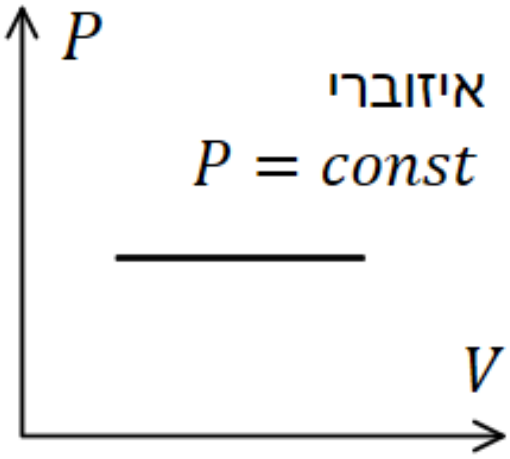
5) $2.3\cdot10^3\frac{J}{kg\cdot C°}$

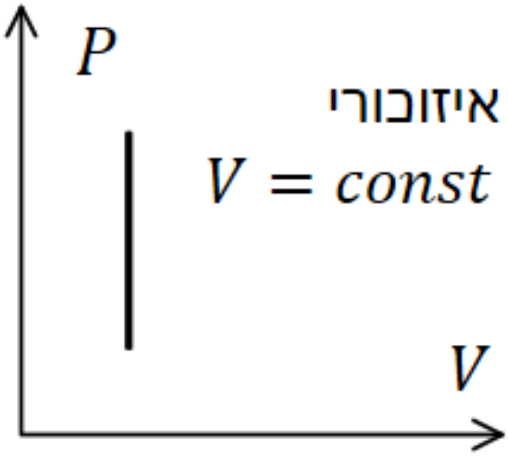
החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\Delta E_{int} = Q - W$	החוק הראשון	חום היא אנרגיה שעוברת רק בגלל הפרשי טמפרטורות. עבודה היא אנרגיה שעוברת מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי.
$\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$	חוק ראשון נוסחה מורחבת	כולל אנרגיה קינטית ופוטנציאלית של כל המערכת כגוף אחד (או של מרכז המסה שלה). בדרך מתייחס למערכות מכניות כמו גופים קשיחים (אבן שנזרקת לדוגמה).
תהליך איזותרמי - טמפרטורה קבועה	$T = const$, $Q = W$, $\Delta E_{int} = 0$	מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קווזיסטטי (מאוד איטי).
תהליך אדיאבטי - $Q = 0$	$\Delta E_{int} = W$	מתרחש אם המערכת מבודדת או אם התהליך מהיר והחום לא מספיק לעבור.
תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ואיזוכורי (נפח קבוע)		
$W = \int P\,dV$	W - עבודה שמבצעת המערכת על הסביבה P - לחץ V - נפח	חיובי כאשר הנפח גדל ושלילי כאשר הנפח קטן הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ולמוצקים
התפשטות חופשית - (free expansion)	תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה.	אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת P-V מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות.


תהליכים איזותרמים (טמפ' קבועה
לאורך כל הגרף) $P = \frac{nRT}{V}$
תהליך אדיאבטי קוואזיסטטי
(מעבר בין הטמפ') $P = \frac{\text{Const}}{V^{\gamma}}$
T_1
T_2
W
P
V


P
איזוברי
$P = const$
V


P
איזוכורי
$V = const$
V

שאלות:

1) דוגמה - חוק ראשון

מוסיפים למערכת 1500J של חום ועושים על המערכת עבודה של 1000J.
מה השינוי באנרגיה הפנימית של המערכת?

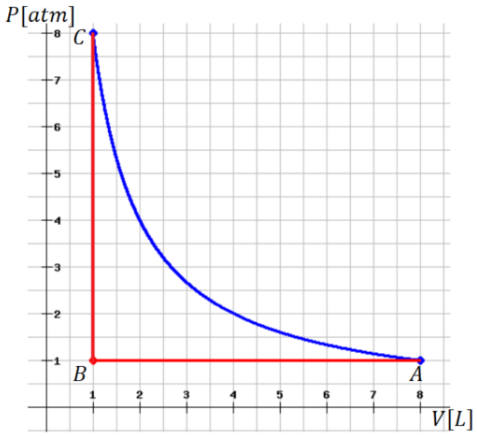
2) דוגמה - אנרגיה קינטית לחום

קליע במסה של 3.0 גרם חודר לתוך עץ במהירות של 300 מטר לשניה.
כמה חום נוסף למערכת קליע ועץ?

3) דוגמה - חישוב חום בתהליך איזוברי ואיזוכורי

גז אידיאלי מתחיל מהמצב המתואר בנקודה A בגרף.
דוחסים את הגז בתהליך איזוברי עד לנקודה B ולאחר מכן מחממים את הגז בתהליך איזוכורי עד לנקודה C.
הגרף המחבר בין A ל-C הוא גרף איזותרמי.

א. מהי העבודה הכוללת שנעשתה בכל התהליך A עד C?
ב. מהו החום שנוסף לגז בכל התהליך?



4) דוגמה - עבודה של גז במנוע

במנוע 0.4 מול של גז אידיאלי מונואטומי מתרחבים במהירות ובצורה אדיאבטית כנגד הבוכנה. בתהליך, הטמפרטורה של הגז יורדת מ- 1100K ל- 400K.
כמה עבודה ביצע הגז?

5) מכונית בולמת

מכונית במשקל 1300 ק"ג נוסעת במהירות 80 קמ"ש.
כמה חום נוצר במהלך הבלימה עד לעצירה מוחלטת?
רשמו את התשובה בגאול ובקילו קלוריות.

6) תהליך נפח קבוע ולחץ קבוע

גז אידיאלי עובר תהליך המורכב משני שלבים.

בשלב הראשון, AB בגרף, מאפשרים לחום לצאת מהגז תוך שמירה על נפח קבוע.

כתוצאה מכך הלחץ של הגז יורד מ-7.5atm ל- 3atm.

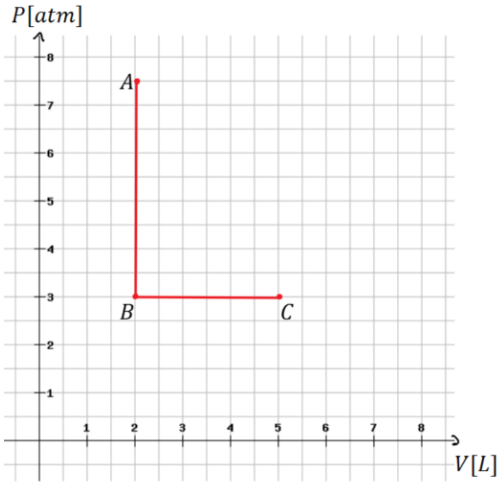
בשלב השני, BC הגז מתרחב בלחץ קבוע מנפח 2.0L לנפח 5.0L ובכך חוזר לטמפרטורה שהייתה לו בתחילת כל התהליך.

חשבו את :

א. העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז בתהליך.

ב. השינוי באנרגיה הפנימית של הגז.

ג. כמות החום הכוללת שיצאה או נכנסה לגז.



7) גז מתפשט איזותרמית

1.50 מולים של גז אידאלי בנפח $2.50m^3$ ובטמפרטורה $280°K$ מתפשטים איזותרמית עד לנפח $5.00m^3$.

א. מהי העבודה שעושה הגז?

ב. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?

ג. מהו החום שנוסף לגז?

8) גז מתפשט אדיאבטית

שניים וחצי מולים של גז אידיאלי מונואטומי מתפשטים אדיאבטית ומבצעים $1.3 \cdot 10^4$ J של עבודה בתהליך.

מהו השינוי בטמפרטורה של הגז במהלך ההתפשטות?

9) גז בתהליך ריבועי*

גז אידיאלי עובר תהליך כפי שמתואר באיור, התהליך מתחיל במצב A ועושה סיבוב שלם עם השעון עד לחזרה למצב A.

בתהליך אחר שבו הגז עבר מהנקודה D לנקודה C בלחץ קבוע ידוע כי: $W_{D\to C}=38J$.

בתהליך שלישי שהתרחש מהנקודה B לנקודה D ידוע כי: $Q_{B\to D}=-85J$ ו- $W_{B\to D}=-55J$ (סוג התהליך לא ידוע).

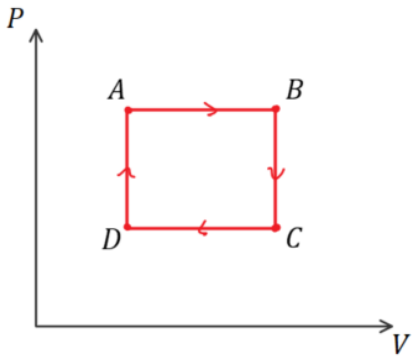
כמו כן ידוע כי: $E_B-E_A=15J$ ו- $P_A=2.2P_D$.

כל התהליכים התרכשו על אותו הגז.

א. תאר במילים כל שלב בתהליך הראשי, מהו סוג התהליך, האם נעשתה עבודה, האם האנרגיה הפנימית גדלה או קטנה, האם נכנס או יצא חום מהמערכת?

ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז?

ג. מהי הנצילות של התהליך?
נצילות היא העבודה הכוללת שנעשתה חלקי החום שהושקע (כלומר נכנס לגז), כפול 100%.



תשובות סופיות:

1) 2500J

2) 135J

3) א. $-710J$ ב. $710J$

4) 3500J

5) $Q = 3.2 \cdot 10^5 J = 77kcal$

6) א. 910J ב. 0 ג. 910J

7) א. 2420J ב. 0 ג. 2420J

8) $-0.042°K$

9) א. $A \to B$ - תהליך בלחץ קבוע, הגז עושה עבודה על הסביבה, האנרגיה הפנימית גדלה, נכנס חום למערכת.

$B \to C$ - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.

$C \to D$ - תהליך בלחץ קבוע, נעשית עבודה על הגז, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.

$D \to A$ - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית גדלה, חם נכנס למערכת. ב. 46J ג. 40%

קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q_V = nC_V\Delta T$ $Q_P = nC_P\Delta T$	Q_P/Q_V- כמות החום שעוברת בתהליך בנפח/לחץ קבוע. C_P/C_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (למול)	
$C_V = m_{mol}c_V$ $C_P = m_{mol}c_P$	m_{mol}- מסה מולרית. c_P/c_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)	
$C_P - C_V = R$	ההפרש בין קיבול החום בלחץ קבוע לקיבול החום בנפח קבוע תמיד שווה לקבוע R	

שאלות:

1) אנשים מחממים אולם קולנוע

אולם קולנוע מכיל 1800 מקומות ישיבה. נפח האולם הוא: $2.0 \cdot 10^4 m^3$.

בערב הבכורה של הסרט "תרגיל חם" האולם היה מלא ומערכת האוורור התקלקלה. בכמה מעלות תעלה הטמפרטורה במשך השעתיים של הקרנת הסרט אם אדם ממוצע פולט חום בקצב של 70 וואט.

הנח שהאוויר הוא גז אידיאלי דואטומי וטמפרטורת החדר היא בערך $20°C$.

2) לחץ לינארי בטמפרטורה*

גז אידיאלי דו אטומי מכיל 3.00 מולים בלחץ של 1.00atm ובטמפרטורה של $430°K$.

הגז עובר תהליך שבו הלחץ שלו גדל לינארית עם הטמפרטורה.

הטמפרטורה הסופית היא $680°K$ והלחץ הסופי הוא 1.80atm.

הנח שבכל התהליך יש 5 דרגות חופש פעילות.

א. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?

ב. מהי העבודה שנעשתה על ידי הגז?

ג. החום שנוסף לגז?

תשובות סופיות:

1) $53°C$

2) א. 15600J ב. –1720J ג. 13900J

הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$P \cdot V^{\gamma} = const$	הקשר בין לחץ ונפח בתהליך אדיאבטי קווזיסטטי	

שאלות:

1) דוגמה - מכווצים גז אדיאבטית ואיזותרמית

גז אידיאלי מונואטומי עובר תהליך כפי שמתואר בגרף.

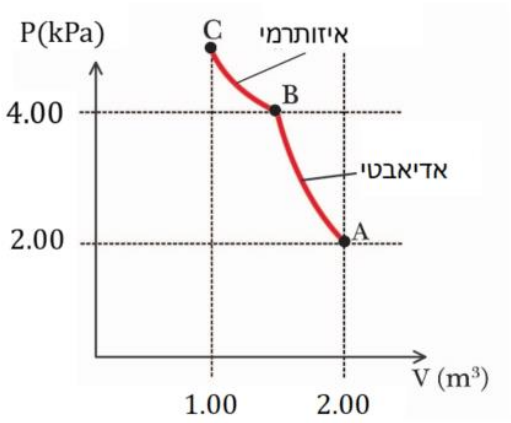
התהליך מתחיל מהמצב A והגז עובר כיווץ אדיאבטי עד למצב B ומשם הוא מכווץ איזותרמית עד לנקודה C.

נתון: $P_A = 2.00kPa\ ,\ V_A = 2.00m^3,\ \ P_B = 4.00\ kPa\ ,\ V_C = 1.00m^3$.

V_B ו-P_C אינם ידועים.

א. מצא את V_B.

ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הגז בתהליך?



2) לחץ וטמפרטורה בהתפשטות אדיאבטית

1.00mol של גז מונואטומי אידיאלי בלחץ של 1.00atm ובטמפרטורה של 20°C מתפשט אדיאבטית לנפח הגדול פי 2.25 מנפחו בהתחלה.

מהם הלחץ והטמפרטורה הסופיים של הגז?

3) גז דו אטומי מתפשט אדיאבטית

גז דו-אטומי מתפשט אדיאבטית.

הטמפרטורה בהתחלה היא 15°C והטמפרטורה בסוף היא −25°C.

הנפח בהתחלה הוא: $0.036m^3$.

מהו נפח הגז בסוף התהליך?

4) גז עובר תהליך בשלושה שלבים

1.00mol של גז אידיאלי מונואטומי שנמצא בלחץ 1.00atm עובר את התהליך הבא:

שלב 1 - הגז מתפשט אדיאבטית מ- $T_A = 578°K$ עד ל- $T_B = 388°K$.

שלב 2 - הגז נדחס בלחץ קבוע עד שהטמפרטורה שלו מגיעה ל- T_C.

שלב 3 - הגז חוזר לטמפרטורה והלחץ הראשונים שלו בתהליך של נפח קבוע.

א. שרטטו את התהליך בדיאגרמת $P-V$.

ב. מהו T_C?

ג. חשבו את השינוי באנרגיה הפנימית, את העבודה שביצע הגז ואת החום שנוסף לגז בכל שלב בנפרד ובתהליך כולו.

5) צבר אוויר עולה בגובה **

צבר אוויר הוא אוסף של מולקולות בעלי משתני מצב אחידים (לחץ וטמפ').
כשצבר אוויר עולה בגובה הוא משנה את הלחץ שלו בהתאם ללחץ של האוויר מסביבו, ולפי הנוסחה: $\frac{dP}{dy} = -\rho g$.

כאשר ρ הוא צפיפות המסה של הצבר והוא תלוי בגובה.
במהלך התנועה כלפי מעלה, הנפח גדל, ומכיוון שאוויר הוא מוליך חום גרוע אפשר להניח שההתפשטות היא אדיאבטית.

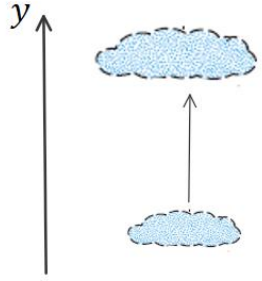
א. הראה שעבור גז אידיאלי שעובר תהליך אדיאבטי: $P^{1-\gamma}T^{\gamma} = const$

ב. הראה כי הקשר בין הלחץ לטמפרטורה של הצבר נתון לפי הנוסחה: $(1-\gamma)(-\rho g) + \gamma\frac{P}{T}\frac{dT}{dy} = 0$.

ג. הראה כי התלות של הטמפרטורה בגובה היא: $\frac{dT}{dy} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{mg}{k}$,
כאשר m היא מסה ממוצעת של מולקולה ו-k הוא קבוע בולצמן.

ד. בהינתן שאוויר הוא גז דו אטומי עם מסה ממוצעת של 29u,
הראה ש- $\frac{dT}{dy} = -9.8\,°C/k$.

ה. בקליפורניה ישנם רוחות שמגיעות מההרים של מדבר סיירה בנבדה.
גובה ההרים הוא כ-4000m. הרוחות מגיעות לעמק המוות שגובהו $-100m$,
ביחס לפני הים. אם טמפרטורת הרוח היא $-5°C$ בהרים של נוודה מה תהיה הטמפרטורה של הרוח בעמק?

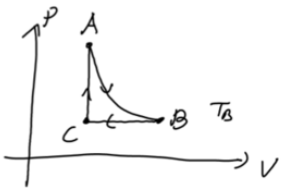


תשובות סופיות:

1) א. $1.32\cdot m^3$ ב. $3.4\cdot 10^3 J$

2) $P = 0.258atm\ ,\ T = -103°C$

3) $0.052m^3$

4) א. 

ב. $214°K$

ג. שלב AB: $Q = 0\ ,\ \Delta Eint = -2370J\ ,\ W = 2370J$

שלב BC: $Q = -2170J\ ,\ \Delta Eint = -2170J\ ,\ W = -1450J$

שלב CA: $Q = 3030J = \Delta Eint\ ,\ W = 0$

כל התהליך: $Q = 920J\ ,\ \Delta Eint = 0\ ,\ W = 920J$

5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. הוכחה. ה. $35°C$

הולכה הסעה וקרינה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{(T_1 - T_2)}{l}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ - קצב הולכת חום k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר, מופיע בטבלה. A - שטח חתך. l - אורך.	אם אחד מהמשתנים אינו קבוע אז עוברים לנוסחה דיפרנציאלית $\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx}$ המינוס בנוסחה אומר שקצב הולכת החום הוא בכיוון הפוך לגרדיאנט הטמפרטורה (כלומר קצב הולכת החום הוא מהטמפרטורה הגבוהה לנמוכה)
$R = \frac{l}{k}$	R- value	R גבוה אומר מבודד טוב. לשים לב ש-R תלוי גם באורך של החומר ולא רק בסוג.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma AT^4$	משוואת סטפן בולצמן - קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה. $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן בולצמן. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט. ε - קירון (אמיסיביות) $0 < \varepsilon < 1$	שימו לב שהקצב תלוי בטמפרטורה ברביעית. ε - תכונה של פני הגוף שקורן בגופים שחורים (לדוגמה פחם) $\varepsilon \approx 1$, במתכות מבריקות $\varepsilon \approx 0$.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma AT_2^4$	קצב קליטה של קרינה. T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.	האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה. הקצב של קליטה קשור לטמפרטורה של הסביבה ברביעית.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$	הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) T_1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט. T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.	
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000\frac{W}{m^2 \cdot s}\right)\varepsilon A\cos\theta$	כמות החום שסופג גוף כתוצאה מקרינת השמש ביום בהיר	הקבוע הסולרי $1350\frac{W}{m^2 \cdot s}$ האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרינה. ביום בהיר הקבוע בערך $1000\frac{W}{m^2 \cdot s}$

שאלות:

1) דוגמה - איבוד חום דרך חלונות בבית

מקור רציני לאיבוד החום בבית הוא דרך החלונות.

חשבו את קצב איבוד החום דרך חלון זכוכית בגודל $1.0\text{m} \times 1.5\text{m}$ ועובי 2.8mm

אם הטמפרטורה בצד הפנימי של החלון היא $18°\text{C}$ ובצד החיצוני היא $17°\text{C}$.

2) דוגמה - קירור באמצעות קרינה

אדם יושב בחדר לובש בגד ים בלבד.

הקירות של החדר נמצאים בטמפרטורה של $15°\text{C}$.

הערך את כמות החום שהאדם מאבד כתוצאה מקרינה.

הנח שטמפרטורת העור היא בערך $34°\text{C}$ ו-$\varepsilon = 0.70$.

שטח הפנים של האדם שבמגע עם האוויר הוא: 1.5m^2.

3) דוגמה - הערך את הרדיוס של הכוכב ביטלגוס

כוכב הענק ביטלג'וס פולט קרינה בקצב שהוא פי 10^4 גדול מהקצב של השמש שלנו.

הטמפרטורה על פני הכוכב ביטלג'וס היא בערך חצי מזו של השמש.

הערך את הרדיוס של הכוכב אם $\varepsilon = 1$ עבור השמש וביטלג'וס ורדיוס השמש הוא: $R_s = 7 \cdot 10^8\text{m}$. הנוסחה לשטח פני כדור היא: $4\pi R^2$.

4) מוט נחושת עם טמפרטורות שונות בקצוות

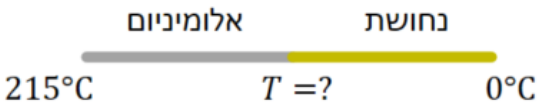
מוט נחושת באורך של 42c.m וקוטר 2.6c.m מוחזק בצד אחד בטמפרטורה של $320°\text{C}$ ובצידו השני המוט טבול במים בטמפרטורה של $20°\text{C}$.

חשבו את קצב מעבר החום במוט.

5) מוט נחושת מחובר למוט אלומיניום

מוט נחושת מחובר בקצה למוט אלומיניום, שני המוטות בעלי אותו שטח חתך ואותו האורך. הקצה השני של האלומיניום נמצא בתוך תנור בטמפרטורה קבועה של $215°\text{C}$ והקצה השני של הנחושת נמצא בתוך קרח בטמפרטורה קבועה של $0°\text{C}$.

חשבו את הטמפרטורה בנקודת החיבור של המוטות.



6) קרח נמס בצידנית

צידנית בגודל $20c.m \times 30c.m \times 50c.m$ עשויה מקלקר.

הקירות של הצידנית הן בעובי $1.5c.m$. ממלאים את הצידנית בקרח ב-$0°C$.
כמה זמן ייקח לקרח להתמוסס אם הצידנית נמצאת בחדר בו הטמפרטורה היא $32°C$?

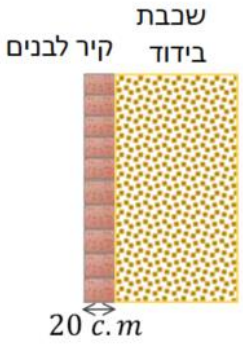
המוליכות התרמית של קלקר היא: $0.033\frac{W}{m\cdot k}$ והצפיפות של קרח היא: $9.17\cdot 10^2\frac{kg}{m^3}$.

7) קרח נמס בשמש

כמה זמן לוקח לשמש להמיס קוביית קרח ביום בהיר אם הקרח נמצא בטמפרטורה של $0°C$ וצורתו היא משטח ישר בגודל $1.0m^2$ ובעובי $1.0c.m$.

הנח שהזווית של הקרניים עם האנך למשטח היא $30°$ והאמסיביות של הקרח היא 0.050.

8) איבוד חום דרך קיר עם שכבת בידוד



בידוד של קיר מורכב משכבה של לבנים ברוחב של $20c.m$ שצמודה לשכבת בידוד נוספת בעלת: $R\text{-value}=3\frac{m^2\cdot s\cdot C°}{J}$.

מהו קצב החום המועבר אם השטח של הקיר הוא $15m^2$ והפרש הטמפרטורות הוא $30°C$.

תשובות סופיות:

1) $450\frac{J}{sec}$
2) $120\frac{J}{sec}$
3) $2.8\cdot 10^{11}m$
4) $140\frac{J}{sec}$
5) $74°C$
6) בערך 58 שעות.
7) בערך 20 שעות.
8) $140\frac{J}{sec}$

סיכום:

טבלאות:

קיבול חום סגולי (Specific Heats) (ב 1 atm ו- 20°C אלא אם מצוין אחרת)		
Substance	Specific Heat,c kcal/kg · C° (= cal/g · C°)	J/kg · C°
Aluminum	0.22	900
Alcohol(ryhyl)	0.58	2400
Copper	0.093	390
Glass	0.20	840
Iron or steel	0.11	450
Lead	0.031	130
Marble	0.21	860
Mercury	0.033	140
Silver	0.056	230
Wood	0.4	1700
Water		
Ice (-5°C)	0.50	2100
Liquid (15°C)	1.00	4186
Steam (110°C)	0.48	2010
Human body (average)	0.83	3470
Protein	0.4	1700

חום כמוס (בלחץ של 1 atm)						
Substance	Melting Point (°C)	Heat of Fusion kcal/kg*	kJ/kg	Boiling Point (°C)	Heat of Vaporization kcal/kg*	kJ/kg
Oxygen	-218.8	3.3	14	-183	51	210
Nitrogen	-210.0	6.1	26	-195.8	48	200
Ethyl alcohol	-114	25	104	78	204	850
Ammonia	-117	8.0	33	-33.4	33	137
Water	0	79.7	333	100	539	2260
Lead	327	5.9	25	1750	208	870
Silver	961	21	88	2193	558	2300
Iron	1808	69.1	289	3023	1520	6340
Tungsten	3410	44	184	5900	1150	4800

קיבול חום של גזים ב 15°C						
Gas	Specific heats $(kcal/\text{kg}\cdot K)$		Molar specific heats $(cal/mol\cdot K)$		$C_V - C_P$ $(cal/mol\cdot K)$	$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$
	c_V	c_P	C_V	C_P		
Monoatomic						
He	0.75	1.15	2.98	4.97	1.99	1.67
Ne	0.148	0.246	2.98	4.97	1.99	1.67
Diatomic						
N_2	0.177	0.248	4.96	6.95	1.99	1.40
O_2	0.155	0.218	5.04	7.03	2.00	1.40
Triatomic						
CO_2	0.153	0.199	6.80	8.82	2.03	1.30
H_2O (100°C)	0.350	0.482	6.20	8.20	2.00	1.32

מוליכויות תרמיות

Substance	Thermal Conductivity,k kcal (s.m.C°)	J (s.m.C°)
Silver	10×10^{-2}	420
Copper	9.2×10^{-2}	380
Aluminum	5.0×10^{-2}	200
Steel	1.1×10^{-2}	40
Ice	5×10^{-4}	2
Glass	2.0×10^{-4}	0.84
Brick	2.0×10^{-4}	0.84
Concrete	2.0×10^{-4}	0.84
Water	1.4×10^{-4}	0.56
Human tissue	0.5×10^{-4}	0.2
Wood	0.3×10^{-4}	0.1
Fiberglass	0.12×10^{-4}	0.048
Cork	01×10^{-4}	0.042
Wood	0.1×10^{-4}	0.040
Goose down	0.06×10^{-4}	0.025
Polyurethane	0.06×10^{-4}	0.024
Air	0.055×10^{-4}	0.023

לימודי רפואה באיטליה אוניברסיטת ברשה

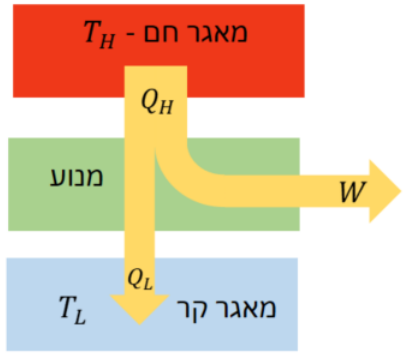
פרק 27 - החוק השני של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

1. הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום 240
2. תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו 243
3. מקררים מזגנים ומשאבות חום 246
4. אנטרופיה 248
5. סיכום ..... (ללא ספר)
6. פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני 252

הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
 $Q_H = W + Q_L$	Q_H - כמות החום שיוצאת מהמאגר החם. Q_L - כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר. W - העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.	שימו לב לסימנים! כל הסימנים חיוביים! T_H ו-T_L נקראות טמפרטורות העבודה
$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$		

שאלות:

1) דוגמה - נצילות של מנוע מכונית

למנוע של מכונית יש נצילות של 20%. המנוע מפיק 25kJ של עבודה כל שניה.

א. כמה חום דרוש להכניס למנוע כל שניה?

ב. כמה חום נפלט מהמנוע כל שניה?

2) חישוב נצילות של מנוע חום

מנוע חום פולט 6900J של חום כאשר הוא מבצע עבודה של 2300J.

מה הנצילות של המנוע באחוזים?

3) חום שפולטת תחנת כוח

תחנת כוח מייצרת 560MW של הספק חשמלי.

העריכו את החום שנפלט כל שניה אם הנצילות של התחנה היא 35%.

4) מנוע 6 צילינדרים

למנוע עם 6 צילינדרים של אוטו יש נצילות של 24%. המנוע מספק 180J של עבודה בכל מחזור עבור כל צילינדר. המנוע עושה 25 מחזורים בשניה.

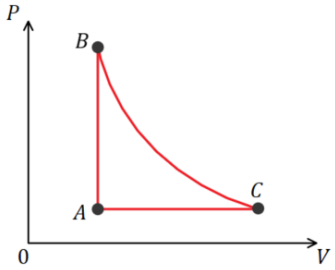
א. מהי העבודה הכוללת שמבצע המנוע בשניה?

ב. מהו החום שנוצר משריפת הדלק כל שניה?

ג. אם האנרגיה הנוצרת מדלק היא 32MJ לליטר, לכמה זמן מחזיק מיכל דלק מלא המכיל 40 ליטר דלק?

5) מנוע הפיך עם גז ארגון

מנוע הפיך מכיל 1.00mol של גז ארגון, גז מונואטומי כמעט אידיאלי.
התהליך שעובר המנוע מתואר באיור כאשר הגז בהתחלה בנקודה A ב-STP. הנקודות B ו-C נמצאות על עקומה איזותרמית בטמפרטורה $T = 433K$.
התהליך AB הוא תהליך בנפח קבוע והתהליך AC הוא תהליך בלחץ קבוע.

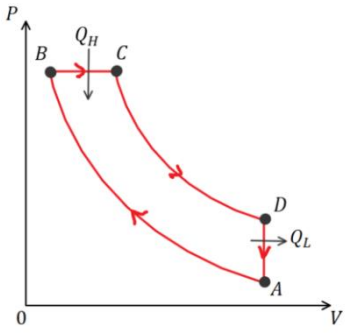


א. האם המנוע מבצע את התהליך באיור עם כיוון השעון או נגד השעון?

ב. מהי הנצילות של המנוע?

6) מנוע בנזין אידיאלי

אפשר לתאר את הפעולה של מנוע דיזל בקירוב על ידי התהליך המחזורי באיור.
אוויר נשאב לצילינדר בפעימת יניקה (לא חלק מהמחזור באיור).
האוויר נדחס אדיאבטית, שלב AB.
בנקודה B דלק דיזל מוזרק לתוך הצילינדר.
הדלק נשרף ישר כי הטמפרטורה מאוד גבוהה.
הבעירה היא יחסית איטית ובמהלך החלק הראשון של פעימת העבודה הגז מתפשט כמעט בנפח קבוע, שלב BC.
בשלב השני של פעימת העבודה, אחרי שהבעירה מסתיימת, הגז מתפשט אדיאבטית, שלב CD.
שלב DA מתאר את פעימת הפליטה.



א. הראה שעבור מנוע שעובר את התהליך הנ"ל עם גז אידיאלי הנצילות האידיאלית היא: $\eta = 1 - \frac{(V_A/V_C)^{-\gamma} - (V_A/V_B)^{-\gamma}}{\gamma[(V_A/V_C)^{-1} - (V_A/V_B)^{-1}]}$.

V_A/V_B נקרא יחס הדחיסה ו-V_A/V_C נקרא יחס התרחבות "expansion ratio".

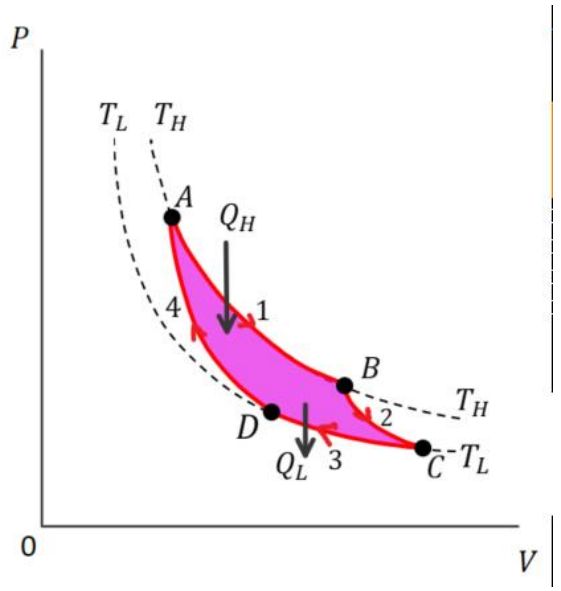
ב. חשב את הנצילות אם הגז הוא דו אטומי, $V_A/V_B = 16$ ו-$V_A/V_C = 4.5$.

תשובות סופיות:

1) א. 125kJ ב. 100kJ
2) 25%
3) 1000J
4) א. 27000J ב. 110000J ג. 3.2hr
5) א. עם השעון. ב. 9%
6) א. הוכחה. ב. 55%

תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו:

סיכום כללי:

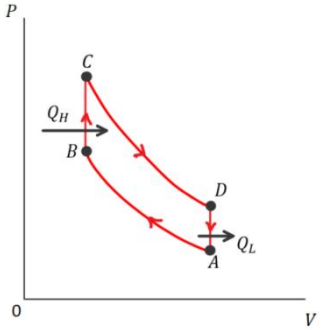
הנוסחה	תיאור	הערות
	מחזור קרנו	השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע. מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.
$\eta_{\text{קרנו}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$	נצילות במנוע קרנו	נקראת גם נצילות אידיאלית או מקסימאלית

שאלות:

1) דוגמה - טענה לא הגיונית

יצרן רכב טוען כי במנוע שייצר קצב הכניסה של החום הוא 9.1kJ בטמפרטורה של 162°C וקצב הפליטה של החום הוא 4.1kJ בטמפרטורה של 22°C.
האם אתם מאמינים ליצרן?

2) דוגמה - נצילות של מנוע בעירה



המחזור של מנוע בעירה מתואר באיור.
הניחו שחומר העבודה הוא גז אידיאלי.

א. הראו כי הנצילות של המנוע היא: $\eta = 1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{1-\gamma}$.

ב. חשבו את הנצילות של המנוע אם יחס הדחיסה הוא: $\frac{V_A}{V_B} = 7.0$ והגז הוא דואטומי בדומה ל-O_2 או N_2.

3) מנוע חום עם חנקן נוזלי



זה לא הכרחי שהמאגר החם של מנוע חום יהיה יותר חם מהסביבה. חנקן נוזלי זול בערך כמו בקבוק מים והטמפרטורה שלו היא בערך $77K$.
מה תהיה הנצילות המקסימאלית של מנוע הפועל בין הטמפרטורה של חנקן נוזלי לטמפרטורת החדר $293K$?

4) מנוע 1100W

מנוע קרנו פועל בטמפרטורות $190°C$ ו- $25°C$. ההספק של המנוע הוא $1100W$.
כמה חום פולט המנוע כל שניה?

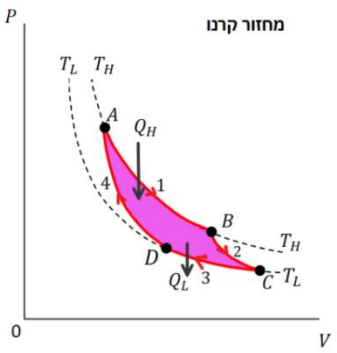
5) מטפס הרים

הניחו שאדם ששוקל $70kg$ צריך $4.3 \cdot 10^3 kcal$ של אנרגיה בשביל יום אחד של פעילות.
העריכו את הגובה המקסימאלי שאותו אדם יכול לטפס על הר עם כמות זו של אנרגיה.
כהערכה גסה אפשר להתייחס לאדם כמנוע הפועל בין טמפרטורות הגוף $37°C$ לטמפרטורת הסביבה $20°C$.

6) טמפרטורת עבודה בנסיעה

מכונית מייצרת עבודה בקצב של בערך $7\frac{kJ}{sec}$ כאשר היא נוסעת במהירות קבועה של $25\frac{m}{sec}$ בכביש אופקי, זוהי עבודה כנגד כוח החיכוך.
המכונית יכולה לנסוע $14km$ לכל ליטר דלק.
מה הערך המינימלי של T_H אם $T_L = 25°C$ והאנרגיה הזמינה מליטר אחד של דלק היא: $3.2 \cdot 10^7 J$?

7) חישובים במחזור קרנו



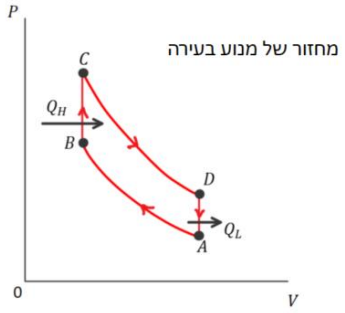
מול אחד של גז מונואטומי עובר תהליך של מחזור קרנו,
כאשר $T_H = 380°C$ ו- $T_L = 180°C$.
הלחץ ההתחלתי הוא $7.8atm$.
במהלך ההתרחבות האיזותרמית הנפח מוכפל.

א. מהם הלחץ והנפח בנקודות: A, B, C, D?
ב. מצאו את Q , W ו-ΔE_{int} עבור כל שלב בתהליך.
ג. חשבו את הנצילות של המנוע באמצעות המשוואות: $\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$ ו- $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$.

8) יחס דחיסה במנוע בעירה

במנוע שמתנהג בקירוב כמו המחזור של מנוע בעירה הדלק מוצת בסוף שלב הדחיסה האדיאבטית.

טמפרטורת ההצתה של דלק מסוג אוקטן 95 היא $280^\circ C$ ובהנחה שחומר העבודה הוא גז שמגיע מהאוויר (דו אטומי בטמפרטורה $25^\circ C$) קבעו מהו יחס הדחיסה המירבי $\frac{V_A}{V_B}$.



תשובות סופיות:

1) לא.

2) א. הוכחה. ב. 54%

3) 74%

4) 5000J

5) 1400m

6) 400°K

7) א. $P_A = 7.9\cdot10^5 Pa$, $V_A = 0.69\cdot10^{-2} m^3$, $P_B = 4\cdot10^5 Pa$, $V_B = 1.4\cdot10^{-2} m^3$, $P_C = 1.6\cdot10^5 Pa$, $V_C = 2.4\cdot10^{-2} m^3$, $P_D = 3.2\cdot10^5 Pa$, $V_D = 1.2\cdot10^{-2} m^3$

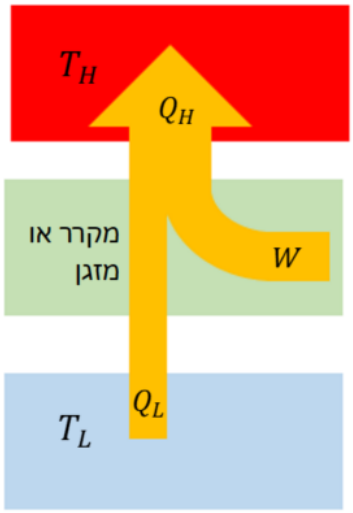
ב. $\Delta Eint_{AB} = 0$, $Q_{AB} = W_{AB} = 3800J$, $\Delta Eint_{BC} = -2500J$, $Q_{BC} = 0$, $W_{BC} = 2500J$, $\Delta Eint_{CD} = 0$, $Q_{CD} = W_{CD} = -2600J$, $\Delta Eint_{DA} = 2500J$, $Q_{DA} = 0$, $W_{DA} = -2500J$

ג. $\eta = 31\%$

8) 7.1

מקררים מזגנים ומשאבות חום:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$COP = \frac{Q_L}{w} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$	מקדם היעילות של מקרר או מזגן	
$COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$	עבור מקרר או מזגן אידיאלי (לא מושלם)	
$COP = \frac{Q_H}{W}$	מקדם היעילות של משאבת חום	תמיד גדול מאחד

שאלות:

1) דוגמה - מכינים קרח

למקפיא יש מקדם יעילות של 3.6 והוא עובד בהספק של 200W.
כמה זמן ייקח למקפיא להקפיא מגש קוביות קרח אם המגש הוכנס למקרר המכיל 400gr מים ב-0°C?

2) דוגמה - משאבת חום

למשאבת חום מקדם יעילות של 3.0 והספק של 1200W.

א. כמה חום היא מוסיפה לחדר כל שניה?

ב. אם הופכים את פעולת המשאבה בקיץ כך שתשמש כמזגן, מה תצפו שיהיה מקדם היעילות שלה?

3) מקדם יעילות של מקרר אידיאלי

מקרר אידיאלי מחזיק את הטמפרטורה בתוכו ב-$4°C$ כאשר הטמפרטורה בבית היא $25°C$. מהו מקדם היעילות של המקרר?

4) מנוע קרנו עובד הפוך

למנוע אידיאלי (מנוע קרנו) יש נצילות של 37%.
אם היה אפשר להפעיל את המנוע הפוך כך שיעבוד בתור משאבת חום, מה היה מקדם היעילות של המנוע?

5) מקרר קרנו אידיאלי מקפיא מים

"מקרר קרנו" (מנוע קרנו שעובד הפוך) מוציא חום מתא ההקפאה הנמצא בטמפרטורה של $-15°C$ ופולט אותו לחדר בטמפרטורה של $25°C$.

א. הראו כי אם מקדם היעילות של מקרר מוגדר לפי: $COP = \frac{Q_L}{W}$

אז מקדם היעלות של מקרר קרנו הוא: $COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$.

ב. כמה עבודה מבצע המנוע לשנות $0.6kg$ של מים ב-$25°C$ לקרח ב-$-15°C$?
אם ההספק של המדחס במנוע הוא $160W$, מהו הזמן המינימלי הדרוש להקפיא מים מטמפרטורה של $25°C$ לקרח ב-$0°C$?

6) משאבת חום לא אידיאלית

משאבת חום פועלת כמזגן ושומרת את הטמפרטורה בתוך הבניין על $24°C$ כאשר הטמפרטורה בחוץ היא $40°C$.
בשביל לבצע זאת המשאבה שואבת $3 \cdot 10^7 J$ חום בשעה מתוך הבניין ביעילות של 25% מהיעילות האידיאלית (זו של מקרר קרנו).

א. מהו מקדם היעילות של המשאבה?

ב. מהו ההספק של המדחס במשאבה? רשום תשובה בכוח סוס.

תשובות סופיות:

1) בערך 3 דקות.

2) א. $4600J$ ב. 2

3) 13

4) 2.7

5) א. הוכחה. ב. $4.4 \cdot 10^4 J$

6) א. 4.6 ב. $2.4HP$

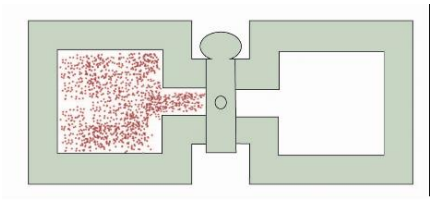
אנטרופיה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\Delta S = \frac{Q}{T}$	Q - כמות החום שנכנסת למערכת	רק בטמפרטורה קבועה ובתהליך הפיך T - בקלווין!
השינוי באנטרופיה לא תלוי בתהליך	האנטרופיה היא משתנה מצב של המערכת	

שאלות:

1) **דוגמה - שינוי באנטרופיה כשמערבבים מים**
מערבבים $5kg$ מים ב-$20°C$ עם $5kg$ מים ב-$24°C$.
א. מה תהיה הטמפרטורה הסופית של המים המעורבבים?
ב. העריכו את השינוי באנטרופיה של כל המערכת.

2) **דוגמה - שינוי באנטרופיה בהתפשטות חופשית**

גז מתפשט בצורה אדיאבטית וחופשית (כפי שמתואר בפרק הקודם בסרטון התפשטות חופשית) מנפח V_1 לנפח V_2.
א. חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז.
ב. מהו השינוי באנטרופיה של הסביבה?
ג. הערך את השינוי באנטרופיה עבור $n = 1.00$ ו-$V_2 = 2.00V_1$.

3) **דוגמה - נחושת חמה נזרקת לתוך אגם**
גוש נחושת חם בעל מסה של $2.00kg$ בטמפרטורה של $T_1 = 840°K$ נזרק לאגם גדול בטמפרטורה של $T_2 = 280°K$.
הניחו כי האגם מספיק גדול כך שהטמפרטורה שלו לא משתנה באופן מהותי.
מהו השינוי באנטרופיה של:
א. הנחושת.
ב. האגם.
ג. הכולל.

4) דוגמה - קוביית קרח נמסה

קוביית קרח במסה של $1.00kg$ ובטמפרטורה של $0°C$ נמצאת במגע עם מאגר חום גדול שהטמפרטורה שלו היא מעט מעל $0°C$.
כתוצאה מכך הקרח נמס מאוד לאט למים.
מה השינוי באנטרופיה של:

א. הקרח.

ב. המאגר.

5) שינוי באנטרופיה של מים שהופכים לאדים

מהו השינוי באנטרופיה של $150gr$ של מים ב-$100°C$ שהופכים לאדים ב-$100°C$?

6) קופסה מחליקה על משטח עם חיכוך

קופסה בעלת מסה של $6.5kg$ מחליקה על משטח אופקי לא חלק (קיים חיכוך קינטי).
חשבו את השינוי באנטרופיה של היקום מתחילת תנועתה של הקופסה במהירות $5\frac{m}{sec}$ ועד לעצירתה. הניחו שכל הגופים נמצאים בטמפרטורת החדר $293K$.

7) מים מתקררים ממאגר קרח

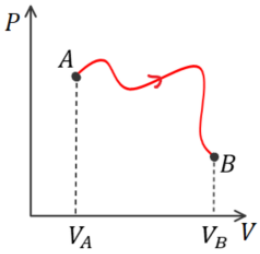
$1.0L$ של מים ב-$0°C$ נמצאים במגע עם כמות גדולה של קרח ב-$-10°C$.
כתוצאה מכך המים קופאים ומתקררים גם ל- $-10°C$.
חשבו את השינוי הכולל באנטרופיה.

8) מוט ברזל נזרק למים

מוט ברזל בעל מסה של $1.8kg$ ובטמפרטורה של $43°C$ נזרק למיכל מים המצופה בקלקר.
המיכל מכיל $1.2kg$ מים בטמפרטורת החדר ($20°C$).
מהו השינוי הכולל באנטרופיה?

9) גז אידיאלי מתפשט איזותרמית

גז אידיאלי מתפשט איזותרמית $T = 350°K$ מנפח $2.30L$ ולחץ $6.9atm$ ללחץ $1.0atm$.
מהו השינוי באנטרופיה של הגז?



10) גז אידיאלי עובר תהליך מוזר

גז אידיאלי המכיל n מולים עובר את התהליך המתואר באיור.
הטמפרטורה בנקודות A ו-B זהה.
חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז בעקבות התהליך.
nV_B , V_A , נתונים.

11) שני גזים מתערבבים

1.00mol של גז חנקן ו-1.00mol של גז חמצן נמצאים בתאים נפרדים, זהים בגודלם, באותה הטמפרטורה ומבודדים מהסביבה.
מחברים בין התאים והגזים (האידיאלים) מתערבבים.
מהו השינוי באנטרופיה של:

א. כל המערכת?
ב. של הסביבה?
ג. חזור על סעיף א' אם התא של אחד הגזים גדול פי שניים מהתא של השני.

12) קיבול חום מולרי משתנה

קיבול החום המולרי של אשלגן בטמפרטורות נמוכות משתנה עם הטמפרטורה לפי $C_V = \alpha T + \beta T^3$ כאשר $\alpha = 2.08\frac{mJ}{mol\cdot K^2}$ ו- $\beta = 2.57\frac{mJ}{mol\cdot K^4}$.
מצאו את השינוי באנטרופיה של 0.25mol של אשלגן כאשר הטמפרטורה שלו יורדת מ-4.0K ל-2.0K בתהליך בנפח קבוע.

תשובות סופיות:

1) א. $22°C$ ב. $1\frac{J}{k}$

2) א. $\Delta S = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$ ב. $\Delta S = 0$ ג. $5.76\frac{J}{k}$

3) א. $-857\frac{J}{K}$ ב. $1560\frac{J}{K}$ ג. $703\frac{J}{K}$

4) א. $-1220\frac{J}{K}$ ב. $1220\frac{J}{K}$

5) $910\frac{J}{K}$

6) $0.28\frac{J}{K}$

7) $48\frac{J}{K}$

8) $2.2\frac{J}{K}$

9) $8.8\frac{J}{K}$

10) $nR\ln\frac{V_B}{V_A}$

11) א. $5.8\frac{J}{K}$ ב. 0 ג. $13\frac{J}{K}$

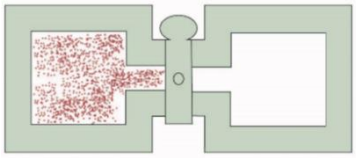
12) $-11\frac{mJ}{K}$

פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$S = k \ln \Omega$	k - קבוע בולצמן Ω - פונקציית המצבים המיקרוסקופיים	

שאלות:



1) דוגמה - התפשטות חופשית גישה סטטיסטית

השתמשו במשוואה של בולצמן לאנטרופיה וחשבו את השינוי באנטרופיה במקרה של התפשטות חופשית של מול אחד של גז אידיאלי מנפח V לנפח 2V.

הניחו ש-Ω אומרת את מספר המיקומים האפשריים של כל המולוקלות. השוו לחישוב שנעשה בדוגמה הקודמת של התפשטות חופשית באמצעות הנוסחה של קלאוזיוס.

2) אנטרופיה להטלת 4 מטבעות

השתמשו בפונקציית המצבים Ω וחשבו מה האנטרופיה בכל אחד מהמצבים המיקרוסקופיים שתוארו בדוגמה של הטלת 4 מטבעות.

המצב המיקרוסקופי	המצבים המיקרוסקופים המתאימים (H-ראש , T-זנב)	מספר המצבים המיקרוסקופים
4 ראש	HHHH	1
3 ראש, 1 זנב	THHH , HTHH , HHTH , HHHT	4
2 ראש, 2 זנב	TTHH , THTH , HTTH , THHT , HTHT , HHTT	6
1 ראש, 3 זנב	HTTT , THTT , TTHT , TTTH	4
4 זנב	TTTT	1

3) הטלת 5 מטבעות

דני לקח 5 מטבעות והטיל אותם בצורה אקראית על השולחן.

א. רשמו טבלה ובה את מספר המצבים המיקרוסקופים המתאימים לכל מצב מקרו.

ב. מהי ההסתברות שבהטלה יצאו 3 מטבעות ראש ו-2 זנב?

ג. מהי ההסתברות שכל המטבעות יפלו על זנב?

ד. מהי ההסתברות שבהטלה יפלו לפחות 3 מטבעות על זנב?

4) שינוי באנטרופיה בסידור 10 מטבעות

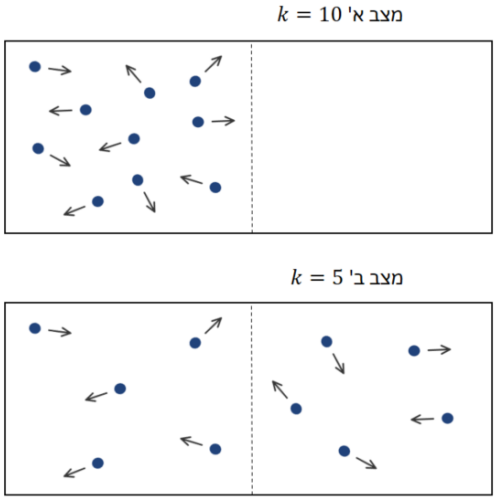
על שולחן ישנם 10 מטבעות כאשר 9 מתוכם נמצאים עם הראש כלפי מעלה ואחד עם הזנב כלפי מעלה. הופכים 3 מטבעות שהיו עם הראש כלפי מעלה.
מה השינוי באנטרופיה של המערכת?
השווה לשינוי באנטרופיה של מערכת תרמודינמית מאחד הדוגמאות הקודמות.
ניתן לחשב את פונקציית המצבים גם באמצעות מקדמי הבינום של ניוטון: $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
כאשר n הוא מספר המטבעות ו-k מספר המטבעות עם הזנב (או הראש) כלפי מעלה.

5) גז עם 10 אטומים בתיבה

נניח שישנה מערכת דמויית גז המכילה $n = 10$ אטומים במהירויות זהות.
ה"גז" נמצא בתוך תיבה. נסמן את מספר האטומים הנמצאים בחציה השמאלי של התיבה ב-k. מספר האפשרויות לסדר את האטומים כך ש-k אטומים יהיו בחצי השמאלי הוא: $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.
נניח כי כל ערך של k מסמל מצב מיקרוסקופי של המערכת.
במצב א' שבאיור כל 10 האטומים בצד שמאל של התיבה $(k = 10)$
ובמצב ב' שבאיור 5 בחצי הימני ו-5 בשמאלי $(k = 5)$.

א. מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב א' למצב ב'?
האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?

ב. מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב ב' למצב א'?
האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?



תשובות סופיות:

1) $R\ln(2)$

2)

המצב המיקרוסקופי	אנטרופיה
4 ראש	0
3 ראש, 1 זנב	$1.91\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$
2 ראש, 2 זנב	$2.47\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$
1 ראש, 3 זנב	$1.91\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$
4 זנב	0

3) א.

פונקציית המצבים Ω	המצבים המיקרוסקופיים	מצב מקרוסקופי
1	HHHHH	5-H , 0-T
5	HHHHT , HHHTH , HHTHH , HTHHH , THHHH	4-H , 1-T
10	HHHTT , HHTHT , HTHHT , THHHT , HHTTH HTTHH , THTHH , TTHHH , HTHTH , THHTH	3-H , 2-T
10	כמו 2-T , 3-H רק להחליף H ב-T	2-H , 3-T
5	כמו 1-T , 4-H רק להחליף H ב-T	1-H , 4-T
1	כמו 0-T , 5-H רק להחליף H ב-T	0-H , 5-T

ב. 31.25% ג. 3.125% ד. 50%

4) $4.2\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$

5) א. $7.63\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$, כן. ב. $-7.63\cdot10^{-23}\frac{J}{K}$, לא.