

השלמת מתמטיקה



תוכן העניינים

1. מבוא לאלגברה 1
2. משוואות אלגבריות 47
3. אי שוויונים אלגבריים 64
4. חוקי החזקות והשורשים 73
5. משוואות ואי-שוויונים מעריכיים (ללא ספר)
6. חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגריתמיים (ללא ספר)
7. סדרות (ללא ספר)
8. חשבון דיפרנציאלי - גבול של פונקציה 83
9. חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים (ללא ספר)
10. חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות (ללא ספר)
11. חשבון דיפרנציאלי של פונקציות מעריכיות (ללא ספר)
12. חשבון דיפרנציאלי של פונקציות לוגריתמיות (ללא ספר)
13. חשבון אינטגרלי - האינטגרל הכללי 94
14. חשבון אינטגרלי - האינטגרל המסוים וחישובי שטחים 101

השלמת מתמטיקה

פרק 1 - מבוא לאלגברה

תוכן העניינים

1	1. מספרים מכוונים
5	2. חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים
7	3. סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים
8	4. אחוזים
14	5. כפל וחילוק שברים
16	6. חיבור וחסור שברים
20	7. בעיות יסודיות באחוזים
22	8. חזרה על תבניות מספר
24	9. כינוס איברים
26	10. פישוט ביטויים על ידי פתיחת סוגריים
29	11. פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר
31	12. פירוק לגורמים של ביטויים אלגברים
34	13. פירוק הטרינום
36	14. שברים אלגברים
40	15. כפל וחילוק של שברים אלגברים
42	16. חיבור וחסור של שברים אלגברים
46	17. שברים כפולים

מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

מספרים מכוונים הם מספרים שיכולים לקבל סימן חיובי או שלילי, כגון:

- בקניון גדול ישנן קומות 1, 2, 3, 4, וכן חניונים הממוקמים בקומות 1-, 2-, ו-3-.
- גובה פני הים מוגדר להיות 0 מטרים. העיר חיפה נמצאת כ-103 מטרים מעל פני הים בעוד שים המלח נמצא בגובה 426- מטרים.

כללים:

- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים זהים, מחברים את המספרים עצמם והסימן נשאר.
- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים מנוגדים, מחסירים את המספרים זה מזה (הקטן מהגדול) וסימן התוצאה כסימן המספר הגדול מביניהם.
- כפל וחילוק יתבצע בשני חלקים:
 - ביצוע הפעולה על המספרים עצמם.
 - קביעת הסימן של התוצאה באופן הבא:
 - כפל או חילוק של שני מספרים בעלי אותו סימן - התוצאה תהיה חיובית.
 - כפל או חילוק של שני מספרים שונים סימן - התוצאה תהיה שלילית.

הערה:

אם יש רצף של מכפלות (או חילוקים), סימן התוצאה תלוי במספר הפעמים שבהם מופיע סימן שלילי (-). אם הסימן מופיע מספר זוגי של פעמים התוצאה חיובית, ואם הוא מופיע מספר אי-זוגי של פעמים אזי התוצאה שלילית.

שאלות:

1) סמנו את המספרים הבאים על ציר המספרים בהתאמה:

$$-3\frac{1}{2}, 4, 1\frac{1}{3}, -5, -\frac{1}{2}, 2, 0, \frac{1}{2}, -2$$



2) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $-3-2$

א. $3+2$

ד. $-3+2$

ג. $3-2$

ו. $7+10$

ה. $-1-4$

ח. $-7+3$

ז. $-6+5$

3) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $5-8-12+17$

א. $5+7-23+1$

ד. $-4-11+2+9$

ג. $3-14+2+6$

ו. $-7-13+5-3$

ה. $6-21+3-7$

4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

ב. $4 \cdot (-7)$

א. $4 \cdot 9$

ד. $(-5) \cdot (-3)$

ג. $(-6) \cdot (-5)$

ו. $(-8) \cdot 5$

ה. $(-2) \cdot 8$

ח. $2 \cdot 3 \cdot 3$

ז. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3)$

י. $(-2) \cdot (-3) \cdot 3$

ט. $(-2) \cdot 3 \cdot (-3)$

יב. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-2)$

יא. $2 \cdot 3 \cdot (-3)$

יד. $1 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

יג. $(-1) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

5) מהו הסימן של תוצאת המכפלה בכל מקרה :

א. $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ב. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot (-5)$

ג. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ד. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot 5$

6) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $(-30) : 3$

א. $(-25) : (-5)$

ד. $(-32) : (-4)$

ג. $40 : (-10)$

ו. $4 : (-16)$

ה. $(-6) : 18$

7) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $\frac{42}{-6}$

א. $\frac{-60}{12}$

ד. $\frac{-12}{-3}$

ג. $\frac{32}{-4}$

8) מה התוצאה של כל אחת מהפעולות הבאות :

ב. $(-2) \cdot 0$

א. $0 : 5$

ד. $6 : 0$

ג. $0 \cdot (-3) \cdot 4$

ו. $0 - 4$

ה. $0 + 4$

תשובות סופיות:

(1) להלן מערכת הצירים:



- (2) א. 5 ב. -5 ג. 1 ד. -1 ה. -5
- ו. 17 ז. -1 ח. -4
- (3) א. -10 ב. 2 ג. -3 ד. -4 ה. -19 ו. -18
- (4) א. 36 ב. -28 ג. 30 ד. 15 ה. -16
- ו. -40 ז. -18 ח. 18 ט. 18 י. 18
- יא. -18 יב. 36 יג. -16 יד. 16
- (5) א. + ב. + ג. - ד. -
- (6) א. 5 ב. -10 ג. -4 ד. 8 ה. $-\frac{1}{3}$ ו. $-\frac{1}{4}$
- (7) א. -5 ב. -7 ג. -8 ד. 4
- (8) א. 0 ב. 0 ג. 0 ד. לא מוגדר ה. 4 ו. -4

חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

הגדרה:

פעולת החזקה היא צורה מקוצרת שמייצגת פעולת כפל של אותו מספר בעצמו מספר פעמים. סימון החזקה הוא באופן הבא:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקראת החזקה.

הערות:

- כאשר הבסיס חיובי, התוצאה תמיד תהיה חיובית ללא קשר האם החזקה היא זוגית או אי-זוגית.
- כאשר הבסיס שלילי, התוצאה תהיה חיובית אם החזקה היא זוגית ושלילית אם החזקה היא אי-זוגית.

הגדרה:

פעולת השורש היא הפוכה לפעולת החזקה והיא מאפשרת למצוא את בסיס החזקה. סימון השורש הוא באופן הבא:

$$\sqrt[n]{a}$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקרא סדר השורש.

הערות:

- שורש למספר זוגי יכול להיות מסדר זוגי או אי-זוגי.
- שורש למספר שלילי יכול להיות מסדר אי-זוגי בלבד.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------|---------------|
| א. 3^2 | ב. 3^3 |
| ג. $(-3)^3$ | ד. $(-2)^3$ |
| ה. 4^3 | ו. 3^4 |
| ז. $(-5)^3$ | ח. 10^4 |
| ט. $-(-3)^4$ | י. -5^4 |
| יא. -4^3 | יב. $-(-2)^6$ |

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| א. $\sqrt[3]{-27}$ | ב. $\sqrt[4]{625}$ |
| ג. $\sqrt[4]{-16}$ | ד. $\sqrt[5]{-32}$ |
| ה. $-\sqrt[4]{81}$ | ו. $-\sqrt[3]{1000}$ |

תשובות סופיות:

- | | | | | | |
|-----------|----------|--------------|---------|---------|---------|
| (1) א. 9 | ב. 27 | ג. -27 | ד. -8 | ה. 64 | ו. 81 |
| ז. -125 | ח. 10000 | ט. -81 | י. -625 | יא. -64 | יב. -64 |
| (2) א. -3 | ב. 5 | ג. לא מוגדר. | ד. -2 | ה. -3 | ו. -10 |

סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

סדר פעולות חשבון:

- פעולות כפל וחילוק קודמות לפעולות חיבור וחסור.
- פעולות חזקה ושורש קודמות לפעולות כפל וחילוק.
- סוגריים קודמים לכל.

שאלות:

1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{81} + 3 \cdot 2^3 - 40 : 8$	ב. $(-3)^2 : 9 - 2 \cdot (-4^2)$
ג. $\sqrt{144} - 20 : 4 + 3 \cdot (-2)^2$	ד. $3 + 4 \cdot [-3 + 4 \cdot (-2)] + \sqrt{10 + 6}$
ה. $(-3)^4 : (-9) - 5 \cdot (-2)^3$	ו. $-\sqrt{9} + 5^2 : (-4 - 1) - 24 : 12 \cdot 3$
ז. $-2^5 : (-8) + 4^2 - 3 \cdot 5$	ח. $\sqrt[3]{-27} + 4 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^3$
ט. $[6 \cdot (-1)^4 - 10 \cdot (-1)^3] \cdot (-1)^5$	י. $(8 - \sqrt[3]{64}) \cdot (2 \cdot (-4) - \sqrt[5]{243})$
יא. $\frac{3^2 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^3}{(5^2 \cdot 3 - 72) \cdot (-4)} + 2 \cdot \{15 - 20 : (4 + 3 \cdot 2)\}$	

תשובות סופיות:

1) א. 28	ב. 33	ג. 19	ד. -37	ה. 31	ו. -14
ז. 5	ח. -21	ט. -16	י. -44	יא. 20	

אחוזים:

סיכום כללי:

הגדרה כללית - שבר:

השבר הוא חלק מתוך השלם. מקובל לסמן שבר באמצעות קו שבר המפריד בין המונה (החלק העליון) למכנה (החלק התחתון) באופן הבא:

$$\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$$

ישנם שלושה סוגים אפשריים של שברים:

- שבר פשוט – בו המונה קטן מהמכנה (ולכן תמיד יהיה קטן מ-1).
- שבר מדומה – בו המונה גדול מהמכנה (יהיה גדול בערכו מ-1).
- שבר מעורב – המכיל שילוב של מספר שלם ושבר כלשהו.

שבר עשרוני:

שבר שהמכנה שלו הוא מספר המהווה כפולות של 10 כגון: 10, 100, 1000 ... שבר עשרוני מיוצג ע"י נקודה עשרונית אשר מבדילה בין החלק שלם לחלק השברי באופן הבא:

$$\underbrace{XX}_{\text{שברים שלמים}} . \underbrace{YYY}$$

כדי להמיר שבר פשוט לשבר עשרוני המכנה צריך להיות בכפולות של 10.

הגדרה - אחוז:

השבר $\frac{1}{100}$ מוגדר להיות אחוז אחד ומסומן באופן הבא: 1%.

באופן זה השבר $\frac{45}{100}$ יכתב: 45%, והשבר $\frac{145}{100}$ יכתב: 145%.

שאלות:

12) צבע את החלקים המתאימים בכל עיגול:

ב. צבע $\frac{1}{6}$ מהעיגול



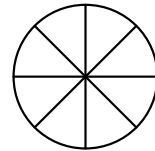
א. צבע $\frac{1}{2}$ מהעיגול



ד. צבע $\frac{2}{5}$ מהעיגול



ג. צבע $\frac{3}{8}$ מהעיגול



13) כתוב את השבר המתאים לחלקים הצבועים בכל אחד מהמקרים הבאים:

ב. שבר:



ד. שבר:



א. שבר:



ג. שבר:



14) הרחב את השברים הבאים :

א. השבר $\frac{1}{2}$ לפי מכנה 4, לפי מכנה 18, לפי מכנה 40.

ב. השבר $\frac{3}{5}$ לפי מכנה 10, לפי מכנה 25, לפי מכנה 60.

ג. השבר $\frac{5}{8}$ לפי מכנה 16, לפי מכנה 32, לפי מכנה 88.

15) צמצם את השברים הבאים ככל הניתן :

א. $\frac{25}{30}$	ב. $\frac{10}{30}$	ג. $\frac{6}{24}$	ד. $\frac{4}{20}$
ה. $\frac{35}{56}$	ו. $\frac{24}{42}$	ז. $\frac{36}{48}$	ח. $\frac{33}{121}$

16) המר את השברים המדומים הבאים לשברים מעורבים :

א. $-\frac{20}{3}$	ב. $\frac{19}{4}$	ג. $\frac{12}{5}$	ד. $\frac{22}{5}$
ה. $-\frac{34}{6}$	ו. $-\frac{50}{7}$	ז. $\frac{47}{8}$	ח. $\frac{60}{9}$

17) המר את השברים המעורבים הבאים לשברים מדומים :

א. $1\frac{2}{3}$	ב. $3\frac{5}{6}$	ג. $4\frac{1}{2}$	ד. $6\frac{1}{4}$
ה. $11\frac{3}{4}$	ו. $-2\frac{5}{8}$	ז. $-6\frac{2}{7}$	ח. $12\frac{7}{9}$

18) קבע איזה שבר גדול יותר בכל אחד מהמקרים הבאים :

א. $\frac{4}{10}$ או $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{7}{6}$ או $\frac{7}{8}$
ג. $\frac{5}{6}$ או $\frac{2}{3}$	ד. $\frac{7}{12}$ או $\frac{5}{18}$

(19) המר את השברים העשרוניים הבאים לשברים פשוטים מצומצמים או מעורבים:

א. 0.7	ב. 0.07	ג. 0.007	ד. 0.34
ה. 0.304	ו. 0.65	ז. 1.2	ח. 1.02
ט. 1.42	י. 3.5	יא. 6.03	יב. 5.125

(20) המר את השברים הבאים לשברים עשרוניים:

א. $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{3}{100}$	ג. $\frac{3}{1000}$	ד. $\frac{23}{1000}$
ה. $\frac{1}{2}$	ו. $\frac{3}{4}$	ז. $\frac{2}{5}$	ח. $\frac{4}{25}$
ט. $\frac{7}{50}$	י. $\frac{3}{20}$	יא. $\frac{7}{8}$	יב. $\frac{9}{16}$
יג. $9\frac{1}{10}$	יד. $3\frac{1}{5}$	טו. $4\frac{7}{8}$	טז. $-4\frac{1}{16}$

(21) כתוב את השברים הבאים בצורתם העשרונית (היעזר במחשבון וכתוב עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית):

א. $\frac{2}{3}$	ב. $\frac{5}{6}$	ג. $\frac{3}{7}$	ד. $\frac{2}{11}$
------------------	------------------	------------------	-------------------

(22) המר מאחוזים לשברים פשוטים:

א. 25%	ב. 32%	ג. 64%	ד. 80%
ה. 120%	ו. 5%	ז. 300%	ח. 150%

(23) המר משברים פשוטים לאחוזים:

א. $\frac{3}{4}$	ב. $\frac{1}{8}$	ג. $\frac{4}{5}$	ד. $\frac{7}{20}$
ה. $\frac{11}{40}$	ו. $\frac{70}{125}$	ז. $\frac{5}{6}$	ח. $\frac{4}{9}$

תשובות סופיות:

(12) תשובה מודגמת בסרטון.

- (13) א. $\frac{1}{5}$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{2}{3}$ ד. $\frac{3}{4}$
- (14) א. $\frac{4}{8}, \frac{18}{36}, \frac{40}{80}$ ב. $\frac{30}{50}, \frac{75}{125}, \frac{180}{300}$ ג. $\frac{80}{128}, \frac{160}{256}, \frac{440}{700}$
- (15) א. $\frac{5}{6}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{1}{5}$ ה. $\frac{5}{8}$ ו. $\frac{4}{7}$
- (16) א. $-6\frac{2}{3}$ ב. $4\frac{3}{4}$ ג. $2\frac{2}{5}$ ד. $4\frac{2}{5}$ ה. $-5\frac{4}{6}$ ו. $-7\frac{1}{7}$
- (17) א. $\frac{5}{3}$ ב. $\frac{23}{6}$ ג. $\frac{9}{2}$ ד. $\frac{25}{4}$ ה. $\frac{47}{4}$ ו. $-\frac{21}{8}$
- (18) א. $\frac{4}{10}$ ב. $\frac{7}{6}$ ג. $\frac{5}{6}$ ד. $\frac{7}{12}$
- (19) א. $\frac{7}{10}$ ב. $\frac{7}{100}$ ג. $\frac{7}{1000}$ ד. $\frac{17}{50}$ ה. $\frac{38}{125}$ ו. $\frac{13}{20}$
- (20) א. 0.3 ב. 0.03 ג. 0.003 ד. 0.023 ה. 0.5 ו. 0.75
- א. 0.4 ב. 0.16 ג. 0.14 ד. 0.15 ה. 0.875 ו. -4.0625
- א. 0.5625 ב. 9.1 ג. 3.2 ד. 4.875 ה. 0.18
- (21) א. $0.\overline{6}$ ב. $0.\overline{83}$ ג. 0.428 ד. $0.\overline{18}$
- (22) א. $\frac{1}{4}$ ב. $\frac{8}{25}$ ג. $\frac{16}{25}$ ד. $\frac{4}{5}$ ה. $1\frac{1}{5}$ ו. $\frac{1}{20}$
- א. 3 ב. $1\frac{1}{2}$

23 א. 75% ב. 12.5% ג. 80% ד. 35% ה. 27.5% ו. 56%

ז. 83.333% ח. 44.444%

כפל וחילוק שברים:

סיכום כללי:

- כשכופלים שני שברים יש לכפול מונה במונה ומכנה במכנה.
 - במידה ומדובר במספר שלם הכופל שבר, יש לכפול אותו במונה.
 - במידה ומדובר בשברים מעורבים, יש להפוך אותם תחילה לשברים מדומים ורק אז לבצע את פעולת הכפל.
- כדי לחלק שברים, יש לכפול את השבר הראשון בהופכי של השבר השני.
 - הופכי של שבר מסוים מתקבל ע"י החלפת המונה במכנה.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

$\frac{2}{9} \cdot \frac{8}{10}$ ג.	$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$ ב.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$ א.
$\frac{12}{25} \cdot 5$ ו.	$6 \cdot \frac{2}{3}$ ה.	$3 \cdot \frac{4}{5}$ ד.
$3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{2}{5}$ ט.	$3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5}$ ח.	$1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{4}$ ז.
$\frac{4^3}{5}$ יב.	$\frac{4}{5^3}$ יא.	$\left(\frac{4}{5}\right)^3$ י.

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

$\frac{3}{25} : \frac{7}{10}$ ג.	$\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ ב.	$\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$ א.
$\frac{5}{6} : 3$ ו.	$10 : \frac{2}{3}$ ה.	$8 : \frac{2}{9}$ ד.
$2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{15}$ ט.	$3\frac{3}{4} : 5\frac{5}{8}$ ח.	$\frac{2}{5} : 5$ ז.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{9}{20}$ ב. $\frac{5}{21}$ ג. $\frac{8}{45}$ ד. $2\frac{2}{5}$ ה. 4 ו. $2\frac{2}{5}$
- ז. $3\frac{3}{5}$ ח. $15\frac{2}{5}$ ט. $8\frac{8}{35}$ י. $\frac{64}{125}$ יא. $\frac{4}{125}$ יב. $12\frac{4}{5}$
- (2) א. $\frac{9}{10}$ ב. $1\frac{1}{2}$ ג. $\frac{6}{35}$ ד. 36 ה. 15 ו. $\frac{5}{18}$
- ז. $\frac{2}{25}$ ח. $\frac{2}{3}$ ט. 2

חיבור וחסור שברים:

סיכום כללי:

כפולה משותפת מינימלית:

בהינתן זוג מספרים a ו- b , המספר הקטן ביותר אשר תוצאת חלוקתו במספרים הנ"ל מניבה מספר שלם נקרא הכפולה המינימלית שלהם.

הערות:

- כפולה מינימלית יכולה להיות גם עבור יותר משני מספרים.
- הכפולה המינימלית תהיה המכנה המשותף בעת פעולות חיבור וחסור של שברים.

כללי החיבור והחסור של שברים:

- חיבור וחסור של שברים בעלי אותו המכנה מתבצע על המספרים שבמונה בלבד כאשר המכנה נשאר כפי שהוא.
 דוגמא: $\frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7}$, $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$
- חיבור וחסור של שברים בעלי מכנים שונים מתבצע ע"י פעולת מכנה משותף.
 דוגמא: $\frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{3-10}{12} = -\frac{7}{12}$, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$
- חיבור של שבר עם מספר שלם יתבצע באופן ישיר.
 דוגמא: $3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$
 חיסור של שבר ממספר שלם יתבצע ע"י הוצאת שלמים מהשבר.
 דוגמא: $3 - \frac{1}{4} = 2\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$
 דרך נוספת היא ע"י העברת המספר השלם לשבר מדומה: $3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$
- חיבור וחסור של שברים מעורבים יתבצע ע"י העברתם לשברים מדומים תחילה.
 דוגמא: $3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} = \frac{17}{5} + \frac{13}{6} = \frac{17 \cdot 6}{30} + \frac{13 \cdot 5}{30} = \frac{102+65}{30} = \frac{167}{30} = 5\frac{17}{30}$
 ניתן גם לפצל ולבצע את פעולת החיבור (או החיסור) של המספרים השלמים תחילה,

ולאחר מכן לבצע את הפעולה עבור השברים.

$$\text{דוגמא: } 2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} = (2-5) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = -3 + \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12}\right) = -3 + \frac{5}{12} = -2\frac{7}{12}$$

שאלות:

(1) מצא את הכפולה המשותפת המינימלית של המספרים הבאים:

- | | | | |
|-----------|----------|--------------|-------------|
| א. 2 ו-3 | ב. 2 ו-4 | ג. 3 ו-5 | ד. 6 ו-10 |
| ה. 4 ו-10 | ו. 4 ו-6 | ז. 3, 5 ו-10 | ח. 2, 3 ו-8 |

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--|---|
| א. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ | ב. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ |
| ג. $\frac{4}{13} + \frac{9}{13}$ | ד. $\frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ |
| ה. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ | ו. $\frac{8}{9} - \frac{7}{9}$ |
| ז. $\frac{2}{12} - \frac{5}{12}$ | ח. $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}$ |
| ט. $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ | י. $\frac{7}{15} + \frac{8}{15} - \frac{6}{15}$ |

(3) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--|---|
| א. $\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$ | ב. $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ |
| ג. $\frac{4}{6} - \frac{1}{12}$ | ד. $\frac{3}{6} - \frac{5}{8}$ |
| ה. $\frac{5}{4} + \frac{7}{2} + \frac{2}{8}$ | ו. $\frac{7}{3} + \frac{6}{5} + \frac{3}{10}$ |
| ז. $\frac{4}{7} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ | ח. $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} - \frac{3}{5}$ |

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.	$2 + \frac{5}{6}$
ב.	$2 - \frac{5}{6}$
ג.	$2\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$
ד.	$2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$
ה.	$3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}$
ו.	$5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{2}$
ז.	$2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{9}$
ח.	$\frac{3}{4} - 1\frac{1}{5} + \frac{8}{20}$

(5) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.	$\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\frac{1}{3}$
ב.	$\frac{3}{14} : \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - \frac{2}{5}$
ג.	$\frac{5}{11} \cdot 2\frac{3}{4} - 6 : \frac{2}{5}$
ד.	$2\frac{4}{5} : \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{7} + \frac{1}{6}$
ה.	$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$

תשובות סופיות:

- (1) א. 6 ב. 4 ג. 15 ד. 30 ה. 20 ו. 12
 ז. 30 ח. 24
- (2) א. $\frac{4}{5}$ ב. $\frac{7}{9}$ ג. 1 ד. $1\frac{3}{4}$ ה. $\frac{1}{2}$ ו. $\frac{1}{9}$
 ז. $-\frac{1}{4}$ ח. $-\frac{4}{5}$ ט. $1\frac{5}{8}$ י. $\frac{3}{5}$
- (3) א. $1\frac{5}{6}$ ב. $\frac{7}{10}$ ג. $\frac{7}{12}$ ד. $-\frac{1}{8}$ ה. 5 ו. $3\frac{5}{6}$
 ז. $\frac{19}{21}$ ח. $-\frac{1}{10}$
- (4) א. $2\frac{5}{6}$ ב. $1\frac{1}{6}$ ג. $3\frac{1}{12}$ ד. $1\frac{5}{12}$ ה. $7\frac{11}{12}$ ו. $-\frac{5}{8}$
 ז. $2\frac{13}{18}$ ח. $-\frac{1}{20}$
- (5) א. $2\frac{11}{24}$ ב. $1\frac{1}{10}$ ג. $-13\frac{3}{4}$ ד. $2\frac{5}{6}$ ה. $3\frac{5}{18}$

בעיות יסודיות באחוזים:

סיכום כללי:

נוסחה לביצוע חישובים עם אחוזים:

$$\text{תמורת האחוז} = \text{שלם} \cdot \frac{\text{אחוז}}{100}$$

למשל, בהינתן גודל שלם 120, אשר יש לחשב כמה הם 40 אחוזים ממנו, נקבל לפי

$$\text{הנוסחה: } 48 = 120 \cdot \frac{40}{100}, \text{ כלומר: תמורת האחוז 40 מהגודל 120 היא 48.}$$

שאלות:

- (1) בכיתה 30 תלמידים. 60% מתוכם בנות.
 - א. כמה בנות בכיתה?
 - ב. כמה בנים בכיתה?
- (2) בכיתה 28 בנות המהוות 70% מכלל התלמידים בכיתה.
 - א. כמה תלמידים בכיתה?
 - ב. כמה בנים בכיתה?
- (3) מחיר בגדים הוא 300 ₪. בסוף העונה הוא נמכר ב-20% הנחה.
 - א. מהו מחירו בסוף העונה?
 - ב. מה גודל ההנחה?
- (4) מחיר ההשקה של בושם מסוים הוא 500 ₪. לאחר מכן מועלה מחירו ב-8%.
 - א. מה מחירו הסופי?
 - ב. מה גודל ההתייקרות?
- (5) מחיר ליטר דלק הוא 5 ₪ לליטר. בחנוכה מוזל מחירו ב-7%. בפסח מועלה מחירו ב-7%. מה מחירו בסוף השנה?

6) מוצר מסויים מתייקר בסוכות ב-12%. בפורים מוזל המוצר ב-12%. מחירו בסוף השנה הוא 394.24 ₪. מה מחירו בתחילת השנה?

7) ענה על השאלות הבאות:

- א. באולם קולנוע 200 צופים, מתוכם 176 בניס. מה אחוז הבניס בקהל?
 ב. בכיתה 30 תלמידים, מתוכם 18 בנות. מה אחוז הבנות בכיתה?
 ג. מחיר מוצר התייקר מ-80 ₪ ל-120 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
 ד. מחיר מוצר הוזל מ-120 ₪ ל-80 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?
 ה. מחיר מוצר התייקר מ-150 ₪ ל-200 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
 ו. מחיר מוצר מוזל הוזל מ-200 ₪ ל-150 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?

תשובות סופיות:

- 1) א. 18 בנות. ב. 12 בניס.
 2) א. 40 תלמידים. ב. 12 בניס.
 3) א. 240 ₪. ב. 60 ₪.
 4) א. 540 ₪. ב. 40 ₪.
 5) א. 4.9755 ₪.
 6) א. 400 ₪.
 7) א. 88%. ב. 60%. ג. 50%. ד. 33.33%. ה. 33.33%. ו. 25%.

חזרה על תבניות מספר:

סיכום כללי:

משתנה הוא סמל המתאר כמות או גודל כלשהם אשר אינם ידועים ועשויים להשתנות.

תבנית מספר היא ביטוי אלגברי אשר מכיל משתנה (או משתנים).

ניתן להציב במשתנים ערכים מספריים שונים ולקבל תוצאות שונות עבור תבנית המספר עצמה.

במתמטיקה, תפקידה של תבנית המספר הוא להביע גודל מסוים אשר לערכו יש משמעויות שונות. דוגמא לכך היא: קנייה של x פריטים, אשר כל אחד עולה 3 שקלים, יניבו תבנית מספר של $3 \cdot x$ אשר מייצגת את הסכום הכולל של הפריטים.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

א. $2x+5$ כאשר $x=3$ ב. x^2+3x כאשר $x=2$

ג. $-x^2+2x+3$ כאשר $x=5$ ד. $-x^2-9x+5$ כאשר $x=5$

ה. x^3+1 כאשר $x=-2$ ו. $4-x^3$ כאשר $x=-1$

ז. $(x+1)(2-x)$ כאשר $x=4$ ח. $x^2(3x-4)$ כאשר $x=3$

(2) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

א. $27x^5-2x^3+x$ כאשר $x=\frac{1}{3}$ ב. $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+6$ כאשר $x=-\frac{2}{3}$

(3) הצב את הערכים המספריים במקום הפרמטרים וחשב את ערך תבנית המספר:

א. $a^2+2ab+b^2$ עבור: $a=3, b=-5$

ב. $(x-3)^2+3x^2b$ עבור: $x=5, b=-1$

ג. $-x^3-2xy+y^4$ עבור: $x=-2, y=-1$

ד. $\frac{(a-2c)^4}{a}-a^2$ עבור: $a=2, c=-2$

ה. $\frac{4a^2-3b}{c}$ עבור: $a=-1, b=2, c=-4$

ו. $\sqrt{c-3a}$ עבור: $c=13, a=-1$ ועבור: $c=82, a=\frac{1}{3}$

ז. $\frac{p^3+2\sqrt{q+1}}{m}$ עבור: $p=-5, q=48, m=3$

תשובות סופיות:

- (1) א. 11 ב. 10 ג. -12 ד. -65 ה. -7 ו. 5
 ז. -10 ח. 45
- (2) א. $\frac{10}{27}$ ב. $5\frac{22}{27}$
- (3) א. 4 ב. -71 ג. 5 ד. 644 ה. $\frac{1}{2}$
 ו. הצבה ראשונה: 4, הצבה שניה: 9
 ז. -37

כינוס איברים:

סיכום כללי:

תבניות אלגבריות יכולות להכיל איברים רבים ולכן נרצה לכנס אותם על מנת לפשט את התבנית. כדי לכנס איברים ניקח את כל קבוצת האיברים מאותו הסוג ונחבר את המקדמים שלהם. דוגמא: $3x + 6x - 5x = (3 + 6 - 5)x = 4x$.
 איברים שונים נבדלים זה מזה בערך התבנית האלגברית שלהם.
 כך: $3x$ שונה מ- $4y$ ושונה מ- $2xy$. באותו האופן, האיברים x ו- x^2 הם שונים.

שאלות:

(1) כנס איברים דומים:

- | | |
|--|---|
| א. $5x + 7x - 4x$ | ב. $9x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 2x^2$ |
| ג. $-10xy + 15xy + xy - 2yx$ | ד. $x^2y - 3yx^2 + x^2y$ |
| ה. $8a^2 + 10a - 5a^2 - 11a + a^2$ | ו. $2x^2 - 3m^2 - x^2 + 3m^2$ |
| ז. $3xy + y - 30y + 6yx - 7y$ | ח. $mn^2 + 4m^2n + 6n^2m - 10nm^2 + mn^2$ |
| ט. $-6 + x^3 + 4 - 3x^3 + 17x^3 - 17$ | י. $y^2 + x^2 - 5x^2 + 5y^2 + 4x^2 - 6y^2$ |
| יא. $7x^2 - 3x - 4x + 2$ | יב. $5xy + 2x - 3yx - x + 1$ |
| יג. $3 - x - x^2 + 4x + 5x^2 - 12$ | יד. $x + xy + y - 6yx - 6y - 6x$ |
| טו. $mn + n - 5m + 5nm - 14n + 3m$ | טז. $ab^2 + 6ba^2 - 6b + 16a^2b + 3b - 6b^2a$ |
| יז. $z^3 - 4z^2 + 7 - z^3 - 8 + 8z^2$ | יח. $4x^2z + 6xz^2 - 6 - xz^2 + 12 + 10zx^2$ |
| יט. $2 - x^3 - 3 - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2$ | כ. $x^3 - 3x - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2x^3$ |
| כא. $2a^2b + 3x^2y + 5a^2b + 10x^2y$ | כב. $12x^2y^3 + 13a^2 - 20x^2y^3 + 2a^2$ |
| כג. $2y^2 - 4x^3y^2 - 10y^2 - x^3y^2$ | כד. $-2x^3y + 5x^2 - 4yx^3 - 6x^2$ |
| כה. $2a^2b + 2b + 3a^2 + 5b$ | כו. $5a^2b - 8ab^2 + 20a^2b - 14ab^2$ |
| כז. $-12x^2 + 2y^2 + 3x^2y + 14xy^2 - 5xy^2 - 6y^2 + 2xy + 11x^2 + x^2y - 9xy$ | |
| כח. $21x^3y^3 + x^2y^2 - 3xy^3 + x^3y - 15x^2y^2 - 7x^3y + 12x^3y^3 - 4xy^3 + 4xy^3 - 6x^3y$ | |

תשובות סופיות:

- (1) א. $8x$ ב. $2x^2$ ג. $4xy$
- ד. $-x^2y$ ה. $4a^2 - a$ ו. x^2
- ז. $9xy - 36y$ ח. $8mn^2 - 6nm^2$ ט. $15x^3 - 19$
- י. $-13n - 2m + 6mn$ יא. $7x^2 - 7x + 2$ יב. $2xy + x + 1$ יג. $4x^2 + 3x - 9$
- יד. $-5x - 5y - 5xy$ יו. $-5ab^2 + 22a^2b - 3b$ יז. $4z^2 - 1$ יח. $14x^2z + 5xz^2 + 6$
- יט. $-3x^2 + 2x - 3$ כ. $-3x^2 - x$ כא. $7a^2b + 13x^2y$
- כב. $-8x^2y^3 + 15a^2$ כג. $-8y^2 - 5x^3y^2$ כד. $-6x^3y - x^2$
- כה. $2a^2b + 3a^2 + 7b$ כו. $25a^2b - 22ab^2$
- כז. $-x^2 - 4y^2 + 4x^2y + 9xy^2 - 7xy$
- כח. $33x^3y^3 - 14x^2y^2 - 3xy^3 - 12x^3y$

פישוט ביטויים ע"י פתיחת סוגריים:

סיכום כללי:

בעת ביצוע כפל בין שני איברים יש לכפול את המקדמים בנפרד ואת האותיות (משתנים) בנפרד.

כלל הפילוג:

$$\bullet a(b+c) = ab+ac$$

$$\bullet (a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $2x \cdot 3x$	ב. $-4x \cdot (-7x)$	ג. $-2x \cdot (-4x) \cdot (-3)$
ד. $8m^2 \cdot 4m^3$	ה. $3a^3 \cdot (-2a^2)$	ו. $-b \cdot 4b^2 \cdot \frac{b^2}{2}$
ז. $a \cdot 3b$	ח. $4a^2 \cdot 7b^2$	ט. $ab \cdot (-2a^2b)$

(2) פשט את הביטויים הבאים ע"י פתיחת סוגריים:

א. $2(3x-4)$	ב. $2(-3x^2+5x-1)$
ג. $(7x-2)4$	ד. $(1-2x)(-2)$
ה. $a(3a-1)$	ו. $b(b^2-3b+4)$
ז. $2x(5x+3)$	ח. $5x(x^2+2x-3)$
ט. $3t^2(4t-t^2+6)$	י. $\frac{5}{2}(4d^4-3d)d$

3 פשט את הביטויים הבאים :

א. $5x + (3x - 2) + (-4 - 2x)$ ב. $7x + (-4x - 5) + 3x + (-1 + 7x)$

ג. $8 - (2x - 5) - (4x + 2)$ ד. $-6x - (-3x - 1) - (-7 - 4x) + 1$

ה. $(3 - 2x^2 + 4)2 + 3(x - x^2) - 6(7 - 5x) + 4x^2$

ו. $3y^2 - (y + 1 - 2y^2) + 6(5y - 6) - (-y - 4)3 + 5(y^2 + 1) - 7$

4 פשט את הביטויים הבאים :

א. $(x - 1)(x + 2)$ ב. $(x + 3)(x - 7)$

ג. $(3 - x)(x + 4)$ ד. $(3x + 4)(5x + 1)$

ה. $3(4x + 1)(2x - 3)$ ו. $-2(3x - 1)(5 - 2x)$

5 פשט את ערכי הביטויים הבאים :

א. $(x - 1)(x + 3) + 2(3 - x)$

ב. $(a + 4)(a - 2) - (a + 5)(a - 3)$

ג. $(2m - 3)(4m + 3) + 5(2m^2 - 6)$

ד. $-x^2y^2(x^3y + x^2) + 2xy(2x^3y - x^4y^2)$

תשובות סופיות:

- (1) א. $6x^2$ ב. $28x^2$ ג. $-24x^2$ ד. $32m^5$ ה. $-6a^5$ ו. $-2b^5$
 ז. $3ab$ ח. $28a^2b^2$ ט. $-2a^3b^2$
- (2) א. $6x-8$ ב. $-6x^2+10x-2$ ג. $28x-8$ ד. $-2+4x$
 ה. $3a^2-a$ ו. b^3-3b^2+4b ז. $10x^2+6x$ ח. $5x^3+10x^2-15x$
 ט. $12t^3-3t^4+18t^2$ י. $10d^5-7.5d^2$
- (3) א. $6x-6$ ב. $13x-6$ ג. $-6x+11$ ד. $x+9$ ה. $-3x^2+33x-28$
 ו. $10y^2+32y-27$
- (4) א. x^2+x-2 ב. $x^2-4x-21$ ג. $-x^2-x+12$
- ד. $15x^2+23x+4$ ה. $24x^2-30x-9$ ו. $12x^2-34x+10$
- (5) א. x^2+3 ב. 7 ג. $18m^2-6m-39$ ד. $-3x^5y^3+3x^4y^2$

פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר:

סיכום כללי:

- נוסחת ריבוע של סכום/הפרש: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.
- נוסחה להפרש ריבועים: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+5)^2$	ב. $(x+2)^2$	ג. $(4x+5)^2$
ד. $(6x+2)^2$	ה. $(7x+y)^2$	ו. $(5x+2y)^2$
ז. $(x^2+7)^2$	ח. $(x^2+y^2)^2$	ט. $(x^3+2y^2x)^2$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-6)^2$	ב. $(x-2)^2$	ג. $(5-x)^2$
ד. $(6x-1)^2$	ה. $\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$	ו. $\left(\frac{1}{3}x-5\right)^2$
ז. $(3m-2n)^2$	ח. $\left(x^2-\frac{3}{5}y\right)^2$	ט. $(x^2y^2-7)^2$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-5)(x+5)$	ב. $(3+x)(x-3)$
ג. $(3x-1)(3x+1)$	ד. $(5-7x)(7x+5)$
ה. $\left(\frac{1}{2}x+6\right)\left(\frac{1}{2}x-6\right)$	ו. $\left(5y-\frac{1}{4}x\right)\left(\frac{1}{4}x+5y\right)$
ז. $(x^2+y)(x^2-y)$	ח. $(3a^2b^3-4)(3a^2b^3+4)$

4 פשט את הביטויים הבאים :

א. $(x+1)(x+2)-3x$ ב. $(x-5)(5x-1)+2(4+x)$

ג. $x(2x-1)(2x+1)-4x^2(x+1)$ ד. $-(y+3x)(y-3x)+(y-3x)^2$

ה. $x(x+3)-(6+x)(6x+2)-(x+2)^2$

ו. $-5(x+7)(x-7)+3(2x+5)(5-x)+(x+1)^2$

תשובות סופיות:

1 א. $x^2+10x+25$ ב. x^2+4x+4 ג. $16x^2+40x+25$

ד. $36x^2+24x+4$ ה. $49x^2+14xy+y^2$ ו. $25x^2+20xy+4y^2$

ז. $x^4+14x+49$ ח. $x^4+2x^2y^2+y^4$ ט. $x^6+4x^4y^2+4y^4x^2$

2 א. $x^2-12x+36$ ב. x^2-4x+4 ג. $25-10x+x^2$

ד. $36x^2-12x+1$ ה. $9x^2-3x+\frac{1}{4}$ ו. $\frac{1}{9}x^2-3\frac{1}{3}x+25$

ז. $9m^2-12mn+4n^2$ ח. $x^4-\frac{6}{5}x^2y+\frac{9}{25}y^2$ ט. $x^4y^4-14x^2y^2+49$

3 א. x^2-25 ב. x^2-9 ג. $9x^2-1$ ד. $25-49x^2$

ה. $\frac{1}{4}x^2-36$ ו. $25y^2-\frac{1}{16}x^2$ ז. x^4-y^2 ח. $9a^4b^6-16$

4 א. x^2+2 ב. $5x^2-24x+13$ ג. $-4x^2-x$

ד. $18x^2-6xy$ ה. $-6x^2-39x-16$ ו. $-10x^2+17x+321$

פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים:

סיכום כללי:

פירוק לגורמים הוא פעולה הפוכה לפתיחת סוגריים – נרצה להוציא את הגורמים המשותפים לאיברים מחוץ לסוגריים.

- פירוק לגורמים ע"י הוצאת איבר אחד משותף:

○ הוצאת מספר משותף: $2x - 8 = 2(x - 4)$

○ הוצאת אות משותפת: $x^2 - 12x = x(x - 12)$

○ הוצאת מספר ואות יחד: $3x^2 - 21x = 3x(x - 7)$

- פירוק לגורמים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר:

○ נוסחת הבינום של ניוטון: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

○ נוסחה להפרש ריבועים: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

שאלות:

- (1) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $3x - 12$ ב. $6y - 4$

ג. $20 - 8a$ ד. $4a^3 + 8b$

ה. $75m^2 + 25m + 15$ ו. $40a^2 - 8b^2 + 64c^2$

- (2) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $y^2 + 5y$ ב. $3x - 11x^3$

ג. $6y^2 + 5y^3 + 4y$ ד. $\frac{1}{2}a^7 - \frac{1}{4}a^5 + a^3$

3 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף :

א. $2x^2 - 8x$ ב. $3t^2 + 12t$

ג. $5n^3 - 20n^2 + 50n$ ד. $8y^2 + 6y^3 - 2y^4$

ה. $4x^2y^2 + 16x^2y - 20xy^2$ ו. $27mn - 3n^2m + 9n^3m$

4 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $x^2 + 10x + 25$ ב. $x^2 + 12x + 36$

ג. $y^2 - 18y + 81$ ד. $y^2 - 22y + 121$

ה. $4x^2 + 4x + 1$ ו. $16y^2 - 8y + 1$

ז. $9x^2 - 24x + 16$ ח. $25x^2 + 70x + 49$

5 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $r^2 - 25$ ב. $x^2 - 81$

ג. $25y^2 - 49$ ד. $121x^2 - 1$

ה. $x^2y^2 - 4$ ו. $9y^4 - 169x^4$

6 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף ונוסחאות הכפל המקוצר :

א. $y - y^3$ ב. $x^3 - 10x^2 + 25x$

ג. $m^4 - 1$ ד. $196x^4 - 140x^3 + 25x^2$

תשובות סופיות:

- (1) א. $3(x-4)$ ב. $2(3y-2)$ ג. $4(5-2a)$
- ד. $4(a^3+2b)$ ה. $5(15m^2+5m+3)$ ו. $8(5a^2-b^2+8c^2)$
- (2) א. $y(y+5)$ ב. $x(3-11x^2)$ ג. $y(6y+5y^2+4)$
- ד. $a^3\left(\frac{1}{2}a^4-\frac{1}{4}a^2+1\right)$
- (3) א. $2x(x-4)$ ב. $3t(t+4)$ ג. $5n(n^2-4n+10)$
- ד. $2y^2(4+3y-y^2)$ ה. $4xy(xy+4x-5y)$ ו. $3mn(9-n-3n^2)$
- (4) א. $(x+5)^2$ ב. $(x+6)^2$ ג. $(y-9)^2$ ד. $(y-11)^2$
- ה. $(2x+1)^2$ ו. $(4y-1)^2$ ז. $(3x-4)^2$ ח. $(5x+7)^2$
- (5) א. $(r+5)(r-5)$ ב. $(x+9)(x-9)$ ג. $(5y+7)(5y-7)$
- ד. $(11x+1)(11x-1)$ ה. $(xy+2)(xy-2)$ ו. $(3y^2+13x^2)(3y^2-13x^2)$
- (6) א. $y(1+y)(1-y)$ ב. $x(x-5)^2$ ג. $(m^2+1)(m+1)(m-1)$
- ד. $x^2(14x-5)^2$

פירוק הטרינום:

סיכום כללי:

טרינום משמעו תלת איבר מהצורה: $ax^2 + bx + c$ כאשר a, b ו- c הם מספרים כלשהם.

שיטת הטרינום מאפשרת לפרק את תלת האיבר ל-4 איברים ע"י פיצול האיבר bx לשני איברים באופן כזה שמאפשר להוציא גורם משותף.

הכלל הוא למצוא שני מספרים, m_1 ו- m_2 , שמקיימים: $m_1 \cdot m_2 = ac$ ו- $m_1 + m_2 = b$.
לאחר מכן ניתן לפרק את הטרינום: $ax^2 + bx + c = ax^2 + m_1x + m_2x + c$.
השלב האחרון הוא הוצאת גורם משותף מכל זוג: $ax^2 + \underbrace{m_1x + m_2x} + c$.

הערה:

במקרה שנוסחת השורשים ידועה, ניתן להיעזר בה כדי למצוא את המספרים m_1 ו- m_2 באופן

הבא: $m_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $m_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ולאחר מכן ניתן לכתוב את הטרינום

כמכפלה: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)(x - m_2)$. אם קיים פתרון (שורש) אחד $m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a}$

אז נכתוב: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)^2$ ואם לא קיימים פתרונות אז לא קיים פירוק כלל.

שאלות:

1) פרק את הביטויים הבאים לפי פירוק טרינום:

א. $x^2 + 5x + 4$	ב. $x^2 - 8x + 15$	ג. $x^2 - 33x + 62$
ד. $2x^2 + 7x - 15$	ה. $3x^2 - 11x + 6$	ו. $6x^2 + 5x + 1$
ז. $2x^2 + x - 6$	ח. $x^2 - 18x + 81$	ט. $x^2 + 2x + 8$

2) פרק את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחת השורשים.
הערה: במידה ולא למדת על נוסחת השורשים התעלם משאלה זו.

א. $6x^2 + 5x + 1$	ב. $x^2 + 5x + 4$
ג. $4x^2 + 20x + 25$	ד. $3x^2 - x + 20$

תשובות סופיות:

(1) א. $(x+1)(x+4)$ ב. $(x-3)(x-5)$ ג. $(x-2)(x-31)$

ד. $(2x-3)(x+5)$ ה. $(3x-2)(x-3)$ ו. $(3x+1)(2x+1)$

ז. $(x+2)(2x-3)$ ח. $(x-9)^2$ ט. אין פירוק.

(2) א. $6\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ב. $(x+1)(x+4)$ ג. $(2x+5)^2$ ד. אין פירוק.

שברים אלגבריים:

סיכום כללי:

הגדרה:

שבר אלגברי מורכב משתי תבניות, אשר אחת מחלקת את השנייה.

$$\text{דוגמא לשברים אלגבריים: } \frac{x+1}{x+2}, \frac{3x}{x^2+1}, \frac{4}{x-x^3}$$

במקרה בו המכנה הוא מספר, לא מדובר בשבר אלגברי מכיוון שניתן לכתוב את

$$\text{הביטוי ללא צורך בחילוק בין ביטויים שונים כגון: } \frac{3x+5}{4} = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

תחום הגדרה של שבר:

היות ושבר אלגברי הוא תבנית אשר יכולה לקבל ערכים שונים בעת הצבות שונות, חשוב להגביל את המספרים שניתן להציב באופן כזה שלא תתקבל חלוקה באפס.

$$\text{דוגמא: השבר } \frac{1}{x+4} \text{ לא מוגדר כאשר } x = -4 \text{ מכיוון שמתקבל: } \frac{1}{0}$$

במקרים אלו נדרוש **תנאי** על המשתנה אשר יכתב באופן הבא: $x \neq -4$ ומשמעו היא ש- x יכול לקבל על ערך מספרי אפשרי למעט -4, מכיוון שבמקרה זה השבר לא מוגדר.

כלל צמצום שברים אלגבריים:

ניתן לצמצם שברים אלגבריים ע"י הבאת המונה והמכנה למכפלה של ביטויים. במידה וקיימות פעולות החיבור והחיסור בין איברים שונים לא ניתן לבצע צמצום של איברים דומים בין המונה והמכנה. להלן מספר דוגמאות הנוגעות לצמצומים:

$$\bullet \text{ צמצום ע"י הוצאת גורם משותף: } \frac{2x+8}{x+4} = \frac{2(x+4)}{x+4} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י נוסחת כפל מקוצר: } \frac{3x-15}{x^2-10x+25} = \frac{3(x-5)}{(x-5)^2} = \frac{3 \cdot 1}{x-5} = \frac{3}{x-5}$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י פירוק טרינום: } \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-4)} = \frac{x-3}{x-4}$$

שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של השברים האלגבריים הבאים:

$\frac{5}{x-6}$.ב.	$\frac{x+4}{x+3}$.א.
$\frac{x^2+1}{x^2-4x}$.ד.	$\frac{x+7}{2x-8}$.ג.
$\frac{x^2}{x^2-4}$.ו.	$\frac{3}{x^2+2x+1}$.ה.
$\frac{8x-2}{3x^3-15x^2+12x}$.ח.	$\frac{6}{y^4-y^2}$.ז.

(2) צמצם את השברים הבאים (במידה ולא ניתן צמצם הסבר מדוע):

$\frac{a-x}{a}$.ב.	$\frac{ax}{a}$.א.
$\frac{x+1}{y+1}$.ד.	$\frac{a-ax}{a}$.ג.
$\frac{6x}{6y}$.ו.	$\frac{x}{x+y}$.ה.
$\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$.ח.	$\frac{x^2y}{xy^2}$.ז.
$\frac{3x^2}{x^2+3}$.י.	$\frac{4x^2y}{xy}$.ט.

(3) צמצם את השברים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{m^2+4m}{4m+16}$.ב.	$\frac{3x+12}{x+4}$.א.
$\frac{x^2-5x}{15-3x}$.ד.	$\frac{2a-12}{a^2-6a}$.ג.
$\frac{4x^3-2x^2}{6x-3}$.ו.	$\frac{3-18y^2}{6y^2-1}$.ה.
$\frac{3z^3-12z^2+4z}{z^2+5z}$.ח.	$\frac{3y}{y^3-3y^2}$.ז.

(4) צמצם את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{8n - n^2}{n^2 - 16n + 64} \quad \text{ב.}$	$\frac{x^2 + 10x + 25}{2x + 10} \quad \text{א.}$
$\frac{4m^2 + 20m + 25}{4m^2 + 10m} \quad \text{ד.}$	$\frac{z^3 - 4z^2}{2z^2 - 16z + 32} \quad \text{ג.}$
$\frac{a^3 + 4a^2b + 4ab^2}{3ab + 6b^2} \quad \text{ו.}$	$\frac{18y^2 - 24y + 8}{2y - 3y^2} \quad \text{ה.}$

(5) צמצם את השברים הבאים ע"י טרינום ריבועי וכתוב את תחום הגדרתם:

$\frac{m^2 - 12m + 32}{m - 4} \quad \text{ב.}$	$\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10} \quad \text{א.}$
$\frac{3z^2 + 26z + 16}{3z + 2} \quad \text{ד.}$	$\frac{4y - 10}{2y^2 + y - 15} \quad \text{ג.}$
$\frac{9n^2 - 12n}{4 + 5n - 6n^2} \quad \text{ו.}$	$\frac{x^2 + 5x - 36}{x^3 + 9x^2} \quad \text{ה.}$
$\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 + x - 56} \quad \text{ח.}$	$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6} \quad \text{ז.}$
$\frac{m^3n - m^2n^2 - m^2 + mn}{2m^2n^3 + mn^2 - 3n} \quad \text{י.}$	$\frac{3a^2b - 10ab^2 + 3b^3}{-3a^3b + 11a^2b^2 - 6ab^3} \quad \text{ט.}$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x \neq -3$ ב. $x \neq 6$ ג. $x \neq 4$ ד. $x \neq 0, x \neq 4$
 ה. $x \neq -1$ ו. $x \neq -2, x \neq 2$ ז. $y \neq 0, y \neq -1, y \neq 1$
 ח. $x \neq 0, x \neq 1, x \neq 4$
- (2) א. x ב. לא ניתן לצמצם. ג. $1-x$
 ד. לא ניתן לצמצם. ה. לא ניתן לצמצם. ו. $\frac{x}{y}$ ז. $\frac{x}{y}$
 ח. לא ניתן לצמצם. ט. $4x$ י. לא ניתן לצמצם.
- (3) א. $x \neq -4, 3$ ב. $\frac{m}{4}, m \neq -4$ ג. $\frac{2}{a}, a \neq 0, 6$
 ד. $-\frac{x}{3}, x \neq 5$ ה. $-3, y \neq \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$ ו. $\frac{2x^2}{3}, x \neq \frac{1}{2}$
 ז. $\frac{3}{y(y-3)}, y \neq 0, 3$ ח. $\frac{3z^2-12z+4}{z+5}, z \neq 0, -5$
- (4) א. $\frac{x+5}{2}, x \neq -5$ ב. $\frac{n}{8-n}, n \neq 8$ ג. $\frac{z^2}{2(z-4)}, z \neq 4$
 ד. $\frac{2m+5}{2m}, m \neq 0, -\frac{5}{2}$ ה. $\frac{2(2-3y)}{y}, y \neq 0, \frac{2}{3}$ ו. $\frac{a(a+2b)}{3b}, b \neq 0, a \neq -2b$
- (5) א. $\frac{1}{x-5}, x \neq 5, -2$ ב. $m-8, m \neq 4$ ג. $\frac{2}{y+3}, x \neq -3, \frac{5}{2}$
 ד. $z+8, z \neq -\frac{2}{3}$ ה. $\frac{x-4}{x^2}, x \neq 0, -9$ ו. $\frac{-3n}{2n+1}, n \neq -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$
 ז. $\frac{x+2}{x+3}, x \neq -2, -3$ ח. $\frac{x-7}{x+8}, x \neq 7, -8$
 ט. $\frac{3a-b}{a(2b-3a)}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq 3b, 2b \neq 3a$ י. $\frac{m(m-n)}{n(2mn+3)}, mn \neq 1, -\frac{3}{2}, n \neq 0$

כפל וחילוק של שברים אלגבריים:

סיכום כללי:

כפל שברים יתבצע ע"י הכפלת כל מונה בנפרד והכפלת כל מכנה בנפרד.
חילוק שברים יתבצע ע"י לקיחת ההופכי של שבר המחלק וביצוע פעולת כפל.

$$\bullet \text{ דוגמא לכפל שברים: } \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3} = \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3(x+1)} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{3x^{\cancel{2}}(x+1)} = \frac{1}{3x}$$

$$\bullet \text{ דוגמא לחילוק שברים: } \frac{4x}{y} : \frac{12}{y^2+y} = \frac{4x}{y} \cdot \frac{y^2+y}{12} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{y}} \cdot \frac{\cancel{y}(y+1)}{\cancel{12}_3} = \frac{x(y+1)}{3}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{8}$	ב. $\frac{x}{3} \cdot \frac{9}{x^2}$
ג. $7y \cdot \frac{5}{y^2}$	ד. $6x^2 \cdot \frac{3}{40x}$
ה. $(x^2+3x) \cdot \frac{2}{3x+9}$	ו. $(a^2-25) \cdot \frac{20}{5a+25}$
ז. $\frac{w^2-9}{w} \cdot \frac{w^2}{2w+6}$	ח. $\frac{y+4}{y^2+16} \cdot \frac{y^2-16}{2y+8}$
ט. $\frac{z^2+30z+225}{6z+90} \cdot \frac{12}{2z-10}$	י. $\frac{5n^2}{n^2-121} \cdot \frac{2n^2+44n+242}{n+2} \cdot \frac{n^2+4n+4}{n}$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{x}{8} : \frac{x}{6}$	ב. $\frac{y}{25} : \frac{5}{y}$
ג. $a^2 : \frac{1}{6a}$	ד. $\frac{5}{6a} : a^2$
ה. $(d^2-3d) : \frac{5d-15}{5d}$	ו. $\frac{t}{t+4} : \frac{3t}{t+4}$
ז. $\frac{y^2+8y+16}{8y^2} : \frac{y^2-16}{7y^2}$	ח. $\frac{a^2-64}{a^2-36} : \frac{a+8}{a+6}$

תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{x^2}{24}$ ב. $\frac{3}{x}$ ג. $\frac{35}{y}$ ד. $\frac{9x}{20}$ ה. $\frac{2x}{3}$

ו. $4(a-5)$ ז. $\frac{w(w-3)}{2}$ ח. $\frac{y^2-16}{2y^2+32}$ ט. $\frac{z+15}{z-5}$ י. $\frac{10n(n+11)(n+2)}{n-11}$

(2) א. $\frac{3}{4}$ ב. $\frac{y^2}{125}$ ג. $6a^3$ ד. $\frac{5}{6a^3}$ ה. d^2 ו. $\frac{1}{3}$

ז. $\frac{7(y+4)}{8(y-4)}$ ח. $\frac{a-8}{a-6}$

חיבור וחסור של שברים אלגברים:

סיכום כללי:

ביצוע פעולת החיבור והחסור תתבצע באופן זהה לשברים מספריים. נרצה להרחיב את השברים כך שהמכנה של שניהם יהיה זהה, ולאחר מכן נחבר את המונים. כדי להרחיב את השברים נעזר בפעולת מציאת מכנה משותף. לשם כך נעזר בפירוקים השונים כדי להביא את הביטויים שבכל מכנה לצורתם המופשטת. דוגמא לחיבור שברים בעלי אותו מכנה:

$$\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x} = \frac{1+(x+1)}{x} = \frac{x+2}{x}$$

דוגמא לחיבור מספר לשבר אלגברי:

$$2 + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)+3}{x+2} = \frac{2x+7}{x+2}$$

דוגמא לחיבור שברים עם מכנים שונים (ע"י פעולת מכנה משותף):

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{x+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י שימוש בפירוק לגורמים (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{1}{x^2-3x} + \frac{3}{x-3} = \frac{1}{x^2-3x} + \frac{3x}{x^2-3x} = \frac{1+3x}{x^2-3x}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי):

$$\frac{3}{x^2-6x+9} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{3}{(x-3)^2} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \frac{3(x+3)-2(x-3)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{x+15}{(x-3)^2(x+3)}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{a}{6} + \frac{a-5}{6}$

ג. $\frac{x-2}{x+1} + \frac{3+4x}{x+1}$

ב. $\frac{5}{x} + \frac{4x+3}{x}$

ד. $\frac{7z}{2z-3} - \frac{4z}{2z-3} - \frac{z+3}{2z-3}$

(2) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{1}{ab} - \frac{5}{bc}$

ג. $\frac{c}{ab} - \frac{ad}{bc} + \frac{2b}{cd}$

ה. $\frac{1}{(y+1)^2} + \frac{3}{y+1}$

ב. $\frac{1}{xy} + \frac{5}{yz} + \frac{4}{xz}$

ד. $-\frac{5}{x} + \frac{x+1}{xy^2}$

ו. $\frac{3}{z(z-3)} - \frac{2}{z(z-2)}$

(3) פשט את הביטויים הבאים:

א. $1 - \frac{2}{x}$

ג. $2 + \frac{2}{x+1}$

ה. $\frac{a+1}{a^2} - \frac{3-a}{4a} - 3$

ב. $1 + \frac{3}{y^2}$

ד. $3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x}$

ו. $\frac{x}{9yz} + \frac{z}{3y^2x} + \frac{3-y}{12xz} - 3\frac{1}{2}$

(4) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x}$

ג. $\frac{a+1}{a+2} + \frac{3}{a}$

ב. $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y}$

ד. $\frac{1}{z+3} + \frac{2}{3z} - \frac{3}{z}$

5 פשט את הביטויים הבאים :

א. $\frac{24}{a^2-9} + \frac{4}{a+3}$

ג. $\frac{y}{(y-2)^2} + \frac{3y}{4-y^2}$

ה. $\frac{x-1}{x^2+3x-40} + \frac{2}{-x^2+8x-15}$

ז. $\frac{x}{x-3} + \frac{9-x}{x^2-8x+15}$

ב. $\frac{3}{x^2-16} + \frac{2}{(x+4)^2}$

ד. $\frac{3z}{z^2+4z+3} - \frac{z+0.5}{z^2+2z+1}$

ו. $\frac{2a+3}{2a^2+15a+7} + \frac{a+3}{a^2+14a+49}$

ח. $\frac{1}{a-b} + \frac{2}{a+2b} - \frac{3b}{a^2+ab-2b^2}$

6 פשט את הביטויים הבאים :

א. $\frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{8} + \frac{9}{x+1} \cdot \frac{x+1}{18}$

ג. $\frac{7}{y^2} : \frac{6}{y^3} - \frac{y-4}{63} \cdot \frac{3y-4}{y^2-8y+16}$

ה. $\left(\frac{2x+1}{20x^2-28x-3} - \frac{3x+1}{30x^2-17x-2} \right) : \frac{18x+3}{6x^2-13x+6}$

ב. $\left(\frac{2}{x} + 1 \right) \cdot \frac{x^2}{7x+14}$

ד. $\left(3x - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \right) : \frac{6x^3+2x-4}{x^2}$

תשובות סופיות:

$$1. \quad \begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{2a-5}{6} & (1) \\ \text{ב.} & \frac{4x+8}{x} & \\ \text{ג.} & \frac{5x+1}{x+1} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{c-5a}{abc} & (2) \\ \text{ב.} & \frac{z+5x+4y}{xyz} & \\ \text{ג.} & \frac{c^2d - a^2d^2 + 2ab^2}{abcd} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{-5y^2+x+1}{xy^2} & \\ \text{ה.} & \frac{3y+4}{(y+1)^2} & \\ \text{ו.} & \frac{1}{(z-2)(z-3)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x-2}{x} & (3) \\ \text{ב.} & \frac{y^2+3}{y^2} & \\ \text{ג.} & \frac{2x+4}{x+1} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{9x-2}{3x} & \\ \text{ה.} & \frac{-11a^2+a+4}{4a^2} & \\ \text{ו.} & \frac{4x^2y+12z^2+9y^2-3y^3-126xy^2z}{36xy^2z} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{4x+1}{x(x+1)} & (4) \\ \text{ב.} & \frac{y-6}{y(y+2)} & \\ \text{ג.} & \frac{a^2+4a+6}{a(a+2)} & \\ \text{ד.} & -\frac{4z+21}{3z(z+3)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{4}{a-3} & (5) \\ \text{ב.} & \frac{5x+4}{(x-4)(x+4)^2} & \\ \text{ג.} & \frac{2y(4-y)}{(y-2)^2(y+2)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ד.} & \frac{(4z+3)(z-1)}{2(z+1)^2(z+3)} & \\ \text{ה.} & \frac{x^2-6x-13}{(x+8)(x-5)(x-3)} & \\ \text{ו.} & \frac{4(a^2+6a+6)}{(a+7)^2(2a+1)} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ז.} & \frac{x-3}{x-5} \\ \text{ח.} & \frac{3}{a+2b} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x+1}{2} & (6) \\ \text{ב.} & \frac{x}{7} & \\ \text{ג.} & \frac{147y^2-594y+8}{126(y-4)} & \\ \text{ד.} & \frac{1}{2} & \end{array}$$

$$\text{ה.} \quad \frac{1}{3(10x+1)}$$

שברים כפולים:

סיכום כללי:

שבר כפול מורכב באופן הבא: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ כאשר מתקיים: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

נובע מכאן כי ניתן לצמצם ביטויים בין שני המכנים או שני המונים בלבד.

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים:

$\frac{5}{30t^2}$.ג	$\frac{y+1}{2y+2}$.ב	$\frac{4x}{12}$.א
$\frac{4x}{x+1}$.ו	$\frac{3y^3 - y^2}{25}$.ה	$\frac{t^2 - 81}{9t^2}$.ד
$\frac{1}{x} - 4 + \frac{x}{x+1}$.ט	$\frac{t^2 - t - 20}{16t + 8}$.ח	$\frac{8c^2}{3c^3 - 9c^2 - 12c}$.ז
$\frac{1-3x(x+1)}{5x+5}$	$\frac{25-t^2}{2t+1}$	$\frac{40}{15c+15}$

תשובות סופיות:

$\frac{(3y-1)(3-y)}{25}$.ה	$\frac{t-9}{54t^2}$.ד	$\frac{1}{6t^3}$.ג	2.5 .ב	$\frac{x^2}{3}$.א (1)
$\frac{5}{x}$.ט	$\frac{t+4}{-8(t+5)}$.ח	$\frac{c}{c-4}$.ז	$\frac{x(x+1)}{2}$.ו	

השלמת מתמטיקה

פרק 2 - משוואות אלגבריות

תוכן העניינים

47	1. משוואה ממעלה ראשונה
49	2. מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה
52	3. משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון
53	4. משוואה ממעלה שנייה
55	5. משוואות דו-ריבועיות
57	6. משוואות עם פרמטרים
59	7. משוואות עם שורשים
61	8. משוואות עם ערך מוחלט
62	9. מערכת משוואות ממעלה שנייה

משוואה ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא מהצורה: $ax = b$ (כלומר, החזקה של הנעלם היא 1).

פתרון של משוואה ממעלה ראשונה הוא: $x = \frac{b}{a}$ כאשר $a \neq 0$.

שלבי הפתרון הם:

1. ביצוע מכנה משותף (במידה וצריך).
2. פתיחת סוגריים אם ישנם.
3. העברת אגפים וכינוס אברים דומים (בידוד הנעלם באגף אחד והמספרים באגף שני).
4. בידוד הנעלם ומציאתו ע"י חילוק במקדם שלו.

שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות ממעלה ראשונה):

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| א. $6x + 2 = 8$ | ב. $7 - 2x = 7$ |
| ג. $2x + x = 24$ | ד. $2x + 6 = 8 + x$ |
| ה. $-7x + 5 + 2x = 4x - 13$ | ו. $6x - 3 + 5 - 7x = x - 5x - 7$ |
| ז. $2 - 5x + 7 = -3x + 8$ | ח. $x - 2 + 5x = 4 - 3x - 5 + 7x + 7$ |

2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פתיחת סוגריים):

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| א. $3(x - 1) - 4 = 2$ | ב. $7x - 4(3 - 4x) = -x$ |
| ג. $6(4 - x) - (6 - x) = 3x$ | ד. $5x - (3x - 7)4 = 21$ |
| ה. $x(x - 5) = x^2 - 7x + 8$ | ו. $(7 - x)(1 - x) - (x - 3)^2 = 0$ |

3 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה מספרי) :

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4 & \text{ב. } \frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1 \\ \text{ג. } \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15} & \text{ד. } \frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \\ \text{ה. } \frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 & \text{ו. } 5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \end{array}$$

4 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם נעלם במכנה) :

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 & \text{ב. } \frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} & \text{ד. } \frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \\ \text{ה. } \frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} & \text{ו. } \frac{1}{4x} + \frac{3}{x} = \frac{13}{2} \end{array}$$

5 פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה משותף ע"י פירוק לגורמים) :

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x^2+2}{3x^2+5x} = \frac{3x-1}{9x+15} & \text{ב. } \frac{7}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2-2x} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{(2-x)^2} + \frac{5}{12-3x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{4x^2-24x+36}{x-3} = 12 \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x=1$ ב. $x=0$ ג. $x=8$ ד. $x=2$ ה. $x=2$ ו. $x=-3$
- ז. $x=\frac{1}{2}$ ח. $x=4$
- (2) א. $x=3$ ב. $x=\frac{1}{2}$ ג. $x=2\frac{1}{4}$ ד. $x=1$ ה. $x=4$ ו. $x=-1$
- (3) א. $x=-18$ ב. $x=-30$ ג. $x=-1$ ד. $x=1$ ה. $x=-10$ ו. $x=-21$
- (4) א. $x=8$ ב. $x=-1$ ג. $x=-3$ ד. $x=-2$ ה. $x=2$ ו. $x=\frac{1}{2}$
- (5) א. $x=-6$ ב. $x=-7$ ג. $x=-7$ ד. $x=6, x \neq 3$

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

הגדרה:

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה (ליניאריות) היא מהצורה הבאה:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

כאשר a_1, b_1, c_1 ו- a_2, b_2, c_2 הם מקדמים מספריים.

$$\cdot \begin{cases} y = 3x - 1 \\ \frac{x+3}{2} = y + 6 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} : \text{דוגמאות למערכות של משוואות}$$

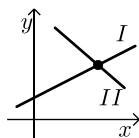
פתרון של מערכת משוואות:

פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת.

הצגה גרפית של מערכת משוואות:

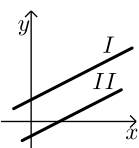
פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:



- הישרים נחתכים:

במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.



- הישרים מקבילים:

במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.



- הישרים מתלכדים:

במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.

פתרון אלגברי של מערכת משוואות:

- פתרון ע"י שיטת ההצבה :
נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.
נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.
 - פתרון ע"י השוואת מקדמים :
1. כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
 2. מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
 3. מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

הערה:

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \text{ ג.}$	$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \text{ ב.}$	$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \text{ א.}$
$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} \text{ ו.}$	$\begin{cases} -5x + 7y = -26 \\ x + 3y = -8 \end{cases} \text{ ה.}$	$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \text{ ד.}$

2) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \text{ ב.}$	$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \text{ א.}$
$\begin{cases} 4x = 3y - 29 \\ 5y = 9 - 13x \end{cases} \text{ ד.}$	$\begin{cases} 5y = 2x \\ 4x = 5y + 8 \end{cases} \text{ ג.}$

3 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 4x+8y=5 \end{cases} \text{ א.} \quad \begin{cases} 2(x-y)+4y=1+x \\ 2-7y+x=3(x-y) \end{cases} \text{ ב.}$$

4 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} 3y-x+2=4x+2-3y \\ 2x-3-y=5y-4x+3 \end{cases} \text{ א.} \quad \begin{cases} \frac{x-3}{8} - \frac{x+y}{16} = \frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y)-4x-11=0 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{2}{5}(x-y) = \frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \text{ ג.}$$

5 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{9}{x} - \frac{4}{y} = -7 \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} 4x - \frac{7}{y} = -3 \\ 5x + \frac{2}{y} = 7 \end{cases} \text{ ג.} \quad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 4 \end{cases} \text{ א.}$$

6 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} xy=20 \\ y(3x-4)=20 \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} x(y+2)+y=xy-5 \\ x-y=2 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 5x-4xy=22 \\ 6x+xy=-20 \end{cases} \text{ ג.}$$

תשובות סופיות:

- 1 א. (2,5) ב. (-7,-10) ג. (4,-2) ד. (0,1) ה. (1,-3) ו. (-2,3)
- 2 א. $(4, \frac{1}{3})$ ב. $(-\frac{4}{5}, 9)$ ג. (4,1.6) ד. (-2,7)
- 3 א. אין פתרון. ב. אינסוף פתרונות.
- 4 א. (6,5) ב. (7,1) ג. (7,2)
- 5 א. (1,1) ב. (-3,1) ג. (1,1)
- 6 א. (-1,-3) ב. (2,10) ג. (-2,4)

משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה:

למשוואה ממעלה ראשונה מהצורה: $ax = b$ יתכן פתרון יחיד אם ורק אם $a \neq 0$

מכיוון שניתן לחלק ולכתוב: $x = \frac{b}{a}$.

כאשר $a = 0$ מתקבלת המשוואה $0x = b$ ויתכנו שני מצבים:

1. אם $b = 0$ את המשוואה היא $0x = 0$ ויש אינסוף פתרונות המקיימים אותה.

2. אם $b \neq 0$ את המשוואה היא $0x = b \neq 0$ ואין אף ערך של x המקיים אותה.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

$$(1) \quad x + 4 = 6 + x \quad (2) \quad 3x + 6 - x = 4 + 2x + 2$$

$$(3) \quad 6(x - 2) = 2x + 5 + 4x \quad (4) \quad 5x - 3 + x = 4x + 2x - 3$$

$$(5) \quad \text{נתונה המשוואה: } 3 - 2(x + 2) = 5x + \square$$

א. איזה מספר יש להציב ב- \square על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?

ב. איזה מספר יש להציב ב- \square על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?

ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- \square על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- \square על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

תשובות סופיות:

(1) אף פתרון.

(2) אינסוף פתרונות.

(3) אין פתרון.

(4) אינסוף פתרונות.

(5) א. -8 ב. -1 ג. $-7x - 1$

ד. $-7x + k$ (כאשר k הוא מספר כלשהו חוץ מ-1).

משוואה ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

משוואה מהצורה: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), נקראת משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה יסומנו ב- x_1 ו- x_2 ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

- משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**
 אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.
 דוגמא: $x^2 + 5x - 4 = 0$.
- משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**
 אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.
 דוגמא: $x^2 + 4x + 4 = 0$.
- משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**
 אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.
 דוגמא: $x^2 + x + 4 = 0$.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x^2 + 10x - 16 = 0$

א. $x^2 + 3x - 10 = 0$

ד. $2x^2 - 6x + 5 = 0$

ג. $25x^2 - 20x + 4 = 0$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

א. $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 13$

ד. $(2x-1)^2 + x(2x+3) = (x-1)(x-7)$

ג. $2(x-5)^2 - (2x-3)^2 = 10x + 21$

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת b):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } x^2 - 36 = 0 & \text{ב. } 32x^2 - 18 = 0 \\ \text{ג. } 4x - x(x+2) = 3(x-1) - x - 6 & \text{ד. } (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 10 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת c):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } -7x^2 - 14x = 0 & \text{ב. } 5x^2 - x = 0 \\ \text{ג. } 6x(x-2) - 1 = 4x - 3(x+1) + 2 & \text{ד. } (5x-2)^2 = (x-2)(x+3) + 10 \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x} & \text{ב. } \frac{x^2-9}{x+3} + x = x^2 - 18 \\ \text{ג. } \frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{x}{2x^2-72} + \frac{2}{x^2+12x+36} = \frac{8x-15}{24-4x} + 2 \end{array}$$

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -5 \quad \text{ב. } x_1 = 2, x_2 = 8 \quad \text{ג. } x = \frac{2}{5} \quad \text{ד. אין פתרון.}$$

$$(2) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -1 \quad \text{ב. } x_1 = 1, x_2 = 1\frac{1}{4} \quad \text{ג. } x_1 = 1, x_2 = -10 \\ \text{ד. } x_1 = 0.6, x_2 = -2$$

$$(3) \text{ א. } x = \pm 6 \quad \text{ב. } x = \pm \frac{3}{4} \quad \text{ג. } x = \pm 3 \quad \text{ד. } x = \pm 1$$

$$(4) \text{ א. } x_1 = 0, x_2 = -2 \quad \text{ב. } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{5} \quad \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{6} \\ \text{ד. } x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{8}$$

$$(5) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -1.2 \quad \text{ב. } x = 5, x \neq -3 \quad \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = -5 \\ \text{ד. } x_1 = -7.6, x_2 = -4\frac{2}{7}$$

משוואות דו-ריבועיות:

סיכום כללי:

משוואה דו-ריבועית היא משוואה מהצורה: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ כאשר הנעלם הוא x .
פתרון המשוואה יבוצע ע"י מעבר לפרמטר: $x^2 = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0$ ומציאתו.
לאחר מכן יש להחזיר את ההצבה ולמצוא את ערכי x .

ניתן להביא משוואות לצורה זו ולהגדיר ביטוי המופיע בחזקות 2 ו-4

$$\text{כגון: } (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 2 = 0 \text{ באמצעות פרמטר: } t = x^2 - 1$$

ובכך לפתור משוואה: $t^2 + 3t - 2 = 0$ ולהחזיר את ההצבה עבור מציאת x .

דרך הפתרון תקפה לכל משוואה בה הנעלם מופיע בחזקות כפולות כגון 3 ו-6, או 4 ו-8.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \quad (2) \qquad 5x^4 + 3x^2 - 8 = 0 \quad (1)$$

$$x^2(x^2 + 1) = 10(3x^2 - 10) \quad (4) \qquad 13x^2(3x^2 - 1) - 2 = 3(x^2 - 1)(x^2 + 1) \quad (3)$$

$$x^3 + 4 = \frac{32}{x^3} \quad (6) \qquad x^6 + x^3 = 56 \quad (5)$$

$$x^8 - 4x^4 - 50 = 31x^4 - 84 \quad (8) \qquad x - 9\sqrt{x} + 14 = 0 \quad (7)$$

$$(2x^2 - x)^2 - 4(2x^2 - x) + 3 = 0 \quad (10) \qquad 125x^6 - 1 = 124(x^6 + x^3 + 1) \quad (9)$$

$$\frac{21}{x^2 - 4x + 10} = 6 + x^2 - 4x \quad (12) \qquad (x^2 + 2x)^2 + 7x^2 + 14x = -6 \quad (11)$$

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} \quad (14) \qquad \frac{12}{x^2 + 2x - 8} = 1 + \frac{7.5}{x^2 + 2x - 3} \quad (13)$$

$$\frac{x^2 - 1}{4x^2 - 28} + 2 = \frac{9}{x^4 - 8x^2 + 7} + \frac{x^2}{2x^2 - 2} \quad (16) \qquad \frac{3}{3x^2 - 15} + \frac{1}{x^2 + 5} = \frac{10}{x^4 - 25} \quad (15)$$

$$\frac{3x^4}{(x+2)^2} + \frac{3x^2}{x+2} = 6 \quad (18) \qquad \left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 + 35 = 12\left(2x + \frac{3}{x}\right) \quad (17)$$

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x - 8) = -24 \quad (20) \qquad (2x - x^2 + 3)(2x - x^2 - 2) = 0 \quad (19)$$

תשובות סופיות:

$$x = \pm 1 \quad (1)$$

$$x = \pm 1, \pm \sqrt{2} \quad (2)$$

$$x = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$x = \pm 2, \pm 5 \quad (4)$$

$$x_1 = \sqrt[3]{7}, x_2 = -2 \quad (5)$$

$$x = -2, \sqrt[3]{4} \quad (6)$$

$$x = 49 \quad (7)$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{34}, x_{3,4} = \pm 1 \quad (8)$$

$$x = 5, -1 \quad (9)$$

$$x_1 = 1.5, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = -\frac{1}{2} \quad (10)$$

$$x = -1 \quad (11)$$

$$x_{1,2} = 1, 3 \quad (12)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 3.06, x_4 = -5.06 \quad (13)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2 \quad (14)$$

(15) אין פתרונות.

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{7}} \quad (16)$$

$$x = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3 \quad (17)$$

$$x = -1, 2 \quad (18)$$

$$x = 3, -1 \quad (19)$$

$$x = \pm 1, 4, 6 \quad (20)$$

משוואות עם פרמטרים:

סיכום כללי:

משוואה עם פרמטר הינה משוואה שמכילה שני סוגים של גדלים – משתנים ופרמטרים. את המשתנים מקובל לסמן באותיות x , y , z ואת הפרמטרים מסמנים בשאר האותיות. פתרון המשוואה יתקבל ע"י בידוד המשתנה כך שיבוטא באמצעות הפרמטרים שבמשוואה.

למשל פתרון המשוואה: $mx = 4$ (כאשר x הוא הנעלם ו- m הוא פרמטר) הוא: $x = \frac{4}{m}$

אשר מבוטא באמצעות הפרמטר m .

בכתיבת פתרון של משוואה עם פרמטרים יש לציין את תחום ההגדרה של הפרמטר עבורו הפתרון הוא בעל משמעות.

בדוגמא הנ"ל תחום ההגדרה הוא: $m \neq 0$.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

$$\text{א. } 3x - b = (b+1)x - 6 \quad \text{ב. } \frac{1}{3}(a-3x) = \frac{1}{a}(ax-3)$$

$$\text{ג. } (x-2a)(x-2b) = x^2 - 2(a^2 + b^2) \quad \text{ד. } \frac{m+1}{x-1} = \frac{m-1}{x+1}$$

$$\text{ה. } \frac{x}{a^2 - a} - \frac{1}{2a} = \frac{ax+x}{2a^3 - 4a^2 + 2a} - \frac{2}{a^3 - 2a^2 + a}$$

(2) פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\text{א. } \begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases} \quad \text{ב. } \begin{cases} ax + y = 2 \\ x + ay = 4 \end{cases}$$

$$\text{ג. } \begin{cases} \frac{x}{m} + y = m \\ x - m^2 y = 1 \end{cases} \quad \text{ד. } \begin{cases} (m-1)x - (2m+3)y = 5 \\ (m+2)x - (2m-1)y = 10m \end{cases}$$

$$\text{ה. } \begin{cases} (2a+b)x - (2a-b)y = 8ab \\ (2a-b)x + (2a+b)y = 8a^2 - 2b^2 \end{cases}$$

3) פתור את המשוואות הריבועיות הבאות:

$$\text{א. } x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad \text{ב. } x^2 - 2x + 4a = a^2 + 3$$

$$\text{ג. } x^2 + m(x+10) = 2m^2 - 5x \quad \text{ד. } \frac{1}{a-x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+x} = 0$$

$$\text{ה. } (m^2 + 1)x^2 - m^2x - 1 = 0 \quad \text{ו. } \frac{a}{x} + \frac{1}{b} = \frac{x}{a} + b$$

$$\text{ז. } x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$$

תשובות סופיות:

$$\text{(1) א. } x = \frac{b-6}{2-b}, b \neq 2 \quad \text{ב. } x = \frac{a^2+9}{6a}, a \neq 0 \quad \text{ג. } x = a+b \quad \text{ד. } x = -m \quad \text{ה. } x = a+1$$

$$\text{(2) א. } m \neq 1, (m+1, -1) \quad \text{ב. } a \neq \pm 1, \left(\frac{2a-4}{a^2-1}, \frac{4a-2}{a^2-1} \right)$$

$$\text{ג. } m \neq 0-1, \left(m^2 - m + 1, \frac{m-1}{m} \right) \quad \text{ד. } m \neq 1, -2, (2m+1, m-2)$$

$$\text{ה. } b \neq \pm 2a, (2a+b, 2a-b)$$

$$\text{(3) א. } x = m+1, m-1 \quad \text{ב. } x = a-1, 3-a \quad \text{ג. } x = m-5, -2m$$

$$\text{ד. } a \neq 0, x \neq \pm a, x = \pm a\sqrt{3} \quad \text{ה. } x = 1, -\frac{1}{m^2+1}$$

$$\text{ו. } a, b \neq 0, x = \frac{a}{b}, -ab \quad \text{ז. } a \neq \pm b, x = \frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{a+b}$$

משוואות עם שורשים:

סיכום כללי:

פתרון משוואה מהצורה $\sqrt{x} = a$ יתקבל ע"י העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה באופן הבא: $x = a^2 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (a)^2$.

הערות:

- (1) יש לזכור בעת העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה יש לבדוק את כל הפתרונות המתקבלים ע"י הצבתם במשוואה המקורית.
- (2) למשוואה מהצורה $\sqrt{x} = a$ שבה $a < 0$ אין פתרון.
- (3) יש לסדר תחילה משוואות שבהן הביטוי עם שורש אינו מבודד.
- (4) במשוואות שבהן יותר מביטוי אחד עם שורש יש לבודד תחילה את אחד הביטויים, להעלות בריבוע ולאחר מכן לחזור על התהליך ולבצע העלאה בריבוע פעם נוספת.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

- | | |
|--|---|
| $\sqrt{x+2} = x$ (2) | $\sqrt{2x+5} = 7$ (1) |
| $\sqrt{2x+7} + 4 = x$ (4) | $\sqrt{3x+1} + x = 13$ (3) |
| $\sqrt{10x+6} + 9 = x$ (6) | $\sqrt{x-1} + 3 = x$ (5) |
| $\sqrt{24-x} + 3 = 2x$ (8) | $\sqrt{x+6} - 2 = 2x$ (7) |
| $2x = 16 - 3\sqrt{x-1}$ (10) | $\sqrt{x+16} + 4 = 2x$ (9) |
| $\sqrt{x^2 - 5x + 12} = 2\sqrt{6-x}$ (12) | $\sqrt{3x+5} = \sqrt{x+17}$ (11) |
| $\sqrt{2x-1} + 3 = \sqrt{7x+1}$ (14) | $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x-5} = \sqrt{11-x^2}$ (13) |
| $\sqrt{2x-3} + \sqrt{3-x} = 2$ (16) | $\sqrt{9x-8} - 3\sqrt{x+4} = -2$ (15) |
| $\sqrt{2x-2} + \sqrt{5x-4} = \sqrt{3x-2}$ (18) | $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{4x+1}$ (17) |
| | $3\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3} = 2\sqrt{x+2}$ (19) |

תשובות סופיות:

- | | |
|-------------------------|-------------|
| $x=2$ (2 | $x=22$ (1 |
| $x=9$ (4 | $x=8$ (3 |
| $x=25$ (6 | $x=5$ (5 |
| $x=3.75$ (8 | $x=0.25$ (7 |
| $x=5$ (10 | $x=4.25$ (9 |
| $x=4, -3$ (12 | $x=6$ (11 |
| $x=5$ (14 | $x=3$ (13 |
| $x=2, 2\frac{8}{9}$ (16 | $x=12$ (15 |
| $x=1$ (18 | $x=6$ (17 |
| | $x=2$ (19 |

משוואות עם ערך מוחלט:

סיכום כללי:

הגדרה:

ערך מוחלט הינו המרחק של מספר מ-0 ומוגדר באופן הבא: $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$.

משוואה עם ערך מוחלט:

משוואה עם ערך מוחלט היא מהצורה: $|x| = a$.

כדי לפתור משוואה עם ערכים מוחלטים יש למצוא את נקודות האפס של כל ערך מוחלט (קרי: הנקודות בהן הביטוי שבתוך הערך המוחלט מתאפס) ולפצל את המשוואה הנתונה לתחומים עבור כל תחום.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| $ 3x-24 =x$ (2) | $ 3x+14 =7$ (1) |
| $2x- 8-x =10$ (4) | $ 12-x =3x$ (3) |
| $ 14-3x =2 x+5 $ (6) | $ 4x-5 = 2x+13 $ (5) |
| $ x+2 +6= 2x-4 $ (8) | $ x +7= 2x $ (7) |
| $ 10-3x - x+4 = 2x-6 $ (10) | $ x+2 + 2x-6 = 4x+8 $ (9) |

תשובות סופיות:

- | | | | |
|---------------------------|---------------|-------------------------|--------------------------|
| $x=6$ (4) | $x=3$ (3) | $x=6, 12$ (2) | $x=-\frac{7}{3}, -7$ (1) |
| $x=12, -1\frac{1}{3}$ (8) | $x=\pm 7$ (7) | $x=24, \frac{4}{5}$ (6) | $x=9, -1\frac{1}{3}$ (5) |
| | | $x=0$ (10) | $x=0, -12$ (9) |

מערכת משוואות ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

מערכת משוואות ריבועיות מיוחסת למערכת של שתי משוואות (לפחות) שאחת מהן מכילה את אחד מהנעלמים בריבוע. למערכת משוואות ריבועיות יכולים להתקבל עד 4 פתרונות שונים. יש לפתור את המערכת לפי הטכניקות הרגילות של בידוד והצבה או השוואת מקדמים.

שאלות:

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ x^2 + 3y = 10 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 17 \\ xy = -10 \end{cases} \quad (4) \qquad \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x^2 - 3y^2 = 17 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 8y^2 = 8 \\ 3xy - 2y^2 = 4 \end{cases} \quad (6) \qquad \begin{cases} x^2 - xy - 20y^2 = 0 \\ x + 6y = 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 16x^2 - y^2 = 391 \\ 4x - y = 23 \end{cases} \quad (8) \qquad \begin{cases} x^2 - y^2 = 33 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{4}{y} - \frac{1}{x} = -19 \end{cases} \quad (10) \qquad \begin{cases} 4xy + x = -15 \\ \frac{3}{y} - 2x = 16 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} xy = 24 \\ (y-x)^2 - 7(y-x) + 10 = 0 \end{cases} \quad (12) \qquad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 21 \\ \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = 13 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3} \\ x^2 + y^2 = 9xy + 25 \end{cases} \quad (14) \qquad \begin{cases} x^2y - xy^2 = 84 \\ x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y = 24 \end{cases} \quad (13)$$

תשובות סופיות:

- | | |
|---|--|
| $(\pm 4, -2)$ (2) | $(2, 4), (4, 2)$ (1) |
| $(5, -2), (-5, 2)$ (4) | $(\pm 2, \pm 1)$ (3) |
| $\left(3, \frac{1}{2}\right), \left(-3, -\frac{1}{2}\right), (2, 1), (-2, -1)$ (6) | $\left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{11}\right)$ (5) |
| $(5, -3)$ (8) | $(7, 4)$ (7) |
| $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$ (10) | $\left(-5, \frac{1}{2}\right), \left(-24, -\frac{3}{32}\right)$ (9) |
| $(4, 6), (-6, -4), (3, 8), (-8, -3)$ (12) | $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ (11) |
| | $(-1.65, 6.35), (-6.35, 1.65), (7, 4), (-4, -7)$ (13) |
| | $(5, 45), (-5, -45), (45, 5), (-45, -5)$ (14) |

השלמת מתמטיקה

פרק 3 - אי שוויונים אלגבריים

תוכן העניינים

64	1. אי-שוויונים ממעלה ראשונה.
65	2. אי-שוויונים ממעלה שנייה.
66	3. אי-שוויונים ממעלה שלישית.
67	4. אי-שוויונים עם מנה.
68	5. אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם.
69	6. שאלות מסכמות – אי-שוויונים.
71	7. תחום הגדרה.

אי-שוויונים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

מה מותר?

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

מה אסור?

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$6x > 2(3x-1) \quad (2)$$

$$45x - 26 > 109 \quad (1)$$

$$(x-2)^2 + 4 < (x+2)^2 + 20 \quad (4)$$

$$2(x-5) \geq \frac{1}{2}(4x+6) \quad (3)$$

$$4(6x-8) < 8(3x-4) \quad (6)$$

$$\frac{8x-4}{2} < \frac{9(x+1)}{3} \quad (5)$$

$$\frac{7-x}{10} - \frac{3x-1}{5} + \frac{x+4}{3} < 7 \quad (8)$$

$$\frac{x-6}{3} - \frac{x-4}{4} \geq 12-x \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$x \text{ אף } (3)$$

$$x \text{ כל } (2)$$

$$x > 3 \quad (1)$$

$$x \text{ אף } (6)$$

$$x < 5 \quad (5)$$

$$x > -2 \quad (4)$$

$$x > -13 \quad (8)$$

$$x \geq 12 \quad (7)$$

אי-שוויונים ממעלה שנייה:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x^2 - 12x > -32 \quad (10)$$

$$x^2 < 144 \quad (9)$$

$$(x+2)(x+4) < 35 \quad (12)$$

$$(x+2)(x+5) < 0 \quad (11)$$

$$(x-3)(x-7) \geq 8x - 56 \quad (14)$$

$$-x^2 + 13x + 30 < 0 \quad (13)$$

$$(5x+6)^2 \leq 4(x-3)^2 \quad (16)$$

$$(x-5)^2 + x(x+2) < 89 \quad (15)$$

$$x^2 - 10x + 25 > 0 \quad (18)$$

$$-3x^2 + 12x > 0 \quad (17)$$

$$2x^2 + 2x + 24 \geq 0 \quad (20) \quad (x-3)^2 > (x-1)(x+6) - x^2 - 3x \quad (19)$$

תשובות סופיות:

$$-5 < x < -2 \quad (11)$$

$$x < 4, x > 8 \quad (10)$$

$$-12 < x < 12 \quad (9)$$

$$x \leq 7, x \geq 11 \quad (14)$$

$$x < -2, x > 15 \quad (13)$$

$$-9 < x < 3 \quad (12)$$

$$0 < x < 4 \quad (17)$$

$$-4 \leq x \leq 0 \quad (16)$$

$$-4 < x < 8 \quad (15)$$

$$x \text{ כל} \quad (20)$$

$$x < 3, x > 5 \quad (19)$$

$$x > 5, x < 5 \quad (18)$$

אי-שוויונים ממעלה שלישית:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x(x^2 + x + 1) > 0 \quad (22) \qquad (x-1)(x-2)(x-3) > 0 \quad (21)$$

$$x^3 - 25x \geq 0 \quad (24) \qquad (-2x^2 - 3x + 2)(x+1) \leq 0 \quad (23)$$

$$(x^2 + 8x + 20)(3x - 5) \leq 0 \quad (26) \qquad (x^2 + 3x + 5)(x - 2) > 0 \quad (25)$$

$$x^3 - 6x^2 + 9x \leq 0 \quad (28) \qquad (x^2 - x - 6)(x - 1) < 0 \quad (27)$$

$$(x-2)(x-4)(x-1) < 0 \quad (30) \qquad (x^2 + 6)(x+3) > 0 \quad (29)$$

תשובות סופיות:

$$-2 \leq x \leq -1, x \geq \frac{1}{2} \quad (23) \qquad x > 0 \quad (22) \qquad 1 < x < 2, x > 3 \quad (21)$$

$$x \leq 1\frac{2}{3} \quad (26) \qquad x > 2 \quad (25) \qquad -5 \leq x \leq 0, x \geq 5 \quad (24)$$

$$x > -3 \quad (29) \qquad x \leq 0, x = 3 \quad (28) \qquad x < -2, 1 < x < 3 \quad (27)$$

$$x < 1, 2 < x < 4 \quad (30)$$

אי-שוויונים עם מנה:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$\frac{x-1}{3x+2} \geq -3$ (32)	$\frac{x-1}{x^2-9} > 0$ (31)
$\frac{x-3}{2x^2-10x+12} > 0$ (34)	$\frac{1}{x^2-16} > 0$ (33)
$\frac{1}{-3(x-1)} < 0$ (36)	$\frac{2x-1}{x-5} \leq 0$ (35)
$\frac{1}{x^2-5x+6} < 0$ (38)	$\frac{x-1}{x+2} \leq 1$ (37)
$\frac{1}{x^2-8x+12} \geq 0$ (40)	$\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7} \geq 0$ (39)

תשובות סופיות:

$x < -4, x > 4$ (33)	$x < -\frac{2}{3}, x \geq -\frac{1}{2}$ (32)	$-3 < x < 1, x > 3$ (31)
$x > 1$ (36)	$\frac{1}{2} \leq x < 5$ (35)	$2 < x < 3, x > 3$ (34)
$1 \leq x \leq 6$ (39)	$2 < x < 3$ (38)	$x > -2$ (37)
		$x < 2, x > 6$ (40)

אי-שוויונים כפולים מערכות או, וגם:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$0 < \frac{1}{x+4} < 2 \quad (42)$$

$$3 < x+1 < 5 \quad (41)$$

$$0 < \frac{8-3x}{5-2x} < 4 \quad (44)$$

$$-1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \quad (43)$$

$$6 < \frac{2x+10}{3} \leq \frac{7x-20}{5} \quad (46)$$

$$6x-38 \leq x-3 \leq 5x+7 \quad (45)$$

$$\frac{4x+5}{15} > \frac{3x-8}{5} + \frac{9-x}{3} > 11 \quad (48)$$

$$-1 \leq \frac{2x-6}{4} < \frac{x+2}{3} \quad (47)$$

תשובות סופיות:

$$x > 0 \quad (43)$$

$$x > -3\frac{1}{2} \quad (42)$$

$$2 < x < 4 \quad (41)$$

$$x \geq 10 \quad (46)$$

$$-2.5 \leq x \leq 7 \quad (45)$$

$$x < 2\frac{2}{5}, x > 2\frac{2}{3} \quad (44)$$

$$\emptyset \quad (48)$$

$$1 \leq x < 13 \quad (47)$$

שאלות מסכמות – אי-שוויונים:

שאלות:

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$x \leq -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \leq 5 \cup 0 < x < 8\} \quad (1)$$

$$\frac{(x-3)(x+4)}{2-x} \leq 0 \quad (3) \quad x(x+5) - 3x + 12 \leq 2x - 1 - x(4-x) \quad (2)$$

$$\frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \geq 0 \quad (5) \quad \frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0 \quad (4)$$

$$\frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0 \quad (7) \quad x(x+3)(2x-5) < 0 \quad (6)$$

$$\frac{x-3}{x^2+2} > 0 \quad (9) \quad \frac{5-2x}{(x-8)^2} \leq 0 \quad (8)$$

$$\frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0 \quad (11) \quad \frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0 \quad (10)$$

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2} \quad (13) \quad \frac{x-7}{x^2+x+3} > 0 \quad (12)$$

$$6 < 5x - x^2 \cap x^2 > 3x + 10 \quad (15) \quad \frac{2x^2}{x^2-6x+8} \geq \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-2} \quad (14)$$

$$1 < \frac{x-1}{x-4} \leq 2 \quad (17) \quad \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x} \quad (16)$$

$$(18) \text{ לאלו ערכי } x \text{ נמצאת הפונקציה } f(x) = \frac{x}{x-3} \text{ מעל הפונקציה } g(x) = \frac{x+1}{x+3} ?$$

תשובות סופיות:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| $x \leq -4$ (2) | $-2 < x \leq -\frac{3}{4}$ (1) |
| $x < -7, -\frac{1}{3} < x < 2, x > 5$ (4) | $-4 \leq x < 2, x \geq 3$ (3) |
| $x < -3, 0 < x < 2.5$ (6) | $-1 < x \leq 1.5, 4 < x \leq 12$ (5) |
| $2.5 \leq x < 8, x > 8$ (8) | $x < -1, 2 < x < 6, x > 6$ (7) |
| $x < -3, 0 < x < 1, x > 4$ (10) | $x > 3$ (9) |
| $x > 7$ (12) | $-1 < x < 0, 1 < x < 3, x > 3$ (11) |
| $x \leq 0, 1 \leq x < 2, x > 4$ (14) | $x < -2, 2 < x < 4$ (13) |
| $x \neq 1$ (16) | $x \neq 7$ (15) |
| $-3 < x < -\frac{3}{5}, x > 3$ (18) | $x \geq 7$ (17) |

תחום הגדרה:

שאלות:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{3x-4}$	ב. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x - 6}$
ג. $f(x) = \sqrt{12x - x^2 - x^3}$	ד. $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-4}}$
ה. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}-x}$	ו. $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-2x-1}}{2x-3}$

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+2}-3}$	ב. $f(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x+6}}$
ג. $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}}$	ד. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1}$

(3) תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x) = \sqrt{ax-x^2-4}$ הוא $1 \leq x \leq 4$. מצא את ערכו של הפרמטר a .

(4) תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}$ הוא $x > 2, x \leq -2$. מצא את ערכו של הפרמטר a .

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\sqrt{x+6}-a}$, (a פרמטר חיובי).

א. הבע באמצעות a את תחום הגדרתה.

ב. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+5}}$.

ידוע כי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות מכסה את כל ציר המספרים. מצא את תחום הערכים האפשרי של הפרמטר a .

תשובות סופיות:

- (1) א. $x \geq 1\frac{1}{3}$ ב. $x \leq -1, x \geq 6$ ג. $x \leq -4, 0 \leq x \leq 3$
- ד. $-5 \leq x < -2, x > 2$ ה. $-2 \leq x < 2, x > 2$ ו. $x \leq -\frac{1}{3}, 1 \leq x < \frac{3}{2}, x > \frac{3}{2}$
- (2) א. $x \geq 7$ ב. $-6 \leq x \neq -2$ ג. $x \leq -1\frac{1}{2}, x \geq 1$
- ד. $x \leq -3, -2 \leq x \neq 1$
- (3) $a = 5$
- (4) $a = 2$
- (5) א. $x \geq a^2 - 6$ ב. $0 < a \leq 1$

השלמת מתמטיקה

פרק 4 - חוקי החזקות והשורשים

תוכן העניינים

73	1. חוקי החזקות
78	2. חוקי השורשים
82	3. כתיבה מדעית של מספרים

חוקי החזקות:

סיכום כללי:

סיכום חוקי החזקות:

$$\begin{array}{lll}
 a^n \cdot a^m = a^{m+n} & .3 & a^1 = a & .2 & a^0 = 1 & .1 \\
 a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m & .6 & (a^n)^m = a^{n \cdot m} & .5 & \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & .4 \\
 \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m & .9 & a^{-m} = \frac{1}{a^m} & .8 & \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m & .7
 \end{array}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$$\begin{array}{lll}
 b^2 b^5 b^{12} b^3 & .ג & t^3 t^5 t^7 & .ב & a^2 a^6 & .א \\
 \frac{c^6}{c^2} & .ו & \frac{n^{14}}{n^9} & .ה & \frac{k^8}{k^3} & .ד \\
 \frac{y^3 y^{15}}{y^4 y^{14}} & .ט & \frac{x^{30}}{x^9 x^{18}} & .ח & \frac{a^3 a^{19}}{a^{15}} & .ז \\
 \frac{5^{20} 5^3 5^{16}}{5^4 5^{22} 5^8} & .יב & \frac{2^{16} 2^2}{2^{10}} & .יא & 3^2 3^3 3^4 & .י
 \end{array}$$

(2) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$$\begin{array}{lll}
 \frac{x^8 y^5 y^9 x^2}{y^4 x^4} & .ג & \frac{a^{10} b^{13} a^3}{b^4 b^6 b^2 a^{12}} & .ב & \frac{3^4 2^7}{2^6 3^2} & .א
 \end{array}$$

(3) לפניך הביטוי הבא: $\frac{3^6 2^{17} 3^3 2^4}{3^4 2^3 2^2}$

מצא n כך שיתקיים שוויון בין הביטוי $243 \cdot 2^n$ לבין הביטוי הנתון.

(4) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים:

$\frac{9^3 \cdot 27^2}{3^9 \cdot 81}$.ב.	$\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^4 \cdot 2^5}$.א.	
$2^3 + 2^5$.ד.	$\frac{10^9 \cdot 25^5 \cdot 8^{-1}}{40^3 \cdot 125^5}$.ג.	

(5) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוק: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

$(x^3 x^{10})^2$.ג.	$(c^3)^{10}$.ב.	$(a^2)^4$.א.
$\frac{d^{20} (d^4)^2}{d^{12} (d^3)^2}$.ו.	$\frac{n^7 n^8}{(n^3)^4}$.ה.	$\frac{(b^2)^3}{b^2 b^3}$.ד.
$\frac{(8^3)^8 8^{11}}{(8^2 8)^3 8^8}$.ט.	$\frac{3^6 (3^3 3^2)^6}{3^{28} (3^2)^3}$.ח.	$\frac{2^5 (2^4)^2 2^3}{(2^3 2^2)^3}$.ז.
$\frac{(3^2)^7 5^{10} (5^3)^2}{3^9 5^{16}}$.יב.	$\frac{(3^2)^6 5^{31} 3^7}{(5^2)^{10} 5^{11} 3^{18}}$.יא.	$\frac{(2^4)^5 (3^6)^7 2^{20}}{3^{35} 2^{40}}$.י.

(6) לפניך הביטויים הבאים: $\left((3^2)^3 \right)^4$ ו- $\left((3^6)^n \right)^2$.

מצא n כך שיתקיים שוויון בין שני הביטויים.

(7) חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים:

$\frac{7^{12} 2^2 2^6}{2^5 7^{10} 7}$.ג.	$\frac{5^{20} 3^{14} 3^8}{3^{20} 5^{12} 5^8}$.ב.	$\frac{2^3 3^5}{2^2 3^4}$.א.
---	---	-------------------------------

(8) פשט את הביטויים הבאים:

$125 \cdot 25 \cdot 5^5$.ג.	$64^2 2^3 8^2$.ב.	$3^2 9 \cdot 81^2$.א.
$\frac{\left((3^4)^4 \right)^5}{81^3 27^4 3^5}$.ו.	$\frac{(4^2)^3 16}{64 \cdot 2^3}$.ה.	$\frac{2^4 \cdot 16^5}{8 \cdot 512}$.ד.

9 פשט את הביטויים הבאים :

$\frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}} \quad \text{ב.}$ $\frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^{n+3} + x^{n+5}}{x^{n+2}} \quad \text{ד.}$	$\frac{(2a^2b)^3 \cdot (ab^{-3})^2}{4ab^{-2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^4} \quad \text{א.}$ $\frac{4^{b+3}}{4^{b+1} + 4^{b+2}} \quad \text{ג.}$
--	---

10 פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $(ab)^n = a^n b^n$ ו- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$(x^{12}y^3)^3 \quad \text{ג.}$ $\left(\frac{a^{14}b^4}{a^6ab^3}\right)^3 \quad \text{ו.}$ $\left(\frac{(b^{12}c)^2 c^{14}}{c(c^3b^5)^4 b^3}\right)^2 \quad \text{ט.}$	$(m^4n^3)^5 \quad \text{ב.}$ $\left(\frac{i^4}{k^3}\right)^7 \quad \text{ה.}$ $\left(\frac{t^7r^{20}t^3}{r^2r^{12}t^8}\right)^2 \quad \text{ח.}$	$(a^2b)^3 \quad \text{א.}$ $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4 \quad \text{ד.}$ $\left(\frac{x^3y^5y^2x^6}{y^4x^7}\right)^6 \quad \text{ז.}$
--	--	--

11 חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים :

$\left(\frac{7^3 \cdot 16 \cdot 128 \cdot 49}{(2^27)^5}\right)^3 \quad \text{ג.}$	$\left(\frac{(5^4)^2 3^6}{3^5 5^7}\right)^2 \quad \text{ב.}$	$\left(\frac{3^9 2^6 2^2}{3^6 2^5 3^2}\right)^2 \quad \text{א.}$
---	--	--

12 בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה שלילית :

$\frac{1}{2^{10}} \quad \text{ג.}$ $\frac{1}{125} \quad \text{ו.}$	$\frac{1}{5^3} \quad \text{ב.}$ $\frac{1}{81} \quad \text{ה.}$	$\frac{1}{4^6} \quad \text{א.}$ $\frac{1}{8} \quad \text{ד.}$
--	--	---

13 בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה חיובית וחשב את ערכם :

$\frac{1}{5^{-3}} \quad \text{ג.}$	$\frac{1}{3^{-2}} \quad \text{ב.}$	$\frac{1}{4^{-3}} \quad \text{א.}$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

14) חשב את הביטויים הבאים :

ג. $5^6 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2}$

ב. $2^{-8} \cdot 512 \cdot 2^2$

א. $3^2 \cdot 3^{-5} \cdot 3^7$

ו. $\frac{3^{-6} \cdot 7^7 \cdot 7^{-4}}{3^{-4} \cdot 3^{-3} \cdot 7^3}$

ה. $\frac{2^{-5} \cdot 5^3 \cdot 2^{14}}{5^2 \cdot 5^{-10} \cdot 5^8 \cdot 2^6}$

ד. $2^{14} \cdot 3^{-6} \cdot 2^{16} \cdot 3^4 \cdot 2^{-30}$

15) פשט את הביטויים הבאים לצורה ללא חזקות שליליות.

ג. $\frac{2^{-3} 5^4}{5^4 \cdot 125 \cdot (5^2 2)^{-3} \cdot 2^{-4}}$

ב. $\frac{(4^4)^{-4} 3^{-11}}{(3^{-2} 4^3)^{-6}}$

א. $\left(\frac{5^{-4}}{3^2}\right)^{-6}$

16) פשט את הביטויים הבאים :

ג. $\frac{(m^{n+2})^3 \cdot m^{-4n-2}}{\frac{1}{m^{6n+2}} \cdot (m^3)^{n-2}}$

ב. $\frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}}$

א. $\frac{a^{n+2} \cdot a^{2-3n}}{(a^3)^{n+1}}$

תשובות סופיות:

- (1) א. a^8 ב. t^{15} ג. b^{22} ד. k^5 ה. n^5 ו. c^4
 ז. a^7 ח. x^3 ט. 1 י. 3^9 יא. 2^8 יב. 5^5
- (2) א. 18 ב. ab ג. $x^6 y^{10}$
- (3) $n=16$
- (4) א. 2 ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{5}{8}$ ד. 40
- (5) א. a^8 ב. c^{30} ג. x^{26} ד. b ה. n^3 ו. d^{10}
 ז. 2 ח. 9 ט. 8^{18} י. 3^7 יא. 3 יב. 3^5
- (6) $n=2$
- (7) א. 6 ב. 9 ג. 56
- (8) א. 3^{12} ב. 2^{21} ג. 5^{10} ד. 2^{12} ה. 2^7 ו. 3^{51}
- (9) א. $\frac{2b^3}{a}$ ב. k ג. $3\frac{1}{5}$ ד. $\frac{1}{x} + x$
- (10) א. $a^6 b^3$ ב. $m^{20} n^{15}$ ג. $x^{36} y^9$ ד. $\frac{a^{12}}{b^8}$ ה. $\frac{i^{28}}{k^{21}}$ ו. $a^{21} b^3$
- ז. $x^{12} y^{18}$ ח. $t^4 r^{12}$ ט. $b^2 c^6$ ג. 8
- (11) א. 576 ב. 225 ג. 8
- (12) א. 4^{-6} ב. 5^{-3} ג. 2^{-10} ד. 2^{-3} ה. 3^{-4} ו. 5^{-3}
- (13) א. 64 ב. 9 ג. 125
- (14) א. 81 ב. 8 ג. 5 ד. $\frac{1}{9}$ ה. 1000 ו. 3
- (15) א. $5^{24} \cdot 3^{12}$ ב. $\frac{4^2}{3^{23}}$ ג. $5^3 \cdot 2^4$
- (16) א. a^{1-5n} ב. k ג. m^{2n+12}

חוקי השורשים:

סיכום כללי:

סיכום חוקי השורשים:

$$\begin{array}{lll}
 \sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} & .3 & \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} & .2 & \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} & .1 \\
 \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} & .6 & \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}} & .5 & \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} & .4
 \end{array}$$

שאלות:

17) הבא את הביטויים הבאים לצורה: $\sqrt[n]{a^m}$.

א. $3^{\frac{1}{4}}$	ב. $2^{\frac{3}{5}}$	ג. $6^{\frac{5}{6}}$
ד. $-12^{\frac{2}{7}}$	ה. $-(-4)^{\frac{1}{3}}$	ו. $-(-3)^{\frac{3}{4}}$
ז. $5^{-\frac{1}{4}}$	ח. $27^{\frac{1}{3}}$	ט. $64^{-\frac{5}{6}}$

18) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{49}$	ב. $-\sqrt{25}$	ג. $\sqrt[3]{8}$
ד. $-\sqrt[3]{128}$	ה. $\sqrt[3]{(-2)^6}$	ו. $(\sqrt[5]{1024})^2$
ז. $(\sqrt[5]{-243})^3$	ח. $\sqrt[4]{-16}$	ט. $\sqrt[4]{-25^2}$
י. $\sqrt[4]{(-25)^2}$		

19) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים :

א. $8^{\frac{2}{3}}$	ב. $32^{\frac{3}{5}}$	ג. $128^{\frac{2}{7}}$
ד. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5}$	ה. $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-2.5}$	ו. $\left(\frac{64}{343}\right)^{\frac{2}{3}}$
ז. $81^{\frac{3}{4}} \cdot 64^{\frac{1}{3}}$	ח. $343^{\frac{2}{3}} \cdot 100^{\frac{1}{2}}$	ט. $16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}$

20) חשב ללא מחשבון את ערך הביטוי הבא : $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[3]{128}}$

21) פשט את הביטויים הבאים :

א. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$	ב. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$	ג. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$
ד. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$	ה. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$	ו. $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$
ז. $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$	ח. $\frac{\sqrt[3]{500} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[4]{25^2} \cdot \sqrt[3]{4}}$	ט. $\frac{\sqrt[3]{8^2} \sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{400} \sqrt{2}}$

22) הכנס לתוך שורש את המספרים החופשיים :

א. $3\sqrt{2}$	ב. $5\sqrt{3}$	ג. $\frac{\sqrt{36}}{2}$
ד. $2\sqrt[3]{3}$	ה. $x\sqrt{x}$	

23) הכנס את כל המקדמים בביטויים הבאים לתוך השורש :

א. $2\sqrt{5}$	ב. $4\sqrt[3]{2}$	ג. $2\sqrt[5]{3}$
ד. $\frac{\sqrt{24}}{2}$	ה. $\frac{\sqrt[3]{24}}{2}$	ו. $\frac{3\sqrt[4]{5000}}{10}$
ז. $-5\sqrt[3]{2}$	ח. $-5\sqrt[4]{2}$	ט. $-5\sqrt[5]{-2}$

24) הוצא מהשורש את הכופל הגדול ביותר:

- א. $\sqrt{12}$ ב. $\sqrt{48}$ ג. $\sqrt{63}$
- ד. $\sqrt[3]{54}$ ה. $\sqrt{x^5}$

25) חלץ מן הביטויים הבאים את המקדם הגבוה ביותר ככל הניתן:

- א. $\sqrt{40}$ ב. $\sqrt{50}$ ג. $\sqrt{320}$
- ד. $\sqrt[3]{108}$ ה. $\sqrt[3]{56}$ ו. $\sqrt[3]{160}$
- ז. $\sqrt[4]{162}$ ח. $\sqrt[5]{972}$ ט. $\sqrt[9]{192}$

26) פשט את הביטויים הבאים:

- א. $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ ב. $\sqrt{7} + \sqrt{63}$ ג. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}$
- ד. $\sqrt[4]{405} - \sqrt[4]{80}$ ה. $\frac{20}{\sqrt{5}}$ ו. $\frac{\sqrt{8}}{2}$
- ז. $\frac{16}{\sqrt{2}}$ ח. $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{12}}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{160} - \sqrt[5]{5}}$

27) פשט את הביטויים הבאים:

- א. $3^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{-2.5} \cdot 27^{\frac{3}{2}}$ ב. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{-3}$ ג. $125^{\frac{1}{6}} \cdot 5^2 \cdot 5^{-\frac{2}{3}}$
- ד. $\frac{27^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-\frac{2}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ ה. $\frac{49^{\frac{2}{5}} \cdot 7^{-\frac{6}{5}}}{343^{\frac{1}{5}}}$ ו. $\frac{512^{\frac{1}{4}} \cdot 64^{\frac{3}{4}}}{128^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{-2}}$

תשובות סופיות:

- (17) א. $\sqrt[4]{3}$ ב. $\sqrt[5]{2^3}$ ג. $\sqrt[6]{6^5}$ ד. $-\sqrt[7]{12^2}$ ה. $-\sqrt[3]{-4}$ ו. ϕ
- ז. $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ ח. $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$ או $\frac{1}{3}$ ט. $\frac{1}{\sqrt[6]{64^5}}$ או $\frac{1}{2^5}$
- (18) א. 7 ב. -5 ג. 2 ד. -2 ה. 4 ו. 16
- ז. -27 ח. ϕ ט. ϕ י. 5
- (19) א. 4 ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. 125 ה. $\frac{32}{243}$ ו. $\frac{49}{16}$
- ז. $\frac{27}{4}$ ח. $\frac{10}{49}$ ט. $\frac{1}{2}$
- (20) $\sqrt{2}$
- (21) א. 4 ב. 9 ג. 20 ד. 6 ה. 3 ו. 2
- ז. $\sqrt{2}$ ח. $\sqrt{5}$ ט. $\sqrt{2}$
- (22) א. $\sqrt{18}$ ב. $\sqrt{75}$ ג. $\sqrt{9}$ ד. $\sqrt[3]{24}$ ה. $\sqrt{x^3}$
- (23) א. $\sqrt{20}$ ב. $\sqrt[3]{128}$ ג. $\sqrt[5]{96}$ ד. $\sqrt{6}$ ה. $\sqrt[3]{3}$
- ו. $\sqrt[4]{40 \cdot \frac{1}{2}}$ ז. $\sqrt[3]{-250}$ ח. $-\sqrt[4]{1250}$ ט. $\sqrt[5]{5^5} \cdot 2$
- (24) א. $2\sqrt{3}$ ב. $4\sqrt{3}$ ג. $3\sqrt{7}$ ד. $3\sqrt[3]{2}$ ה. $x^2\sqrt{x}$
- (25) א. $2\sqrt{10}$ ב. $5\sqrt{2}$ ג. $8\sqrt{5}$ ד. $3\sqrt[3]{4}$ ה. $2\sqrt[3]{7}$ ו. $2\sqrt[5]{5}$
- ז. $3\sqrt[4]{2}$ ח. $3\sqrt[5]{4}$ ט. $2\sqrt[6]{3}$
- (26) א. $\sqrt{2}$ ב. $4\sqrt{7}$ ג. $6\sqrt[3]{2}$ ד. $\sqrt[4]{5}$ ה. $4\sqrt{5}$ ו. $\sqrt{2}$
- ז. $8\sqrt{2}$ ח. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ או $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$ או $2\sqrt[5]{5^4}$
- (27) א. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ ב. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^{61}}}$ ג. $\sqrt[6]{5^{11}}$ ד. 27 ה. $\frac{1}{7}$ ו. $\sqrt[8]{2^5}$

כתיבה מדעית של מספרים:

שאלות:

28) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. 15,000,000	ב. 1,500,000
ג. 150,000,000,000	ד. 23,400,000
ה. 0.0003	ו. 0.00000042
ז. 0.000000042	ח. 0.00000000042

29) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. $(3,000,000)^2$	ב. $(2,000,000)^2$
ג. $(5,000)^3$	ד. $(50,000)^3$
ה. $(0.0002)^4$	ו. $(0.00004)^3$
ז. $(0.000005)^3$	ח. $(0.000000007)^3$

תשובות סופיות:

28) א. $1.5 \cdot 10^7$	ב. $1.5 \cdot 10^6$	ג. $1.5 \cdot 10^{11}$	ד. $2.34 \cdot 10^7$	ה. $3 \cdot 10^{-4}$
ו. $4.2 \cdot 10^{-7}$	ז. $4.2 \cdot 10^{-8}$	ח. $4.2 \cdot 10^{-10}$		
29) א. $9 \cdot 10^{12}$	ב. $4 \cdot 10^{12}$	ג. $1.25 \cdot 10^{11}$	ד. $1.25 \cdot 10^{14}$	ה. $1.6 \cdot 10^{-15}$
ו. $6.4 \cdot 10^{-14}$	ז. $1.25 \cdot 10^{-16}$	ח. $3.43 \cdot 10^{-25}$		

השלמת מתמטיקה

פרק 5 - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים

תוכן העניינים

1. משוואות מעריכיות יסודיות (ללא ספר)
2. משוואות עם חיבור וחסור איברים (ללא ספר)
3. משוואות עם קבוע אוילר (ללא ספר)
4. מערכת משוואות מעריכיות (ללא ספר)
5. אי-שוויונים מעריכיים (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 6 - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגריתמיים

תוכן העניינים

1. הגדרת הלוגריתם ומשוואות יסודיות (ללא ספר)
2. חוקי הלוגריתמים (ללא ספר)
3. חישובים עם חזקה לוגריתמית (ללא ספר)
4. מעבר בין בסיסים (ללא ספר)
5. הלוגריתם הטבעי (ללא ספר)
6. משוואות עם בסיסים שונים (ללא ספר)
7. מערכת משוואות לוגריתמיות (ללא ספר)
8. מערכת משוואות לוגריתמיות ומעריכיות (ללא ספר)
9. אי-שוויונים לוגריתמים (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 7 - סדרות

תוכן העניינים

1. סדרה חשבונית (ללא ספר)
2. סדרה הנדסית (ללא ספר)
3. סדרות מעורבות (ללא ספר)
4. סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת (ללא ספר)
5. סדרות כלליות וסדרות נסיגה (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 8 - חשבון דיפרנציאלי - גבול של פונקציה

תוכן העניינים

1. הסבר כללי	(ללא ספר)
2. הצבה	83
3. צמצום	84
4. הכפלה בצמוד	85
5. פונקציה שואפת לאינסוף	86
6. x שואף לאינסוף	87
7. הגבול של אוילר	89
8. כלל הסנדוויץ'	90
9. גבול של פונקציה מפוצלת	91
10. גבול לפי הגדרה	92

הצבה

שאלה

חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 + x + 1$

ב. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x+1}{x+2}$

ג. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x+3}$

ד. $\lim_{x \rightarrow 100} 20$

תשובה

א. 21 ב. $\frac{11}{12}$ ג. 2 ד. 20

צמצום

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 - 50}{2x^2 + 3x - 35} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - x}{x - 1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - x}{x - 1} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{6x^2 - 5x + 1} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 4x^2 + x - 4} \quad (9)$$

תשובות סופיות

-3 (5)	$n-1$ (4)	6 (3)	$\frac{10}{8.5}$ (2)	$\frac{5}{6}$ (1)
	$\frac{8}{17}$ (9)	27 (8)	3 (7)	32 (6)

הכפלה בצמוד

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{x+6}}{2x-6} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x^2-1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{1 - \sqrt{2x-1}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{\sqrt{x^2+x+2}+x} \quad (8)$$

תשובות סופיות

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{6} \quad (5)$$

$$4 \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$-\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (7)$$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{8}{3} \quad (8)$$

פונקציה שואפת לאינסוף

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^2}{x-2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4}{x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{(x-2)(x-5)} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2}{(2-x)^2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{1}{2} \ln(2-x) \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left((\ln x)^2 + 2 \ln x - 3 \right) \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (11)$$

תשובות סופיות

ϕ (4)	$-\infty$ (3)	ϕ (2)	ϕ (1)
ϕ (8)	∞ (7)	∞ (6)	$-\infty$ (5)
	ϕ (11)	1 (10)	0 (9)

x שואף לאינסוף

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

- | | |
|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2}{x^2 + 1000x} \quad (2)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x})^{\ln x} \quad (1)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^5 + 10x} \quad (4)$ | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^3 + 10x} \quad (3)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad (6)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10} - \frac{x}{2} \right) \quad (5)$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - 5x}}{x^3 - 2x^2 + 1} \quad (8)$ | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad (7)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-3}}{\sqrt{4x+1} - \sqrt{5x-1}} \quad (10)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 6 + 27x^6}}{\sqrt{3x^3 + 10x + 4x^4}} \quad (9)$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16^x + 4^{x+\frac{1}{2}}}{2^{4x+2} + 2^{x+3}} \quad (12)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16^x + 4^{x+1}}{2^{4x+2} + 2^{x+3}} \quad (11)$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 \cdot 9^x + 3^{x+1}}{81^{0.5x} + 3^{x+3}} \quad (14)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 9^x + 3^{x+1}}{81^{0.5x} + 3^{x+3}} \quad (13)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{3x^3 - 5x - 1}{x^3 - 2x^2 + 1} \right) \quad (16)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 + 2}{x^2 + 1000x}} \quad (15)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[5]{\frac{ax+1}{bx+2}} \quad (18)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^4 + 10x}} \quad (17)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + kx} - x) \quad (20)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x) \quad (19)$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x) \quad (22)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x) \quad (21)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}) \quad (24)$ | $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + x^2 + 1} - x^2) \quad (23)$ |

הגבול של אוילר

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

(היעזרו בגבול של אוילר : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^x \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^{x^2-1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^x \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x+1}{x^2+x+4}\right)^{4x^2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+4x+1}{x^2+x+2}\right)^{10x} \quad (7)$$

תשובות סופיות

e^{-1} (4)	e^2 (3)	1 (2)	$e^{\frac{1}{2}}$ (1)
	e^{30} (7)	e^{-12} (6)	e^3 (5)

כלל הסנדוויץ'

שאלות

בשאלות 1-3 חשבו את הגבול:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{2^x + 3^x + 4^x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} [x] \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} [x] \quad (3)$$

$$(4) \quad \text{נתונה פונקציה } z: R \rightarrow R, \text{ המקיימת } \lim_{x \rightarrow 2} z(x) = 4,$$

ונתונה פונקציה $f: R \rightarrow R$, המקיימת $4z(x) \leq f(x) \leq (z(x))^2$, לכל x .

$$\text{חשבו את הגבולות } \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} (z(x^2) - x^2)$$

תשובות סופיות

$$\begin{array}{ccc}
 0 & (3) & 1 & (2) & 4 & (1) \\
 & & \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} (z(x^2) - x^2) = 2 & & \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16 & (4)
 \end{array}$$

גבול של פונקציה מפוצלת

שאלות

חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ של הפונקציות הבאות:

$$(a=1), f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & x > 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & x < 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$(a=0), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (2)$$

$$(a=\infty), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (3)$$

$$(a=-\infty), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1-x|}{x^2+x-2} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|1-x|}{x^2+x-2} \quad \text{ב.}$$

תשובות סופיות

- (1) ϕ (2) ϕ (3) 1 (4) -1
- (5) א. אין גבול. ב. $\frac{1}{6}$

גבול לפי הגדרה

שאלות

בשאלות 1-5, על פי הגדרת הגבול, הוכיחו:

$$\lim_{x \rightarrow 24} \sqrt{x+1} = 5 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} x^2 + x = 20 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 7x + 14 = 28 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x}{x^2 - 2} = 1 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{1}{4} \quad (4)$$

$$(6) \text{ חשבו על פי הגדרת הגבול: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2-1}$$

הוכיחו על פי הגדרת הגבול, את המקרים 7-10:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+7}{x+2} = 1 \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3+x}{x^2+1} = 1 \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-1}{x^2+x+1} = 3 \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-4x}{2x+1} = -2 \quad (9)$$

$$(11) \text{ נתונה פונקציה } f(x) \text{ המקיימת: } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -5$$

הוכיחו כי קיים $M > 0$ ממשי כלשהו כך שעבור כל $x > M$, מתקיים $f(x) < -4$.

$$(12) \text{ נתונה פונקציה } f(x) \text{ המקיימת: } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$$

הוכיחו כי קיים $M > 0$ ממשי כלשהו כך שעבור כל $x > M$, מתקיים $f^2(x) > 16$.

$$(13) \text{ נניח } f \text{ פונקציה ממשית וחיובית בתחום } [a, \infty) \text{ המקיימת } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

$$\text{הוכיחו שמתקיים } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{f(x)} = 0$$

$$(14) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 3x + 2} = 1 \quad \text{נתון הגבול הבא:}$$

מצאו ערך של $M > 0$ עבורו לכל $x > M$ הביטוי שבגבול קרוב לערך הגבול

עד כדי 0.1. במילים אחרות, מצאו M , כך ש- $|f(x) - L| < 0.1$ $\forall x > M$.

$$(15) \quad f(x) = \begin{cases} 2 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \in \mathbb{R} / \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{מגדירים את הפונקציה הבאה:}$$

האם הגבולות קיימים? הוכיחו זאת בהסתמך על הגדרת הגבול.

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \text{ב. } \lim_{x \rightarrow 2.5} f(x) \quad \text{ג. } \lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$$

$$(16) \quad \text{בהינתן הגבול } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+4}{x+11} = \frac{1}{2} \text{ מצאו } \delta > 0 \text{ כך שלכל } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{המקיים } |x-1| < \delta \text{ , מתקיים אי-השוויון } \left| \frac{2x+4}{x+11} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100}$$

(17) הוכיחו או הפריכו:

$$\text{א. אם } \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - g(x)) = 0 \text{ , אז } \lim_{x \rightarrow \infty} (f^2(x) - g^2(x)) = 0$$

$$\text{ב. אם } \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = 0 \text{ , אז } \lim_{x \rightarrow x_0} (f^2(x) - g^2(x)) = 0$$

$$\text{ג. אם } \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = L \text{ , אז הגבול } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ קיים ושווה ל-} L \text{ או } -L$$

$$\text{ד. אם הגבולות } \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) \text{ ו-} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ קיימים,}$$

$$\text{אז גם הגבול } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \text{ קיים.}$$

תשובות סופיות

(6) $\pm \infty$

תשובות לשאר השאלות נמצאות באתר GOOL.co.il

השלמת מתמטיקה

פרק 9 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית (ללא ספר)
2. כללי הגזירה (ללא ספר)
3. שימושי הנגזרת (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 10 - חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות

תוכן העניינים

1. חקירת פולינום (ללא ספר)
2. פונקציה זוגית ואי-זוגית (ללא ספר)
3. תחום הגדרה של פונקצית מנה ושורש (ללא ספר)
4. אסימפטוטות של פונקצית מנה ושורש (ללא ספר)
5. חקירת פונקציות מנה ופונקציות שורש (ללא ספר)
6. חקירת פונקציה עם פרמטר (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 11 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות מעריכיות

תוכן העניינים

1. גזירה של פונקציות מעריכיות (ללא ספר)
2. שאלות עם משיקים (ללא ספר)
3. חקירת פונקציות מעריכיות (ללא ספר)
4. שאלות שונות מבחינות (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 12 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות לוגריתמיות

תוכן העניינים

1. גזירה של פונקציות לוגריתמיות (ללא ספר)
2. שאלות עם משיקים (ללא ספר)
3. חקירת פונקציות לוגריתמיות (ללא ספר)
4. שאלות שונות מבחינות (ללא ספר)

השלמת מתמטיקה

פרק 13 - חשבון אינטגרלי - האינטגרל הכללי

תוכן העניינים

94	1. חישובי אינטגרלים
99	2. מציאת פונקציה קדומה

חישובי אינטגרלים:

סיכום כללי:

הגדרה וכללי האינטגרציה:

- כלל האינטגרציה של פונקציה פולינומית: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$
- עבור מקדם קבוע a נקבל: $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$
- כללי האינטגרציה של פונקציות טריגונומטריות:

$$\int \sin x dx = -\cos x + c, \int \cos x dx = \sin x + c, \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c, \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

שאלות:

1 מצא את האינטגרלים הבאים:

א. $\int x^3 dx$	ב. $\int 12x^5 dx$
ג. $\int x^4 dx$	ד. $\int 2x^3 dx$
ה. $\int \frac{2}{3} x^5 dx$	ו. $\int 7 dx$
ז. $\int \left(\frac{5}{6} x^4 + 16x^3 - \frac{x^2}{2} + 4x - \frac{1}{3} \right) dx$	ח. $\int \left(\frac{4x^3}{5} - ax^2 - \frac{2ax}{b} + b \right) dx$

2 מצא את האינטגרלים הבאים:

א. $\int x^{-3} dx$	ב. $\int \frac{1}{x^3} dx$
ג. $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{a}{x^3} + \frac{x}{a} \right) dx$	ד. $\int \frac{2x^3 + x - 2}{x^3} dx$

(3) מצא את האינטגרלים הבאים :

$$\begin{array}{ll} \int \sqrt{x} dx & \text{ב.} \\ \int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{x} \right) dx & \text{ד.} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \int x^{\frac{1}{2}} dx & \text{א.} \\ \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx & \text{ג.} \end{array}$$

(4) מצא את האינטגרלים הבאים :

$$\begin{array}{lll} \int \frac{18}{(6x+5)^2} dx & \text{ג.} & \int 3(2-7x)^4 dx & \text{ב.} & \int (5x-1)^3 dx & \text{א.} \\ \int \sqrt{ax+bdx} & \text{ה.} & \int \frac{1}{\sqrt{6x-3}} dx & \text{ד.} \end{array}$$

(5) מצא את תוצאת החילוק :

$$\begin{array}{ll} \frac{x^3+x^2+3x-5}{x-1} = & \text{ב.} \\ \frac{x^3-4x^2+9}{x-3} = & \text{ד.} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \frac{x^2-5x-14}{x+2} = & \text{א.} \\ \frac{x^4+x^3-x^2+14x-3}{x+3} = & \text{ג.} \\ \frac{x^3+5x^2-4x-20}{x+5} = & \text{ה.} \end{array}$$

(6) מצא את האינטגרלים הבאים :

$$\begin{array}{ll} \int \frac{x^3+x^2+3x-5}{x-1} dx & \text{ב.} \\ \int \frac{x^3-4x^2+9}{x-3} dx & \text{ד.} \\ \int \frac{2x^5+x^4-4x^2+1}{2x+1} dx & \text{ו.} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \int \frac{x^2-5x-14}{x+2} dx & \text{א.} \\ \int \frac{x^4+x^3-x^2+14x-3}{x+3} dx & \text{ג.} \\ \int \frac{x^3+5x^2-4x-20}{x+5} dx & \text{ה.} \end{array}$$

(7) מצא את האינטגרלים הבאים :

$$\begin{array}{ll} \int \frac{x^2}{(x^3+6)^2} dx & \text{ב.} \\ \int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx & \text{ד.} \\ \int 8x(x^2+1)^3 dx & \text{ו.} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \int -\frac{2x}{(x^2-1)^2} dx & \text{א.} \\ \int \frac{x-2}{(x^2-4x+1)^2} dx & \text{ג.} \\ \int \frac{6x-3}{\sqrt{x-x^2}} dx & \text{ה.} \\ \int (2-x^2)(6x-x^3)^2 dx & \text{ז.} \end{array}$$

8) חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int \left(\sin x - 3 \cos x + \frac{4}{\cos^2 x} + 5 \right) dx$

ב. $\int \left(\cos 3x - 2 \sin 4x + \frac{4}{\cos^2 3x} \right) dx$

ג. $\int \left(\sin(\pi - x) + \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) dx$

9) חשב את האינטגרלים הבאים (שימוש בזהויות) :

א. $\int (2 \sin x \cos x) dx$

ב. $\int (\sin 3x \cos 3x) dx$

ג. $\int (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$

ד. $\int (\sin^2 x) dx$

10) חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int \left(\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} \right) dx$

ב. $\int \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx$

ג. $\int (\cos x \sin^2 x) dx$

11) חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int \left(\sin 2x - 4 \cos \frac{x}{3} \right) dx$

ב. $\int \frac{1}{\cos^2 4x} dx$

ג. $\int \frac{1}{\sin^2 10x} dx$

ד. $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$

ה. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$

ו. $\int (\cos x + \sin x)^2 dx$

ז. $\int (\sin x \cos x \cos(2x)) dx$

ח. $\int \tan^2 x dx$

ט. $\int \frac{1}{(\sin x \cos x)^2} dx$

י. $\int \cos^2 x dx$

יא. $\int \sin^2 4x dx$

(12) חשב את ערכי האינטגרלים הבאים (שאלות אתגר):

$$\int (\cos^4 x + \sin^4 x) dx \quad \text{א.} \quad \int \cos^4 x dx \quad \text{ב.}$$

$$\int \sin^4 4x dx \quad \text{ג.} \quad \int \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} dx \quad \text{ה.}$$

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א.} \frac{x^4}{4} + c \quad \text{ב.} 2x^6 + c \quad \text{ג.} \frac{x^5}{5} + c \quad \text{ד.} \frac{x^4}{2} + c \quad \text{ה.} \frac{x^6}{9} + c \quad \text{ו.} 7x + c$$

$$\text{ז.} \frac{x^5}{6} + 4x^4 - \frac{x^3}{6} + 2x^2 - \frac{1}{3}x + c \quad \text{ח.} \frac{x^4}{5} - \frac{ax^3}{3} - \frac{ax^2}{b} + bx + c$$

$$(2) \quad \text{א.} -\frac{x^{-2}}{2} + c \quad \text{ב.} -\frac{1}{2x^2} + c \quad \text{ג.} -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} + \frac{a}{2x^2} + \frac{x^2}{2a} + c \quad \text{ד.} 2x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$$

$$(3) \quad \text{א.} \frac{x^{1.5}}{1.5} + c \quad \text{ב.} \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c \quad \text{ג.} 2\sqrt{x} + c \quad \text{ד.} 8\sqrt{x} + 2\sqrt{x^3} + c$$

$$(4) \quad \text{א.} \frac{(5x-1)^4}{20} + c \quad \text{ב.} -\frac{3(2-7x)^5}{35} + c \quad \text{ג.} -\frac{3}{6x+5} + c$$

$$\text{ד.} \frac{\sqrt{6x-3}}{3} + c \quad \text{ה.} \frac{2\sqrt{(ax+b)^3}}{3a} + c$$

$$(5) \quad \text{א.} x-7 \quad \text{ב.} x^2+2x+5 \quad \text{ג.} x^3-2x^2+5x-1$$

$$\text{ד.} x^2-x-3 \quad \text{ה.} x^2-4$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - x + c \quad \lambda \quad \frac{x^3}{3} + x^2 + 5x + c \quad \text{ב.} \quad \frac{x^2}{2} - 7x + c \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\cdot \frac{x^5}{5} - x^2 + x + c \quad \text{ו.} \quad \frac{x^3}{3} - 4x + c \quad \text{ה.} \quad \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + c \quad \text{ז.}$$

$$-\frac{1}{2(x^2 - 4x + 1)} + c \quad \lambda \quad -\frac{1}{3(x^3 + 6)} + c \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{x^2 - 1} + c \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$(x^2 + 1)^4 + c \quad \text{ו.} \quad -6\sqrt{x - x^2} + c \quad \text{ה.} \quad \sqrt{x^2 + 2} + c \quad \text{ז.}$$

$$\cdot \frac{(6x - x^3)^3}{9} + c \quad \text{ט.}$$

$$\frac{\sin 3x}{3} + \frac{\cos 4x}{2} + \frac{4 \tan 3x}{3} + c \quad \text{ב.} \quad -\cos x - 3 \sin x + 4 \tan x + 5x + c \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$\cdot \cos(\pi - x) + \tan x + x + c \quad \text{ג.}$$

$$-\frac{\sin 2x}{2} + c \quad \lambda \quad -\frac{\cos 6x}{12} + c \quad \text{ב.} \quad -\frac{1}{2} \cos 2x + c \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\cdot \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x + c \quad \text{ז.}$$

$$\cdot \frac{1}{3} \sin^3 x + c \quad \lambda \quad \frac{1}{\cos x} + c \quad \text{ב.} \quad 2\sqrt{\sin x} + c \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$-\frac{1}{10} \cot 10x + c \quad \lambda \quad \frac{1}{4} \tan 4x + c \quad \text{ב.} \quad -\frac{1}{2} \cos 2x - 12 \sin \frac{x}{3} + c \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$x - \frac{1}{2} \cos 2x + c \quad \text{ו.} \quad \frac{1}{2} \sin 2x + c \quad \text{ה.} \quad \frac{1}{2} \sin 2x + c \quad \text{ז.}$$

$$\tan x - \cot x + c \quad \text{ט.} \quad \tan x - x + c \quad \text{ח.} \quad -\frac{1}{16} \cos 4x + c \quad \text{ט.}$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{16} \sin 8x + c \quad \text{א.} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + c \quad \text{ז.}$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + c \quad \text{ב.} \quad \frac{3}{4}x + \frac{1}{16} \sin 4x + c \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$-\cot x - x + c \quad \text{ז.} \quad \frac{3}{8}x - \frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{128} \sin 16x + c \quad \text{ג.}$$

$$-\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + c \quad \text{ה.}$$

מציאת פונקציה קדומה:

שאלות:

- (1) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 3x^2 - 7$. מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(-1, 2)$.
- (2) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2x - 6$. ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5. מצא את הפונקציה.
- (3) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = x^2 - 8x + 2$. נתון: $f(-2) = 1$.
 א. מצא את $f(x)$.
 ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
- (4) נתונה הנגזרת של פונקציה $f(x)$: $f'(x) = 9x^2 - 4$. ערך הפונקציה בנקודה $x = 1$ הוא 3.
 א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצא את $f(x)$.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
- (5) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 3$. לפונקציה משיק ששיפועו הוא -3.
 א. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
 ב. מצא את $f(x)$ אם ידוע כי ערך הפונקציה באותה הנקודה הוא 7.
- (6) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -6x - 5$. המשיק לפונקציה בנקודה A יוצר זווית של 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .
 א. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.
 ב. מצא את $f(x)$ אם ידוע כי ערך הפונקציה באותה הנקודה הוא -6.
 ג. מצא את משוואת המשיק.

- (7) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 3x - 4$.
 הישר $y = 2x + 5$ משיק לגרף הפונקציה. מצא את $f(x)$.

תשובות סופיות:

- (1) $f(x) = x^3 - 7x + 5$
- (2) $f(x) = x^2 - 6x + 14$
- (3) א. $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 2x + 23\frac{2}{3}$ ב. $y = -5x + 27$
- (4) א. $y = 5x - 2$ ב. $f(x) = 3x^3 - 4x + 4$ ג. $(0, -2), (0.4, 0)$
- (5) א. $x = 0$ ב. $f(x) = x^2 - 3x + 7$
- (6) א. $x = -1$ ב. $f(x) = -3x^2 - 5x - 8$ ג. $y = x - 5$
- (7) $f(x) = \frac{3x^2}{2} - 4x + 11$

השלמת מתמטיקה

פרק 14 - חשבון אינטגרלי - האינטגרל המסוים וחישובי שטחים

תוכן העניינים

101	1. האינטגרל המסוים
103	2. חישובי שטחים יסודיים
109	3. חישובי שטחים יסודיים עם פרמטרים
111	4. חישובי שטחים כאשר נתונה נגזרת הפונקציה
114	5. חישובי שטחים עם פונקציה רציונאלית
116	6. חישובי שטחים עם פונקצית שורש
120	7. חישובי שטחים עם פונקציות טריגונומטריות
123	8. חישובי שטחים בין גרף הנגזרת והצירים

האינטגרל המסוים:

סיכום כללי:

תהא פונקציה $f(x)$ שנגזרתה היא $f'(x)$ ($f(x)$ מוגדרת בתחום $a \leq x \leq b$).
 הקשר שבין האינטגרל המסוים לפונקציה קדומה הוא: $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

הערה:

יש להשתמש בכל כללי האינטגרציה המיידיים של הפונקציות השונות אשר נלמדו.

שאלות:

(1) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\int_2^5 (x^2 + 5x) dx$	ב. $\int_{-4}^{-1} x^2 (x-3) dx$
ג. $\int_{-3}^3 (x^3 + 4x) dx$	ד. $\int_{-1}^1 3(2x-1)^5 dx$
ה. $\int_1^2 \frac{2}{(x-3)^2} dx$	ו. $\int_1^4 \frac{x-1}{x^3} dx$
ז. $\int_{-3}^0 \frac{2x^2 + 7x - 4}{x+4} dx$	ח. $\int_3^4 \frac{3x^2 - 7x + 2}{x-2} dx$
ט. $\int_1^2 \sqrt{3x-1} dx$	י. $\int_{-5}^0 \frac{3}{\sqrt{4-x}} dx$

(2) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\int_0^{\pi} (\cos x) dx$	ב. $\int_0^{\pi} (\sin 2x + 1) dx$
ג. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x - 3 \cos 2x) dx$	ד. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{3}{\cos^2 x} + 2 \right) dx$

$$(3) \quad \int_1^a (4x-7) dx \text{ : לפניך האינטגרל הבא :}$$

מצא עבור אלו ערכים של a ערך האינטגרל יהיה שווה ל-1.

$$(4) \quad \int_a^2 (x-3x^2) dx \text{ : לפניך האינטגרל הבא :}$$

א. כתוב ביטוי לערך האינטגרל כתלות ב- a .

ב. מצא עבור אלו ערכים של a ערך האינטגרל יהיה שווה ל- $\frac{a-12}{2}$.

$$(5) \quad \int_a^{a+4} \left(\frac{1}{\sqrt{x-a}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx \text{ : לפניך האינטגרל הבא :}$$

א. כתוב את ערך האינטגרל כתלות ב- a .

ב. מצא את ערכו של a עבורו ערך האינטגרל יהיה שווה ל-2.

$$(6) \quad \int_0^a (\sin x + 2 \cos 2x) dx \text{ : לפניך האינטגרל הבא : } 0 < a < 3$$

מצא עבור אלו ערכים של a ערך האינטגרל יהיה שווה ל-1.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 91.5 \quad \text{ב. } -126.75 \quad \text{ג. } 0 \quad \text{ד. } -182 \quad \text{ה. } 1$$

$$\text{ו. } \frac{9}{32} \quad \text{ז. } -12 \quad \text{ח. } 9.5 \quad \text{ט. } 1.856 \quad \text{י. } .6$$

$$(2) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } \pi \quad \text{ג. } 0 \quad \text{ד. } 3\sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi \approx 7.29$$

$$(3) \quad a = 2, 1.5$$

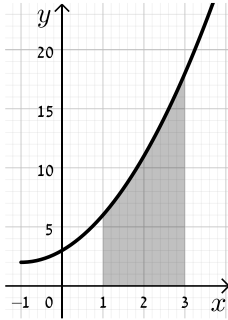
$$(4) \quad \text{א. } a^3 - \frac{1}{2}a^2 - 6 \quad \text{ב. } a = 0, 1, -\frac{1}{2}$$

$$(5) \quad \text{א. } 4 + 2(\sqrt{a+1} - \sqrt{a+5}) \quad \text{ב. } a = 1\frac{1}{4}$$

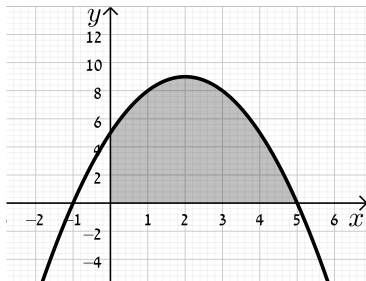
$$(6) \quad a = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$$

חישובי שטחים יסודיים:

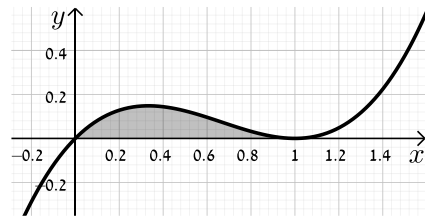
שאלות:



- (1) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 2x + 3$, ציר ה- x והישרים $x = 1$ ו- $x = 3$.

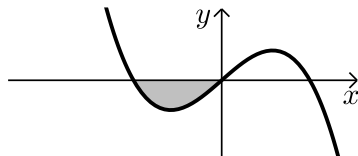


- (2) נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 4x + 5$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x וציר ה- y .

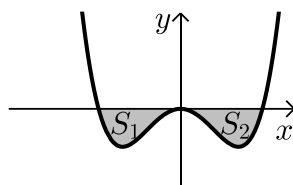


- (3) מצא את השטח המוגבל תחת הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ וציר ה- x כמתואר באיור.

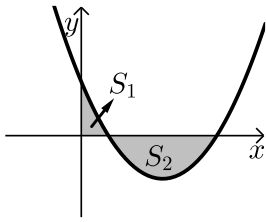
שאלות עם שטח מתחת לציר ה- x :



- (4) נתונה הפונקציה $f(x) = x(4 - x^2)$. חשב את השטח המוגבל שמתחת הפונקציה וציר ה- x שברביע השלישי.



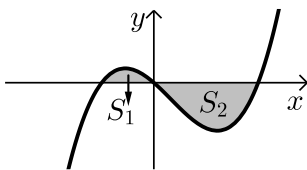
- (5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2$. חשב את השטח המוגבל שבין הפונקציה לציר ה- x .



- 6) חשב את האינטגרל המסוים של הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$ בין 0 ל-5. האם התוצאה מייצגת את סכום השטחים: $S_1 + S_2$? אם כן, הסבר. אם לא, נמק וחשב את סכום זה.

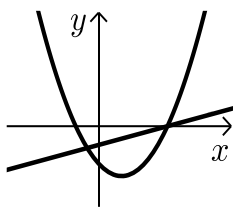
- 7) נתונה הפונקציה $y = x^3 - x^2 - 2x$.

יוצרים את השטחים S_1 ו- S_2 בין גרף הפונקציה וציר ה- x כמתואר באיור.

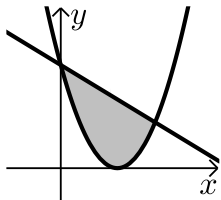


- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x .

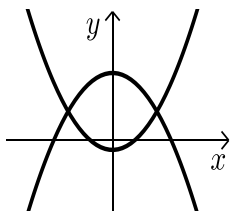
שאלות עם שטחים בין שתי פונקציות:



- 8) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ו- $g(x) = x - 6$. חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות הנ"ל.



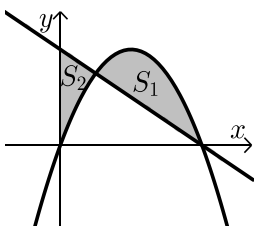
- 9) נתונות הפונקציות: $y = (x-3)^2$, $y = -x + 9$. חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות.



- 10) נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 7 - x^2$. חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות הנ"ל.

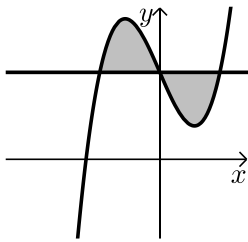
- 11) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = -x^2 + 4x$ ו- $g(x) = -x + 4$.

מסמנים את השטח הכלוא בין שני הגרפים ב- S_1 ואת השטח הכלוא בין הגרפים וציר ה- y ב- S_2 כמתואר באיור.

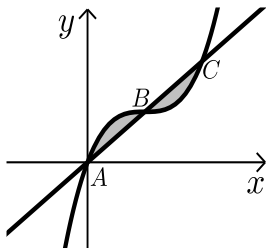


א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות.

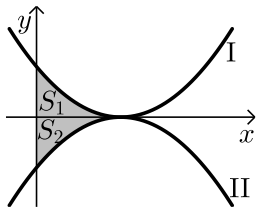
- ב. חשב את היחס שבין השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.



- 12** נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x + 5$ והישר $y = 5$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
 ב. חשב את השטח המוגבל ביניהן.

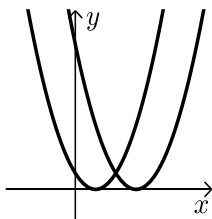


- 13** נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.
 הישר AC חותך את גרף הפונקציה בנקודות
 הבאות: $A(0,0)$, $B(1,1)$, $C(2,2)$.
 חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לישר AC.

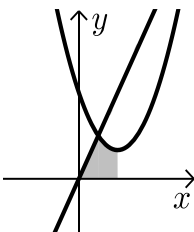


- 14** נתונות הפונקציות $f(x) = (x-2)^2$ ו- $g(x) = -(x-2)^2 - 1$ כמתואר באיור.
 א. התאם בין הפונקציות לגרפים I ו-II.
 ב. מסמנים את השטחים שבין כל פונקציה והצירים ב- S_1 ו- S_2 כמתואר באיור.
 הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 שווים זה לזה.

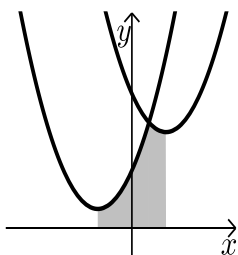
שאלות עם שטחים מורכבים:



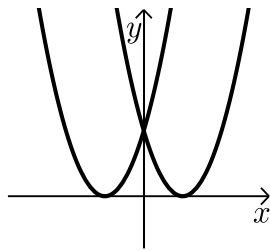
- 15** נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $g(x) = x^2 - 6x + 9$.
 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות
 ובין ציר ה- x .



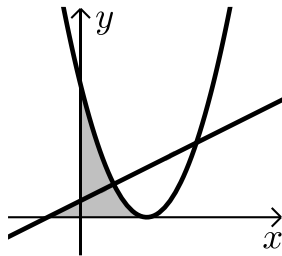
- 16** נתונות הפונקציות: $y = x^2 - 4x + 6$, $y = 3x$.
 א. מצא את קדקוד הפרבולה.
 ב. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר
 שמשמאל לקדקוד הפרבולה.
 ג. חשב את השטח המסומן שבשרטוט.



- 17** נתונות הפונקציות: $y = x^2 - 4x + 14$, $y = x^2 + 4x + 6$.
 א. מצא את שיעורי ה- x של קודקודי הפרבולות.
 ב. חשב את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.
 ג. חשב את השטח המסומן בשרטוט.

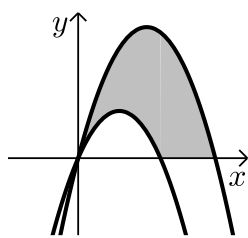


(18) נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2$, $g(x) = (x+3)^2$.
חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות וציר ה- x .

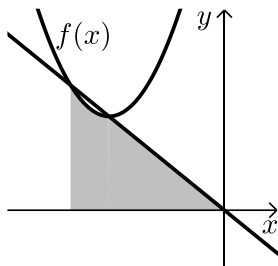


(19) נתונות שתי הפונקציות: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, $y = (x-2)^2$.

- א. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות לציר ה- x .
ב. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות לציר ה- y .

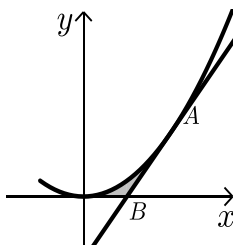


(20) נתונות הפרבולות הבאות: $f(x) = -x^2 + 5x$ ו- $g(x) = -x^2 + 3x$.
חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפרבולות וציר ה- x .



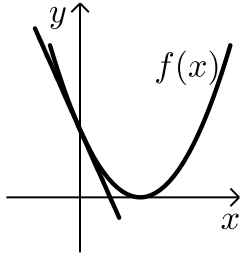
(21) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 6x + 12$.

- ישר העובר בראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -4$ כמתואר באיור.
א. מצא את משוואת הישר.
ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר והפונקציה.
ג. מצא את השטח המוגבל בין הישר, גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר $x = -4$.



(22) נתונה הפונקציה: $y = 2x^2$.

- מעבירים משיק לגרף הפונקציה מהנקודה: $A(1,2)$.
המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B .
חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x .



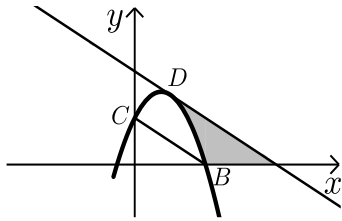
(23) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-2)^2$.

מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y מעבירים משיק.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

ג. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- x .



(24) משוואת הפרבולה היא: $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

הנקודות $C(0,2)$, $B(2,0)$ הן נקודות חיתוך

של הפרבולה עם הצירים.

המשיק לפרבולה בנקודה D מקביל לישר BC .

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- x .

ג. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- y .

תשובות סופיות:

(1) $22\frac{2}{3}$ יח"ש.

(2) א. $(-1,0)$, $(5,0)$. ב. $33\frac{1}{3}$ יח"ש.

(3) $\frac{1}{12}$ יח"ש.

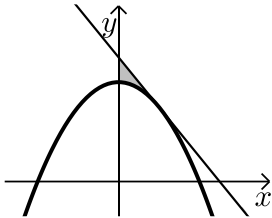
(4) 4 יח"ש.

(5) $4\frac{4}{15}$ יח"ש.

- (6) לא. השטח הוא: 13 יח"ש.
- (7) א. $(-1,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$ ב. $3\frac{1}{12}$ יח"ש.
- (8) $57\frac{1}{6}$ יח"ש.
- (9) $20\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (10) $21\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (11) א. $(1,3)$, $(4,0)$ ב. $2\frac{5}{11}$.
- (12) א. $(-2,5)$, $(0,5)$, $(2,5)$ ב. 8 יח"ש.
- (13) 0.5 יח"ש.
- (14) א. $f(x)=I$, $g(x)=II$ ב. הוכחה.
- (15) $\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (16) א. $(2,2)$ ב. $(1,3)$ ג. $3\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (17) א. $x=2$, $x=-2$ ב. $(1,11)$ ג. $25\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (18) 18 יח"ש.
- (19) א. $\frac{4}{3}$ יח"ש ב. $1\frac{7}{12}$ יח"ש.
- (20) $16\frac{1}{3}$ יח"ש.
- (21) א. $y=-x$ ב. $(-3,3)$ ג. $7\frac{5}{6}$ יח"ש.
- (22) $\frac{1}{6}$ יח"ש.
- (23) א. $y=-4x+4$ ב. $(1,0)$ ג. $\frac{2}{3}$ יח"ש.
- (24) א. $y=-x+4$ ב. $2\frac{2}{3}$ יח"ש. ג. $\frac{2}{3}$ יח"ש.

חישובי שטחים יסודיים עם פרמטרים:

שאלות:

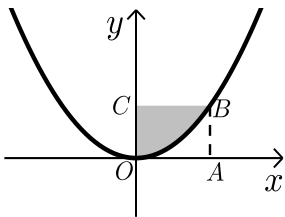


(25) נתונה הפרבולה: $y = ax^2 + 8$.

שיפוע המשיק לגרף הפרבולה בנקודה שבה $x = 2$ הוא -2 .

א. חשב את a .

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, הפרבולה וציר y .



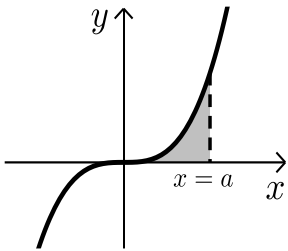
(26) הפונקציה המתוארת בשרטוט היא: $y = ax^2$ (a פרמטר).

המרובע ABCO הוא ריבוע.

הקדקוד B נמצא על גרף הפונקציה.

ידוע כי אורך צלע הריבוע היא 2 יחידות.

מצא את ערך הפרמטר a ואת השטח המסומן בשרטוט.



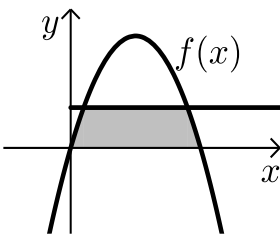
(27) נתונה הפונקציה $y = x^3$.

מעבירים אנך לציר ה- x : $x = a$ (a פרמטר חיובי)

כך שנוצר שטח הכלוא בין האנך, גרף הפונקציה וציר ה- x .

א. הבע באמצעות a את השטח המקווקו בציור.

ב. חשב את a אם ידוע כי שטח זה שווה ל- a^2 .



(28) נתונה הפונקציה: $f(x) = kx - x^2$.

הישר $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

ידוע כי שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך

הוא $x = 9$.

א. מצא את ערך הפרמטר k .

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה בין שני הגרפים.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה,

הישר וציר ה- x (השטח המסומן).

תשובות סופיות:

$$\text{(25) א. } a = -\frac{1}{2} \quad \text{ב. } \frac{4}{3} \text{ יח"ש.}$$

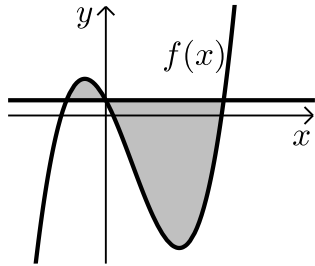
$$\text{(26) } a = \frac{1}{2}, \quad 2\frac{2}{3} \text{ יח"ש.}$$

$$\text{(27) א. } \frac{a^4}{4} \quad \text{ב. } a = 2$$

$$\text{(28) א. } k = 10 \quad \text{ב. } (1, 9) \quad \text{ג. } 81\frac{1}{3} \text{ יח"ש.}$$

חישובי שטחים כאשר נתונה נגזרת הפונקציה:

שאלות:



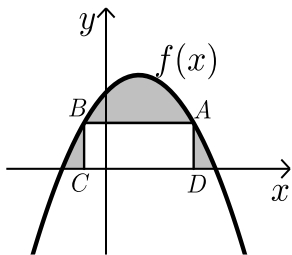
29 נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 3x^2 - 8x - 12$.

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ על ציר ה- y .

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הישר והפונקציה.

30 הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המתוארת באיור שלפניך היא: $f'(x) = 3 - 2x$.



ישר AB שמשוואתו: $y = 6$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות A ו-B.

מנקודות אלו מורידים אנכים לציר ה- x כך שנוצר מלבן ABCD.

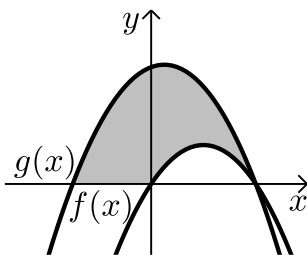
ידוע ששיעור ה- x של הנקודה A הוא 4.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המלבן וציר ה- x .

31 באיור שלפניך מתוארות הפונקציות שנגזרותיהן: $f'(x) = 4 - 2x$, $g'(x) = -2x + 1$.

ידוע ששתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x כאשר: $x = 4$.

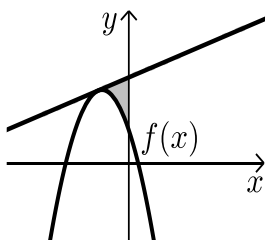


א. מצא את הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- x (המסומן).

32 נתונה פונקציה $f(x)$.

משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = -2$ היא: $y = x + 13$.



הנגזרת של הפונקציה היא: $f'(x) = -4x - 7$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- y .

33 נתונה פונקציה $f(x)$ שנגזרתה היא: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

ישר ששיפועו 15 משיק לפונקציה ברביע הרביעי בנקודה שבה: $y = -20$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. האם יש עוד משיקים לגרף הפונקציה בעלי שיפוע 15? אם כן- מצא אותם.

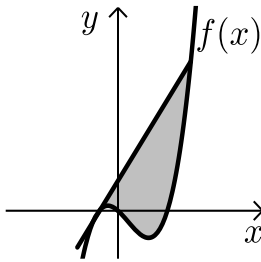
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי הנקודה שבה $x = 7$ משותפת למשיק

שמצאת בסעיף הקודם ולפונקציה $f(x)$.

ii. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה

והמשיק שמצאת בסעיף הקודם (ראה איור).



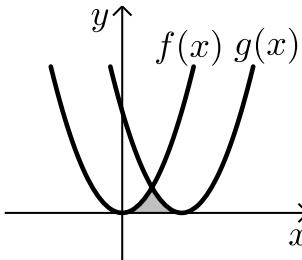
34 באיור שלפניך חותך גרף הפונקציה: $f(x) = x^2$

את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 2$.

הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ היא: $g'(x) = 2x - 8$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים וציר ה- x (המסומן).



35 באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ והישר $y = 2x$.

נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 6$

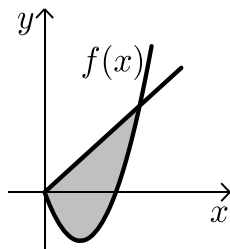
וידוע כי הישר חותך את הפונקציה בנקודה שבה ערך

ה- y הוא 16.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. האם יש לגרף הפונקציה ולישר עוד נקודות חיתוך? אם כן מצא אותן.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה והישר.



תשובות סופיות:

29 א. $f(x) = x^3 - 4x^2 - 12x + 5$ ב. $189\frac{1}{3}$ יח"ש.

30 א. $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ ב. $27\frac{1}{6}$ יח"ש.

31 א. $f(x) = 4x - x^2$, $g(x) = -x^2 + x + 12$ ב. 46.5 יח"ש.

32 א. $f(x) = -2x^2 - 7x + 5$ ב. $5\frac{1}{3}$ יח"ש.

33 א. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ ב. $y = 15x + 28$

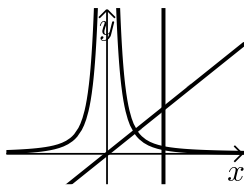
ג. i. (7,133) ג. ii. 546.75 יח"ש.

34 א. $g(x) = (x-4)^2$ ב. $5\frac{1}{3}$ יח"ש.

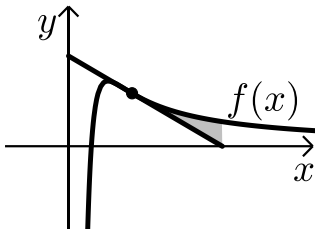
35 א. $f(x) = x^2 - 6x$ ב. (0,0) ג. $85\frac{1}{3}$ יח"ש.

חישובי שטחים עם פונקציה רציונאלית:

שאלות:

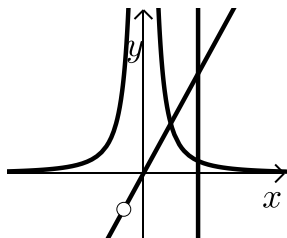


- (1) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = x$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות,
הישר $x=2$ וציר ה- x .



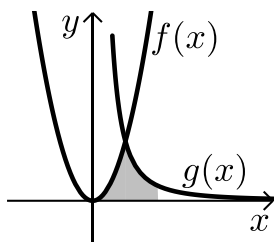
- (2) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מבין כל המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}$, מצא את משוואת המשיק ששיפועו מינימלי.
ב. באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף א'.
חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק ואנך לציר ה- x היוצא מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .



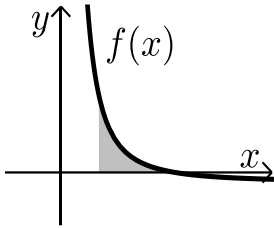
- (3) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 2}$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות,
הישר $x=2$ וציר ה- x .

- (4) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = 2x^2$ ו- $g(x) = \frac{a}{x^2}$



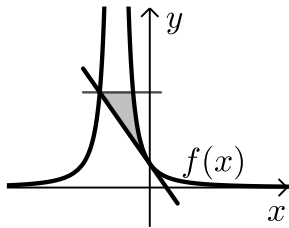
- (a קבוע) בתחום: $x > 0$.
ידוע כי הגרפים נחתכים ברביע הראשון בנקודה הנמצאת על הישר: $y = 4x$.
א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים ואת a .
ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר: $x = 4$.

5) גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{a-x^2}{x^2}$ (קבוע a) חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.



- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר: $x=2$.

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{A}{(2x+A)^2}$ (A פרמטר חיובי).



ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא: $-\frac{1}{9}$.

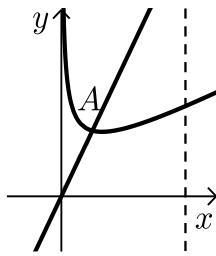
- א. מצא את ערך הפרמטר A .
 ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך עם ציר ה- y .
 ג. הראה כי המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = -4.5$.
 ד. העבר ישר אופקי מנקודת החיתוך של המשיק וגרף הפונקציה מהסעיף הקודם. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של ישר זה עם גרף הפונקציה.
 ה. חשב את השטח כלוא בין המשיק, הישר וגרף הפונקציה (היעזר באיור).

תשובות סופיות:

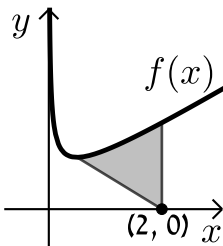
- 1) 1 יח"ש.
 2) א. $y = -x + 2$.
 3) 1 יח"ש.
 4) א. $a = 32$, $(2,8)$.
 5) א. $a = 36$, $f(x) = \frac{36-x^2}{x^2}$.
 6) א. $A = 6$.
 ב. $\frac{1}{8}$ יח"ש.
 ב. $13\frac{1}{3}$ יח"ש.
 ב. 8 יח"ש.
 ג. הוכחה.
 ב. $y = -\frac{1}{9}x + \frac{1}{6}$.
 ד. $(-1.5, \frac{2}{3})$.
 ה. $\frac{5}{8}$ יח"ש.

חישובי שטחים עם פונקציות שורש:

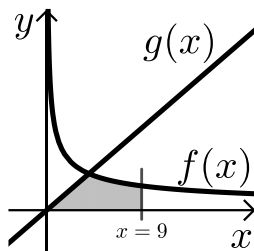
שאלות:



- (1) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x$.
 מעבירים ישר: $y = 4x$ החותך את גרף הפונקציה
 בנקודה A המסומנת באיור.
 א. מצא את שיעורי הנקודה A.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$,
 הישר $y = 4x$, ציר ה- x ואנך לציר ה- x : $x = 4$.

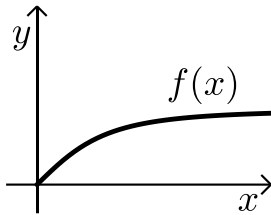


- (2) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + x$.
 א. מצא את נקודת המינימום שלה.
 ב. מנקודת המינימום של הפונקציה מעבירים
 ישר לנקודה $(2, 0)$ שעל ציר ה- x .
 מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר ואנך לציר ה- x
 היוצא מהנקודה $(2, 0)$ עד לנקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

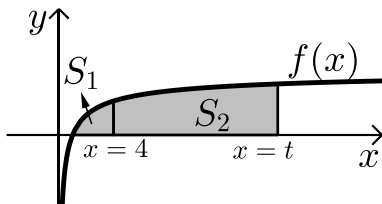


- (3) באיור הבא מתוארים הגרפים של
 הפונקציות: $f(x) = \frac{16}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x) = 2x - 1$.
 א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים,
 ציר ה- x והישר $x = 9$.

- (4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x - 6)\sqrt{x}$.
 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק לפונקציה בנקודת
 המינימום שלה וציר ה- y .



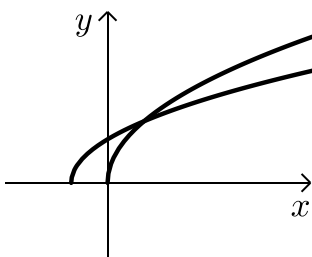
- (5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ברביע הראשון. לפונקציה העבירו משיק העובר בראשית הצירים. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק והישר $x = \sqrt{3}$.



- (6) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$. מעבירים שני אנכים לציר ה- x והם: $x = 4$ ו- $x = t$ ($t > 4$). נסמן:
 S_1 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x .
 S_2 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והאנכים.
 ידוע כי: $8S_1 = S_2$. מצא את t .

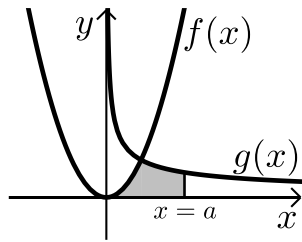
(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ii. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 iii. הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
 ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה ששיפועו הוא: $m = \frac{17}{16}$. מצא את נקודת ההשקה.
 ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x ואנך לציר ה- x מנקודת ההשקה שמצאת בסעיף הקודם.



- (8) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{x+b}$, $g(x) = \sqrt{2x}$ ($b > 0$). גודל השטח הכלוא בין הפונקציות וציר ה- x הוא $2\frac{2}{3}$ יח"ש. מצא את ערכו של הפרמטר b .

9) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2$



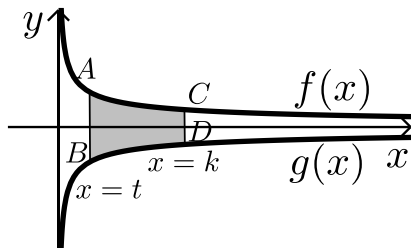
ו- $g(x) = \frac{32}{\sqrt{x}}$ ברביע הראשון.

מעבירים ישר $x=a$ החותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ויוצר את השטח הכלוא בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר.

ידוע כי שטח זה שווה ל- $S = 85\frac{1}{3}$.

מצא את a .

10) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}}$



מעבירים שני ישרים: $x=k$ ו- $x=t$ אשר חותכים את הגרפים של הפונקציות ויוצרים את הקטעים AB ו-CD.

ידוע כי: $2CD=AB$.

א. הראה כי: $k=4t$.

ב. השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות

והישרים: $x=t$ ו- $x=k$ הוא: $S=12$.

מצא את t .

11) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא עבור איזה ערך של a , $(a > 1)$ יתקיים: $\int_1^a \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1 \right) dx = 0$.

ב. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1$

מעבירים שני אנכים לציר ה- x והם: $x=1$ ו- $x=13$

כך שנוצרים השטחים S_1 ו- S_2 .

מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x

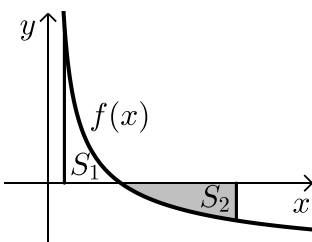
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

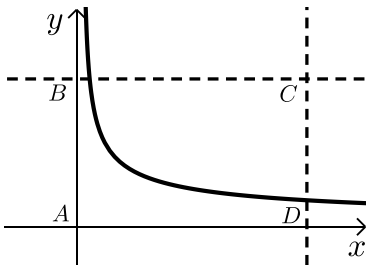
i. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,

ציר ה- x והאנך $x=1$, (S_1) .

ii. היעזר בתוצאה שקיבלת ובסעיף א' וקבע לכמה שווה השטח S_2 .

נמק את טענתך.





(12) באיור שלפניך מתוארת הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{\sqrt{2x-1}}$

מעבירים את הישרים המקבילים לצירים: $x = 13$

ו- $y = 3$ כך שנוצר המלבן ABCD כמתואר באיור.

הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה M.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. מסמנים את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה

והישרים ב- S_1 ואת שטח המלבן ב- S_2 .

$$\text{הראה כי: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{13}$$

תשובות סופיות:

1) א. $A(1,4)$ ב. 15.5 יח"ש.

2) א. $\min(0.5, 1.5)$ ב. 1.75 יח"ש.

3) א. $(4,8)$ ב. 48 יח"ש.

4) 2.26 יח"ש.

5) 0.5 יח"ש

6) $t = 16$

7) א. i. $x > 0$ ii. $(4,0)$ iii. $f'(x) = 1 + \frac{4}{x\sqrt{x}} > 0$

ב. $(16,14)$ ג. 88 יח"ש.

8) $b = 2$

9) $a = 9$

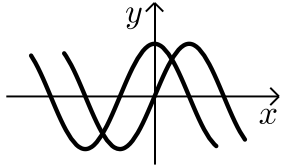
10) א. הוכחה ב. $t = 1$

11) א. $a = 13$ ב. $(5,0)$ ג. i. $S_1 = 2$ ii. $S_2 = |-S_1| = 2$

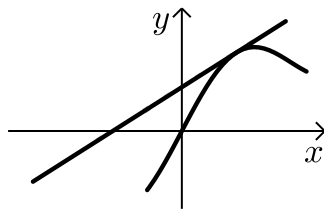
12) א. $M(5,3)$

חישובי שטחים עם פונקציות טריגונומטריות:

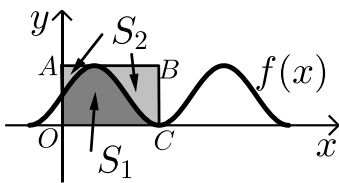
שאלות:



- (1) נתונות הפונקציות: $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות לציר ה- y ברביע הראשון.

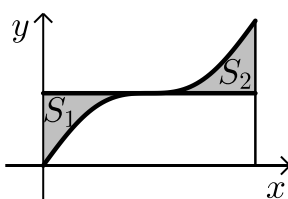


- (2) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + 2 \sin x$.
בתחום שבין ראשית הצירים לנקודת המקסימום הראשונה מימינה העבירו לפונקציה משיק ששיפועו 1.
א. מצא את משוואת המשיק.
ב. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x ברביעים הראשון והשני.

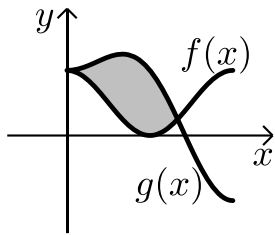


- (3) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{\sin 2x + 1}{2}$.
בתחום: $-0.25\pi \leq x \leq 1.75\pi$ מעבירים משיק AB דרך נקודת המקסימום של הפונקציה ומעלים אנך לציר ה- x מנקודת החיתוך הראשונה של גרף הפונקציה עם ציר ה- x בתחום הנתון המסומנת ב- C כך שנוצר המלבן $ABCO$.
השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והצירים יסומן ב- S_1 (ראה סימון בציור).
השטח הכלוא בין צלעות המלבן, גרף הפונקציה וציר ה- y יסומן ב- S_2 .
א. מצא את משוואת הצלע AB של המלבן.
ב. חשב את היחס: $\frac{S_1}{S_2}$.

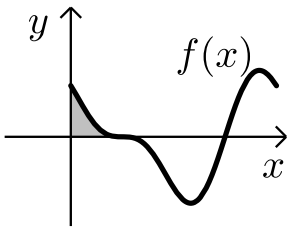
- (4) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $y = \sin x + x$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.



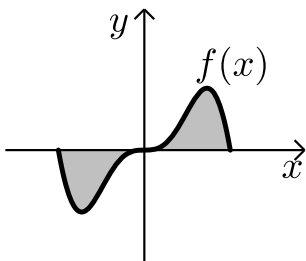
- א. האם יש לפונקציה נקודות קיצון פנימיות בתחום הנתון?
ב. מורידים אנך מגרף הפונקציה לציר ה- x בנקודה שבה: $x = 2\pi$.
מעבירים ישר המקביל לציר ה- x מהנקודה שמאפסת את הנגזרת.
הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 המסומנים בסרטוט שווים.



- 5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה
 הבאות: $f(x) = \cos^2 x$ ו- $g(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$
 בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים בתחום הנתון.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים.
 השתמש בזהות: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.



- 6) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\cos 2x - \sin x$.
 א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות
 המקיימות: $f'(x) = 0$ בתחום: $0 < x < 2\pi$.
 ידוע כי הנקודה המקיימת $f'(x) = 0$ אשר אינה
 קיצון נמצאת על ציר ה- x .
 ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 ג. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה בתחום הנתון.
 חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והצירים.



- 7) ענה על הסעיפים הבאים:
 א. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x$
 הוכח כי הנגזרת של הפונקציה היא: $y' = x^2 \sin x$
 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \sin x$
 בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.
 ב. הראה כי גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.
 ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה
 וציר ה- x בתחום הנתון.

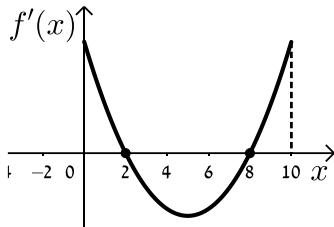
- 8) נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cos x + b \sin x$, פרמטרים.
 הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$ והיא חיובית בתחום $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.
 גודל השטח הכלוא מתחת לפונקציה בתחום $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ הוא $2\sqrt{2} - 2$.
 מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.41 יח"ש.
- (2) א. $y = x + 2$. ב. π יח"ש.
- (3) א. $y = 1$. ב. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{3\pi - 2} = 1.538$.
- (4) א. אין נקודת קיצון, הנקודה (π, π) היא נקודת פיתול.
 ב. $S = 0.5\pi^2 - 2 = 2.934$.
- (5) א. $(0, 1)$, $(\frac{2\pi}{3}, \frac{1}{4})$. ב. $S = 1.5 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.299$.
- (6) א. $x = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$. ב. $f(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$. ג. $\frac{1}{2}$ יח"ש.
- (7) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $S = 2(\pi^2 - 4) \approx 11.74$.
- (8) $b = -2, a = 2$.

חישובי שטחים בין גרף הנגזרת והצירים:

שאלות:



1 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 10$.

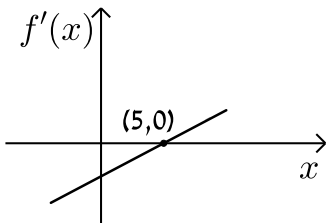
בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$.

א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

אם: $f(2) = 6, f(0) = -4, f(5) = 0$ וכך: $f(10) > 0$.

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הנגזרת והצירים ברביע הראשון

עד לנקודה שבה $x = 2$.



2 לפניך הגרף של הפונקציה $f'(x)$.

הגרף המתואר חותך את ציר ה- x בנקודה

אחת בלבד והיא $(5, 0)$.

א. מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא חיובית

ואת התחומים שבהם היא שלילית.

ב. קבע מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

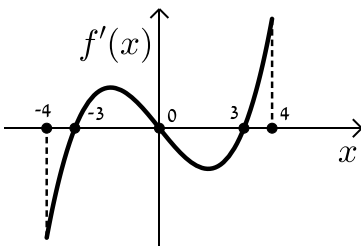
ג. כתוב את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי

שיעור ה- y שלה הוא -2 .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי גרף הפונקציה

חותך את ציר ה- y כאשר $y = 8$.

ה. חשב את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים.



3 בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

א. רשום את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון

של $f(x)$ וקבע את סוגן.

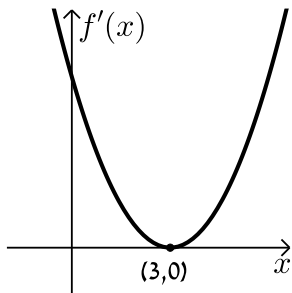
ג. נתון כי הפונקציה $f(x)$ עוברת בראשית הצירים וגם מקיימת: $f(-3) = f(3) = m$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנ"ל (הבע באמצעות m).

ד. השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x ברביעים

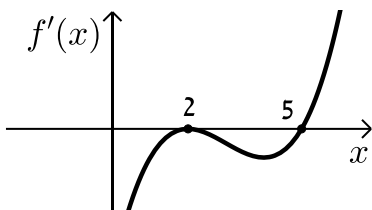
השני והרביעי הוא 16 יח"ש. מצא את m .

4 הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$ מתוארת באיור הבא.



- א. האם ל- $f(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ אם ידוע כי $f(3) = 4$ וכי היא חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -5$.
- ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים ברביע הראשון.

5 באיור שלפניך מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

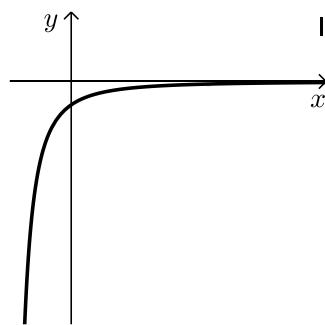
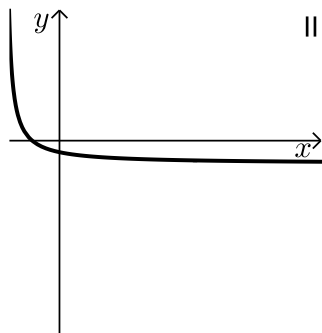


ידוע כי הנקודות $B(2, 2)$, $A(5, -4.75)$

ו- $C(0, 14)$ נמצאות על $f(x)$.

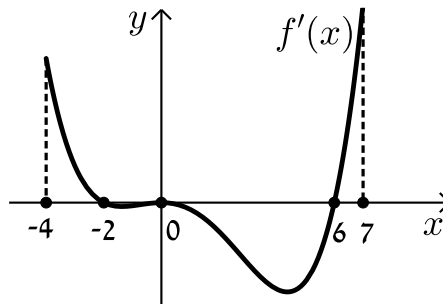
- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. חשב את השטח מוגבל בין גרף הנגזרת $f'(x)$ והצירים בתחום $0 \leq x \leq 5$.

6 באיורים שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$:



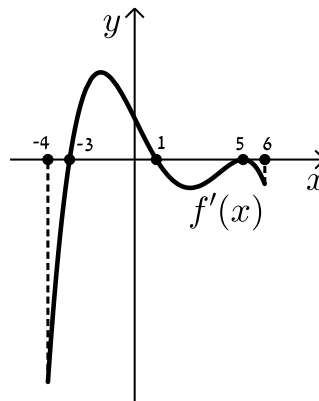
- א. זהה איזה גרף שייך לאיזו פונקציה ונמק.
- ב. נתון כי $f(10) = -3$ וכי $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -2$. מהו השטח המוגבל בין גרף הנגזרת $f'(x)$, הצירים והישר $x = 10$?

7 נתון גרף הנגזרת $f'(x)$ הבא:



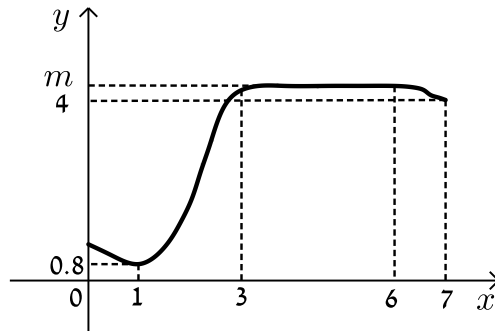
- א. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 7$ לפי הנתונים: $f(0) = -2$, $f(-2) = 7.6$ ו- $f(6) = -606.8$.
- ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת וציר ה- x ברביע השלישי.
- ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת וציר ה- x ברביע הרביעי.

8 נתון גרף הנגזרת $f'(x)$ הבא:



- א. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 6$ עבור הנתונים: $f(5) = -83\frac{1}{3}$, $f(1) = 36\frac{2}{15}$, $f(-3) = -356\frac{2}{5}$.
- ב. חשב את כלל השטח הכלוא בין גרף הנגזרת וציר ה- x בתחום: $-3 \leq x \leq 5$.

9) בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 < x < 7$:



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים וענה על השאלות הבאות:

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-6 מתקיים:

i. $f'(x) > 0$

ii. $f'(x) = 0$

iii. $f'(x) < 0$

ב. נתון כי: $\int_3^6 m dx = 15$, כאשר m הוא פרמטר המסומן על ציר ה- y .

מצא את $f(5)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציה הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 < x < 3$.

ד. מצא את השטח המוגבל בין הגרף של פונקציה הנגזרת $f'(x)$

וציר ה- x בתחום $1 < x < 3$.

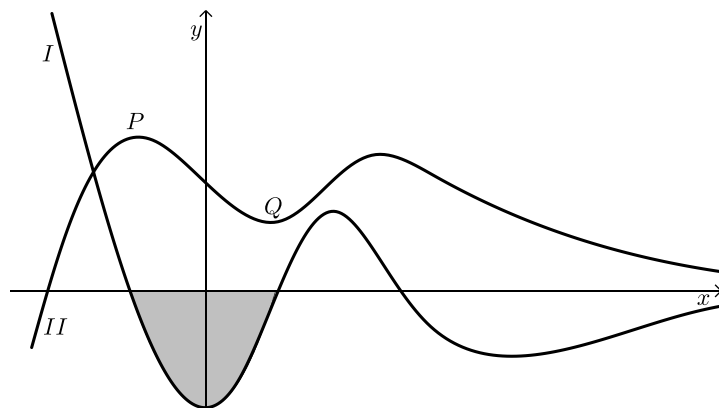
10) בסרטוט נתונים הגרפים של פונקציה ושל נגזרתה.

א. קבע איזה מהגרפים, I או II, שייך לפונקציה ואיזה שייך לנגזרת. נמק.

ב. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה? נמק וסמן אותן על הסרטוט.

ג. נתון: $P(-2, 4)$, $Q(2, 1)$. מצא את גודלו של השטח הכלוא בין גרף I

לציר ה- x (השטח המסומן בסרטוט).



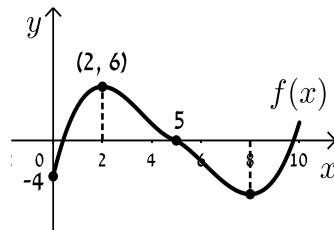
תשובות סופיות:

הערה: סרטוטי הסקיצות מופיעות במרוכז בעמוד הבא.

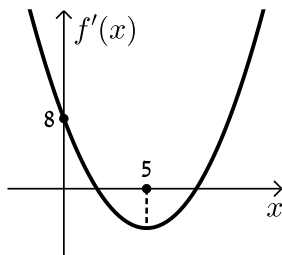
- (1) ב. 10 יח"ש.
- (2) א. חיובית: $x > 5$, שלילית: $x < 5$. ב. עולה: $x > 5$, יורדת: $x < 5$.
 ג. $\min(5, -2)$. ד. הוכחה. ה. 10 יח"ש.
- (3) א. עולה: $3 < x \leq 4$, $-3 < x < 0$, יורדת: $0 < x < 3$, $-4 \leq x < -3$.
 ב. $x_{\min} = -3$, $x_{\max} = 0$, $x_{\min} = 3$. ג. הוכחה. ד. $m = -8$.
- (4) א. לא. הנקודה $(3, 0)$ היא פיתול מכיוון שהפונקציה עולה לפניה ואחריה.
 ב. הוכחה. ג. 9 יח"ש.
- (5) א. $\min(5, -4.75)$. ב. עולה: $x > 5$, יורדת: $x < 5$.
 ג. הוכחה. ד. 18.75 יח"ש.
- (6) א. $f(x): \text{II}$, $f'(x): \text{I}$. ב. 1 יח"ש.
- (7) א. הוכחה. ב. 9.6 יח"ש. ג. 604.8 יח"ש.
- (8) א. הוכחה. ב. 512 יח"ש.
- (9) א. i. $f'(x) > 0: 1 < x < 3$. א. ii. $f'(x) = 0: x = 1, 3 \leq x < 6$.
 א. iii. $f'(x) < 0: 6 < x < 7, 0 < x < 1$. ב. $f(5) = 5, m = 5$. ד. 4.2 יח"ש.
- (10) א. גרף I - $f'(x)$ וגרף II - $f(x)$. ב. 3 נקודות פיתול.
 ג. 3 יח"ש.

סרטוטי גרפים לפי מספרי שאלות:

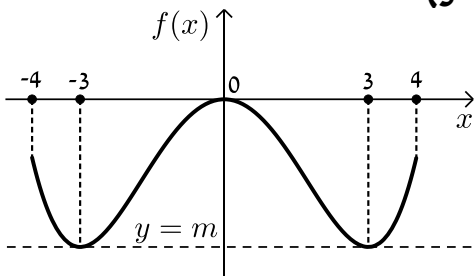
(1)



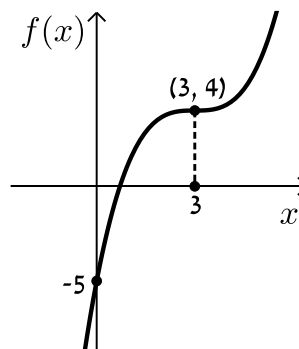
(2)



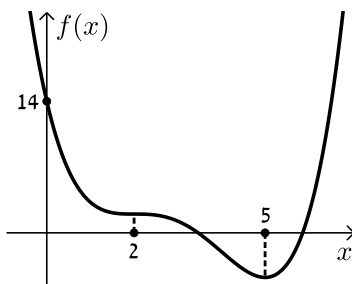
(3)



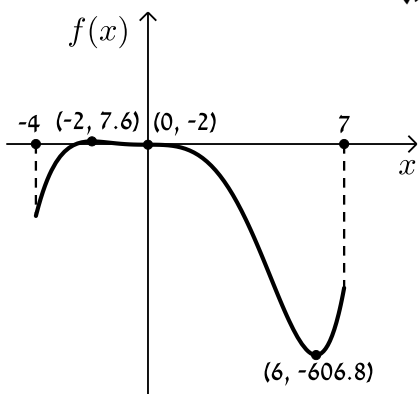
(4)



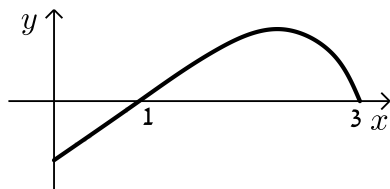
(5)



(7)



(9)



(8)

