דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

תוכן העניינים

דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

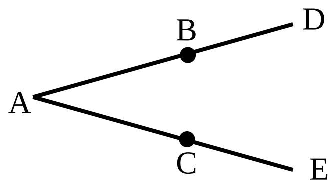
פרק 1 - מבוא לגאומטריה של המישור

תוכן העניינים

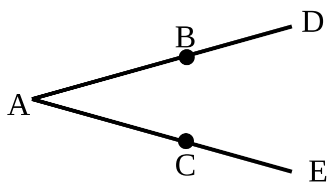
חיבור וחיסור קטעים:

שאלות:

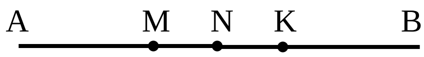
1) באיור שלפניך נתון: $AB = AC$, $BD = CE$.
הוכח: $AD=AE$.



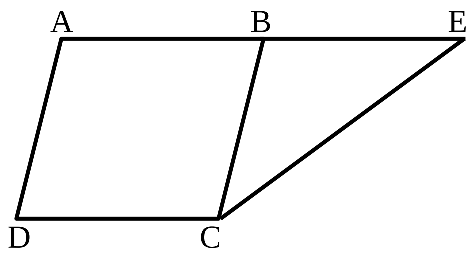
2) באיור שלפניך נתון: $AD = AE$, $AB = AC$.
הוכח: $BD = CE$.



3) הנקודות A, M, N, K, B נמצאות על ישר אחד.
נתון כי: $AM = KB$, $MN = NK$.
הוכח: $AN = BN$.



4) בסרטוט שלפניך נתון כי: $BC = AB$, $BE + BC = 2AB$.
הוכח: $AB = BE$.



תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

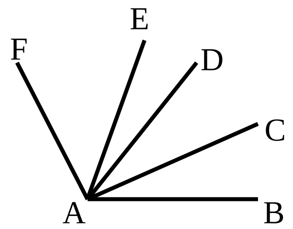
2) שאלת הוכחה.

3) שאלת הוכחה.

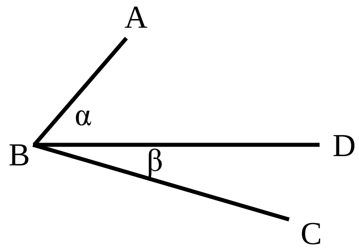
4) שאלת הוכחה.

חישובי זוויות וחיבור וחיסור זוויות:

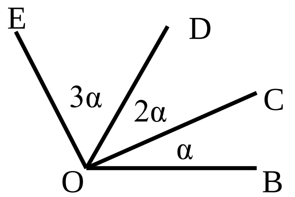
שאלות:



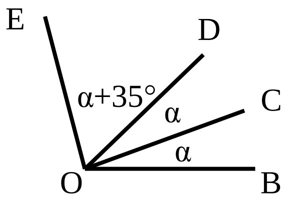
5) נתון: $\sphericalangle FAE = 2\cdot\sphericalangle EAD$, $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAC$.
וכן: $\sphericalangle EAB = 80°$, $\sphericalangle FAD = 60°$.
חשב את הזויות הבאות:
$\sphericalangle FAB$, $\sphericalangle EAC$, $\sphericalangle CAB$.



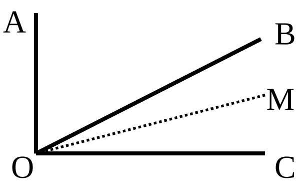
6) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle ABC = 69°$.
נתון כי: $\alpha = 2\beta$ (זוויות סמוכות).
מצא את α ואת β .



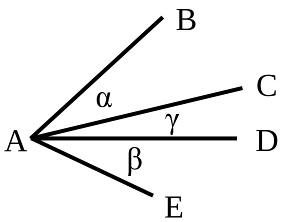
7) באיור שלפניך מספר קרניים היוצאים מהנקודה O.
הנתונים הם: $\sphericalangle EOB = 138°$.
חשב את הזוויות הבאות:
$\sphericalangle EOD$, $\sphericalangle DOC$, $\sphericalangle COB$.



8) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle EOB = 110°$.
שאר הנתונים מופיעים בתרשים.
חשב את הזוויות הבאות:
$\sphericalangle EOC$, $\sphericalangle DOC$.



9) נתון האיור הבא ובו: $\sphericalangle AOC = 90°$.
OM חוצה את זווית BOC.
מתקיים: $\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle MOC$.
חשב את: $\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle BOM$.



10) בסרטוט שלפניך נתון: $\alpha = \beta$.
הוכח כי: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle EAC$.

תשובות סופיות:

5) $\sphericalangle CAB = 30°$, $\sphericalangle EAC = 50°$, $\sphericalangle FAB = 120°$.

6) $\beta = 23°$, $\alpha = 46°$.

7) $\sphericalangle DOE = 69°$, $\sphericalangle COD = 46°$, $\sphericalangle BOC = 23°$.

8) $\sphericalangle DOC = 25°$, $\sphericalangle EOC = 85°$.

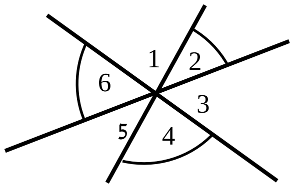
9) $\sphericalangle BOM = 18°$, $\sphericalangle AOM = 72°$.

10) שאלת הוכחה.

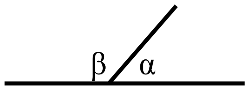
זוויות קדקודיות וזוויות צמודות:

שאלות:

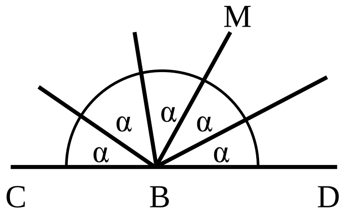
11) חשב את סכום הזוויות הבאות (נמק):
$\measuredangle 2+\measuredangle 4+\measuredangle 6$



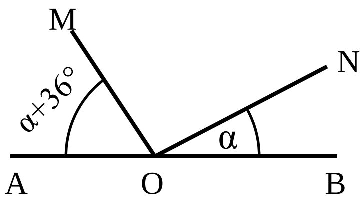
12) באיור שלפניך הזוויות α ו- β הן זוויות צמודות.
ידוע כי: $\alpha=63°$.
מצא את זווית β.



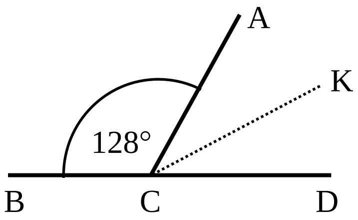
13) באיור שלפניך הזווית CBD היא שטוחה.
כל הזוויות שוות ל- α.
א. חשב את α.
ב. חשב את זווית CBM.



14) בסרטוט שלפניך ידוע:
הזווית AOB היא שטוחה.
נתון: $\alpha=27°$.
הוכח כי: $MO\perp NO$.



15) הזוויות $\measuredangle ACD$ ו- $\measuredangle ACB$ הן צמודות.
ידוע כי CK חוצה זווית ACD.
כמו כן: $\measuredangle ACB=128°$.
חשב את זווית BCK.



תשובות סופיות:

11) 180°.

12) $\beta = 117^\circ$.

13) א. $\alpha = 36^\circ$ ב. $\sphericalangle CBM = 108^\circ$.

14) שאלת הוכחה.

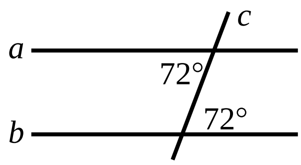
15) $\sphericalangle BCK = 154^\circ$.

זוויות בין ישרים מקבילים:

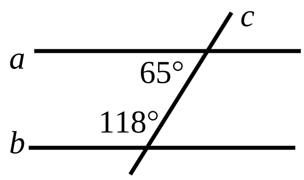
שאלות:

16) קבע בכל מקרה האם הישרים a ו-b מקבילים או שלא. נמק.

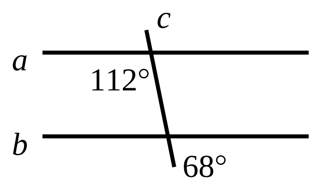
א.



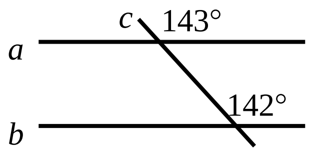
ב.



ג.

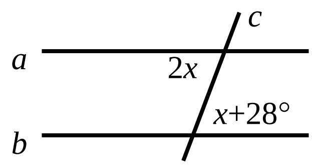


ד.

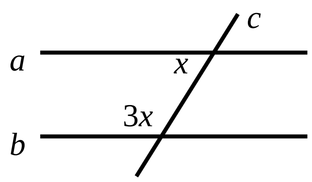


17) הישרים a ו-b מקבילים. מצא את x בכל אחד מהמקרים הבאים:

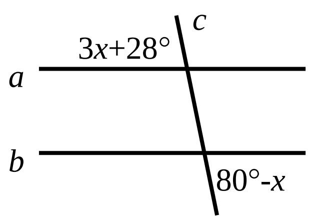
א.



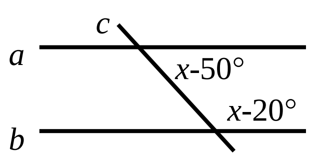
ב.



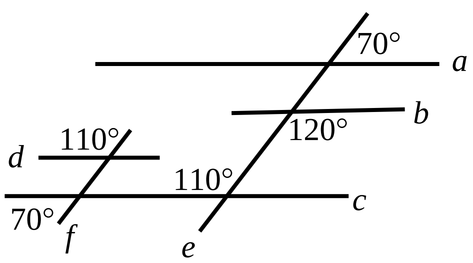
ג.



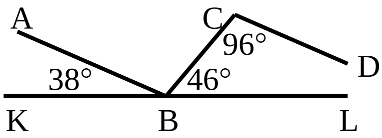
ד.



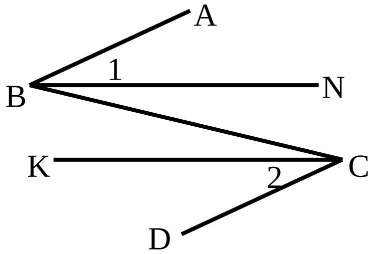
18) מצא את זוגות הישרים המקבילים בסרטוט הבא.
נמק.



19) בסרטוט שלפניך נתון כי KL הוא קו ישר.
שאר הזוויות מופיעות בתרשים.
הוכח כי: $AB \parallel CD$.



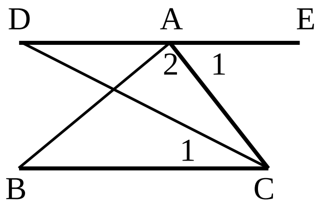
20) באיור שלפניך נתון כי:
$\measuredangle ABC = \measuredangle BCD$, $\measuredangle B_1 = \measuredangle C_2$.
הוכח כי: $BN \parallel CK$.



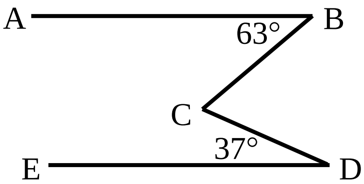
21) באיור שלפניך מופיע קטע ישר DE.
מהנקודה A מעבירים את הקטעים AB ו-AC.
מחברים את BC וידוע כי $BC \parallel DE$.
מעבירים את CD – חוצה זווית C.
נתון: $\measuredangle A_2 = 85°$, $\measuredangle A_1 = 68°$.

א. חשב את הזווית $\measuredangle C_1$.

ב. חשב את הזווית $\measuredangle B$.



22) בסרטוט שלפניך נתון:
$AB \parallel DE$, $\measuredangle B = 63°$, $\measuredangle D = 37°$.
חשב את גודל הזווית BCD.



תשובות סופיות:

16) א. כן ב. לא ג. כן ד. לא.

17) א. 28° ב. 45° ג. 13° ד. 125°.

18) $e \parallel f$, $a \parallel c \parallel d$.

19) שאלת הוכחה.

20) שאלת הוכחה.

21) א. 34° ב. 27°.

22) $\sphericalangle BCD = 100^\circ$.

דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 2 - גיאומטריה אוקלידית - משולשים

תוכן העניינים

הגדרות כלליות:

סוגי משולשים:

ניתן למיין את המשולשים לפי זוויות או לפי צלעות.

לפי זוויות:

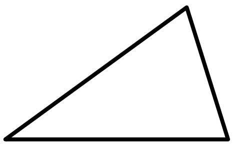
1. משולש חד זווית – משולש שכל זוויותיו חדות.
2. משולש ישר זווית – משולש בעל זווית ישרה.
3. משולש קהה זווית – משולש בעל זווית קהה.

לפי צלעות:

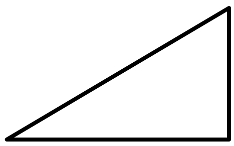
4. משולש שונה צלעות – משולש שבו כל הצלעות שונות באורכן.
5. משולש שווה שוקיים – משולש שבו שתי צלעות שוות.
6. משולש שווה צלעות – משולש שבו כל הצלעות שוות באורכן.

איורים לכל מקרה לפי המספרים:

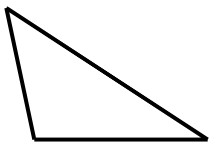
1. משולש חד זווית:



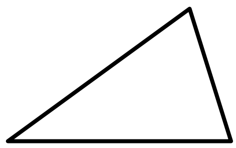
2. משולש ישר זווית:



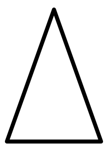
3. משולש קהה זווית:



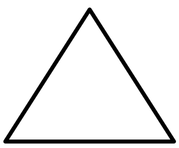
4. משולש שונה צלעות:



5. משולש שווה שוקיים:



6. משולש שווה צלעות:

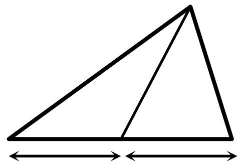


קטעים מיוחדים במשולשים:

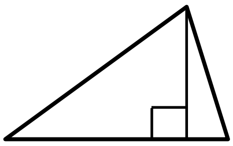
1. תיכון – קטע היוצא מקדקוד לצלע שממולו וחוצה אותה.
2. גובה – קטע היוצא מקדקוד לצלע שממולו ומאונך לה.
3. חוצה זווית – קטע היוצא מקדקוד וחוצה את הזווית שממנה הוא יוצא.
4. אנך אמצעי – קטע היוצא מאמצע צלע ומאונך לה.

איורים לכל מקרה לפי המספרים:

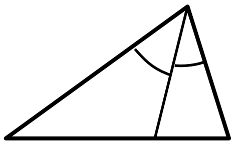
.1



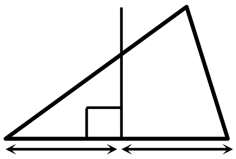
.2



.3



.4



משפטים כלליים במשולשים:

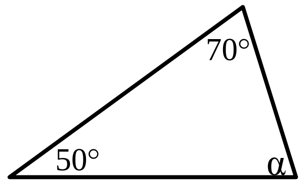
- סכום הזוויות במשולש הוא 180°.
- סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
- במשולש מול הזווית הגדולה נמצאת הצלע הגדולה ולהפך.
  במשולש מול הזווית הקטנה נמצאת הצלע הקטנה ולהפך.
  במשולש מול זוויות שוות נמצאות צלעות שוות ולהפך.

זוויות במשולשים:

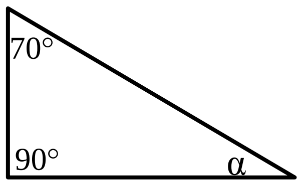
שאלות:

1) חשב את הזוויות בכל אחד מהמשולשים שלפניך:

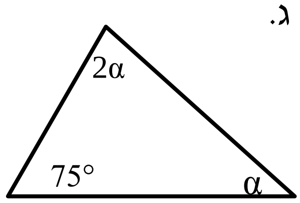
א.



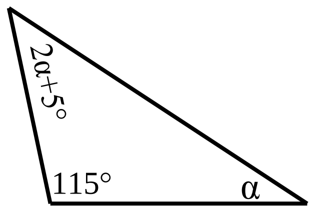
ב.



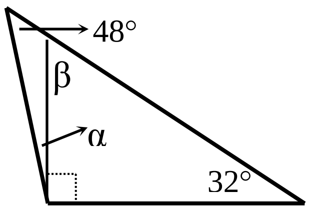
ג.



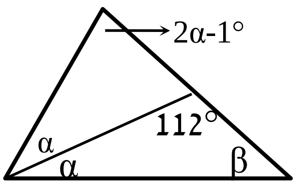
ד.



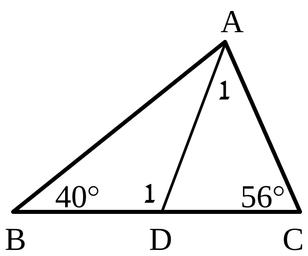
ה.



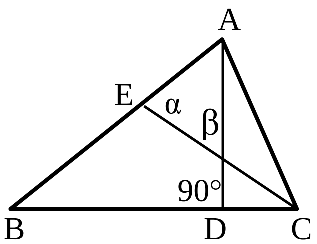
ו.



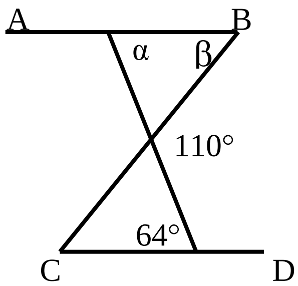
2) במשולש שלפניך נתון AD חוצה זווית A.
נתון: $\sphericalangle B=40^\circ$, $\sphericalangle C=56^\circ$.
חשב את הזוויות $\sphericalangle D_1$, $\sphericalangle A_1$.



3) נתון משולש ABC ובו AD גובה לצלע BC.
$\sphericalangle D=90^\circ$ הקטע CE חוצה זווית $\sphericalangle C$.
כמו כן: $\alpha=75^\circ$, $\beta=63^\circ$.
חשב את זוויות המשולש ABC .



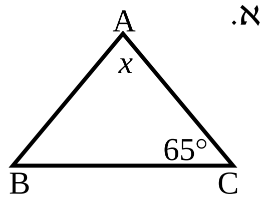
4) בסרטוט שלפניך נתון: $AB \parallel CD$.
מצא את הזוויות α ו- β .



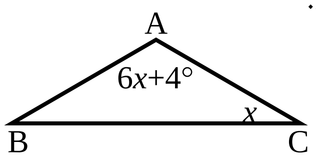
5) שלוש זוויות המשולש מתייחסות זו לזו כמו: 1:2:6.
חשב את זוויות המשולש.

6) בסרטוטים שלפניך נתונים משולשים שווי שוקיים $(AB=AC)$ שאחת מזוויותיהם נתונה. מצא את הגודל x בכל סרטוט.

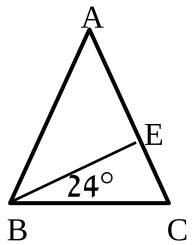
א.



ב.



7) הגובה לשוק המשולש שווה השוקיים ABC , $(AB=AC)$
יוצר זווית בת $24°$ עם הבסיס BC.
מצא את זוויות המשולש ABC.



8) חשב את זוויות המשולשים בכל אחד מהמקרים הבאים:

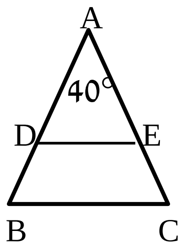
א. במשולש שווה שוקיים, זווית הבסיס גדולה פי ארבעה מזווית הראש.
מצא את זוויות המשולש.

ב. במשולש שווה שוקיים, זווית הבסיס גדולה ב- $12°$ מזווית הראש.
מצא את זוויות המשולש.

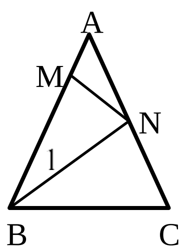
9) באיור שלפניך נתון: $AB=AC$, $AD=AE$, $\sphericalangle A=40°$.

א. חשב את הזוויות: $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$, $\sphericalangle D$, $\sphericalangle E$.

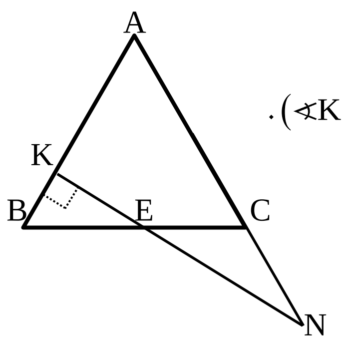
ב. הוכח: $DE \parallel BC$.



10) באיור שלפניך נתון: $AB=AC$.
מעבירים את הקטעים BN ו- MN כך שמתקיים:
$BM=BN=BC$.
נתון בנוסף: $\sphericalangle A=32°$.
חשב את זוויות: $\sphericalangle ANM$, $\sphericalangle B_1$.



11) משולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$.
בנקודה K כלשהי על AB מעלים אנך ל- AB $(\sphericalangle K=90°)$.
אנך זה חותך את BC בנקודה E
ואת המשך AC בנקודה N.
מתקיים: $CE=CN$.
חשב את זוויות המשולש ABC.



תשובות סופיות:

1) א. $\alpha = 60°$ ב. $\alpha = 20°$ ג. $\alpha = 35°$ ד. $\alpha = 20°$
ה. $\alpha = 10°$, $\beta = 58°$ ו. $\beta = 30\frac{1}{3}°$, $\alpha = 37\frac{2}{3}°$.

2) $\sphericalangle A_1 = 42°$, $\sphericalangle D_1 = 98°$

3) $\sphericalangle A = 78°$, $\sphericalangle B = 48°$, $\sphericalangle C = 54°$.

4) $\alpha = 64°$, $\beta = 46°$.

5) $20°$, $40°$, $120°$.

6) א. $x = 50°$ ב. $x = 22°$.

7) $\sphericalangle A = 48°$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 66°$.

8) א. $20°$, $80°$, $80°$ ב. $52°$, $64°$, $64°$

9) א. $\sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = \sphericalangle E = 70°$. ב. שאלת הוכחה

10) א. $\sphericalangle B_1 = 42°$, $\sphericalangle ANM = 37°$.

11) $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60°$.

משולש שווה שוקיים ושווה צלעות:

סיכום כללי:

משפטים במשולש שווה שוקיים:

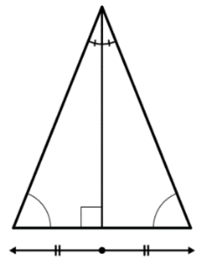
- במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
  (משפט הפוך) משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים.
- במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס מתלכדים.
  (משפט הפוך) משולש שבו חוצה זווית הוא גם גובה או חוצה זווית הוא גם תיכון או גובה הוא גם תיכון הוא משולש שווה שוקיים.

משפטים במשולש שווה צלעות:

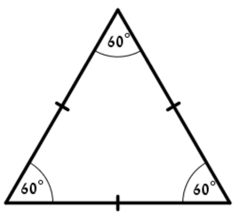
- במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות 60°.
  (משפט הפוך) משולש שבו כל הזוויות שוות הוא משולש שווה צלעות.

איורים:

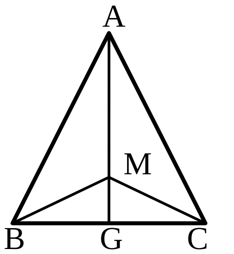
משפט במשולש שווה שוקיים



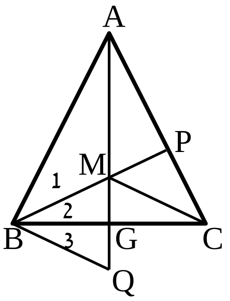
משפט במשולש שווה צלעות



שאלות:



12) המשולש ABC שבציור הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$.
AG חוצה את זווית $\sphericalangle A$.
M היא נקודה כלשהי על AG.
הוכח כי: $BM = CM$.



13) המשולש ABC שבציור הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$.
AG ו-BP חוצים את הזוויות $\sphericalangle A$ ו-$\sphericalangle ABC$ בהתאמה.
הנקודה Q נמצאת על המשך AG .
נתון: $GM = GQ$.
הוכח: $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_3$.

תשובות סופיות:

12) שאלת הוכחה.
13) שאלת הוכחה.

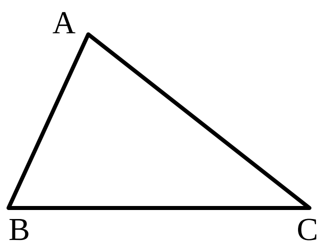
חפיפת משולשים:

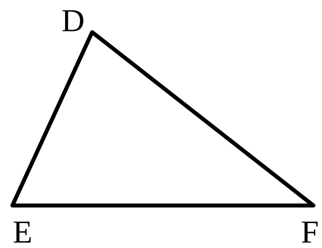
סיכום כללי:

הגדרה:

משולשים חופפים הם משולשים ששווים זה לזה בכל צלעותיהם ובכל זוויותיהם בהתאמה.

סימון מתמטי: $\begin{cases} AB = DE \;,\; AC = DF \;,\; BC = EF \\ \sphericalangle A = \sphericalangle D \;,\; \sphericalangle B = \sphericalangle E \;,\; \sphericalangle C = \sphericalangle F \end{cases} \Leftrightarrow \Delta ABC \cong \Delta DEF$.



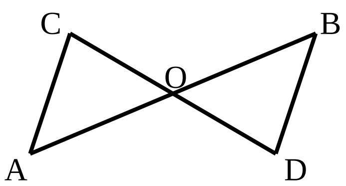


משפטי החפיפה:

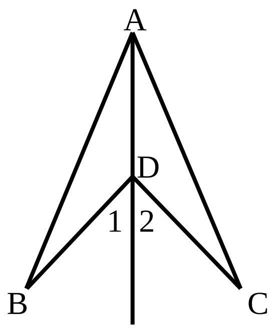
- משפט חפיפה צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ):
אם בין שני משולשים שוות שתי צלעות והזווית שביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.
- משפט חפיפה זווית-צלע-זווית (ז.צ.ז):
אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות והצלע שביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.
- משפט חפיפה צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ):
אם בין שני משולשים שוות שלוש צלעות בהתאמה אז המשולשים חופפים.
- משפט חפיפה צלע-צלע-והזווית הגדולה (צ.צ.ז):
אם בין שני משולשים שוות שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.

שאלות:

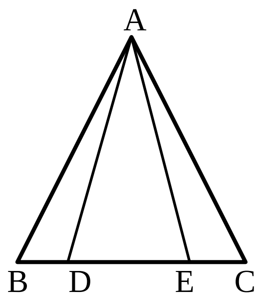
שאלות העוסקות במשפט חפיפה צלע-זווית-צלע:



14) באיור שלפניך הקטעים AB ו- CD חוצים זה את זה בנקודה O.
הוכח: $\Delta ACO \cong \Delta BDO$.

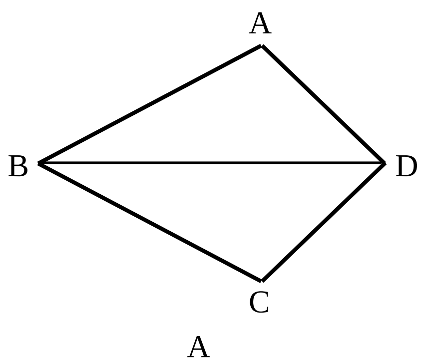


15) באיור שלפניך נתון: $BD = CD$.
כמו כן: $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$.
הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

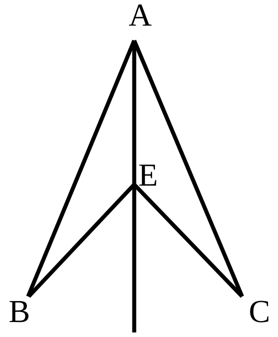


16) בסרטוט שלפניך נתון:
$AB = AC$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C$, $BE = CD$.
הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta ACE$.

שאלות העוסקות במשפט חפיפה זווית-צלע-זווית:

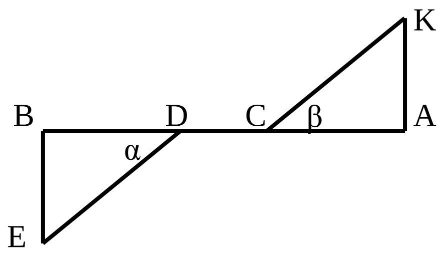


17) במרובע ABCD נתון כיBD חוצה את זוויות $\sphericalangle B$ ו- $\sphericalangle D$.
הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta CBD$.



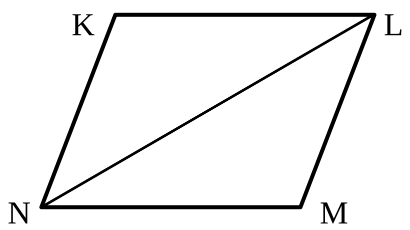
18) בסרטוט שלפניך נתון:
AE חוצה את הזוויות $\sphericalangle BAC$ ו- $\sphericalangle BEC$.
הוכח: $\Delta ABE \cong \Delta ACE$.

19) בציור שלפניך נתון:
$AC = BD$, $\alpha = \beta$
$AB \perp BE$, $AB \perp AK$.
הוכח: $\Delta AKC \cong \Delta BED$.



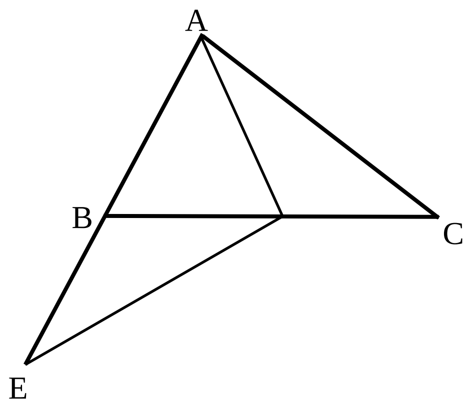
שאלות העוסקות במשפט חפיפה צלע-צלע-צלע:

20) באיור שלפניך נתון:
$KL = MN$, $KN = LM$.
הוכח: $\Delta KLN \cong \Delta MLN$.



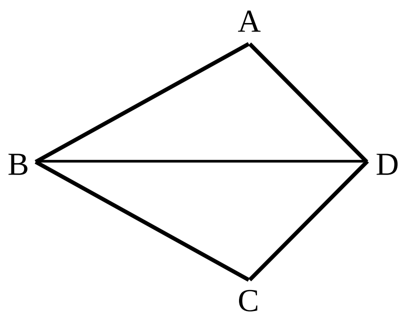
שאלות העוסקות במשפט חפיפה צלע-צלע-זווית שמול הצלע הגדולה:

21) בציור שלפניך נתון:
$AC = DE$, $AB = BE = AD$
הוכח כי הנקודה D היא אמצע BC.

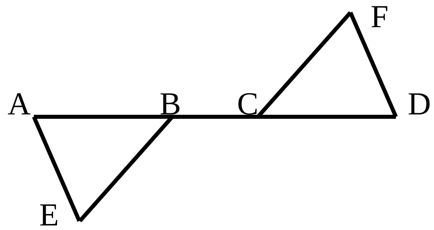


שאלות העוסקות בשלושת משפטי החפיפה יחדיו:

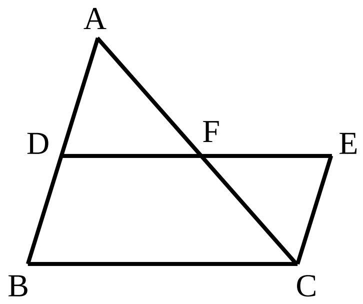
22) במרובע ABCD נתון:
$AB = BC$, $AD = CD$.
הוכח: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$.



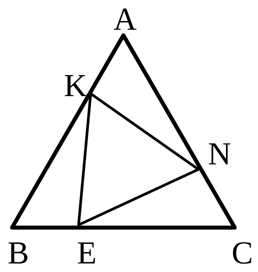
23) הקטע AD הוא קו ישר.
נתון: $AE = DF$, $AC = BD$.
כמו כן מתקיים: $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.
הוכח כי הקטעים BE ו- FC שווים.



24) באיור שלפניך נתון:
הנקודה F היא אמצע הקטע AC.
מתקיים: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACE$.
הקטעים BD ו- CE שווים.
הוכח את הטענות הבאות:
א. F היא אמצע הקטע DE.
ב. D היא אמצע הקטע AB.

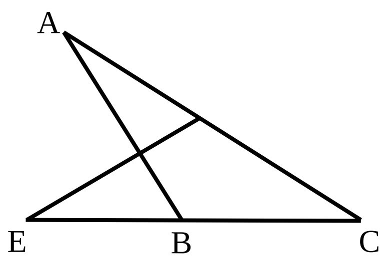


25) המשולש ABC הוא שווה צלעות.
נתון: $AK = BE = CN$.
הוכח כי ΔKEN הוא גם משולש שווה צלעות.

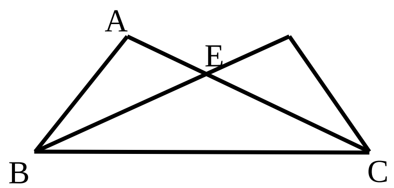


שאלות העוסקות במשולשים המכסים חלקית זה את זה:

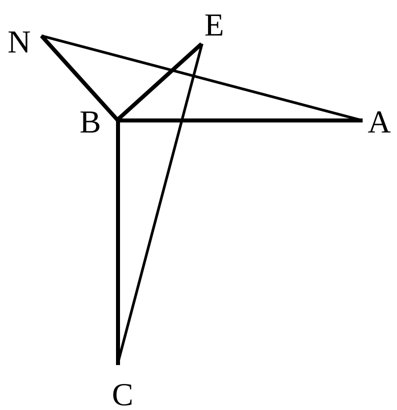
26) בציור שלפניך נתון: $AC = CE$, $DC = BC$.
הוכח:
א. $\Delta CDE \cong \Delta CBA$.
ב. $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABE$.



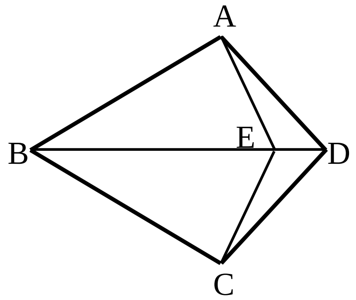
27) באיור שלפניך נתון:
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB$, $\sphericalangle DBC = \sphericalangle ACB$.
הוכח: $AB = CD$.



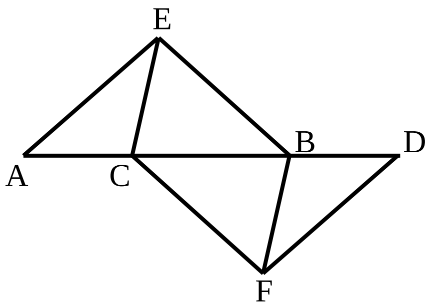
28) בציור שלפניך נתון:
$AB = BC$, $BE = BN$
$AB \perp BC$, $BE \perp BN$
הוכח: $AN = CE$.



שאלות העוסקות בשתי חפיפות:

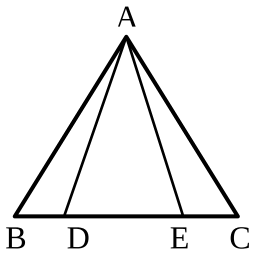


29) בסרטוט שלפניך נתון כי BD הוא קו ישר.
מתקיים: $AB = BC$, $AD = CD$.
הנקודה E נמצאת על BD.
הוכח כי: $AE = CE$.

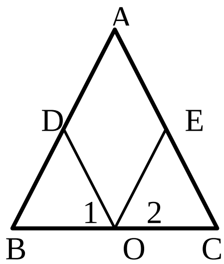


30) בציור שלפניך נתון כי AD הוא קו ישר. מתקיים:
$\sphericalangle A = \sphericalangle D$, $\sphericalangle AEC = \sphericalangle DFB$
וכן $AE = DF$. הוכח:
א. $CE = BF$.
ב. $BE = CF$.

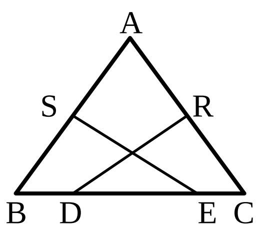
שאלות העוסקות בחפיפות עם משולש שווה שוקיים:



31) נתון משולש שווה שוקיים ΔABC , $(AB = AC)$.
מתקיים: $BD = CE$.
הוכח: $AD = AE$.

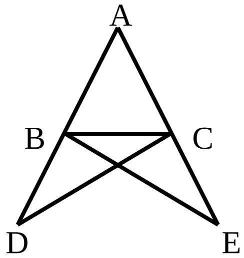


32) בסרטוט שלפניך נתון משולש
שווה שוקיים ΔABC , $(AB = AC)$.
הנקודה O היא אמצע BC.
מתקיים: $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$.
הוכח: $AD = AE$.

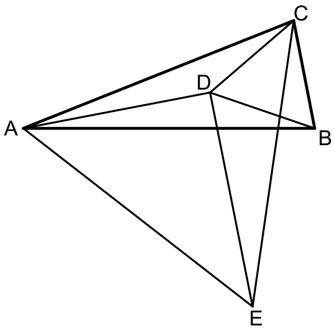


33) במשולש שווה שוקיים ΔABC , $(AB = AC)$
הנקודות S ו-R הן אמצעי השוקיים.
ידוע כי $BD = CE$.
הוכח כי: $SE = RD$.

34) נתון משולש ABC. הקטעים AD ו-AE ישרים
ונתון בנוסף כי: $BD=CE$, $DC=BE$.
הוכח: $AB=AC$.



35) המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$.
על השוק AC ועל הבסיס BC בונים משולשים שווי צלעות ACE ו-BCD.
מחברים את הנקודה D עם הקדקודים A ו-E.
א. הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.
ב. ידוע גם כי: $DE \parallel BC$.
הוכח: $\sphericalangle ADE=90^\circ$.



תשובות סופיות:

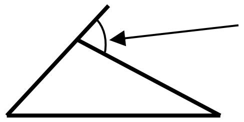
14) שאלת הוכחה.
15) שאלת הוכחה.
16) שאלת הוכחה.
17) שאלת הוכחה.
18) שאלת הוכחה.
19) שאלת הוכחה.
20) שאלת הוכחה.
21) שאלת הוכחה.
22) שאלת הוכחה.
23) שאלת הוכחה.
24) שאלת הוכחה.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) שאלת הוכחה.
28) שאלת הוכחה.
29) שאלת הוכחה.
30) שאלת הוכחה.
31) שאלת הוכחה.
32) שאלת הוכחה.
33) שאלת הוכחה.
34) שאלת הוכחה.
35) שאלת הוכחה.

זווית חיצונית במשולש:

סיכום כללי:

הגדרה:

זווית חיצונית למשולש היא זווית הכלואה בין צלע במשולש להמשך צלע הסמוכה לה.



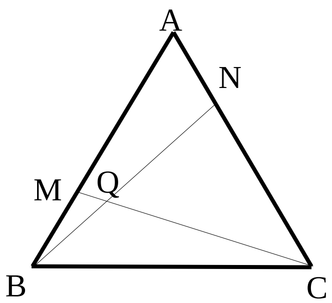
משפט:

זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

שאלות:

36) הוכח את המשפט: "זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

37) המשולש ABC שבציור הוא משולש שווה צלעות.
נתון: $AN = BM$.
הוכח: $\sphericalangle NQC = 60°$.



תשובות סופיות:

36) שאלת הוכחה.
37) שאלת הוכחה.

משולש ישר זווית:

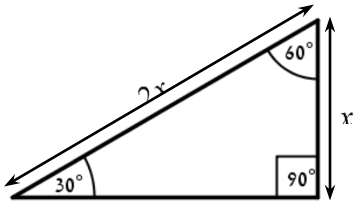
סיכום כללי:

משפטים במשולש ישר זווית:

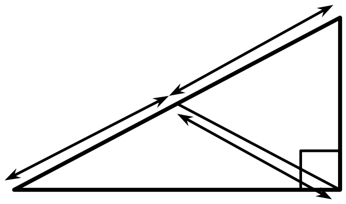
- סכום הזוויות החדות במשולש ישר זווית הוא $90°$.
- במשולש שזוויותיו $90°$, $60°$, $30°$, הניצב שמול הזווית של ה-$30°$ שווה למחצית היתר.
(משפט הפוך ל-2) אם במשולש ישר זווית אחד הניצבים שווה למחצית היתר, אז הזווית שמול ניצב זה היא בת $30°$.
- במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
(משפט הפוך ל-4) אם במשולש תיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, אז המשולש ישר זווית (כאשר הזווית ממנה יוצא התיכון היא הזווית הישרה).
- משפט פיתגורס : במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
כלומר : $(\text{יתר})^2 = (\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2$.
- (משפט הפוך למשפט פיתגורס) אם במשולש סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית, אז המשולש ישר זווית.

איורים:

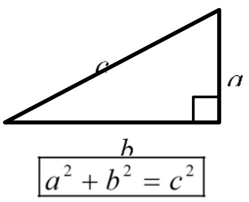
משולש $90°, 60°, 30°$



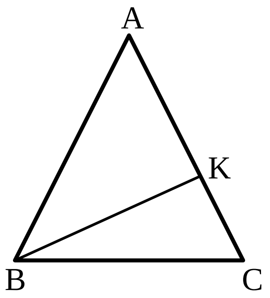
תיכון ליתר



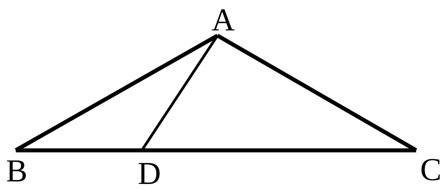
משפט פיתגורס



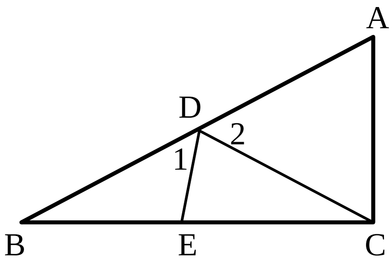
שאלות:



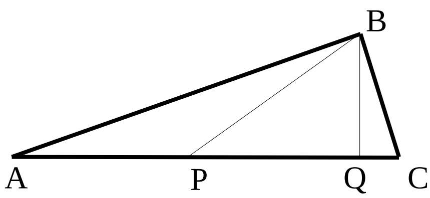
38) באיור שלפניך נתון משולש שווה שוקיים ABC $(AB=AC)$.
זווית הבסיס: $\sphericalangle C=75^\circ$
וכן: $AC=$ 16 ס"מ. מעבירים גובה BK לשוק AC.
מצא את אורך הגובה BK.



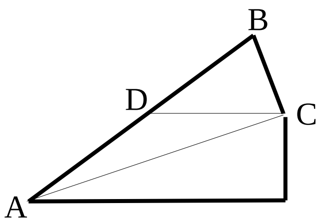
39) המשולש ABC שבציור הוא משולש שווה שוקיים $(AB=AC)$.
נתון: $\sphericalangle DAC=90^\circ$, $\sphericalangle ABD=30^\circ$,
$BC=$ 18 ס"מ.
חשב את אורכו של הקטע BD.



40) המשולש ΔABC הוא ישר זווית $(\sphericalangle C=90^\circ)$.
מעבירים תיכון CD ליתר AB במשולש.
הנקודה E נמצאת על BC כך ש- $CD=CE$.
ידוע כי: $\sphericalangle CED=80^\circ$.
מצא את הזוויות: $\sphericalangle D_1$, $\sphericalangle D_2$



41) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle ABC=90^\circ)$. BQ הוא הגובה ליתר AC ו-BP הוא התיכון ליתר AC.
נתון: $BQ=\frac{1}{2}BP$.
חשב את גודלה של הזווית C.



42) המשולש BCD שבציור הוא משולש שווה שוקיים $(BD=DC)$.
AC חוצה את הזווית $\sphericalangle BAE$.
נתון: $DC \parallel AE$.
חשב את גודלה של הזווית $\sphericalangle ACB$.

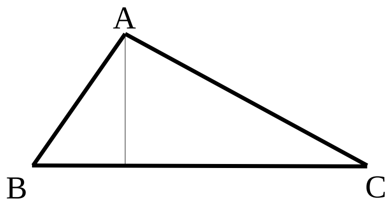
43) AD הוא גובה במשולש ABC.

נתון: AB = 15 ס"מ , AC = 20 ס"מ,

BC = 25 ס"מ .

א. מצא את אורכו של AD
ואת שטח המשולש ABC .

ב. האם המשולש ABC ישר זווית? נמק.



תשובות סופיות:

38) 8 ס"מ.

39) 6 ס"מ.

40) $\measuredangle D_2 = 40^\circ$, $\measuredangle D_1 = 60^\circ$

41) 75°

42) 90°

43) א. AD = 12 ס"מ , $S_{ABC} =$ 150 סמ"ר .   ב. כן.

קטע אמצעים במשולש:

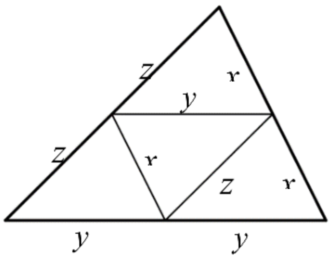
סיכום כללי:

הגדרה:

קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.

- קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
- (משפט הפוך 1): קטע היוצא מאמצע צלע במשולש ומקביל לצלע השלישית חוצה את הצלע השנייה (כלומר הוא קטע אמצעים במשולש).
- (משפט הפוך 2): קטע המחבר שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.

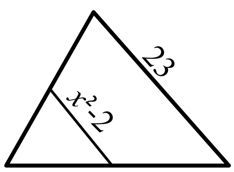
איור – קטע אמצעים במשולש:



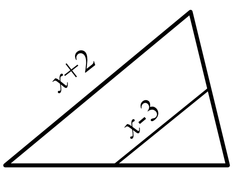
שאלות:

44) לפניך משולשים עם קטע אמצעים בתוכם.
מצא את x בכל אחד מהמקרים:

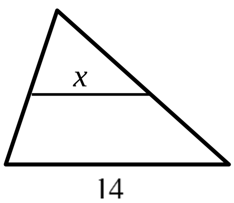
ג.

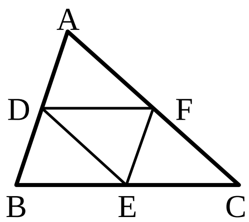


ב.



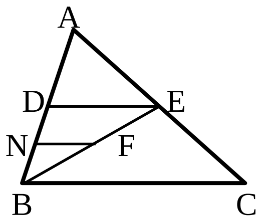
א.



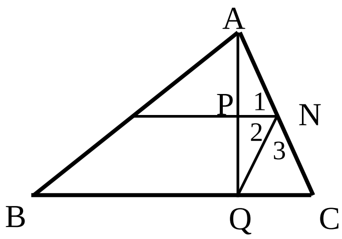


45) הנקודות D, E ו-F הם נקודות האמצע במשולש ΔABC.
נתון: DE= 9 ס"מ, EF= 12 ס"מ, DF = 10 ס"מ.
חשב את היקף המשולש ΔABC.

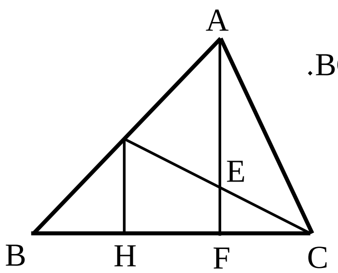
46) הקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש ΔABC.
הקטע FN הוא קטע אמצעים במשולש ΔBDE.
נתון: $NF = 3$ ס"מ. מצא את אורך הצלע BC.



47) הקטע MN הוא קטע אמצעים במשולש ΔABC
AQ הוא גובה לצלע BC.
הוכח: $\sphericalangle N_1 = \sphericalangle N_2$.



48) AF הוא גובה לצלע BC ו- GC הוא תיכון
לצלע AB במשולש ΔABC. הקטע GH מאונך לצלע BC.
א. הוכח: HF = BH.
ב. נתון בנוסף כי הגובה AF חוצה את
התיכון GC ושגודלו של AF הוא 12 ס"מ.
חשב את אורך הקטע EF.



תשובות סופיות:

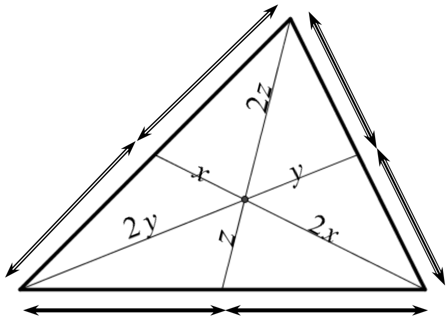
44) א. $x = 7$ ב. $x = 8$ ג. $x = \sqrt{13.5}$.
45) 62 ס"מ.
46) 12 ס"מ.
47) שאלת הוכחה.
48) א. שאלת הוכחה. ב. 3 ס"מ.

מפגש תיכונים במשולש:

סיכום כללי:

- שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת המחלקת כל תיכון ביחס של $2:1$ כך שהחלק הקצר קרוב לצלע.
- אם נקודה מחלקת תיכון (אחד) במשולש ביחס של $2:1$ כך שהחלק הקצר קרוב לצלע, נקודה זו היא מפגש התיכונים במשולש.
- נקודת מפגש התיכונים במשולש נקראת גם מרכז הכובד של המשולש.

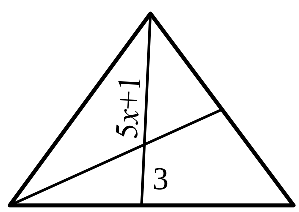
איור – מפגש תיכונים במשולש:



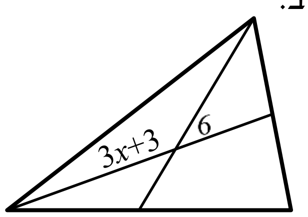
שאלות:

49) הקטעים שבמשולשים הם תיכונים. מצא את x בכל אחד מהמקרים הבאים:

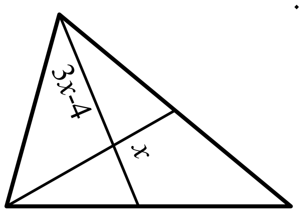
א.



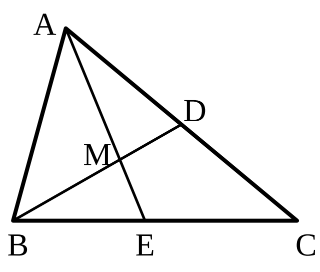
ב.

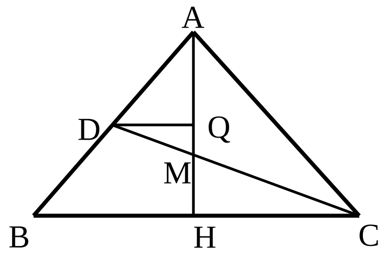


ג.

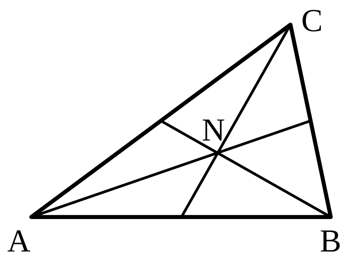


50) הקטעים AE ו-BD הם תיכונים במשולש ΔABC אשר נחתכים בנקודה M.
נתון: $AD = AM$ וכן: $AC = 30$ ס״מ.
חשב את AE.





51) המשולש ΔABC שבציור הוא משו״ש ($AB = AC$) שבו AH הוא הגובה לבסיס BC.
CD, התיכון לשוק AB,
יוצר זווית של $30°$ עם הבסיס BC.
נתון: $BC = 12\sqrt{3}$ ס״מ, $DQ \parallel BC$.
חשב את אורך הקטע MQ.



52) במשולש ΔABC נחתכים התיכונים בנקודה N.
נתון: $\sphericalangle CNB = 90°$.
הוכח: $BC = AN$.

תשובות סופיות:

49) א. $x = 1$ ב. $x = 3$ ג. $x = 4$
50) 22.5 ס״מ.
51) 3 ס״מ.
52) שאלת הוכחה.

דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 3 - גיאומטריה אוקלידית - מרובעים

תוכן העניינים

מרובע כללי:

סיכום כללי:

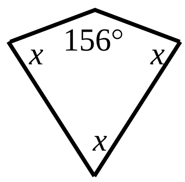
הגדרה: מרובע הוא מצולע בעל 4 צלעות.

משפט: סכום זוויות במרובע הוא $360°$.

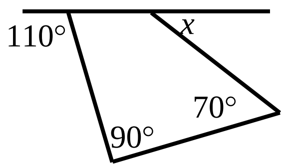
שאלות:

1) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
חלק מהזוויות מסומנות ב- x.
מצא את x ואת הזוויות של כל מרובע.

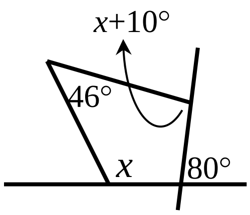
א.



ב.

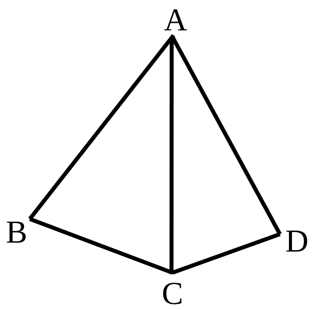


ג.

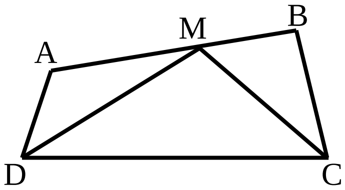


2) מצא את זוויות המרובע בכל אחד מהמקרים הבאים:
כל זווית במרובע (פרט לראשונה) גדולה ב- $10°$ מהזווית הקודמת לה.
זוויות המרובע מתייחסות זו לזו כמו: $1:2:3:4$.

3) המשולשים ABC ו-ACD שבציור הם משולשים שווי שוקיים ($AB = AC = AD$).
נתון: $\sphericalangle BAD = 80°$.
חשב את גודלה של הזווית BCD.



4) בסרטוט שלפניך נתון מרובע ABCD.
CM חוצה את זווית C ו-DM חוצה את זווית D.
ידוע כי: $CM = DM$, $\sphericalangle A = 130°$, $\sphericalangle DMC = 110°$.
מצא את שאר זוויות המרובע ABCD.



תשובות סופיות:

1) א. $x=68^\circ$. ב. $x=50^\circ$. ג. $x=102^\circ$

2) א. $75^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 105^\circ$ ב. $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$

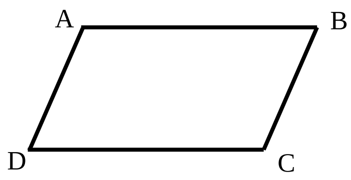
3) 140°.

4) $\sphericalangle B=90^\circ, \sphericalangle C=\sphericalangle D=70^\circ$

המקבילית:

סיכום כללי:

הגדרה: מקבילית היא מרובע שבו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.



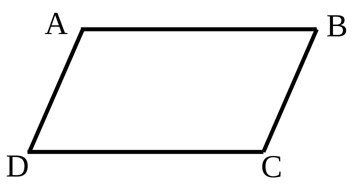
- במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות.
- במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא $180°$.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- היקף מקבילית = סכום הצלעות, שטח מקבילית = צלע · גובה לצלע.

כדי להוכיח כי מרובע הוא מקבילית נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות הוא מקבילית.
- מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.
- מרובע שבו זוג צלעות שוות ומקבילות הוא מקבילית.
- מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
- מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.

שאלות:

5) נתונה מקבילית ABCD.
בכל אחד מהסעיפים הבאים הזוויות מיוצגות ע"י תבניות מספר שונות.
מצא את זוויות המקבילית בכל מקרה.

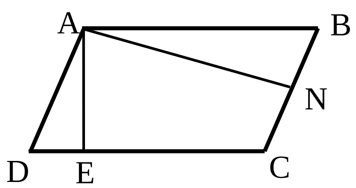


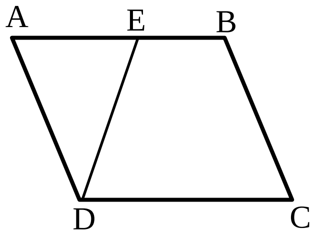
א. $\sphericalangle A = x \;,\; \sphericalangle B = x - 70°$.

ב. $\sphericalangle B = 3x - 130° \;,\; \sphericalangle D = x + 10°$.

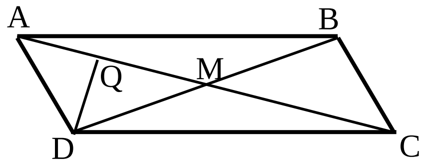
ג. $\sphericalangle A = x + 20° \;,\; \sphericalangle C = 100° - x$.

6) המרובע ABCD הוא מקבילית
ובו: $AE \perp CD \;,\; AN \perp BC$.
הוכח כי: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle BAN$.

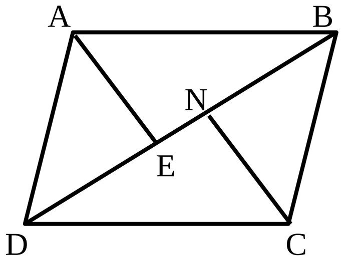




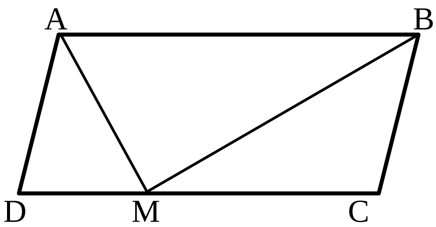
7) במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת
על הצלע AB כך שמתקיים: $DE = BC$.
הוכח כי: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle EDC$.



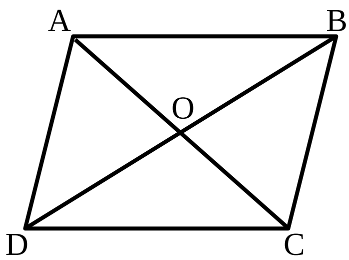
8) נתונה מקבילית ABCD שאלכסוניה נפגשים
בנקודה M.
נתון: $AC = 20$ ס"מ, $BC = \frac{1}{2}BD$ ו- $DQ \perp AC$.
חשב את אורך הקטע AQ.



9) הוכח כי במקבילית הקדקודים הנגדיים
נמצאים במרחקים שווים מאלכסון המקבילית
שאינו עובר דרכם, כלומר הוכח: $AE = CN$.

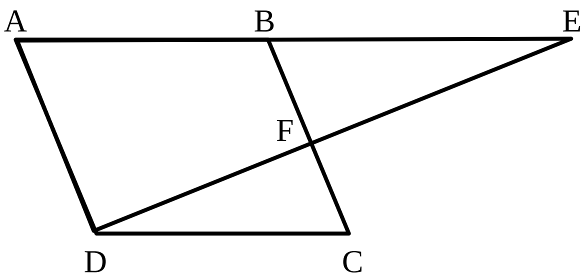


10) במקבילית ABCD הקטעים AM ו-BM
הם חוצי הזוויות של A ו-B בהתאמה אשר
נפגשים בנקודה M שעל הצלע DC.
א. הוכח כי: $AB = 2BC$.
ב. הוכח כי המשולש AMB הוא ישר זווית.



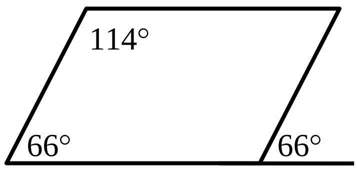
11) המרובע ABCD הוא מקבילית.
O – פגישת האלכסונים.
נתון: $AO = x+1$, $BO = x+8$, $DO = 3x-10$.
מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD.

12) נתונה מקבילית ABCD ובה: $\sphericalangle ADC = 120°$, $\sphericalangle BEF = \frac{1}{2}\sphericalangle EAD$.
הוכח כי: $BC \perp ED$.

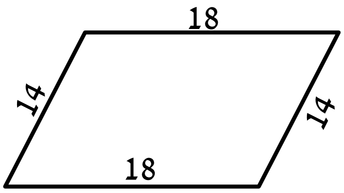


13) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
קבע אלו מהם הם מקבילית וציין מדוע.

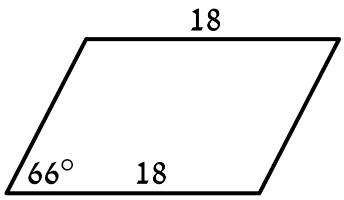
א.



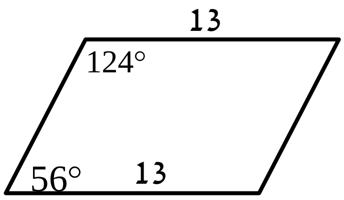
ב.



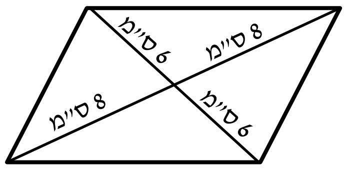
ג.



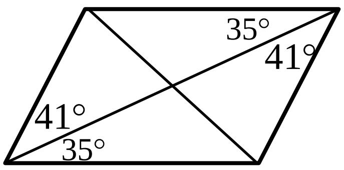
ד.



ה.

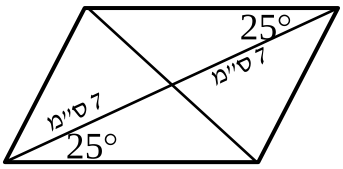


ו.

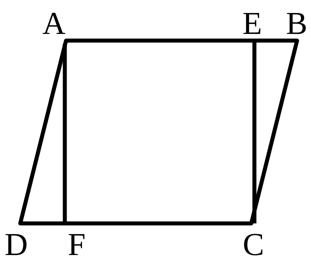


ז.

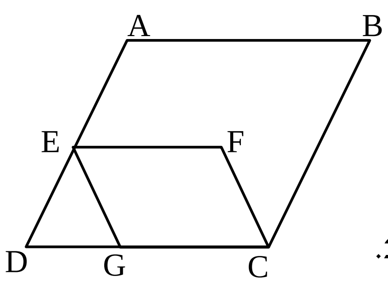
ח.



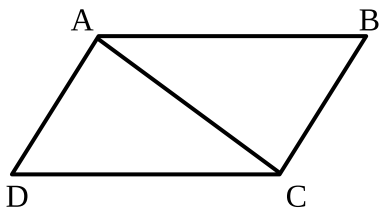
14) במקבילית ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה.
נתון: $\sphericalangle DAF = \sphericalangle BCE$.
הוכח כי המרובע AECF הוא מקבילית.



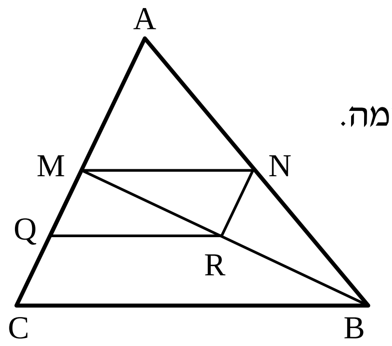
15) במקבילית ABCD הנקודות E ו-G נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה כך שהמשולש DEG הוא שווה צלעות. הנקודה F נמצאת בתוך המקבילית כך שהקטע EF מקביל לצלע AB.
א. הוכח: $\sphericalangle DAB = \sphericalangle EGC$.
ב. נתון: $\sphericalangle GCF = \sphericalangle ABC$. הוכח כי EFCG מקבילית.



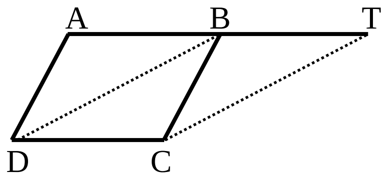
16) במרובע ABCD נתון כי הצלעות AB ו-DC שוות.
כמו כן : $AD \perp AC$, $BC \perp AC$.
הוכח כי המרובע ABCD הוא מקבילית.



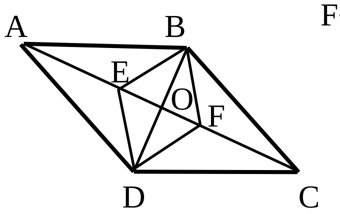
17) נתון משולש ABC ובו הקטע MN הוא קטע אמצעים.
הנקודות Q ו-R הן אמצעי הקטעים MC ו-BM בהתאמה.
א. הוכח כי המרובע MNRQ הוא מקבילית.
ב. ידוע כי הקטע AN שווה לקטע QR.
איזה סוג משולש הוא AMB? נמק.



18) את הצלע AB במקבילית ABCD האריכו
כאורכה עד לנקודה T.
הוכח : BTCD מקבילית.
הערה: בסרטון השאלה מוצגת ללא הסרטוט הנתון.



19) הנקודה O היא מפגש אלכסוני המקבילית ABCD. E ו-F
הן נקודות על האלכסון AC.
נתון : $AE = FC$.
הוכח כי EBFD הוא מקבילית.



תשובות סופיות:

5) א. $55°$, $125°$ ב. $80°$, $100°$ ג. $60°$, $120°$.
6) שאלת הוכחה.
7) שאלת הוכחה.
8) 5 ס"מ.
9) שאלת הוכחה.
10) שאלת הוכחה.
11) $AC =$ 20 ס"מ, $BD =$ 34 ס"מ.
12) שאלת הוכחה.
13) מקבילות: א', ב', ד', ה', ו', ח' אינן מקבילות: ג', ז'.
14) שאלת הוכחה.
15) שאלת הוכחה.
16) שאלת הוכחה.
17) שאלת הוכחה.
18) שאלת הוכחה.
19) שאלת הוכחה.

המלבן:

סיכום כללי:

הגדרה: מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות.

(מסקנה: מלבן הוא סוג של מקבילית).

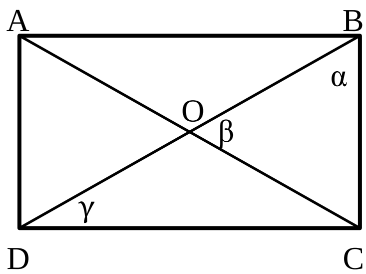
תכונות המלבן (בנוסף לתכונות המקבילית):

- ארבע זוויות המלבן שוות והן זוויות ישרות.
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה
- היקף מלבן סכום הצלעות, שטח מלבן צלע גובה לצלע.

כדי להוכיח כי מרובע הוא מלבן נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו שלוש זוויות ישרות הוא מלבן.
- מקבילית שבה זווית ישרה היא מלבן.
- מקבילית שבה האלכסונים שווים היא מלבן.

שאלות:

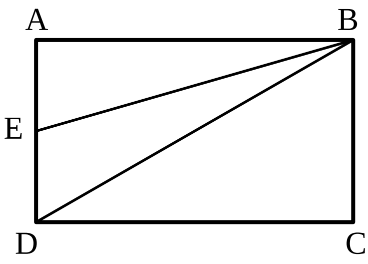


20) המרובע ABCD הוא מלבן.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
חשב את הזוויות β , α ו- γ במקרים הבאים:

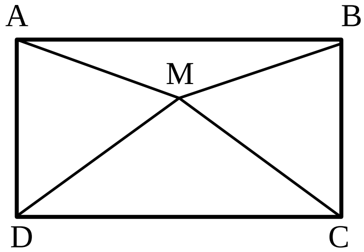
א. β קטנה ב- $15°$ מ- α.

ב. $\alpha = 2\gamma$.

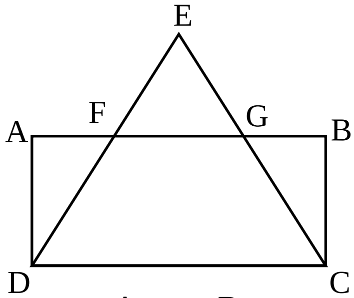
ג. $\gamma = 28°$.



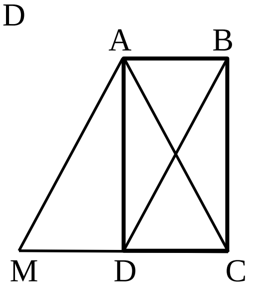
21) במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
נתון: $\sphericalangle AEB = 70°$, $BD = 2BC$.
חשב את גודלה של הזווית EBD.



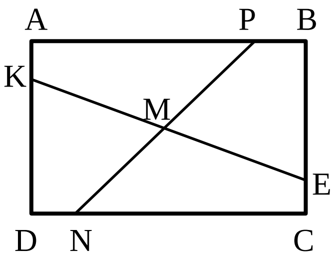
22) נתון מלבן ABCD שבו $DM = MC$.
הוכח: $\sphericalangle MAB = \sphericalangle MBA$.



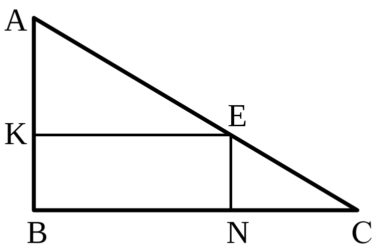
23) המרובע ABCD הוא מלבן.
המשכי הקטעים DF ו-CG נפגשים
בנקודה E.
נתון: $EF = EG$.
הוכח: $FD = GC$.



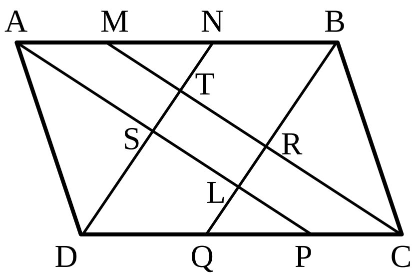
24) המרובע ABCD הוא מלבן.
המרובע ABDM הוא מקבילית.
הוכח כי המשולש ACM הוא שווה שוקיים.



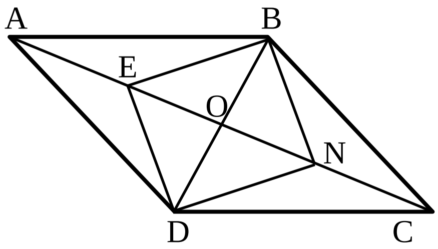
25) מרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: $AP = CN$, $AK = CE$.
הוכח: $KM = EM$, $PM = NM$.



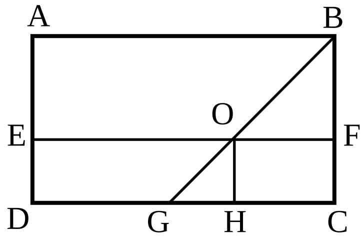
26) ΔABC הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B = 90°)$.
המרובע KENB חסום במשולש זה.
נתון כי: $\sphericalangle AEK = \sphericalangle C$, $\sphericalangle NEC = \sphericalangle A$.
הוכח כי המרובע KENB הוא מלבן.



27) נתונה מקבילית ABCD
ובה AP, BQ, CM ו-DN
הם חוצי הזוויות $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$ ו- $\sphericalangle D$
בהתאמה.
הוכח: TRLS מלבן.



28) מרובע ABCD הוא מקבילית.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD
אשר נחתכים בנקודה O.
נתון: $2BD = AC$.
E – אמצע AO. N – אמצע CO.
הוכח כי המרובע BNDE הוא מלבן.



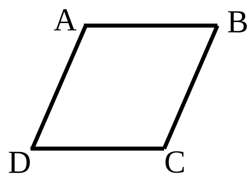
29) במלבן ABCD נתון:
$\sphericalangle ABO = \sphericalangle BOF$, $OH \perp DC$.
הוכח: EOHD הוא מלבן.

תשובות סופיות:

20) א. $\alpha = 55°$, $\beta = 70°$, $\gamma = 35°$ ב. $\alpha = \beta = 60°$, $\gamma = 30°$
ג. $\alpha = 62°$, $\beta = 56°$
21) $10°$.
22) שאלת הוכחה.
23) שאלת הוכחה.
24) שאלת הוכחה.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) שאלת הוכחה.
28) שאלת הוכחה.
29) שאלת הוכחה.

המעוין:

סיכום כללי:



הגדרה: מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות.

(מסקנה: מעוין הוא סוג של מקבילית).

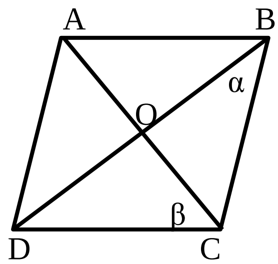
תכונות המעוין (בנוסף לתכונות המקבילית):

- במעוין כל הצלעות שוות.
- במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
- במעוין האלכסונים הם חוצי זוויות.
- היקף מעוין = צלע · 4, שטח מעוין = צלע · גובה לצלע = 2/(אלכסון · אלכסון).

כדי להוכיח כי מרובע הוא מעוין נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו כל הצלעות שוות הוא מעוין.
- מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.
- מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
- מקבילית שבה אלכסון חוצה זווית היא מעוין (מספיק אחד).

שאלות:



30) המרובע ABCD הוא מעוין.

חשב בכל אחד מהמקרים הבאים את α ו- β.

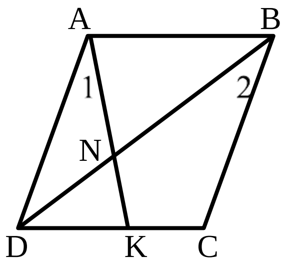
א. $\sphericalangle A = 138^\circ$.

ב. $\beta = 3.5\alpha$.

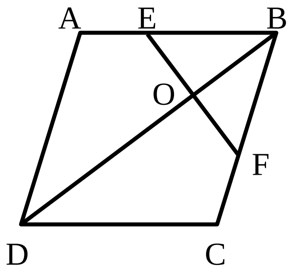
ג. $\beta = \alpha + 20^\circ$.

ד. $\sphericalangle B = \beta$.

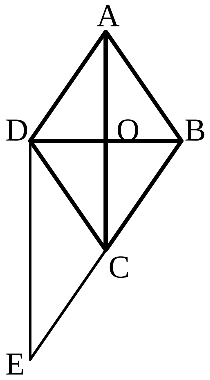
31) המרובע ABCD הוא מעוין.
מעבירים את האלכסון BD ואת הקטע AK
אשר נחתכים בנקודה N.
ידוע כי: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_2$.
א. הוכח כי המשולש ADN הוא שווה שוקיים.
ב. הוכח כי: $\sphericalangle AND = \sphericalangle C$.



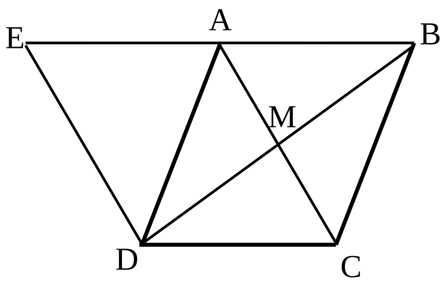
32) מעוין ABCD הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
נתון: $EF \perp BD$, $\sphericalangle DCB = 120°$.
הוכח כי משולש EBF הוא שווה צלעות.



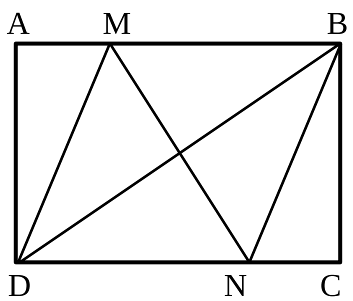
33) נתון מעוין ABCD.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC.
נתון: $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BCA$.
הוכח כי המשולש BDE הוא ישר זווית.



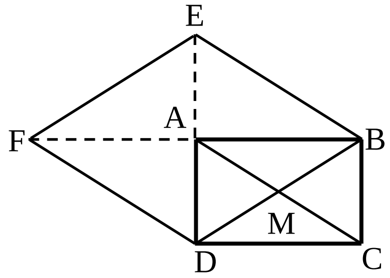
34) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
האריכו את הצלע AB עד לנקודה E
כך שמתקיים: $DE \perp BD$.
הוכח: $AD = AE$.



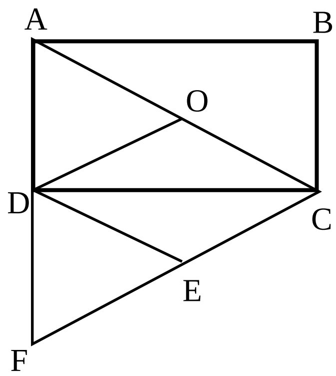
35) במלבן ABCD מעבירים את האלכסון BD.
הנקודות M ו-N נמצאות על הצלעות AB
ו-DC בהתאמה.
נתון: $AM = CN$ ו- $DM = DN$.
הוכח כי הקטע MN חוצה את
הזוויות BMD ו-BND.



36) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
האריכו את הצלע AB כאורכה עד
לנקודה F ואת הצלע AD כאורכה עד
לנקודה E כמתואר בשרטוט.
הוכח: המרובע EBDF הוא מעוין.



37) ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD
כך שמתקיים: $AD = DF$.
נתון: $FE = CE$.
הוכח כי DOCE הוא מעוין.



תשובות סופיות:

30) א. $\alpha = 21^\circ$, $\beta = 69^\circ$ ב. $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 70^\circ$
ג. $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 55^\circ$ ד. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$.

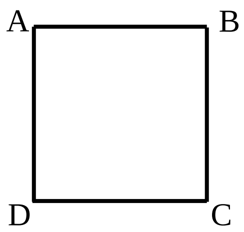
31) שאלת הוכחה.
32) שאלת הוכחה.
33) שאלת הוכחה.
34) שאלת הוכחה.
35) שאלת הוכחה.
36) שאלת הוכחה.
37) שאלת הוכחה.

הריבוע:

סיכום כללי:

הגדרה : ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.

(מסקנה : ריבוע הוא סוג של מקבילית, סוג של מלבן וסוג של מעוין).
מכאן, שבנוסף לתכונות שבהגדרת הריבוע מתקיים
כי אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, שווים זה לזה,
מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.
היקף ריבוע = צלע · 4, שטח ריבוע = (צלע)^2 = (אלכסון)^2/2

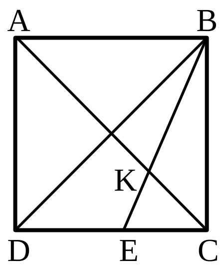


כדי להוכיח כי מרובע הוא ריבוע נשתמש באחת הדרכים הבאות:

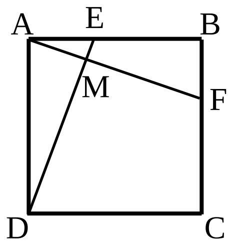
- מלבן שבו האלכסונים מאונכים הוא ריבוע.
- מלבן שבו אלכסון חוצה זווית הוא ריבוע.
- מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
- מעוין שבו האלכסונים שווים הוא ריבוע.
- מעוין שבו זווית ישרה הוא ריבוע.

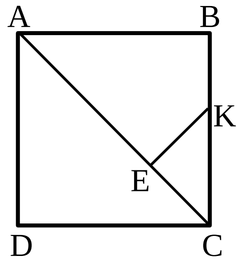
שאלות:

38) המרובע ABCD הוא ריבוע.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
BE חוצה זווית DBC וחותך את AC בנקודה K.
הוכח: $CE = CK$.

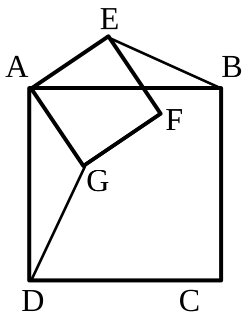


39) בריבוע ABCD מעבירים את הקטעים AF ו-DE.
נתון כי $AE = BF$.
הוכח: $DE \perp AF$.

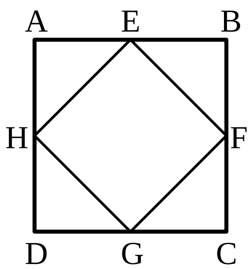




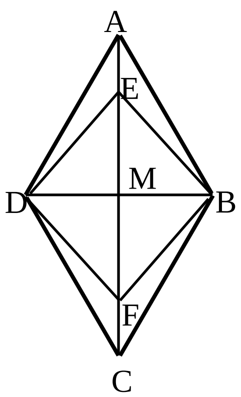
40) המרובע ABCD הוא ריבוע.
מעבירים את האלכסון AC.
מהנקודה E שעל האלכסון מעבירים
את הקטע KE אשר מאונך לאלכסון.
נתון: $AE = AB$.
הוכח כי: $CE = KE = BK$.



41) המרובעים ABCD ו-AEFG הם ריבועים.
הוכח: $BE = DG$.



42) הנקודות E, F, G, H הן אמצעי צלעות הריבוע ABCD.
הוכח כי EFGH הוא ריבוע.



43) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
נתון: $AE = FC$, $MB = \frac{1}{2}AB$, $\sphericalangle EBA = 15°$.
הוכח: המרובע EBFD הוא ריבוע.

תשובות סופיות:

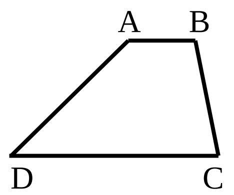
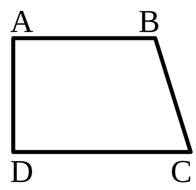
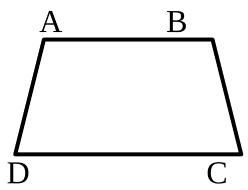
38) שאלת הוכחה.
39) שאלת הוכחה.
40) שאלת הוכחה.
41) שאלת הוכחה.
42) שאלת הוכחה.
43) שאלת הוכחה.

הטרפז:

סיכום כללי:

הגדרה: טרפז הוא מרובע שבו זוג אחד בלבד של צלעות נגדיות מקבילות.

היקף טרפז = סכום הצלעות, שטח טרפז = 2/(גובה · סכום הבסיסים).

סוג הטרפז	טרפז כללי	טרפז ישר זווית	טרפז שווה שוקיים
איור מתאים			

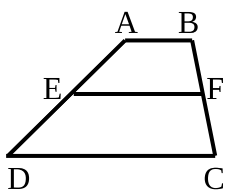
משפטים הנוגעים לטרפז שווה שוקיים:

- בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
- (משפט הפוך) טרפז שבו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- (משפט הפוך) טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

קטע אמצעים בטרפז:

הגדרה: קטע אמצעים בטרפז הוא קטע המחבר את אמצעי השוקיים בטרפז.

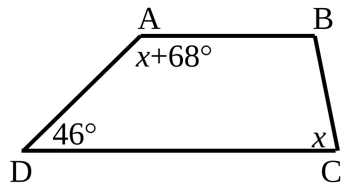
- קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- (משפט הפוך) קטע היוצא מאמצע שוק אחת בטרפז ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה (כלומר הוא קטע אמצעים בטרפז).



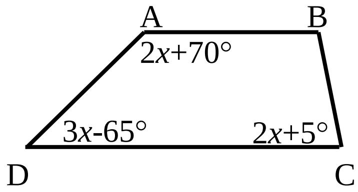
שאלות:

44) בסרטוטים שלפניך נתונים טרפזים כלליים $(AB \parallel CD)$.
מצא את x ואת זוויות הטרפז בכל מקרה.

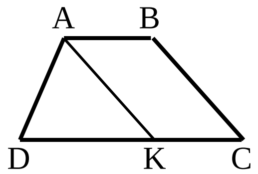
א.



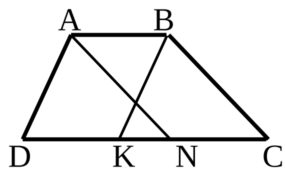
ב.



45) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את הקטע AK.
נתון: $AK \parallel BC$, $AK = DK$,
6 ס"מ = AB, 14 ס"מ = DC.
חשב את אורך השוק BC.



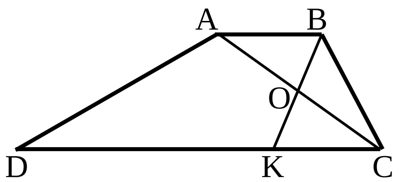
46) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
נתון כי: $AD \parallel BK$, $AN \parallel BC$.
הוכח כי: $DK = CN$.



47) המרובע ABCD הוא טרפז. $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את האלכסון AC ואת
הקטע BK אשר חוצים זה את זה בנקודה O.
ידוע כי: $\angle D = 30°$, $\angle C = 60°$.

א. חשב את אורך DC, הבסיס הגדול,
אם ידוע כי: 7 ס"מ = AB, 9 ס"מ = BC.

ב. הוכח כי אם $AB = BC$ אז: $DC = 3AB$.

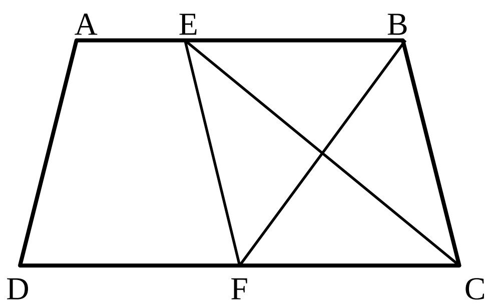


48) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ ובו
הקטעים CE ו-BF חוצים את זוויות
הקדקודים C ו- B בהתאמה. הוכח:

א. $BF \perp CE$.

ב. המשולש EBC הוא שווה שוקיים.

ג. המרובע EBCF הוא מעוין.

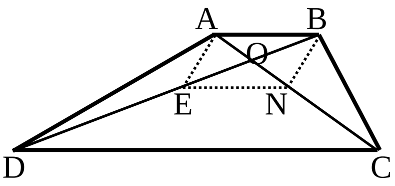


49) מרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.

O - היא נקודת פגישת האלכסונים.

נתון: $AO = NO$, $BO = EO$.

הוכח כי המרובע ENCD הוא טרפז.

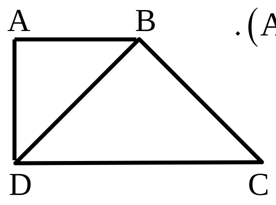


50) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(AB \parallel CD, \sphericalangle D = 90°)$.

האלכסון BD חוצה את זווית D

ונתון בנוסף כי: $BD = BC$ וכי: $AD = $ 15 ס"מ.

חשב את אורכי בסיסי הטרפז.

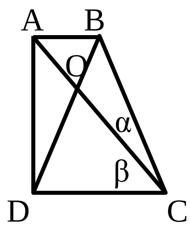


51) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית

$(AB \parallel CD, AD \perp DC)$.

נתון כי: $BD = BC$, $\beta = 2\alpha$ ו- $\sphericalangle DOC = 80°$.

חשב את זוויות הטרפז.

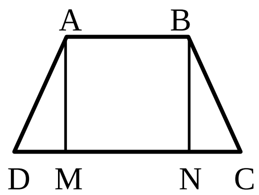


52) מרובע ABCD הוא טרפז שווה

שוקיים $(AB \parallel CD, AD = BC)$.

נתון כי: $BN \perp DC$, $AM \perp DC$.

הוכח כי: $DM = CN$.

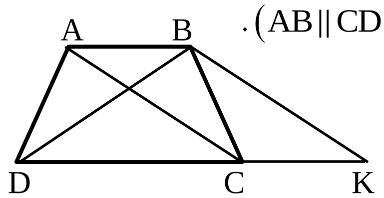


53) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD, AD = BC)$.

דרך הנקודה B מעבירים מקביל ל-AC הפוגש

את המשך הבסיס DC בנקודה K.

הוכח כי משולש BDK הוא שווה שוקיים.



54) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD, AD = BC)$.

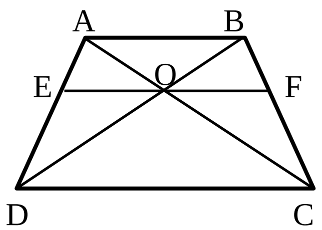
O היא פגישת האלכסונים.

נתון כי: $EF \parallel DC$ כאשר EF עובר דרך O.

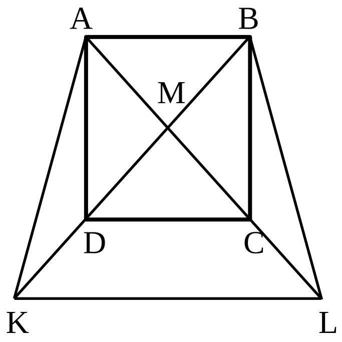
הוכח:

א. $\sphericalangle BOF = \sphericalangle COF$.

ב. $EO = FO$.



55) נתון ריבוע ABCD.
הנקודה M היא מפגש האלכסונים AC ו-BD.
ממשיכים את האלכסונים ויוצרים את הטרפז השווה שוקיים ABLK.
ידוע גם כי DC הוא קטע אמצעים משולש KML.

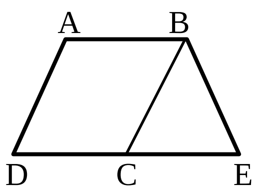


א. קבע אלו מהטענות הבאות ניתן להוכיח:
i. המשולש KML הוא ישר זווית ושווה שוקיים.
ii. הקטעים BK ו-BL מאונכים זה לזה.
iii. המרובע DCLK הוא טרפז שווה שוקיים.
iv. הקטעים DK ו-AD שווים זה לזה.

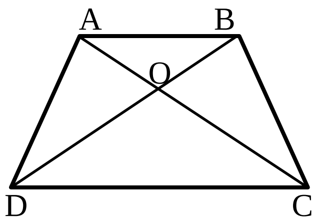
ב. הוכח כי: $3DK = AL$.

ג. נתון כי $8\sqrt{2}$ ס"מ $= AD$.
חשב את היקף הטרפז ABLK.

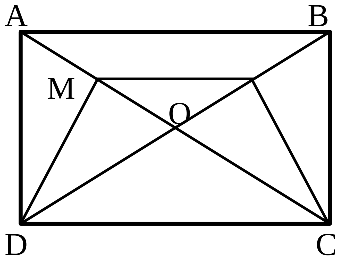
56) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטע DE הוא קו ישר ונתון כי: $\sphericalangle A + \sphericalangle E = 180^\circ$.
הוכח כי המרובע ABED הוא טרפז שווה שוקיים.



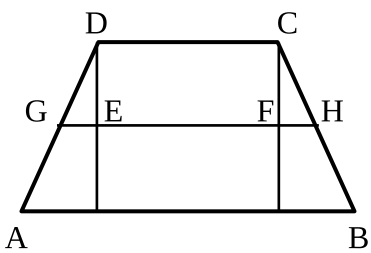
57) במרובע ABCD הנקודה O היא פגישת האלכסונים.
נתון כי: $AO = BO$, $CO = DO$.
הוכח כי מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.



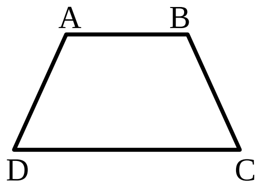
58) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה O.
נתון: $MN \parallel DC$.
הוכח: DMNC טרפז שווה שוקיים.



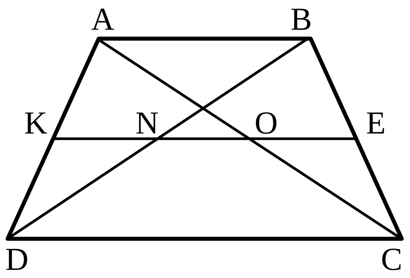
59) בטרפז ABCD $(AB \parallel CD)$ הורדו מקצות הבסיס הקטן אנכים לבסיס הגדול.
קטע האמצעים GH חותך גבהים אלה בנקודות E ו-F.
נתון: 3 ס"מ $= GE$, 12 ס"מ $= EF$, 2 ס"מ $= FH$.
חשב את בסיסי הטרפז.



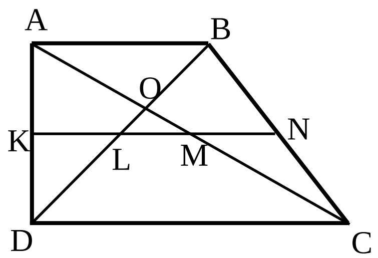
60) סכום כל אורכי הצלעות של טרפז שווה שוקיים הוא 54 ס"מ.
אורך קטע האמצעים הוא 13 ס"מ.
מצא את אורך שוק הטרפז.



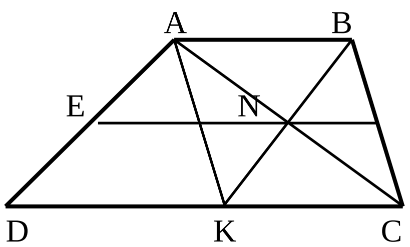
61) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
KE הוא קטע אמצעים בטרפז, החותך את אלכסוני הטרפז בנקודות N ו-O.
א. הוכח כי: $KN = EO$.
ב. בטרפז הנ"ל נתון:
14 ס"מ = AB, 26 ס"מ = DC.
חשב את אורכי הקטעים KN, NO ו-EO.
ג. בטרפז הנ"ל נתון: 13 ס"מ = KE,
3 ס"מ = NO. חשב את בסיסי הטרפז.



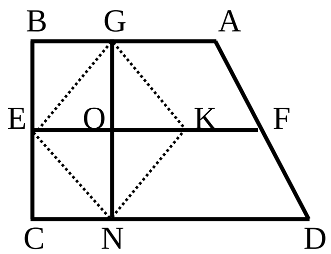
62) KN הוא קטע אמצעים בטרפז ישר זווית ABCDשאלכסוניו $(AB \parallel CD\,,\ AD \perp AB)$
נפגשים בנקודה O.
נתון: 12 ס"מ = AD, $DC = 2AB$ $\sphericalangle ADB = 45°$.
חשב את אורך הקטע LM
והוכח כי: $KL = LM = MN$.



63) מרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
EF הוא קטע אמצעים. AC ו-BK נפגשים בנקודה N הנמצאת על EF.
א. הוכח כי מרובע ABCK הוא מקבילית.
ב. נתון: 13 ס"מ = EF, 9 ס"מ = EN.
חשב את בסיסי הטרפז AB ו-DC
ואת הקטע DK.



64) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(AB \parallel CD\,,\ \sphericalangle B = 90°)$.
EF קטע אמצעים בטרפז.
G ו-N הן נקודות על AB ו-CD
בהתאמה המקיימות: $GN \perp DC$.
בנוסף נתון: $KO = EO\,,\ \sphericalangle D < 90°$.
הוכח כי מרובע GENK הוא מעוין.

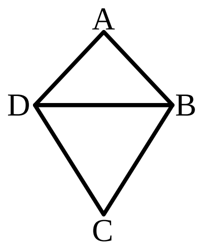


תשובות סופיות:

44) א. $46°,134°,66°,114°$; $x=66°$ ב. $40°,140°,75°,105°$; $x=35°$
45) 8 ס"מ.
46) שאלת הוכחה.
47) א. 25 ס"מ. ב. שאלת הוכחה.
48) שאלת הוכחה.
49) שאלת הוכחה.
50) א. 15 ס"מ, 30 ס"מ. ב. שאלת הוכחה.
51) $90°$, $90°$, $60°$, $120°$
52) שאלת הוכחה.
53) שאלת הוכחה.
54) שאלת הוכחה.
55) א. ניתן להוכיח את טענות: i, iii. ב. שאלת הוכחה.
ג. $P_{ABLK}=16\sqrt{5}+24\sqrt{2}\approx$ 69.71 ס"מ.
56) שאלת הוכחה.
57) שאלת הוכחה.
58) שאלת הוכחה.
59) 22 ס"מ ו-12 ס"מ.
60) 14 ס"מ.
61) א. שאלת הוכחה. ב. KN = EO = 7 ס"מ, NO = 6 ס"מ
ג. AB = 10 ס"מ, DC = 16 ס"מ.
62) 6 ס"מ.
63) AB = 8 ס"מ, DC = 18 ס"מ, DK = 10 ס"מ.
64) שאלת הוכחה.

הדלתון:

סיכום כללי:

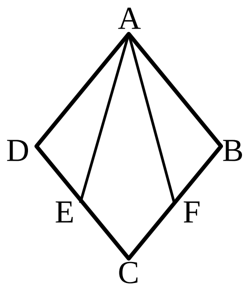


הגדרה:
דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.
(מסקנה: דלתון הוא מרובע שניתן לפרק לשני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף).

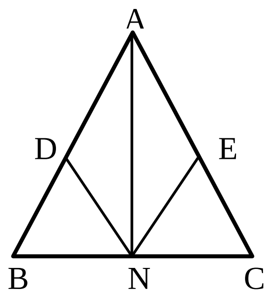
תכונות האלכסונים בדלתון:

- האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.
- האלכסון הראשי אינו בהכרח גדול מהאלכסון המשני.
- היקף דלתון = סכום הצלעות, שטח דלתון = (אלכסון · אלכסון)/2.

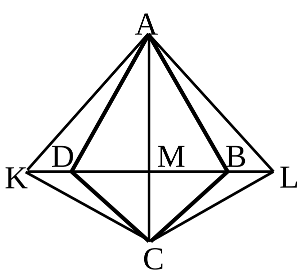
שאלות:



65) נתון מעוין ABCD. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות DC ב-BC בהתאמה כך שהמרובע AFCE הוא דלתון.
הוכח: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle FAB$.



66) במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$ מקצים נקודות D ו-E על השוקיים.
נתון כי: $AD = AE$.
הנקודה N היא אמצע BC.
הוכח כי ADNE הוא דלתון.



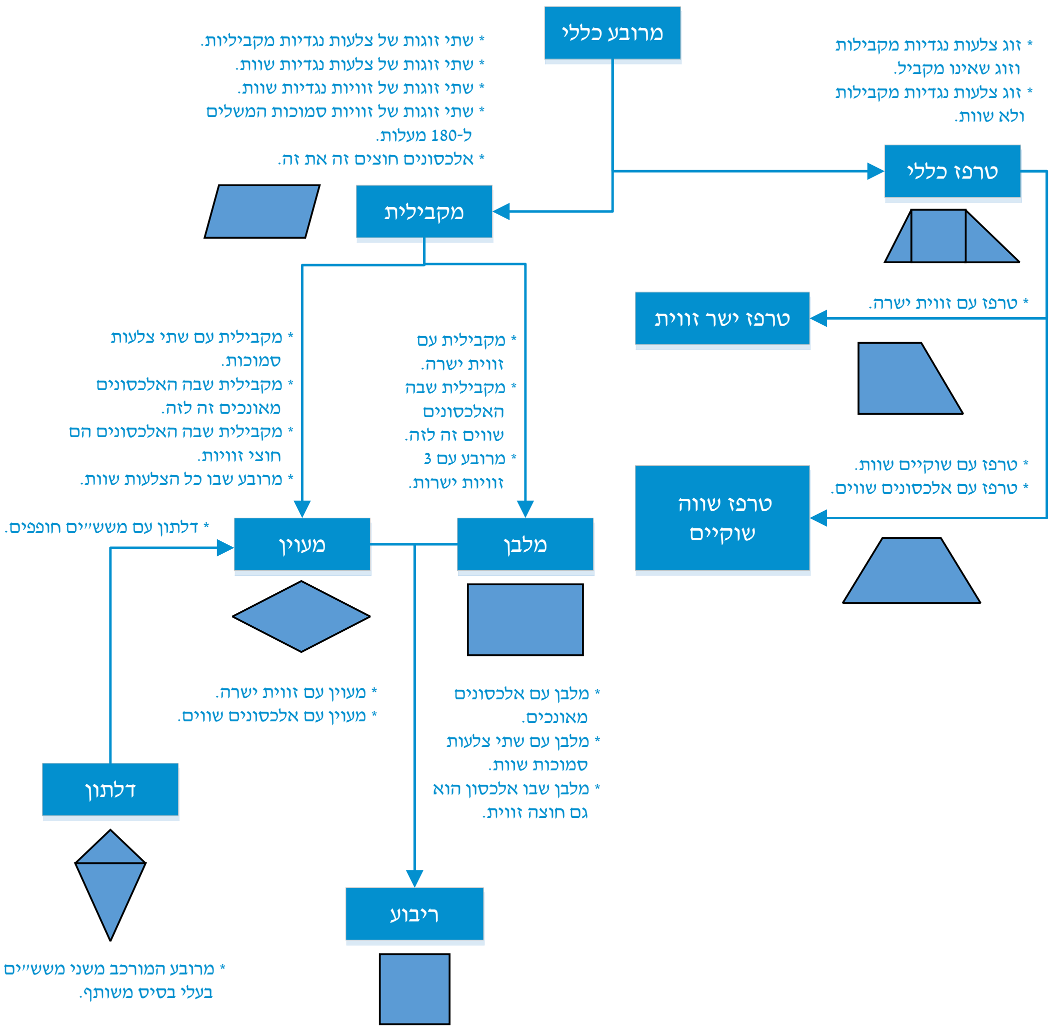
67) בדלתון ABCD האריכו את האלכסון המשני משני צדיו כמתואר בשרטוט כך שמתקיים: $KD = BL$.
הוכח: המרובע ALCK הוא דלתון.

תשובות סופיות:

65) שאלת הוכחה.
66) שאלת הוכחה.
67) שאלת הוכחה.

סיכום משפחת המרובעים:

להלן דיאגרמה מסכמת של כל משפחת המרובעים ותכונותיהם:



דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 4 - גיאומטריה אוקלידית - שטחים והיקפים

תוכן העניינים

שטחים והיקפים של משולשים:

סיכום כללי:

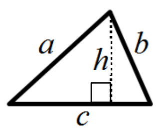
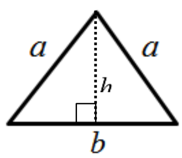
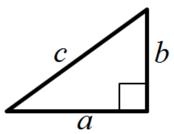
שטח – הגדרה:

גודל של תחום מישורי בהשוואה ליחידת מידה קבועה.
שטח נמדד ביחידות מידה של אורך בריבוע כגון:
מטר ריבועי (m^2), ס"מ ריבועי (סמ"ר cm^2).

היקף – הגדרה:

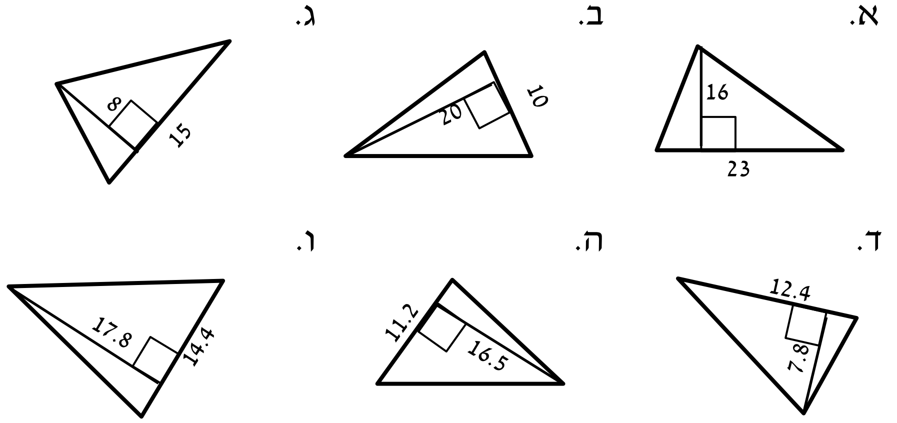
היקף מצולע הוא סכום כל צלעותיו.

משולשים:

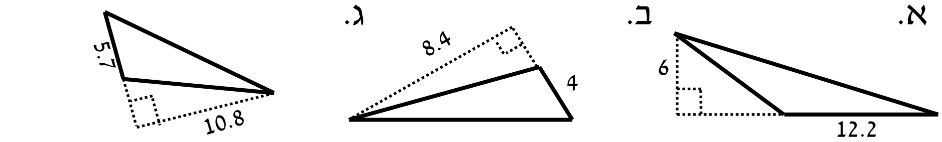
סוג	משולש כללי	משולש שווה שוקיים	משולש ישר זווית
איור			
שטח	$S=\frac{c\cdot h}{2}$	$S=\frac{b\cdot h}{2}$	$S=\frac{a\cdot b}{2}$
היקף	$P=a+b+c$	$P=2a+b$	$P=a+b+c$

שאלות:

1) מצא את שטחם של המשולשים הבאים (כל המידות נתונות בס"מ):



2) מצא את שטחם של המשולשים קהי-הזווית הבאים (כל המידות בס"מ):

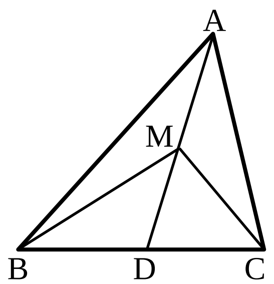


3) הוכח כי אם במשולש ABC, הקטע AD המחבר את הקדקוד A עם הצלע BC יוצר שני משולשים השווים בשטחם אז הוא תיכון ל-BC.

4) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.
M היא אמצע AD. הוכח כי:

א. הקטעים AD, MC ו-BM מחלקים את המשולש ABC ל-4 משולשים שווי שטח.

ב. $S_{\text{MBC}} = \frac{1}{2} S_{\text{ABC}}$.



תשובות סופיות:

1) א. 184 סמ"ר ב. 100 סמ"ר ג. 60 סמ"ר ד. 48.36 סמ"ר
ה. 92.4 סמ"ר ו. 128.16 סמ"ר.

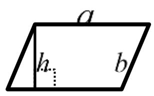
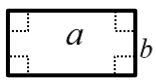
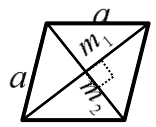
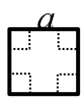
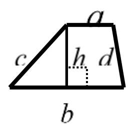
2) א. 36.6 סמ"ר ב. 16.8 סמ"ר ג. 30.78 סמ"ר.

3) שאלת הוכחה.

4) שאלת הוכחה.

שטחים והיקפים של מרובעים:

סיכום כללי:

סוג	מקבילית	מלבן	מעוין	ריבוע	טרפז
איור					
שטח	$S=a\cdot h$	$S=a\cdot b$	$S=a\cdot h$ $S=\frac{m_1\cdot m_2}{2}$	$S=a^2$	$S=\frac{(a+b)h}{2}$
היקף	$P=2(a+b)$	$P=2(a+b)$	$P=4a$	$P=4a$	$P=a+b+c+d$

הערות כלליות:

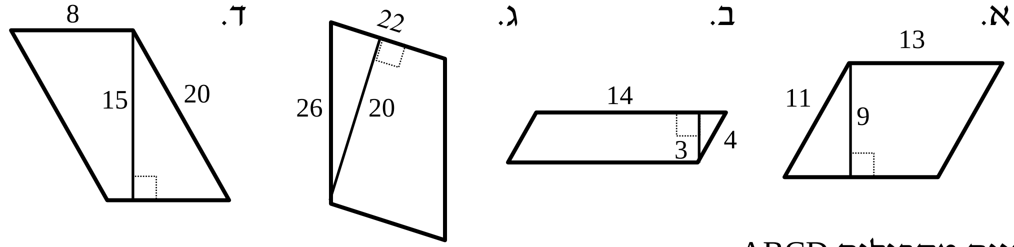
- שטח מקבילית ניתן לחישוב ע״י מכפלת כל צלע בגובה המתאים לה. כך ניתן לקבל את הנוסחה: $S=a\cdot h_a=b\cdot h_b$ כאשר h_a ו- h_b הם הגבהים לצלעות a ו- b בהתאמה.
- ניתן לחשב שטח מעוין ע״י מחצית ממכפלת אלכסונים או ע״י מכפלת צלע בגובה שלה (שכן היא סוג של מקבילית).
- עבור טרפז ישר זווית, שבו $h=c$ נקבל: $S=\frac{(a+b)c}{2}$.
- ניתן לחשב שטח של טרפז ע״י הורדת גבהים, חלוקתו למלבן ושני משולשים, חישוב שטחם בנפרד ואיחודם.

שאלות עם מקבילית:

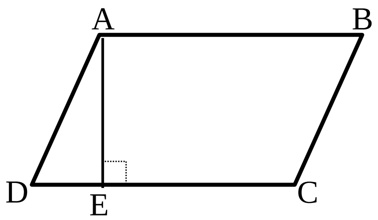
שאלות:

5) חשב את השטחים וההיקפים של המקביליות הבאות (כל המידות בס"מ):

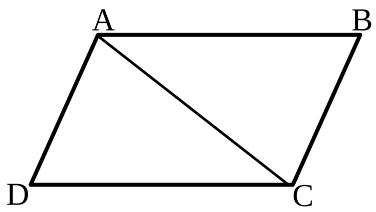
א. ב. ג. ד.



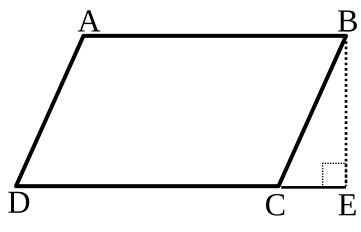
6) נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים גובה AE לצלע CD שאורכו הוא 6 ס"מ.
ידוע כי שטח המקבילית הוא 60 סמ"ר.
א. מצא את אורך הצלע AB.
ב. ידוע כי היקף המקבילית הוא 36 ס"מ.
מצא את אורך הצלע BC.



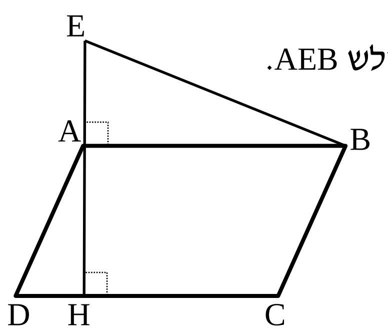
7) נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים את האלכסון AC שאורכו 25 ס"מ.
ידוע כי היקף המשולש ACD הוא 66 ס"מ.
חשב את היקף המקבילית.



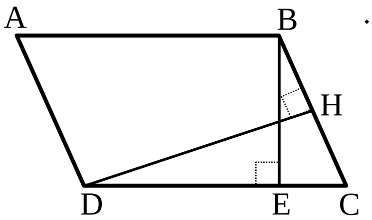
8) נתונה מקבילית ABCD.
מורידים גובה מהקדקוד B לצלע CD כך שנוצר המשולש BCE.
שטח המשולש BCE הוא 24 סמ"ר
ושטח המקבילית ABCD הוא 112 סמ"ר.
נתון: 6 ס"מ = CE.
א. מצא את אורך הגובה BE.
ב. מצא את אורך הצלע AB של המקבילית.



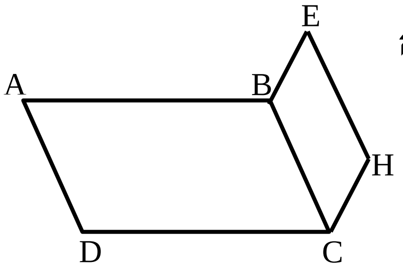
9) נתונה מקבילית ABCD.
מעלים אנך מהקדקוד A עד לנקודה E ויוצרים משולש AEB.
מורידים גובה AH לצלע CD שאורכו 12 ס"מ.
נתון: 8 ס"מ = AE, 13 ס"מ = AD.
שטח כל הצורה AEBCD הוא 256 סמ"ר.
א. מצא את אורך הצלע AB.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.



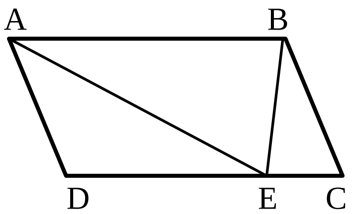
10) במקבילית ABCD מעבירים את הגבהים BE ו-DH לצלעות CD ו-BC בהתאמה.
נתון: 12 ס"מ = BE, ‏14.4 ס"מ = BC, ‏15 ס"מ = DH.
א. חשב את שטח המקבילית ABCD.
ב. חשב את אורך הצלע AB.
ג. חשב את היקף המקבילית.



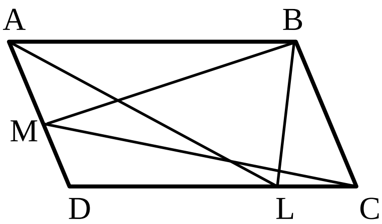
11) נתונה המקבילית ABCD.
על הצלע BC בונים מקבילית נוספת BCHE שהיקפה הוא 44 ס"מ.
ידוע כי היקף הצורה ABEHCD הוא 94 ס"מ.
נתון: 15 ס"מ = BC.
א. חשב את אורך הצלע AB.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.



12) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה E נמצאת על DC.
הוכח כי: $S_{AEB}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.



13) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות M ו-L נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה.
הוכח כי: $S_{BMC}=S_{ALB}$.



תשובות סופיות:

5) א. 48 ס"מ $= P$, 117 סמ"ר $= S$ ב. 36 ס"מ $= P$, 42 סמ"ר $= S$

ג. 96 ס"מ $= P$, 440 סמ"ר $= S$ ד. 56 ס"מ $= P$, 120 סמ"ר $= S$.

6) א. 10 ס"מ = AB ב. 8 ס"מ = BC.

7) 82 ס"מ $= P$.

8) א. 8 ס"מ = BE ב. 14 ס"מ = AB.

9) א. 16 ס"מ = AB ב. 58 ס"מ $= P$.

10) א. 216 סמ"ר $= S$ ב. 18 ס"מ = AB ג. 64.8 ס"מ $= P$.

11) א. 25 ס"מ = AB ב. 80 ס"מ $= P$.

12) שאלת הוכחה.

13) שאלת הוכחה.

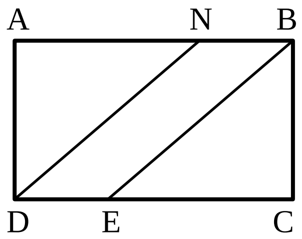
שאלות עם מלבן:

שאלות:

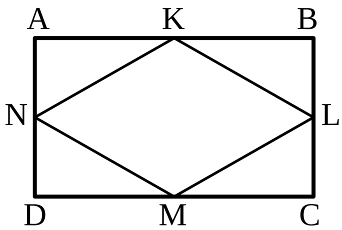
14) במלבן ABCD אורכי הצלעות הם: 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BC.
מצאו את ההיקף של המלבן.

15) במלבן ABCD אורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. היקף המלבן הוא 32 ס"מ.
מצאו את שטח המלבן.

16) במלבן ABCD נתון: 11 ס"מ = DC, 9 ס"מ = AD.
מצאו את האורך של האלכסון AC.



17) המרובע ABCD הוא מלבן.
הישרים DN ו-BE מקבילים.
נתון: 32 ס"מ = AB, 30 ס"מ = DN ו-8 ס"מ = BN.
הוכח כי מרובע NBED הוא מקבילית וחשב את שטחה.



18) הנקודות K, L, M ו-N הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה במלבן ABCD.
נתון כי היקף המלבן הוא 120 ס"מ וכי שטחו הוא 836 סמ"ר.
חשב את שטחו של המרובע KLMN.

תשובות סופיות:

14) 40 ס"מ.

15) 60 סמ"ר.

16) 14.21 ס"מ $\approx \sqrt{202}$.

17) 144 סמ"ר.

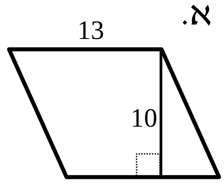
18) 418 סמ"ר.

שאלות עם מעוין:

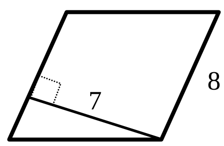
שאלות:

19) חשב את השטחים וההיקפים של המעוינים הבאים (כל המידות בס"מ):

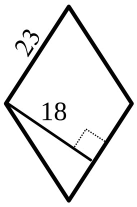
א.



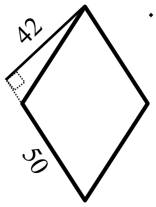
ב.



ג.



ד.



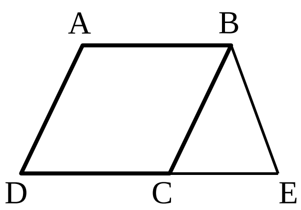
20) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: AO = 3 ס"מ, BO = 4 ס"מ. מצא את אורך צלע המעוין.

21) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: AB = 12 ס"מ, BO = 8 ס"מ. מצא את AO.

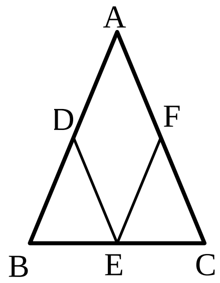
22) במעוין ABCD האלכסון AC שווה באורכו לצלע המעוין.
נתון: AB = 20 ס"מ.
א. חשב את אורך האלכסון BD.
ב. חשב את שטח המעוין.

23) נתון מעוין ABCD. אורך האלכסון הקצר הוא 7 ס"מ ושטח המעוין הוא 35 סמ"ר. חשב את היקף המעוין.

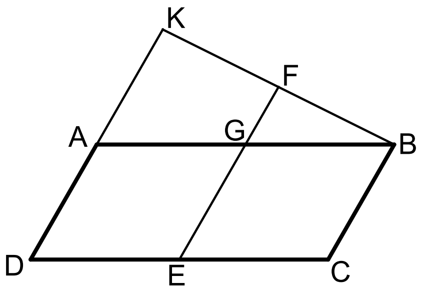
24) נתון מעוין ABCD בעל אורך צלע של 8 ס"מ.
מעבירים את הקטע BE השווה באורכו לצלע המעוין
כך שנוצר המשולש BCE. ידוע כי: CE = 6 ס"מ.
א. איזה סוג משולש הוא המשולש BCE? נמק.
ב. חשב את היקף הצורה ABECD.



25) נתון משולש שווה שוקיים ABC, (AB =AC).
מסמנים את אמצעי צלעות המשולש ב-D, E ו-F
ומעבירים את הקטעים DE ו-EF כך שהמרובע ADEF הוא מעוין.
נתון: BC = 12 ס"מ, וכי היקף המשולש ABC הוא 48 ס"מ.
א. מצא את אורך צלע המעוין ADEF.
ב. חשב את היקף המעוין ADEF.



26) המרובע ABCD הוא מקבילית שבה אורך הצלע AB גדולה פי 2 מהצלע AD.
ממשיכים את הצלע AD עד לנקודה K ומחברים אותה לקדקוד B. מעבירים את הקטע FE כך ש-F היא אמצע הקטע BK. EF חותך את הצלע AB בנקודה G ומקביל לצלע AD.
א. הוכח כי המרובע AGED הוא מעוין.
ב. שטח המעוין AGED הוא 20 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע DCBK אם ידוע כי A היא אמצע הקטע DK.



תשובות סופיות:

19) א. 52 ס"מ = P, 130 סמ"ר = S ב. 32 ס"מ = P, 56 סמ"ר = S.
ג. 92 ס"מ = P, 414 סמ"ר = S ד. 200 ס"מ = P, 2100 סמ"ר = S.

20) 5 ס"מ.

21) 8.94 ס"מ $\approx \sqrt{80}$.

22) א. $20\sqrt{3}$ ס"מ = BD ב. 346.41 סמ"ר.

23) 24.413 ס"מ.

24) א. משולש שווה שוקיים, מכיוון ש-BE=BC. ב. 38 ס"מ = P.

25) א. 9 ס"מ. ב. 36 ס"מ = P.

26) ב. 60 סמ"ר.

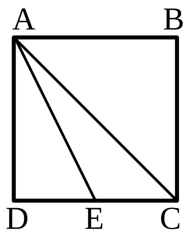
שאלות עם ריבוע:

שאלות:

27) נתון ריבוע ABCD בעל אורך צלע של 6 ס״מ.
א. חשב את שטח הריבוע.
ב. חשב את היקף הריבוע.
ג. חשב את אורך האלכסון בריבוע.

28) שטחו של ריבוע ABCD הוא 49 סמ״ר.
א. מהו אורך צלע הריבוע?
ב. מהו אורך האלכסון בריבוע?
ג. מהו היקף הריבוע?

29) בריבוע ABCD מעבירים את הקטע AE כך ש-E היא אמצע הצלע DC ואת האלכסון AC.
שטח הריבוע הוא 40 סמ״ר.
א. מצא את אורך צלע הריבוע.
ב. מצא את אורך אלכסון הריבוע.
ג. מצא את אורך הקטע AE.



30) חשב את צלע הריבוע השווה בשטחו לשטח משולש שצלעו 25 ס״מ והגובה לצלע זו הוא 18 ס״מ.

31) נתונים מלבן וריבוע השווים בשטחם.
אורכי צלעות המלבן הם 25 ס״מ ו-9 ס״מ.
חשב את היקף הריבוע.

32) נתונים מלבן וריבוע השווים בהיקפם.
שטח הריבוע הוא 36 ס״מ ואורך המלבן גדול ב-8 ס״מ מרוחבו.
חשב את שטח המלבן.

תשובות סופיות:

27) א. 36 סמ״ר ב. 24 ס״מ ג. 8.48 ס״מ.

28) א. 7 ס״מ ב. 9.89 ס״מ ג. 28 ס״מ.

29) א. 6.32 ס״מ ב. 8.94 ס״מ ג. 7.07 ס״מ.

30) 15 ס״מ.

31) 60 ס״מ.

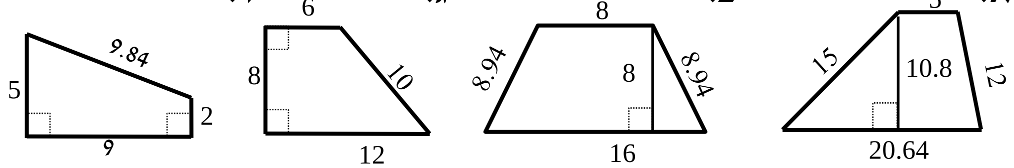
32) 20 סמ״ר.

שאלות עם טרפז:

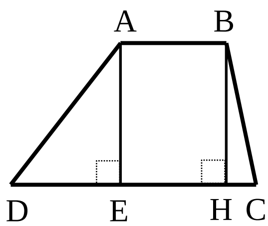
שאלות:

33) חשב את השטחים וההיקפים של הטרפזים הבאים (כל המידות בס"מ):

א. ב. ג. ד.



34) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.



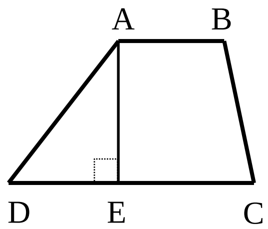
מורידים את הגבהים AE ו-BH שאורכם 8 ס"מ.

ידוע כי: 6 ס"מ = DE, 2 ס"מ = HC.

שטח הטרפז הוא 88 סמ"ר.

מצא את אורך בסיס הטרפז AB.

35) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.



מורידים גובה AE מהקדקוד A.

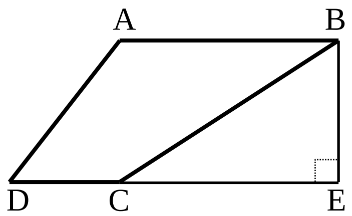
היקף הטרפז הוא 68 ס"מ ונתון כי:

18 ס"מ = AD, 16 ס"מ = BC, 12 ס"מ = AB.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. מצא את הגובה AE אם ידוע כי שטח הטרפז הוא 255 סמ"ר.

36) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.



מהקדקוד B מורידים גובה חיצוני לטרפז BE

כאשר E נמצאת על המשך הבסיס DC.

ידוע כי: 20 ס"מ = AB, 8 ס"מ = DC

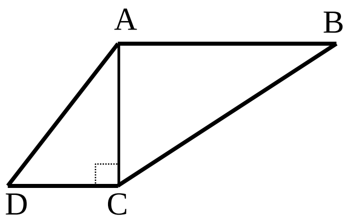
וכי שטח הטרפז הוא 196 סמ"ר.

א. מצא את הגובה BE.

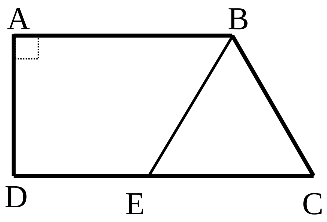
ב. נתון כי: $\sphericalangle D = 60^\circ$, $\sphericalangle BCD = 130^\circ$.

חשב את זווית $\sphericalangle A$ ואת זוויות המשולש BCE.

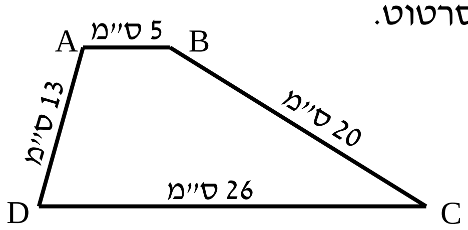
37) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.
האלכסון AC הוא גובה בטרפז ואורכו 12 ס"מ.
ידוע כי: 13 ס"מ = AD = AB, 17.7 ס"מ = BC.
היקף הטרפז הוא 48.7 ס"מ ו- $\sphericalangle B = 42.71°$.
א. מצא את אורך הבסיס DC.
ב. חשב את שטח הטרפז.
ג. חשב את זווית C.



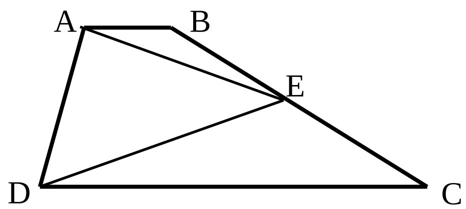
38) הטרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ הוא ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
מהנקודה E שעל הבסיס DC מעבירים את הקטע BE
כך שהמשולש BCE הוא שווה צלעות עם 14 ס"מ = BC.
היקף הטרפז ABCD הוא 67 ס"מ ו- AD הוא 10 ס"מ.
א. מהו היקף הטרפז ABED?
ב. חשב את שטח הטרפז ABED.



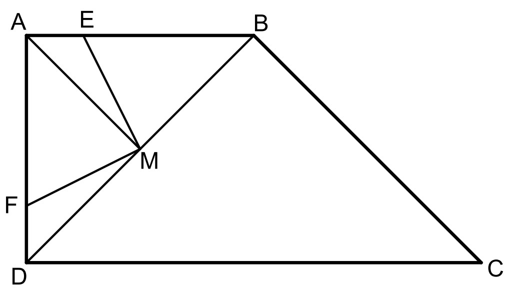
39) נתון טרפז ABCD שאורכי צלעותיו נתונים בסרטוט.
חשב את שטח הטרפז (פתור כתרגיל חישוב).



40) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
הנקודה E היא אמצע השוק BC.
הוכח כי: $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.



41) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
הנקודה M נמצאת על אמצע האלכסון BD של הטרפז וממנה מעבירים
את הקטעים ME ו-MF השווים זה לזה ומחברים אותה עם הקדקוד A.
נתון כי: $MF \perp ME$ וכי: $\sphericalangle DFM > 90°$.
א. הוכח: $\Delta AMF \cong \Delta BME$.
ב. נתון כי: $BC = \sqrt{32}$, $AE = FD = 1$.
כמו כן: $AM \parallel BC$.
i. מצא את אורך הקטע BE.
ii. חשב את שטח הטרפז ABCD.



תשובות סופיות:

33) א. 52.64 ס"מ $= P$, ‏138.456 סמ"ר $= S$.
ב. 41.88 ס"מ $= P$, ‏96 סמ"ר $= S$.
ג. 36 ס"מ $= P$, ‏72 סמ"ר $= S$.
ד. 25.48 ס"מ $= P$, ‏31.5 סמ"ר $= S$.

34) 7 ס"מ = AB.

35) א. 22 ס"מ = DC.
ב. 15 ס"מ = AE.

36) א. 14 ס"מ = BE.
ב. $\angle A = 120°$, $\angle CBE = 40°$, $\angle BCE = 50°$, $\angle E = 90°$.

37) א. 5 ס"מ = DC.
ב. 108 סמ"ר $= S$.
ג. $\angle C = 137.29°$.

38) א. 53 ס"מ $= P$.
ב. 145 סמ"ר $= S$.

39) 186 סמ"ר.

40) שאלת הוכחה.

41) ב. i. ‏3 ס"מ.
ב. ii. ‏24 סמ"ר.

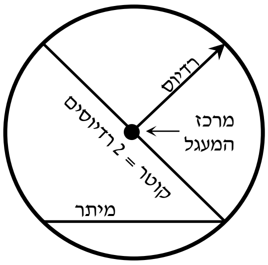
דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 5 - גיאומטריה אוקלידית - המעגל

תוכן העניינים

הגדרות:

- מעגל – המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מנקודה קבועה קבוע.
- הנקודה הקבועה נקראת מרכז המעגל.
- רדיוס – קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה על המעגל.
- מיתר – קטע המחבר שתי נקודות שעל המעגל.
- קוטר – מיתר העובר במרכז המעגל.
- היקף מעגל = $2\pi R$.
- שטח מעגל = πR^2.
- קשת – חלק מהיקף המעגל.
- גזרה – חלק משטח המעגל.
- זווית מרכזית – זווית שקדקודה במרכז המעגל ושוקיה רדיוסים.
- זווית היקפית – זווית שקדקודה על היקף המעגל ושוקיה מיתרים.



קשתות ומיתרים במעגל:

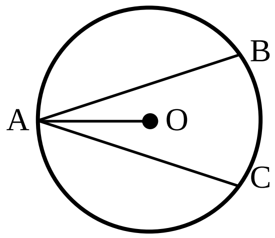
סיכום כללי:

משפטים העוסקים במיתרים במעגל:

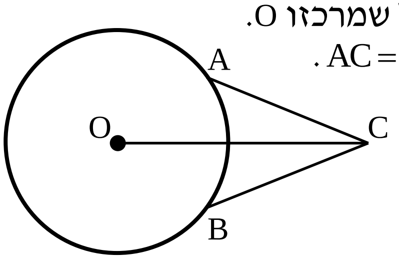
1. מיתרים שווים נשענים על קשתות שוות ולהפך.
2. על מיתרים שווים נשענות זוויות מרכזיות שווות ולהפך.
3. מיתרים שווים נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.
(משפט הפוך) מיתרים הנמצאים במרחק שווה ממרכז המעגל שווים.

שאלות:

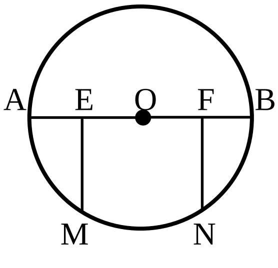
1) AB ו-AC הם שני מיתרים שווים במעגל שמרכזו O.
הוכח כי AO חוצה את זווית BAC.



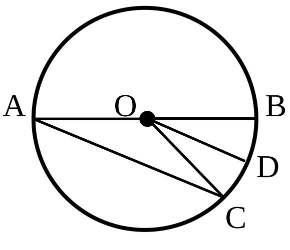
2) A ו-B הן שתי נקודות הנמצאות על היקף המעגל שמרכזו O.
נקודה C הנמצאת מחוץ למעגל מקיימת כי: $AC = BC$.
הוכח כי OC חוצה את זווית C.



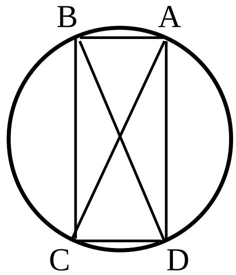
3) הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
נתון כי: $EO = FO$, $EM \perp AB$, $FN \perp AB$.
הוכח כי $MN = EF$.



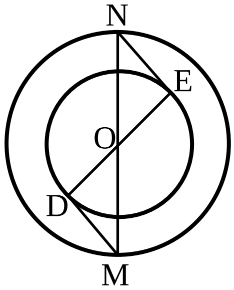
4) AB הוא קוטר במעגל שלפניך.
AC הוא מיתר ו-O מרכז מעגל.
הרדיוס OD חוצה את זווית BOC.
הוכח כי DO מקביל ל-AC.



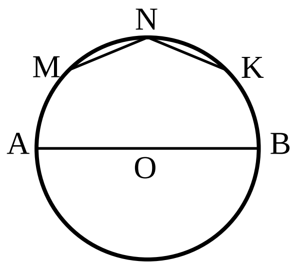
5) במעגל שלפניך AC ו-BD הם קטרים.
הוכח כי המרובע ABCD הוא מלבן.



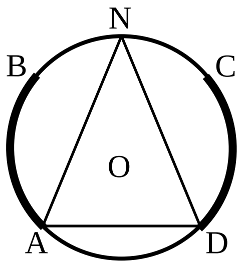
6) בשרטוט שלפניך שני מעגלים בעלי מרכז משותף O.
הקטע MN הוא קוטר במעגל הגדול והקטע DE
הוא קוטר במעגל הקטן.
מעבירים את הקטעים MD ו-NE.
הוכח כי MD שווה ל-NE.



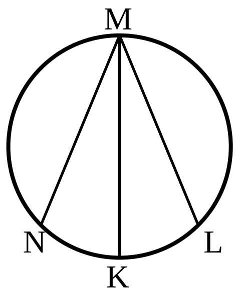
7) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
את הקשת העליונה של AB מחלקים ל-4
קשתות שוות, כלומר: $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{MN} = \overset{\frown}{NK} = \overset{\frown}{KB}$.
חשב את זווית KNM.



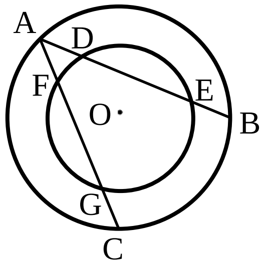
8) במעגל שלפניך נתון כי הקשתות המסומנות שוות
ז"א: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$. הנקודה N היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{BC}$.
הוכח כי המשולש AND הוא שווה שוקיים.



9) המיתרים MN ו-ML שווים זה לזה.
המיתר MK חוצה את זווית NML.
הוכח כי $\Delta KNM \cong \Delta KLM$.
הוכח כי MK הוא קוטר במעגל.



10) נתונים שני מעגלים בעלי מרכז משותף O.
מעבירים את המיתרים AB ו-AC במעגל הגדול.
ידוע כי שני המיתרים שווים זה לזה.
מסמנים את נקודות החיתוך של המיתרים עם המעגל
הקטן ב-D ו-E עבור המיתר AB, F-ו G עבור המיתר AC.
הוכח: $DE = FG$.



תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.
2) שאלת הוכחה.
3) שאלת הוכחה.
4) שאלת הוכחה.
5) שאלת הוכחה.
6) שאלת הוכחה.
7) $135°$.
8) שאלת הוכחה.
9) שאלת הוכחה.
10) שאלת הוכחה.

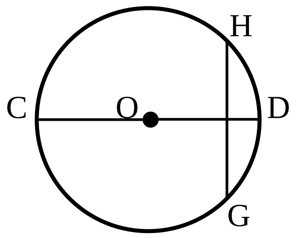
אנך אמצעי למיתר:

סיכום כללי:

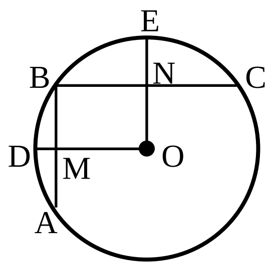
משפט אנך אמצעי למיתר:

1. אנך למיתר ממרכז המעגל חוצה את המיתר.
(משפט הפוך ל-4 (1)) רדיוס החוצה מיתר מאונך לו.
(משפט הפוך ל-4 (2)) קטע היוצא מאמצע מיתר ומאונך לו, עובר במרכז המעגל.

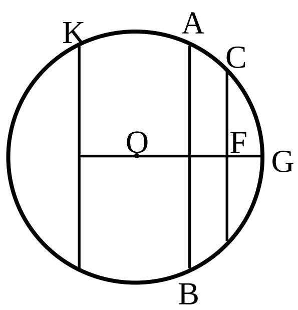
שאלות:



11) במעגל שמרכזו O המיתר GH מאונך לקוטר CD.
הוכח כי $GC = HC$.
נתון כי: $\overset{\frown}{HDG} = 80°$.
בת כמה מעלות הקשת $\overset{\frown}{CG}$?

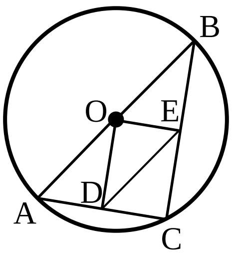


12) AB ו-BC הם מיתרים במעגל שמרכזו O.
מעבירים את הרדיוסים OD ו-OE אשר חותכים את המיתרים AB ו-BC בנקודות M ו-N בהתאמה.
ידוע כי מרובע ONBM הוא מלבן. נתונות המידות הבאות: $R = 29$ ס"מ, $MD = 8$ ס"מ, $NE = 9$ ס"מ.
חשב את אורך כל אחד מהמיתרים AB ו-BC.



13) CD, AB ו-KL הם מיתרים במעגל שמרכזו O,
והם חותכים את הקטע MG, העובר במרכז המעגל,
בנקודות F, E ו-M בהתאמה.
נתון $CF = DF$, $KL \parallel CD$.
הוכח: $KM = LM$.
נתון בנוסף כי: $AB \perp MG$, $ML = BE$.
הוכח: $MO = EO$.

14) ABC הוא משולש החסום במעגל O. המיתר AB הוא קוטר במעגל. הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות AC ו-BC בהתאמה. מעבירים את הקטעים OD ו-OE וידוע כי: $OE \perp BC$, $OD \perp AC$.
הוכח כי DE שווה באורכו לרדיוס המעגל.



תשובות סופיות:

11) א. שאלת הוכחה. ב. $140°$.
12) 40 ס"מ = AB, 42 ס"מ = BC.
13) שאלת הוכחה.
14) שאלת הוכחה.

זוויות מרכזיות והיקפיות במעגל:

סיכום כללי:

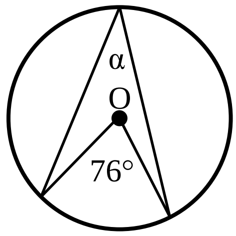
משפטים העוסקים בזוויות במעגל:

1. שתי זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת/קשתות שוות, שוות ביניהן.
(משפט הפוך ל-5) זוויות היקפיות שוות נשענות על קשתות שוות.
2. זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת.

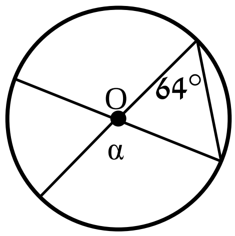
שאלות:

15) נתונים המעגלים הבאים שמרכזם הוא O.
חשב את הזווית α בכל אחד מהמקרים.

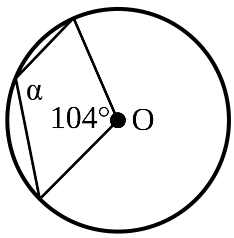
א.



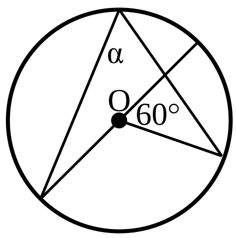
ב.



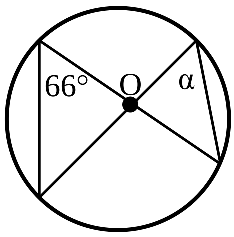
ג.



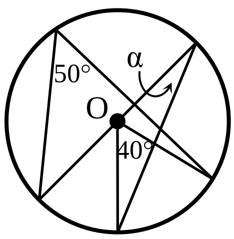
ד.



ה.

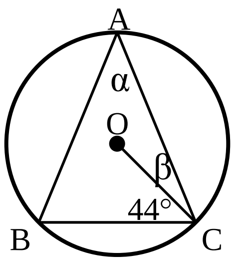


ו.

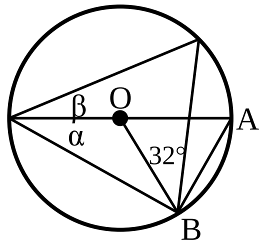


16) במעגלים הבאים שמרכזם O מופיעים הנתונים לידם.
חשב את הזוויות α ו- β בכל אחד מהמקרים:

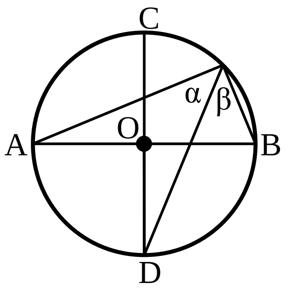
א. $AB = AC$



ב. ΔAOB - שווה צלעות.

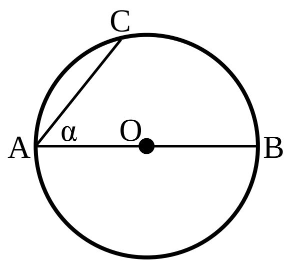


ג. AB, CD קטרים מאונכים זה לזה.

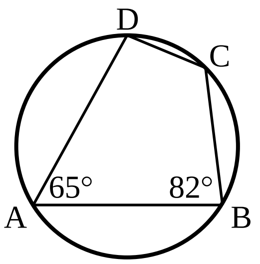


17) חשב את המבוקש בכל מקרה:

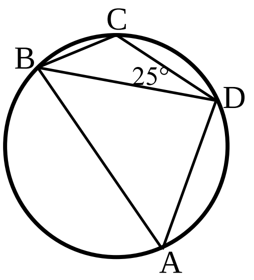
א. AB קוטר, $\overset{\frown}{AC} = 84°$
חשב את α.



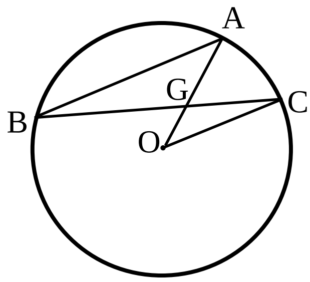
ב. $\overset{\frown}{DC} = 52°$.
חשב: $\overset{\frown}{AD}, \overset{\frown}{DC}, \overset{\frown}{AB}$.



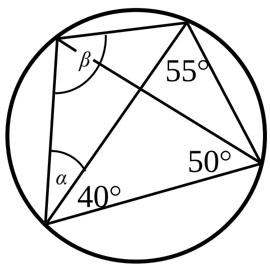
ג. $\overset{\frown}{DC} = 60°$.
חשב $\measuredangle BAD$.



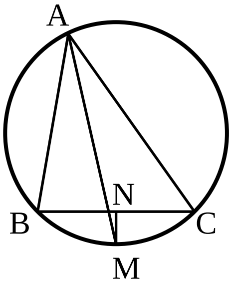
18) AB ו-BC הם מיתרים במעגל שמרכזו O.
נתון: $\measuredangle AGC = 60°$, $AB \parallel CO$.
חשב את גודלה של הזווית $\measuredangle AOC$.



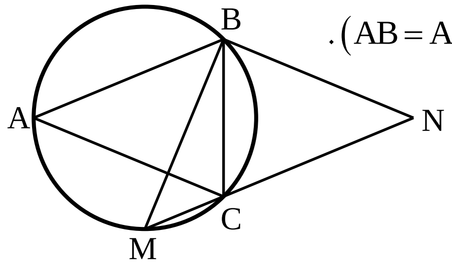
19) חשב את גודל הזוויות α ו- β במעגל הנתון.



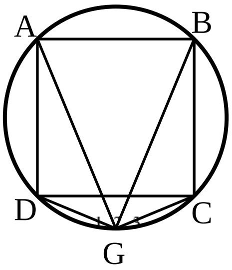
20) המשולש ABC חסום במעגל.
המיתר AM חוצה את זווית A.
מעבירים אנך מהנקודה M לצלע BC
החותך אותה בנקודה N.
הוכח: $BN = CN$.



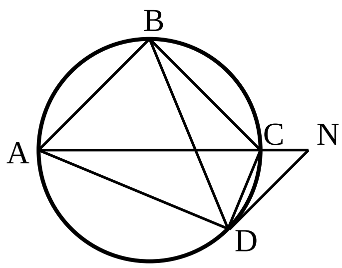
21) בסרטוט שלפניך נתון כי המשולשים
ABC ו-BMN הם שווי שוקיים $(AB = AC\,,\, BM = BN)$.
זווית הראש במשולש BMN היא $94°$.
חשב את זווית ACB.



22) במעגל שלפניך חסום ריבוע ABCD.
הנקודה G נמצאת על היקף המעגל.
ממנה מעבירים מיתרים לכל קדקוד
כך שנוצרות הזוויות $\sphericalangle G_1 \,,\, \sphericalangle G_2 \,,\, \sphericalangle G_3$.
הוכח כי $\sphericalangle G_1 = \sphericalangle G_2 = \sphericalangle G_3$ ומצא אותן.



23) המרובע ABCD חסום במעגל.
ממשיכים את האלכסון AC עד לנקודה N
ומחברים אותה עם הקדקוד D
כך שמתקיים: $AB \parallel DN$.
הוכח כי זוויות המשולשים ΔADN
ו- ΔBDC שוות.



תשובות סופיות:

15) א. $38°$ ב. $128°$ ג. $128°$ ד. $60°$ ה. $66°$ ו. $30°$.

16) א. $\alpha = 46°$, $\beta = 23°$ ב. $\alpha = 30°$, $\beta = 28°$ ג. $\alpha = \beta = 45°$.

17) א. $\alpha = 48°$ ב. $\overset{\frown}{AB} = 118°$, $\overset{\frown}{BC} = 78°$, $\overset{\frown}{AD} = 112°$ ג. $55°$.

18) $40°$.

19) $\alpha = 35°$, $\beta = 95°$.

20) שאלת הוכחה.

21) $68.5°$.

22) $\sphericalangle G_1 = \sphericalangle G_2 = \sphericalangle G_3 = 45°$

23) שאלת הוכחה.

זווית היקפית הנשענת על קוטר:

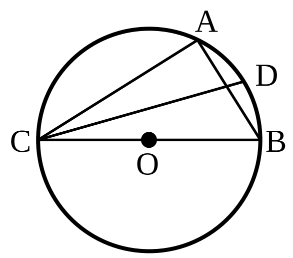
סיכום כללי:

משפט:

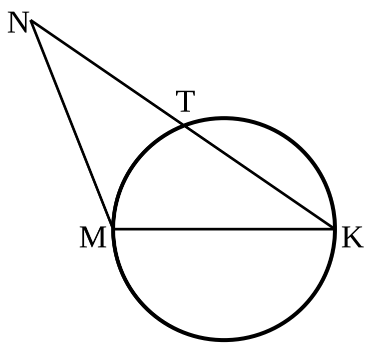
1. זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.
(משפט הפוך) מיתר עליו נשענת זווית היקפית ישרה הוא קוטר.

שאלות:

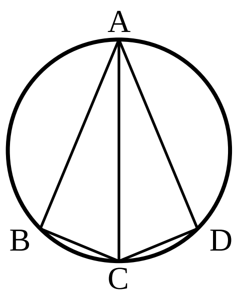
24) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך ש-BC הוא קוטר. מעבירים את המיתר CD המקיים: $\sphericalangle DCB = 20°$.
מצא את זווית CAD.



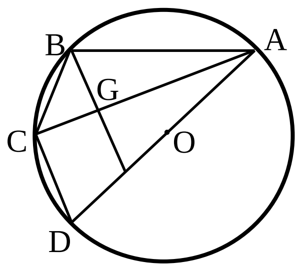
25) MK הוא קוטר במעגל שלפניך.
הקטע KN חותך את המעגל בנקודה T.
מתקיים: $KT = NT$.
הוכח כי: $MK = NM$.



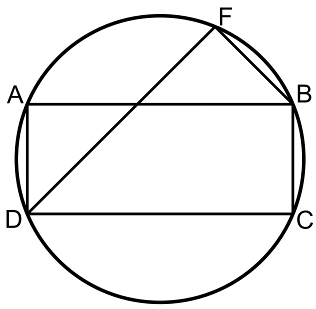
26) מרובע ABCD חסום במעגל כאשר האלכסון AC הוא קוטר וחוצה את זווית BCD.
הוכח כי ABCD הוא דלתון.



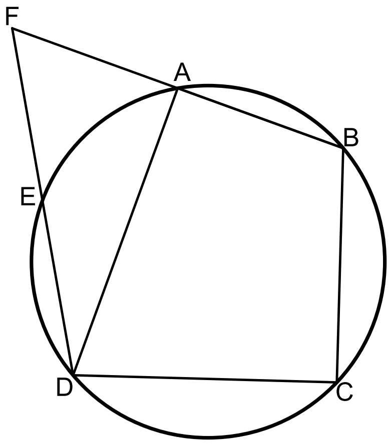
27) AB, AC, AD, BC ו-CD הם מיתרים במעגל שמרכזו O (המיתר AD עובר ב-O).
הקטע BE חותך את המיתר AC בנקודה G.
נתון: $BE \parallel CD$, $BG = GE$.
הוכח: $BC = CD$.



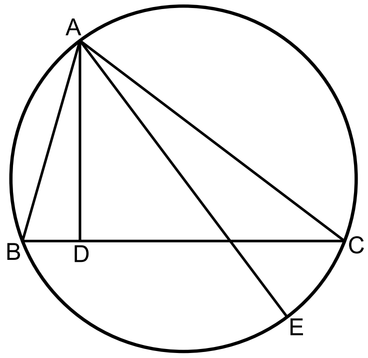
28) המרובע ABCD הוא מלבן החסום במעגל.
מהקדקוד D מעבירים את המיתר DF
החותך את הצלע AB בנקודה E.
ידוע כי: $\overset{\frown}{AF} = \overset{\frown}{CF}$.
הצלע AD של המלבן תסומן ב- a.
א. הוכח כי המשולש DAE הוא שווה שוקיים.
ב. נתון גם כי: $BC = BF$.
הבע באמצעות a את רדיוס המעגל.



29) המרובע ABCD חסום במעגל.
המשכי המיתרים AB ו-ED נפגשים בנקודה F.
הקטע FD חותך את היקף המעגל בנקודה E
כך שמתקיים: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AE}$.
נתון כי הזווית BCD היא ישרה.
א. הוכח כי הקטע DF שווה לקוטר המעגל.
ב. נתון כי: $DF = BF$ וכי רדיוס המעגל הוא 12 ס"מ.
הוכח כי המרובע AEDB הוא טרפז.
ג. חשב את היקף הטרפז AEDB.



30) משולש ABC חסום במעגל.
AD גובה לצלע BC ו-AE קוטר במעגל.
א. הוכח: $\angle BAD = \angle EAC$.
נתון גם כי: $CE = \sqrt{21}, AD = 6, CD = 8$.
ב. חשב את רדיוס המעגל.



תשובות סופיות:

24) $110°$.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) שאלת הוכחה.
28) א. שאלת הוכחה. ב. $R = 1.3a$.
29) א. שאלת הוכחה. ב. 5.5.
30) א. $\alpha = 135°$ ב. $\alpha = 45°$ ג. $\alpha = 40°$.

משיקים למעגל:

סיכום כללי:

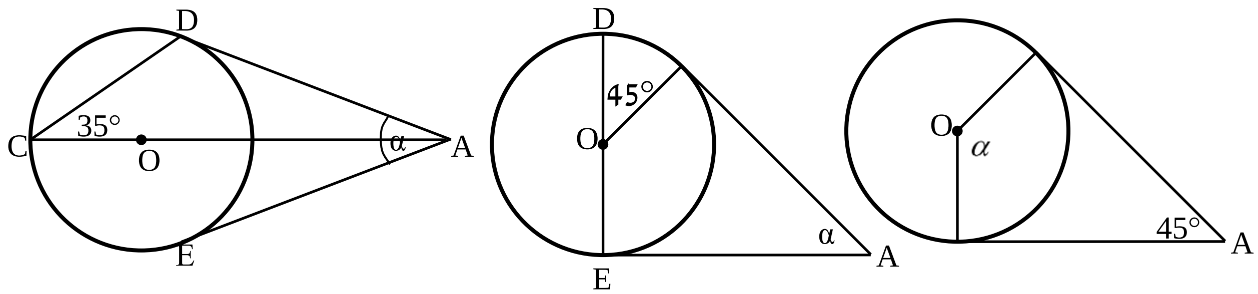
משפטים העוסקים במשיק למעגל ושני משיקים למעגל:

1. משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.
(משפט הפוך ל-8) קטע המאונך לרדיוס בקצהו משיק למעגל.
2. שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.
3. קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה שממנה יוצאים שני משיקים חוצה את הזווית בין המשיקים.

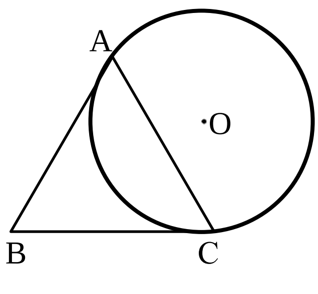
שאלות:

31) באיורים שלפניך נתונים שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה A שמחוץ למעגל. מרכזי המעגלים מסומן ב-O. מצא את α בכל מקרה.

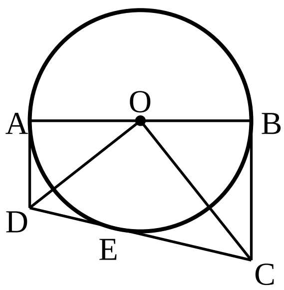
א. ב. ג.



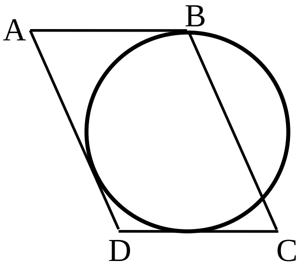
32) המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB = AC)$.
המעגל O משיק לצלעות AB ו-BC בנקודות A ו-C.
הוכח כי ABC הוא שווה צלעות.



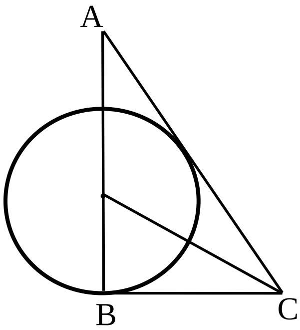
33) במעגל O מעבירים קוטר AB ושלושה משיקים AD, CD ו-BC. E היא נקודת ההשקה של CD עם המעגל.
הוכח כי: $\sphericalangle COD = 90°$.



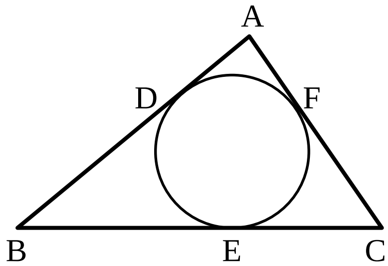
34) הצלעות AB, AD ו-DC של המקבילית ABCD
משיקות למעגל בנקודות B , L ו-K בהתאמה (ראה שרטוט).
נתון: 14 ס"מ = BC, 6 ס"מ = CK.
חשב את היקף המקבילית.



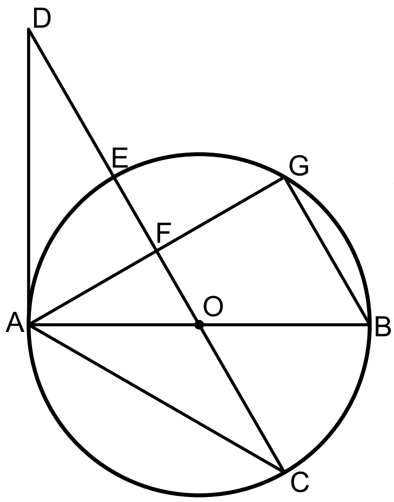
35) הצלעות AC ו-BC של המשולש ABC משיקות
למעגל שמרכזו O , בנקודות K ו-B בהתאמה.
הצלע AB עוברת בנקודה O.
נתון: $AK = CK$, 15 ס"מ = AB.
א. חשב את גודלה של זווית A.
ב. חשב את אורכו של רדיוס המעגל.



36) משולש ABC חוסם מעגל אשר משיק לצלעותיו
בנקודות D, E ו-F כמתואר באיור.
נתון כי: 18 ס"מ = AC, 14 ס"מ = BD.
מצא את היקף המשולש ABC.



37) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
מהנקודה A מעבירים את המיתרים AC ו-AG
ואת המשיק AD כך שהמשולש ACD שווה שוקיים.
הישר CD חותך את היקף המעגל בנקודה E,
את המיתר AG בנקודה F ועובר דרך מרכז המעגל O
המיתר BG מקביל לישר החותך CD.
א. חשב את זוויות המשולש ACD.
ב. הוכח כי: $AF = FG$.
ג. רדיוס המעגל יסומן ב- R .
הוכח כי: $DC = 3R$.



תשובות סופיות:

31) א. $\alpha = 135°$ ב. $\alpha = 45°$ ג. $\alpha = 40°$.

32) שאלת הוכחה.

33) שאלת הוכחה.

34) 48 ס"מ.

35) א. $30°$ ב. 5 ס"מ.

36) 64 ס"מ.

37) א. $120°$, $30°$, $30°$. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

משיק ומיתר:

סיכום כללי:

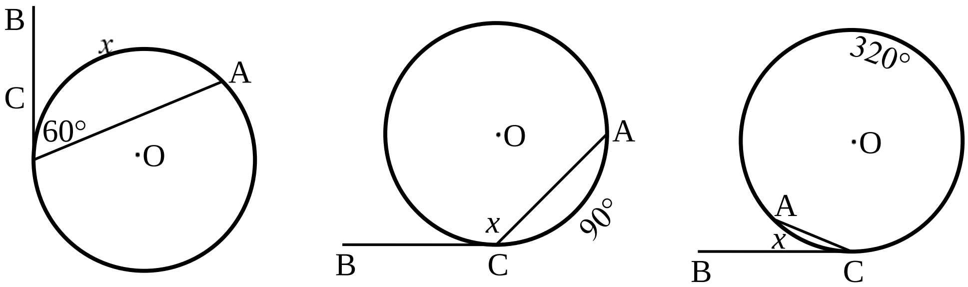
משפט:

1. הזווית הכלואה בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מצדו השני.

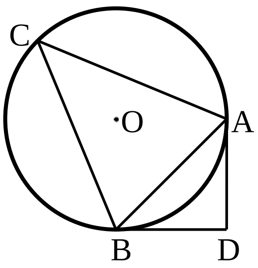
שאלות:

38) באיורים שלפניך נתון מעגל שמרכזו O, מיתר AC ומשיק BC בנקודה C.
מצא את x.

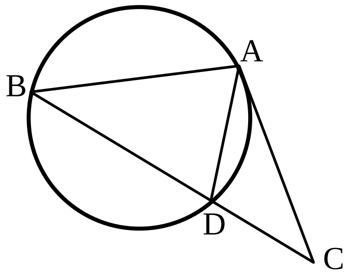
א. ב. ג.



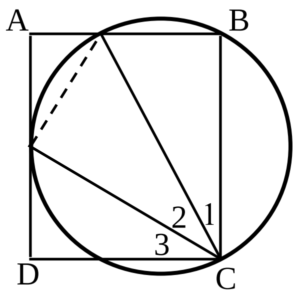
39) ABC הוא משולש שווה שוקיים $(AC = BC)$
החסום במעגל שמרכזו O.
מהקדקודים A ו-B מעבירים משיקים אשר נחתכים בנקודה D.
ידוע כי זווית הבסיס במשולש ABC היא $68°$.
חשב את זווית ADB.



40) AC הוא משיק למעגל בנקודה A.
BC חותך את המעגל בנקודה D.
נתון כי $AD = CD$, הוכח: $AB = AC$.



41) הקדקודים B ו-C של המלבן ABCD מונחים על מעגל.
צלע AD משיקה למעגל בנקודה G והצלע AB חותכת
את המעגל בנקודה H.
הוכח: $\sphericalangle C_2 = \sphericalangle C_3$.
(הדרכה: סמן $\sphericalangle AGH = \alpha$).



תשובות סופיות:

38) א. $x = 20°$ ב. $x = 135°$ ג. $x = 120°$.

39) $92°$

40) שאלת הוכחה.

41) שאלת הוכחה.

שני מעגלים:

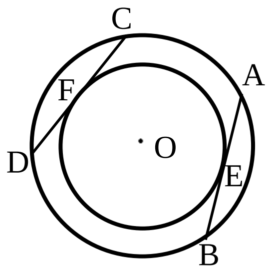
סיכום כללי:

משפטים העוסקים בשני מעגלים:

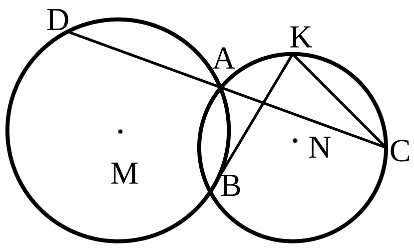
1. קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.
2. קטע המרכזים (או המשכו) של שני מעגלים משיקים עובר בנקודת ההשקה.

שאלות:

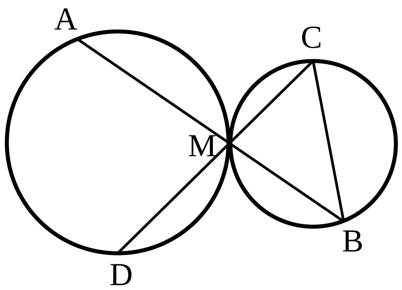
42) נתונים שני מעגלים בעלי מרכז משותף O.
דרך שתי נקודות E ו-F שעל היקף המעגל הפנימי מעבירים משיקים אשר חותכים את המעגל החיצוני בנקודות A, B, C ו-D. הוכח כי המיתרים AB ו-CD הנוצרים באופן זה שווים.



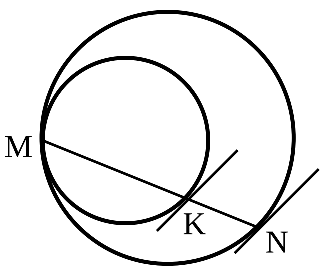
43) שני מעגלים M ו-N נחתכים בנקודות A ו-B.
הישר CD עובר דרך הנקודה A.
מעבירים משיק למעגל M בנקודה B
החותך את המעגל N בנקודה K.
הוכח כי: $CK \parallel BD$.



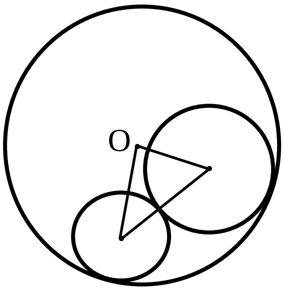
44) שני מעגלים משיקים זה לזה מבחוץ בנקודה M.
דרך הנקודה M מעבירים שני ישרים חותכים.
האחד חותך את המעגל השמאלי בנקודה A
ואת הימני בנקודה B והאחר חותך את המעגל השמאלי בנקודה D ואת הימני בנקודה C.
הוכח כי $AD \parallel BC$.



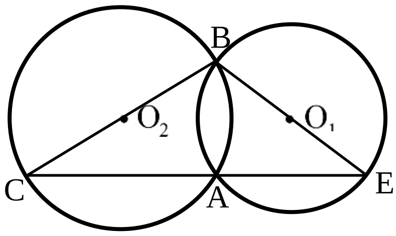
45) שני מעגלים משיקים זה לזה מבפנים בנקודה M.
מעבירים מיתר MN במעגל החיצוני אשר חותך את המעגל הפנימי בנקודה K.
הוכח כי המשיקים לשני המעגלים בנקודות N ו-K מקבילים זה לזה.



46) המעגלים שמרכזיהם M ו-G משיקים מבחוץ זה לזה ומשיקים מבפנים למעגל שמרכזו O.
נתון כי רדיוס המעגל שמרכזו O הוא 8 ס"מ.
חשב את היקף המשולש OMG.



47) שני מעגלים שמרכיזהם O_1 ו- O_2 נחתכים בנקודות A ו-B.
מעבירים את הקטרים BC ו-BE.
א. הוכח כי הנקודות C, E ו-A נמצאות על ישר אחד.
ב. הוכח כי O_1O_2 הוא קטע אמצעים במשולש BCE.



תשובות סופיות:

42) שאלת הוכחה.
43) שאלת הוכחה.
44) שאלת הוכחה.
45) שאלת הוכחה.
46) 16 ס"מ.
47) שאלת הוכחה.

מעגל חוסם ומעגל חסום:

סיכום כללי:

משפטים העוסקים במעגל חוסם ומעגל חסום:

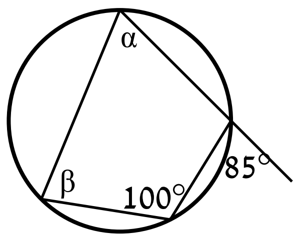
1. מרכז מעגל החוסם משולש הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש.
2. מרכז מעגל החסום במשולש הוא מפגש חוצי הזווית במשולש.
3. במרובע החסום במעגל, סכום כל שתי זוויות נגדיות הוא $180°$.
(משפט הפוך) אם במרובע סכום זוג זוויות נגדיות הוא $180°$, המרובע בר חסימה במעגל.
4. במרובע החוסם מעגל סכום זוג צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני.
(משפט הפוך) אם במרובע סכום זוג צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני אז ניתן לחסום בתוכו מעגל.
5. כל מצולע משוכלל ניתן לחסום במעגל וניתן לחסום בתוכו מעגל.

שאלות:

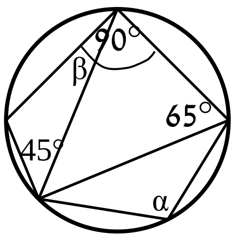
48) AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.
א. הוכח: אם מרכז המעגל החסום במשולש ABC נמצא על AD אז המשולש ABC הוא שווה שוקיים.
ב. בהמשך לסעיף א', האם מרכז המעגל החוסם את משולש ABC נמצא על AD?

49) מצא את הנעלמים בכל אחד מהסרטוטים שלפניך:

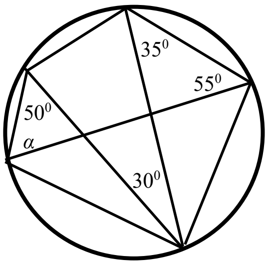
א.



ב.

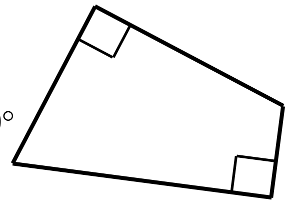


50) חשב את גודלה של הזווית α בסרטוט הבא:

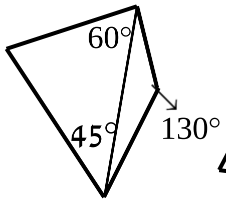


51) קבע אלו מהמרובעים הבאים ניתן לחסום במעגל:

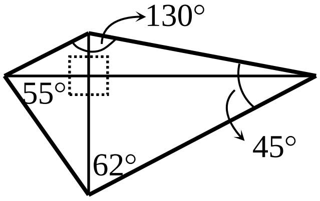
א.



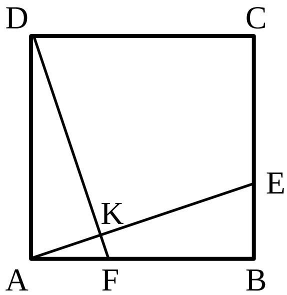
ב.



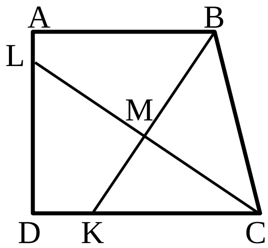
ג.



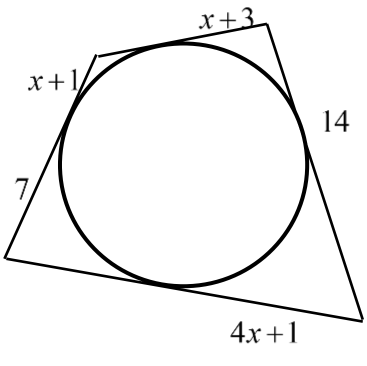
52) בריבוע ABCD נתון כי AF = BE .
הנקודה K היא חיתוך של הקטעים AE ו-DF.
הוכח כי את המרובע DKEC ניתן לחסום במעגל.



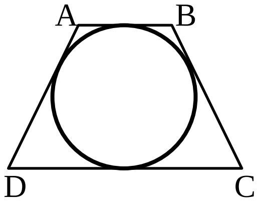
53) בטרפז ישר זווית ABCD שבו השוק AD מאונכת לבסיסים AB ו-DC הנקודות K ו-L נמצאות על הצלעות DC ו-AD בהתאמה, כך שהקטעים BK ו-CL הם חוצי הזוויות B ו-C בהתאמה.
חוצי הזוויות נפגשים בנקודה M.
הוכח: את המרובע DKML ניתן לחסום במעגל.
הערה: בסרטון השאלה מוצגת ללא הסרטוט הנתון.



54) חשב את גודלו של x בשרטוט הבא:



55) בטרפז שווה שוקיים ABCD $(AB \parallel CD)$ שהיקפו 60 ס"מ וזוויות הבסיס החדות שלו הן $60°$ חסום מעגל.
מצא את אורכי צלעות הטרפז.



תשובות סופיות:

48) שאלת הוכחה.

49) א. $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 85^\circ$ ב. $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 20^\circ$.

50) $\alpha = 70^\circ$.

51) ניתן לחסום את מרובע א' בלבד.

52) שאלת הוכחה.

53) שאלת הוכחה.

54) $x = 2$

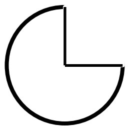
55) 15 ס"מ, 15 ס"מ, 7.5 ס"מ, 22.5 ס"מ.

שטחים והיקפים במעגל:

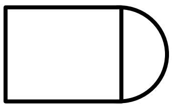
שאלות:

56) ענה על השאלות הבאות:

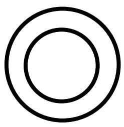
א. היקפו של עיגול הוא 44 ס"מ. חשב את שטחו.



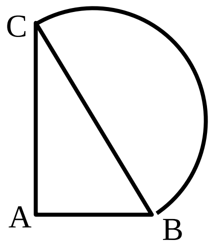
ב. הצורה שבאיור היא $\frac{3}{4}$ עיגול.
היקף הצורה שווה ל-45 ס"מ.
חשב את אורך הרדיוס של העיגול.



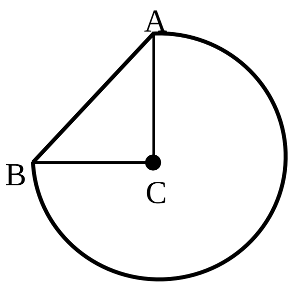
ג. שטח צורה המורכבת מריבוע וחצי עיגול הוא 30 סמ"ר.
חשב את רדיוס חצי העיגול.



ד. שטח טבעת הוא 55π סמ"ר.
הרדיוס הפנימי הוא 3 ס"מ.
חשב את הרדיוס החיצוני של הטבעת.

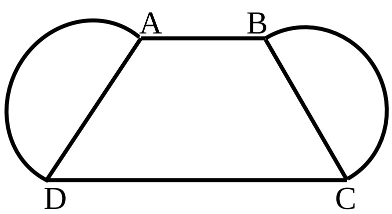


57) נתון משולש ישר זווית ABC, $(\measuredangle A = 90°)$.
על היתר BC בונים חצי עיגול.
נתון: AB = 10 ס"מ , AC = 24 ס"מ , BC = 26 ס"מ.
א. חשב את היקף הצורה המורכבת.
ב. חשב את שטח הצורה המורכבת.



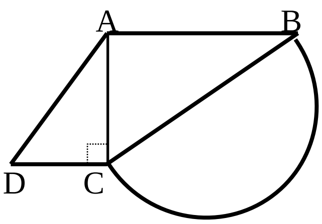
58) באיור שלפניך שלושה רבעי עיגול החסומים
ע"י הקטע AB ומשולש ישר זווית ABC (C מרכז העיגול).
ידוע כי רדיוס העיגול הוא 14 ס"מ
וכי אורך הקטע AB הוא 19.8 ס"מ.
א. חשב את היקף הצורה המורכבת.
ב. חשב את שטח הצורה המורכבת.

59) באיור שלפניך נתון טרפז שווה שוקיים ABCD, $(AB \parallel CD\ ,\ AD = BC)$.
על שוקי הטרפז בונים חצאי עיגולים.
נתון: AB = 10 ס"מ, CD = 16 ס"מ , BC = 12 ס"מ.
אורך גובה הטרפז הוא 11.6 ס"מ.
א. חשב את היקף הצורה המורכבת.
ב. חשב את שטח הצורה המורכבת.



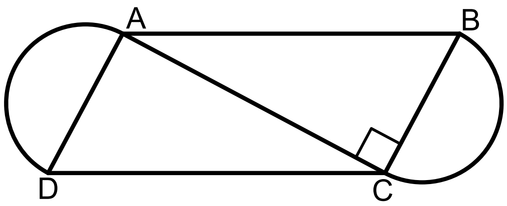
60) נתון טרפז ABCD, $(AB \| CD)$. מעבירים את האלכסון AC אשר מאונך לבסיסים AB ו-DC של הטרפז. על השוק BC בונים חצי עיגול.
נתון: AB = 24 ס״מ, AC = 18 ס״מ.
שטח הטרפז הוא 283.5 סמ״ר.

א. מצא את הבסיס DC.
ב. חשב את רדיוס העיגול.
ג. חשב את היקף הצורה המורכבת.
ד. חשב את שטח הצורה המורכבת.



61) המרובע ABCD הוא מקבילית.
על הצלעות BC ו-AD בונים שני חצאי עיגול זהים בעלי רדיוס R.
מעבירים את האלכסון AC.
ידוע כי האלכסון AC מאונך לצלע BC.
נתון: $AC = 4R - 1$, $AB = 4R + 1$.

א. מצא את רדיוס העיגולים, R.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.
ג. חשב את השטח של הצורה המורכבת מהמקבילית ושני חצאי העיגולים.

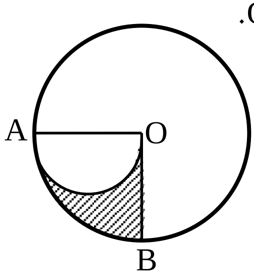


62) נתון מעגל שאורך רדיוסו הוא 16 ס״מ.
חשב את אורך הקשת ואת שטח הגזרה המתאימות לזווית מרכזית בכל אחד מהמקרים הבאים:

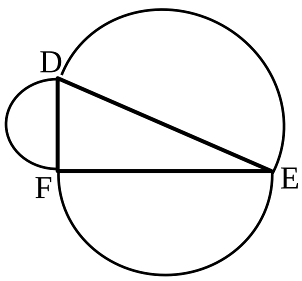
א. $60°$
ב. $45°$
ג. $270°$
ד. $17°$

63) על הרדיוס OA של מעגל O בונים חצי מעגל אשר קוטרו הוא OA.
ידוע כי $\sphericalangle BOA = 90°$.

א. חשב את השטח המקווקו OBA אם ידוע כי OA = 10 ס״מ.
ב. הוכח באופן כללי כי שטח הגזרה OBA שווה לשטח חצי מעגל אשר קוטרו הוא OA.



64) על הצלעות של משולש ישר זווית ΔDEF $(\sphericalangle F = 90°)$ בונים חצאי מעגלים.
הוכח כי שטח חצי המעגל הבנוי על היתר שווה לסכום שטחי חצאי המעגלים הבנויים על הניצבים.



תשובות סופיות:

56) א. $S = \frac{484}{\pi}$ סמ"ר. ב. $R = 6.706$ ס"מ. ג. $R = 2.32$ ס"מ. ד. $R = 8$ ס"מ.

57) א. $P = 74.84$ ס"מ. ב. $S = 385.46$ סמ"ר.

58) א. $P = 85.77$ ס"מ. ב. $S = 559.814$ סמ"ר.

59) א. $P = 63.7$ ס"מ. ב. $S = 263.89$ סמ"ר.

60) א. $DC = 7.5$ ס"מ. ב. $R = 15$ ס"מ. ג. $P = 98.12$ ס"מ. ד. $S = 636.929$ סמ"ר.

61) א. $R = 4$ ס"מ. ב. $P_{ABCD} = 50$ ס"מ. ג. $S = 120 + 16\pi \approx 170.26$ סמ"ר.

62) א. $l = 5\frac{1}{3}\pi$ ס"מ , $S = 42\frac{2}{3}\pi$ סמ"ר ב. $l = 4\pi$ ס"מ , $S = 32\pi$ סמ"ר
ג. $l = 24\pi$ ס"מ , $S = 192\pi$ סמ"ר ד. $l = 1.51\pi$ ס"מ , $S = 12.08\pi$ סמ"ר.

63) א. 12.5π סמ"ר. ב. שאלת הוכחה.

64) שאלת הוכחה.

דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 6 - גיאומטריה אוקלידית - פרופורציה ודמיון

תוכן העניינים

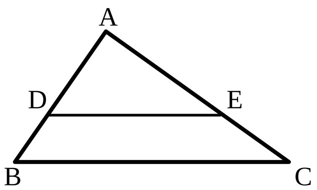
משפט תאלס:

סיכום כללי:

- שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.
- משפט הפוך: אם שני ישרים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים הישרים מקבילים.

- משפט תאלס + ההפוך:

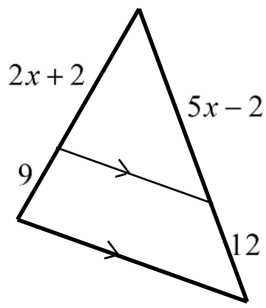
$\frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BD} \Leftrightarrow DE \parallel BC$.



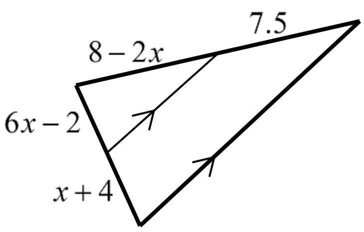
שאלות:

1) מצא את ערכו של x בשרטוטים הבאים:

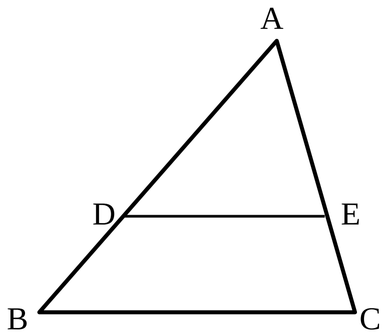
א.



ב.

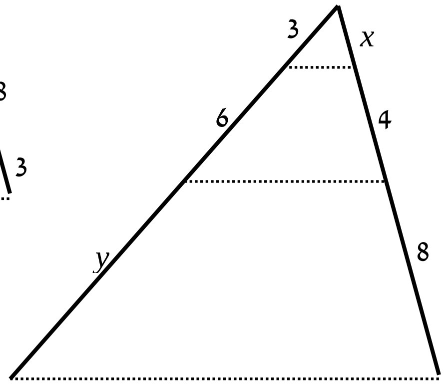


2) בסרטוט שלפניך נתון $DE \parallel BC$.
30 ס"מ $= AC$, 20 ס"מ $= AE$, 12 ס"מ $= BD$.
מצא את אורך הקטע AD.

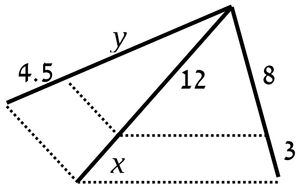


3) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקוים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ :

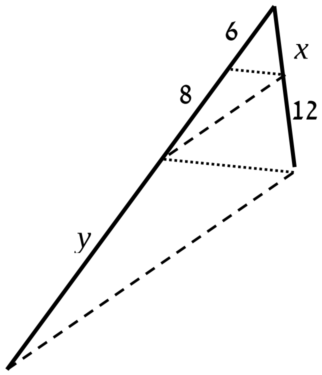
א.



ב.



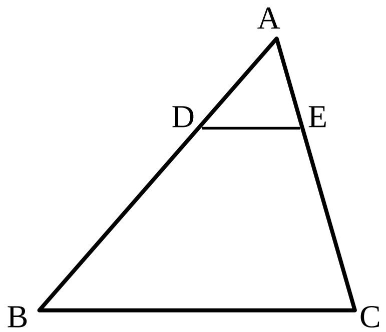
ג.



4) בסרטוט שלפניך נתון :

$DE \parallel BC$, $\frac{AD}{BD}=\frac{2}{7}$, 36 ס"מ = AC.

מצא את אורכי הקטעים AE ו-CE.

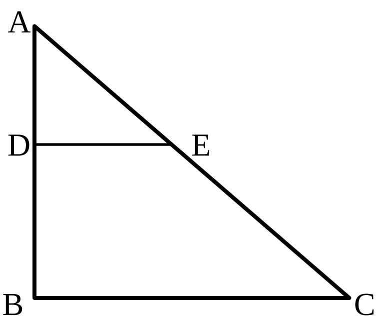


5) במשולש שלפניך נתון $DE \parallel BC$.

כמו כן : $\sphericalangle ADE = 90°$

וכן : 10 ס"מ = AE = BD , 8 ס"מ = DE.

מצא את אורכי הקטעים AD , CE ו-BC.

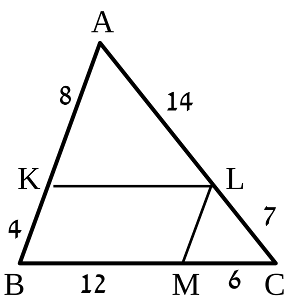


6) מרובע KLMB חסום במשולש ABC.

הנתונים המספריים רשומים בסרטוט.

כל המידות הן בס"מ.

הוכח כי המרובע הוא מקבילית.



תשובות סופיות:

1) א. $x=2$ ב. $x=1$.

2) 24 ס"מ.

3) א. $x=2\ ,\ y=12$ ב. $x=4.5\ ,\ y=12$ ג. $x=9\ ,\ y=18\frac{2}{3}$.

4) 8 ס"מ = AE , 28 ס"מ = CE.

5) 6 ס"מ = AD , $21\frac{1}{3}$ ס"מ = BC , $16\frac{2}{3}$ ס"מ = CE.

6) שאלת הוכחה.

הרחבות של משפט תאלס:

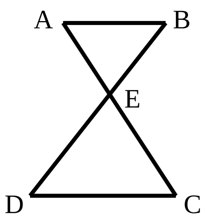
סיכום כללי:

- משפט תאלס המורחב + ההפוך:

$$DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}.$$

- משפט תאלס "שעון חול" + ההפוך:

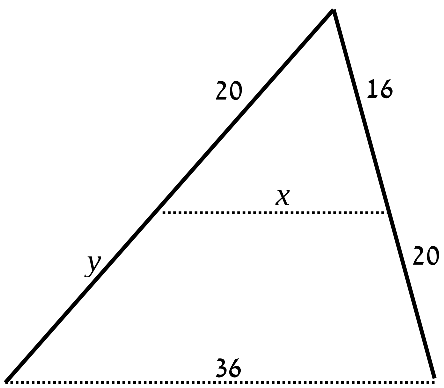
$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \frac{BE}{DE}=\frac{AE}{CE}=\frac{AB}{CD}.$$



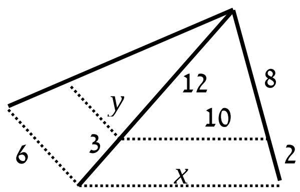
שאלות:

7) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקוים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:

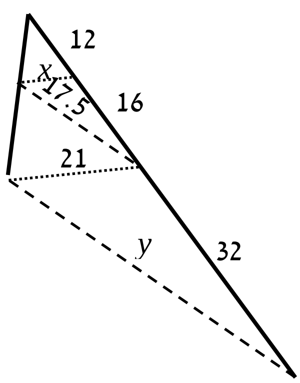
א.



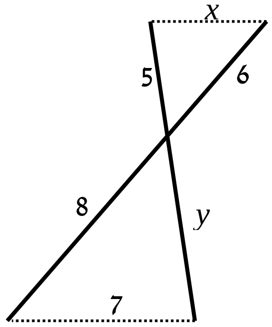
ב.



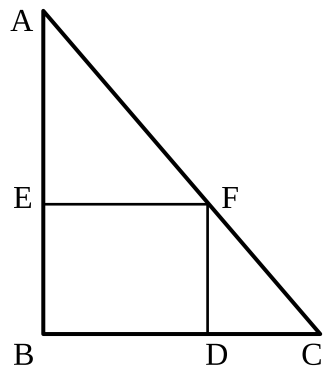
ג.



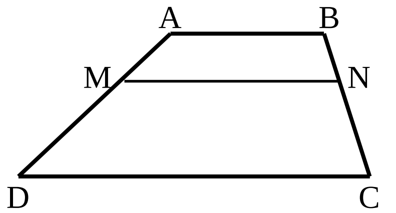
ד.



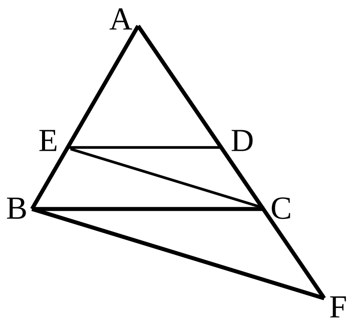
8) המרובע EFBD הוא מלבן החסום במשולש ישר זווית ABC. נתון כי: $AB = 20$ ס"מ, $BC = 15$ ס"מ, $AF = 18$ ס"מ.
מצא את אורכי צלעות המלבן.



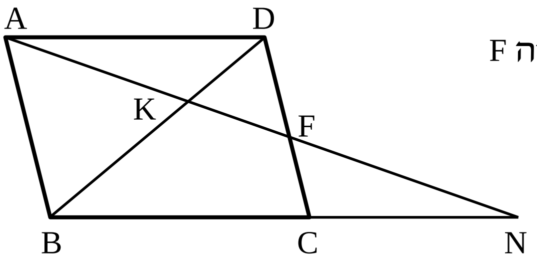
9) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
מעבירים קטע MN אשר מקביל לבסיסים.
הוכח: $\frac{AM}{DM} = \frac{BN}{CN}$.



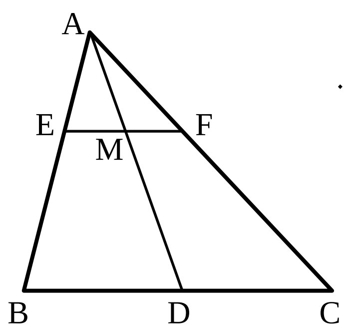
10) באיור שלפניך נתון: $DE \parallel BC$, $CE \parallel BF$.
הוכח את הטענות הבאות:
א. $\frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CF}$.
ב. $AC^2 = AD \cdot AF$.



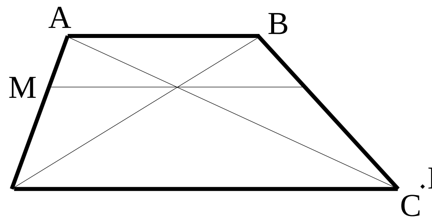
11) במקבילית ABCD מעבירים ישר דרך הנקודה A החותך את הצלע CD בנקודה F ונפגש עם המשך BC בנקודה N.
הוכח את הטענות הבאות:
א. $\frac{NK}{AK} = \frac{AK}{KF}$.
ב. $\frac{BC}{CN} = \frac{DF}{CF}$.



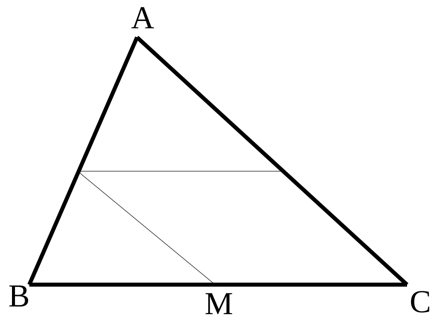
12) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.
הקטע EF מקביל ל-BC וחותך את התיכון בנקודה M.
הוכח כי: $EM = FM$.



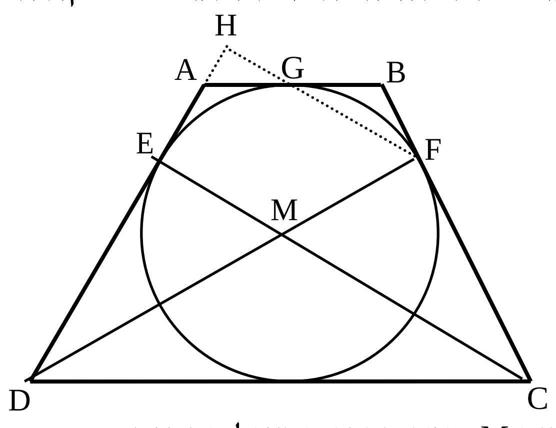
13) בטרפז ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה Q.
בנקודה Q העבירו קטע המקביל לבסיסי הטרפז
וחותך את שוקי הטרפז בנקודות M
ו-N כמתואר בשרטוט.
נתון: $DC = 18$ ס״מ, $DQ = 9$ ס״מ, $BQ = 3$ ס״מ.
חשב את גודל הקטע MQ.



14) בשרטוט נתון: $\frac{AK}{CK} = \frac{CM}{BM} = \frac{AL}{BL}$.
א. הוכח: המרובע KLMC הוא מקבילית.
ב. נתון: $AL = 1.5BL$, $BC = 10$ ס״מ.
חשב את אורך הקטע LK.

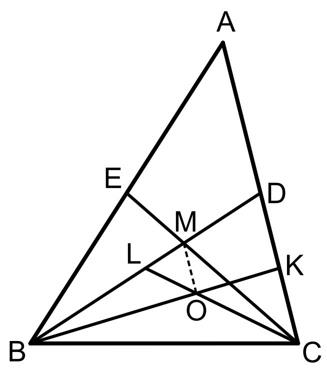


15) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים.
חוסמים מעגל בתוך הטרפז אשר משיק לו בנקודות E , F ו-G כמתואר באיור.
הקטעים DF ו-CE חוצים את זוויות הטרפז ונחתכים בנקודה M.



א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז המעגל החסום.
ב. חשב את זוויות הטרפז.
ג. ממשיכים את GF ואת AD כך שהם נפגשים בנקודה H.
חשב את היחס $\frac{EM}{FH}$.

16) במשולש ABC מעבירים את התיכונים BD ו-CE
אשר נפגשים בנקודה M.
במשולש BDC מעבירים את התיכונים CL ו-BK
הנפגשים בנקודה O.
א. הוכח כי: $3LM = BL$.
ב. הוכח כי: $MO \parallel AC$.
ג. נתון: $S_{BLC} = 27$.
חשב את שטח המשולש MOL.



תשובות סופיות:

7) א. $x=16\ ,\ y=25$ ב. $x=12.5\ ,\ y=4.8$
ג. $x=9\ ,\ y=37.5$ ד. $x=5.25\ ,\ y=6\frac{2}{3}$.

8) 10.8 ס"מ ו-5.6 ס"מ.

9) שאלת הוכחה.

10) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

11) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

12) שאלת הוכחה.

13) 4.5 ס"מ.

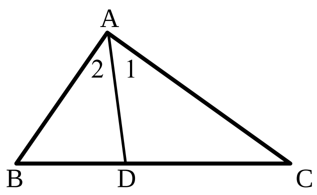
14) א. שאלת הוכחה. ב. 6 ס"מ.

15) א. שאלת הוכחה. ב. $60°,120°$ ג. $\frac{2}{3}$.

16) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 3.

משפט חוצה הזווית:

סיכום כללי:



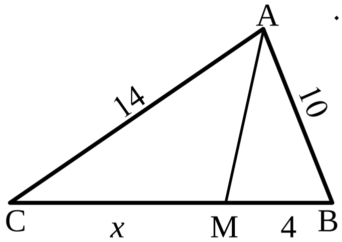
- חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהיפך.

אם: $\sphericalangle A_2 = \sphericalangle A_1$ אז: $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{BD}$ ולהיפך.

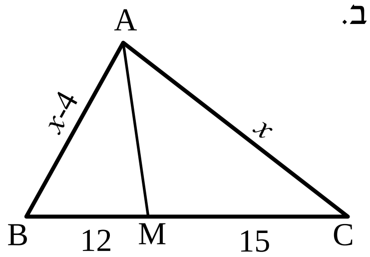
שאלות:

17) מצא את גודלו של x בסרטוטים הבאים אם נתון כי AM חוצה זווית A בכל המשולשים, כל הגדלים הם בס"מ:

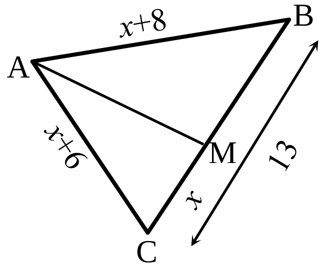
א.



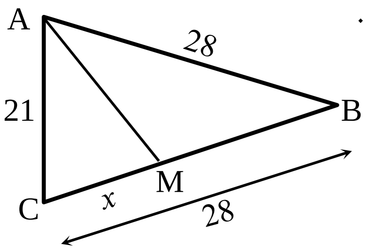
ב.



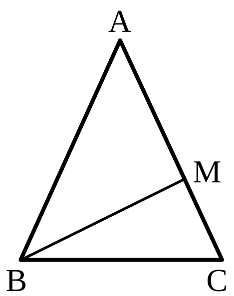
ג.



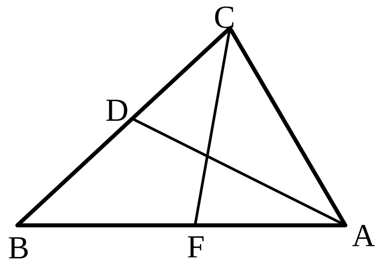
ד.



18) נתון משולש שווה שוקיים ABC, $(AB = AC)$.
ידוע כי היקפו הוא 28 ס"מ.
הקטע BM הוא חוצה זווית B.
נתון כי הקטע AM גדול פי 3 מהקטע MC.
חשב את אורך הקטע MC.



19) הקטעים AD ו-CF הם חוצי הזוויות A ו-C בהתאמה במשולש ABC.
נתון: $AB=$ 18 ס״מ, $AC=$ 12 ס״מ, $CD=$ 6 ס״מ.
חשב את אורך הקטע AF.

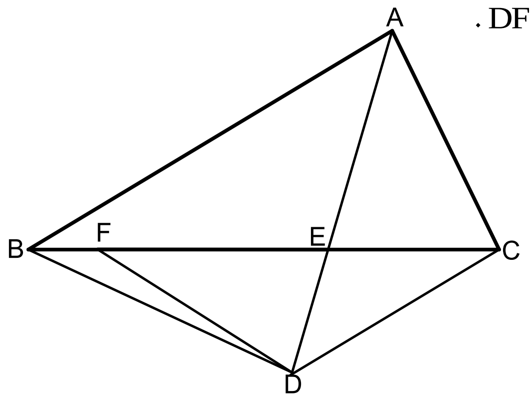


20) נתון משולש ABC. הקטע AE חוצה את זווית A של המשולש.
ממשיכים את AE עד לנקודה D כך שנוצר המשולש BDC.
F היא נקודה על הצלע BC המקיימת: $DF=FE=DC$.
הצלע AB מקבילה לצלע DC.

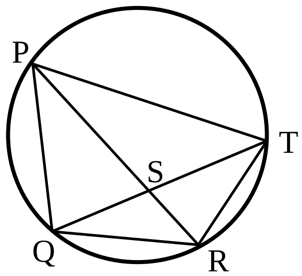
א. הוכח כי: $AC=EF$.

ב. הוכח: $\frac{AB}{BE}=\frac{FE}{CE}$.

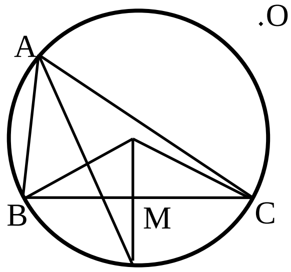
ג. הָמְשך את הקטע DF עד לנקודה H שעל הצלע AB.
ידוע כי המרובע ACDH הוא בר חסימה.
חשב את זוויות המשולש DEF.



21) המרובע PQRT חסום במעגל.
נתון כי: $QR=RT$.
ידוע כי: $PQ=$ 20 ס״מ, $PT=$ 28 ס״מ, $QT=$ 24 ס״מ.
חשב את אורך הקטע QS.



22) הנקודות A, B, C ו-D מונחות על היקפו של מעגל שמרכזו O.
הרדיוס DO חוצה את הזווית BOC.
נתון: $AB=$ 8 ס״מ, $AC=$ 12 ס״מ, $BC=$ 10 ס״מ.
חשב את אורכו של הקטע MN.



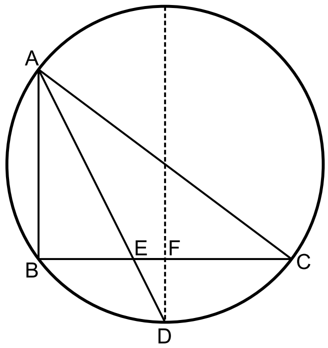
23) במעגל שרדיוסו הוא 10 ס״מ המיתרים AB ו-BC מאונכים זה לזה.
הנקודה D היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{BC}$. הקטע AD חותך את המיתר BC בנקודה E.
אורך המיתר AB הוא 12 ס״מ.

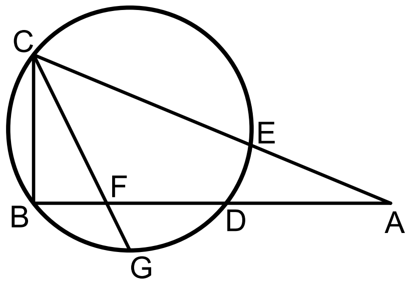
א. חשב את אורך הקטע BE.

מהנקודה D מעבירים מיתר החותך את המיתר BC בנקודה F ומקביל למיתר AB.

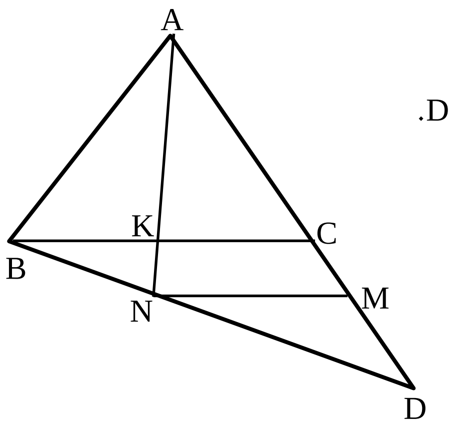
ב. הוכח כי מיתר זה עובר דרך מרכז המעגל.

ג. חשב את אורך הקטע FE.

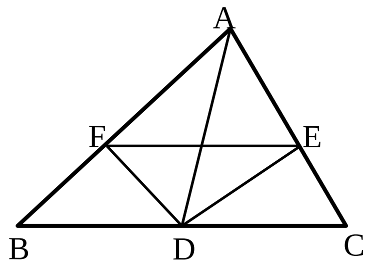




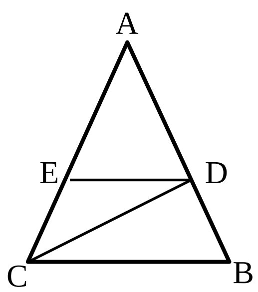
24) הישרים AB ו-AC חותכים את המעגל בנקודות D ו-E
בהתאמה כך שהמיתרים BD ו-BC מאונכים זה לזה.
המיתר CG חוצה את הקשת הקטנה $\overset{\frown}{BGD}$.
וחותך את המיתר BD בנקודה F.
נתון: $\frac{13}{12}=\frac{AC}{AB}$. נסמן: $AB=t$.
א. הבע באמצעות t את אורך המיתר BC.
ב. נתון כי רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ
וכי: $\frac{3}{5}=\frac{BF}{DF}$.
חשב את אורך הקטע AB.



25) נתון משולש ABC.
ממשיכים את הצלע AC מהכיוון של C עד לנקודה D.
מחברים את הנקודה D עם הקדקוד B.
מעבירים את הקטע AK אשר חוצה את זווית A
במשולש ABC.
המשך AK חותך את BD בנקודה N.
מעבירים את הקטע MN. נתון: $BC \parallel MN$.
הוכח: $\frac{AB}{AD}=\frac{CM}{DM}$.



26) נתון משולש ABC. מעבירים את התיכון AD לצלע BC.
נתון כי DE הוא חוצה זווית $\sphericalangle ADC$
וכי DF הוא חוצה זווית $\sphericalangle ADB$.
הוכח: $EF \parallel BC$.



27) נתון משולש ABC. מעבירים את הקטעים CD ו-DE.
נתון כי: $DE \parallel BC$ ו- $AC=2BC$.
הקטע AC גדול פי 3 מהקטע DE.
הוכח כי: $\sphericalangle BCD=\sphericalangle ACD$.

תשובות סופיות:

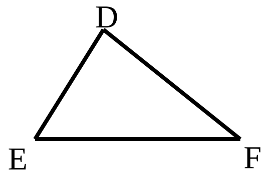
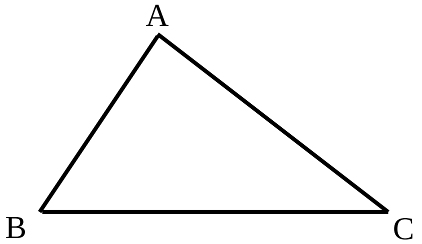
17) א. $x=5.6$ ב. $x=20$ ג. $x=6$ ד. $x=12$.
18) 3 ס"מ.
19) 8 ס"מ.
20) שאלת הוכחה. ג. $36°, 72°, 72°$.
21) 10 ס"מ.
22) 1 ס"מ.
23) א. $BE=6$ ב. שאלת הוכחה. ג. $EF=2$.
24) שאלת הוכחה.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) 15 ס"מ.

דמיון משולשים:

סיכום כללי:

הגדרה:

משולשים דומים הם משולשים ששווים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות בהתאמה על אותו יחס.

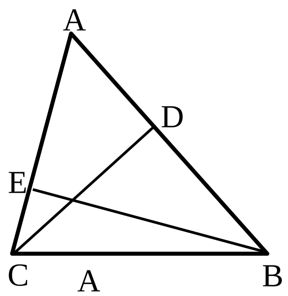
יחס הדמיון ושוויונות	משולש ראשון	משולש שני
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ $\Updownarrow$ $\sphericalangle A = \sphericalangle D \text{ , } \sphericalangle B = \sphericalangle E \text{ , } \sphericalangle C = \sphericalangle F$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$		

משפטי הדמיון:

- משפט דמיון זווית-זווית (ז.ז) : אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ) : אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזוויות שבניהן שווה אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ) : אם בין שני משולשים שלוש הצלעות שומרות על אותו יחס אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-והזווית הגדולה (צ.צ.ז) : אם בין שני משולשים שתי לצעות שומרות על אותו יחס והזווית שמול הצלע הגדולה מבניהם שווה אז המשולשים דומים.

שאלות:

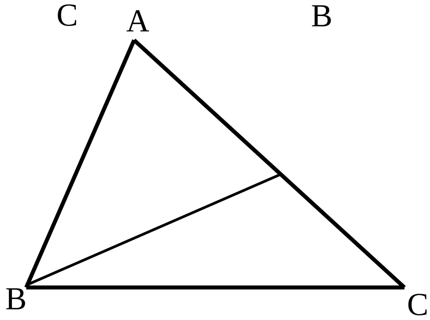
משפט דמיון ז.ז.:



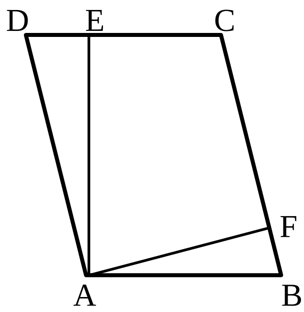
28) CD ו-BE הם גבהים במשולש ABC.

א. הוכח כי: $\Delta ABE \sim \Delta ACD$.

ב. נתון כי: 18 ס"מ = AB, ‏12 ס"מ = BE, ‏10 ס"מ = CD. חשב את אורך הצלע AC.



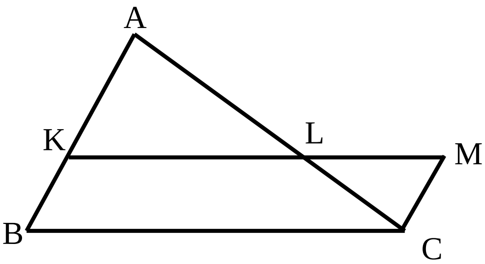
29) במשולש ABC העבירו את הקטע BK כך ש- $\measuredangle AKB = \measuredangle ABC$.
הוכח: $\Delta AKB \sim \Delta ABC$.



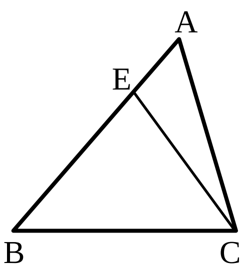
30) המרובע ABCD הוא מקבילית.
מעבירים גבהים AE ו-AF לצלעות DC ו-BC בהתאמה.

א. הוכח כי: $\Delta ADE \sim \Delta AFB$.

ב. הוכח כי: $DC \cdot AE = BC \cdot AF$
והסבר את המשמעות הגיאומטרית של התוצאה.

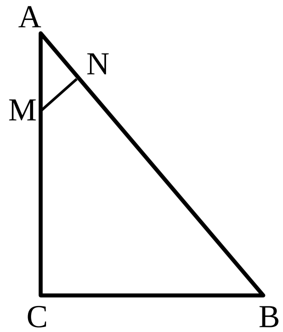


31) נתונה מקבילית BKMC.
המשיכו את הצלע BK עד לנקודה A.
הקטע AC חותך את הצלע KM בנקודה L.
הוכח: $LC \cdot BC = LM \cdot AC$.

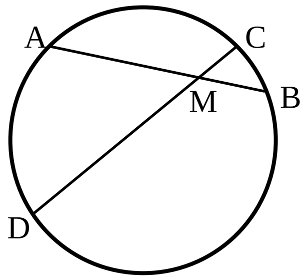


32) מעבירים את הקטע CE במשולש ABC.
ידוע כי: $\measuredangle BAC = \measuredangle ECB$ וכן: 8 ס"מ = BE, ‏10 ס"מ = BC. חשב את AB.

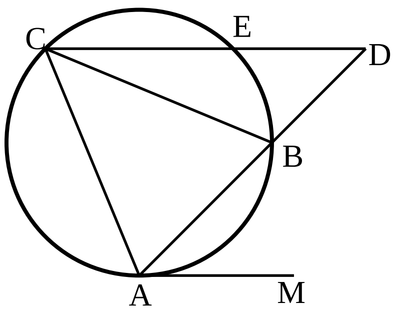
33) המשולש ABC הוא ישר זווית $(\measuredangle C = 90°)$.
מנקודה M שעל הניצב AC העלו אנך NM ליתר AB.
נתון כי: AB = 20 ס"מ, AN = 4 ס"מ, BC = 12 ס"מ.
מצא את אורך הקטע AM.



34) המיתרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
א. הוכח כי: $\Delta ADM \sim \Delta CBM$.
ב. נתון כי: AM = 5 ס"מ, DM = 8 ס"מ, CM = 2 ס"מ.
חשב את אורכו של BM.

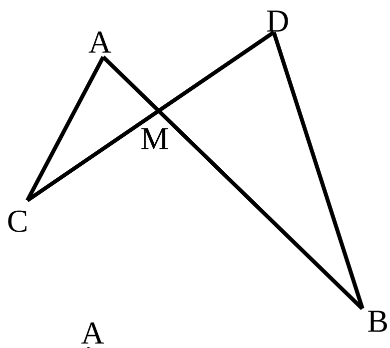


35) המשולש ABC חסום במעגל.
מהנקודה A מעבירים משיק AM.
ממשיכים את AB עד לנקודה D שמחוץ למעגל.
מחברים את הנקודה D עם הקדקוד C.
הישר CD חותך את המעגל
בנקודה E כך ש- $CE \parallel AM$.
הוכח כי AC הוא הממוצע הגיאומטרי
בין AB לבין AD.
כלומר: $AC^2 = AB \cdot AD$.

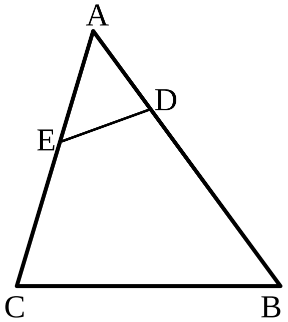


משפט דמיון צ.ז.צ:

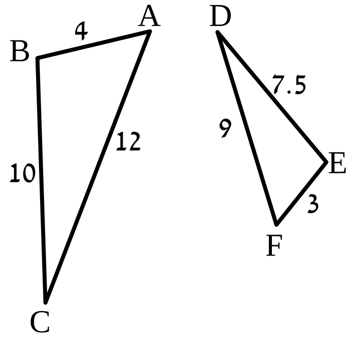
36) הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
אורכי הקטעים הם: AM = 3 ס"מ,
BM = 10 ס"מ, CM = 6 ס"מ, DM = 5 ס"מ.
א. הוכח כי: $\Delta AMC \sim \Delta DMB$.
ב. האם $AC \parallel BD$? נמק.
ג. מצא את אורכו של AC
אם נתון כי BD שווה ל-14 ס"מ.



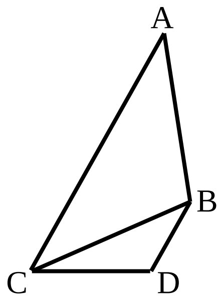
37) לפניך משולש ABC.
מעבירים את הקטע DE אשר יוצר את הגדלים הבאים:
AD = 4 ס"מ, BD = 11 ס"מ, AE = 5 ס"מ, CE = 7 ס"מ.
א. הוכח כי: $\Delta ADE \sim \Delta ACB$.
ב. הוכח כי את המרובע BCED אפשר לחסום במעגל.



משפט דמיון צ.צ.צ:

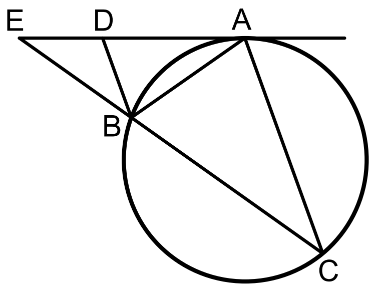


38) בסרטוט שלפניך רשומים שני משולשים.
אורכי צלעותיהם נתונים בתרשים (בס"מ).
א. הוכח כי המשולשים דומים ורשום את הדמיון עפ"י הקדקודים.
ב. רשום את הזוויות השוות בשני המשולשים.

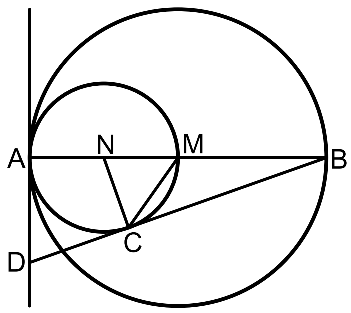


39) נתונים המשולשים ABC ו-BDC.
ידוע כי: AC = 16 ס"מ, AB = 10 ס"מ, BC = 8 ס"מ, DC = 5 ס"מ, BD = 4 ס"מ.
א. הוכח כי שני המשולשים דומים ורשום אותם לפי סדר התאמת קדקודיהם.
ב. הוכח כי: $AC \parallel BD$.

שונות – דמיון משולשים:

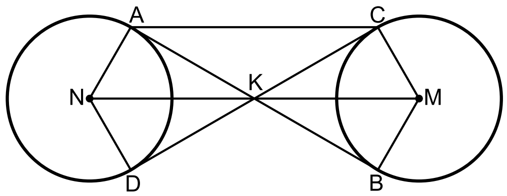


40) מעבירים משיק AE למעגל הנתון באיור.
מנקודת ההשקה מעבירים את המיתרים AB ו-AC כך שנוצר המשולש ABC. ידוע כי: $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$.
המשך המיתר BC נפגש עם המשיק בנקודה E.
המיתר AB חוצה את זווית CBD.
א. הוכח כי הקטע BD מקביל למיתר AC.
ב. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBA$ וכתוב את יחס הדמיון.
ג. הוכח: $\frac{BD}{AB} = \frac{DE}{BE}$.



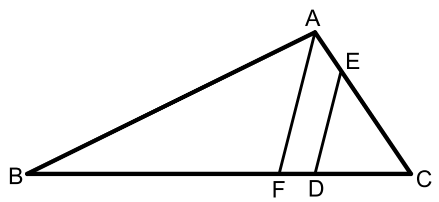
41) המעגלים שמרכזם בנקודות M ו-N משיקים זה לזה מבפנים בנקודה A כך שהיקף המעגל הפנימי עובר בנקודה M.
דרך הנקודה A מעבירים משיק.
AB הוא קוטר במעגלים ו-C היא נקודה הנמצאת על היקף המעגל הפנימי כך שהישר החותך BD משיק למעגל הפנימי בנקודה זו.
א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBN$ וחשב את יחס הדמיון.
ב. נתון כי: $AD = \sqrt{8}$.
חשב את רדיוס המעגל הגדול.
ג. הוכח: $2CD = BC$.

42) נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה M ו-N.
מעבירים שני משיקים למעגלים AB ו-CD
הנחתכים בנקודה K.
מעבירים את הרדיוסים AN ו-DN במעגל
השמאלי ו-BM ו-CM במעגל הימני.



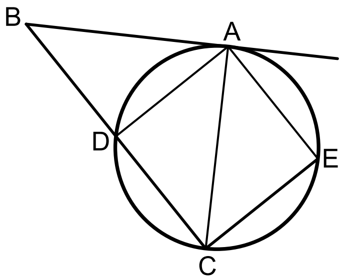
א. הוכח: $KN = KM$.
ב. הוכח כי המרובע ACMN הוא טרפז שווה שוקיים.
ג. רדיוס המעגלים הוא R וידוע כי המשולש BKC הוא שווה צלעות.
הבע באמצעות R את היקף הטרפז ACMN.

43) על הצלעות של המשולש ABC הקצו את הנקודות D ו-E
כך שהמרובע AEDB הוא בר חסימה.
הנקודה D מחלקת את הצלע BC
כך שהקטע BD גדול פי 3 מהקטע DC.

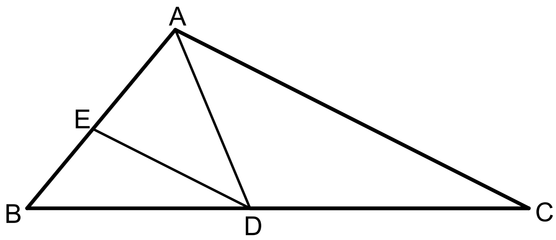


א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta DEC$.
ב. נתון גם כי: $AC \cdot CE = 36$.
חשב את אורך הקטע DC.
ג. מעבירים מהקודקוד A את הקטע AF המקביל לקטע DE.
נתון כי: $AC = 9$.
חשב את היחס: $\frac{DF}{BC}$.

44) הקטע AB משיק למעגל בנקודה A.
מהנקודה B מעבירים ישר חותך למעגל החותך אותו
בנקודות C ו-D. E היא נקודה על המעגל כך ש- $\sphericalangle AEC = 90°$.
נתון כי המיתר AC חוצה את זווית BCE.



א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta EAC$.
ב. נסמן ב- R את רדיוס המעגל.
הוכח: $R = \frac{\sqrt{BC \cdot CE}}{2}$.
ג. איזה מרובע יהיה המרובע ADCE אם יתקיים: $BC = 2CE$. נמק.

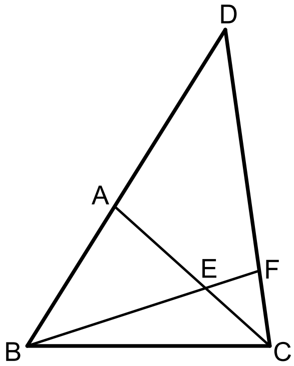


45) במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
נתון כי: $DE \parallel AC$, $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BED$.

א. הוכח: $AD \cdot BD = AB \cdot DE$.

ב. ידוע כי הנקודה D מחלקת את הצלע BC באופן הבא: $\frac{BD}{DC} = \frac{4}{5}$
וכי: $AD \cdot BD = 16$. חשב את המכפלה: $AB \cdot AC$.

46) מהקודקוד C של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC כך שהמשולש ACD הוא שווה שוקיים $(AC = AD)$.



הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים
$3 \cdot \sphericalangle ACD = \sphericalangle BEC$, $\sphericalangle D = \sphericalangle CBF$.

א. הוכח כי הקטע BF חוצה את זווית $\sphericalangle B$.

ב. הוכח כי: $\Delta AEB \sim \Delta FEC$.

ג. הוכח כי: $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$.

תשובות סופיות:

28) שאלת הוכחה.
29) שאלת הוכחה.
30) שאלת הוכחה.
31) שאלת הוכחה.
32) 12.5 ס"מ.
33) 5 ס"מ.
34) א. שאלת הוכחה. ב. 3.2 ס"מ.
35) א. שאלת הוכחה.
36) א. שאלת הוכחה ב. לא. ג. 8.4 ס"מ.
37) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה
38) א. $\Delta ABC \sim \Delta FED$ ב. $\sphericalangle A = \sphericalangle F$, $\sphericalangle B = \sphericalangle E$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D$.
39) א. $\Delta ABC \sim \Delta CDB$ ב. שאלת הוכחה.
40) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.
41) א. שאלת הוכחה. ב. 4 ס"מ. ג. שאלת הוכחה.
42) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה. ג. $9R$.
43) א. שאלת הוכחה ב. 3 ס"מ. ג. $\frac{DF}{BC} = \frac{5}{16}$.
44) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. ריבוע.
45) א. שאלת הוכחה. ב. $AB \cdot AC = 36$.
46) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים:

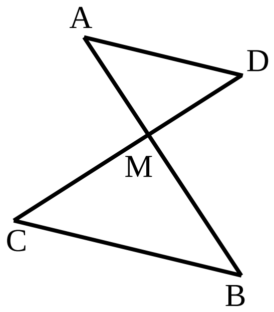
שאלות:

47) הוכח את חלקי המשפט הבאים:

א. גבהים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.

ב. תיכונים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.

ג. היקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.



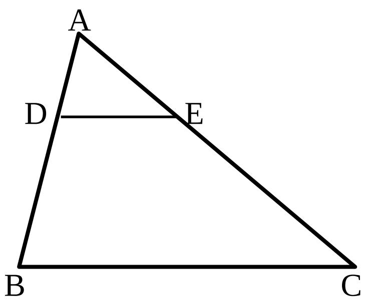
48) הקטעים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

נתון כי: $AD \parallel BC$ וכן נתונים הגדלים הבאים:

$AD =$ 4 ס"מ , $BC =$ 6 ס"מ , $S_{ADM} =$ 36 סמ"ר .

א. הוכח כי: $\Delta AMD \sim \Delta BMC$.

ב. חשב את שטח המשולש MBC.

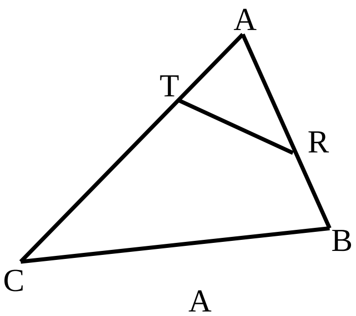


49) במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC.

נתון: $\frac{2}{3} = \frac{AD}{BD}$ וכי: $S_{ADE} =$ 20 סמ"ר .

א. חשב את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את שטח המרובע DECB.

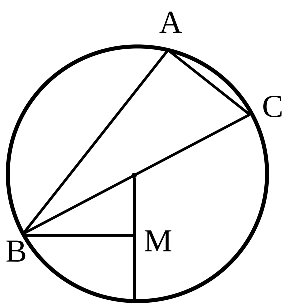


50) בסרטוט שלפניך נתון משולש ABC ובו קטע RT כך שמתקיימים האורכים הבאים:

$BR =$ 4 ס"מ , $AT =$ 4 ס"מ , $AR =$ 6 ס"מ,

$CT =$ 11 ס"מ , $S_{ABC} =$ 100 סמ"ר .

מצא את שטח המרובע RTCB.



51) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע BC היא קוטר המעגל.

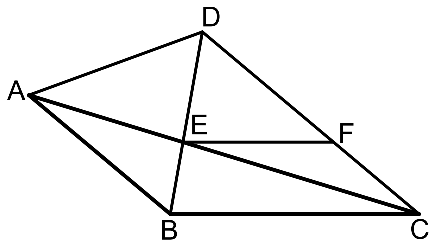
הקטע BM מאונך לרדיוס DO.

נתון: $AC = 2OM$.

א. הוכח: $\overset{\frown}{AB} = 2\overset{\frown}{BD}$.

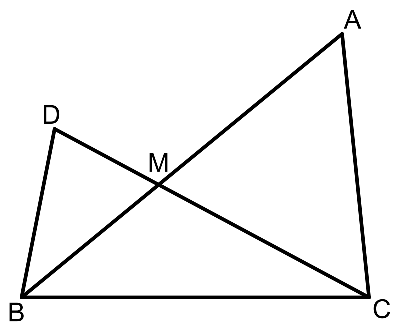
ב. חשב את היחס: $\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAC}}$.

52) נתון משולש ABC. על הצלע AB של המשולש ABC בונים משולש שווה צלעות ABD.
הצלע AC חותכת את הצלע BD בנקודה E
אשר ממנה מעבירים ישר EF המקביל לצלע BC.
נתון כי: $\sphericalangle DBC = 80°$, $\sphericalangle DCB = 40°$.



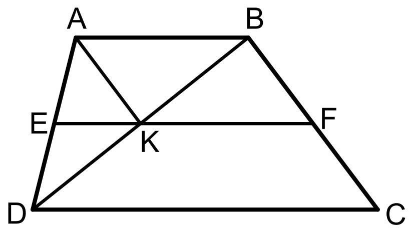
א. הוכח כי המשולשים ABE ו-CDE דומים.
ב. הוכח: $FC \cdot CE = AE \cdot DF$.
ג. נתון כי: $BC = 1.5 \cdot EF$.
הוכח: $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$.
ד. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}}$.

53) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC בונים משולש נוסף BDC.
הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.
הצלע AB חוצה את זווית B וידוע כי: $2\sphericalangle ACD = \sphericalangle B$.



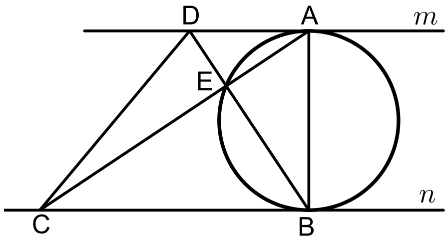
א. הוכח: $\Delta ACM \sim \Delta DBM$.
ב. הוכח: $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{CM}$.
ג. נתון כי: $\frac{AM}{CM} = \frac{8}{5}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ.
סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.
חשב את היחס: $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$.

54) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את קטע האמצעים EF החותך את אלכסון הטרפז BD בנקודה K.
ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז.

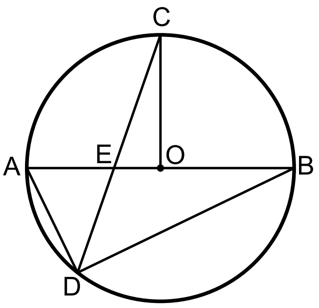


א. הוכח כי המרובע ABFK הוא מקבילית.
ב. נסמן: $S_{BKF} = S$.
הבע באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.

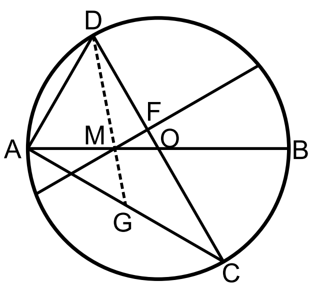
55) בין המשיקים המקבילים m ו-n מעבירים מעגל כך ש-AB הוא הקוטר היוצא משתי נקודות ההשקה שלהם.
הנקודות D ו-C נמצאות על המשכי המשיקים כך שהמרובע ABCD הוא טרפז.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה E שנמצאת על היקף המעגל.
ידוע כי: $S_{ABC} = 3 \cdot S_{DAB}$.
שטח המשולש ADE יסומן ב- S.
בטא באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.



56) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
מהנקודה C שעל היקף המעגל מעבירים את הרדיוס CO ואת המיתר CD החותך את הקוטר בנקודה E.
מהנקודה D מעבירים את המיתרים BD ו-AD.
ידוע כי המיתר CD מקיים: $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}$.
נתון: $AD = DE$.
א. הוכח כי הרדיוס CO מאונך לקוטר AB.
ב. הוכח: $\Delta COE \sim \Delta BDA$.
ג. נתון כי: $BD = 9\sqrt{2+\sqrt{2}} \approx 16.63$ ס"מ.
i. חשב את אורכו של רדיוס המעגל.
ii. חשב את היחס: $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}}$
(שים לב, הינך יכול להשאיר $\sqrt{2}$ בתשובתך הסופית).



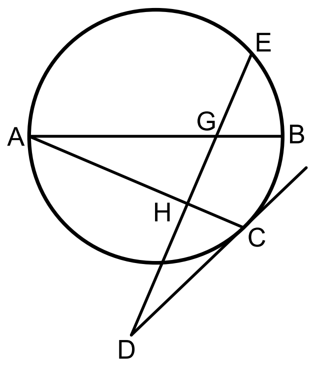
57) AB ו-CD הם קטרים במעגל שמרכזו O.
מעבירים מיתר החותך את AB בנקודה M כך שמתקיים: $2AM = BM$ ואת CD בנקודה F כך שמתקיים: $FM \perp CD$.
ידוע כי זווית BMF היא $30°$.
מעבירים את המיתרים AC ו-AD כך שנוצר המשולש ACD.
א. הוכח: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle BMF$.
ב. i. הוכח כי המשולשים ADC ו-FOM דומים.
ii. פי כמה קטן הקטע FO מרדיוס המעגל?
ג. מעבירים מהקודקוד D של המשולש ACD קטע העובר דרך הנקודה M וחותך את המיתר AC בנקודה G.
חשב פי כמה גדול שטח המשולש DGC משטח המשולש MOF.



58) AB הוא קוטר במעגל.
מהנקודה A מעבירים מיתר AC.
הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל וממנה מעבירים
משיק CD וישר חותך DE.
ידוע כי הישר DE חותך את הקוטר AB
בנקודה G ומאונך למיתר AC בנקודה H.

א. הוכח: $\sphericalangle BGE = \sphericalangle ACD$.

ב. נתון כי: $\frac{S_{AHG}}{S_{GHCB}} = \frac{4}{5}$. חשב את היחס: $\frac{AH}{AC}$.



תשובות סופיות:

47) שאלת הוכחה.

48) א. שאלת הוכחה. ב. 81 סמ"ר.

49) א. 125 ס"מ. ב. 105 סמ"ר.

50) 84 סמ"ר.

51) א. שאלת הוכחה. ב. $\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{1}{4}$.

52) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה. ד. $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{1}{4}$.

53) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}} = 0.8$.

54) א. שאלת הוכחה. ב. $6S$.

55) $16S$.

56) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. i. $R = 9$ ג. ii. $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}} = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$.

57) א. שאלת הוכחה. ב. i. שאלת הוכחה. ב. ii. קטן פי 6.
ג. שטח המשולש DGC גדול פי 18 משטח המשולש MOF.

58) א. שאלת הוכחה. ב. $\frac{AH}{AC} = \frac{2}{3}$

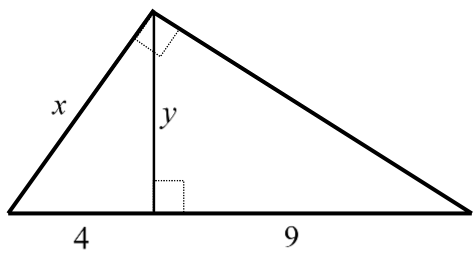
פרופורציה במשולש ישר זווית:

סיכום כללי:

- במשולש ישר זווית, הגובה ליתר בריבוע שווה למכפלת היטלי הניצבים על היתר.
- במשולש ישר זווית, ניצב בריבוע שווה למכפלת היתר והיטל הניצב על היתר.
- (משפט הפוך ל-1) אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

שאלות:

59) מצא את ערכם של x ו- y בשרטוט הבא:



60) במשולש ישר זווית שאורכי ניצביו m ו- n נתון כי אורך הגובה ליתר הוא h.
הראה שמתקיים: $\frac{1}{n^2}+\frac{1}{m^2}=\frac{1}{h^2}$ (אין צורך ברישום מסודר של הוכחה).

61) הוכח את המשפט: אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

תשובות סופיות:

59) $y=6\ ,\ x=\sqrt{52}$
60) שאלת הוכחה.
61) שאלת הוכחה.

פרופורציות במעגל:

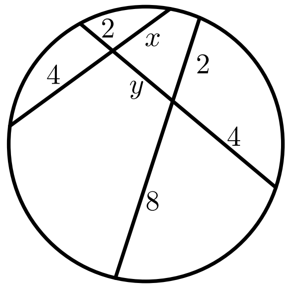
סיכום כללי:

- אם שני מיתרים נחתכים במעגל, אז מכפלת קטעי המיתר האחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

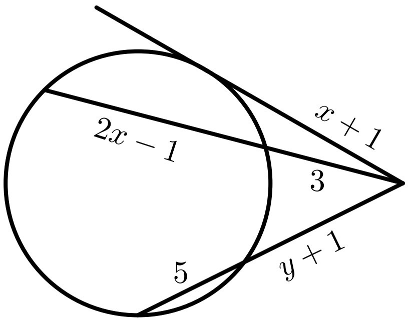
שאלות:

62) חשב את גודלם של x ו- y בשרטוטים הבאים:

א.



ב.



63) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

64) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.

תשובות סופיות:

62) א. $x=3\,,\,y=2$ ב. $x=5\,,\,y=3$.

63) שאלת הוכחה.

64) שאלת הוכחה.

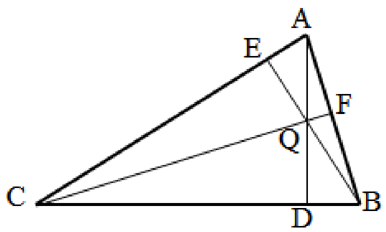
דרכי הוראת הגאומטריה בבית ספר על-יסודי

פרק 7 - גיאומטריה אוקלידית - שאלות חזרה

תוכן העניינים

שאלות מסכמות ללא פרופורציה:

שאלות:



1) במשולש ABC מעבירים את
שלושת הגבהים: CF , BE , AD.
הגבהים נפגשים בנקודה Q.

א. הוכח: $\sphericalangle ACF = \sphericalangle ABE$.

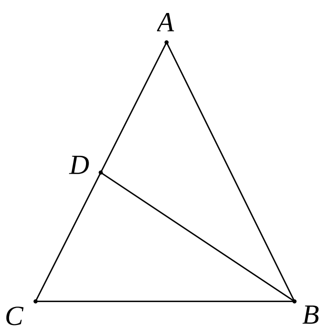
ב. הוכח כי מרובע QDCE הוא מרובע בר-חסימה.

ג. הוכח: $\sphericalangle ADF = \sphericalangle ADE$.

2) במשולש ABC, E אמצע AB, F על BC ו-EF מקביל ל-AC.
הנקודה G על AC ו-EG מקביל ל-BC.
בלי להשתמש במשפטים על קו אמצעים במשולש הוכח:

א. המשולש AEG והמשולש EBF חופפים.

ב. על פי הסעיף הקודם, הוכח כי קטע במשולש החוצה צלע של המשולש ומקביל לצלע השלישית במשולש הוא קטע אמצעים.

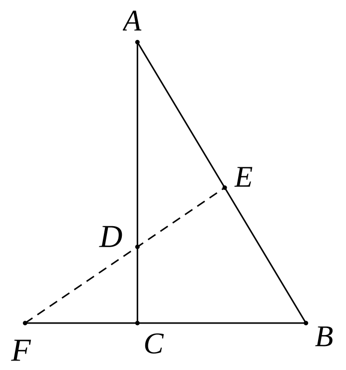


3) במשולש שווה שוקיים ABC, (AB=AC),
BD הוא תיכון לשוק AC, $\sphericalangle CBD = 30°$.

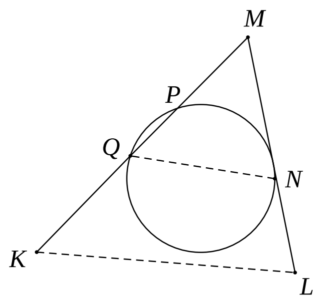
א. הוכח כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות.
(הדרכה: הורד אנכים AF ו-DE לבסיס BC
והוכח כי: $DE = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2}BD$).

ב. אם נתון כי אורך התיכון BD הוא a ס"מ,
הבע את אורך צלע המשולש ואת שטחו.

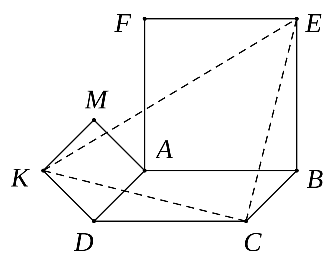
4) במשולש ABC $(\sphericalangle C=90^\circ)$ הנקודה E מונחת על היתר AB. מהנקודה E מעבירים אנך ליתר, החותך את המשך הניצב BC בנקודה F ואת הניצב AC בנקודה D.
נתון כי: 10 ס"מ = AD,
12 ס"מ = BE , 8 ס"מ = AE.
הוכח כי: $\Delta ADE \cong \Delta DFC$.



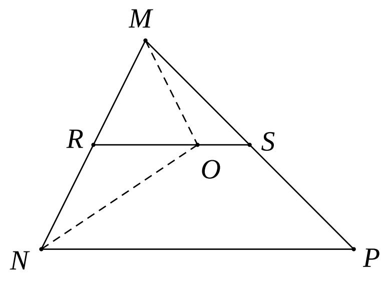
5) מנקודה M הנמצאת מחוץ למעגל מעבירים חותך MPQ ומשיק MN.
מנקודה K הנמצאת בהמשך MPQ מעבירים ישר מקביל למיתר QN, החותך את המשך המשיק MN בנקודה L.
א. הוכח כי: $\sphericalangle QNL=\sphericalangle NPQ$.
ב. הוכח כי המרובע KPNL הוא בר-חסימה.



6) נתונה מקבילית ABCD.
על הצלע AB בונים ריבוע ABEF
ועל הצלע AD ריבוע ADKM.
הוכח כי המשולש KCE הוא משולש שווה שוקיים וישר-זווית.

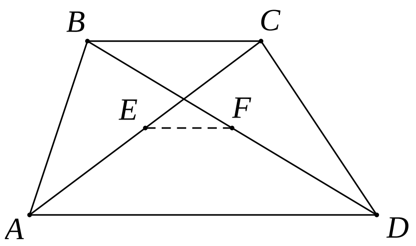


7) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח: אם במשולש התיכון לצלע שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, אזי המשולש הוא משולש ישר זווית.
ב. בציור הנתון: RS הוא קטע אמצעים במשולש MNP. NO הוא חוצה זווית $\sphericalangle MNP$.
הוכח כי: $\sphericalangle MON=90^\circ$.



8) הוכח כי במשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
נסח והוכח את המשפט ההפוך למשפט הנ"ל.

9) בטרפז ABCD $(AD \parallel BC)$.

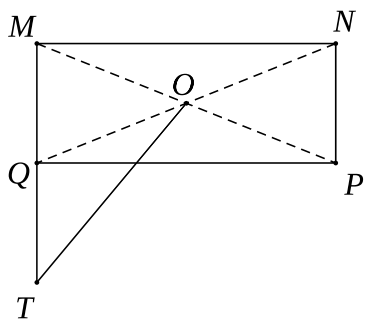


נתון כי: נקודה E נמצאת באמצע
אלכסון AC ונקודה F נמצאת באמצע אלכסון BD.

א. הסבר מדוע קטע האמצעים של הטרפז ABCD עובר דרך הנקודות E ו-F.

ב. נתון כי: $AD = 4 \cdot EF$.
הוכח כי: $AD = 2 \cdot BC$.

10) נתון מלבן MNPQ שבו $QN = 2NP$.

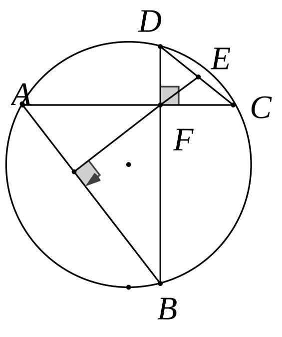


אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה O.
האריכו את הקטע MQ כאורכו $(QT = MQ)$.

א. הוכח כי: $MO \perp OT$.

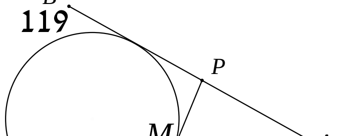
ב. הוכח כי: $PQ = OT$.

11) במעגל שבציור נתון כי המיתר AC



מאונך למיתר BD.
שני המיתרים נחתכים בנקודה F.
דרך הנקודה F מורידים אנך למיתר AB.
המשכו של האנך חותך את המיתר DC בנקודה E.
הוכח כי: $DE = CE$.

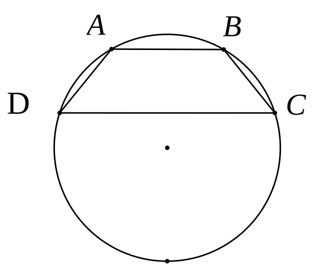
12) ענה על שתי השאלות הבאות:



א. הוכח את המשפט: שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת חיצונית, שווים באורכם.

ב. AB ו-AC הם שני משיקים למעגל.
נתון: $AC = a$. נקודה M נמצאת על הקשת $\overset{\frown}{BC}$. QP משיק למעגל בנקודה M.
הוכח כי היקף המשולש APQ לא תלוי במקומה של הנקודה M על הקשת $\overset{\frown}{BC}$ והוא גודל קבוע השווה ל-$2a$.

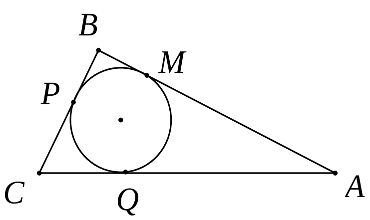
13) טרפז ABCD $(AB \parallel CD)$ חסום במעגל כך שמרכז המעגל O נמצא מחוץ לטרפז.
נתון כי: $AB = 9$ ס"מ, $CD = 21$ ס"מ,
גובה הטרפז הוא 8 ס"מ. רדיוס המעגל הוא R.



א. הבע באמצעות R את המרחק ממרכז המעגל O:
  i. לבסיס הקטן של הטרפז AB.
  ii. לבסיס הגדול של הטרפז CD.

ב. חשב את גודלו של רדיוס המעגל R.

14) במשולש ישר זווית ABC, $(\overset{\frown}{ABC} = 90°)$.
חוסמים מעגל כך שנקודות ההשקה הן M, P ו- Q.
כמו כן, נתון כי: $AQ = 2a$ ו- $QC = a$.
הבע את היקף המשולש ABC באמצעות a.



תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) שאלת הוכחה.

3) א. שאלת הוכחה. ב. אורך צלע המשולש: $\frac{2}{3}\sqrt{3}a$, שטח המשולש: $\frac{1}{3}\sqrt{3}a^2$.

4) שאלת הוכחה.

5) שאלת הוכחה.

6) שאלת הוכחה.

7) שאלת הוכחה.

8) שאלת הוכחה.

9) שאלת הוכחה.

10) שאלת הוכחה.

11) שאלת הוכחה.

12) שאלת הוכחה.

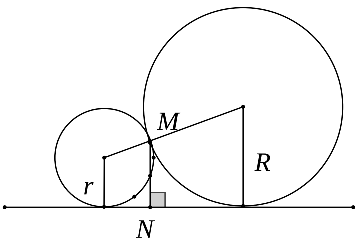
13) א. i. $\sqrt{R^2-4.5^2}$ א. ii. $\sqrt{R^2-10.5^2}$ ב. $R=$ 10.625 ס"מ.

14) $a\left(3+\sqrt{17}\right)$.

שאלות מסכמות הכוללות פרופורציה ודמיון:

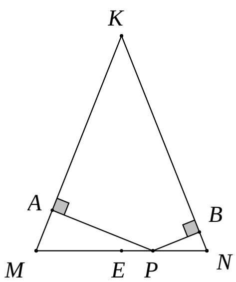
שאלות:

1) שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה M.
רדיוס המעגל הגדול הוא R ורדיוס המעגל הקטן הוא r.
מעבירים משיק משותף לשני המעגלים.
MN הוא המרחק שבין נקודת ההשקה של שני המעגלים לבין המשיק המשותף שלהם.
הוכח כי: $MN = \frac{2R \cdot r}{R+r}$.

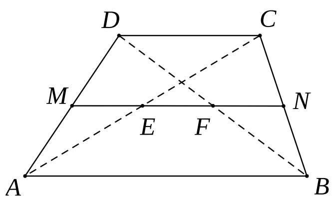


2) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי במשולש ישר זווית בעל זווית חדה בת 30°, הניצב שמול הזווית שווה למחצית היתר.
ב. בטרפז שווה שוקיים ABCD האלכסונים ניצבים לשוקיים.
הוכח כי אם הזווית החדה בטרפז שווה ל-60°, אזי נקודת מפגש האלכסונים מחלקת כל אלכסון ביחס של $1:2$.

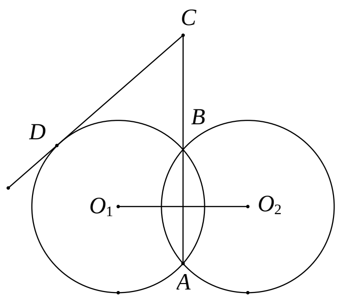
3) ΔKMN הוא משולש שווה שוקיים ($KM = KN$).
מנקודה כלשהי P הנמצאת על הבסיס KN
מורידים אנך לשוק KM ואנך לשוק KN
החותכים אותן בנקודות A ו-B בהתאמה.
א. הוכח כי KAPB הוא מרובע בר חסימה.
ב. הסבר מדוע הנקודה E הנמצאת באמצע הבסיס MN, נמצאת על היקף המעגל החוסם את המרובע KAPB.



4) נסח והוכח את משפט קטע אמצעים בטרפז.
MN הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD $(AB \| CD)$.
נסמן: $AB = a$, $CD = b$.
הוכח כי: $EF = \frac{1}{2}(a-b)$.

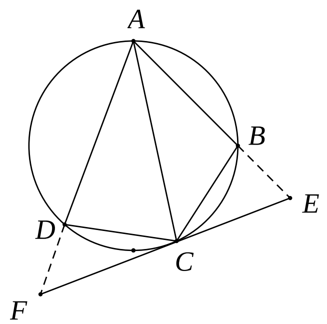


5) שני מעגלים שווים, O_1 ו- O_2, שמחוגיהם
שווים ל-10 ס״מ, נחתכים בנקודות A ו-B.
מהנקודה C שעל המשך המיתר המשותף AB
של שני המעגלים יוצא המשיק CD לאחד מהמעגלים.
נתון כי: $CD = 9\sqrt{5}$ ס״מ
ו-$O_1O_2 = 16$ ס״מ. חשב את אורך הקטע CB.
(היעזר בעובדה ש-AB חוצה את הקטע O_1O_2 ומאונך לו).

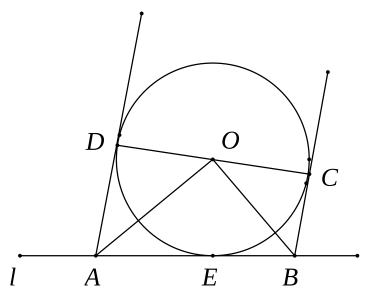


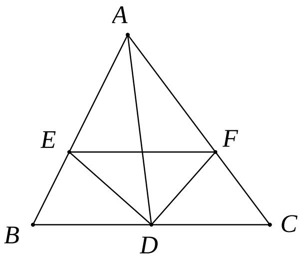
6) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח את המשפט: שני מיתרים הנחתכים בתוך מעגל מחלקים זה את זה, כך שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי האחר.
ב. במעגל שרדיוסו R, הקוטר AB מאונך למיתר CD.
הקוטר והמיתר נחתכים בנקודה E. נתון כי $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{4}$.
הבע את שטח המשולש ADC באמצעות R.

7) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי: במרובע חסום במעגל,
סכום הזוויות הנגדיות שווה ל- $180°$.
ב. מרובע ABCD חסום במעגל.
AC חוצה את הזווית $\sphericalangle DAB$.
בנקודה C מעבירים משיק למעגל.
המשכי הצלעות AB ו- AD חותכים את המשיק
בנקודות E ו-F בהתאמה.
i. הוכח כי: $\sphericalangle CDF = \sphericalangle ABC$.
ii. הוכח כי: $\Delta CDF \sim \Delta ABC$.
ג. נתון AB = 9 ס״מ, DF = 4 ס״מ. חשב את אורך הקטע BC.

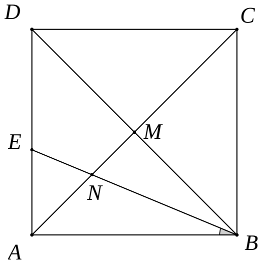


8) מעגל O משיק לישר l בנקודה E.
CD הוא קוטר במעגל.
בנקודה C מעבירים משיק למעגל החותך
את הישר l בנקודה B.
בנקודה D מעבירים משיר למעגל החותך
את הישר l בנקודה A.
א. הוכח כי: $\sphericalangle AOB = 90°$.
ב. הוכח כי: $\Delta AOE \sim \Delta OBE$.
ג. נתון כי: $R = 6$ ס״מ, $AB = 13$ ס״מ, $BE < AE$.
חשב את אורכי הקטעים BE ו-AE.





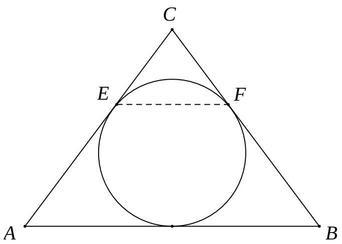
9) במשולש ABC נתון כי AD הוא התיכון לצלע BC.
DE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ADB$, DF הוא חוצה
הזווית $\sphericalangle ADC$ (ראה ציור).
הוכח כי: $EF \parallel BC$.



10) בריבוע ABCD נתון כי: אלכסוניו נפגשים בנקודה M.
BE חוצה את הזווית $\sphericalangle DBA$ וחותך את
האלכסון AC בנקודה N (ראה ציור).

א. מצא את היחס $\frac{DE}{AE}$ ואת היחס $\frac{MN}{AN}$.

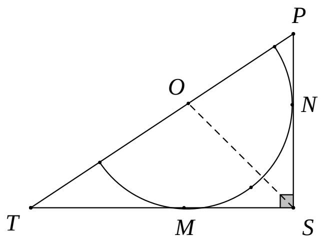
ב. הוכח כי המשולש ENA הוא משולש
שווה שוקיים והוכח כי $DE=2\cdot MN$.



11) במשולש שווה שוקיים ABC נתון כי:
AC = BC = 20 ס"מ, AB= 24 ס"מ.
במשולש זה חסום מעגל, המשיק לשתי
השוקיים בנקודות E ו-F.

א. הוכח כי EF מקביל לבסיס.

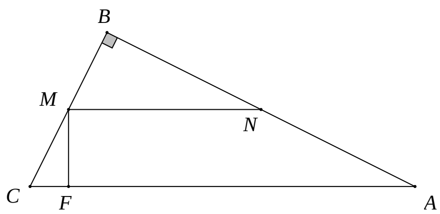
ב. חשב את אורך הקטע EF.



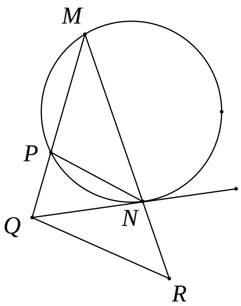
12) במשולש ישר זווית ΔPST, $(\sphericalangle PST = 90^\circ)$
חסום חצי מעגל שמרכזו O נמצא על יתר PT.

א. הוכח כי OS חוצה את הזווית $\sphericalangle PST$.

ב. נתון כי: PS = 18 ס"מ ו-TS = 24 ס"מ.
חשב את אורכי הקטעים OP ו-OT.



13) במשולש ABC, בו $\sphericalangle B = 90^\circ$. נתון כי:
FC = 6 ס"מ, BC = 12 ס"מ, AB = 16 ס"מ.
הקטע FM מאונך ליתר AC, והקטע MN
מקביל ליתר AC.
חשב את אורך הקטע MN.

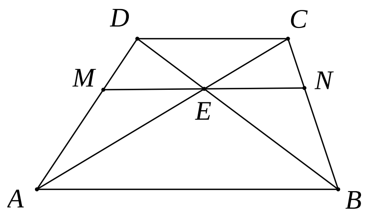


14) משולש MPN חסום במעגל.
ישר NQ משיק למעגל זה בנקודה N.
נתון כי: $NP \parallel RQ$ (ראה ציור).

א. הוכח כי $\Delta QRN \sim \Delta MRQ$.

ב. נתון כי: MN = 5 ס"מ ו- RN = 4 ס"מ.
חשב את RQ.

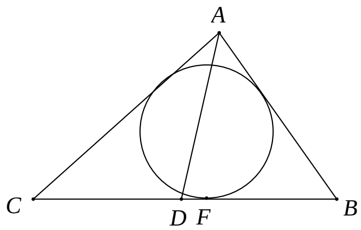
15) בטרפז ABCD , $(AB \parallel CD)$.
נתון כי: DC = 9 ס"מ , AB = 18 ס"מ.
דרך נקודת מפגש האלכסונים E, מעבירים ישר MN המקביל לבסיסי הטרפז.
מצא את אורכו של MN.



16) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח: חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית חלוקה פנימית לפי היחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית.

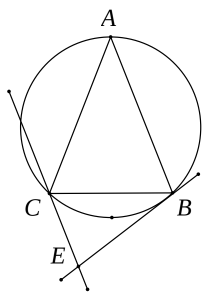
ב. המעגל החסום במשולש ABC משיק בנקודה F לצלע CB.
נתון כי: BF = 4 ס"מ, CF = 7 ס"מ.
AD חוצה הזווית $\sphericalangle CAB$ ומחלק את הקטע CB לשני קטעים המתייחסים זה לזה כמו 3:2.
חשב את אורכי הצלעות AC ו-AB.



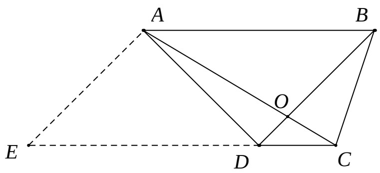
17) משולש שווה שוקיים ABC , $(AB = AC)$ חסום במעגל.
דרך קדקוד B עובר משיק למעגל. דרך קדקוד C עובר ישר המקביל ל-AB וחותך את המשיק בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta CBE$.

ב. נתון כי: AC = 27 ס"מ ו-CE = 12 ס"מ.
חשב את אורך הקטע BC.



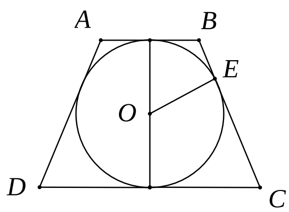
18) בטרפז ABCD , $(AB \parallel CD)$ נתון כי: $AB = 3CD$.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.
דרך נקודה A מעבירים מקביל ל-BD,
החותך את המשך הצלע CD בנקודה E (ראה ציור).
נסמן את שטח המשולש DOC באמצעות S.
הבע את שטח הטרפז ABCE באמצעות S.



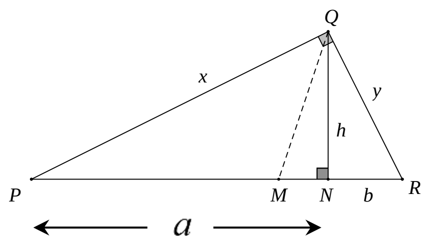
19) ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD , AD = BC)$.
O הוא מרכז המעגל החסום בטרפז
ו-E היא נקודת ההשקה של השוק BC עם המעגל O (ראה ציור).

א. הוכח כי $OE^2 = BE \cdot EC$.

ב. הוכח כי הגובה בטרפז שווה שוקיים החוסם מעגל הוא הממוצע ההנדסי של שני הבסיסים של הטרפז.

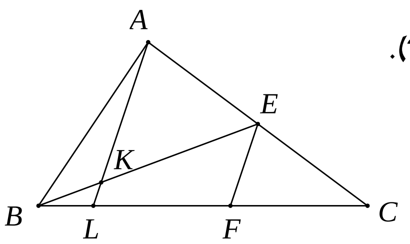


20) במשולש ישר-זווית ΔPQR , $(\sphericalangle PQR = 90°)$.
נתון: h הוא הגובה ליתר, x ו- y הם הניצבים, a ו-b הם היטלי הניצבים x ו- y בהתאמה (ראה ציור).



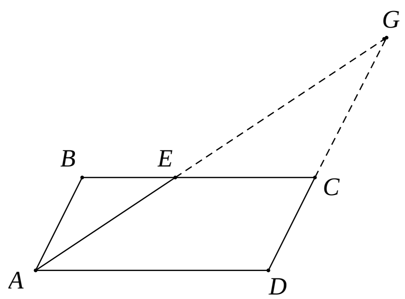
א. הוכח כי הגובה ליתר הוא ממוצע גאומטרי של היטלי הניצבים על היתר: $h=\sqrt{ab}$.
ב. הוכח כי כל ניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר: $x=\sqrt{a(a+b)}$, $y=\sqrt{b(a+b)}$.
ג. מקדקוד Q מעבירים חוצה זווית החותך את היתר PR בנקודה M.
הוכח כי: $PM : MR = \sqrt{a} : \sqrt{b}$.

21) במשולש ABC התיכון BE והקטע AL נחתכים בנקודה K. הקטע EF מקביל ל-AL (ראה ציור).
נתון כי: $LC=5\cdot BL$.



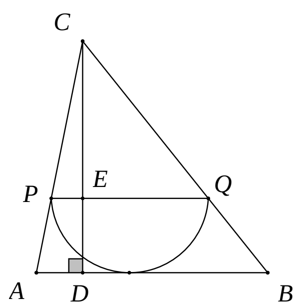
א. הוכח כי: $LF = 2.5\cdot BL$.
ב. הוכח כי: $\frac{BK}{BE}=\frac{2}{7}$.

22) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח את המשפט: היחס בין השטחים של שני משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון.
במקבילית ABCD נקודה E נמצאת על הצלע BC, כך ש- $BE : CE = 2:3$.
המשך הקטע AE חותך את המשך הצלע DC בנקודה G.

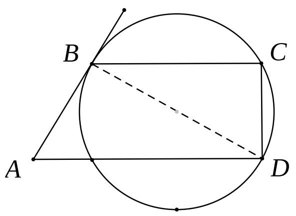


ב. נתון: 18 סמ"ר = $S_{\Delta CEG}$.
i. חשב את שטח המשולש ΔABE.
ii. חשב את שטח המשולש ΔABC.

23) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי: במשולשים דומים היחס בין הגבהים המתאימים שווה ליחס הדמיון של המשולשים.
ב. במשולש ABC חסום חצי מעגל שרדיוסו 6 ס"מ.
קוטר המעגל PQ מקביל לצלע AB.
CD הוא גובה במשולש ΔABC וחותך את הקוטר PQ בנקודה E (ראה ציור).
נתון כי: 20 ס"מ= AB. חשב את אורך הקטע CE.

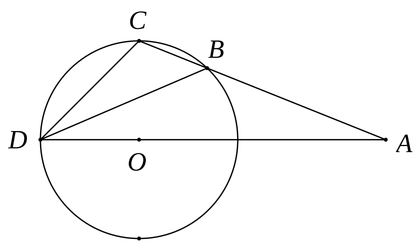


24) ABCD הוא טרפז $(AD \parallel BC)$.
הצלעות BC ו-AD הן מיתרים במעגל.
הצלע AB משיקה למעגל בנקודה B (ראה ציור).

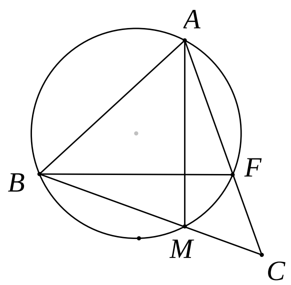


א. הוכח כי: $\Delta ABD \sim \Delta DCB$.
ב. נתון כי: BC = 5 ס"מ , AD = 12.8 ס"מ.
חשב את אורך האלכסון BD.

25) מנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל שרדיוסו R ,
מעבירים חותך ABC וחותך AOD,
שעובר דרך מרכז המעגל O ,
כך ש- $\alpha = \measuredangle BAD = \measuredangle BDA = \measuredangle CDB$.
נתון גם: $AB = m$, $BC = n$.
הוכח כי: $DC^2 = n^2 + m \cdot n$.

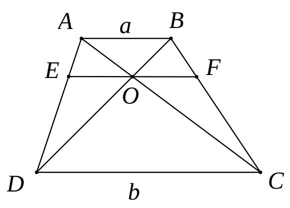


26) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי חותכים למעגל היוצאים מנקודה אחת מחוץ למעגל יוצרים קטעים פרופורציוניים כך שמכפלת כל החותך בחלקו מחוץ למעגל היא גודל קבוע.
ב. נתון משולש ABC. מעגל העובר דרך הקדקודים A ו-B, חותך הצלעות AC ו-BC בנקודות F ו-M בהתאמה.

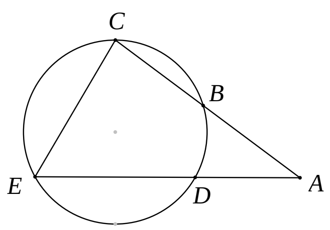


i. הוכח כי $\Delta BCF \sim \Delta ACM$.
ii. נתון כי: BC = 48 ס"מ , AC= 40 ס"מ , AF = 16 ס"מ.
מצא את אורך המיתר BM.

27) בטרפז ABCD אורך הבסיס AB הוא a
ואורך הבסיס CD הוא b.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.
דרך הנקודה O מעבירים מקביל לבסיסים החותך את AD בנקודה E ואת BC בנקודה F.
הוכח כי מתקיים: $EO = FO = \frac{ab}{a+b}$.

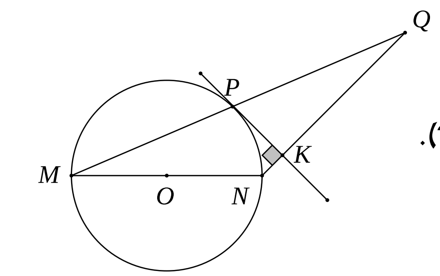


28) מנקודה A מעבירים שני חותכים למעגל,
חותך ABC וחותך ADE, כך שהנקודה B
נמצאת באמצע הקשת $\overset{\frown}{CD}$, ו- $\measuredangle CED = 2\measuredangle CAD$
(ראה ציור).

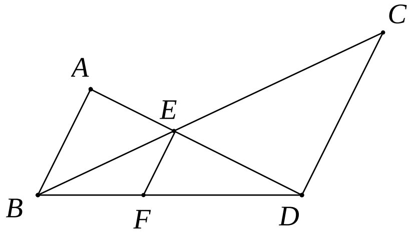


א. הוכח: $\Delta ACE \sim \Delta ECB$.
ב. נתון כי: BC = 4 ס"מ, AC = 9 ס"מ.
חשב את אורך הקטע CE.

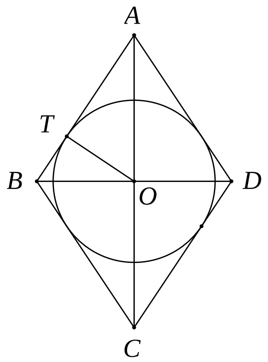
29) MN הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
PK משיק למעגל בנקודה P ומאונך ל-NQ.
הנקודה Q נמצאת על המשך המיתר MP (ראה ציור).
א. הוכח כי: $MP \cdot KN = PK \cdot PN$.
ב. הוכח כי: $MP = PQ$.



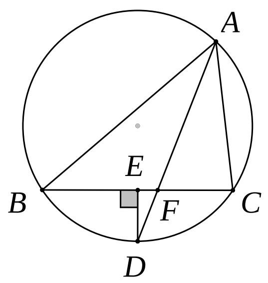
30) בציור נתון כי: $AB \parallel EF \parallel CD$.
הוכח כי: $\frac{1}{DC} + \frac{1}{AB} = \frac{1}{EF}$.



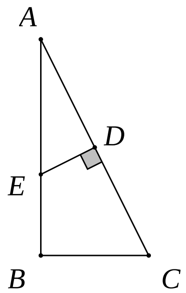
31) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי: הגובה ליתר במשולש ישר-זווית מחלק את המשולש לשני משולשים, שכל אחד מהם דומה למשולש כולו.
ב. מעוין ABCD חוסם מעגל שמרכזו ב-O .
נתון כי אורך הרדיוס המעגל OT הוא 24 ס"מ ואורך צלע המעוין הוא 50 ס"מ.
מצא את אורך האלכסון BD , $(BD < AC)$.



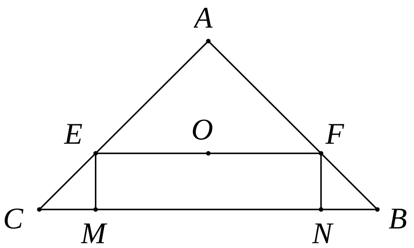
32) משולש ABC חסום במעגל.
חוצה זווית $\sphericalangle BAC$ חותך את המעגל בנקודה D ואת הצלע BC בנקודה F (ראה ציור).
מנקודה D הורד אנך על הצלע CB החותך אותה בנקודה E.
נתון כי: $AB : AC = 5 : 3$.
הוכח כי: $BC = 8 \cdot EF$.



33) הנקודה D היא אמצע היתר AC במשולש ישר זווית ABC , $(\sphericalangle B = 90°)$.
בנקודה D מעלים אנך לצלע AC החותך את הניצב AB בנקודה E (ראה ציור).
נתון כי: AC = 8 ס"מ , $AB = m$.
הבע את CE ו-BE באמצעות m .



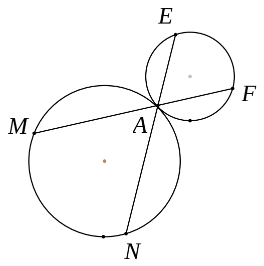
34) במשולש ABC נתון כי: $AB = AC =$ 15 ס"מ ,
CB = 18 ס"מ . דרך מרכז המעגל O החסום במשולש עובר הקטע EF המקביל לבסיס BC. EM ו-FN הם אנכים לבסיס BC.
חשב את שטח המלבן EFNM.



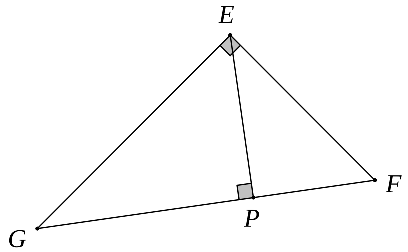
35) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח כי הזווית הכלואה בין משיק ומיתר בעלי נקודה משותפת, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על מיתר זה.

ב. שני מעגלים משיקים מבחוץ בנקודה A.
דרך נקודה זו עוברים שני ישרים, החותכים את המעגלים בנקודות F, E, M ו-N.
הוכח כי: $\Delta AMN \sim \Delta AFE$.



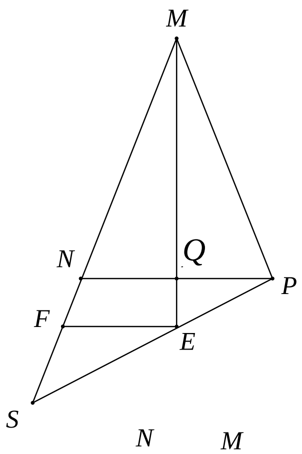
36) במשולש ישר-זווית EFG, $(\sphericalangle GEF = 90^\circ)$,
EP הוא הגובה ליתר GF.
נתון כי: 24 = EF ס"מ, 32 = GE ס"מ.
חשב את אורכי הקטעים: EP, GP, PF, GF.



37) MQ הוא התיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים ΔMNP $(MN = MP)$. S היא נקודה על המשך הצלע MN.
המשך התיכון MQ חותך את הקטע PS בנקודה E.
הקטע EF מקביל ל- NP (ראה ציור).

א. הוכח כי: $MP{:}MS = NF{:}FS$.

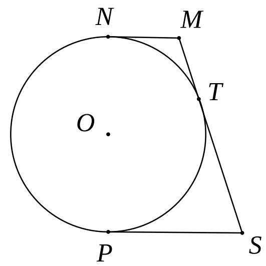
ב. נתון כי: 20 = MP ס"מ, 4 = NF ס"מ.
חשב את אורך הקטע FS.



38) NP הוא קוטר במעגל O. MN, MT ו-SP הם משיקים למעגל O בנקודות N, T ו-P בהתאמה.

א. הוכח כי: $\sphericalangle MOS = 90^\circ$.

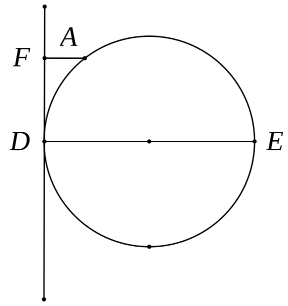
ב. הוכח כי רדיוס המעגל שווה ל- $\sqrt{MN \cdot SP}$.



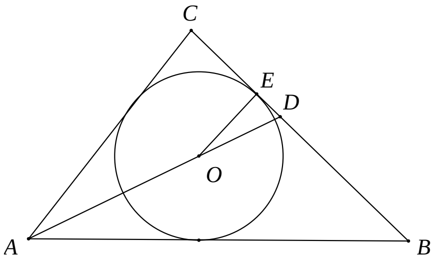
39) DE הוא קוטר במעגל. בנקודה D מעבירים משיק למעגל. מנקודה A, שעל המעגל, מעבירים ישר מקביל לקוטר DE.
הישר חותך את המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור).

א. הוכח כי: $AD^2 = AF \cdot DE$.

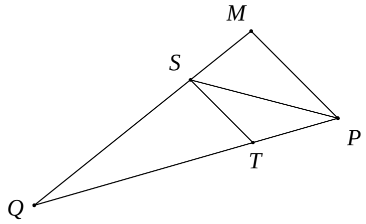
ב. נתון: 4 = AF ס"מ, 9 = DE ס"מ.
חשב את שטח הטרפז AFDE.



40) מעגל שמרכזו בנקודה O חסום במשולש ישר-זווית ($\measuredangle C=90^\circ$) ומשיק לצלע BC בנקודה E. מעבירים את חוצה הזווית AD.
נתון כי: AB = 30 ס"מ , AC = 18 ס"מ.
חשב את אורך הקטע DE.



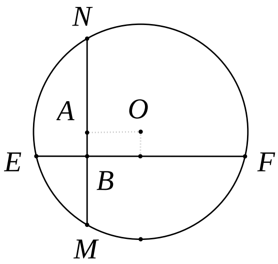
41) במשולש MPQ, PS חוצה את הזווית $\measuredangle MPQ$, ST || MP.
נתון כי: MP = 27 ס"מ , PQ = 45 ס"מ.
חשב את אורך הקטע TP.



42) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח כי המחוג המאונך למיתר המעגל חוצה אותו.

ב. בציור שלפניך המיתרים EF ו- MN מאונכים זה לזה.
נתון כי: BE = 3 ס"מ , BF = 8 ס"מ , BM = 4 ס"מ.
i. חשב את אורך הקטע BN.
ii. מצא את המרחק המיתר EF ממרכז המעגל O.



תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.
2) שאלת הוכחה.
3) שאלת הוכחה.
4) שאלת הוכחה.
5) 15 ס"מ = BD.
6) ב. $S_{\Delta ACD} = \frac{8}{25}R^2$
7) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 6 ס"מ.
8) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 4 ס"מ = BE , 9 ס"מ = AE.
9) שאלת הוכחה.
10) א. $\frac{DE}{AE} = \sqrt{2}$, $\frac{MN}{AN} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
ב. 9.6 ס"מ = EF.
11) א. שאלת הוכחה.
12) א. שאלת הוכחה.
ב. $\frac{90}{7}$ ס"מ = PO, $\frac{120}{7}$ס"מ = TO
13) $3\frac{1}{3}$ ס"מ = MN.
14) ב. 6 ס"מ = RQ.
15) 12 ס"מ = MN.
16) ב. 6 ס"מ = AB, 9 ס"מ = AC.
17) ב. 18 ס"מ = BC.
18) $S_{ABCE} = 28S$.
19) שאלת הוכחה.
20) שאלת הוכחה.
21) שאלת הוכחה.
22) ב. i. 8 סמ"ר ii. 20 סמ"ר.
23) ב. 9 ס"מ = CE.
24) ב. 8 ס"מ = BD.
25) שאלת הוכחה.
26) ב. ii. 28 ס"מ = BM.
27) שאלת הוכחה.
28) ב. 6 ס"מ = CE.
29) שאלת הוכחה.
30) שאלת הוכחה.
31) ב. 60 ס"מ = BD.
32) שאלת הוכחה.
33) $CE = \frac{32}{m}$, $BE = \frac{m^2 - 32}{m}$
34) 50.625 סמ"ר = S_{EFNM} .
35) שאלת הוכחה.
36) 40 ס"מ = GF, 14.4 ס"מ = PF, 25.6 ס"מ = GP, 19.2 ס"מ = PE.
37) ב. 6 ס"מ = FS.
38) שאלת הוכחה.
39) ב. 29.07 סמ"ר = S_{AFDE} .
40) 3 ס"מ = DE.
41) 16.875 ס"מ = TP.
42) ב. i. 6 ס"מ ii. 1 ס"מ.