

דינמיקה



תוכן העניינים

1. קינמטיקה של חלקיק - תיאור התנועה במרחב 1
2. קינמטיקה של חלקיק - כוחות ותנועה, חוקי ניוטון 5
3. תנע זוויתי ומערכת חלקיקים 8
4. קינמטיקה של גוף קשיח - מהירות נקודה על גוף קשיח 10
5. מפרקים ואילוצים מרחביים (ללא ספר) 14
6. תאוצה זוויתית - גזירת המהירות הזוויתית 15
7. קינמטיקה של גוף קשיח - תאוצת נקודה על גוף קשיח 18
8. קינמטיקה של גוף קשיח ומומנטי התמד 20
9. דינמיקה של גוף קשיח ומשוואות התנועה (ללא ספר) 20
10. רקע מתמטי (ללא ספר)

דינמיקה

פרק 1 - קינמטיקה של חלקיק - תיאור התנועה במרחב

תוכן העניינים

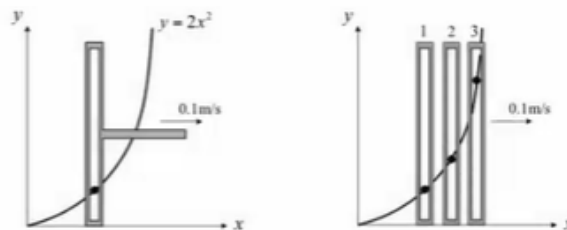
1. קואורדינטות קבועות בזמן - קרטזיות
2. קואורדינטות משתנות בזמן - פולאריות ומסלול

קואורדינטות קבועות בזמן – קרטזיות:

שאלות:

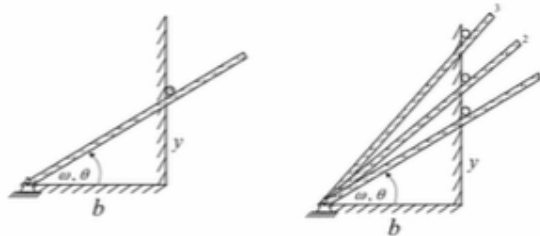
(1) מוט במהירות קבועה

חלקיק נע על מסילה פרבולית בהשפעת מוט בעל מגרעת הנע במהירות אופקית קבועה. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



(2) מוט מסתובב מול קיר

חלקיק מונח על מוט המסתובב במהירות זוויתית קבועה ω . החלקיק נתמך ע"י קיר אנכי. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



תשובות סופיות:

$$v_y = 0.04t \quad (1)$$

$$v_y = b \cdot \omega \frac{1}{\cos^2(\omega t)} \quad (2)$$

קואורדינטות משתנות בזמן – פולאריות ומסלול:

שאלות:

(1) ארבעה חלקיקים בתאוצה פולרית

נתונים מיקומם בזמן של ארבעה חלקיקים בקואורדינטות פולריות. מצא את תאוצתו של כל חלקיק ושרטט את תנועתו במרחב:

א. $A(5t^2, 30)$

ב. $B(5, 180t)$

ג. $C(5, 180t^2)$

ד. $D(5t, 30t)$

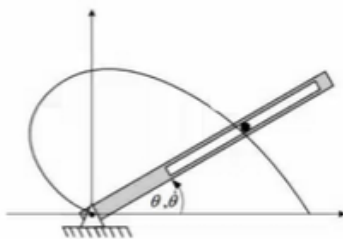
(2) מוט במהירות קבועה בעקומה

חלקיק נע לאורך עקומה: $r = b(1 + \cos \theta)$

ומונע ע"י מוט הסובב במהירות זוויתית

קבועה $\dot{\theta}$.

מהי מהירות החלקיק ותאוצתו?



(3) מסה קשורה לחוט במוט מסתובב

המוט OB מחובר בציר בנקודה O ובתוכו

מחליק ללא חיכוך חלקיק C שמסתו 50 גרם.

החלקיק מחובר באמצעות חוט המתוח בכל

משך התנועה לנקודה D. למוט מהירות זוויתית

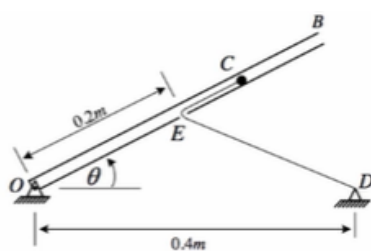
קבועה $\dot{\theta} = 4 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ונתון ש- $r = 0.4 \text{ m}$ כאשר $\theta = 0^\circ$.

כמו כן נתונים: $OE = 0.2 \text{ m}$, $OB = OD = 0.4 \text{ m}$.

אורך החוט CED נשאר קבוע. המערכת אופקית.

א. ברגע בו $\theta = 30^\circ$ חשב את: $\ddot{r}$, $\dot{r}$, r .

ב. מהם הכוחות הפועלים על החלקיק? חשב אותם.



(4) פין בגלגל מסובב בוכנה

גלגל ברדיוס 200mm סובב במהירות

זוויתית קבועה: $\dot{\theta} = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ סביב

מרכזו D. בהיקף הגלגל מצוי הפין B הגורם למוט להסתובב סביב A.

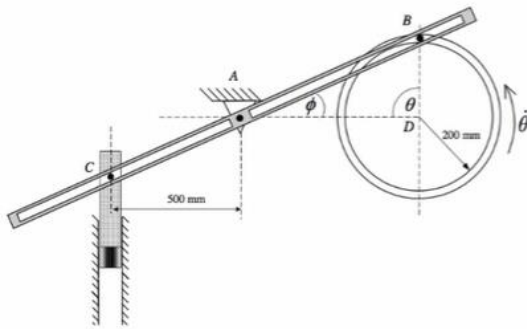
פין C מחובר לבוכנה היכולה לנוע אנכית.

שני הפינים B ו-C מחליקים בתוך המוט.

ברגע המתואר: $\theta = 90^\circ$, $\phi = 37^\circ$.

חשב את $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$, את המהירות של הבוכנה ואת התאוצה של הבוכנה.

חשב עבור נקודה B ועבור הבוכנה את: $\hat{t}$, $\hat{n}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, ρ בקורדינטות מסלול.

**(5) מסה במדרון מסובבת מוט**

בלוק A שמסתו 2kg משוחרר ממנוחה ממעלה

מישור משופע בגובה 3m. תוך כדי תנועתו הבלוק

מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה B

הנמצאת מתחת לבלוק ברגע תחילת התנועה.

לאחר שהבלוק עשה דרך של 3m לאורך המישור,

חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית הצירים ב-B:

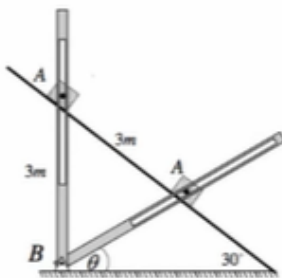
א. $\dot{y}$, $\dot{x}$, $\dot{r}$.

ב. $\dot{\theta}$.

ג. $\ddot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{r}$.

ד. $\ddot{\theta}$.

ה. $\hat{t}$, $\hat{n}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, ρ בקורדינטות מסלול.

**(6) חלקיק בחצי מעגל מחליק במוט**

חלקיק A במסה m משוחרר ממנוחה מקצה מסילה

חצי מעגלית בקוטר 1m יחסית לקרקע. תוך כדי

תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר

לציר בנקודה O. ציר Y משיק למסילה בצידה השני.

א. באיזו זווית θ (שאינה 90°) תתאפס

המהירות הזוויתית של המוט?

חשב או הסבר (8%).

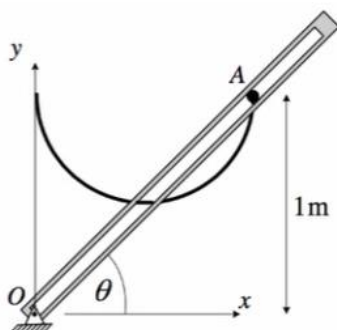
עבור זווית זו חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים ב-O:

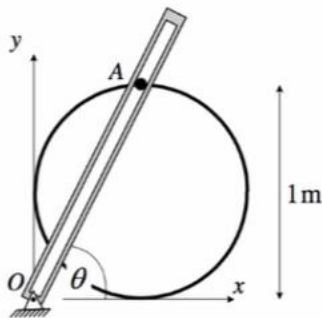
ב. $\dot{r}$ (5%).

ג. $\ddot{r}$ (10%).

ד. $\ddot{\theta}$ (10%).

ה. $\hat{t}$, $\hat{n}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, ρ בקורדינטות מסלול.



7) מסה במעגל מסובבת מוט

חלקיק A במסה m משוחרר ממנוחה מפסגת מסילה מעגלית בקוטר 1m לכיוון הקרקע בהשפעת כוח הכובד. תוך כדי תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה O. הצירים משיקים למסילה. כאשר החלקיק מגיע ל-B במחצית הדרך לקרקע, חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים ב-O:

א. $r, \dot{r}, \ddot{r}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$.

ב. $\hat{r}, \hat{\theta}, \dot{\rho}, \dot{s}, \ddot{\rho}, \ddot{s}$ בקורדינטות מסלול.

ג. מהי θ כשהחלקיק יגיע למהירות מקסימלית?

תשובות סופיות:

1) א. $\ddot{r}_A = 10\hat{r}$ ב. $\ddot{r}_B = -(180)^2 5\hat{r}$

ג. $\ddot{r}_C = -(360t)^2 5\hat{r} + 360 \cdot 5\hat{\theta}$ ד. $\ddot{r}_D = -(30)^2 5t\hat{r} - 2 \cdot 30 \cdot 5\hat{\theta}$

2) $\bar{a} = (-b\dot{\theta}^2 \cdot \cos(2) - b\dot{\theta}^2)\hat{r} - 2\dot{\theta}^2 b \sin \theta \cdot \hat{\theta}$, $\bar{v} = (-b\dot{\theta} \sin \theta) \cdot \hat{r} + (\dot{\theta} \cdot b(1 + \cos \theta))\hat{\theta}$

3) א. $r = 0.35$, $\dot{r} = -0.65$, $\ddot{r} = -2.8$ ב. $T = -0.4$, $N = -0.26$

4) ראו סרטון.

5) א. $\dot{r} = 2.7$, $\dot{x} = 4.7$, $\dot{y} = -2.7$ ב. $\dot{\theta} = -1.5$

ג. $\ddot{r} = 9.7$, $\ddot{x} = 4.2$, $\ddot{y} = -2.4$ ד. $\ddot{\theta} = 1.4$

ה. $\hat{n} = \sin(30)\hat{i} + \cos(30)\hat{j}$, $\hat{t} = \cos(30)\hat{i} - \sin(30)\hat{j}$, $\dot{s} = v$, $\ddot{s} = a$, $\rho = \infty$

6) א. 37° ב. $\dot{r} = -2.8$ ג. $\ddot{r} = -5.8$ ד. $\ddot{\theta} = 15.7$

ה. $\dot{s} = \dot{r}$, $\ddot{s} = \ddot{r}$, $\rho = R$

7) א. $r = 1.12$, $\dot{r} = -1.4$, $\ddot{r} = -6.25$, $\theta = -2.5$, $\dot{\theta} = -2.5$

ב. $\hat{t} = -\hat{j}$, $\hat{n} = -\hat{i}$, $\dot{s} = v$, $\ddot{s} = g$, $\rho = R$ ג. ראו סרטון.

דינמיקה

פרק 2 - קינטיקה של חלקיק - כוחות ותנועה, חוקי ניוטון

תוכן העניינים

1. חוקי ניוטון.....5

חוקי ניוטון:

שאלות:

(1) מסה על חצי עיגול וקפיץ

החלקיק במסה 3kg נע ללא חיכוך בתוך מוט המקביל לציר y ונלחץ ע"י קפיץ

אל מסילה מעגלית שרדיוסה 1m . המוט נע במהירות אופקית קבועה $0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

כמראה בציר. קבוע הקפיץ $10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. כשהחלקיק בגובה אפס הקפיץ רפוי.

המערכת אנכית ויש להתחשב בכוח הכובד.

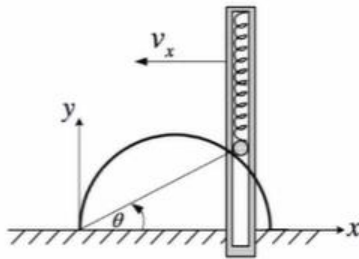
כאשר $\theta = 15^\circ$ חשב:

א. $\dot{r}$

ב. $\dot{\theta}$

ג. $\ddot{r}$ ו- $\ddot{\theta}$

ד. את הכוחות הפועלים על החלקיק.



(2) מסה במהירות קבועה בתוך מוט וקפיץ

חלקיק שמסתו 27g נע שמאלה במהירות קבועה $0.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ וגורם למוט OA לנוע.

קפיץ בעל קבוע של $10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ואורך רפוי של 0.5m מחבר את החלקיק לציר

הסיבוב. המערכת מישורית. הנח כי אין חיכוך במערכת ומצא עבור החלקיק

כתלות ב- θ :

א. את r (2%)

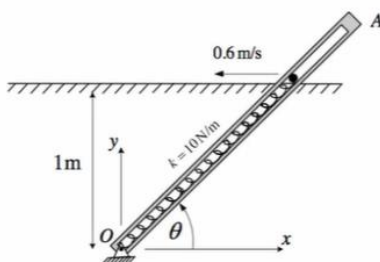
ב. את $\dot{r}$ (3%)

ג. את $\dot{\theta}$ (5%)

ד. את $\ddot{r}$ (5%)

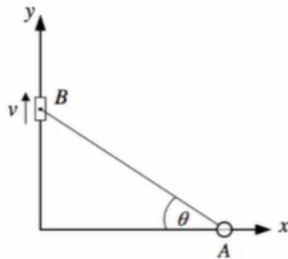
ה. את $\ddot{\theta}$ (5%)

ו. את הכוחות הפועלים על החלקיק (10%).



(3) מסה קשורה למסה

מחליק B נע במהירות קבועה v לאורך מוט אנכי וקשור בחוט באורך l לחלקיק A שמסתו m המחליק על מוט אופקי. המערכת מישורית. חשב עבור חלקיק A כתלות ב- θ את מהירות החלקיק ותאוצתו. מהם הכוחות הפועלים על החלקיק וחשב את ערכם



כאשר: $l = 3\text{m}$, $v = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $\theta = 37^\circ$.

חשב את הגדלים הבאים עבור תיאור תנועת

החלקיק בקורדינטות מסלול: ρ , $\ddot{s}$, $\dot{s}$, $\hat{n}$, $\hat{t}$.

(4) מסה עם מהירות על מוט מסתובב

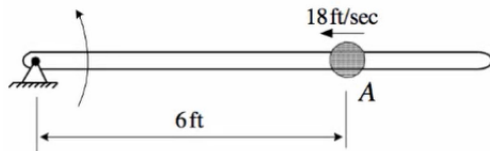
מוט חלק חסר מסה סובב במהירות זוויתית קבועה של 30 r.p.m במרחק 6ft מהציר מצוי מחליק A שמסתו 2lb ונייח יחסית למוט. מקנים למחליק מהירות התחלתית של $18 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$ יחסית למוט לכיוון הציר.

א. פתח ביטוי למהירות המחליק ביחס למוט.

ב. כאשר המחליק נמצא במרחק 3ft מהציר חשב את מהירותו יחסית למוט. האם יתכן יותר מפתרון אחד?

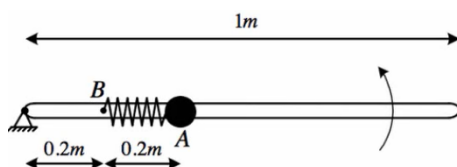
ג. חשב את הכוחות הפועלים על החלקיק ברגע זה.

ד. האם המחליק יגיע לציר הסיבוב? הסבר. אם לא, עד לאיזה מרחק מהציר יגיע המחליק?

**(5) מחליק עם קפיץ על מוט מסתובב**

חלקיק בעל מסה 250g יכול להחליק על מוט חסר מסה החופשי להסתובב סביב ציר z. המחליק מוחזק בנקודה A ע"י חוט. קפיץ בעל קבוע של $k = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ובעל

אורך חופשי של 0.8m המוחזק בנקודה B לוחץ את החלקיק החוצה. כשהמוט סובב במהירות $\omega_1 = 15 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ חותכים את החוט. ברגע שהחלקיק מגיע לקצה המוט חשב את: v_r , v_θ , a_r , a_θ , המהירות והתאוצה הזוויתית של המוט והתאוצה של המחליק יחסית למוט.



תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \dot{r} = -V \cdot \cos(75) \quad \text{ב. } \dot{\theta} \cdot \frac{r}{\sin(150)} = V \cdot \cos(15) \quad \text{ג. ראו סרטון.}$$

ד. ראו סרטון.

$$(2) \quad \text{א. ראו סרטון.} \quad \text{ב. } \dot{r} = -V \cdot \cos(\theta) \quad \text{ג. } \dot{\theta} \cdot r = V \cdot \frac{1}{r}$$

$$\text{ד. } \ddot{r} - \dot{\theta}^2 r = 0 \quad \text{ה. } \ddot{\theta} r + 2\dot{\theta}\dot{r} = 0 \quad \text{ו. ראו סרטון.}$$

$$(3) \quad \dot{x} = -v \cdot \tan \theta, \quad \ddot{x} = -\frac{v^2}{l} \cdot \frac{1}{\cos^3 \theta}, \quad \hat{t} = -\hat{i}, \quad \hat{n} = \hat{j}, \quad \dot{s} = \dot{x}, \quad \ddot{s} = \ddot{x}, \quad \rho \approx \infty$$

$$(4) \quad \text{א. } \dot{r}^2 = \dot{\theta}^2 r^2 - 31.3 \quad \text{ב. } \dot{r} = \pm 7.58 \quad \text{כ.}$$

$$\text{ג. } \sum F_{\hat{r}} = 0, \quad \sum F_{\hat{\theta}} = m(2\dot{\theta}\dot{r})$$

$$\text{ד. לא, } r = 1.78$$

$$(5) \quad a_{\theta} = 0, \quad a_r = 0, \quad v_{\dot{\theta}_2} = \dot{\theta}_2 \cdot r_2, \quad v_r = 6.11$$

דינמיקה

פרק 3 - תנע זוויתי ומערכת חלקיקים

תוכן העניינים

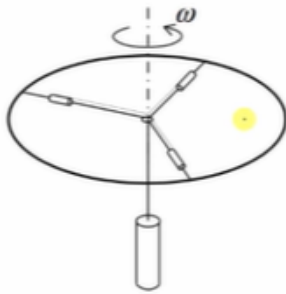
1. חזרה על הנוסחאות (ללא ספר)

2. תרגילים 8

תרגילים

שאלות:

(1) מסות על שולחן עם חור



מערכת מורכבת משלושה גופים זהים שמסת כל אחד 2kg המוחזקים במקומם לאורך שלושה מוטות חלקים חסרי מסה באורך 1.5m המחוברים ב- 120° זה מזה בין שתי טבעות חסרות מסה. כל אחד מהגופים מחובר בחוט חסר מסה למשקולת התחתונה שמסתה 10kg . בשלב התחלתי הגופים נמצאים במרחק 1.5m מהמרכז והמערכת סובבת בחופשיות במהירות זוויתית של $1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. הגופים משוחררים.

מה תהיה המהירות הזוויתית של הגלגל והמהירות בה יורדת המשקולת התחתונה, לאחר שהיא ירדה 1m ?
הסבר כיצד ישתנו תשובותיך אם בין הגופים למוטות יש חיכוך.

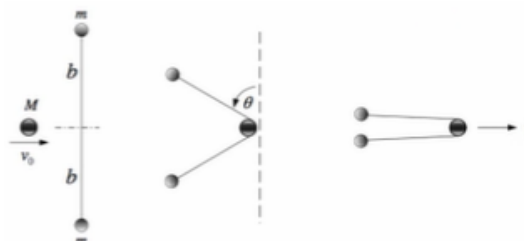


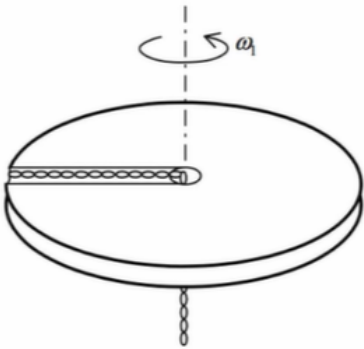
(2) מתקף למוט ושני כדורים

שני חלקיקים במסה 1.5kg כל אחד מחוברים במוט חסר מסה באורך 60cm על משטח אופקי חלק. מתקף של $10\text{N} \cdot \text{sec}$ מופעל תוך שבריר שניה על הגוף התחתון. תאר את תנועת המערכת וחשב את מהירות הגופים לאחר סיבוב של 90° .

(3) מסה פוגעת בחוט קשור למסות

שני חלקיקים במסה m מחוברים בחוט בלתי מתח שאורכו $2b$. חלקיק שלישי במסה M ומהירות V_0 פוגע במרכז החוט וממשיך בתנועתו. חשב את המהירות V כאשר הזווית θ תגיע ל- 90° , וכן את $\dot{\theta}$ של החוט ברגע זה.





(4) שרשרת נופלת מדיסקה מסתובבת

שרשרת באורך 20ft מוחזקת במנוחה לאורך מסילה על דיסקה במסה זניחה שקוטרה 20ft ובמרכז חור וחופשיה להסתובב.

המהירות הזוויתית במצב זה הינה: $\dot{\theta}_1 = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

ברגע מסוים השרשרת משתחררת ומתחילה ליפול מטה.

מהי המהירות הזוויתית לאחר שהשרשרת ירדה מטה 5ft ומהי מהירות השרשרת ביחס לדיסקה

ברגע זה? מסת השרשרת ליחידת אורך: $\lambda = 10 \frac{\text{lb}}{\text{m}}$

תשובות סופיות:

$$\dot{r} = -2.34, \quad \dot{\theta} = 9 \quad (1)$$

ראו סרטון. (2)

$$\frac{M}{M+2m} V_0 = \tilde{u}, \quad \dot{\theta} = \frac{V_0}{b} \cdot \sqrt{\frac{M}{M+2m}} \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_2 = 4, \quad \dot{r} = 5.66 \quad (4)$$

דינמיקה

פרק 4 - קינמטיקה של גוף קשיח - מהירות נקודה על גוף קשיח

תוכן העניינים

1. הסברים ומבוא (ללא ספר)
2. מהירויות בגוף קשיח ותרגילים בדו מימד 10
3. מהירויות בגוף קשיח ותרגילים בתלת מימד 13

מהירויות בגוף קשיח ותרגילים בדו מימד:

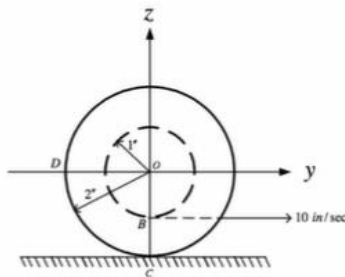
שאלות:

(1) יויו

חוט מלופף סביב ציר של יויו המונח על רצפה.

החוט נמשך אופקית במהירות $10 \frac{\text{in}}{\text{sec}}$ יחסית לקרקע.

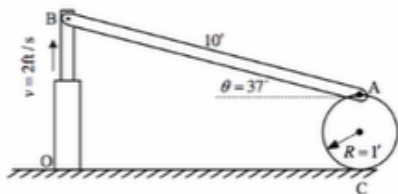
מהי מהירות הנקודות O ו-D בהנחה שאין החלקה ב-C?
מהי המהירות הזוויתית של היויו?



(2) מוט טלסקופי עולה ומסובב גלגל

מוט טלסקופי OB נפתח במהירות $v = \frac{2\text{ft}}{\text{sec}}$.

המוט מקושר לדיסקה בעזרת מוט נוסף AB דרך הצירים ב-A ו-B. ברגע המתואר, נמצאת על הקוטר האנכי של הדיסקה. בהנחה שאין החלקה ב-C:



א. חשב את מהירות נקודה A.

ב. חשב את המהירות הזוויתית של המוט AB.

ג. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.

(3) שתי פלטות מסובבות דיסקה

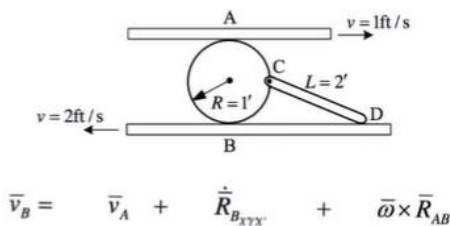
דיסקה נתונה בין שני לוחות הנעים כמוראה בציר.

בין הדיסקה ללוחות אין החלקה.

מוט CD מקושר לדיסקה בנקודה C.

נקודה D מחליקה על הלוח התחתון.

ברגע המתואר, נמצאת על הקוטר האופקי של הדיסקה.



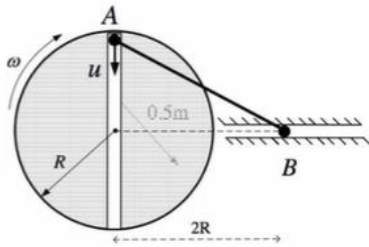
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \dot{\vec{R}}_{B \leftarrow A} + \vec{\omega} \times \vec{R}_{AB}$$

א. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.

ב. חשב את מהירות נקודה C.

ג. חשב את מהירות נקודה D.

ד. חשב את המהירות הזוויתית של המוט CD.

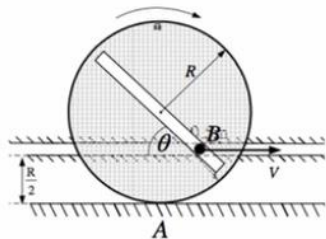
**(4) דיסקה עם חלקיק + מסילה עם עוד חלקיק**

גלגל ברדיוס R שלאורך הקוטר שלו יש חריץ, סובב סביב מרכזו במהירות זוויתית קבועה ω . חלקיק A נע לאורך החריץ במהירות קבועה u יחסית לגלגל. חלקיק B מחובר במוט קשיח לחלקיק A ויכול לנוע לאורך מסילה אופקית.

א. עבור הרגע המתואר חשב את מהירות

החלקיק B ואת המהירות הזוויתית של המוט AB .

ב. האם המהירות הזוויתית של המוט AB שקיבלת קבועה? הסבר.

**(5) חלקיק נע אופקית ומסובב גלגל עם מגרעת**

חלקיק B נע במסילה אופקית במהירות קבועה V . החלקיק חופשי לנוע בתוך מגרעת בגלגל, ומסובב את הגלגל תוך כדי תנועתו. הגלגל שרדיוסו R

מתגלגל ללא החלקה על הרצפה שמרחקה $\frac{R}{2}$

מתחת למסילה.

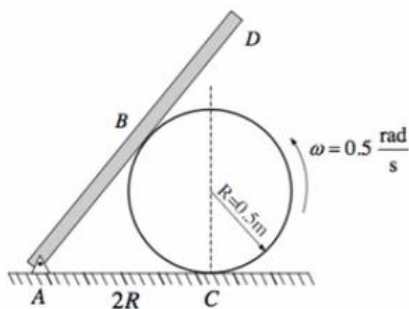
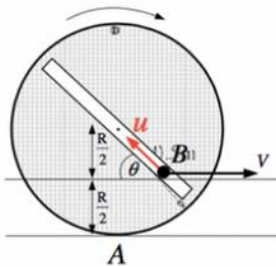
א. חשב את המהירות הזוויתית של הגלגל

ואת המהירות u של החלקיק יחסית לגלגל

כתלות ב- θ .

ב. האם וכיצד ישתנו תשובותיך אם ידוע כי

מסת החלקיק m ומסת הגלגל M ?

**(6) דיסקה מסובבת מוט המחובר לציר**

דיסקה ברדיוס $R = 0.5m$ מתגלגלת ללא

החלקה על הרצפה במהירות זוויתית

קבועה $\omega = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. מוט AD מחובר לציר A

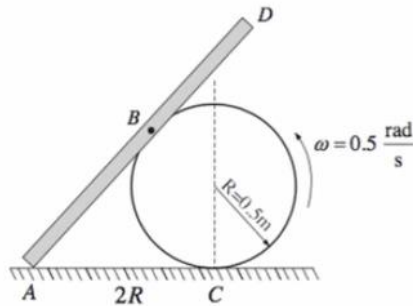
ונשען על הדיסקה – בין הדיסקה למוט

קיימת החלקה. הדיסקה דוחפת את המוט

וגורמת לסיבוב המוט תוך כדי תנועתה.

חשב את המהירות הזוויתית של המוט

כאשר $AC = 2R$.

**(7) גלגל דוחף מוט**

דיסקה ברדיוס $R = 0.5\text{m}$ מתגלגלת ללא החלקה על הרצפה במהירות זוויתית

קבועה $\omega = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. מוט AD מחובר לדיסקה

עם ציר ב-B ומחליק על הרצפה ב-A.

חשב את המהירות הזוויתית של המוט

כאשר $AC = 2R$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \omega = -10\hat{i}, \quad \bar{V}_O = 20\hat{j}, \quad \bar{V}_D = 20\hat{k} + 20\hat{j}$$

$$(2) \quad \text{א. } v_A = -1.5\hat{i} \quad \text{ב. } \omega_1 = -\frac{1}{4} \quad \text{ג. } \omega_2 = 1.5\hat{k}$$

$$(3) \quad \text{א. } \bar{\omega}_1 = -1.5\hat{k} \quad \text{ב. } \bar{V}_C = -0.5\hat{i} - 1.5\hat{j} \quad \text{ג. } \bar{V}_D = 0.36\hat{i} \quad \text{ד. } \bar{\omega}_2 = 0.86\hat{k}$$

$$(4) \quad \text{א. } \bar{V}_B = \frac{2\omega R + u}{2} \cdot \hat{i} + 0\hat{j} \quad \text{ב. } \omega_2 = \frac{u}{2R} \quad \text{ג. לא}$$

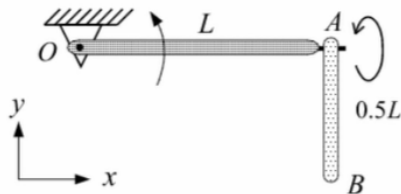
$$(5) \quad \text{א. ראו סרטון.} \quad \text{ב. לא ישתנו.}$$

$$(6) \quad \omega_2 = 0.2$$

$$(7) \quad \omega_2 = \frac{1}{3}$$

מהירויות בגוף קשיח ותרגילים בתלת מימד:

שאלות:

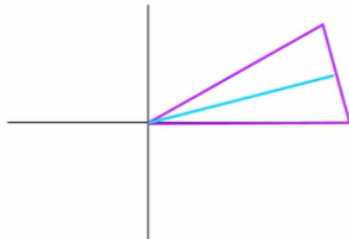


(1) שני מוטות בתלת מימד

מוט OA סובב במישור הדף והמוט AB סובב סביב מסמר התקוע על ציר האורך של OA.

נתון כי: $\vec{v}_B = 4\hat{i} + v_y\hat{j} + 8\hat{k}$.

חשב את v_y ואת המהירות הזוויתית של שני המוטות.



(2) חרוט על רצפה

חרוט מתגלגל ללא החלקה על רצפה ומשלים n סיבובים בשנייה.

חשב את המהירות הזוויתית של החרוט. ידועים אורך קו יוצר l וזווית יוצר α .

תשובות סופיות:

$$v_y = 8, \omega_1 = \frac{8}{L}, \omega_2 = -\frac{16}{L} \quad (1)$$

(2) ראו סרטון.

דינמיקה

פרק 5 - מפרקים ואילוצים מרחביים

תוכן העניינים

1. מבוא (ללא ספר)

דינמיקה

פרק 6 - תאוצה זוויתית - גזירת המהירות הזוויתית

תוכן העניינים

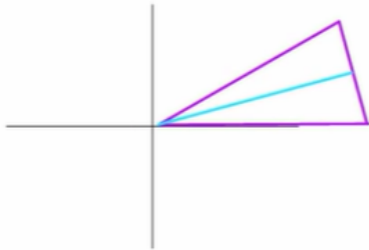
1. מבוא (ללא ספר)

2. תרגילים 14

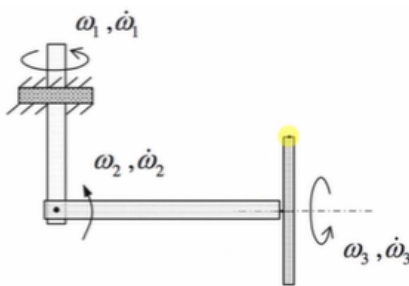
תרגילים:

שאלות:

(1) תאוצה של חרוט



חרוט מתגלגל ללא החלקה על רצפה ומשלים n סיבובים בשנייה.
 חשב את המהירות הזוויתית של החרוט ואת התאוצה הזוויתית של החרוט.
 ידועים אורך קו יוצר l וזווית יוצר α .



(2) מהירות ותאוצה של שני מוטות ודיסקה

מוט סובב סביב ציר אנכי במהירות ותאוצה זוויתיות $\omega_1, \dot{\omega}_1$. בקצה המוט סובב מוט נוסף במהירות ותאוצה זוויתיות $\omega_2, \dot{\omega}_2$ יחסית למוט הראשון. ברגע המתואר המוט האופקי. בקצה מוט זה סובבת דיסקה במהירות ותאוצה זוויתיות $\omega_3, \dot{\omega}_3$ יחסית למוט השני.

חשב את המהירות והתאוצה הזוויתיות המוחלטות של הדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \bar{\omega}_1 : \text{מהירות}, \bar{\omega}_2 : \text{תאוצה}, \bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2$$

$$(2) \quad \dot{\bar{\omega}}_t = (\omega_1 \omega_2 + \dot{\omega}_3) \hat{i} + (\omega_2 \omega_3 + \dot{\omega}_1) \hat{j} + (\dot{\omega}_2 - \omega_1 \omega_3) \hat{k}$$

דינמיקה

פרק 7 - קינמטיקה של גוף קשיח - תאוצת נקודה על גוף קשיח

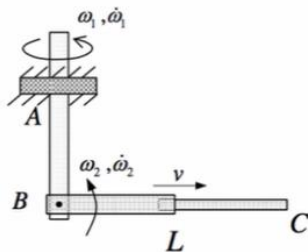
תוכן העניינים

1. קינמטיקה של גוף קשיח.....15

תאוצת נקודה על גוף קשיח:

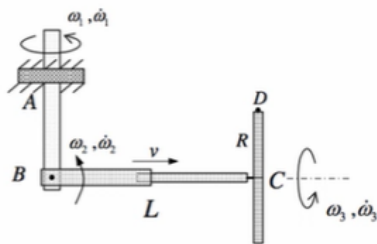
שאלות:

(1) מוט טלסקופי ושני סיבובים



מוט AB סובב סביב ציר אנכי ותאוצה זוויתית $\omega_1, \dot{\omega}_1$. בקצה המוט סובב מוט טלסקופי BC במהירות ותאוצה זוויתית $\omega_2, \dot{\omega}_2$ יחסית למוט הראשון הנפתח במהירות קבועה v . ברגע המתואר המוט אופקי ואורכו L . חשב את המהירות והתאוצה של נקודה C.

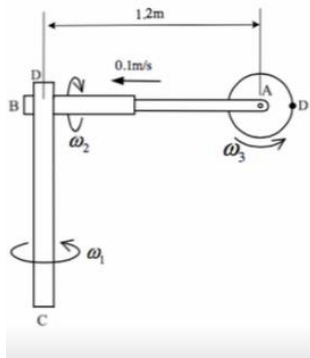
(2) דסקה בניצב על מוט טלסקופי מסתובב



מוט AB סובב סביב ציר אנכי ותאוצה זוויתית $\omega_1, \dot{\omega}_1$. בקצה המוט סובב מוט טלסקופי BC במהירות ותאוצה זוויתית $\omega_2, \dot{\omega}_2$ יחסית למוט הראשון הנפתח במהירות קבועה v . ברגע המתואר המוט אופקי ואורכו L . בקצה מוט זה סובבת דיסקה ברדיוס R במהירות ותאוצה זוויתית $\omega_3, \dot{\omega}_3$ יחסית למוט הטלסקופי. חשב את המהירות והתאוצה של נקודה D על היקף הדיסקה.

(3) חלקיק מתקדם על חרוט מסתובב

חרוט מתגלגל ללא החלקה על רצפה ומשלים n סיבובים בשניה. בהיקף בסיס החרוט נע חלקיק במהירות קבועה v יחסית לחרוט. חשב את המהירות והתאוצה של החלקיק. ידועים אורך קו יוצר l וזווית יוצר α .

**(4) דסקה מקבילה על מוט טלסקופי מסתובב**

דיסקה ברדיוס 0.2m סובבת סביב צירה ב-120 סל"ד. מוט טלסקופי AB האוחז אותה נסגר במהירות קבועה

של $0.1 \frac{m}{sec}$ וסובב במהירות זוויתית של 30 סל"ד

בכיוון הישר מ-B ל-A. המוט CD סובב ב-20 סל"ד סביב צירו. ברגע בו אורך המוט AB הוא 1.2m, הנקודה D נמצאת בהמשכו של המוט AB.

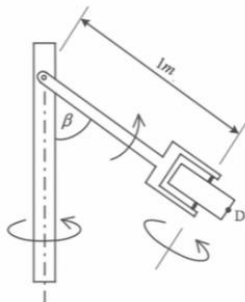
המוטות ניצבים זה לזה. כיווני הסיבוב כמוראה בציור.

א. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.

ב. חשב את התאוצה הזוויתית של הדיסקה.

ג. חשב את מהירות נקודה D.

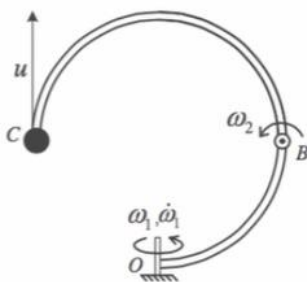
ד. חשב את תאוצת נקודה D.

**(5) דסקה על מוט מסתובב**

דיסקה ברדיוס 0.2m סובבת סביב צירה ב-120 סל"ד והמערכת כולה סובבת ב-30 סל"ד סביב ציר אנכי.

חשב את תאוצת נקודה D אם נתון ש: $\dot{\beta} = 2 \frac{rad}{sec}$

ו- $\ddot{\beta} = 3 \frac{rad}{sec^2}$ כאשר $\beta = 60^\circ$.

**(6) חלקיק נע על מוט מעגלי נופל**

חלקיק C נע במהירות קבועה u יחסית למוט חצי

מעגלי BC שרדיוסו R. מוט BC סובב במהירות

זוויתית ω_2 ביחס למוט רבע מעגלי OB, גם הוא

ברדיוס R. מוט OB סובב סביב הציר האנכי

במהירות זוויתית ω_1 ותאוצה זוויתית $\dot{\omega}_1$.

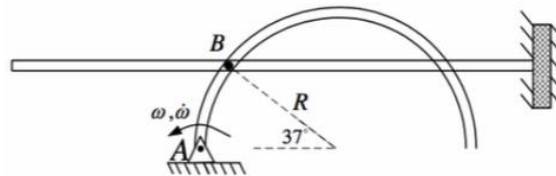
א. חשב את תאוצת החלקיק C ברגע המתואר.

ב. האם כיוון המהירות u משפיע על התוצאה שקיבלת?

אם לא – נמק. אם כן – מהי התוצאה החדשה?

(7) חלקיק במוט משולב בחצי מעגל

מסילה מעגלית ברדיוס R סובבת במהירות ותאוצה זוויתית כמוראה באיור. חלקיק B חופשי לנוע בתוך המסילה המעגלית וכן בתוך מסילה אופקית קבועה. ברגע המתואר חשב את מהירות החלקיק, מהירותו יחסית לקשת, תאוצתו ותאוצתו יחסית לקשת.

**תשובות סופיות:**

$$\bar{v}_C = v_i + \omega_1 L \hat{K} + \omega_2 L \hat{j} \quad (1)$$

$$\bar{a}_C = -L(\omega_1^2 + \omega_2^2) \hat{i} + (2\omega_2 v + \dot{\omega}_2 L) \hat{j} + (-(2\omega_1 v + \dot{\omega}_1 L)) \hat{K}$$

$$\bar{v}_D = (v - \omega_2 R) \hat{i} + (\omega_2 L) \hat{j} + (\omega_3 R - \omega_1 L) \hat{K} \quad (2)$$

$$\bar{a}_D = \left[-(\omega_1^2 + \omega_2^2)L - (\dot{\omega}_2 - \omega_2 \omega_3)R + \omega_1 \omega_3 R \right] \hat{i} + \left[(2\omega_2 v + \dot{\omega}_2 L) - (\omega_2^2 + \omega_3^2)R \right] \hat{j} + \left[-(2\omega_1 v + \dot{\omega}_1 L) + (\dot{\omega}_3 + \omega_1 \omega_2)R + \omega_1 \omega_2 R \right] \hat{K}$$

$$\bar{v}_B = v \hat{K} - \omega_1 l \sin(2\alpha) \hat{K} \quad (3)$$

$$\bar{a}_B = \frac{v^2}{R} \cdot (\sin \alpha \hat{i} - \cos \alpha \hat{j}) + 2\omega_1 v \hat{j} - \omega_1^2 l \sin(2\alpha)$$

$$\bar{\omega}_{tot} = 2.1 \hat{j} + 3.14 \hat{i} + 12.56 \hat{K} \quad \text{א.} \quad \bar{\omega}_{tot} = 26.4 \hat{i} - 39.4 \hat{j} - 6.6 \hat{K} \quad \text{ב.} \quad (4)$$

$$\bar{v}_D = -0.1 \hat{i} + 2.51 \hat{j} - 2.94 \hat{K} \quad \text{ג.} \quad \bar{a}_D = -107 \hat{i} - 1.32 \hat{j} + 16.16 \hat{K} \quad \text{ד.} \quad (5)$$

$$\bar{a}_D = 34.1 \hat{i} - 14.7 \hat{j} - 12 \hat{K}$$

$$\bar{a}_C = \left(\omega_1^2 R + \frac{u^2}{R} - 2\omega_2 u + 2\omega_2^2 R \right) \hat{i} + \dot{\omega}_1 R \hat{K} \quad \text{א.} \quad \text{ב. כן.} \quad (6)$$

$$u = -0.25\omega R, \quad v = -0.75\omega R \quad (7)$$

דינמיקה

פרק 8 - קינמטיקה של גוף קשיח ומומנטי התמד

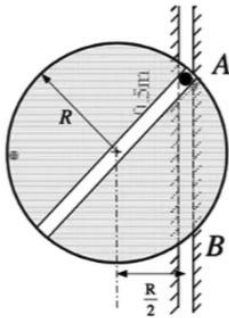
תוכן העניינים

1. מהירות של גוף קשיח ומומנטי התמד 18

קינמטיקה של גוף קשיח ומומנטי התמד:

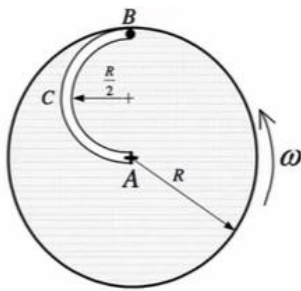
שאלות:

(1) חלקיק מסובב דיסקה



חלקיק במסה m משוחרר ממנוחה מנקודה A לאורך מסילה אנכית ובמהלך נפילתו חופשי לנוע לאורך מסלול המצוי על קוטר של דיסקה ומסובב אותה. מסת הדיסקה M . חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה ברגע בו החלקיק מגיע לנקודה B ויוצא מהדיסקה.

(2) חריץ מעגלי בדיסקה מסתובבת



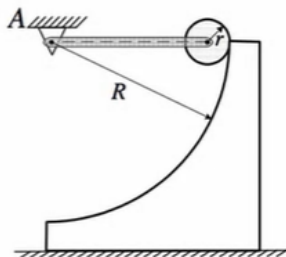
דיסקה במסה M ורדיוס R סובבת ללא חיכוך סביב מרכז A.

על הדיסקה ישנה מסילה חצי מעגלית ברדיוס $\frac{R}{2}$ ובקצה חלקיק B שמסתו m . המערכת סובבת במהירות זוויתית של ω והחלקיק נייח על הדיסקה. בשלב מסוים החלקיק מתחיל לנוע במהירות u קבועה יחסית לדיסקה. לאחר שהדיסקה השלימה סיבוב, החלקיק הגיע לנקודה C (עבר חצי מסילה) וממשיך בתנועתו.

א. ברגע בו החלקיק עובר ב-C חשב את המהירות הזוויתית של המערכת.

ב. חשב את המהירות הזוויתית של המערכת כשהחלקיק יגיע ל-A.

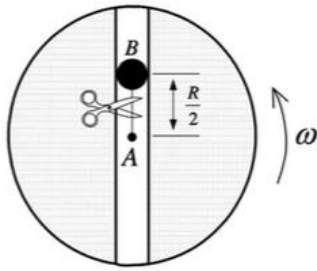
(3) דיסקה נופלת במסילה מעגלית



דיסקה ברדיוס r ומסה m מחוברת בציר חסר חיכוך למוט שמסתו גם כן m . המוט מחובר לציר A שהינו מרכז מסילה רבע מעגלית שרדיוסה R . במצב התחלתי המוט אופקי והמערכת במנוחה. משחררים את המערכת ומתחילה תנועה בהשפעת כוח הכובד. אין החלקה בין הדיסקה למסלול לכל אורך התנועה. כאשר הדיסקה מגיעה לתחתית המסלול:

א. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה ואת המהירות הזוויתית של המוט.

ב. לאחר שהדיסקה תעזוב את המסלול – מהו הגובה הסופי אליו יגיע מרכז הדיסקה?

(4) חלקיק בחריץ ישר בדיסקה

דיסקה במסה 4kg ורדיוס 2m סובבת ללא חיכוך סביב מרכז A. לאורך הקוטר ישנו חריץ ובתוכו קשור חלקיק B שמסתו 1kg במרחק חצי רדיוס ממרכז הדיסקה.

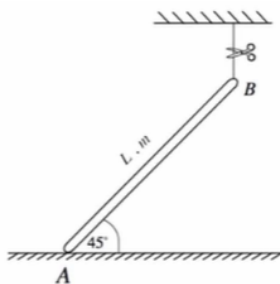
המערכת סובבה במהירות זוויתית של $4 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

בשלב מסוים גוזרים את החוט המחובר ל-B.

א. חשב את המהירות הזוויתית של המערכת ברגע בו

החלקיק מגיע לקצה הדיסקה.

ב. חשב את המהירות של החלקיק יחסית לדיסקה ברגע זה.

(5) מוט נופל על רצפה

מוט באורך L ומסה m מונח בקצה האחד על משטח חלק וקשור בקצה השני אל התקרה. גוזרים את החוט.

א. תאר את תנועת המוט עד פגיעתו ברצפה.

ברגע בו המוט פוגע ברצפה חשב את:

ב. מהירות קצה A.

ג. מהירות קצה B.

ד. המהירות הזוויתית.

ה. כיצד ישתנו תשובותיך אם הקצה A היה מחובר לסמך צירי?

תשובות סופיות:

(1) ראו סרטון.

$$(2) \quad \bar{H}_1 = \bar{H}_{2d} + \bar{H}_{2h} \quad \text{א.} \quad \bar{H}_3 = \frac{1}{2} MR^2 \tilde{\omega}_3 \quad \text{ב.}$$

$$(3) \quad \omega_2 r = \omega_1 (R - r), \quad \omega_1^2 = \frac{18g}{11l} \quad \text{א.} \quad mg \frac{1}{2} + 0 + T_m = mg \tilde{h} + mg \frac{h}{2} \quad \text{ב.}$$

$$(4) \quad \omega_2 = 3\hat{K} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad v_f = 6 \quad \text{ב.}$$

$$(5) \quad \text{א. ראו סרטון.} \quad \text{ב. } v_A = 0 \quad \text{ג. } v_B = \tilde{\omega} L \hat{j} \quad \text{ד. ראו סרטון.}$$

ה. ראו סרטון.

דינמיקה

פרק 9 - דינמיקה של גוף קשיח ומשוואות התנועה

תוכן העניינים

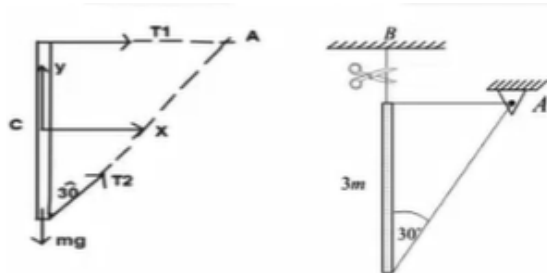
1. מבוא לדינמיקה של גוף קשיח (ללא ספר)
2. שאלות בדו-מימד 20
3. תלת מימד - תנועה סיבובית ללא גלגול 22
4. תלת מימד - תנועה סיבובית עם גלגול ללא החלקה 26

שאלות בדו-מימד:

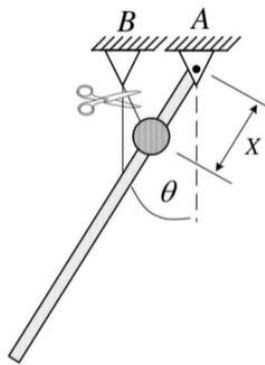
שאלות:

1030 (1)

מוט במסה 4kg ואורך 3m מוחזק במנוחה ע"י 3 חוטים כמתואר בציור. גוזרים את החוט המחובר ל-B. חשב את המתיחויות בחוטים המחוברים ל-A ואת התאוצה הזוויתית של המוט ברגע תחילת התנועה.



1040 (2)



מוט חלק במסה M ואורך L מחובר בציר A וקשור בחוט ל-B. על המוט מצוי חלקיק במסה m במרחק X מ-A וגם הוא קשור בחוט ל-B. המערכת אנכית ונייחת. גוזרים את שני החוטים בו זמנית. פתח ביטוי כתלות ב- L, X, θ, M, m לחישוב התאוצה הזוויתית של המערכת ברגע תחילת התנועה וחשב אותה עבור: $X = \frac{L}{4}$ ו- $M = 2m$.

חשב את התאוצה הקווית של החלקיק יחסית למוט ברגע תחילת התנועה. האם וכיצד ישתנו תשובותיך במידה והחלקיק היה ממוקם בתחילת התנועה במרחק $\frac{L}{4}$ מהקצה החופשי (כלומר: $X = \frac{3L}{4}$)? הסבר.

תשובות סופיות:

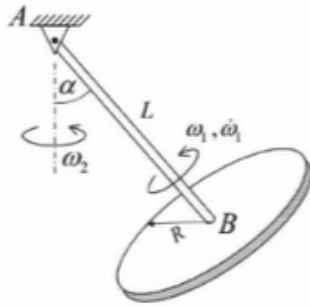
$$T_1 = 5,66 \text{ N} , T_2 = 22,65 \text{ N} , \dot{\omega} = 2,83 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (1)$$

$$\text{כן} , \ddot{r} = g \cos(\theta) , \dot{\omega} = 1.714 \frac{g \sin(\theta)}{L} , \dot{\omega} = g \sin(\theta) \frac{\frac{ML}{2} + mx}{\frac{ML^2}{3} + mx^2} \quad (2)$$

תלת מימד – תנועה סיבובית ללא גלגול:

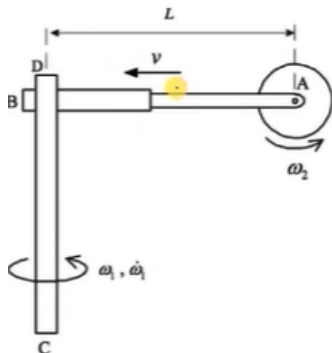
שאלות:

(1) 1050



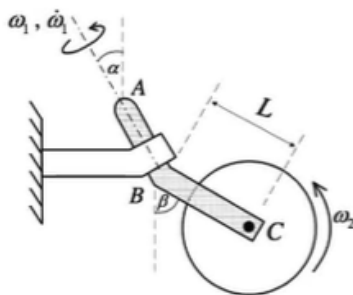
דיסקה במסה m ורדיוס R סובבת במהירות ותאוצה זוויתיות $\omega_1, \dot{\omega}_1$ סביב מוט AB . המוט AB חסר מסה וסובב במהירות זוויתית קבועה ω_2 סביב האנך. אין להתחשב בכוח הכובד. הזווית בין המוט לאנך α קבועה. צייר דג"ח ברור וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב- A .

(2) 1060



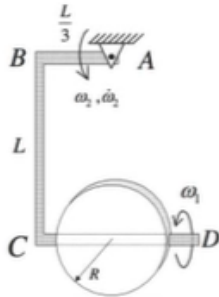
ציר CD סובב במהירות ותאוצה זוויתיות $\omega_1, \dot{\omega}_1$. מוט טלסקופי AB רתום לציר CD . דיסקה במסה m ורדיוס R סובבת במהירות זוויתית ω_2 בקצה המוט הטלסקופי AB . ברגע המתואר אורך המוט הטלסקופי AB הינו L והוא נסגר במהירות קבועה v . התעלם מכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות בריתום D .

(3) 1080



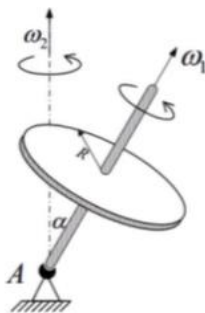
להלן מתוארת מערכת הנעה אחורית של קורקינט מסוג Streeter. הגלגל ברדיוס R ומסה m סובב סביב C . המוט ABC סובב סביב הציר AB כפי שמתואר באיור. המוט ABC חסר מסה. הנח כי הגלגל הינו דיסקה. התעלם מכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב- B . אין צורך לפתור אותן.

1090 (4)



מוט ABCD חסר מסה סובב במישור הדף. הקטע CD מושחל לאורך הקוטר של דיסקה במסה m ורדיוס R הסובבת סביבו. ברגע המתואר מישור הדיסקה מצוי במישור הדף ומרכז הדיסקה מתחת ל-A כמוראה בציר. התעלם מכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב-A ברגע המתואר. אין צורך לפתור אותן. האם ערכה של ω_1 משפיע על ערך הריאקציות ב-A במהלך התנועה? הסבר.

1140 (5)

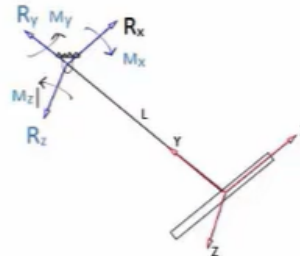


סביבון מורכב מדיסקה ברדיוס R ומסה m וממוט באורך $3R$ ומסה m המחוברים במרכזם. הסביבון סובב במהירות זוויתית קבועה ω_1 סביב ציר המוט בכיוון המוראה בציר ונטוי בזווית α מהאנך. הסביבון מושפע מכוח הכובד הגורם לו לנקיפה (פרצסיה) ב- ω_2 קבועה לא ידועה סביב האנך. קצה מוט הסביבון נתמך בפרק כדורי A. התחשב בכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות ב-A ומהירות הנקיפה ω_2 . אין צורך לפתור אותן. בהנחה שקצה הסביבון יועבר אל משטח אופקי חלק ולא ייתמך בפרק הכדורי – האם תשתנה התנועה? אם כן – הסבר כיצד. אם לא – הסבר מדוע.

תשובות סופיות:

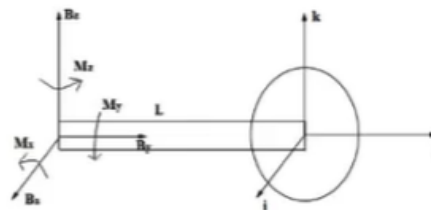
$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\omega}_1 \hat{j} + \left(\frac{1}{2} m R^2 \omega_1 \omega_2 \sin \alpha + \frac{1}{4} m R^2 \omega_2^2 \sin \alpha \cos \alpha \right) \hat{k} \quad (1)$$

שרטוט:



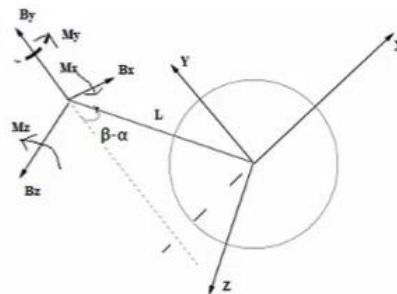
$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{2} m R^2 \omega_1 \omega_2 \hat{j} + \frac{m R^2 \dot{\omega}_1}{4} \hat{k} \quad (2)$$

שרטוט:



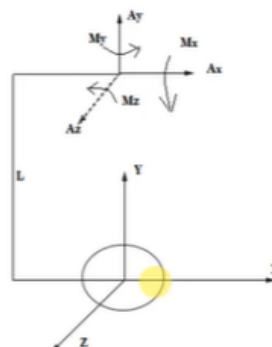
$$\dot{\vec{H}} = \frac{m R^2 \omega_1 \omega_2}{2} \hat{i} + \frac{m R^2 \dot{\omega}_1}{4} \hat{j} \quad (3)$$

שרטוט:



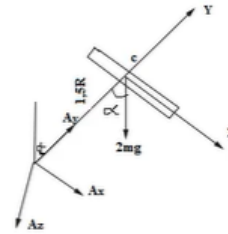
$$\dot{\vec{H}} = \frac{m R^2 \omega_1 \omega_2}{2} \hat{j} + \frac{m R^2 \dot{\omega}_2}{4} \hat{k}, \text{ כן.} \quad (4)$$

שרטוט:



$$(5) \quad \dot{\bar{H}}_z = \frac{1}{2} m R^2 \omega_2 \sin \alpha (-\omega_1 + \omega_2 \cos \alpha) k \quad \text{כ.נ.}$$

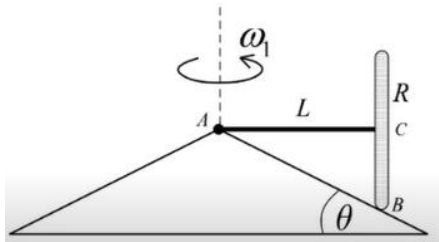
שרטוט:



תלת מימד – תנועה סיבובית עם גלגול ללא החלקה:

שאלות:

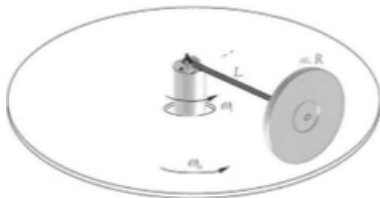
1130 (1)



מוט אופקי חסר מסה באורך L מחובר בקצהו האחד לפרק כדורי A וסובב במהירות זוויתית קבועה ω_1 . סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה m ורדיוס R . הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על פני חרוט ניח שזווית הבסיס שלו θ .

יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך במערכת. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן. במידה והמהירות הזוויתית ω_1 אינה קבועה, וקיימת תאוצה זוויתית $\dot{\omega}_1$ האם וכיצד ישתנו הריאקציות? הסבר. כיצד יושפעו חישוביך במידה והתנועה הייתה על משטח אופקי?

1100 (2)



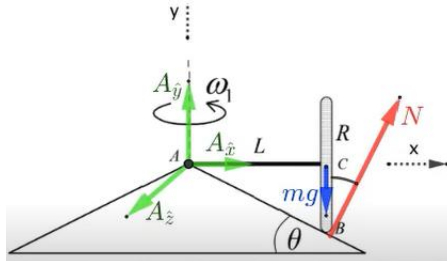
טבלה אופקית סובבת במהירות זוויתית קבועה ω_0 . מוט אופקי חסר מסה באורך L מחובר בקצהו האחד לצייר אופקי A הסובב במהירות זוויתית קבועה ω_1 . ידוע כי $\omega_1 > \omega_0$. סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה m ורדיוס R . הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על הטבלה.

יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך בין הדיסקות. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן. שים לב למבנה הצייר ב-A.

תשובות סופיות:

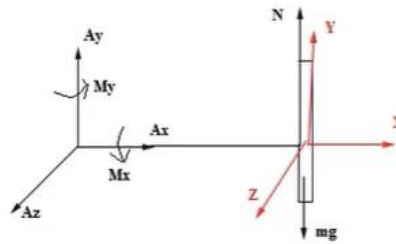
$$\text{1) } \vec{H} = \frac{1}{2} m R \omega_1^2 L \hat{k} \quad \text{כך.}$$

שרטט:



$$\text{2) } \vec{H} = \frac{1}{2} m R L (\omega_1^2 - \omega_0 \omega_1) \hat{k}$$

שרטוט:



דינמיקה

פרק 10 - רקע מתמטי

תוכן העניינים

1. משוואות דיפרנציאליות (ללא ספר)