גלים 90929

תוכן העניינים

גלים 90929

פרק 1 - מבוא לגלים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים – מערכת של שתי מסות

שאלות

1) מסה מחוברת למסה שמחוברת לתקרה

מסה m מחוברת לתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע 2k . מסה m נוספת מחוברת למסה הראשונה באמצעות קפיץ אנכי נוסף בעל קבוע k . המסות זזות רק בציר האנכי.

א. הסבירו מדוע ניתן להתעלם מכוח הכובד בבעיה זאת, כאשר אנו באים למצוא את התדירויות העצמיות ואת אופני התנודה.

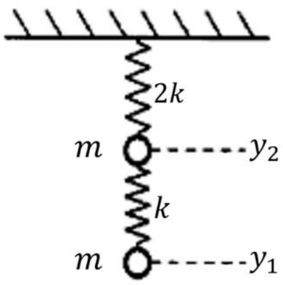
ב. כתבו את מערכת המשוואות בצורה מטריציונית ומצאו את התדירויות העצמיות.

ג. מצאו את אופני התנודה, ותארו אותם.

ד. בזמן $t=0$ נותנים מכה קטנה למסה התחתונה, כך שהיא מקבלת מהירות התחלתית v_0.

מצאו את תנועת המסות כתלות זמן.

רמז : במקרה זה יהיה יותר פשוט לפרוש את תנאֵי ההתחלה כאשר הפתרון רשום באמצעות סכום של סינוסים וקוסינוסים.



תשובות סופיות

1) א. כוח הכובד הוא כוח קבוע. כוחות קבועים מתבטלים על ידי תוספת קבועה של מתיחה לקפיץ. לכן, כוחות קבועים משנים רק את נקודת שיווי המשקל ואינם משפיעים על התדירויות או על אופני התנודה.

ב. $w_{1,2}=\pm\sqrt{2+\sqrt{2}}w_0,\ \ w_{3,4}=\pm\sqrt{2-\sqrt{2}}w_0$

ג. $v_1=\begin{pmatrix}1\\-2.41\end{pmatrix},\ v_2=\begin{pmatrix}1\\0.41\end{pmatrix}$

ד. $\begin{pmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.63\\-1.52\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}w_0t\right)+\begin{pmatrix}0.9\\0.37\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}t\right)$

$w_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$

גלים 90929

פרק 2 - אנליזת פורייה

תוכן העניינים

אנליזת פורייה

טורי פורייה

רקע

$$f(x)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)+B_n\sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)\right]$$

כאשר L הוא המחזור של הפונקציה (אפשרי גם שהמחזור של הפונקציה יהיה קטן מ L אבל לא גדול ממנו).

הפונקציה צריכה להיות מחזורית ובמרחב L_2 .

$$A_0=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)dx$$

$$A_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx$$

$$B_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx$$

מכפלה פנימית

$$\int_0^L f(x)g(x)dx$$

פונקציות אורתוגונליות

$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\cos\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)dx=0$$

$$\int_0^L \cos\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\cos\left(\frac{2\pi mx}{L}\right)dx=\frac{L}{2}\delta_{nm}$$

$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\sin\left(\frac{2\pi mx}{L}\right)dx=\frac{L}{2}\delta_{nm}$$

אפשר לתאר באמצעות אותן נוסחאות של טור פורייה גם קטע מתוך פונקציה שאינה מחזורית או פונקציה המוגבלת לתחום מסוים. צריך לזכור שהטור מתאר רק את הקטע המסוים ובשאר המרחב הוא מתאר שכפול של הקטע ולא את הפונקציה המקורית.

טור סינוסים וקוסינוסים לתיאור פונקציה בקטע סופי

$$f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}B_n\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$$

$$B_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx$$

$$f(x)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$$

$$A_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx$$

טור אקספוננטים:

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{i\frac{2\pi n}{L}x}$$

$$C_0=\frac{1}{L}\int_0^L f(x)dx$$

$$C_n=\frac{1}{L}\int_0^L f(x)e^{-i\frac{2\pi n}{L}x}dx$$

הקשר בין המקדמים בטור אקספוננטים לטור סינוסים וקוסינוסים:

$B_n=i\left(C_n-C_{-n}\right)$	$A_n=C_n+C_{-n}$
$C_{-n}=\frac{1}{2}\left(B_n+iA_n\right)$	$C_n=\frac{1}{2}\left(B_n-iA_n\right)$

$$\frac{A_0}{2}=C_0$$

תופעת גיבס:

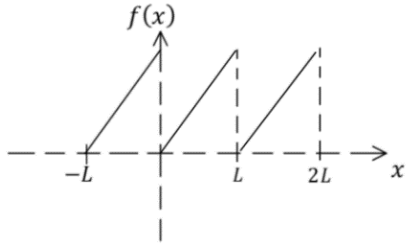
- קרוב לנקודת האי רציפות של הפונקציה המקורית. נראה תנודתיות בפונקציה המתוארת על ידי הטור. תנודתיות זו הולכת וקטנה ככל שמספר האיברים בטור גדל והיא נעלמת לגמרי עבור אינסוף איברים.
- בנקודת אי הרציפות אנחנו נראה סטייה של 0.9% מערך הקפיצה בפונקציה, סטייה זו היא קבועה ואינה קטנה ככל שמגדילים את מספר האיברים (החל ממספר איברים מסוים)

שאלות

1) דוגמה - פונקציית מסור

מצאו את טור פורייה עבור פונקציית מסור:

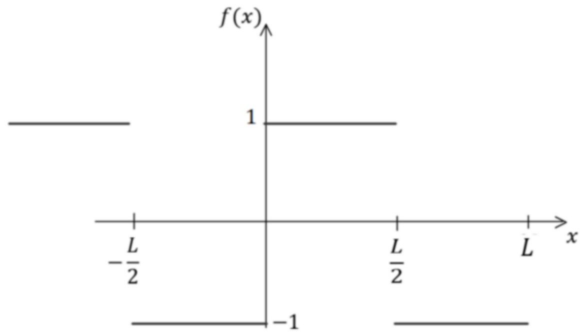
$f(x) = Ax$ כאשר $0 \le x < L$ ובעלת מחזור L. A קבוע נתון.



2) דוגמה - פונקציית סימן

מצאו את המקדמים של טור פורייה של הפונקציה $f(x)$ השווה לפונקציית סימן $sign(x)$, בתחום $-\frac{L}{2} \le x \le \frac{L}{2}$ ובעלת מחזור L. ציירו באמצעות מחשב את המקרה של $N = 1$, $N = 3$, $N = 10$ ו- $N = 50$ עבור $L = 1$

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & x \ge 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$



3) תרגיל - פונקציית משולש

נתונה פונקציית משולש

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{L}{2} \\ L - x, & \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$$

המוגדרת בתחום $0 \le x \le L$

א. כתבו את הפונקציה כטור פורייה של קוסינוסים וסינוסים.

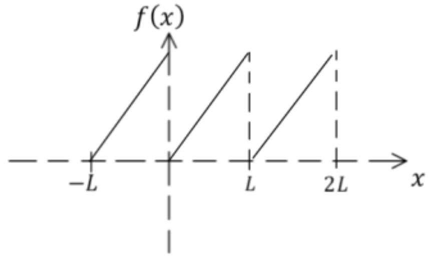
ב. כתבו את הפונקציה כטור סינוסים.

ג. כתבו את הפונקציה כטור קוסינוסים.

ד. הראו כי התוצאה של סעיף ג' מתלכדת עם התוצאה של סעיף א' והסבירו מדוע.

4) תרגיל - פונקציית מסור עם אקספוננטים

א. מצאו את טור אקספוננטים עבור פונקצית המסור מהדוגמה בתחילת הפרק: $f(x) = Ax$ כאשר $0 \le x < L$ ובעלת מחזור L. A קבוע נתון.



ב. מצאו את המקדמים של טור סינוסים וקוסינוסים באמצעות המקדמים שמצאתם בסעיף א׳ והראו שהתשובה זהה לתשובה שקיבלנו בדוגמה של תחילת בפרק.

5) תרגיל - פונקציה לינארית בתחומים שונים

מצאו את טור פורייה של הפונקציה $f(x) = x$ בתחומים הבאים:

א. $[0,2\pi]$

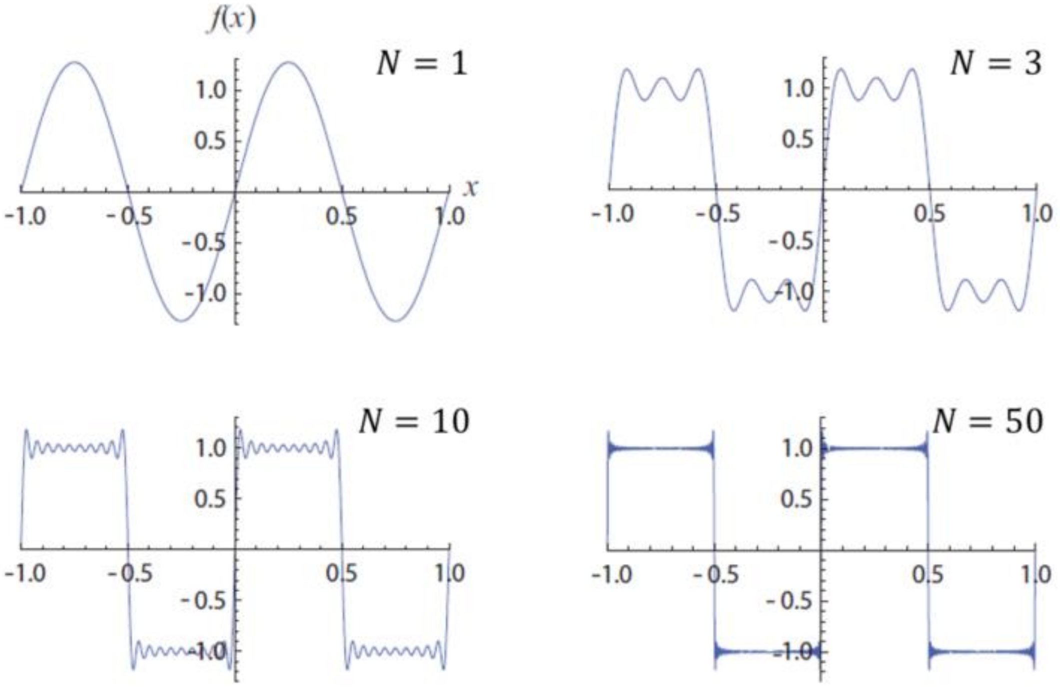
ב. $[-\pi,\pi]$

ג. $[0,4\pi]$

תשובות סופיות

1) $f(x)=\dfrac{AL}{2}+\sum\limits_{n=n}^{\infty}-\dfrac{AL}{\pi n}\sin\left(\dfrac{2\pi n}{L}x\right)$

2) $A_n=0$ לכל n ; $B_n=\begin{cases}\dfrac{4}{\pi n} & n\text{ odd}\\ 0 & n\text{ even}\end{cases}$.



3) א. $f(x)=\dfrac{L}{4}-\sum\limits_{n=1,\text{ odd}}^{\infty}\dfrac{2L}{\pi^2 n^2}\cos\left(\dfrac{2\pi n}{L}x\right)$

ב. $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4L}{\pi^2 n^2}\sin\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\pi n}{L}x\right)$

ג. $f(x)=\dfrac{L}{4}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2L}{\pi^2 n^2}\left(2\cos\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)-1-(-1)^n\right)\cos\left(\dfrac{\pi n}{L}x\right)$

ד. כי שכפול הפונקציה על מחזור L נותן פונקציה זוגית.

4) א. $f(x)=\dfrac{AL}{2}+\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\dfrac{iLA}{2\pi n}e^{i\frac{2\pi n}{L}x}$

ב. $A_0=AL,\ A_n=0,\ B_n=-\dfrac{LA}{\pi n}$

5) א. $f(x)=\pi-\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n}\sin(nx)$

ב. $f(x)=-\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n}(-1)^n\sin(nx)$

ג. $f(x)=2\pi-\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4}{n}\sin\left(\dfrac{n}{2}x\right)$

התמרת (טרנספורם) פורייה

<u>רקע</u>

התמרת (טרנספורם) פורייה

$$F(k)=FT[f(x)]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}\,dx$$

התמרה הפוכה

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{ikx}\,dx$$

<u>תכונות</u>:

1. לינאריות : $FT[\alpha f(x)+\beta g(x)]=\alpha FT[f(x)]+\beta FT[g(x)]$

אם $\int_{-\infty}^{\infty}|f(x)|\,dx\neq\infty$ אז $f(x)\in G$

- אם $f(x)\in G$ אז $F(k)$ רציפה
- אם $f(x)\in G$ אז $\lim_{k\to\pm\infty}F(k)=0$ רימן, - לבג
- אם $f(x)$ זוגית אז $F(k)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}f(x)\cos(kx)\,dx$
- אם $f(x)$ אי-זוגית אז $F(k)=-\frac{i}{\pi}\int_0^{\infty}f(x)\sin(kx)\,dx$
- אם $f(x)$ ממשית אז $\overline{F(k)}=F(-k)$

<u>התמרות של פונקציות מיוחדות</u>:

גאוסיאן

$$FT\left[Ae^{-\alpha x^2}\right]=\frac{Ae^{-\frac{k^2}{4\alpha}}}{2\sqrt{\pi\alpha}}$$

אקספוננט

$$FT\left[Ae^{-\alpha|x|}\right]=\frac{\alpha A}{\pi(\alpha^2+k^2)}$$

לורנציאן

$$FT\left[\frac{\alpha}{\alpha^2+x^2}\right]=\frac{1}{2}e^{-\alpha|k|}$$

פונקציית דלתא

$$FT[\delta(x)]=\frac{1}{2\pi}$$

קבוע

$$FT[1]=\delta(k)$$

<u>נוסחת הכפל באקספוננט , קוסינוס או סינוס (מודולציה) :</u>

$$FT\left[f(x)e^{iCx}\right]=F(k-C)$$

$$FT[f(x)\cos{(Cx)}]=\frac{F(k-C)+F(k+C)}{2}$$

$$FT[f(x)\sin{(Cx)}]=\frac{F(k-C)-F(k+C)}{2i}$$

<u>נוסחת הכיווץ והזזה :</u>

$$FT[f(ax+b)]=\frac{1}{|a|}e^{i\frac{kb}{a}}F\left(\frac{k}{a}\right)$$

<u>נוסחת הנגזרת :</u>

אם $f(x),f'(x)\in G$ ו - $\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=0$ אז:

$$FT\left[f'(x)\right]=ikF(k)$$

<u>נוסחת המומנט :</u>

אם $xf(x)\in G$ אז $F(k)$ גזירה ברציפות ו - $FT[xf(x)]=i\frac{d}{dk}F(k)$

שאלות

1) דוגמה - אקספוננט עם פונקציית טטה

חשבו את התמרת פורייה של הפונקציה:

$f(x) = Ae^{-ax}\theta(x)$

כאשר $\theta(x)$ היא פונקציית Heaviside המוגדרת לפי: $\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$

2) דוגמה - פונקציית חלון

חשבו את התמרת פורייה של פונקציית חלון המוגדרת לפי:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$$

3) דוגמה - חלון מורחב

חשבו את התמרת פורייה של פונקציית חלון מורחב המוגדרת לפי:

$f(x) = \begin{cases} 1, & -\mathrm{r} \leq x \leq r \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$, כאשר $r > 0$.

4) תרגיל - נגזרת של לורנציאן

השתמשו בנוסחת הנגזרת ומצאו את התמרת פוריה של הפונקציה

$f(x) = \frac{x}{(x^2+\alpha^2)^2}$.

5) תרגיל - חלון כפול איקס

השתמשו בנוסחת המומנט וחשבו את התמרת פורייה של הפונקציה :

$f(x) = \begin{cases} \mathrm{x}, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$.

6) תרגיל - גאוסיאן כפול איקס בריבוע

מצאו את התמרת פורייה של הפונקציה $f(x) = x^2\mathrm{e}^{-\alpha x^2}$.

7) תרגיל - משוואה עם נגזרת ראשונה

פתרו את המשוואה הבאה $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}q(t) + bq(t) = f_0\mathrm{e}^{-at}\theta(t)$.

כלומר מצאו את $q(t)$ באופן מפורש עבור $a, b > 0$.

רמז: מצאו את הפירוק לשברים חלקיים לפי הדרך הבאה

$$\frac{1}{(x+b)(x+a)} = \frac{A}{x+b} + \frac{B}{x+a}$$

תשובות סופיות

1) $\dfrac{A}{2\pi\left(a+ik\right)}$

2) $\dfrac{1}{\pi}\sin c\left(k\right)$

3) $\dfrac{\sin\left(rk\right)}{\pi k}$

4) $\dfrac{-ik}{4\alpha}e^{-\alpha(k)}$

5) $\dfrac{i}{\pi}\left(\dfrac{k\cos k-1\cdot\sin k}{k^2}\right)$

6) $\dfrac{e^{-\frac{k^2}{4\alpha}}}{4\sqrt{\pi\alpha^3}}\left(1-\dfrac{k^2}{2\alpha}\right)$

7) $q\left(t\right)=\dfrac{1}{b-a}f_0\left(e^{-at}-e^{-bt}\right)\theta\left(t\right)+Ce^{-bt}$

גלים 90929

פרק 3 - גלים רוחביים במיתר

תוכן העניינים

גלים רוחביים במיתר

משוואת הגלים במיתר

משוואת הגלים היא $\frac{\rho}{T}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$, כאשר

T – המתיחות במיתר

ρ – צפיפות המסה ליחידת אורך

ψ – פונקציית הגל, מתארת את התנועה הרוחבית של כל חתיכה במיתר.

מהירות הגל היא $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$.

פתרון המשוואה:

$$\psi(x,t) = A\cos(kx - \omega t) + B\sin(kx - \omega t) + C\cos(kx + \omega t) + D\sin(kx + \omega t)$$

יחס הדיספרסיה: $\omega = v \cdot k$.

אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזהויות טריגונומטריות)

$$\psi(x,t) = A_1\cos(kx - \omega t + \phi_1) + A_2\cos(kx - \omega t + \phi_2) =$$
$$B_1\cos k\,x\cos\omega\,t + B_2\cos k\,x\sin\omega\,t + B_3\sin k\,x\cos\omega\,t + B_4\sin k\,x\sin\omega\,t =$$
$$C_1\cos k\,x\cos(\omega t + \phi_1) + C_2\sin k\,x\cos(\omega t + \phi_2)$$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

פתרון במספרים מרוכבים(העשרה בלבד)

$$\psi(x,t) = A_1e^{i(kx+\omega t)} + A_2e^{i(kx-\omega t)} + A_3e^{-i(kx+\omega t)} + A_4e^{-i(kx-\omega t)}$$

אם הפונקציה ממשית, אז $A_3 = A_1^*$ ו-$A_4 = A_2^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{-i(kx+\omega t)}$$

שאלות

1) **תרגיל – סטודנטית מודדת את כוח הכובד**

סטודנטית רוצה למדוד את תאוצת כוח הכבידה (g) המקומי, הסטודנטית תולה חוט אנכי ומחברת אליו משקולת בעלת מסה $M = 2\text{kg}$.

נתון שלחבל יש מסה של $m = 5\text{gr}$ (ניתן להניח התפלגות אחידה) ואורך של $l = 1.2m$. הסטודנטית שולחת מספר פולסים לאורך החבל ומודדת שהזמן הממוצע שלוקח לפולס להגיע מקצה לקצה הוא $t = 17.5\text{ms}$ (מילי שניות).

חשבו את g (ניתן להזניח את משקל החוט ולהשתמש רק במשקל המשקולת, כאשר מחשבים את המתיחות בו).

2) **תרגיל - גל קוסינוס מעורר במיתר**

צפיפות המסה הקווית במיתר היא $1.2 \times 10^{-4}\,\frac{\text{kg}}{m}$, במיתר מעורר גל מהצורה: $\psi(x,t) = 0.005\,cos(3x - 90t)$.

חשבו את מהירות הגלים במיתר, את המתיחות ואת המהירות המקסימלית בכיוון רוחבי של נקודה כלשהיא במיתר. הניחו יחידות סטנדרטיות.

3) **תרגיל - גל סינוס מתקדם במיתר**

נתון גל סינוס המתקדם במיתר.

א. כתבו פונקציה שתתאר גל סינוס הנע על מיתר בכיוון החיובי של ציר ה-x, בעל זמן מחזור של 5 שניות, מהירות של 20 מטר לשנייה ואמפליטודה של 6 מילימטר.

ב. רשמו ביטוי לתאוצה של כל אלמנט מסה במיתר.

ג. איפה נמצאים אלמנטי המסה במיתר בעלי התאוצה הגדולה ביותר (בערך מוחלט) בזמן $t = 3sec$?

ד. עבור אילו זמנים התאוצה של אלמנט המסה בנקודה $x = 2\text{cm}$ היא הנמוכה ביותר (בערך מוחלט)?

ה. מקטינים את התדירות f של הגל, תארו כיצד ישתנו מהירות אלמנט מסה במיתר, מהירות הגל ואורך הגל?

4) תרגיל – פונקציה ריבועית

נתונה פונקציה $y(x,t) = 32x^2 + 128t^2$. הניחו יחידות סטנדרטיות.

א. הראו שפונקציה זו היא פתרון של משוואת הגלים במיתר.
הדרכה: נסו לרשום את הפונקציה כצירוף של פונקציות, אשר כל אחת מהן מתארת גל במיתר.

ב. מהי מהירות הגלים במיתר זה.

ג. נתון שצפיפות המסה ליחידת אורל של המיתר היא $0.03\,\frac{\text{kg}}{m}$ חשבו את מתיחותו.

ד. האם הפונקציה $\sqrt{32x^2 + 128t^2}$ היא גם פתרון של משוואת הגלים?

5) תרגיל – מיתר בתווך צמיג *

מיתר בעל מתיחות T וצפיפות ρ נמצא בתוך תווך צמיג, כך שכוח החיכוך שפועל על אלמנט אורך dx , הוא $F = -bdx\frac{\partial\Psi}{\partial t}$ כאשר b פרמטר נתון.

א. מצאו משוואה המתארת תנודות קטנות של המיתר (משוואת הגלים).

ב. מצאו את אופני התנודה של המערכת, כלומר פתרונות בהם בכל נקודה x תהיה אותה תלות זמנית. הניחו ריסון חלש.
הדרכה: הציבו פתרון מופרד משתנים $\Psi(x,t) = X(x)f(t)$ זהו כי המשוואה עבור $f(t)$ היא משוואה של מתנד הרמוני מרוסן, מהו Γ במקרה הזה?

ג. נתון שבזמן $t = 0$ צורת המיתר היא $\Psi(x,t=0) = a\cos(k_0 x)$ ושהמהירות ההתחלתית היא אפס. מצאו את צורת המיתר בזמן $t > 0$.

תשובות סופיות

1) $9.8\frac{m}{s}$

2) $30\frac{m}{s};0.102N;0.45\frac{m}{s}$

3) א. $y(x,t)=0.006_m \sin\left(\frac{\pi}{50}x-\frac{2\pi}{5}t\right)$ ב. $a(x,t)=0.00096\pi^2 \sin\left(\frac{\pi}{50}x-\frac{2\pi}{5}t\right)$

ג. $x=85_m+50n$, כאשר n מספר שלם בין מינוס אינסוף לאינסוף.

ד. $t=0.001_s-2.5_s n$

ה. מהירות אלמנט מסה במיתר קטנה, מהירות הגל לא משתנה ואורך הגל גדל.

4) א. $y(x,t)=(4x+8t)^2+(4x-8t)^2$ ב. $2\frac{m}{s}$ ג. $0.12N$ ד. לא.

5) א. $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{b}{T}\frac{\partial\psi}{2t}+\frac{\rho}{T}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$

ב. $\psi(x,t)=[A\cos(kx)+B\sin(kx)]e^{-\frac{\Gamma}{2}t}[\cos(\omega t)\,2C\sin(\omega t)]$, כאשר $\Gamma=\frac{b}{\rho}$.

ג. $\psi(x,t)=a\cos(k_0x)\,e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left[\cos(\omega t)\frac{\Gamma}{2\omega}\sin(\omega t)\right]$, כאשר $\omega=\sqrt{\frac{k_0^2T}{\rho}-\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$.

גלים 90929

פרק 4 - קווי תמסורת

תוכן העניינים

קווי תמסורת ללא הפסדים

רקע

הקשרים בין המתח לזרם (בקו ללא הפסדים):

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial V}{\partial t} \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial I}{\partial t}$$

משוואות הגלים:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

כאשר C_0 ו- L_0 הם הקיבול וההשראות ליחידת אורך.

עכבה

עכבה כללית מוגדרת לפי: $Z = \frac{V}{I}$ והיא יכולה להיות תלויה במיקום

עכבה אופיינית:

$$\frac{V^+(x,t)}{I^+(x,t)} = -\frac{V^-(x,t)}{I^-(x,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

לא תלויה במיקום (בדר"כ כשנתונה העכבה הכוונה לעכבה אופיינית).

החזרה והעברה

$$V^-(x_0,\mathrm{t}) = -rV^+(x_0,\mathrm{t}) \qquad I^-(x_0,\mathrm{t}) = rI^+(x_0,\mathrm{t})$$

$$r = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_L + Z_0}$$

$$V_L^+(x_0,\mathrm{t}) = tV^+(x_0,\mathrm{t}) \qquad I_L^+(x_0,\mathrm{t}) = tI^+(x_0,\mathrm{t})$$

$$t = \frac{2Z_0}{Z_L + Z_0}$$

הערה: הנוסחאות הן בהנחה שאין גל חוזר בעומס.

כאשר יש קצר בקצה בקו, $Z_L = 0$, מקבלים גל עומד.

שאלות

1) עכבת כניסה

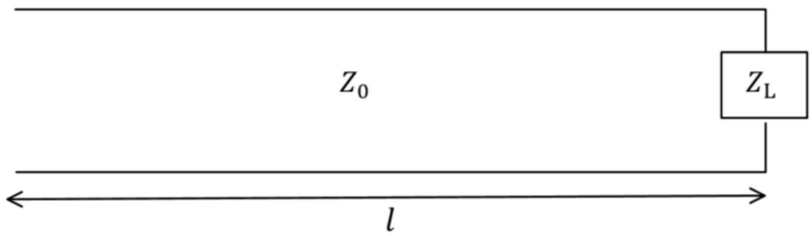
קו תמסורת באורך l ועכבה אופיינית Z_0 מחובר בקצה לעומס בעל עכבה אופיינית Z_L. הניחו כי אין גל חוזר בעומס וכי אמפליטודת הגל המתקדם בכיוון החיובי ידועה.

א. רשמו את פונקציות המתח והזרם של הגל הפוגע והגל החוזר אם ראשית הצירים נמצאת בנקודת החיבור עם העומס.

ב. חזרו על סעיף א אם הראשית בתחילת הקו.

ג. חשבו עבור סעיפים א' ו- ב' את העכבה בתחילת הקו, עכבה זו נקראת עכבת הכניסה Z_{in} .

ד. חשבו עבור סעיף ב את העכבה בדיוק באמצע הקו.



2) גל בכבל קואקסיאלי פוגע בצומת

נתון קו תמסורת חשמלי המורכב מכבל קואקסיאלי ארוך מאוד שבו צומת כך שהעכבות האופייניות משני צידי הצומת הן Z_1 ו- Z_2.

לצומת מגיע גל הרמוני. נתונים האמפליטודה, התדירות ואורך הגל של גל הזרם המגיע לצומת: $\omega, \lambda_1 I_0^+$.

על סמך הנתונים הנ"ל:

א. האם ניתן לחשב את אמפליטודת גל הזרם העובר והחוזר?

ב. האם ניתן לחשב את אמפליטודות של שלושת גלי המתח?

ג. האם ניתן לחשב את אורך הגל של הגל החוזר ואת אורך הגל של הגל העובר?

ד. האם ניתן לחשב את ההספק של כל אחד מהגלים?

3) קו תמסורת פתוח עם תנאי התחלה

נתון קו תמסורת בעל השראות ליחידת אורך של: $0.03n\,H/m$
וקיבוליות ליחידת אורך של: $4\,\mu F/m$. אורך הקו הוא: $l = 400m$
והוא פתוח משני קצוותיו.
ברגע: $t = 0$ המתח בקו מתאפס והזרם הוא:

$$I(x) = \begin{cases} I_0 \dfrac{x}{l} & , \; 0 \le x \le l/2 \\ 0 & , \; l/2 \le x \le l \end{cases}$$

כאשר: $I_0 = 20A$.

א. מהי מהירות הגלים בקו? האם הקו נמצא בריק?
ב. בקירוב של שתי הרמוניות ראשונות, חשבו את הזרם ב- $t = 3\mu s$ כתלות ב- x.
ג. מהו המתח באותו זמן בקצוות ובמרכז הקו?

4) קו תמסורת אינסופי עם תנאי התחלה

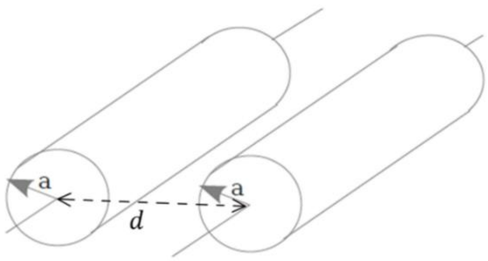
קו תמסורת עשוי מכבל קואקסיאלי אינסופי בעל עכבה אופיינית של 25Ω וקיבול ליחידת אורך של: $C_0 = 0.2\,nF/m$.

א. חשבו את מהירות הגלים והקבוע הדיאלקטרי היחסי ε_r.
ניתן להניח: $\mu_r = 1$.
ב. נתון כי: $V(x,t=0) = \frac{aV_0 x}{x^2+a^2}$ וכי: $I(x,t=0) = 0$
כאשר: V_0 , a נתונים.
חשבו את גלי המתח והזרם כתלות במיקום ובזמן.
ג. מהי האנרגיה הכוללת החולפת ב- $x = 50\text{m}$ מ- $t = 0$ ועד $t = 1\text{ms}$.
מספיק לרשום את האינטגרל אין צורך לפתור אותו.

5) חישוב השראות וקיבול בכבלים מקבילים

נתון קוו תמסורת העשוי משני כבלים ארוכים מאוד בעלי רדיוס a ומרחק d בין מרכזיהם. הניחו ש- $d >> a$ וכי התפלגות המטען על הכבלים היא אחידה ביחס לסיבוב הכבל.

א. מהו הקיבול ליחידת אורך של הכבלים?
ב. מהי ההשראות ליחידת אורך של הכבלים?



6) חישוב השראות וקיבול בכבל קואקסיאלי

כבל קואקסיאלי ארוך מאוד עשוי ממעטפת גלילית ברדיוס a ומעטפת חיצונית ברדיוס b וריק בינהם.

א. מהו הקיבול ליחידת אורך של הכבל?

ב. מהי ההשראות ליחידת אורך של הכבל?

ג. מהי מהירות הגלים בכבל?

תשובות סופיות

1) א. $V^{+}(x)=V_0^{+}e^{ikx}$, $V^{-}(x)=-rV_0^{+}e^{-ikx}$, $I^{+}(x)=\frac{V_0^{+}}{Z_0}e^{ikx}$, $I^{-}(x)=r\frac{V_0^{+}}{Z_0}e^{-ikx}$

ב. $V^{+}(x)=V_0^{+}e^{ikx}$, $V^{-}(x)=-rV_0^{+}e^{2ikl}e^{-ikx}$, $I^{+}(x)=\frac{V_0^{+}}{Z}e^{ikx}$, $I^{-}(x)=r\frac{V_0^{+}}{Z_0}e^{2ikl}e^{-ikx}$

ג. בשני המקרים: $Z_{in}=Z_0\frac{1-re^{2ikl}}{1+re^{2ikl}}$

ד. $Z_0\frac{1-re^{ikl}}{1+re^{ikl}}$

2) א. כן. ב. כן.

ג. אורך הגל החוזר זהה לאורך הגל הפוגע, אין מספיק נתונים לחשב את אורך הגל העובר.

ד. אין מספיק נתונים לחשב את אורך הגל העובר.

3) א. $9.13\cdot10^{9}\frac{m}{\sec}$ ב. $3.39_{A}\sin\left(\frac{\pi}{400}x\right)-2.91\sin\left(\frac{2\pi}{400}x\right)$

ג. $V(0,3\mu s)=-0.13V$, $V(l,3\mu s)=1.73V$, $V\left(\frac{l}{2},3\mu s\right)=0.798V$

4) א. $\varepsilon_r=2.25$, $V=2\cdot10^{8}\frac{m}{\sec}$

ב. $V(x,t)=\frac{1}{2}\left[\frac{aV_0(x-Vt)}{(x-Vt)^2+a^2}+\frac{aV_0(x+Vt)}{(x+Vt)^2+a^2}\right]$,

$$I(x,t)=\frac{aV_0}{2VL_0}\left[\frac{x-Vt}{(x-Vt)^2+a^2}-\frac{x+Vt}{(x+Vt)^2+a^2}\right]$$

ג. $\Delta E=\int_0^{0.001}V(50,t)I(50,t)\,dt$

5) א. $\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\left|\frac{d-a}{a}\right|}$ ב. $\frac{\mu_0}{\pi}\ln\left|\frac{d-a}{a}\right|$

6) א. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ ג. מהירות האור.

גלים 90929

פרק 5 - גלים אורכיים-גלי קול

תוכן העניינים

גלי קול בצינור

רקע

גל אורכי - תנועת המולקולות היא בכיוון ההתקדמות של הגל

$\psi\,(x,t)$ -פונקציית ההעתק של מולקולות הגז משיווי משקל. x מציין את מיקום המולוקולות בשיווי מישקל ולא את המיקום שלהן כתלות בזמן.

$\psi_p(x,t)$ -פונקציית הלחץ העודף access pressure

$\Delta\rho(x,t)$ -פונקציית השינוי בצפיפות

נקודת צומת בפונקציית ההעתק היא נקודת טבור בפונקציות הצפיפות והלחץ ולהפך

נוסחה מתרמו לקשר בין לחץ ונפח עבור גז אידיאלי בתהליך אדיאבטי:

$$PV^{\gamma} = const$$

הקשר בין פונקציית ההעתק לפונקציית הלחץ:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0}\psi_p$$

P_0 - הלחץ בשיווי משקל

γ - קבוע הקשור לסוג הגז מתוך משוואת הגז בתהליך אדיאבטי

מקדם האלסטיות של הגז

מקדם האלסטיות של הגז

$$B_a = \gamma P_0$$

משוואת הגלים:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

מהירות הגלים - מהירות הקול (לפעמים גם כתובה באות c):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

באוויר בתנאים סטנדרטיים: $v \approx 340\, {}^{m}/_{s}$

אותה המשוואה מתקיימת גם עבור ψ_p ו- $\Delta\rho$

הקשר בין הצפיפות לפונקציית ההעתק:

$$\Delta\rho = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

עכבה של גל קול מישורי ליחידת שטח:

$$\frac{Z}{A} = \rho_0 v$$

ρ_0 - צפיפות המסה בשיווי משקל

A - שטח החתך של הצינור

v - מהירות הקול בחומר

האנרגיה הכוללת ליחידת אורך:

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2} A\rho_0 \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 \right] = A\rho_0 \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד

אנרגיה פוטנציאלית וקינטית ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{k_{dx}} = \frac{1}{4}\rho_0 A\omega^2 \psi_{max}^2$$

אנרגיה כוללת ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho_0 A\omega^2 \psi_{max}^2$$

ψ_{max} - האמפליטודה של פונקציית ההעתק - קבוע

ω - התדירות הזוויתית

הספק של גל קול נע (כמה אנרגיה עוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$P(x,t) = \pm v\varepsilon(x,t)$$

כאשר הפלוס/מינוס הם עבור גל שנע בכיוון החיובי/שלילי בהתאמה
(לא לבלבל עם P של לחץ)

עוצמה של הגל (ההספק ליחידת שטח):

$$I(x,t) = \frac{|P(x,t)|}{A} = v\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2}v\rho_0\omega^2\psi_{max}^2$$

מדידת עוצמה בסולם לוגריתמי:

$$I_a = I_0 \cdot 10^a$$

a - היא העוצמה ב B (בל)

$$I_0 = 10^{-12}\,\frac{w}{m^2}$$

$1B = 10\,dB$ (dB זה דציבל)

עוצמה בגל כדורי:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

תנאי שפה בצינור:

- קצה סגור $\psi = 0$ (כמו קצה קשור במיתר)
- קצה פתוח $\frac{\partial\psi}{\partial x} = 0 \Rightarrow \psi_P = 0$ (כמו קצה חופשי במיתר)

שאלות

1) **שעון מעורר בחלל**
אסטרונאוט הנמצא במעבורת חלל יצא מהמעבורת לבצע תיקון חיצוני.
האסטרונאוט לקח איתו שעון מעורר וכיוון אותו לצלצל בשעה שבע בערב כך שיספיק לחזור לארוחת הערב בתוך המעבורת. האסטרונאוט הניח את השעון לידו בזמן שהוא מבצע את התיקון. האם האסטרונאוט ישמע את השעון מצלצל?
רמז: בחלל אין אוויר.

2) **מצאו פונקציית גל מנתונים על צפיפות**
גל קול הרמוני נע בכיוון החיובי. האמפליטודה של השינוי בצפיפות האוויר של הגל היא $A_{\Delta\rho} = 24 \cdot 10^{-3}\, {kg}/{m^3}$. התדירות של הגל היא $500Hz$. נתון גם כי $\Delta\rho(0{,}0) = 0$, $\rho_0 = 1.2\, {kg}/{m^3}$ ו- $v = 340\, {m}/{s}$. מצאו מהי ההסטה משיווי משקל של מולקולות האוויר הנמצאות ב $x = 15cm$ בזמן $t = 0$.

3) **כמה אנרגיה עברה בשעה**
העוצמה של גל קול מישורי היא $I = 1.4\mu\, W/cm^2$. חיישן בעל שטח חתך $A = 3.6cm^2$ קולט את הגל. כמה אנרגיה קיבל החיישן כל שעה?

4) **פי כמה גדלה העוצמה עבור שינוי של דציבל אחד**
ראינו כי גידול של העוצמה ב 1B הוא גידול של פי 10 ביחידות של ${W}/{m^2}$. חשבו פי כמה גדלה העוצמה ביחידות של ${W}/{m^2}$ עבור גידול של 1dB.

5) **חישוב הפרעה בלחץ מעוצמה ממוצעת**
נתון גל קול מישורי בתדירות $12kHz$. העוצמה הממוצעת בזמן של הגל היא $\bar{I} = 2.5 \cdot 10^{-4}\, W/m^2$. הגל מתקדם בתווך בעל:

$$P_0 = 0.7 \cdot 10^4\, \mathrm{N/m^2}, \gamma = 1.48, \mathrm{v} = 340\mathrm{m/sec}$$

מצאו ביטוי לשינוי בלחץ כתלות במיקום ובזמן אם ידוע שהגל הוא גל סינוס.

6) **חישוב ירידה של העוצמה**

מקור מייצר גל קול כדורי. חיישן בעל שטח חתך של $0.2m^2$ ממוקם במרחק $r_1 =$ $0.8m$ מהמקור ומודד הספק של $P = 3mW$.

א. מהי העוצמה של הגל במרחק r_1 ?

ב. מהו ההספק של המקור?

ג. מה העוצמה של הגל במרחק $r_2 = 1.2m$?

ד. מה ההספק שימדוד החיישן במרחק r_2 ?

7) **חליל בצליל לה**

מה צריך להיות אורכו של חליל על מנת שהתנודה הבסיסית שלו תהיה הצליל לה -תדר $440Hz$? הניחו שמהירות הקול היא $340\ ^{m}/_{s}$ ושניתן להתייחס לחליל כצינור הפתוח בשני קצוותיו.

8) **כמה תדירויות נמצאות בתחום השמיעה**

צינור באורך של $1m$ מרעיש כאשר הרוח נושבת . מהירות הקול היא $340\ ^{m}/_{s}$

א. אם הצינור פתוח בשני קצוותיו , כמה מתוך ההרמוניות שלו נמצאות בתחום השמיעה ? $(20Hz - 20kHz)$

ב. ציירו את החלק המרחבי של ψ_p עבור שלושת ההרמוניות הראשונות במקרה שבו הצינור פתוח רק בצד אחד.

9) **רזולוציית מדידה של עטלף**

עטלפים משתמשים בגלי קול בשביל למפות את המרחב (בדומה ל״סונר״). נניח כי עטלף שולח גלי קול אל חפץ מסוים ומודד את מיקומו ביחס אליו על ידי מדידת הזמן שלוקח לגלי הקול לחזור אליו מהחפץ.

א. בהנחה שהעטלף והחפץ עומדים במקומם, מה צריכה להיות רזולוציית המדידה של העטלף, כלומר מהו הזמן הכי קצר שהוא צריך למדוד, על מנת לזהות חפץ הנמצא במרחק $40cm$ ממנו?

ב. בהנחה שגודל החפץ הכי קטן שהעטלף מסוגל לזהות הוא בסדר גודל של אורך הגל שהעטלף מייצר, מה יהיה התדר אותו צריך העטלף לייצר על מנת לזהות חפץ בגודל של $1cm$? הניחו כי מהירות הקול היא $340\ ^{m}/_{s}$

10) ערכי RMS

ערך RMS של פונקציה מחזורית בזמן בעלת זמן מחזור T מוגדר כ -

$$f_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} = \sqrt{\langle f^2 \rangle}$$

ההפרעה בלחץ בגל קול מישורי נתונה ביחידות פסקל לפי :

$$\psi_P(x,t) = 6 \cdot 10^{-6}\cos(kx - \omega t)$$

נתון גם ש :

$$P_0 = 0.8 \cdot 10^4\ N/m^2,\ \gamma = 1.4,\ v = 340m/\sec,\ \omega = 7000rad/\sec$$

א. מהו אורך הגל?

ב. מהו ערך ה RMS של התנודות בלחץ?

ג. מהו ערך ה RMS של המהירות החומרית בגל?

ד. מהו הערך הממוצע בזמן של צפיפות האנרגיה הנפחית $u = \frac{E}{V} = \frac{\varepsilon}{A}$?

ה. מהו ההספק הממוצע בזמן הנקלט בגלאי בעל שטח של $0.15m^2$ המאונך לכיוון התקדמות הגל?

11) גל קול כדורי וערכי RMS

מקור מייצר גל קול כדורי הרמוני בתדר $500Hz$. ערך ה RMS של הלחץ במרחק $r_1 = 30cm$ הוא $4\ N/m^2$. נתון גם ש : $P_0 = 10^5\ N/m^2,\ \gamma = 1.5,\ v = 330m/\sec$

א. מהו ערך ה RMS של הלחץ במרחק $r_2 = 15m$?

ב. מהו ערך ה RMS של פונקציית ההעתק באותו המיקום ?

ג. מהו הערך הממוצע בזמן של צפיפות האנרגיה הנפחית $u = \frac{E}{V} = \frac{\varepsilon}{A}$ באותו מיקום?

12) מוט ברזל מוחזק באמצע

נתון מוט ברזל באורך $L = 80cm$ ס״מ. מהירות הקול בברזל היא בערך $4910\ m/s$. מחזיקים את המוט במרכזו ונותנים לו מכה בנקודה הנמצאת באמצע בין נקודת האחיזה לקצה.

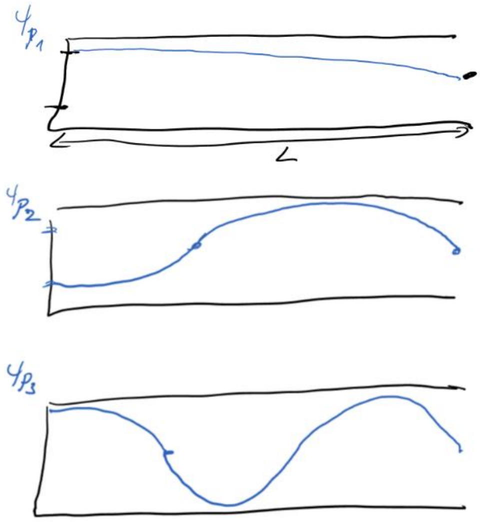
א. ציירו את הגל של תדירות הייסוד ושל ההרמוניה הראשונה וחשבו את התדירויות האלו.

ב. חזרו על סעיף א אם נקודת האחיזה הייתה במרחק $\frac{1}{4}L$ מהקצה.

ג. היכן יש להחזיק את המוט בשביל להשמיע את שני הרזוננסים הבאים?

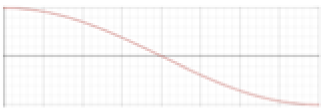
תשובות סופיות

1) לא
2) 0.3mm
3) 18,144J
4) 1.26 פי
5) $\psi_p(x,t) = 0.123\, sin(222x - 75.4 \times 10^3\, t)$
6) א. 15×10^{-3} W/m²t ב. 0.121 W ג. 6.67×10^{-3} W/m² ד. 1.33 mW
7) 0.39m
8) א. 117 ב.

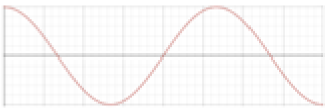


9) א. 2.35mm ב. 34KHz
10) א. 0.31 m
ב. 4.24×10^{-6} Pa
ג. 1.29×10^{-7} m/s
ד. 1.6×10^{-15} J/m²
ה. 8.18×10^{-14} W
11) א. 0.08 N/m²
ב. 5.6×10^{-8} m
ג. 4.3×10^{-8} J/m

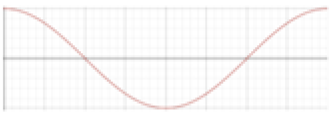
12) א. $f_1 = 3069Hz$



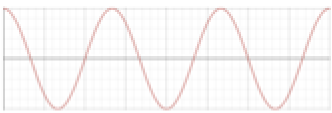
$f_2 = 9206Hz$



ב. $f_1 = 6138Hz$



$f_2 = 18{,}413Hz$



ג. עבור n=4, x=10cm ועבור n=5, x=8cm

אפקט דופלר

רקע

עבור מקור נע וצופה נייח:

$$f' = f_s \frac{1}{1-\frac{v_s}{v}}$$

f' - התדר המוסט.

v_s - מהירות המקור, חיובית עם כיוון התקדמות הגל.

f_s - תדירות המקור (התדירות שהצופה היה קולט אם המקור לא היה זז).

v - מהירות הגל.

עבור מקור וצופה נעים:

$$f_0 = f_s \frac{v+v_0}{v-v_s}$$

f_0 - התדר המוסט (התדר שקולט צופה שנע).

v_0 - מהירות הצופה, חיובית נגד כיוון התקדמות הגל.

גלי הלם:

$$\sin\theta = \frac{v}{v_s}$$

θ - חצי מזווית הראש של קונוס גל ההלם.

שאלות

1) מציאת המהירות של גוף בתנועה הרמונית

גוף קטן בעל מסה m נע בתנועה הרמונית. הגוף משדר גל קול באופן רציף. מודדים את התדירות המינימלית והמקסימלית של גלי הקול הנקלטים מהגוף. חשבו את האנרגיה הקינטית של הגוף באמצעות התדירויות. הניחו שהבעיה חד מימדית.

2) מקור נע בתאוצה*

מקור נע במהירות v_s לכיוון צופה נייח הנמצא במרחק L ופולט גלי קול בתדירות f_s (תדירות המקור). המקור מתחיל להאיץ בתאוצה קבועה a. מהי התדירות אותה ימדוד הצופה כתלות בזמן? ניתן להניח כי: $aT << v_s$ וכי הצופה תמיד רחוק מהמקור. שימו לב כי לגל לוקח זמן להגיע לצופה.

3) נמלה מטיילת על מיתר

במיתר אינסופי קיימת הפרעה מהצורה: $\psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$

כאשר אורך הגל ומהירות הגל הן: $\lambda=0.4\text{m}$, $v=\frac{7\text{m}}{\text{sec}}$.

נמלה מטיילת על המיתר במהירות $0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון הפוך לכיוון התקדמות הגל. כמה פעמים עולה ויורדת הנמלה כל שניה?

4) מדידת מהירות של צוללת

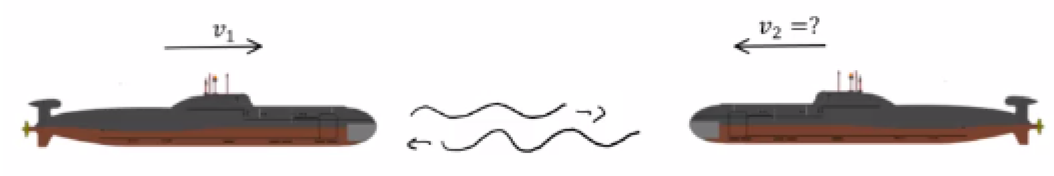
צוללת נעה במהירות: $v_1=\frac{19\text{m}}{\text{sec}}$ מזהה צוללת נוספת הנעה לכיוונה.

בצוללת יש סונר המייצר גלי קול בתדר קבוע: $f=1000\text{Hz}$.

גלי הקול פוגעים בצוללת השנייה וחוזרים לסונר. התדר של הגל המוחזר שמודד הסונר הוא: $f'=1060\text{Hz}$.

ידוע שמהירות הגלים במי ים היא: $v=1519\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

חשבו את מהירות הצוללת השנייה (ביחס לקרקע).



5) פעימות של גל המוחזר מפגיעה בקיר

אדם העומד הרחק מקיר מחזיק מקור שפולט צלילים בתדירות 280Hz.

האדם מתחיל לנוע לכיוון הקיר, עם המקור בידיו, במהירות $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

הניחו שמהירות הקול היא: $330\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מה תדירות הצליל אותה היה שומע מאזין הנמצא ליד הקיר במנוחה?

ב. אילו האדם שנע היה יכול להאזין רק לגל המוחזר מהקיר, מה תדירות הצליל שהוא היה שומע?

ג. נניח שעוצמת הגל המוחזר מהקיר זהה לזו של הגל הפוגע. מה התדר ששומע האדם שנע ומהי תדירות הפעימות של גל זה?

תשובות סופיות

1) $E_k = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}}\right)^2$

2) $f_s = \frac{1}{1 - \frac{v_s + a\left(t - \frac{L}{v}\right)}{v}}$

3) 18

4) $34.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

5) א. 283Hz ב. 285Hz

ג. תדירות הגל היא: 283Hz ותדירות הפעימות היא: 2.6Hz.