# ביומכניקה א מכניקה



# תוכן העניינים


1. הקדמה מתמטית לקורס ..... 1
2. מבוא ..... 7
3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר ..... 10
4. וקטורים ..... 30
5. נפילה חופשית וזריקה אנכית ..... 51
6. קינמטיקה - תנועה במישור ..... 59
7. תרגילים לחזרה עד לחלק זה ..... 61
8. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון) ..... 63
9. עבודה ואנרגיה ..... 96
10. תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל ..... 113
11. תנועה מעגלית ..... 120
12. מתקף ותנע- יש לוודא שהחומר נלמד בקורס ..... 132

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

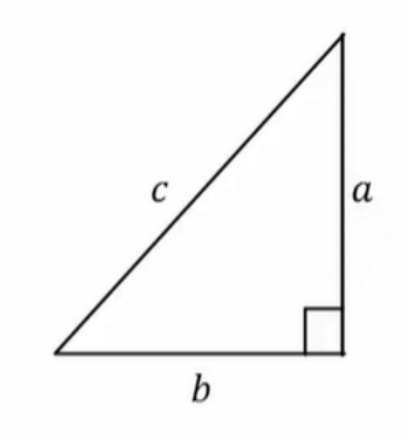
### תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות ..... 1
2. 1.משוואת הקו הישר ..... 5
3. 2.הפרבולה ..... 6

# פונקציות טריגונומטריות:

## רקע

**במשולש ישר זווית:**




$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

**משפט פיתגורס:**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**זהויות:**

| | |
|---|---|
| $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$ | $90^\circ-\alpha$ |
| $\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$ | $90^\circ+\alpha$ |
| $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$<br>$\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$ | $180^\circ-\alpha$ |
| $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$ | $-\alpha$ |
| $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$<br>$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ | $2\alpha$ |
| $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$<br>$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ | $\alpha\pm\beta$ |

**ערכים ששווה לזכור:**

| הזווית \הפונקציה | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

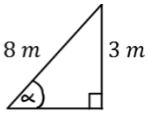
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| לא מוגדר | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 | $\tan\alpha$ |

## שאלות:

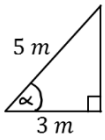
**1) חישוב אלפא**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

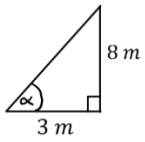
א.




ב.



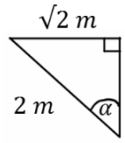

ג.



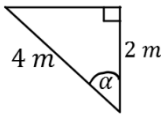

**2) משולשים שמסורטטים אחרת**

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

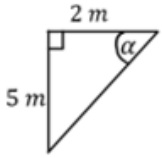
א.



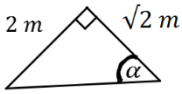

ב.




ג.



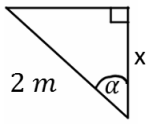

ד.




**3) מציאת ניצבים**

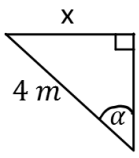
חשב את $x$ במקרים הבאים:

א.



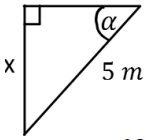

$\alpha = 30^0$

ב.



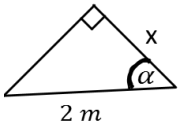

$\alpha = 45^0$

ג.




$\alpha = 60^0$

ד.




$\alpha = 40^0$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

**2)** א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

**3)** א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

# משוואת הקו הישר:

## רקע:

### משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

$m$ - שיפוע

$n$ - נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר $\alpha$ היא הזווית של הישר עם ציר ה- $x$.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

### מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

## שאלות:

**1) משוואת הישר משתי נקודות**

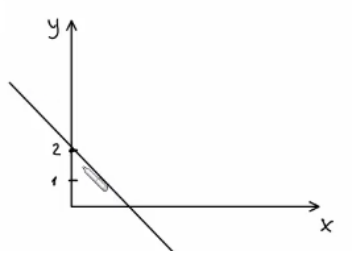
א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1,3),(4,-2)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $y = -x + 2$

ב.



# הפרבולה:

## רקע:

**משוואת הפרבולה:**

$$y = ax^2 + bx + c$$

**נוסחת השורשים:**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## שאלות:

**1)** נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

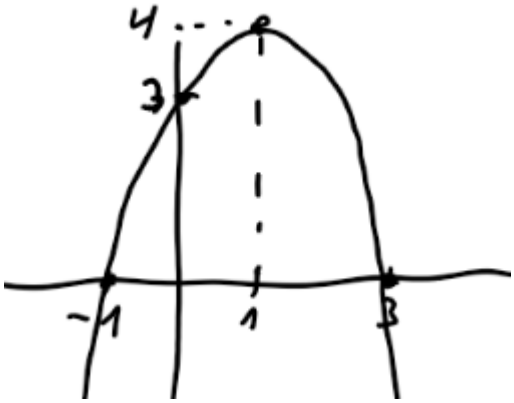
א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

## תשובות סופיות:

**1)** א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.



# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 2 - מבוא

### תוכן העניינים

1. צורת כתיבה ורמת דיוק ..... (ללא ספר)
2. יחידות פיזיקאליות ..... 7
3. מעברים בין יחידות ..... 8

# יחידות פיזיקאליות:

## רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$
$$a^b a^c = a^{b+c}$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

## שאלות:

**1) תרגיל**

נתון: $D = 2\frac{kg}{m}$ , $C = 1\frac{kg}{sec}$ , $B = 3m^2$ , $A = 2m \cdot sec$.

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

## תשובות סופיות:

**1)** א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66\frac{kg}{m}$ ג. $4m^2$

# מעברים בין יחידות:

## נוסחאות:

קילו ($k$) זה 1000 : $1km=1000m\ ;\ 1kg=1000gr$

מילי ($m$) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm=\frac{1}{1000}m$ , ומיליגרם $1mg=\frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter=1000cm^3$

קוב: $1\text{קוב}=1000liter=1000m^3$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה $1lightyear=9.4608\cdot10^{15}m$

## שאלות:

**1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות**

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

**2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות**

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5cm\cdot s$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

**3) מעבר יחידות בחזקות**

מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

**4) סנטימטר בשלישית**

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$.

א. $5\cdot 2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

**5) ליטר - דוגמה**

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

## תשובות סופיות:

**1)** $20m\cdot kg$

**2)** א. $4m^2$ ב. $37.5\cdot 10^{-5}\frac{sec\cdot kg}{m}$

**3)** א. $10^4 cm^2$ ב. $10^6 cm^3$

**4)** א. $5.2\cdot 10^6 cm^3$ ב. $0.32cm^3$ ג. $5.4\cdot 10^{12} cm^3$

**5)** א. $5\cdot 10^3 liter$ ב. $5\cdot 10^{-6} liter$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

### תוכן העניינים


1. העתק ..... 10
2. תנועה במהירות קבועה ..... 12
3. מהירות ממוצעת ..... 17
4. תאוצה ..... 19
5. תרגול ..... 24

# העתק:

## רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:
1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

## שאלות:

**1) כדור**
חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$ , ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$ .
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

**2) דני ודנה**
הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$ , והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$ , ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

**3) העתק ודרך**
מכונית נוסעת מת״א לחיפה, וחוזרת חזרה לת״א. המרחק בין הערים הוא 100 ק״מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

## תשובות סופיות:

**1)** $-3\text{m}$

**2)** בדרך הלוך: $30\text{m}$, הכיוון חיובי; בדרך חזור: $-30\text{m}$, הכיוון שלילי.

**3)** העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

# תנועה במהירות קבועה:

## רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

## שאלות:

**1) יוסי מאחר לשיעור**
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

**2) מיקומו של גוף**
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

**3) תנועה ביחס ל-A**
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

**4) גוף חולף דרך שתי נקודות**

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

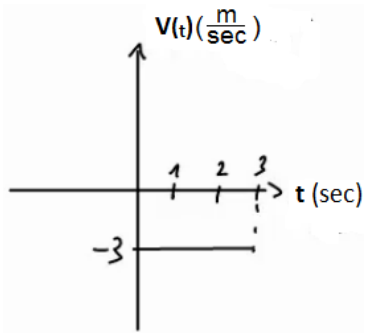
א. מהי מהירות הגוף?
ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?
ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

**5) גוף נע שמאלה**

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.
בחר את כיוון ציר ה- $x$ ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?
ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

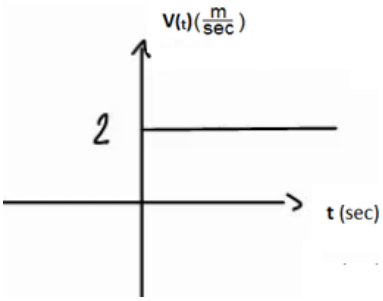
**6) מהירות שלילית**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.
ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

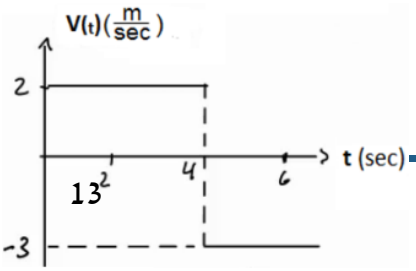
**7) מיקום שלילי**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.
ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

**8) מהירות מתחלפת**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

**9) שתי מכוניות זו לקראת זו**

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

**10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים**

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

**11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת**

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

## תשובות סופיות:

**1)** $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

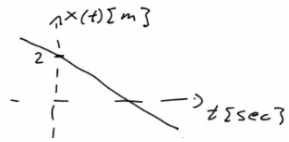
**3)** א. $x(t=8)=40\text{m}$ , $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

**4)** א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

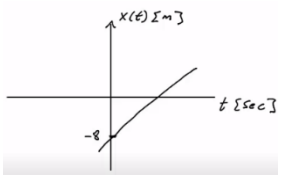
**5)** א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}$ , $x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$ , $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

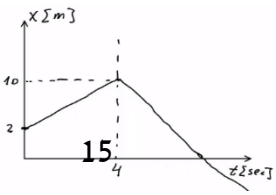
**6)** א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.




**7)** א. $x(t)=-8+2t$ ב.




**8)** א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.



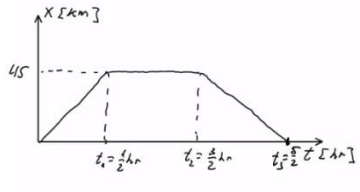
**9)** א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

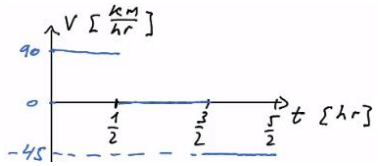
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

**10)** א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב.
$$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$

ג.




**11)** א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}$ ; $t=2\text{hr}$

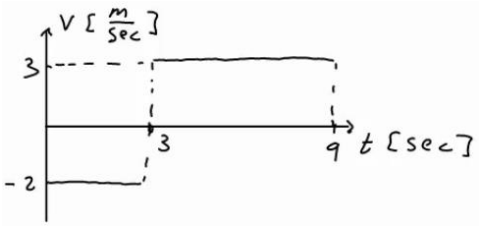
# מהירות ממוצעת:

## שאלות:

**1) דני נוסע מחיפה לטבריה**

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

**2) מהירות ממוצעת מתוך גרף**




מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

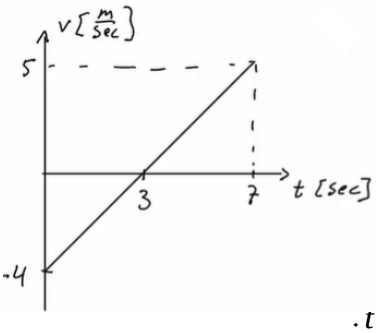
**3) מת״א לב״ש דרך חיפה**

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

**4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי**




מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

## תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$ , $\left|\bar{V}\right|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$ , $\left|\bar{V}\right|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$ , $\left|\bar{V}\right|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

# תאוצה:

## שאלות:

**1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה**
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

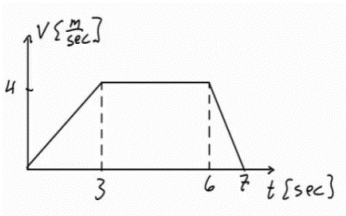
**2) משאית מאיצה**
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

**3) אופנוע מאיץ ממנוחה**
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

**4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית**
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

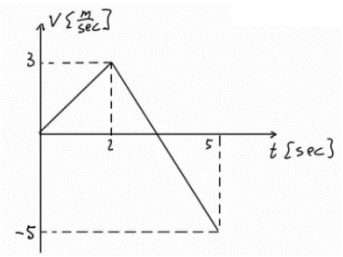
**5) תאוטה**
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

**6) גרף מהירות**




בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

**7) גרף מהירות שלילית**




בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

**8) דנה רצה בתאוצה קבועה**

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

**9) אופנוע משיג מכונית**

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

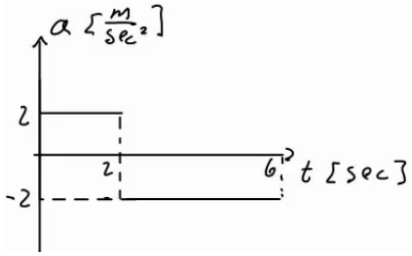
**10) דני ודנה רצים זה לקראת זו**

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

**11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום**




גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

**12) מסלול המראה של סיסנה**

מטוס סיסנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ״ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

**13) מרחק בלימה**

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ״ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ״ש.
מהו ״מרחק הבלימה״ (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ״ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

**14) עומר עוצר לפני רמזור**

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ״ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

## תשובות סופיות:

**1)** $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**2)** $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

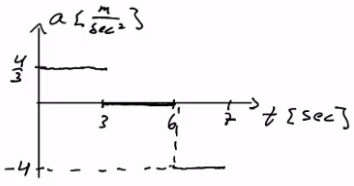
**3)** א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

**4)** $t=23\text{sec}$

**5)** א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

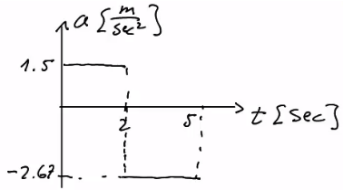
**6)** חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:




חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

**7)** חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

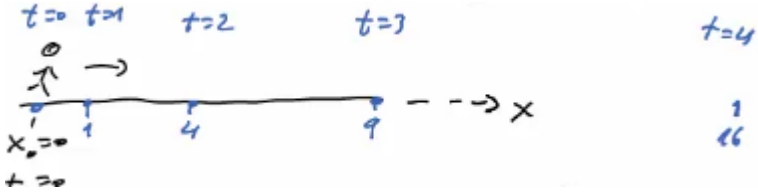



חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

**8)** א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$ , $X(t=2)=4\text{m}$ , $X(t=3)=9\text{m}$ , $X(t=4)=16\text{m}$

ג.




**9)** $t_1=18.79$

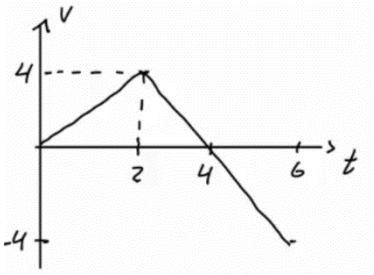
**10)** א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$ , המיקום : $16.65\text{m}$.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

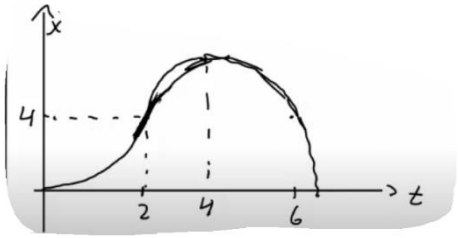
**11)** א. כאשר $0<t<2$ , הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$ ; כאשר $2<t<6$ , הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$ ; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$ ; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :




שרטוט עבור מקום :




**12)** $\Delta x=173.61\text{m}$

**13)** $\Delta x=61.73\text{m}$

**14)** א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

# תרגול:

## שאלות:

**1) מאפס לארבעים בעשר שניות**

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

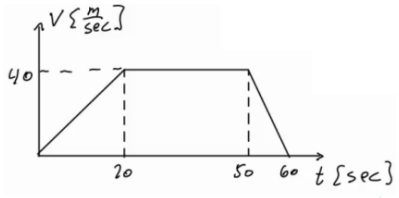
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

**2) גרף של מהירות אופנוע בזמן**

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.




א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

**3) דני שכח את הפלאפון**

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

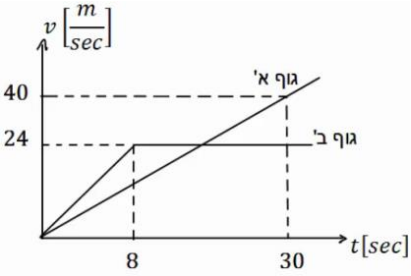
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

**4) גרף מהירויות של שני גופים**

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

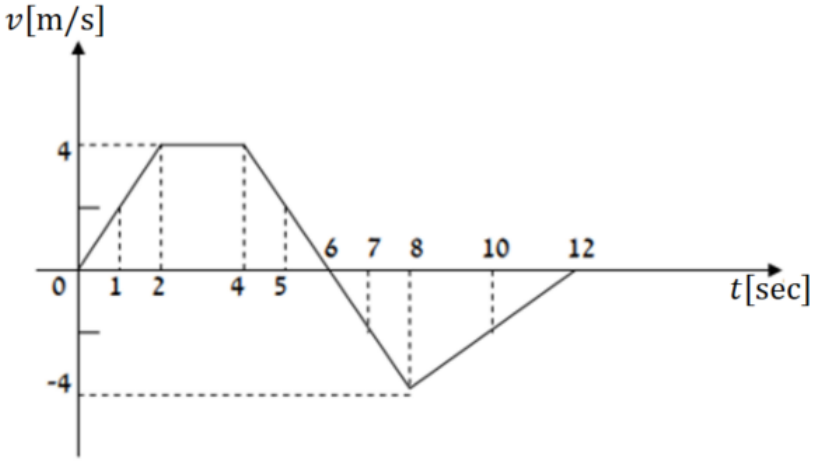



א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

**5) גרף מהירות זמן בקו ישר**

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



**6) תרגיל עם הכל**

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

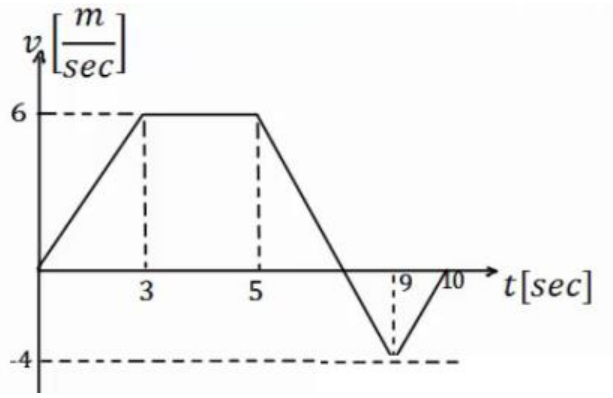
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t=6\text{sec}$ ?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.




**7) שני נתונים בזמנים שונים**

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב- $t=2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב- $t=4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$ , ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב- $t=0$ )?

**8) שוטר רודף אחרי מכונית**

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

**9) זמן מינימלי לסיים מסלול****

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

**10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה****

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב'.
זמן הנסיעה הכולל הוא $T$.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=200\text{m}$ ג. $20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. קטן.

ה. $t=4\text{sec}$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

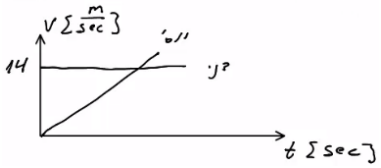
**2)** א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=40)=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=55)=20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

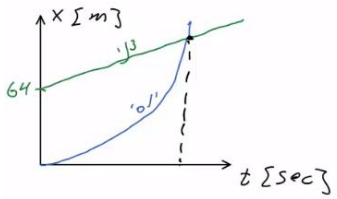
ד. $x(t=15)=225\text{m}$, $x(t=40)=1,200\text{m}$, $x(t=55)=1,750\text{m}$

**3)** א. דני - $V(t)=14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t)=8t$ ; גרף:




ב. $t=1.75\text{sec}$ ; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:




ד. ב-$t=6.12$, המרחק: $149.82\text{m}$.

**4)** א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $t\ge 8$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

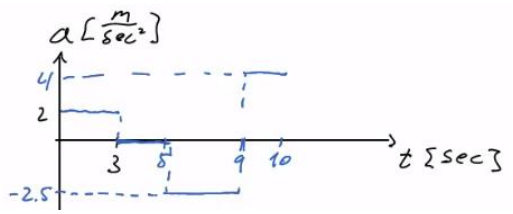
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5\text{m}$, וכש-$\Delta x(t=24)=96\text{m}$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18\text{sec}$ ה. כש-$t=31.42\text{sec}$.

**5)** א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

**6)** א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

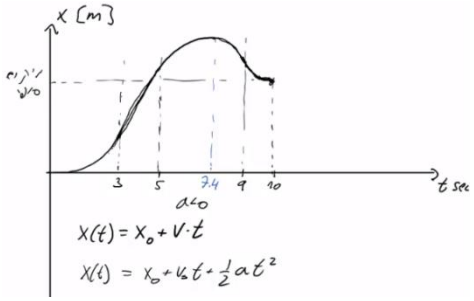
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:




ג. בזמן: $7.4\text{sec}$ ; המרחק: $28.2\text{m}$.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

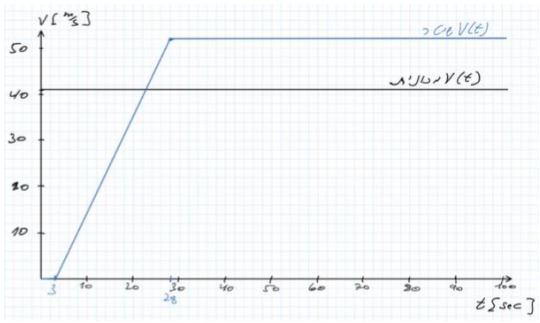



**7)** א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$ ; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**8)** א. $3877\text{m}$ ב.




**9)** $T=58\text{sec}$

**10)** $t_2=\frac{T}{5}$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 4 - וקטורים

### תוכן העניינים

1. הגדרות סימונים והצגות ..... 30
2. פעולות בין וקטורים ..... 35
3. מכפלה סקלרית ..... 39
4. וקטור יחידה ..... 42
5. מכפלה וקטורית בדו-מימד ..... 43
6. וקטור בשלושה מימדים ..... 45
7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים ..... 47
8. חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית ..... 48
9. תרגילים נוספים ..... 50

# הגדרות סימונים והצגות:

## רקע:

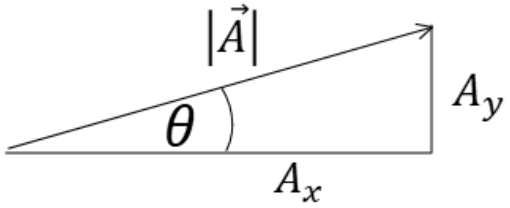
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית $\theta$ עם ציר ה $x$ החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.




מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$
$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה $x$ החיובי ואז $A_x$ יהיה הניצב שליד הזווית ו- $A_y$ הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

## שאלות:

**1) הצגה פולרית**

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

| שם הוקטור | גודל הוקטור | זווית הוקטור עם ציר ה- $x$ |
|---|---|---|
| $\vec{A}$ | $\left\|\vec{A}\right\|=2$ | $\theta_A=30°$ |
| $\vec{B}$ | $\left\|\vec{B}\right\|=4$ | $\theta_B=30°$ |
| $\vec{C}$ | $\left\|\vec{C}\right\|=2$ | $\theta_C=90°$ |
| $\vec{D}$ | $\left\|\vec{D}\right\|=4$ | $\theta_D=120°$ |
| $\vec{E}$ | $\left\|\vec{E}\right\|=2$ | $\theta_E=300°$ |
| $\vec{F}$ | $\left\|\vec{F}\right\|=2$ | $\theta_F=-60°$ |

**2) הצגה קרטזית**

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

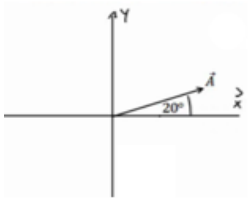
$\vec{A}=(1,2)$ , $\vec{B}=(-2,3)$ , $\vec{C}=(-3,-2)$ , $\vec{D}=(2,-1)$.

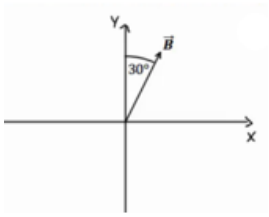
**3) מעבר מפולרי לקרטזי**

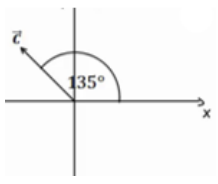
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

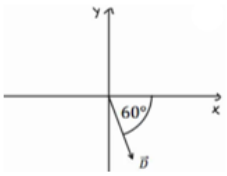
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. ב. ג. ד.



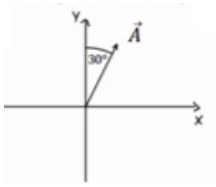



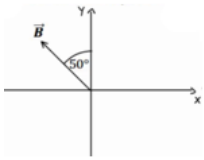



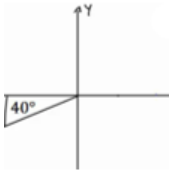



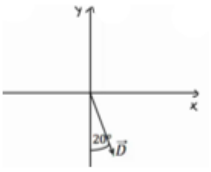
**4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים**

הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.
רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. 

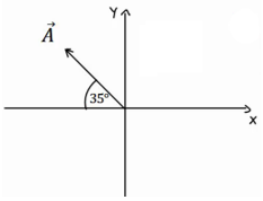

ב. 

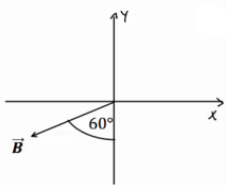

ג. 


ד. 


**5) פירוק לרכיבים**

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.
מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

א. 


ב. 


פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה-$x$.

**6) מקרטזי לפולרי**

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(2,-1)$

ב. $\vec{B}=(-0.5,-2)$

**7) מקרטזי לפולרי**

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.
מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.
את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה-$x$ החיובי.

א. $\vec{A}=(2,3)$

ב. $\vec{B}=(-1,2)$

ג. $\vec{C}=(0,-3)$

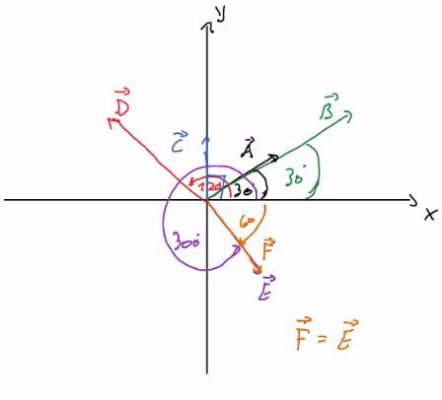
ד. $\vec{D}=(2,-2)$

ה. $|\vec{E}|=3$ , $E_x=2$ הוקטור ברביע הראשון.

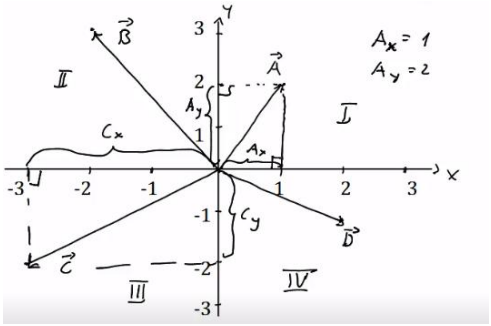
ו. $|\vec{E}|=3$ , $E_y=-1$ הוקטור ברביע השלישי.

## תשובות סופיות:

**1)** ראו שרטוט:




**2)** ראו שרטוט:




**3)** $\vec{A} = (1.88, 0.68)$ , $\vec{B} = (1, \sqrt{3})$ , $\vec{C} = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ , $\vec{D} = (1, -\sqrt{3})$

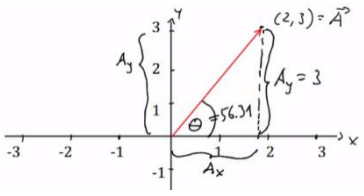
**4)** א. $\vec{A} = \left(\frac{3}{2}, 2.60\right)$ ב. $\vec{B} = (-2.30, 1.93)$ ג. $\vec{C} = (-2.30, -1.93)$

ד. $\vec{D} = (-2.30, -1.93)$

**5)** א. $\vec{A} = (-3.28, 2.29)$ ב. $\vec{B} = (-4.33, -2.5)$

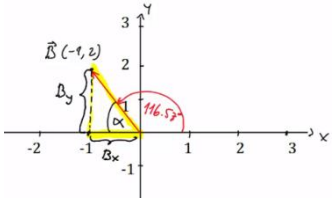
**6)** א. $|\vec{A}| = \sqrt{5}$ ; $\theta_A = -26.57 = 333.43°$ ב. $|\vec{B}| = 2.06$ ; $\theta_B = 255.96°$

**7)** א. שרטוט:



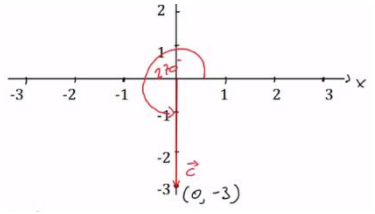

$|\vec{A}| = \sqrt{13}$ ; $\theta_A = 56.31°$

ב. שרטוט:



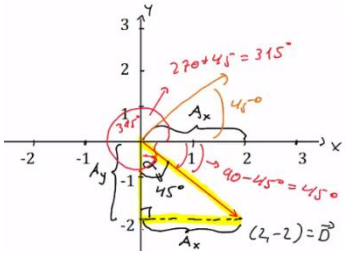

$|\vec{B}| = \sqrt{5}$ ; $\theta_B = 116.57°$

ג. שרטוט:



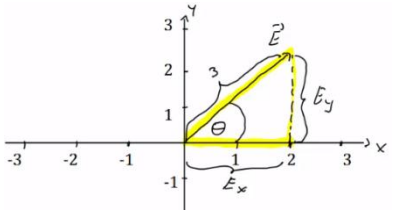

$\theta_C = 270° \ ; \ |\vec{C}| = 3$

ד. שרטוט:



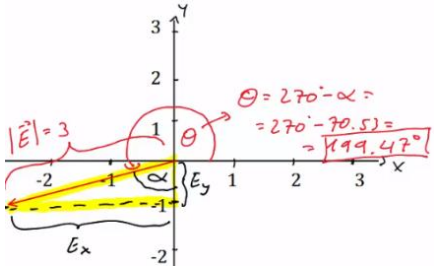

$\theta_D = 315° = -45° \ ; \ |\vec{D}| = \sqrt{8}$

ה. שרטוט:



$\theta_E = 48.19° \ ;$

ו. שרטוט:

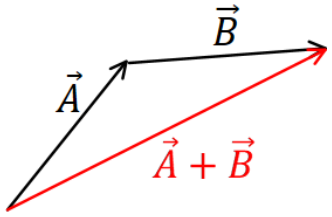



$\theta_E = 199.47° \ ;$

# פעולות בין וקטורים:

## רקע:

חיבור וקטורים:
בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
**-תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.**




בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x, A_y+B_y\right)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

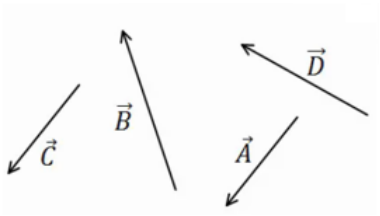
$$\vec{B}=\alpha\vec{A}=\left(\alpha A_x, \alpha A_y\right)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

## שאלות:

**1) חיבור וקטורים לפי סימונים**

מצא את: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}$.




**2) דוגמה 1**

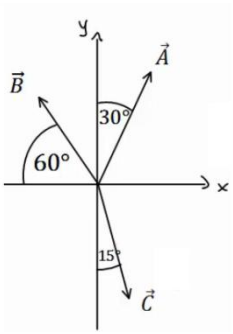
נתונים הוקטורים הבאים:

$$\left|\vec{A}\right|=3,\ \theta_A=30°$$
$$\left|\vec{B}\right|=2,\ \theta_B=-30°$$
$$\left|\vec{C}\right|=3,\ \theta_C=180°$$

א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הווקטור: $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$.
שרטט את הווקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

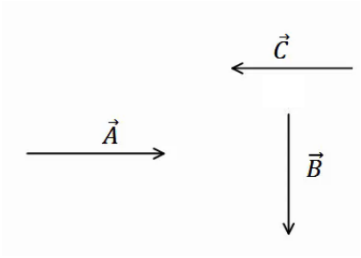
### 3) דוגמה 2




הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=5$.

מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D}=\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$.

### 4) חיסור לפי סימונים




בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$.

מצא את: $\vec{D}=\vec{B}-\vec{C}-\vec{A}$.

### 5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(3,5),\vec{B}=(-1,4),\vec{C}=(0,2)$.

מצא את:

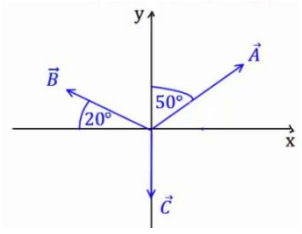
א. $\vec{D}=-2\vec{B}$

ב. $\vec{E}=3\vec{A}-2\vec{C}-\vec{B}$

ג. $\vec{F}=-2\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+3\vec{C}$

### 6) דוגמה 2

גודלם של הווקטורים באיור הבא הם: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=3$.




א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D}=-2\vec{B}$.
שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E}=2\vec{A}-3\vec{B}-4\vec{C}$.
שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

**7) דוגמה 3**

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה-$x$ החיובי היא $30°$.

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

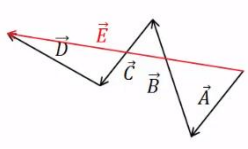
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

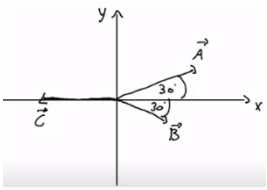
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

## תשובות סופיות:

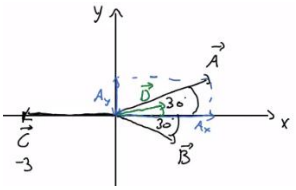
**1)**




**2)** א.

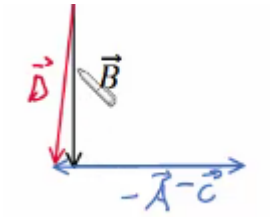



ב. $\left|\vec{D}\right| = 1.42 \;,\theta_D = 20.60°$



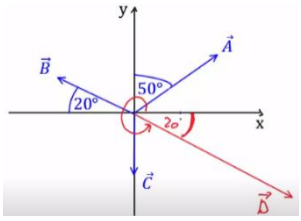

**3)** $\left|\vec{D}\right| = 3.46 \;,\theta_D = 58.84°$

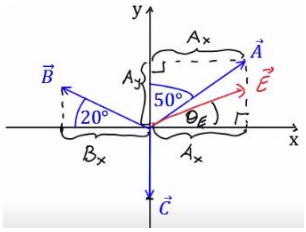
**4)**



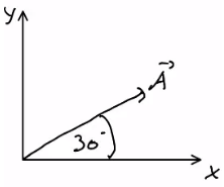

**5)** א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

**6)** א. $\left|\vec{D}\right| = 8 \;,\theta_D = -20°$ ב. $\left|\vec{E}\right| = 23.75 \;,\theta_E = 37.23°$

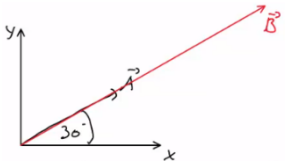



**7)** א.




ב. $\left|\vec{B}\right| = 6 \;,\theta_B = \theta_A = 30°$




ג. $\vec{A} = \left(\sqrt{3}, 1\right)$

ד. $\vec{B} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$

ה. ראה סרטון.

# מכפלה סקלרית:

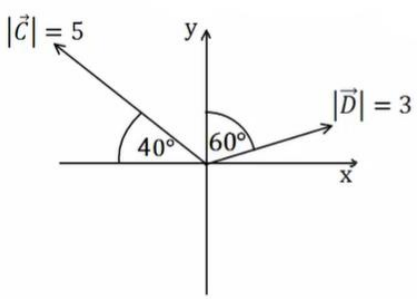
## שאלות:

**1) דוגמה 1**

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)$ , $\vec{B}=(2,2)$

ב.




**2) דוגמה 2**

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)$ , $\vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)$ , $\vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)$ , $\vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

**3) דוגמה 3**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$ , $\vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

**4) דוגמה 4**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$ , $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

**5) דוגמה 5**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$ , $\vec{B}=(-3,2)$ , $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

**6) דוגמה 6**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$ , $\vec{B}=(1,-3)$ , $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

**7) דוגמה 7**

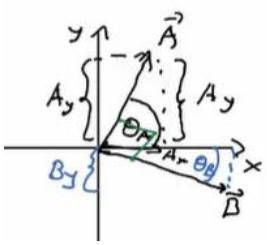
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$ , $\vec{B}=(1,-3)$ , $\vec{C}=(1,5)$.

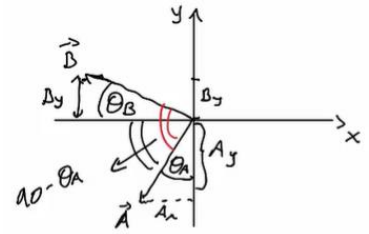
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

## תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. 5.13-

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$ , $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$ , $\theta_B = 26.57°$ .




3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $|\vec{A}| = \sqrt{10}$ , $\tilde{\theta}_A = 161.57°$ , $|\vec{B}| = \sqrt{20}$ , $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. 1- ב. 10- ג. 10- ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$ , $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

# וקטור יחידה:

## שאלות:

**1) דוגמה וקטור יחידה**

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

## תשובות סופיות:

**1)** א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

# מכפלה וקטורית בדו-מימד:

## רקע:

**מכפלה וקטורית (בדו- מימד):**

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

**נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:**

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

## שאלות:

**1) דוגמה – מכפלה וקטורית**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-4,1)$ , $\vec{B}=(2,-3)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

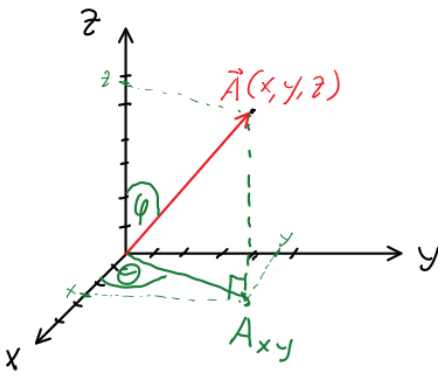
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

## תשובות סופיות:

**1)** א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

# וקטור בשלושה מימדים:

## רקע:




$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

## שאלות:

**1) חישוב וקטור יחידה**

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

**2) כשהסכום מאונך להפרש**

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרש אזי אורכם שווה.

**3) מציאת וקטור מאונך**

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$ , $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

**2)** הוכחה בסרטון

**3)** $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

# מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

## שאלות:

**1) מכפלה וקטורית**

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$ , $\vec{C}(-1,2,-2)$ , $\vec{B}(1,-3)$ , $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$

# חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית:

## שאלות:

**1) חיבור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של $A$ הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$ החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור $B$ הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$ החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}+\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

**2) חיסור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של $A$ הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$ החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור $B$ הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$ החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}-\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

**3) מציאת אורך של שקול**

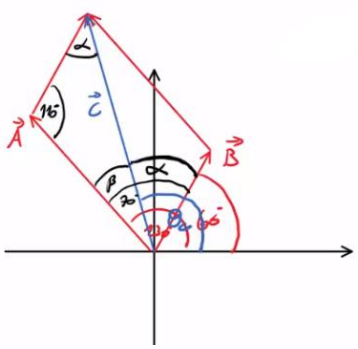
אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ. הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

**4) מציאת זווית בין שני וקטורים**

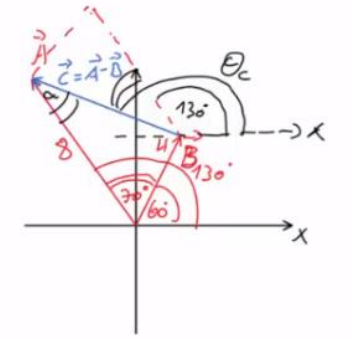
נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר. אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הווקטורים.

## תשובות סופיות:

**1)** $108.1°$ , $10.1$



**2)** $159.5°$ , $7.62$



**3)** $a \approx 14.6\text{c.m}$

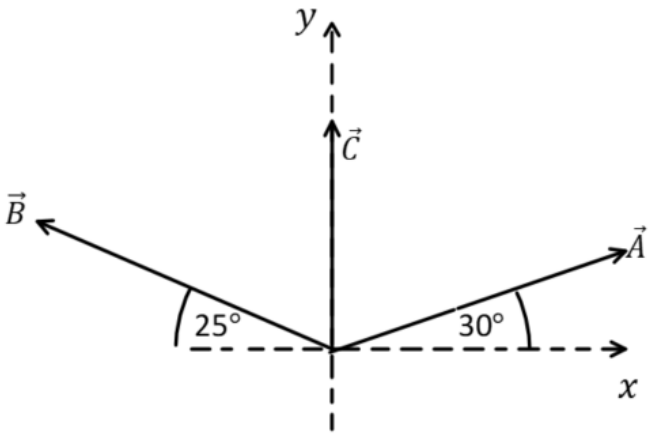
**4)** $\theta = 60°$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1)** נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A} = 5{,}20° \, , \vec{B} = 2{,}150° \, , \vec{D} = 10{,}220°$.
מצאו את גודל וכיוון הוקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$.

**2)** באיור הבא נתונים שלושה וקטורים.
מצאו את גודל הוקטור $\vec{A}$ ואת גודל הוקטור $\vec{B}$,
אם נתון שגודל הוקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.




## תשובות סופיות:

**1)** $\vec{C} = 14{,}221°$.

**2)** $|\vec{A}| \approx 55 \, , \, |\vec{B}| \approx 53$.

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 5 - נפילה חופשית וזריקה אנכית

### תוכן העניינים

1. נפילה חופשית ..... 51
2. זריקה אנכית ..... 52
3. תרגילים ..... 54

# נפילה חופשית:

## שאלות:

**1) כדור ברזל קטן**

כדור ברזל קטן משוחרר ממנוחה ממעלי מגדל מאוד גבוה (הזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את מרחקו מנקודת השחרור לאחר 4 שניות.

ב. מצא את מהירותו באותו הרגע.

**2) תפוח עץ**

תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניוטון, היושב מתחת לעץ. הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

**3) חסידה מביאה חבילה**

חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $80\text{m}$ ב. $40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** א. $17.32\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $V_F \approx 16.73$

**3)** א. $\Delta y = 35\text{m}$ ב. $\Delta y = 75\text{m}$

# זריקה אנכית:

## שאלות:

**1) דנה גרה מעל צחי**

דנה גרה בבניין קומות גבוה. חברה צחי גר שלוש קומות מתחתיה.

דנה זורקת מהחלון כדור במהירות של $5\frac{m}{sec}$ כלפי מטה לעבר החלון של צחי.

גובה כל קומה הוא 3 מטרים.

א. מתי יעבור הכדור את חלונו של צחי?

ב. מה תהיה מהירות הכדור באותו הרגע?

ג. מה תהיה מהירות הכדור שתי קומות מתחת לחלונו של צחי?

**2) דני זורק כדור מחלון גבוה**

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשניה.

סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.

א. רשום נוסחאות מקום–זמן ומהירות–זמן עבור הכדור.

ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**3) רועי קופץ לבריכה**

רועי קופץ לבריכה ממקפצה בגובה 10 מטרים.

מהירותו מיד לאחר הניתוק מהמקפצה היא 2 מטר לשניה כלפי מעלה.

א. מתי מגיע רועי לשיא הגובה בקפיצה?

ב. מהו שיא הגובה?

ג. מהי המהירות שבה פוגע רועי במים?

ד. כמה זמן עבר מרגע הקפיצה עד לרגע בו פגע רועי במים?

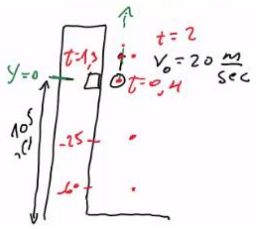
## תשובות סופיות:

**1)** א. $0.93\text{sec}$ ב. $V(t=0.93)=14.3\frac{m}{sec}$ ג. $V(y=15)\approx 18.03\frac{m}{sec}$

**2)** א. מקום-זמן: $y(t)=20t-5t^2$ , מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$

ב.

| זמן (בשניות) | מיקום (במטרים) | מהירות (מטרים לשנייה) |
|---|---|---|
| 1 | 15 | 10 |
| 2 | 20 | 0 |
| 3 | 15 | -10 |
| 4 | 0 | -20 |
| 5 | -25 | -30 |
| 6 | -60 | -40 |

ג. 


ד. $7\text{sec}$

ה. (א) מקום-זמן: $y(t)=105+20t-5t^2$.

מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$.

(ד) $7\text{sec}$

**3)** א. $t=0.2\text{sec}$ ב. $0.2\text{m}$ ג. $-14.28\frac{m}{sec}$ ד. $t\approx 1.63\text{sec}$

# תרגילים:

## שאלות:

**1) אבן נזרקת מגג בניין**

מגג בניין שגובהו 120 מטר נזרקת אבן כלפי מעלה, במהירות התחלתית שגודלה 20 מטר לשניה.

א. כעבור כמה זמן תמצא האבן בשיא גובה התנועה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו מגיעה האבן?

ג. מהי מהירות האבן כאשר היא פוגעת בקרקע? (הקפד על הסימן).

**2) חלק ניתק מטיל**

טיל משוגר אנכית כלפי מעלה, ממנוחה, בתאוצה קבועה של 6 מטר לשניה בריבוע. כאשר הטיל בגובה של 300 מטר ניתק ממנו חלק.

א. מהי מהירות הטיל ברגע ניתוק החלק?

ב. מהו שיא הגובה, ביחס לקרקע, אליו מגיע החלק שניתק?

ג. לאחר כמה זמן מרגע השיגור יפגע החלק בקרקע?

ד. מהי מהירות החלק ברגע פגיעתו בקרקע?

**3) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה**

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה.
באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

א. רשום נוסחת מקום–זמן עבור כל גוף.

ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?

ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?

ד. רשום נוסחת מהירות–זמן לכל גוף.

ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?

ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?

ז. שרטט גרף מהירות–זמן וגרף מיקום–זמן לכל גוף.

**4) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשניה.
בחר ציר $y$ , שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

א. רשום את הפונקציות: מקום–זמן, מהירות–זמן ותאוצה–זמן, של הגוף.

ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5\text{sec}$ .

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**5) כדור מלמעלה וכדור מלמטה מתעכב**

כדור נופל מגובה של 70 מטרים בנפילה חופשית.
שלוש שניות לאחר מכן נזרק כדור נוסף מהקרקע במהירות התחלתית $v_0$ .

א. רשום נוסחת מקום–זמן לכל גוף כפונקציה של $v_0$ .

ב. מה צריך להיות $v_0$ על מנת שהכדורים לא יחלפו זה על פני זה?

ג. רשום נוסחת מקום – זמן לכל גוף, בהנחה שהערך של $v_0$ הוא הערך המקסימלי שמקיים את התנאי של סעיף ב'.

ד. מה תהיה מהירות כל גוף בפגיעה בקרקע?

ה. שרטט גרף מהירות – זמן לשתי האבנים על אותה מערכת צירים.

**6) כדור פורח**

כדור פורח עולה במהירות קבועה של 15 מטרים לשניה כלפי מעלה.
בגובה של 150 מטרים הכדור משחרר שק חול.
מצא כמה זמן ייקח לשק החול להגיע לקרקע .
(רמז: מהירות הכדור לא נתונה ללא סיבה)

**7) אבן אחרי אבן**

אבן משוחררת ממנוחה מגובה של 60 מטרים. שתי שניות לאחר מכן נזרקת אבן נוספת כלפי מטה מאותו הגובה.
באיזו מהירות יש לזרוק את האבן, על מנת ששתי האבנים יגיעו לקרקע באותו הזמן?

**8) אדם משחרר כדור מתוך מעלית****

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן $T_1$ אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית.
הכדור מגיע לקרקע כעבור $T_2$ שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן $T_1$ .
נתונים: $T_1$ ו- $T_2$ .

**9) ילד זורק כדור בקפיצה****

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא $v_1$ ומהירות הזריקה של הכדור $v_2$ ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $2\text{sec}$ ב. $20\text{m}$ ג. $25.8\text{sec}$ ד. $7.29\text{sec}$

**2)** א. $60\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $480\text{m}$ ג. $25.8\text{sec}$ ד. $\approx -98\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

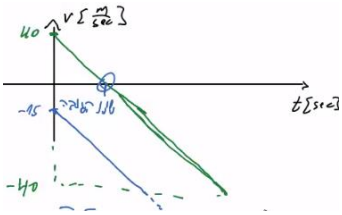
**3)** א. גוף 1: $y_1(t)=80+(-15)t-5t^2$ , גוף 2: $y_2(t)=40t-5t^2$ ב. $80\text{m}$

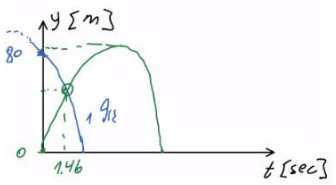
ג. $y_2(t=1.45)\approx 47.74\text{m}$

ד. גוף 1: $v_1(t)=-15-10t$ , גוף 2: $v_2(t)=40-10t$.

ה. גוף 1: $-29.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , גוף 2: $25.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ו. גוף 1: $-42.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , גוף 2: $-40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק): מהירות-זמן:



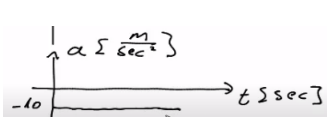

**4)** א. מקום-זמן: $y(t)=40+30t-5t^2$ , מהירות-זמן: $v(t)=30-10t$ ,

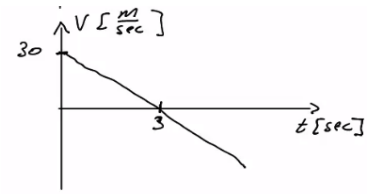
תאוצה-זמן: $a=-10$.

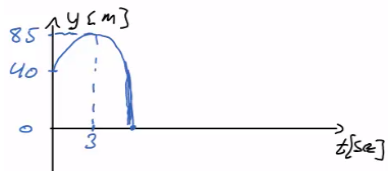
ב.

| זמן (בשניות) | מהירות (מטרים לשנייה) | מקום (במטרים) |
|---|---|---|
| 0 | 30 | 40 |
| 1 | 20 | 65 |
| 2 | 10 | 80 |
| 3 | 0 | 85 |
| 4 | -10 | 80 |
| 5 | -20 | 65 |

ג. מקום-זמן: מהירות-זמן: תאוצה-זמן:



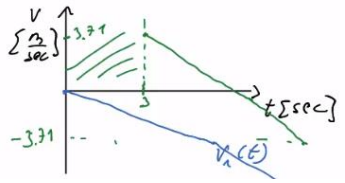




**5)** א. כדור 1: $y_1(t)=70-5t^2$ , כדור 2: $y_2(t)=0+v_0(t-3)-5(t-3)^2$.

ב. $v_0\le 3.71$ ג. כדור 1: $v_1(t)=-10t$ , כדור 2: $v_2(t)=3.71-10(t-3)$.

ד. כדור 1: $v_1(t=3.74)=-37.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. כדור 2: $v_2(t=3.74)\approx -3.69\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ה. שרטוט:




6) $t \approx 7.18\text{sec}$.

7) $v_0 \approx 33.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

8) $h = \frac{gT_2^{\,2}}{2\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)}$.

9) א. המורה צודק, $y = \frac{(v_1+v_2)^2}{2g}$. ב. ילד: $v_1 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$, כדור: $\frac{(v_1+v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$.

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 6 - קינמטיקה - תנועה במישור

### תוכן העניינים

1. תנועה במישור ..... 59

# תנועה במישור:

## רקע:

וקטור המיקום:

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$$

העתק:

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$$

מהירות ממוצעת או קבועה:

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

בדר"כ נפריד את התנועה בציר X ובציר Y ונעבוד בכל ציר כמו בתנועה במימד אחד.

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה-$x$ כתלות בזמן הוא: $x(t) = 2t$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t) = 3t^2$.

א. שרטט על גבי מערכת צירים דו מימדית את מיקום הגוף ב- $t = 0,\ 1,\ 2,\ 3\,\text{sec}$.

ב. רשום את הערך של וקטור מיקום הגוף בכל אחד מן הרגעים, ושרטט את וקטור המיקום בכל רגע על מערכת הצירים.

ג. רשום נוסחה לוקטור המיקום כתלות בזמן.

**2) דוגמה 2**

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה-$x$ כתלות בזמן הוא: $x(t) = 4 + 3t$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t) = 2t^2$.

א. רשום את וקטור המיקום כתלות בזמן ומצא את מיקום הגוף ב- $t = 1,\ 2\,\text{sec}$.

ב. רשום את ההעתק של הגוף בחמש השניות הראשונות של התנועה.

ג. מצא את ההעתק שביצע הגוף מ- $t = 2\,\text{sec}$ עד $t = 4\,\text{sec}$.

**3) דוגמה 3**

גוף נע במישור, כך שמיקומו כתלות הזמן בציר ה-$x$ הוא: $x(t)=2t-3$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t)=t^2$.

א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

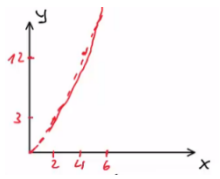
ב. מצא את ההעתק שביצע הגוף בין $t=3\text{sec}$ ל- $t=5\text{sec}$.

ג. מצא את המהירות הממוצעת במרווח הזמן של סעיף ב'.

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

## תשובות סופיות:

**1)** א.




ב. $\vec{r}_0(t=0)=(0,\ 0)$ , $\vec{r}_1(t=1)=(2,\ 3)$, $\vec{r}_2(t=2)=(4,\ 12)$, $\vec{r}_3(t=3)=(6,\ 27)$

ג. $\vec{r}=\left(2t,\ 3t^2\right)=2t\hat{x}+3t^2\hat{y}$

**2)** א. הנוסחה: $\vec{r}(t)=\left(4+3t,\ 2t^2\right)$, מיקום הגוף: $\vec{r}(t=1)=(7,\ 2)$ , $\vec{r}(t=2)=(10,\ 8)$

ב. $\Delta\vec{r}=(15,\ 50)$ ג. $\Delta\vec{r}=(6,\ 24)$

**3)** א. $\vec{r}=(2t-3)\hat{x}+t^2\hat{y}$ ב. $\Delta\vec{r}=(4,\ 16)$ ג. $\overline{\vec{v}}=(2,\ 8)$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 7 - תרגילים לחזרה עד לחלק זה

### תוכן העניינים

1. תרגילים ..... 61

# תרגילים לחזרה עד לחלק זה:

## שאלות:

**1) חללית ללא טייס**

חללית ללא טייס משוגרת מכדור הארץ בצורה אנכית כלפי מעלה ובתאוצה קבועה. בגובה 1940 מטרים כבה לפתע מנוע החללית. החללית ממשיכה עוד 18 שניות בתנועה כלפי מעלה ולאחר מכן מתחילה ליפול בנפילה חופשית חזרה לקרקע.

א. חשב את תאוצת הגוף עד לרגע בו כבה המנוע.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו הגיעה החללית.

ג. מהו הזמן מרגע השיגור ועד לרגע בו פוגעת החללית בקרקע?

ד. מהי מהירות החללית ברגע פגיעתה בקרקע?

צופים שנמצאים במרחק 50 מטרים ממקום השיגור מתחילים לברוח מהרגע בו כבה המנוע.

ה. מהי המהירות הממוצעת בה צריכים הצופים לרוץ כך שיוכלו להיות במרחק של לפחות 120 מטרים ממקום השיגור?

**2) זריקה משופעת קלאסית**

כדור נזרק במהירות התחלתית של 20 מטרים לשניה ובזווית של 60 מעלות מעל האופק.

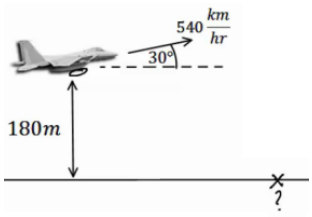
א. מתי יהיה הכדור בשיא הגובה? מהו שיא הגובה? מהי תאוצת הכדור ברגע זה?

ב. מהו המרחק האופקי שבו יפגע הכדור חזרה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור (גודל וכיוון) ב- $t = 2\sec$ ?

**3) מטוס בשיפוע משחרר פצצה**

מטוס טס במהירות של 540 ק"מ לשעה בזווית של 30 מעלות מעל האופק. בגובה של 180 מטרים המטוס משחרר פצצה.



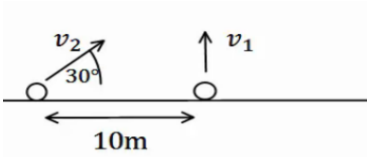

א. היכן תפגע הפצצה בקרקע?

ב. מהו גודל מהירות הפגיעה של הפצצה בקרקע?

ג. מהו כיוון תנועת הפצצה ברגע הפגיעה?

**4) שני כדורים – אולי נפגשים**

כדור א' נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
כדור ב' נזרק במרחק 10 מטרים משמאל לנקודת הזריקה של כדור א'.
גודל מהירותו של כדור ב' אינה ידועה, אך כיוונה הוא ימינה בזווית של $30^\circ$ מעלות עם הציר האופקי.




א. מצא מהי מהירות הכדורים, אם ידוע ששני הכדורים נחתו 4 שניות לאחר זריקתם

ב. האם הכדורים נפגשו באוויר?

ג. מה צריך להיות התנאי הכללי על מנת שהכדורים יפגשו באוויר?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a \approx 8.35\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $h_{max} = 3560\text{m}$ ג. $t = 66.24\text{sec}$

ד. $v(t = 44.68) = -266.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\bar{v} \approx 1.57\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** א. בזמן : $t = \sqrt{3}\,\text{sec}$ , שיא הגובה : $y\left(t = \sqrt{3}\right) = 15\text{m}$ , תאוצה : $a = -10$.

ב. $x\left(t = 2\cdot\sqrt{3}\right) = 20\cdot\sqrt{3}\text{m}$ ג. גודל : $|\vec{v}| = 10.35\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , כיוון : $\theta = 15^\circ$.

**3)** א. $x(t) = 2,221.36\text{m}$ ב. $|\vec{v}| = 161.52\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\theta = -36.5^\circ$

**4)** א. $v_{CadurB} = 40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $v_{CadurA} = 20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. כן. ג. התנאי : $v_{2y} = v_{1y}$.

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 8 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

### תוכן העניינים

1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי ..... 63
2. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי ..... 72
3. חוק שני של ניוטון ..... 76
4. הכוח האלסטי- קפיץ ..... 91

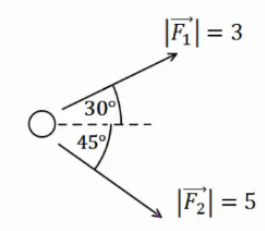
# הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

## שאלות:

### דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

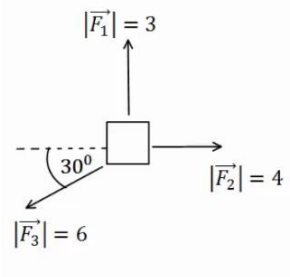
**1) דוגמה 1**

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



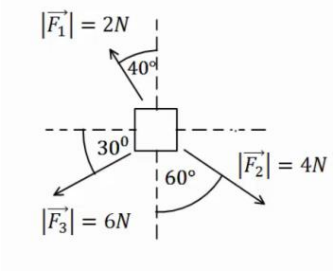

**2) דוגמה 2**

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:




**3) דוגמה 3**

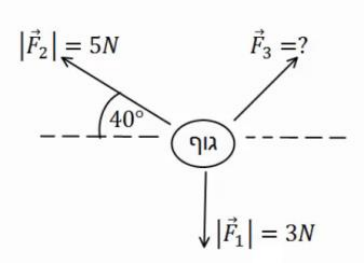
חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:




**4) דוגמה 4**

באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר.

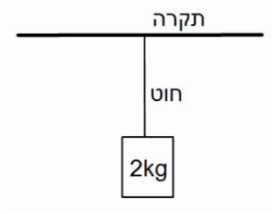
מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.



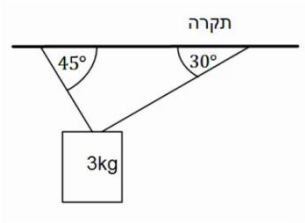

**5) דוגמה 5**

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

מהי המתיחות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

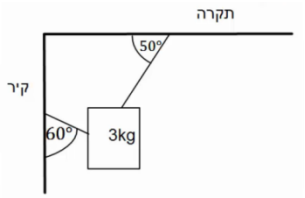


**6) דוגמה 6**



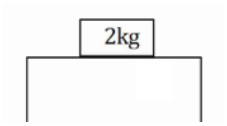

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים,
לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

**7) דוגמה 7**




גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר
המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

**8) דוגמה 8**



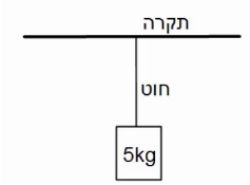

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על שולחן.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

**9) דוגמה 9**




מסה של 5 ק"ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

א. מהי המתיחות בחוט?

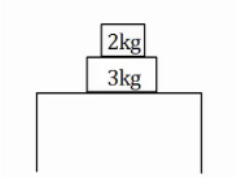
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

**10) דוגמה 10**

דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

**11) דוגמה 11**




במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

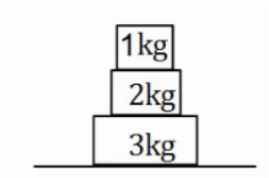
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.

ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.

ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.

ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

**12) דוגמה 12**



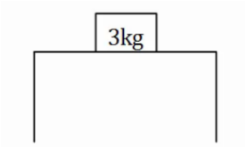

שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

**חיכוך:**

**13) גוף על שולחן**




גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

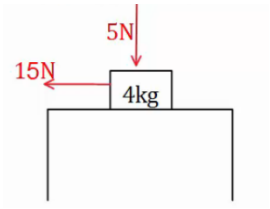
מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**14) כוח מלמעלה**




גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן.

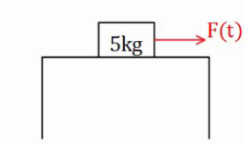
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**15) כוח תלוי בזמן**




גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

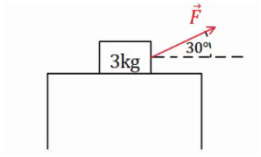
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

**16) כוח בזווית**

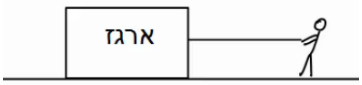



גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל כך שהגוף ישאר במנוחה?

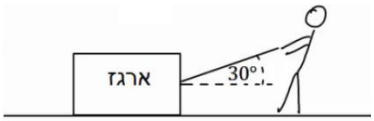
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

**17) דני מושך במקביל לקרקע**




דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

**18) ירון מושך בזווית**

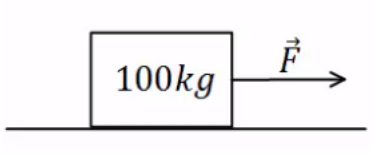



ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

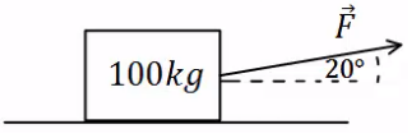
**19) כוח בכמה כיוונים**

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד מהמקרים הבאים.
מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

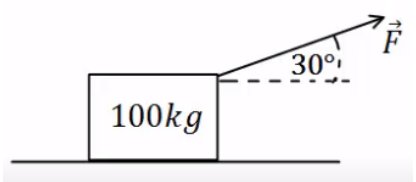
א. כוח מושך אופקי



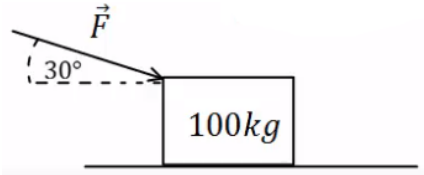

ב. כוח מושך בזווית של $20°$



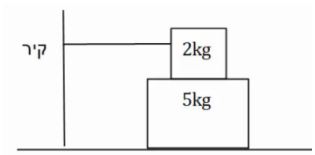

ג. כוח מושך בזווית של $30°$




ד. כוח דוחף בזווית של $30°$ מתחת לאופק



**20) מסה על מסה קשורה לקיר**



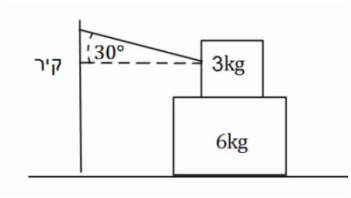

מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?

ג. מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

**21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית**



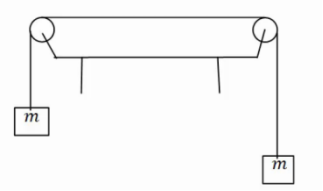

מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות וביו המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

**22) שתי משקולות תלויות על שולחן**

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן.
המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.

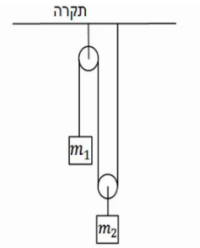



א. מהי המתיחות בחוט?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחבר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?

ג. האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

**23) יחס מסות**



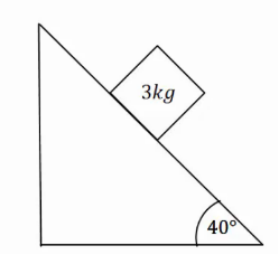

שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

ב. מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40gr$.

**המישור המשופע:**

**24) מסה בשיפוע**

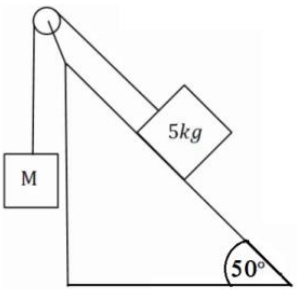



מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**25) מסה בשיפוע ומסה באוויר**



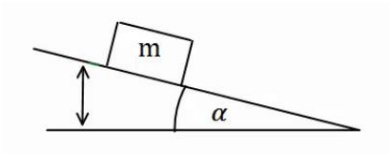

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**26) זווית החלקה**




מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

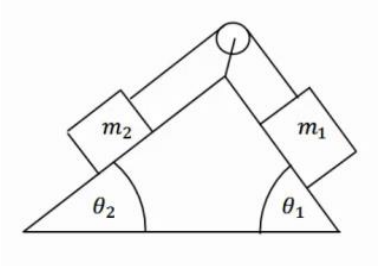
א. מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

ב. פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר $\mu_s$ ללא ערך מספרי.

ג. חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

**27) שתי מסות שני שיפועים**



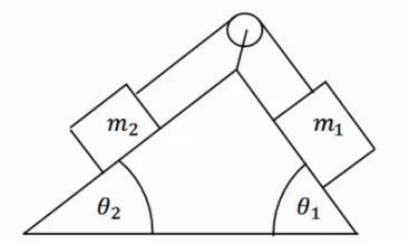

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן $\theta_1, \theta_2$. שתי מסות שונות $m_1, m_2$ מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2$ וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את $m_2$.

**28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך**

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,
זוויות השיפוע הן: $\theta_1, \theta_2$.




שתי מסות שונות $m_1, m_2$ מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.
בין המסות למדרון קיים חיכוך.
המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2, \mu_k$.

מצא את $m_2$.

## תשובות סופיות:

**1)** $\sum\vec{F}=(6.14,\ -2.04)$

**2)** $\sum\vec{F}=(-1.20,\ 0)$

**3)** $\sum F_x=-3.03\text{N}$ , $\sum F_y=-3.47\text{N}$

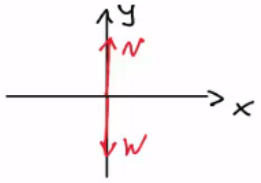
**4)** גודל: $\left|\vec{F}\right|\approx 3.84\text{N}$ , כיוון: $\theta_{F3}=-3.14°$.

**5)** $T=20\text{N}$

**6)** $T_1=21.96\text{N}$ , $T_2\approx 26.90\text{N}$

**7)** $T_1\approx 26.30\text{N}$ , $T_2\approx 19.48\text{N}$

**8)** א.

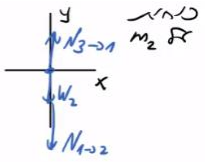


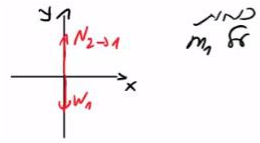

ב. גודל: $N=20$ , כיוון: כלפי מעלה.
ג. גודל: $N=20$ , כיוון: כלפי מטה.

**9)** א. $T=50\text{N}$ ב. גודל: $T=50\text{N}$ , כיוון: מטה.
ג. גודל: $\left|\vec{F}\right|=50$ , כיוון: מעלה.

**10)** $T=50\text{N}$

**11)** א.




ב. $N_{21}=20$ ג. $N_{32}=50$

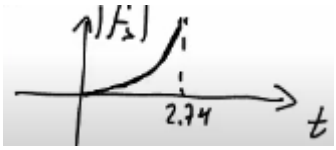
ד. $N_{23}=50\text{N}\hat{y}$

**12)** א. גודל: $N_{32}=30\text{N}$ , כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: $N_{43}=60\text{N}$ , כיוון: כלפי מעלה.

**13)** א. $f_{s_{max}}=12\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-10\hat{x}$

**14)** א. $f_{s_{max}}=18\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-15\hat{x}_N$

**15)** א. $f_{s_{max}}=15\text{N}$ ב. $t=2.74\text{sec}$ ג.




**16)** א. $F_{max}=8.858\text{N}$ ב. $f_s=4.330\text{N}$

**17)** $F_{Dani}=T=40\text{N}$

**18)** $T\approx 41.41\text{N}$

**19)** א. $F=400\text{N}$ ב. $F\approx 371.57\text{N}$ ג. $F=375.23\text{N}$ ד. $F=600.58\text{N}$

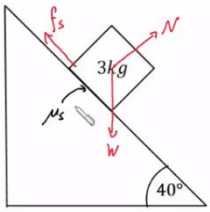
**20)** א. $F_{max}=27N$ ב. $T=6N$ ג. $F=18N$

**21)** א. $F_{max}=33.34N$ ב. $T=8.86N$

**22)** א. $T=40N$ ב. $\theta=45^\circ\ ,\ F=56.57N$ ג. לא.

**23)** א. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ ב. $T_2=0.4N\ ,\ T_1=0.2N$

**24)** א.




ב. $f_s=mg\cos 50^\circ\approx 19.28N\ ,\ N\approx 22.98N$

**25)** א. $M=3.83kg$ ב. $M_{max}=4.79kg\ ,\ M_{min}=2.87kg$

**26)** א. $\alpha=11.31^\circ$ ב. $\alpha=\text{shif tan}\left(\mu_s\right)$ ג. ראה סרטון.

**27)** $m_2=m_1\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$

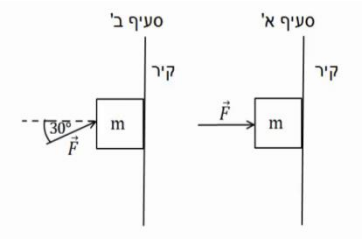
**28)** $m_2=m_1\left(\frac{-\mu_k\cos\theta_1+\sin\theta_1}{\sin\theta_2+\mu_k\cos\theta_2}\right)$

# תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

## שאלות:

**1) מסה מוצמדת לקיר**

ארגז בעל מסה של 2 ק״ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.
מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: 0.3.

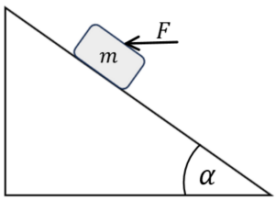



א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של $30°$ כלפי מעלה ביחס לאופק.

**2) כוח אופקי מינ ומקס על מסה בשיפוע**

מסה: $m=2kg$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha=37°$.

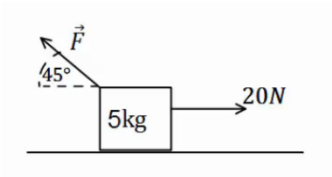



מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s=0.15$.

כוח אופקי $F$ פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.
מהו $F$ המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?

**3) קופסה עם כוח לא ידוע**

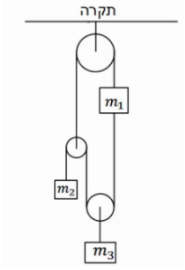
קופסה בעלת מסה של 5 ק״ג מונחת על משטח אופקי.
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל לציר ה-$x$. בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k=0.2$.



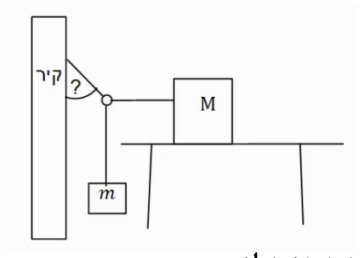

כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של $45°$.
מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.

**4) מערכת גלגלות**

במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המסות $m_1, m_2$ נתונות.
מצא את $m_3$ ואת המתיחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל המערכת נמצאת במנוחה.

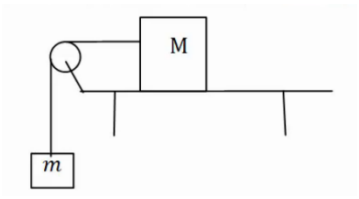


**5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר**




קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן הוא: $\mu_s$, וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
אם: $M, m, \mu_s$ נתונים.

**6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן**




קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.

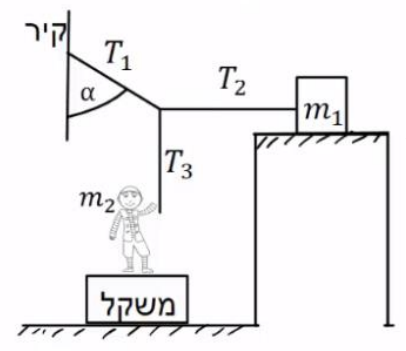
א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי, אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.

ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?

ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק את הגלגלת)?

ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה? (התייחס למסת השולחן כנתונה).

**7) נער מושך בחוטים**

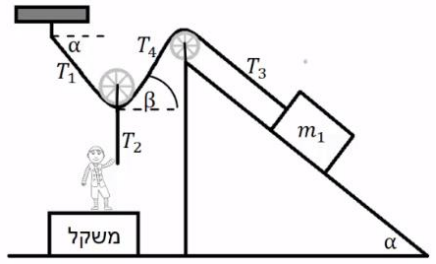



מסה $m_1$ מונחת על משטח אופקי לא חלק.
נער שמסתו $m_2$ מושך את קצה החוט $T_3$, כך שהמסה $m_1$ על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$ , $\alpha = 30°, m_2 = 50kg$.
החוט $T_2$ אופקי ו-$T_3$ אנכי.
הוראת המשקל היא: 450N.

א. חשב את המתיחות בחוטים: $T_1, T_2$ ו-$T_3$.

ב. חשב את ערכה של מסה $m_1$.

**8) נער מושך בחוטים שוב**

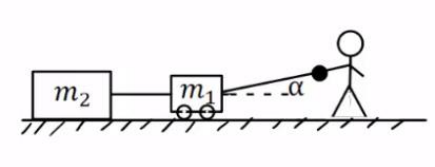



מסה $m_1$ מונחת על משטח משופע לא חלק.
נער שמסתו $m_2$ מושך את קצה החוט $T_2$.
החוט $T_2$ מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\alpha = 40°, m_1 = 80kg, m_2 = 60kg$ , $\mu_s = 0.2$.
החוט $T_2$ מאונך ו-$T_3$ מקביל למדרון.
הוראת המשקל היא: 120N.

א. חשב את הזווית $\beta$ (הזווית בין החוט לאופק).
ב. חשב את המתיחות בחוטים: $T_1, T_2, T_4$.
ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין $m_1$ למדרון.

**9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת**

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

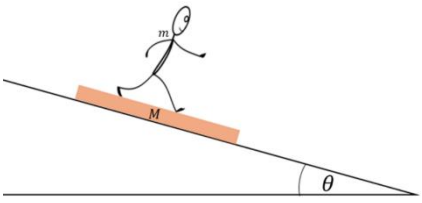



אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15kg$ באמצעות חוט.
החוט בזווית $\alpha = 30°$ עם הציר האופקי, ראה תרשים.
החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25kg$.
מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.
מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתיחות בחוט בין העגלה למשקולת?
ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה $m_1$?

**10) אדם הולך על קרש על מישור משופע ****

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית $\theta$.
אדם שמסתו: $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.




א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?
ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)
ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $F_{min}=66.67N$ ב. $F\geq 26.32N$

**2)** $F_{min}=10.8N$ , $F_{max}=20.4N$

**3)** $F\approx 17.68N$

**4)** $T_1=(m_1+m_2)g$ , $T_2=m_2g$ , $T_3=2m_2g$ , $T_4=2(m_1+m_2)$ , $m_3=2m_2$

**5)** $\cot\alpha=\dfrac{m}{\mu_s M}$

**6)** א. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{m}{M}$ ב. $F=\sqrt{2}mg$ ג. $\sum F_y=(-M+m)g$

ד. $N=-\sum F_y=(M+m)g+\tilde{M}g$

**7)** א. $T_1=57.7N$ , $T_2=28.9N$ , $T_3=50N$ ב. $m_1=14.5kg$

**8)** א. $\beta=40°$ ב. $T_2=480N$ , $T_1=T_4\approx 373N$

ג. $f_s=141N$ , כיוון: במעלה המדרון.

**9)** $T_2=50N$ ב. $T_1=57.7N$

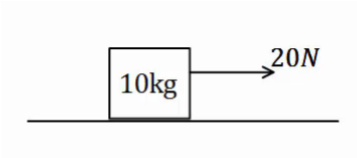
**10)** א. במורד המישור. ב. $\dfrac{7}{2}g\sin\theta$ ג. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{\tan\theta}{0.4}$

ד. במעלה המישור. $a=1.4g\sin\theta$

# חוק שני של ניוטון:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**



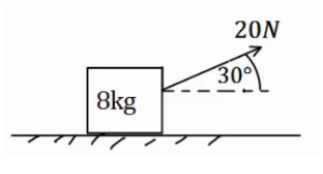

כוח של 20 ניוטון מופעל על ארגז בעל מסה של 10 ק"ג.
אין חיכוך בין הארגז לרצפה.

א. מצא את תאוצת הארגז.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה, אם נתון שהארגז התחיל תנועתו ממנוחה?

**2) דוגמה 2**

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק.
הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג.
הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך.




מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.1$.

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל לנוע.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**3) מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה.

מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

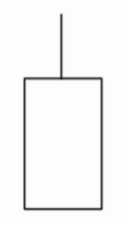
**4) כוח קבוע נפסק בפתאומיות**

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על המסה כוח אופקי של 10N.
המסה מתחילה לנוע בהשפעת הכוח במשך 4 שניות, ואז נפסק הכוח בפתאומיות.
מקדם החיכוך הקינטי בין המסה לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

א. מה המרחק אותו עבר הגוף עד ל- $t = 4\text{sec}$?

ב. מהו המרחק הכולל אותו עבר הגוף עד לעצירתו שוב?

**5) כוחות על מעלית**



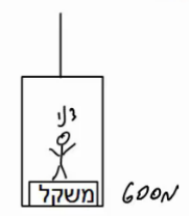
מעלית עולה בתאוצה של 0.5 מטרים לשניה בריבוע,
באמצעות כבל הקשור לתקרתה. מסת המעלית היא 600 ק"ג.

א. שרטט תרשים כוחות על המעלית.
הקפד על הגודל היחסי של כל וקטור בשרטוט.

ב. שרטט את שקול הכוחות ואת וקטור התאוצה.

ג. מהי המתיחות בכבל?

**6) משקל במעלית**




דני מודד את משקלו בתוך מעלית.
משקלו כאשר המעלית במנוחה הוא 600 ניוטון.

א. מהי מסתו של דני?

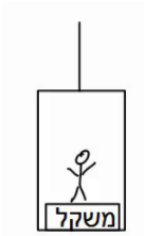
ב. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה?

ג. מה יראה המשקל אם המעלית עולה בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

ד. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

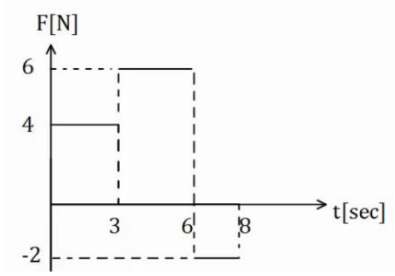
ה. מה יראה המשקל אם המעלית נופלת נפילה חופשית?

**7) עוד משקל במעלית**




יוסי נמצא במעלית ומודד את מסתו באמצעות משקל.
יוסי מודד פעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מעלה של 3 מטרים לשניה בריבוע, ופעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מטה של 1 מטר לשניה בריבוע.
ההפרש בין המדידות הוא 12 ק"ג.
מהי מסתו האמיתית של יוסי?

**8) גרפים 1**



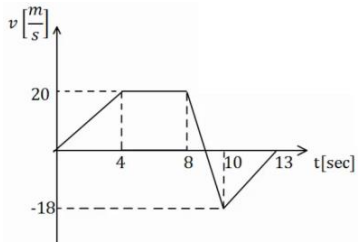

בגרף הבא נתון הכוח הפועל על גוף כתלות בזמן.

א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן אם מסת הגוף היא 5 ק"ג.

ב. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם מהירותו ההתחלתית היא: $v_0 = 0$.

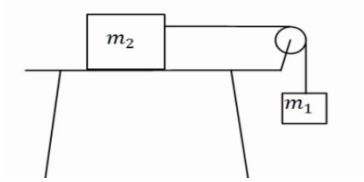
ג. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם המיקום ההתחלתי הוא: $x_0 = 0$.

**9) גרפים 2**




גוף בעל מסה של 3 ק״ג נע לאורך קו ישר.
מהירות הגוף כתלות בזמן נתונה לפי הגרף הבא.
מצא את שקול הכוחות הפועל על הגוף בכל רגע,
ושרטט גרף של השקול כתלות בזמן.

**10) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה**




במערכת הבאה המסה $m_2 = 5kg$ נמצאת על שולחן אופקי ומחוברת דרך חוט אידיאלי למסה התלויה באוויר $m_1$. בין השולחן ל-$m_2$ קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.3$.

המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא: $3m$.

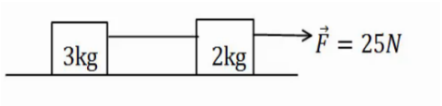
א. מצא את גודלה המינימלי של $m_1$, עבורה המערכת תהיה בתנועה.

ב. הנח שגודלה של $m_1$ כפול מזה שחישבת בסעיף הקודם.
מהן תאוצות המסות?

ג. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?

ד. מהן מהירויות המסות ברגע זה?

**11) כוח מושך מסה שמושכת מסה**

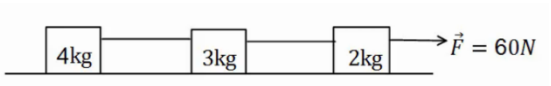



מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי למסה
נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
כוח אופקי של 25 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוט אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח, ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

**12) כוח מושך מסה שמושכת מסה שמושכת מסה**



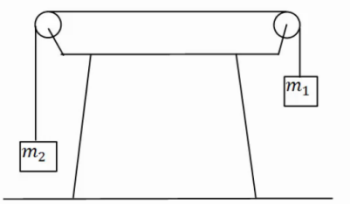

מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על
משטח אופקי. המסה מחוברת באמצעות
חוט אידיאלי למסה נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
המסה השנייה מחוברת למסה של 4 ק״ג בצורה דומה.
כוח אופקי של 60 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוטים אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח הקודם ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

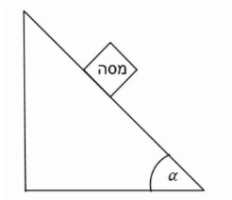
**13) שתי מסות תלויות**

במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$ , $m_2 = 1kg$.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלות אידיאליות.
המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא: $2m$.




א. שרטט תרשים כוחות עבור כל מסה.
ב. חשב את תאוצת הגופים.
ג. לאיזה כיוון תתחיל המערכת לנוע?
ד. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?
ה. מהי מהירות המסות ברגע זה?

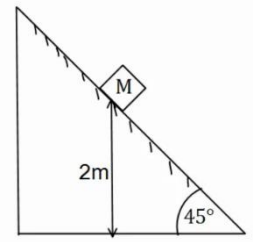
**14) מדרון משופע בסיסי**




מסה מונחת על מדרון משופע בעל זווית $\alpha$.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.
ב. בטא את תאוצת המסה באמצעות הזווית.
ג. רשום משוואת מיקום-זמן ומהירות-זמן של המסה.

**15) מדרון משופע עם חיכוך**

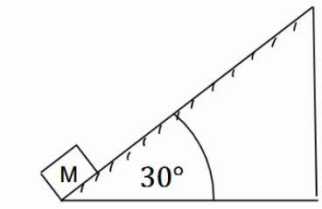



מסה M מונחת על מדרון משופע בגובה של 2 מטרים.
זווית השיפוע של המדרון היא 45 מעלות ומקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.1$ , $\mu_s = 0.2$.

א. האם המסה תתחיל להחליק או תישאר במנוחה?
ב. מצא תוך כמה זמן תגיע המסה לתחתית המדרון.
מהי מהירותה ברגע זה?

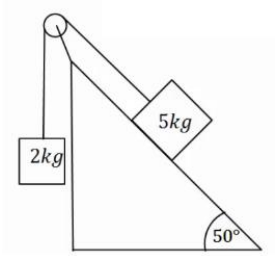
**16) מסה נזרקת במעלה המדרון**

מסה M נזרקת במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית של: $v_0 = 20\frac{m}{sec}$.
זווית המדרון היא 30 מעלות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.




א. מצא את תאוצת המסה.
ב. רשום משוואת מיקום-זמן עבור תנועת המסה.
ג. מתי מגיעה המסה לשיא גובה תנועתה על המדרון?
ד. האם המסה תיעצר בשיא הגובה?
ה. כמה זמן ייקח למסה לחזור לתחתית המדרון
מהרגע שבו התחילה תנועתה?

**17) מסה בשיפוע ומסה תלויה**




מסה של 5 ק"ג מונחת על מדרון משופע בעל זווית שיפוע של 50 מעלות. המסה מחוברת דרך חוט אידיאלי למסה של 2 ק"ג התלויה באוויר.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

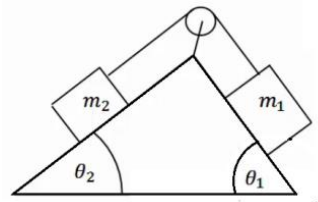
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? האם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

**18) שתי מסות שני שיפועים 2**




במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן: $\theta_1$ , $\theta_2$.
שתי מסות שונות $m_1$ , $m_2$ מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המסות למדרון.

נתון: $\theta_1 = 45°$ , $\theta_2 = 30°$ , $m_1 = 2kg$ , $m_2 = 4kg$.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

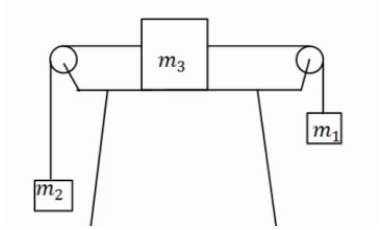
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? והאם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

**19) מסה על שולחן ושתי מסות תלויות**




מסה $m_3$ מונחת על שולחן במנוחה.
המסה קשורה משני צידיה לחוטים אידיאליים.
כל חוט עובר דרך גלגלת ומחובר למסה שונה התלויה באוויר (ראה איור).
הנח שהמסות לא פוגעות ברצפה.

נתון: $m_3 = 4kg$ , $m_2 = 2kg$ , $m_1 = 14kg$.

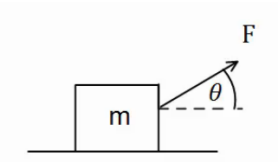
א. מצא את תאוצות המסות והמתיחות בחוטים אם אין חיכוך בין $m_3$ לשולחן.

כעת הנח שיש חיכוך בין $m_3$ לשולחן ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ב. האם המערכת תהיה במנוחה או בתנועה?

ג. מצא שוב את תאוצת הגופים והמתיחות בחוטים.

**20) זווית אופטימלית למשיכה**



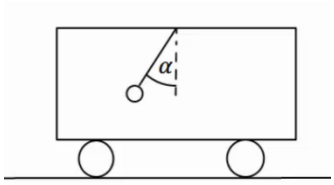

כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק.
מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא $\mu_k$.

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
(הנח כי יש תנועה והארגז לא מתרומם מעל הקרקע).

ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.
בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10°,\ 0°,\ 10°,\ 20°,\ 30°,\ 45°$.

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית.
השתמש בנגזרת.

**21) מטוטלת במכונית**

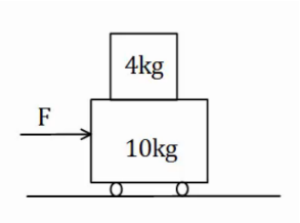



מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.
המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה $\alpha$,
ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

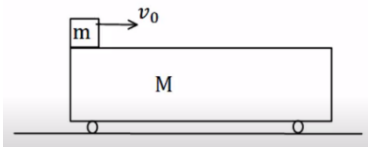
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

**22) מסה של 4 על עגלה של 10**




מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג.
החיכוך בין העגלה למשטח זניח.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא: $\mu_s = 0.2$.
כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה.
מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

**23) מסה מחליקה על עגלה**




מסה m מונחת מעל עגלה בעלת מסה M הנמצאת במנוחה.
המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.
נותנים למסה העליונה בלבד מהירות התחלתית $v_0$.
בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

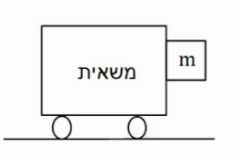
נתון: $\mu_k = 0.2\ ,\ v_0 = 20\frac{m}{sec}\ ,\ M = 12kg\ ,\ m = 3kg$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות של המסה כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום והמהירות של העגלה כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה?

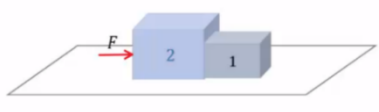
**24) מסה צמודה למשאית**




מסה $m$ מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.
בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: $m$ , $\mu_s$.
מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**25) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

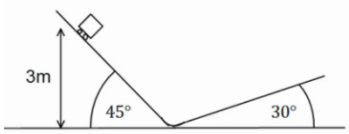
שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.
מסות התיבות הן: $m_1 = 3kg$ ו- $m_2 = 5kg$. כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה אחת כפי שמתואר בתרשים.
גודל הכוח הוא: $F = 16N$. חשב את:




א. התאוצה של כל תיבה.
ב. הכוח הנורמלי $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השניה.
ג. הכוח הנורמלי $N_{2\to1}$ שבו התיבה השניה דוחפת את הראשונה.

**26) קופסה בין מדרונות**

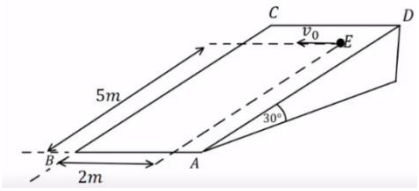
קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.
הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה. בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.
הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.




א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.
ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח. מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

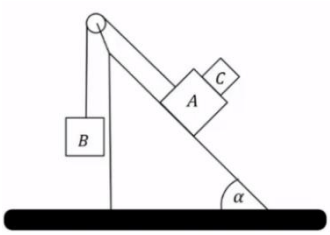
**27) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.
הנקודה E נמצאת במרחק $5m$ מהצלע AB ובמרחק $2m$ מהצלע BC.
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח במהירות התחלתית $v_0$ שכיוונה מקביל לצלע AB.




א. צייר מערכת צירים ורשום את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.
ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?
ג. מצא את $v_0$ עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.
ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- $v_0$ שמצאת בסעיף ג'.

**28) גוף על גוף במישור משופע**



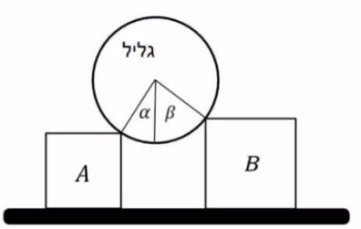

גוף A בעל מסה $m_A$ וגוף B בעל מסה $m_B$ מחוברים באמצעות חוט וגלגלת כמתואר באיור. גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית $\alpha$. גוף C בעל מסה $m_C$ מונח על גוף A. מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא $\mu_s$. הבא את התשובות באמצעות: $\mu_s$ , $\alpha$ , $m_C$ , $m_A$.

א. מהי המסה המרבית של גוף B כך שגוף C וגוף A ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט אם המסה של גוף B היא זאת שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k$?

**29) גליל על שני ארגזים**

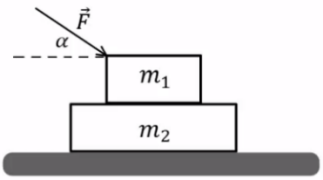



גליל אחיד שמסתו $m$ מונח על שני ארגזים שמסותיהם: $m_A = m$ ו- $m_B = 2m$. לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך. כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים רדיוסי הגליל הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של $\alpha = 30°$ ו- $\beta = 45°$ עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: $m$ , $g$.

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח, מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

**30) כוח דוחף גוף על גוף**




שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$ מונחים זה על גבי זה על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור). בין הגופים קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הקינטי והסטטי הם: $\mu_k$ , $\mu_s$.
כוח חיצוני $\vec{F}$ מופעל על הגוף העליון בזווית $\alpha$ מתחת לאופק.
הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: $\mu_k$ , $\mu_s$ , $g$ , $m$ , $\alpha$ , $F$.

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

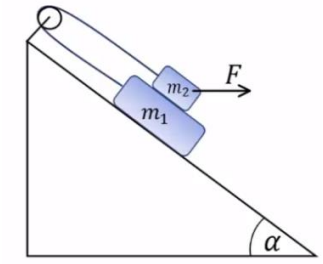
ג. מהו גודלו המקסימלי של $\vec{F}$ כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\mu_s = 0.2$ , $\mu_k = 0.15$ , $\alpha = 30°$.

מצא את תאוצת כל גוף כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר: $F = 3mg$.

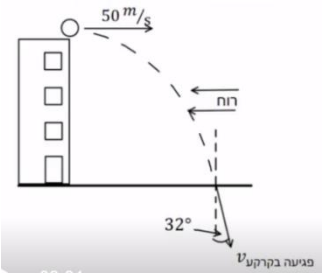
**31) מסה על מסה מחוברות בגלגלת**




נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4kg$ , $m_2 = 3kg$.
הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידאלית ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30°$.
מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$.
מקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.
כוח אופקי F פועל על $m_2$.

א. מהו F המקסימלי כך שהגופים יישארו במנוחה?
ב. אם $F = 40N$ מהי תאוצת הגופים?

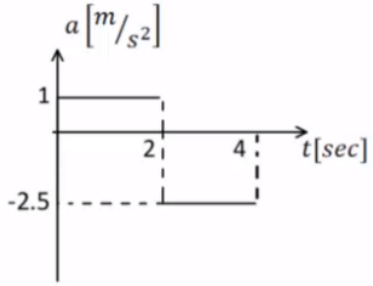
**32) זריקה אופקית בהשפעת רוח***

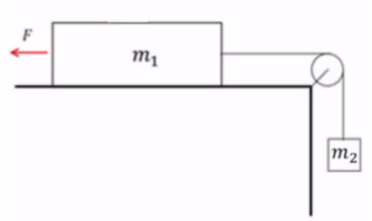



כדור נזרק מגג בניין גבוה מאוד שגובהו 80 מטרים.
הכדור נזרק אופקית במהירות של 50 מטר לשניה.
2 שניות לאחר הזריקה מתחילה לנשוב רוח שמפעילה כוח F קבוע ואופקי בכיוון המנוגד למהירות ההתחלתית.
מסת הכדור היא 500 גרם.

א. ענה:
i. האם הרוח משפיעה על הזמן שלוקח לכדור להגיע לקרקע?
ii. האם הרוח משפיעה על מהירות הפגיעה של הכדור בקרקע?
ב. נתון שהחבילה פוגעת בקרקע בזווית של 32 מעלות עם האנך לקרקע.
i. חשב את גודלו של הכוח F.
ii. שרטט גרפים של רכיבי המהירות כתלות בזמן עד לפגיעה בקרקע.
ג. מהי הסטייה של הכדור בפגיעתו בקרקע בעקבות הרוח?

**33) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה וכוח***




המערכת שמתוארת בתרשים משוחררת ממנוחה ונעה ימינה. הזניחו את מסת החוט ואת כל כוחות החיכוך. כעבור 2 שניות נקרע החוט והכוח F ממשיך לפעול. נתון: $m_1 = 6kg, F = 15N$.
הגרף באיור מתאר את התאוצה של $m_1$ כפונקציה של הזמן עבור 4 השניות הראשונות של התנועה.
הכיוון החיובי הוא ימינה.

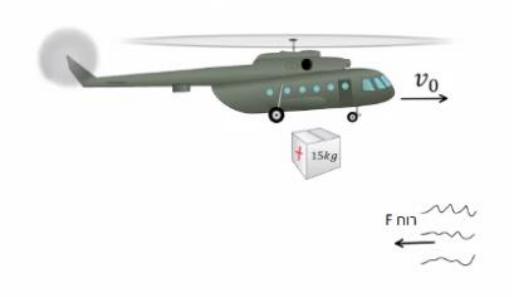
א. עבור 2 השניות הראשונות של התנועה:
i. שרטטו את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ii. רשמו את המיקום כתלות בזמן של $m_1$.
iii. חשבו את $m_2$ ואת המתיחות בחוט.

ב. האם $m_1$ שינתה את כיוון תנועתה במהלך 4 השניות הראשונות?
נמקו אם כן או לא. במידה וכן מצא את הזמן והמרחק בו התרחש השינוי.

ג. שרטטו את המהירות כתלות בזמן עבור $m_1$ ב-4 השניות של התנועה.

ד. אם המשטח לא היה חלק, מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי עבורו המערכת הייתה נשארת במנוחה?

**34) חבילת סיוע לצוות רפואי**




מסוק נשלח להטיל מהאוויר חבילה המכילה ציוד חיוני לצוות רפואי שנמצא על הקרקע.
מסת החבילה 15 ק"ג ובעת הטלתה המסוק טס אופקית במהירות: $v_0 = 198\frac{km}{hr}$
בגובה 90 מטר מעל הקרקע. 2 שניות אחרי תחילת נפילתה של החבילה החלה לנשוב רוח שהפעילה על החבילה כוח אופקי F קבוע בכיוון המנוגד ל-$v_0$.
התייחסו לחבילה כאל גוף נקודתי.
הניחו כי פרט לכוח F האוויר אינו מפעיל שום כוח נוסף.

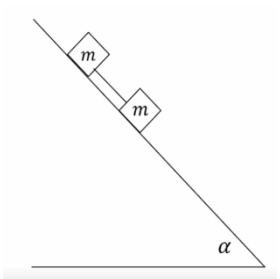
א. האם הרוח (המתבטאת כאן בכוח F קבוע שהחל לפעול 2 שניות לאחר תחילת התנועה) משפיעה על ערכם של:
i. הזמן שלקח לחבילה להגיע לקרקע? נמק.
ii. מהירות הפגיעה של החבילה בקרקע? נמק.

ב. חשבו את הכוח F אם נתון שהחבילה פגעה בקרקע בזווית 45 מעלות ממישור הקרקע האופקי.

ג. שרטטו במערכת צירים משותפת גרף מהירות-זמן של שני רכיבי מהירות החבילה $v_x$ ו-$v_y$ מרגע השחרור ועד הפגיעה בקרקע.

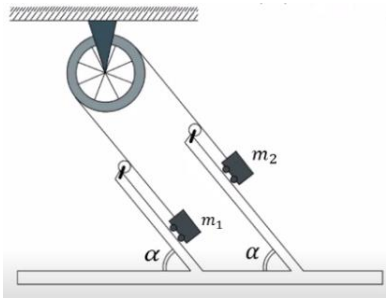
ד. בכמה מטרים הייתה מוסטת נקודת הפגיעה של החבילה בקרקע אילו לא נשבה רוח במהלך תנועתה?

**35) שתי מסות מחוברות בחוט על מישור משופע**




שני גופים בעלי מסה זהה m קשורים בחוט ונמצאים על מדרון משופע לא חלק בעל זווית $\alpha$.
משחררים את הגופים ממנוחה והם מתחילים להחליק במורד המדרון. מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים למשטח הוא $\mu_k$.
מצאו את המתיחות בחוט במהלך התנועה.

**36) מכונת אטווד משופעת**




תלמידים בנו מכונת אטווד "משופעת".
שתי העגלות נעות ללא חיכוך על לוחות משופעים כשהן קשורות בחוט שעובר דרך גלגלת שמסתה זניחה.
זווית השיפוע $\alpha$ ניתנת לשינוי.
מסות הגופים הן: $m_2 = 6kg$ , $m_1 = 3kg$.
בטאו תשובותיכם בסעיפים א', ב', ג' באמצעות $\alpha$.

א. תלמידה מחזיקה את העגלה $m_2$ כך שלא תזוז.
מהי המתיחות בחוט?

ב. התלמידה משחררת את המסה $m_2$.
מהי תאוצת הגופים ומהי המתיחות בחוט כעת?

ג. החוט יכול לשאת עומס מקסימאלי של $25N$.
מהו הערך המירבי של $\alpha$ עבורו החוט לא ייקרע?

ד. בהנחה כי כעת מחובר חוט היכול לעמוד במתיחויות גדולות מאוד,
מהי הזווית $\alpha$ עבורה תאוצת הגופים היא מקסימאלית?

ה. מדוע הגדלה נוספת של הזווית מעבר לזווית שמצאתם בסעיף ד', לא תמשיך ותגדיל את תאוצת הגופים ולא את המתיחות בחוט?
הניחו בסעיפים ד' ו-ה כי המרחק בין הלוחות גם הוא גדול מאוד ביחס לאורך החוט.

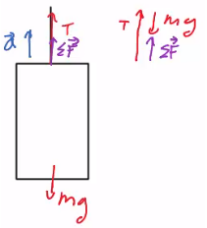
## תשובות סופיות:

**1)** א. $a_x = 2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $t = \sqrt{30}\,\text{sec}$

**2)** א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82\,\text{sec}$
ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

**3)** א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$. ב. לא, כי $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$.

**4)** א. $x(t=4) = 24\text{m}$ ב. $x_F = 60\text{m}$

**5)** א.  ב.  ג. $T = 6300\text{N}$

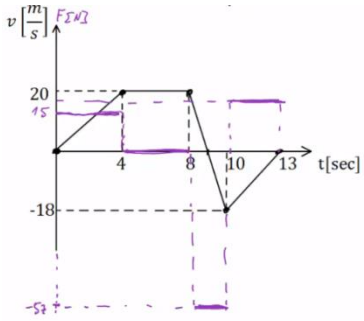
**6)** א. $m_{Dani} = 60\text{kg}$ ב. כמו סעיף א'. ג. $m_{Dani} = 78\text{kg}$
ד. $m_{Dani} = 42\text{kg}$ ה. 0

**7)** $m_{Yossi} = 30\text{kg}$

**8)** א. $a = \begin{cases} \frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ \frac{6}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 3 < t < 6 \\ \frac{-2}{5} & 6 < t < 8 \end{cases}$ ב. $v(t) = \begin{cases} \frac{4}{5}t & 0 \le t \le 3 \\ \frac{12}{5} + \frac{6}{5}(t-3) & 3 \le t \le 6 \\ 6 - \frac{2}{5}(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

ג. $x(t) = \begin{cases} \frac{2}{5}t^2 & 0 \le t \le 3 \\ \frac{18}{5} + \frac{12}{5}(t-3) + \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}(t-3)^2 & 3 \le t \le 6 \\ \frac{81}{5} + 6(t-6) + \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

**9)** שקול הכוחות: $\sum F = 18\text{N}$, גרף:



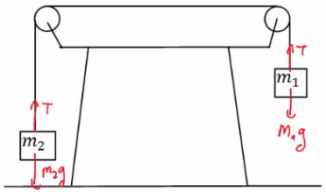
**10)** א. $m_{min}=1.5kg$ ב. $a=2.5\frac{m}{sec^2}$ ג. $t\approx 1.55sec$

ד. $v_2(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{x}$ , $v_1(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{y}$

**11)** א. תאוצה: $a=5\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$. ב. תאוצה: $a=3\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$.

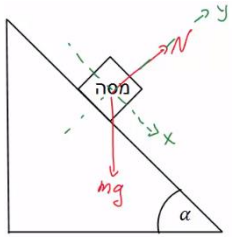
**12)** א. תאוצה: $a\approx 6.67\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=46.68N$.

ב. תאוצה: $a\approx 4.67\frac{m}{sec^2}$.

**13)** א. 

ב. $a=5\frac{m}{sec^2}$ ג. $m_1$ תרד כלפי מטה.

ד. $t=\sqrt{\frac{4}{5}}sec$ ה. $v(t=0.89)\approx 4.47\frac{m}{sec}$

**14)** א. 

ב. $a_x=g\sin\alpha$ ג. מיקום-זמן: $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$

מהירות-זמן: $v(t)=g\sin\alpha\cdot t$

**15)** א. תתחיל להחליק. ב. הזמן: $t\approx 0.94sec$, המהירות: $v(t=0.94)\approx 6\frac{m}{sec}$.

**16)** א. $a=-g(\mu_k\cos 30°+\sin 30°)\approx -6.73\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=0+20\cdot t-\frac{6.73}{2}\cdot t^2$

ג. $t\approx 2.97sec$ ד. לא. ה. $t=6.24sec$

**17)** א. לכיוון המסה הגדולה יותר. ב. $a\approx 2.61\frac{m}{sec^2}$

ג. סטטי, המערכת בתנועה. ד. $a\approx 1.7\frac{m}{sec^2}$

**18)** א. בכיוון $m_2$. ב. $a\approx 0.98\frac{m}{sec^2}$ ג. בכיוון $m_1$, סטטי. ד. אין.

**19)** א. תאוצה: $a=6\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T_{m2}=32N$, $T_{m1}=56N$. ב. בתנועה.

ג. $a=5.6\frac{m}{sec^2}$

**20** א. $a=\frac{F}{m}\left(\cos\theta+\mu_k\sin\theta\right)-\theta_k g$ ב. $\theta=20°$ ג. $\theta_0\approx 16.6992°$

**21** א. גודל: $a_x=g\tan\alpha$ , כיוון: חיובי. ב. לא.

**22** $F=\mu_s\left(m_1+m_2\right)g=28N$

**23** א. $x(t)=20\cdot t-\frac{2}{2}t^2$ , $v(t)=20-2\cdot t$ ב. $x(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot t^2$ , $v(t)=\frac{1}{2}\cdot t$

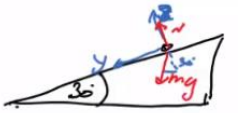
ג. $v(t=8)=4\frac{m}{sec}$

**24** $a_{min}=\frac{g}{\mu_s}$

**25** א. $a=2\frac{m}{sec^2}$ ב. $N_{1\to 2}=6N$ ג. $\vec{N}_{2\to 1}=6N\hat{x}$

**26** א. $h_{max}=3m$ ב. $h_{max}=1.78m$

**27** א. $\sum F_x=0$ , $\sum F_y=mg\sin 30°$ , $\sum F_z=N-mg\cos 30°$




ב. פרבולה. ג. $v_0=\sqrt{2}\frac{m}{sec}$ ד. $v_y\left(t_B\right)\approx 7.07\frac{m}{sec}$

**28** א. $m_{Bmax}=\frac{\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu_s\cos\alpha}$

ב. $a=g\left(\mu_s\cos\alpha-\sin\alpha\right)$ , $T=g\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha$

ג. $a_C=\left(\mu_k\cos\alpha-\sin\alpha\right)g$ , $a_B=g\frac{\left(m_B-\mu_k m_C\cos\alpha-m_A\sin\alpha\right)}{m_A+m_B}$

**29** א. $N_A=0.732mg$ , $N_B=0.518mg$ ב. $\mu_s\geq 0.224$

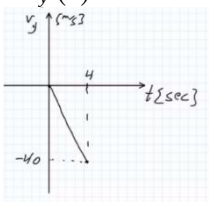
**30** א. $a=\frac{F\cos\alpha}{2m}$ ב. $f_s=\frac{F\cos\alpha}{2}$ ג. $F_{max}=\frac{2\mu_s mg}{\cos\alpha-2\mu_s\sin\alpha}$

ד. $a\approx 2.17\frac{m}{sec^2}$ ה. $a_1=22.2\frac{m}{sec^2}$ , $a_2=3.75\frac{m}{sec^2}$

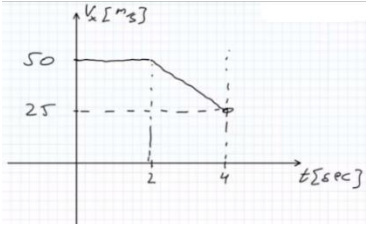
**31** א. $F_{max}=31.05N$ ב. $a=1.81\frac{m}{sec^2}$

**32** א.i. אינה משפיעה. ii. משפיעה. ב.i. $F=6.25N$

ii. $v_y(t)=-10\cdot t$

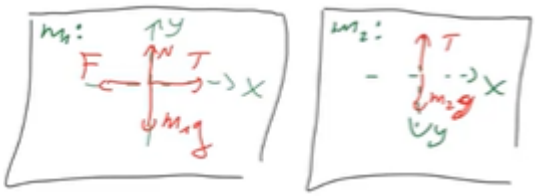



$v_x(t)=\begin{cases}50 & 0<t<2\\ 50-12.5(t-2) & 2<t<4\end{cases}$




ג. $\sigma_x=25m$

**33)** א.i.

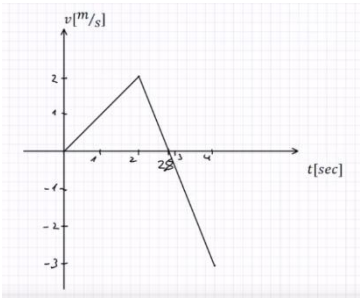



ii. $x(t)=\frac{1}{2}t^2$

iii. $T=21N\ ,\ m_2=2.33kg$

ב. כן, מכיוון שהשטח השלילי מתחת לגרף גדול מהשטח החיובי המהיר תשנה כיוון.
שינוי הכיוון: $x=2.8m\ ,\ t=2.8sec$.

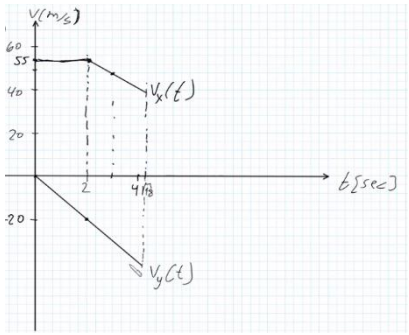
ג.




ד. $\mu_{s\min}=0.25$

**34)** א.i. לא משפיעה. ii. משפיעה. ב. $F\approx 84.1N$

ג.




ד. $\Delta x=14m$

**35)** $T=0$

**36)** א. $T=30\sin\alpha$ ב. $a=3.35\sin\alpha$ ג. $\alpha_{max}=38.7°$ ד. $\alpha_{max}=90°$

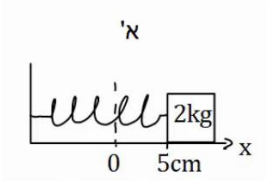
ה. המסות יתנתקו מהמשטח ויהיו תלויות אנכית, התאוצה תישאר אותו דבר כמו בזווית של $90°$.

# הכוח האלסטי - קפיץ:

## שאלות:

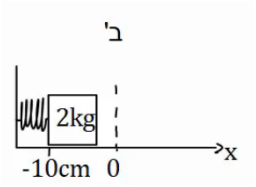
**1) דוגמה 1**

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.




בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?



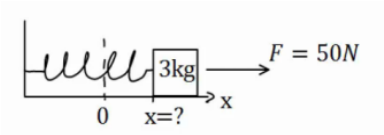

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**2) דוגמה 2**

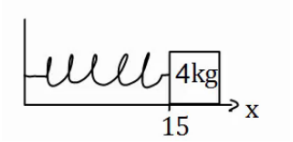
גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 100\frac{N}{m}$.




בין הגוף למשטח אין חיכוך.
על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל?
(הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס).

**3) דוגמה 3**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.




בין הגוף למשטח אין חיכוך.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

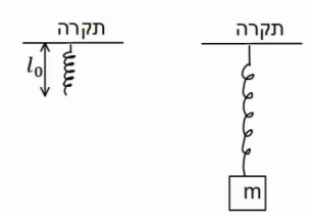
א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

**4) שיטה למדידת קבוע קפיץ**

מסה $m$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ שאורכו הרפוי הוא $l_0$.

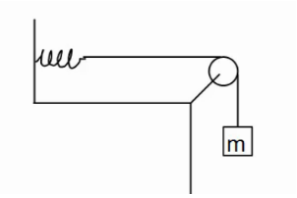



משחררים את המסה לאט לאט עד אשר היא מגיעה לנקודה בה היא תלויה לבד במנוחה.

א. מה מיוחד בנקודה זו?

ב. מודדים את מרחק המסה מהתקרה בנקודה זו. מצא באמצעות מרחק זה והפרמטרים בשאלה את קבוע הקפיץ.

**5) מסה קשורה לחוט שמחובר לקפיץ אופקי**



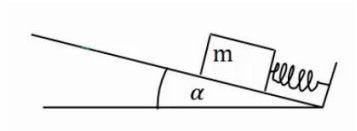

מסה $m=5gr$ תלויה באמצעות חוט, העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר בצידו השני לקפיץ.
הקפיץ מחובר לקיר בצורה אופקית.
קבוע הקפיץ הוא: $k=10\frac{N}{m}$.

א. משחררים את המסה בנקודה בה היא נשארת במנוחה. מצא את התארכות הקפיץ.

ב. מושכים את המסה 5 ס"מ נוספים ומשחררים. מהי תאוצת המסה ברגע השחרור?

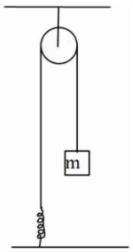
**6) קפיץ בשיפוע**

מסה $m$ נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית $\alpha$.



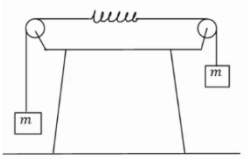

מצד המסה מחובר קפיץ בעל קבוע קפיץ $k$.
אין חיכוך בין המסה למשטח.
בכמה מכווץ הקפיץ ממצבו הרפוי?
התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים.

**7) מסה מחוברת לקפיץ דרך גלגלת בתקרה**



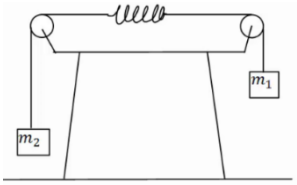

מסה $m$ מחוברת לקפיץ אידיאלי (חסר מסה) דרך גלגלת אידיאלית המחוברת לתקרה.
הקפיץ מחובר לקרקע וקבוע הקפיץ הוא $k$.
מצא את התארכות הקפיץ אם נתון שהמסה בשיווי משקל.

**8) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע**




במערכת הבאה שתי מסות זהות $m$ תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.
באמצע החוט ישנו קפיץ בעל קבוע קפיץ $k$.
מצא את התארכות הקפיץ.

**9) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע בתאוצה**




במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$ , $m_2 = 1kg$,
תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.

באמצע החוט ישנו קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 20\frac{N}{m}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מצא את תאוצת המערכת.

ב. מצא את התארכות הקפיץ.

**10) מסה תלויה ומתיחה**

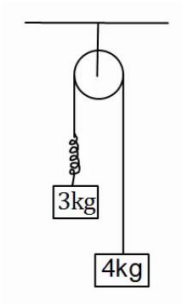
מסה תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות קפיץ אידיאלי.

נתון: $k = 20\frac{N}{m}$ , $m = 2kg$.

א. מהי תאוצת המסה אם מושכים את המסה 5 ס"מ כלפי מטה?

ב. מהי תאוצת המסה אם מרימים את המסה 2 ס"מ כלפי מעלה?

**11) מסות תלויות מהתקרה עם קפיץ בתאוצה**




במערכת הבאה שתי מסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידאלית.

בין המסות יש קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

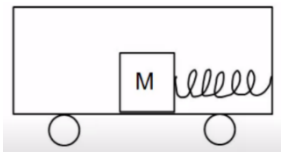
הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מהי תאוצת המסות?

ב. מהי ההתארכות של הקפיץ?

**12) קפיץ במכונית נוסעת**

מסה $m = 5kg$ נמצאת על רצפת מכונית.
המסה מחוברת באמצעות קפיץ חסר מסה לצד המכונית, ויכולה לנוע על הרצפה ללא חיכוך.




קבוע הקפיץ הוא: $k = 30\frac{N}{m}$.

הנח שאורך הקפיץ קבוע.

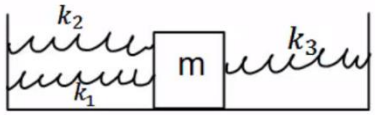
א. מהי התארכות הקפיץ אם המכונית נוסעת במהירות קבועה?

ב. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע ימינה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

ג. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 3 מטר לשנייה בריבוע שמאלה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

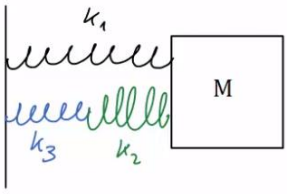
**13) מסה עם שלושה קפיצים**

שלושה קפיצים מחוברים למסה $m=2kg$ , כפי שנראה באיור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.




נתון כי: $k_1=3\frac{N}{m}$ , $k_2=5\frac{N}{m}$ , $k_3=12\frac{N}{m}$ .
הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.
מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

**14) שלושה קפיצים שוב**




באיור הבא המסה $m=4kg$ מחוברת לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב- $x=0$ .
מהי תאוצת המסה כאשר מיקומה הוא: $x=0.2m$
אם קבועי הקפיצים הם: $k_1=3\frac{N}{m}$ , $k_2=5\frac{N}{m}$ , $k_3=12\frac{N}{m}$ .

## תשובות סופיות:

**1)** א. גודל: $-1.25\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי.
ג. $x=8\text{cm}$

**2)** $x=\frac{1}{2}\text{m}$

**3)** א. $F=-2.5\text{N}$ ב. $F=2\text{N}$ ג. סעיף א': $a=-3.13\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, סעיף ב': $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

**4)** א. נקודת שיווי משקל. ב. $k=\frac{mg}{d-l_0}$

**5)** א. $\Delta x=5\text{cm}$ ב. $a=-10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**6)** $|\Delta x|=\frac{mg\sin\alpha}{k}$

**7)** $\Delta x=\frac{mg}{k}$

**8)** $|\Delta x|=\frac{mg}{k}$

**9)** א. $a=5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x=\frac{3}{4}\text{m}$

**10)** א. $a=-0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $a=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**11)** א. $a=\frac{10}{7}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x\approx 0.69\text{m}$

**12)** א. $\Delta x=0$ ב. $|\Delta x|=\frac{1}{3}\text{m}$, מתארך. ג. $|\Delta x|=\frac{1}{2}\text{m}$, מתכווץ.

**13)** $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**14)** $a\approx 0.326\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 9 - עבודה ואנרגיה

### תוכן העניינים

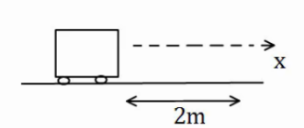
1. העבודה שמבצע כוח ..... 96
2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה ..... 98
3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית ..... 99
4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה ..... 100
5. עבודת החיכוך וחום ..... 103
6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ ..... 105
7. חוק שימור האנרגיה- הרחבה ..... (ללא ספר)
8. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
9. תרגילים ..... 106
10. הספק ..... 111

# העבודה שמבצע כוח:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

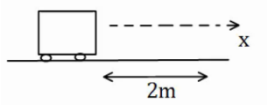
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-$x$.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:




א. בכיוון ציר ה-$x$.
ב. בכיוון $30°$ עם ציר ה-$x$.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-$x$.

**2) דוגמה 2**

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-$x$.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



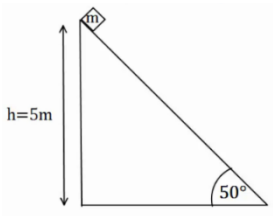

א. בכיוון ציר ה-$y$.
ב. בכיוון $30°$ מעל ציר ה-$x$ השלילי.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-$x$ השלילי.

**3) דוגמה 3**

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא $3kg$.

א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: $m$ , $h$.

**4) דוגמה 4**




גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.

א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k=0.2$.

**5) דוגמה 5**

גוף נע מהנקודה $(1,2)$ לנקודה $(3,5)$.

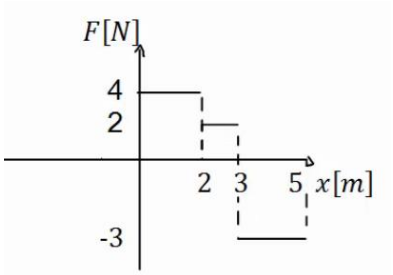
חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F}=(2,1)$

ב. $\vec{F}=(-3,2)$

**6) כוח כתלות במיקום**

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.




א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים האחרונים של התנועה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $W=10$ ב. $W=5\cdot\sqrt{3}$ ג. $W=5\cdot\sqrt{3}$

**2)** א. $W=0$ ב. $W\approx -8.66$ ג. $W\approx -8.66J$

**3)** א. $W_g=240J$ ב. $W_g=mgh$

**4)** א. $W_N=0$ ב. $W_g=100J$ ג. $W_{fk}=-16.79J$

**5)** א. $W=7J$ ב. $W=0$

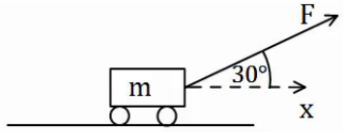
**6)** א. $W=4J$ ב. $W=-6J$

# אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

## שאלות:

**1) כוח מושך קרונית בזווית**

כוח $F=50N$ מושך קרונית בזווית של $30°$ מעל ציר ה- $x$.
מסת הקרונית היא 3 ק"ג.

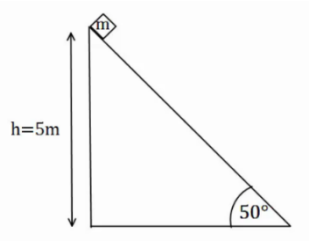



א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.

ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- $x$.

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

**2) המשך לדוגמה 4**

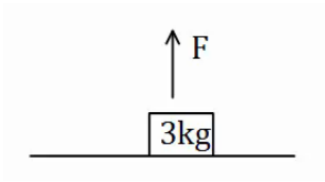



גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.
מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.2$.

א. מצא את עבודת הכוחות.

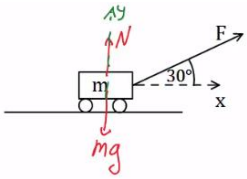
ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

**3) כוח מושך גוף ישר למעלה**




כוח $F=50N$ מושך גוף כלפי מעלה.
מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע.
מסת הגוף היא 3 ק"ג.

## תשובות סופיות:

**1)** א. 


ב. $W_N=0=W_g\ ,\ W_F\approx 216.51J$

ג. $v_F\approx 12.01\frac{m}{sec}$

**2)** א. $W_N=0\ ,\ W_g=100J\ ,\ W_{fk}=-16.79$

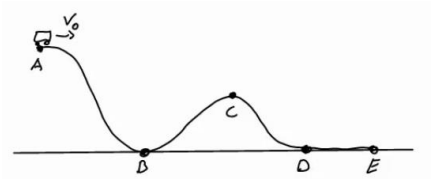
ב. $v_F\approx 9.12\frac{m}{sec}$

**3)** $v_p\approx 10.33\frac{m}{sec}$

# אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

## שאלות:

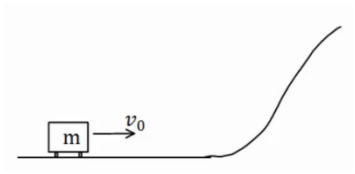
**1) רכבת הרים**




רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים.
מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה.
מצא את מהירותה בנקודות B , D , E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

**2) עגלה עולה על גבעה**

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה.
אין חיכוך בין העגלה לאדמה.




א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה?
לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.

ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

## תשובות סופיות:

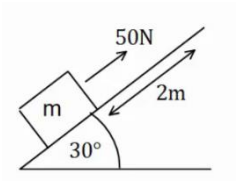
**1)** $v_B \approx 20.62\frac{m}{sec} = v_E = v_D$ , $v_C \approx 15\frac{m}{sec}$

**2)** א. $h_{max} = 20m$ ב. $v_F = \pm v_0$

# אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

## שאלות:

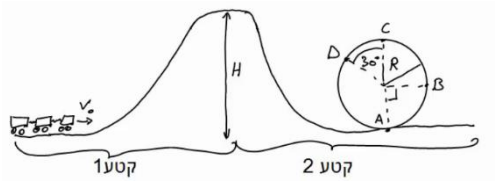
**1) כוח מעלה במדרון משופע**




כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של $30°$.
מסת הגוף היא $m=4kg$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

**2) עוד רכבת הרים**

רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה $v_0$.

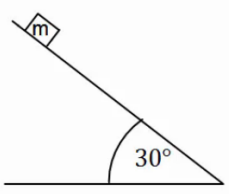



בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H.
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.
בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

**3) מסה מחליקה במדרון**



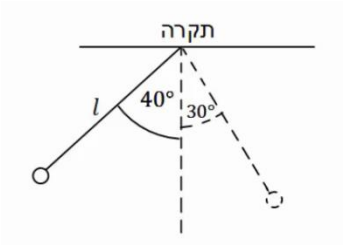

מסה $m=4kg$ מונחת במנוחה בגובה $h=5m$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא $30°$.

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F=60N$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

**4) מטוטלת**




מטוטלת בעלת אורך חוט $l=50cm$ תלויה מהתקרה.
מרימים את המטוטלת לזווית של $40°$ ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

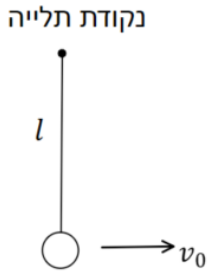
א. מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?

ב. מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?

ג. מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של $30°$?

ד. מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

**5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל**




כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l=30cm$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי של $v_0=2\frac{m}{sec}$.

i. מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?

ii. מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה המקסימלי שהחוט מאפשר לו (l מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32}\frac{m}{sec}$.
הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

## תשובות סופיות:

1) $V_F \approx 5.48\frac{m}{sec}$

2) א. $W_F = mgH$ ב. $v_C = \sqrt{2g(H-2R)}$ , $v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)}$

3) א. $v_F = 10\frac{m}{sec}$ ב. $v_F \approx 8.08\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 19.11\frac{m}{sec}$

4) א. $W_T = 0$ ב. $v_F \approx 1.55\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 1.03\frac{m}{sec}$

ד. $\theta_{max} = 40°$

5) א. i. $20cm$ ii. $\theta_{max} \approx 71°$ ב. $v_0 = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

ג. $v_f = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

# עבודת החיכוך וחום:

## רקע:

**חום** ($Q$) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

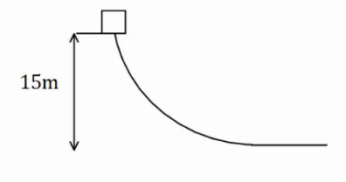
## שאלות:

**1) חישוב עבודה**

גוף שמסתו $5\text{kg}$ מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת $15\text{m}$ נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

**2) גוף נופל ממסלול עקום**




גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר.
בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה.
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.

## תשובות סופיות:

**1)** $-132.5J$

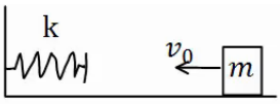
**2)** $Q = 275J$

# אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

## שאלות:

**1) מסה וקפיץ במישור אופקי**

מסה $m=50gr$ נעה במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ על משטח אופקי חלק.




המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס״מ?

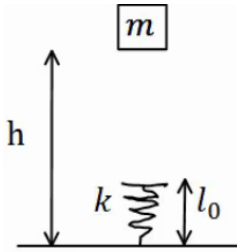
ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳ אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא $0.5m$.

**2) מסה נופלת על קפיץ אנכי**

מסה $m=5gr$ משוחררת ממנוחה מגובה $h=1m$ מעל הרצפה.




קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0=10cm$, וקבוע הקפיץ הוא $k=100\frac{N}{m}$.

א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

## תשובות סופיות:

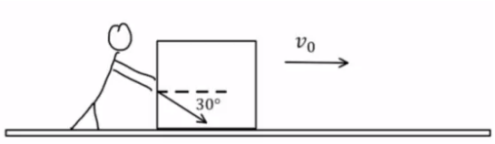
**1)** א. $v_F\approx 4.95\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x\approx 35.4cm$ ג. $v\approx 4.72\frac{m}{sec}$ , $\Delta x\approx 33cm$

**2)** א. $v_F=4.24\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x_{max}=3cm$ ג. $h_F=h_i$

# תרגילים:

## שאלות:

**1) אדם דוחף ארגז בזווית**




אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי.
מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2\frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

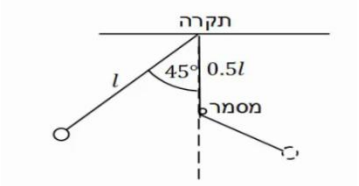
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

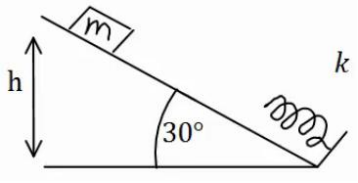
ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

**2) מטוטלת עם מסמר**




מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.
המטוטלת מוסטת לזווית של $45°$ ומשוחררת ממנוחה.
בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.
מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

**3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ**



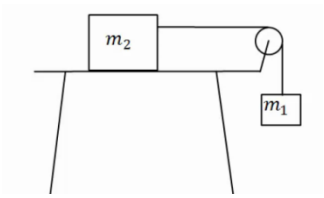

מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של $30°$.
בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

**4) מסה על שולחן ומסה תלויה**




מסה $m_2 = 4kg$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2kg$ התלויה באוויר.
גובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא $h = 2m$.
המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_1$ אם השולחן חלק.

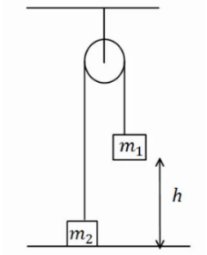
ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה $m_1$.

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

**5) שתי מסות תלויות מהתקרה**

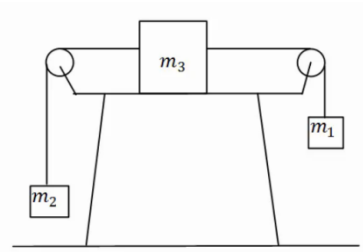
במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.




נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של $m_1$ הוא $h$.
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_1$, אם המערכת מתחילה ממנוחה.

**6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר**

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$.
כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המערכת מתחילה ממנוחה.

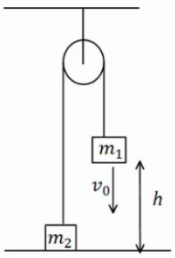



א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של $m_1$.
הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

**7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה**

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



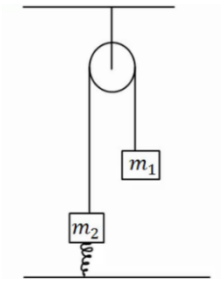

נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של $m_1$ הוא $h$.
נותנים ל-$m_1$ מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה $v_0$.

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע $m_1$.
(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_2$.

**8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ**

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.




המסה $m_2$ מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.

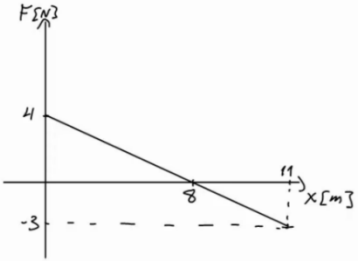
נתון: $m_1 = 4kg \ , m_2 = 2kg, \ k = 10\frac{N}{m}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

**9) גרף של כוח**




נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2kg$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18m$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6m$.

**10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה**

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה $3m$.

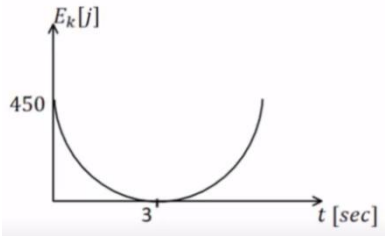
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן מ-80 ס"מ?

**11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית**




כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.
ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

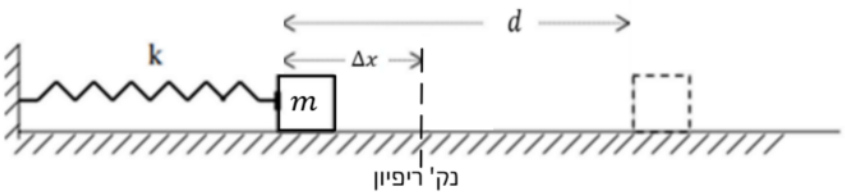
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

**12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך**

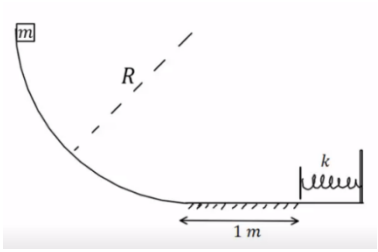
גוף שמסתו $m = 0.3kg$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2m$ כמוראה בציור. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6m$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14\frac{N}{m}$.




א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?

ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

**13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ**



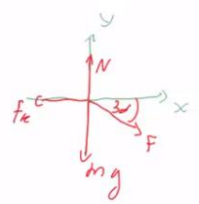

גוף בעל מסה $m = 2kg$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2m$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר.
מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3.
בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר.
החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. 


ב. $W_F \approx 690J\ ,\ W_{Fk} = -200J$

ג. $\sum F \approx 250N\ ,\ W_{\sum F} \approx 490J$

ד. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

ה. $a \approx 3\frac{m}{sec^2}\ ,\ v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

**2)** $\theta_{max} = 65.53°$

**3)** א. הכיווץ: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיווץ: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

**4)** א. $v_{m_1} \approx 3.65\frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8}\frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

**5)** $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

**6)** א. $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

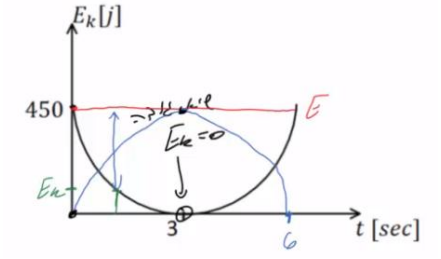
**7)** א. $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

**8)** א. $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58\frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

**9)** א. $v(x=18) = 3\frac{m}{sec}$ ב. $v(x=6) = 4.12\frac{m}{sec}$

**10)** א. $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

**11)** א. $v_0 = 30\frac{m}{sec}\ ,\ t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.




ד. i. $W_g = -450J$ ii. $W_g = -300J$

**12)** א. 0.156 ב. $1.12\frac{m}{sec}$

**13)** א. $v_B = \sqrt{34}\frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800\frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$

# הספק:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ״ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

**2) דוגמה 2**

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ״ש.
כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.
מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

**3) הספק ממוצע לשנות מהירות**

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את
מהירותה מ- $9\frac{km}{hr}$ ל- $27\frac{km}{hr}$ בתוך $4sec$ ?
מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

**4) רכבת צעצוע חשמלית**

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק״ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק״ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של $0.2KW$.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א׳?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות,
מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים),
על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



**5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו $4kg$ , הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t)=2+3t+t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t=2\sec$?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\Delta E_k \approx 385,800J = W_{\sum \vec{F}}$ ב. $p=51.7HP$

**2)** $p=11.18HP$

**3)** $F=2500N$ , $\bar{p}\approx 16.76HP$

**4)** א. $\Delta t=3.5\sec$ ב. $E_{k_1=100J}=E_{k_2}$ ג. $W_{1\to 2}=600J$

ד. $W_{3\to 2}=1200J$ ה. $p=97.7W$

**5)** א. $W=144J$ ב. $p(t=2)56W$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 10 - תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל

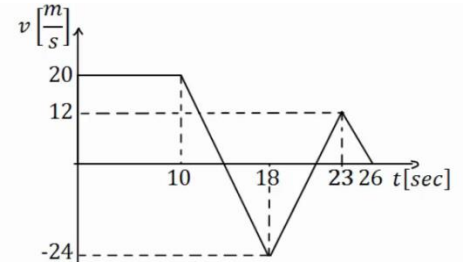
### תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר -שאלה עם גרף ..... 113
2. תנועה במישור- רקטה ממסתור ..... 115
3. אנרגיות וזריקה משופעת- בוכנה עם קפיץ ..... 116
4. כוח מושך במורד מדרון ..... 117
5. תרגילים נוספים ..... 118

# תנועה בקו ישר – שאלה עם גרף:

## שאלות:

**1)** גוף נע לאורך ציר ה-$x$ כך שמהירותו לפי הזמן נתונה בגרף הבא.
הנח שהגוף מתחיל תנועתו מ-$x=0$.




א. מצא את תאוצת הגוף בזמנים: $t=2\ ,\ 12\ ,\ 17\ ,\ 20\ ,\ 24$.

ב. שרטט גרף של תאוצת הגוף כתלות בזמן.

ג. מתי העתק הגוף מקסימלי? ומהו גודלו?

ד. באיזה מהירות קבועה צריך גוף אחר לנוע על מנת שיעשה את אותו ההעתק הכולל באותו זמן (26 שניות) כמו הגוף הנ"ל?

ה. רשום משוואת מהירות-זמן עבור הגוף.

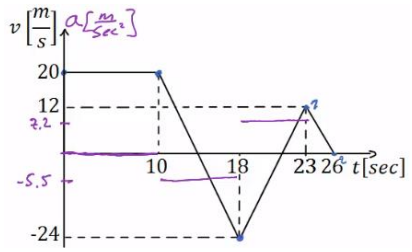
ו. רשום משוואת מיקום-זמן עבור הגוף.

ז. שרטט גרף מקום-זמן עבור הגוף.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a(t=2)=0$ , $a(t=12)=a(t=17)=-5.5$ , $a(t=20)=7.2$ , $a(t=24)=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב.



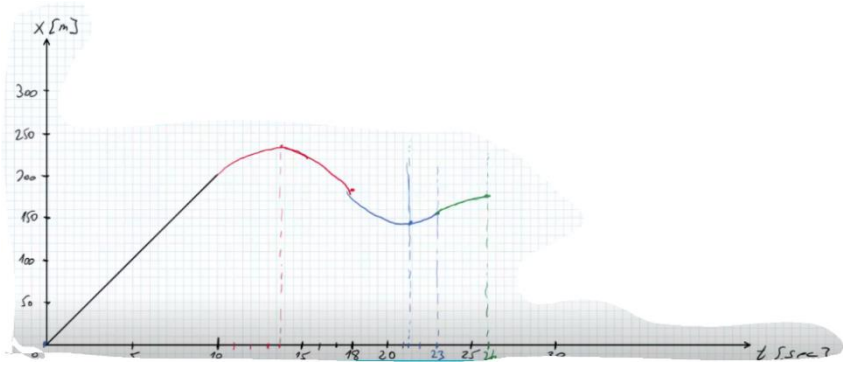

ג. בזמן : $t\approx 13.64$ , הגודל : $\Delta x_{\max}=236.4\text{m}$ .

ד. $\overline{\text{v}}\approx 6.62\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה.
$$\text{v}(t)=\begin{cases}20 & 0<t<10\\ 20-5.5(t-10) & 10<t<18\\ -24+7.2(t-18) & 18<t<23\\ 12-4(t-23) & 23<t<26\end{cases}$$

ו.
$$x(t)=\begin{cases}20t & 0<t<10\\ 200+20(t-10)+\frac{1}{2}(-5.5)(t-10)^2 & 10<t<18\\ 184+(-24)(t-18)+\frac{1}{2}7.2(t-18)^2 & 18<t<23\\ 154+12(t-23)+\frac{1}{2}(-4)(t-23)^2 & 23<t<26\end{cases}$$

ז.



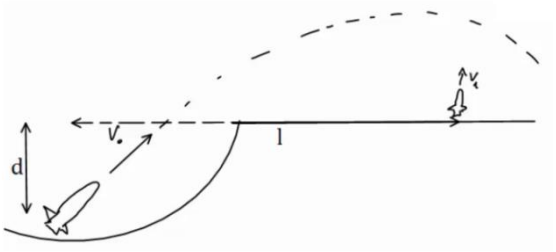
# תנועה במישור – רקטה ממסתור:

## שאלות:

**1)** רקטה יוצאת מנקודת מסתור במהירות $v_0$ ובזווית $\theta$ ביחס לאופק.
גובה המסתור הוא d מטרים מתחת לקרקע.
במרחק אופקי I מנקודת הירי של הרקטה,יוצאת רקטה נוספת במהירות $v_1$ כלפי מעלה.
התייחס לפרמטרים בגוף השאלה כנתונים.

א. מהו גובה הרקטה הראשונה כאשר היא חולפת מעל הרקטה השניה.

ב. מתי יש לירות את הרקטה השניה על מנת שתפגע ברקטה הראשונה (מספיק להגיע למשוואה ריבועית עם המשתנה והפרמטרים הנתונים).




## תשובות סופיות:

**1)** א. $$h = -d + v_0 \sin\theta \cdot \frac{l}{v_0 \cos\theta} - \frac{9}{2} - \left(\frac{l}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

ב. $$h = v_1(t_1 - t_0) - \frac{9}{2}(t_1 - t_0)^2$$

# אנרגיות וזריקה משופעת – בוכנה עם קפיץ:

## שאלות:

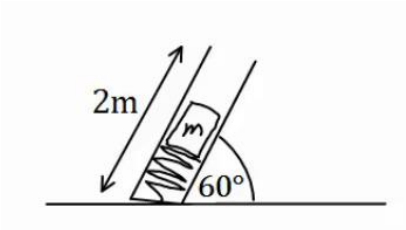
**1)** מכניסים מסה $4\text{kg}$ לתוך בוכנה המכילה קפיץ רפוי.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא כאורך הבוכנה $2\text{m}$.
הבוכנה נמצאת בזווית 60 מעלות ביחס לקרקע.
לוחצים את המסה לתוך הבוכנה כך שהקפיץ מתכווץ 1 מטר ומשחררים.
קבוע הקפיץ הוא: $k=200\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי מהירות המסה ביציאה מהבוכנה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ג. מהו המרחק מתחתית הבוכנה בו תפגע המסה בקרקע?

ד. מהי מהירות המסה בפגיעה, גודל וכיוון?




## תשובות סופיות:

**1)** א. $v\approx 5.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $y\approx 2.96\text{m}$ ג. $x(t=1.26)\approx 4.6\text{m}$

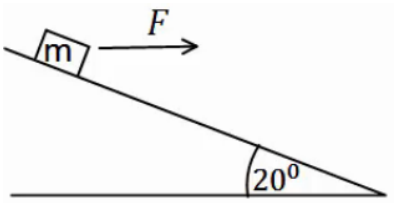
ד. מהירות: $v_y(t=1.26)=-7.65\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גודל: $|\bar{v}|\approx 8.17\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta=69.5°$.

# כוח מושך במורד מדרון:

## שאלות:

**1)** כוח אופקי $F=30N$ מושך מסה $M=4kg$ במורד מדרון משופע.
זווית השיפוע היא $20°$.
בין המדרון למסה קיים חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

א. האם המסה מתנתקת מהמדרון?
ב. מהי עבודת הכוח $F$ אם הגוף נע 3 מטרים במורד המדרון?
ג. מהי עבודת כוח הכובד באותה הדרך?
ד. מהי עבודת החיכוך?
ה. מהי עבודת הנורמל?
ו. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף?
ז. מהי מהירות הגוף בסוף הקטע אם התחיל תנועתו ממהירות של 2 מטרים לשניה?




## תשובות סופיות:

**1)** א. לא.
ב. $W_F=84.57J$
ג. $W_g=41.04$
ד. $W_{fk}\approx -16.4J$
ה. $W_N=0$
ו. $\Delta E_k=109.21J$
ז. $v\approx 7.66\frac{m}{sec}$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

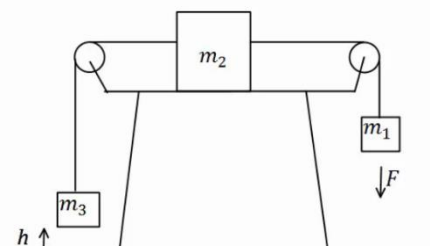
**1)** במערכת הבאה גדלי המסות הן : $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$ ברגע $t = 0$.
המערכת נמצאת במנוחה והגובה של $m_3$ מעל הקרקע הוא $h = 50cm$.
באותו הרגע פועל כוח $F = 32N$ על $m_1$ במשך 2 שניות.
הנח ש- $m_2$ לא פוגעת באף גלגלת במהלך התנועה ו- $m_1$ לא פוגעת בקרקע.
בין $m_2$ למשטח יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

א. מהי תאוצת המערכת?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו מגיעה $m_3$?

ג. מתי תפגע $m_3$ ברצפה?

ד. כמה חום נוצר במהלך כל התנועה?



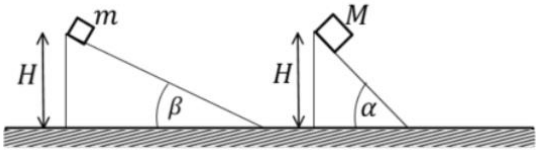

**2) השוואה בין שני מישורים**

נתונים שני מישורים משופעים חלקים בעלי גבהים שווים.
גובה המישורים הוא H ושיפועיהם $\alpha$ ו- $\beta$. שתי מסות M ו-m מחליקות ממנוחה מהקצוות העליונים של המישורים כמוראה בציור. נתון $M > m$ וכן.
נסמן ב- $v_m$ ו- $v_M$ את מהירויות המסות בהגיען לקצוות התחתונים של המישורים. כמו כן נסמן ב- $t_m$ ו- $t_M$ את משך זמני ההחלקה של המסות על המישורים.

א. האם $v_m$ גדול שווה או קטן מ- $v_M$?

ב. האם $t_m$ גדול שווה או קטן מ- $t_M$?

ג. חזרו על סעיפים א' ו-ב' עבור מצב שיש חיכוך בין המסות למישורים ומקדם החיכוך זהה.



## תשובות סופיות:

**1)** א. $a=\frac{4}{3}\frac{m}{sec^2}$ ב. $h_{max}\approx 4.06m$ ג. $t=4.41sec$ ד. $Q=30.44J$

**2)** א. שווה. ב. גדול. ג. $v_M>v_m\ ,\ t_M<t_m$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 11 - תנועה מעגלית

### תוכן העניינים

1. תיאוריה ודוגמאות ..... 120
2. תאוצה זוויתית ..... 124
3. תרגילים נוספים ..... 126

# תיאוריה ודוגמאות:

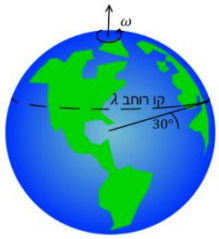
## שאלות:



**1) חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון**

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

**2) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ**




א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה, אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6,400 ק״מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30°$ ?

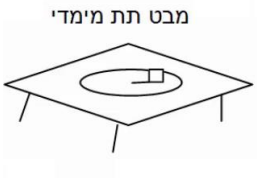
**3) אבן קשורה לחוט**

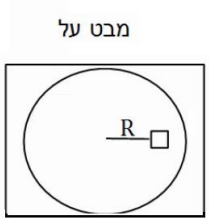
אבן קשורה לחוט באורך $l = 1.5m$ ומסתובבת במעגל אופקי עם מהירות זוויתית של $\omega = 3\frac{rad}{sec}$. התעלם מכוח הכובד. $m = 2kg$.

א. מהי המהירות הקווית של האבן?

ב. מהי המתיחות בחוט?

**4) מסה על דיסק**




מסה M מונחת על דיסק החופשי להסתובב מעל שולחן אופקי. המסה נמצאת במרחק R ממרכז הדיסק, ובין המסה למשטח יש חיכוך. מסובבים את הדיסק במהירות זוויתית $\omega$ ונתון כי המסה אינה זזה ביחס לדיסק.

א. האם החיכוך בין הדיסק למסה קינטי או סטטי?

ב. מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך?

ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית שבה ניתן לסובב את הדיסק ככה שהמסה לא תחליק?

נתון $\mu_s$.

**5) גוף מסתובב במהירות קבועה**

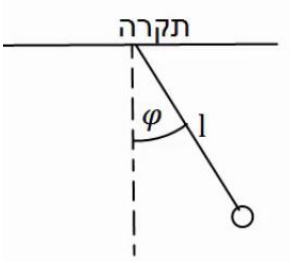
גוף מסתובב במעגל בעל רדיוס $R = 3m$ במהירות קבועה $v = 6\frac{m}{sec}$.

א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף?

ב. מהי התדירות וזמן המחזור של הגוף?

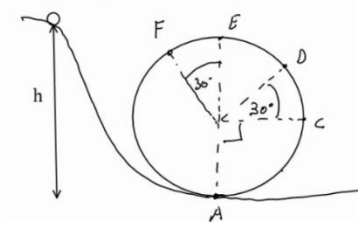
ג. כמה זמן לקח לגוף לעשות שניים וחצי סיבובים?

**6) מטוטלת אופקית**




מטוטלת באורך $l = 2m$ תלויה מהתקרה ומסתובבת במעגל אופקי. זווית החוט עם האנך לתקרה היא $\varphi = 30°$ והיא קבועה במהלך התנועה.
מצא את זמן המחזור ותדירות הסיבוב של המטוטלת, אם ידוע שהתנועה קצובה.

**7) כדור בלופ**




כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה.
רדיוס המעגל הוא $R = 2m$.

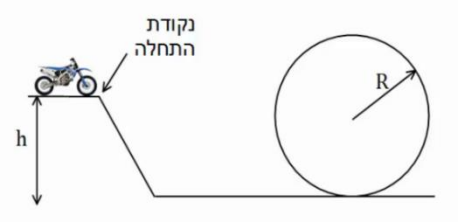
א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור.
(רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

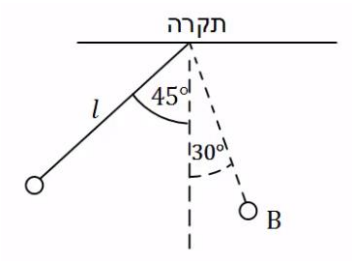
ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

**8) רוכב אופנוע במעגל אנכי**




רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור.
מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב, כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי?
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.
נתון: $R$ , $h$.

**9) כוחות במטוטלת**




מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45 מעלות.
אורך החוט הוא l והמסה היא m.

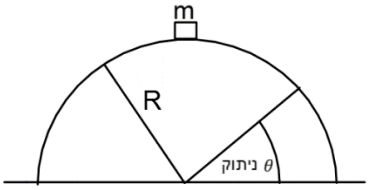
א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית 30 מעלות?
ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

**10) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית**




קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R.
הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.
מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

## תשובות סופיות:

**1)** מחוג שניות: $0.105\frac{rad}{sec}$, מחוג דקות: $1.75\cdot10^{-3}\frac{rad}{sec}$, מחוג שעות: $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$.

**2)** א. $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$ ב. $465\frac{m}{sec}$ ג. $400\frac{m}{sec}$

**3)** א. $|\vec{v}|=\omega R=4.5\frac{m}{sec}$ ב. $T\approx27N$

**4)** א. סטטי. ב. $f_s=M\omega^2R$ ג. $\omega_{max}=\sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}$

**5)** א. $\omega=2\cdot\frac{1}{sec}$ ב. תדירות: $f\approx0.32\cdot\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=\pi\,sec$. ג. $t\approx7.85sec$

**6)** תדירות: $f\approx0.382\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=2.61sec$.

**7)** א. $v_F\approx6.73\frac{m}{sec}$, $v_E\approx6.32\frac{m}{sec}$, $v_D\approx7.975\frac{m}{sec}$, $v_C\approx8.94\frac{m}{sec}$, $v_A\approx10.95\frac{m}{sec}$

ב. $a_{r_B}=40\frac{m}{sec^2}$, $a_{r_A}=60\frac{m}{sec^2}$ וכו', לפי הנוסחה $a_r=\frac{v^2}{R}$.

ג. $a_{\theta_E}=0$, $a_{\theta_F}=5\frac{m}{sec^2}$, $a_{\theta_A}=0$, $a_{\theta_C}=-g$, $a_{\theta_D}=-10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{sec^2}$

ד. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{a_r^2+a_\theta^2}$

**8)** $v_{min}=\sqrt{gR}$

**9)** א. $v=\sqrt{0.58gl}$ ב. $T=1.58mg$ ג. $v_B=\sqrt{0.32gl}$, $T_B=1.19mg$

ד. $T=\frac{1}{\sqrt{2}}mg$

**10)** $\theta=41.8°$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1) גוף נע במעגל**

גוף נע במעגל בעל רדיוס: $R = 2\text{m}$ בתאוצה זוויתית קבועה: $\alpha = 0.1\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.
הגוף מתחיל תנועתו ממנוחה .

א. מצאו ביטוי למהירות הזוויתית כתלות בזמן.

ב. מהי המהירות הזוויתית ב-$t = 3\text{ sec}$?
מהן המהירות הקווית והתאוצה הרדיאלית באותו הרגע?

ג. מצאו ביטוי לזווית כתלות בזמן.

ד. כמה זמן לקח לגוף לעשות סיבוב אחד?
כמה זמן לקח לגוף לעשות שני סיבובים?

ה. מצאו את הדרך שעשה הגוף כתלות בזמן.

**2) פטיפון מסובב תקליט בתאוצה זוויתית**

פטיפון מתחיל לסובב תקליט ממנוחה בתאוצה זוויתית קבועה של: $\alpha = 0.2\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.

א. כמה זמן ייקח לתקליט להגיע למהירות זוויתית של: $0.8\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$?

ב. כמה "הסתובב" התקליט ב-2 השניות הראשונות?
(כלומר מה השינוי בזווית של כל נקודה בתקליט)

ג. כמה זמן לקח לתקליט להשלים סיבוב?

ד. כמה זמן לקח לתקליט להשלים 3 סיבובים?

ה. 5 שניות לאחר תחילת הסיבוב מניחים את המחט במרחק של $20\text{cm}$ ממרכז התקליט.
מה מהירות החלק של התקליט שנוגע במחט באותו הרגע?



**3) אצן מאיץ במסלול מעגלי**

אצן מתחיל לרוץ ממנוחה במסלול מרוץ מעגלי בעל רדיוס של: $R = 20\text{m}$.
האצן רץ בתאוצה קבועה ומגיע למהירות של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ תוך עשר שניות.

א. מהי התאוצה המשיקית של האצן?
ב. מהי התאוצה הזוויתית של האצן?
ג. כמה השתנתה הזווית של האצן במשך עשר השניות?
ד. מהי התאוצה הרדיאלית של האצן כתלות בזמן?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\omega(t) = 0.1t$. ב. $\omega = 0.3\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ , $v = 0.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $a_r = 0.18\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
ג. $\theta(t) = 0.05t^2$. ד. $t_1 \approx 11.2\text{sec}$ , $t_2 \approx 15.9\text{sec}$. ה. $S = 0.1t^2$.

**2)** א. $4\text{sec}$. ב. $0.4\text{rad}$. ג. $7.9\text{sec}$. ד. $13.7\text{sec}$.

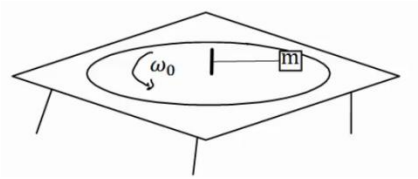
ה. $0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

**3)** א. $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. ב. $0.025\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$. ג. $12.5\text{rad}$. ד. $0.0125t^2$.

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1) מסה על דיסק קשורה בחוט**



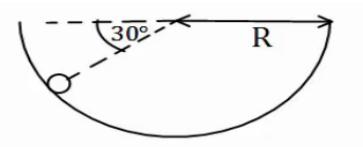

מסה m נמצאת על דיסק המסתובב על גבי שולחן.
המסה קשורה בחוט למוט במרכז השולחן.
המוט מסתובב ביחד עם כל הדיסק.
נתון כי המסה מסתובבת עם הדיסק במהירות זוויתית $\omega_0$.
מהי המתיחות בחוט אם אורכו L?

**2) קרוסלה בלונה פארק**



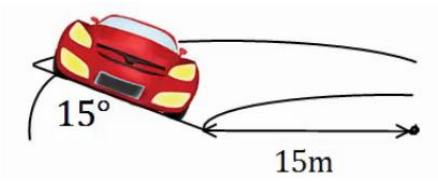

במתקן בלונה פארק ישנה קרוסלה מסתובבת אליה קשורים כבלים עם כסאות, ראה תמונה.
רדיוס "הכתר" הוא $R = 5m$ אורך כל כבל הוא $l = 4m$.
הזווית ביחס לאנך לרצפה בה נטוי כל כבל היא 40 מעלות.
כמה זמן לוקח לקרוסלה להשלים סיבוב?
שים לב שרדיוס הכתר הוא לא רדיוס הסיבוב.

**3) כדור בקערה כדורית**



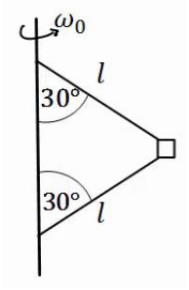

כדור קטן מונח בתוך קערה חצי כדורית בעלת רדיוס R.
מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף.
מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש, כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

**4) מכונית במחלף**




מכונית נוסעת על מחלף משופע.
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.
רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

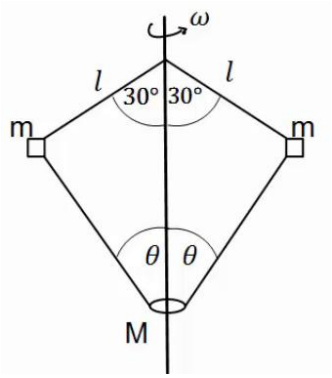
**5) מסה קשורה לעמוד מסתובב**




בציור הבא מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט, המסתובב במהירות זוויתית נתונה $\omega_0$. אורך החוטים זהה ונתון l.
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.
מהי המתיחות בכל חוט?

**6) שתי מסות קשורות למוט מסתובב וחרוז**

בציור הבא 2 מסות זהות $m = 200g$ קשורות למוט מסתובב, באמצעות חוטים באורך $l = 20\text{cm}$.

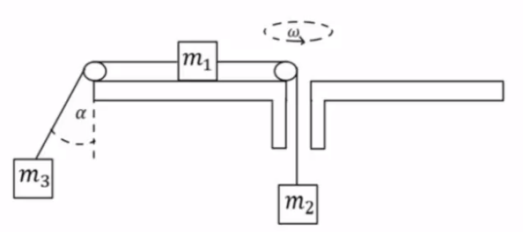



המסות קשורות גם לחרוז בעל מסה $M = 0.5\text{kg}$, באמצעות שני חוטים נוספים באורך לא ידוע.
החרוז חופשי לנוע לאורך המוט.
המוט מסתובב במהירות זוויתית $\omega = 20\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וכל המערכת איתו.
הזוויות של החוטים עם המוט נתונות באיור.
מהי המתיחות בכל חוט ומהי הזווית $\theta$?

**7) מסה על שולחן מסתובב קשורה לשתי מסות**

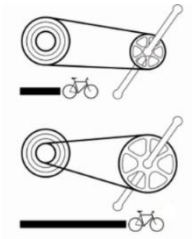
גוף שמסתו $m_1 = 5\text{kg}$ מונח על דיסק חלק המסתובב במהירות זוויתית $\omega = 2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
הגוף קשור מצד אחד למסה $m_2 = 3\text{kg}$ באמצעות חוט העובר דרך חור במרכז הדיסק. מצד שני הגוף קשור למסה $m_3 = 1\text{kg}$ באמצעות חוט היוצא מקצה הדיסק בזווית $\alpha$, לא ידועה, ביחס לאנך מהדיסק. רדיוס הסיבוב של כל אחד מהגופים קבוע.
נתון כי הרדיוס של $m_1$ הוא $R_1 = 0.3m$.

א. ציירו את הכוחות הפועלים על כל גוף בנפרד.



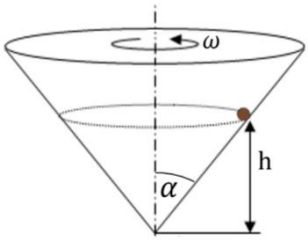

ב. מהי המתיחות בכל חוט?
ג. מהי הזווית $\alpha$?
ד. מהו $R_3$?

**8) הילוכי אופניים**



הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

**9) כדור בחרוט מסתובב**

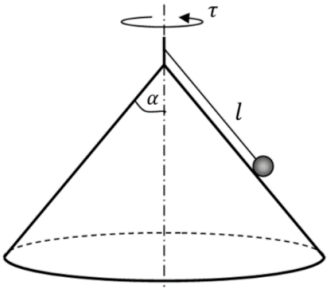



מסובבים חרוט בעל חצי זווית ראש $\alpha$ במהירות זוויתית $\omega$ .
כדור קטן מסתובב ביחד עם החרוט בגובה קבוע.

א. הניחו כי אין חיכוך ומצאו מהו הגובה h כתלות ב- $\alpha$ וב- $\omega$?

ב. מהו הכוח השקול הפועל על הכדור?

**10) כדור על חרוט הפוך**



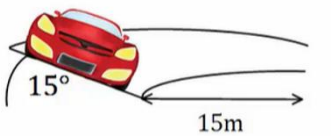

באיור הבא הכדור מחובר באמצעות חוט לציר המחובר לראש החרוט.
מסובבים את החרוט והכדור מסתובב איתו.
נתונים: אורך החוט $l$, חצי זווית הראש של החרוט $\alpha$ וזמן המחזור של הסיבוב $\tau$.

א. מהי המהירות הקווית של הכדור?

ב. מהי המתיחות בחוט ומהו הנורמל?

ג. באיזו מהירות זוויתית יש לסובב את החרוט על מנת שהכדור יתנתק מן המשטח?

**11) מכונית במחלף עם חיכוך***




מכונית נוסעת על מחלף משופע, זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות ורדיוס הסיבוב הוא 15 מטרים.
מקדם החיכוך הסטטי בין הכביש למכונית הוא 0.3.
מצאו את המהירות המקסימאלית האפשרית עבור המכונית כך שלא תחליק.

הערה: בנסיעה רגילה החיכוך הוא **סטטי** למרות שהמכונית בתנועה, זה קשור לאפקט שנקרא גלגול ללא החלקה שבו נקודת המגע של הגלגל עם הכביש נמצאת במנוחה רגעית בגלל הסיבוב של הגלגל.

**12) אופנועים בכדור המוות**



בכדור המוות בקרקס. אופנועים נוסעים במעגל כמעט אופקי.
מהי המהירות המינימלית שהאופנועים צריכים לנסוע בשביל להישאר במעגל האופקי אם רדיוס המעגל הוא 12 מטר ומקדם החיכוך הסטטי בין האופנוע למשטח הוא 0.4?

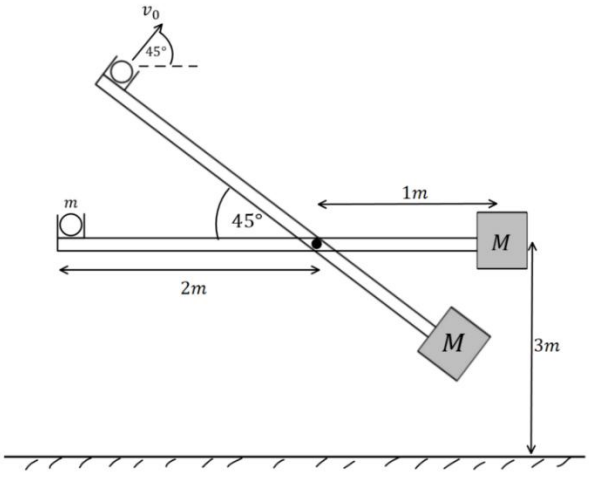
**13) מתקן לשיגור כדור**

הציור מראה מתקן לשיגור כדור, המורכב ממוט שאורכו 3 מטר שיכול להסתובב סביב ציר אופקי קבוע הנמצא במרחק מטר אחד מקצהו הימני ו-2 מטרים מקצהו השמאלי, כמוראה בציור. הציר קבוע בגובה $h = 3m$ מהרצפה. הכדור שמסתו $m = 2\text{kg}$ מונח במיכל פתוח הקבוע בקצהו השמאלי של המוט. משקולת שמסתה M (לא נתונה) קשורה לקצהו הימני של המוט. משחררים את המערכת ממנוחה במצב אופקי והמוט מתחיל להסתובב.
קיים מנגנון (אינו מוראה בציור) שעוצר את המוט כשהוא מגיע לזווית של $45°$ ביחס לרצפה, וזה גורם לקליע לעזוב את המיכל בזווית זו של $45°$ מעל לרצפה במהירות $v_0 = 4\frac{m}{sec}$. מסת המוט והחיכוך זניחים.

א. מהי מהירות M זמן קצר ביותר לפני שהמוט נעצר בזווית של $45°$?

ב. מהי מסת המשקולת, M, הדרושה כדי שהכדור יעזוב את המוט במהירות הנתונה $v_0$ בזווית הנ"ל?

ג. באיזו מהירות יפגע הכדור ברצפה, אם הוא עוזב את המוט במהירות הנתונה בסעיף א'? (זכרו שהציר נמצא 3 מטר מעל הרצפה).



**14) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה***

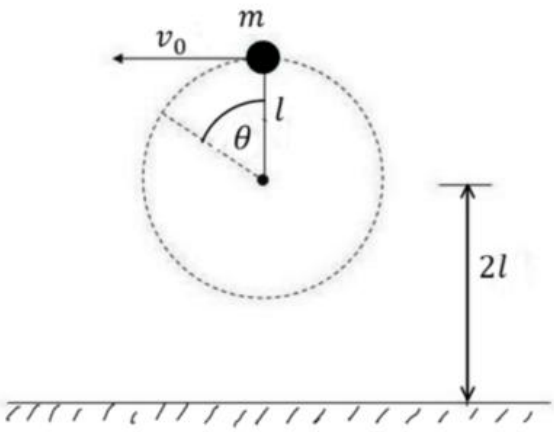
כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l.
הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה.
כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב
מעניקים לו מהירות אופקית $v_0$.

א. מה המהירות המינימלית $v_0$ הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מענקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$.
אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על 5.25mg מצאו את הזווית $\theta$ שבה יקרע החוט.

ג. מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?

ד. תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?



## תשובות סופיות:

1) $T = m\omega_0^2 L$

2) $t \approx 5.98sec$

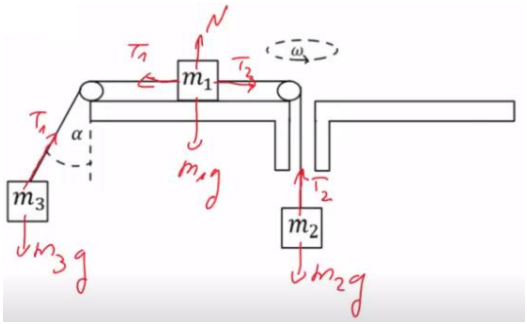
3) $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{Rg}}$

4) $v \approx 6.34\frac{m}{sec}$

5) $T_1 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 l + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\,, T_2 = \frac{1}{2}\left(m\omega_0^2 l - \frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\right)$

6) $T_1 \approx 5.2\mathrm{N}\,, T_2 \approx 5.95\mathrm{N}\,, \theta \approx 65.16°$

7) א.




ב. $T_1 = 24\mathrm{N}\,, \mathrm{T}_2 = 30N$

ג. $\alpha \approx 65°$ ד. $R_3 \approx 5.5m$

8) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$

9) א. $h = \frac{g}{\omega^2 \tan^2\alpha}$ ב. למרכז המעגל $\sum F = \frac{g}{\tan\alpha}$

10) א. $V = \frac{2\pi}{\tau} l \sin\alpha$ ב. $N = mg\sin\alpha - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l \sin\alpha\cos\alpha\,,$

$T = mg\cos\alpha + m\omega^2 a\sin\alpha$ ג. $\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$

11) $9.6\frac{m}{sec}$

12) $17.3\frac{m}{sec}$

13) א. $2\frac{m}{sec}$ ב. $8.73\mathrm{kg}$ ג. $10.2\frac{m}{sec}$

14) א. $\sqrt{\mathrm{gl}}$ ב. $110°$ ג. $10\frac{m}{sec}$ ד. $0.3sec$

# ביומכניקה א מכניקה

## פרק 12 - מתקף ותנע- יש לוודא שהחומר נלמד בקורס

### תוכן העניינים

1. מתקף ..... 132
2. תנע ושימור תנע ..... 133
3. התנגשות אלסטית ..... 137
4. התנגשות פלסטית ורתע ..... 138
5. מקרים מיוחדים ..... 139
6. תרגילים נוספים ..... 140

# מתקף:

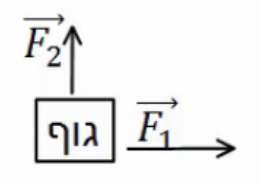
## שאלות:

**1) שחקן בועט בכדור**

שחקן כדורגל בועט בכדור, הכוח הממוצע שמפעיל השחקן הוא 100 ניוטון בכיוון ציר ה- $x$.
זמן המגע של השחקן עם הכדור הוא 0.2 שניות.
חשב את המתקף שהפעיל השחקן על הכדור.

**2) חישוב מתקף כולל**

בציור הבא נתון גוף שפועלים עליו שני כוחות: $\vec{F}_1 = 2\hat{x}$ , $\vec{F}_2 = 3\hat{y}$.




זמן הפעולה של שני הכוחות הוא: $\Delta t = 0.5\text{sec}$.

א. חשב את המתקף של כל כוח בנפרד.

ב. מצא את וקטור המתקף הכולל. מהו גודלו וכיוונו?

ג. חשב את שקול הכוחות הפועל על הגוף ומצא באמצעות שקול הכוחות את גודל המתקף הכולל.

## תשובות סופיות:

**1)** $\vec{J}=20\text{N}\hat{x}$

**2)** א. $\vec{J}_1 = 1\cdot\hat{x}$ , $\vec{J}_2 = 1.5\cdot\hat{y}$

ב. $(1,1.5)$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$ , כיוון: $\theta \approx 56.31°$.

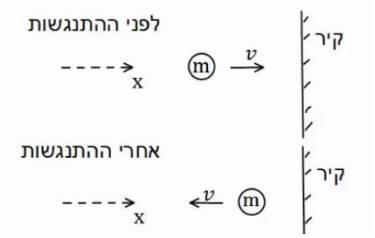
ג. $\sum\vec{F} = 2\hat{x}+3\hat{y}$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$.

# תנע ושימור תנע:

## שאלות:

### 1) כדור מתנגש בקיר

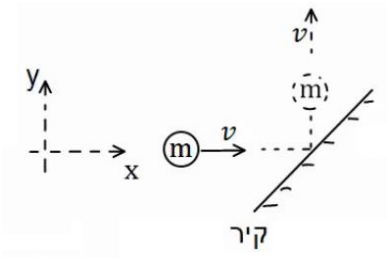
כדור בעל מסה $m=0.5kg$ נע במהירות $v=5\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- $x$.
ברגע מסויים הכדור מתנגש בקיר וחוזר חזרה באותה מהירות.
התעלם מכוח הכובד.




א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.2 שניה.

### 2) כדור מתנגש בקיר משופע

כדור בעל מסה $m=0.2kg$ נע במהירות $v=3\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- $x$.
ברגע מסוים הכדור מתנגש בקיר משופע.
לאחר ההתנגשות הכדור נע בכיוון החיובי של ציר ה- $y$ באותו גודל של מהירות.
התעלם מכוח הכובד.




א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.1 שנייה?

### 3) כדור מתנגש בכדור במנוחה

כדור 1 בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ נע במהירות $v_1 = 20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון ציר ה- $x$.
ברגע מסוים הכדור פוגע בכדור 2 הנמצא במנוחה.
מסת הכדור השני היא $m_2 = 3\text{kg}$.




לאחר הפגיעה, כדור 1 ממשיך במהירות $u_1 = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון החיובי של ציר ה- $x$.

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

### 4) שני כדורים נעים אחד כלפי השני

שני כדורים נעים אחד כלפי השני ומתנגשים ברגע מסוים.
מסות הכדורים והמהירות שלהם לפני ההתנגשות
הן: $m_1 = 4\text{kg}$ , $m_2 = 3\text{kg}$ , $v_2 = 15\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $v_1 = 10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.




מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות היא: $u_2 = 12\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, בכיוון הפוך למהירותו לפני ההתנגשות. הנח שההתנגשות היא מצחית (כלומר, שהכדורים נשארים על אותו ציר לאחר ההתנגשות).

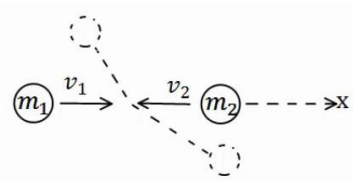
א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

### 5) התנגשות דו-מימדית

שני כדורים נעים אחד כלפי השני על ציר ה- $x$.

מהירויות הכדורים ומסותיהן הן: $m_1 = 3\text{kg}, m_2 = 4\text{kg}$, $v_2 = -5\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}, v_1 = 10\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$.

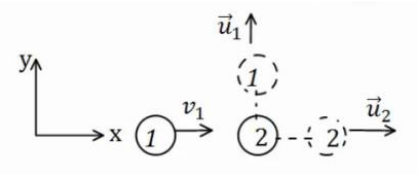
הכדורים מתנגשים ולאחר ההתנגשות כדור אחד נע בזווית של 30 מעלות מתחת לציר ה-$x$ וכדור 2 נע בזווית של 120 מעלות עם ציר ה-$x$ החיובי.



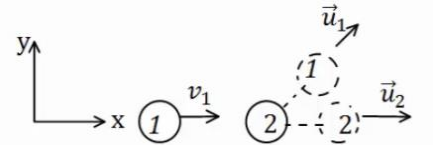

א. מצא את גודל מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.
ב. מה המתקף שפעל על כל כדור?

**6) איזה התנגשות אפשרית**

כדור מספר 1 נע במהירות חיובית על ציר ה- $x$.
ברגע מסוים הוא מתנגש בכדור מספר 2 הנמצא במנוחה.
נתון כי לאחר ההתנגשות מהירותו של כדור 2 היא בכיוון ציר ה- $x$.




א. האם יתכן כי מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא רק בכיוון ציר ה- $y$?




ב. האם יתכן כי מהירותו לאחר ההתנגשות היא בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- $x$?

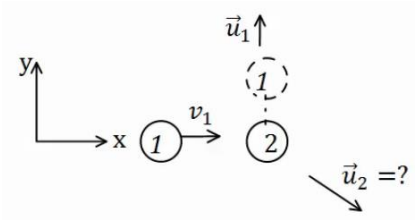
ג. האם יתכן שכדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

ד. האם יתכן כדור מספר 1 נע בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

ה. האם יתכן ששני הכדורים נעים בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

**7) מציאת המהירות של כדור 2**

כדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה-$x$.
מסתו היא $m_1 = 3\text{kg}$ ומהירותו היא $v_1 = 12\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$.
הכדור פוגע בכדור מספר 2 שמסתו היא $m_2 = 4\text{kg}$
הנמצא במנוחה.



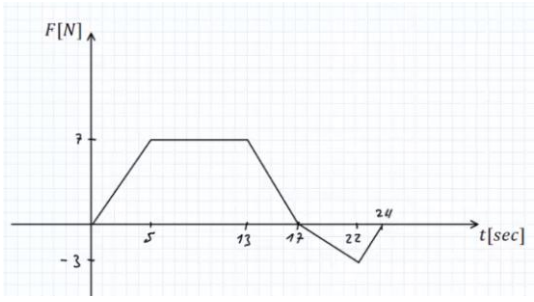

מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (בכיוון ציר ה- $y$ החיובי בלבד).

א. מצא את וקטור המהירות של כדור 2 לאחר ההתנגשות.

ב. מהו גודלה של המהירות ומהו כיוונה?

**8) גרף של כוח כתלות בזמן**

גוף בעל מסה של $2\text{kg}$ נע לאורך קו ישר בהשפעת כוח המשתנה בזמן.
גודלו של הכוח כתלות בזמן נתון בגרף.
הגוף התחיל תנועתו ממנוחה.




א. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד ל- $t = 17\text{sec}$, מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ב. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד לרגע $t = 24\text{sec}$, מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ג. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך הזמן $17\text{sec} < t < 24\text{sec}$?
מה משמעות הסימן של המתקף?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\vec{p}=2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\Delta\vec{p}=-5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$

ד. $\vec{J}_T=\vec{J}_N=\Delta\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ה. $\vec{N}=-25\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\hat{x}=-25\text{N}\hat{x}$

**2)** א. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{y}$ ג. $(-0.6,\ 0.6)$

ד. $\vec{J}_N=(-0.6,0.6)\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\vec{N}=(-6,\ 6)\text{N}$

**3)** א. $\vec{p}_T=40\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $\vec{u}_2=10\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\vec{J}_{T1}=-30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_{T2}=30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

**4)** א. $\vec{p}_T=-5\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $u_1=-10.25\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\vec{J}_1=-81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_2=81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

**5)** א. $u_2=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $u_1=5.78\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\vec{J}_1=(-14.97,\ -8.67)$

**6)** א. לא. ב. לא. ג. כן. ד. כן. ה. לא.

**7)** א. $\vec{u}_2=(9,\ -6)\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. גודל: $|\vec{u}_2|\approx 10.82\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , כיוון: $\theta=33.69°$.

**8)** א. $v_F(t=17\text{sec})=43.75\frac{m}{\text{sec}}$ , $J=87.5\text{N}\cdot\text{sec}$

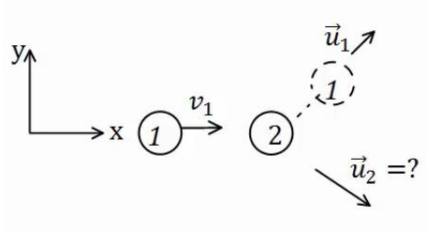
ב. $v(t=24\text{sec})=38.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $J=77N\cdot\text{sec}$

ג. $J_{17<t<24}=-10.5$ , המשמעות של הסימן שהכוח שמפעיל את המתקף פועל בכיוון השלילי.

# התנגשות אלסטית:

## שאלות:

**1) התנגשות אלסטית**




כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ פוגע בכדור שני הנמצא במנוחה. מהירותו של הכדור הראשון לפני ההתנגשות היא $v_1 = 20\frac{m}{sec}$.
נתון כי מהירותו של הכדור הראשון לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 45 מעלות ביחס לכיוון פגיעתו.
מצא את מהירות הכדור השני ומסתו, אם ידוע שההתנגשות היא אלסטית.

**2) התנגשות אלסטית מצחית**




גוף בעל מסה $m_1 = 5kg$ נע על ציר ה- $x$ ומתנגש בגוף אחר בעל מסה $m_2 = 8kg$, הנע על ציר ה- $x$ גם כן.

מהירויות הגופים לפני ההתנגשות הן: $v_2 = 5\frac{m}{sec}\hat{x}$ , $v_1 = 20\frac{m}{sec}\hat{x}$, בהתאמה.
ידוע שההתנגשות היא פלסטית ומצחית.
מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

**1)** מסה: $m_2 \approx 1.45kg$, מהירות: $u_{2_y} = -9.75\frac{m}{sec}$ , $u_{2_x} = 17.86\frac{m}{sec}$.

**2)** $u_1 = 1.54\frac{m}{sec}$ , $u_2 \approx 16.54\frac{m}{sec}$

# התנגשות פלסטית ורתע:

## שאלות:

**1) קליע נתקע בבול עץ**




קליע נע במהירות $v_1 = 100\frac{m}{sec}$ לעבר בול עץ הנמצא במנוחה. הקליע חודר לבול העץ ונתקע בתוכו.
מסת הקליע היא $m = 20gr$ ומסת בול העץ היא $M = 5kg$.
מצא את המהירות המשותפת של הגופים לאחר הפגיעה.

**2) קליע נורה מרובה**




כדור נורה מרובה הנמצא במנוחה.
מהירות הכדור לאחר הירי היא $u_1 = 100\frac{m}{sec}$, ומסת הכדור היא $m = 20gr$.
מהי מהירות הרובה, אם מסת הרובה היא $M = 3kg$?

**3) טיל מתפרק**

טיל טס באוויר במהירות $v = 540\frac{km}{hr}$ בקו ישר, מסת הטיל היא $M = 50kg$.
ברגע מסוים הטיל מתפוצץ לשני חלקים. מסת החלק הראשון היא $m_1 = 20kg$.
מצא את מהירות החלק השני במקרים הבאים:

א. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 72\frac{km}{hr}$ בכיוון הפוך לכיוון אליו נע הטיל לפני הפיצוץ.

ב. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 360\frac{km}{hr}$ בכיוון 30 מעלות מתחת לכיוון אליו עף הטיל לפני הפיצוץ.

## תשובות סופיות:

**1)** $u = \frac{2}{5}\frac{m}{sec}$

**2)** $u_2 = -\frac{2}{3}\frac{m}{sec}$

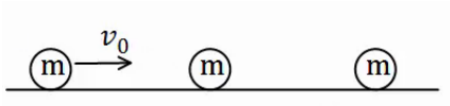
**3)** א. $u_2 = 948\frac{km}{hr}$ ב. $u_{2_y} = 33.34\frac{m}{sec}$, $u_{2_x} \approx 192.3\frac{m}{sec}$

# מקרים מיוחדים:

## שאלות:

**1) פגיעה כפולה**

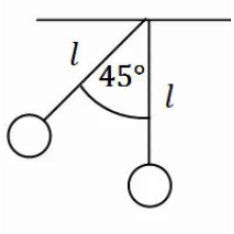
שלושה כדורים זהים נמצאים על מישור אופקי חלק.
הכדור השמאלי נע במהירות $v_0$ כלפי הכדור האמצעי.
מצא את מהירויות כל אחד מהגופים לאחר כל התנגשות, אם:




א. כל ההתנגשויות הן אלסטיות מצחיות.
ב. כל ההתנגשויות הן פלסטיות.

**2) מטוטלת פוגעת במטוטלת**

שני כדורים זהים תלויים באמצעות חוטים בעלי אורך זהה $l$.
מסיתים את הכדור השמאלי בזווית של 45 מעלות ומשחררים אותו ממנוחה.




א. מהי מהירותו רגע לפני הפגיעה בכדור הימני?
ב. מהי מהירות הכדור השמאלי לאחר הפגיעה אם ההתנגשות היא אלסטית?
ג. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע הכדור לאחר הפגיעה?
ד. מה יקרה לאחר מכן?
ה. חזור על סעיפים ב' , ג' אם ההתנגשות היא פלסטית.

**3) מקדם תקומה**

גוף בעל מסה $m$ נע במהירות $v$ על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8.
מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

**1)** א. הכדור הראשון והשני מהירותם 0, והכדור השלישי מהירותו $v_0$.

ב. $\tilde{u} = \frac{v_0}{3}$.

**2)** א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $u_2 = v = \sqrt{0.58gl}$ ג. $\theta_{max} = 45°$

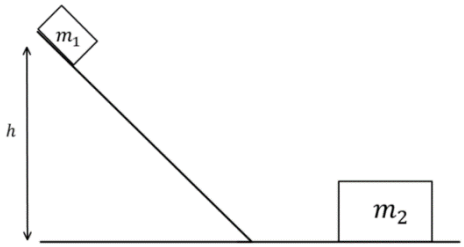
ד. התהליך חוזר על עצמו לנצח. ה. (ב) $u = \frac{1}{2}v$ , (ג) $\theta \approx 21.95°$

**3)** $u_1 = -0.35v$ , $u_2 = 0.45v$

# תרגילים נוספים:

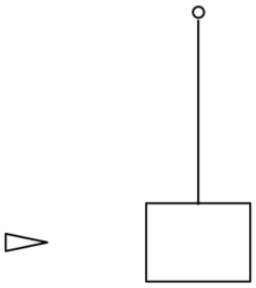
## שאלות:

**1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה**




גוף בעל מסה $m_1 = 2kg$ משוחרר ממנוחה על
מדרון משופע בגובה $h = 1m$.
בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5kg$.
הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשן
בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.

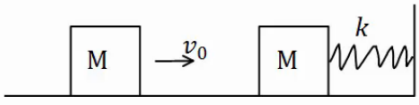
**2) קליע חודר מטוטלת בליסטית**



בול עץ בעל מסה $2kg$ קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
קליע בעל מסה $5gr$ נע במהירות $v_1 = 450\frac{m}{sec}$ פוגע
בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני
במהירות $u_1 = 150\frac{m}{sec}$.
לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?

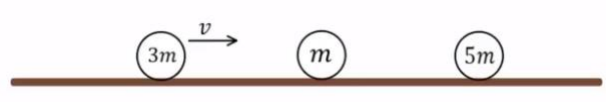
**3) שתי מסות וקפיץ**

מסה M נעה במהירות $v_0$ ומתנגשת במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
המסה הנוספת מחוברת לקפיץ רפוי.
קבוע הקפיץ, המהירות ההתחלתית והמסות נתונים.
מצא את הכיווץ המקסימלי, אם:




א. ההתנגשות היא פלסטית.
ב. ההתנגשות אלסטית.
ג. חשב את המתקף שפעל על כל גוף בכל אחד מהמקרים.

**4) שלושה כדורים**



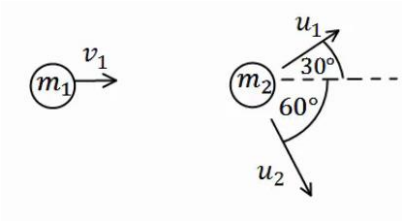

שלושה כדורים מונחים על משטח אופקי חלק כפי שמתואר באיור.
הכדור השמאלי בעל מסה 3m נע במהירות v ומתנגש התנגשות אלסטית בכדור בעל מסה m הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתנגש הכדור בעל מסה m בכדור בעל מסה 5m הנמצא במנוחה התנגשות פלסטית.

א. מהי מהירות הכדורים m ו-3m לאחר ההתנגשות הראשונה?

ב. מהי המהירות המשותפת של הכדורים m ו-5m לאחר ההתנגשות השנייה?

ג. כמה זמן חלף מרגע ההתנגשות הראשונה עד לרגע ההתנגשות השלישית, זו של הכדור 3m בכדורים הדבוקים?

**5) איבוד אנרגיה**

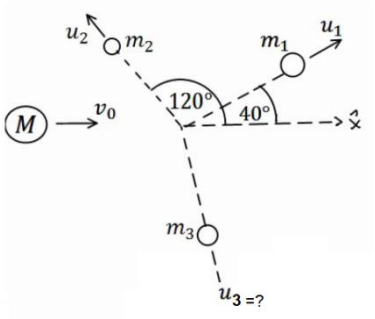



כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ ומהירות $v_1 = 10\frac{m}{sec}$,
מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3kg$ הנמצא במנוחה.
לאחר ההתנגשות, הכדור הראשון נע בכיוון 30 מעלות מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60 מעלות מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית?
אם לא, כמה אנרגיה אבדה בהתנגשות?

**6) פצצה**




פצצה בעלת מסה $M = 13kg$ נעה באוויר במהירות קבועה $v_0 = 100\frac{m}{sec}$. ברגע מסוים הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר.
מסת החלק הראשון היא $m_1 = 4kg$ והוא נע במהירות $u_1 = 80\frac{m}{sec}$ בזווית של 40 מעלות ביחס לכיוון המקורי.

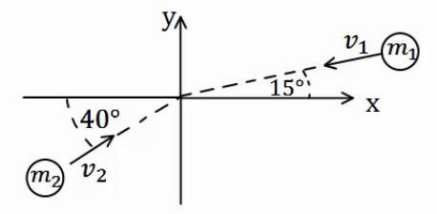
מסת החלק השני היא $m_2 = 2kg$ והוא נע במהירות $u_2 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 120 מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא $7kg$.
מצא את מהירות החלקיק השלישי.

**7) שני גופים שני מימדים**

שני גופים, בעלי מסות: $m_1 = 2kg$ , $m_2 = 3kg$, נעים לכיוון הראשית.

מהירויות הגופים הן: $v_1 = 20\frac{m}{sec}$ , $v_2 = 10\frac{m}{sec}$, בהתאמה, וכיוונם נתון באיור.

הגופים מתנגשים בראשית.




מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות, אם:

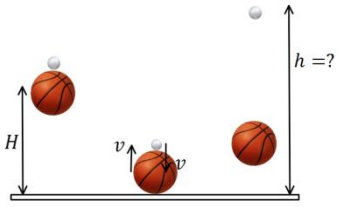
א. ההתנגשות היא פלסטית.

ב. ההתנגשות היא אלסטית, והגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה- $y$ לאחר ההתנגשות.

**8) כדור גולף על כדורסל**

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5m$.

משחררים אותם ליפול ממנוחה.



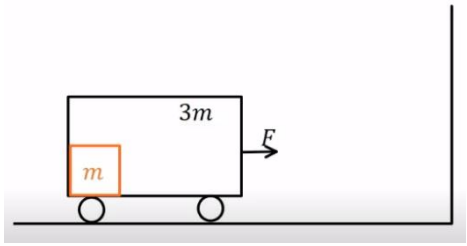

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף, אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא $m = 46gr$,

ומסת הכדורסל היא $M = 624gr$.

**9) ארגז בתוך קרונית המתנגשת בקיר**

ארגז שמסתו $m$ מונח בתוך קרונית סגורה בצמוד לדופן השמאלי של הקרונית.




מסת הקרונית היא $3m$ והיא מתחילה ממנוחה.

מפעילים כוח $F$ קבוע ימינה במשך $T$ שניות.

אין חיכוך בין הקרונית לקרקע.

נתון: $m , T , F$.

א. מהי מהירות הקרונית בתום הזמן $T$?

ב. מהו הכוח $N$ שהארגז מפעיל על הדופן השמאלית של הקרונית?

ג. בתום פעולת הכוח הקרונית מתנגשת בקיר התנגשות אלסטית לחלוטין. הארגז ממשיך את תנועתו מלפני ההתנגשות עד אשר הוא מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות פלסטית. מהי מהירות הקרונית לאחר ההתנגשות השנייה בארגז?

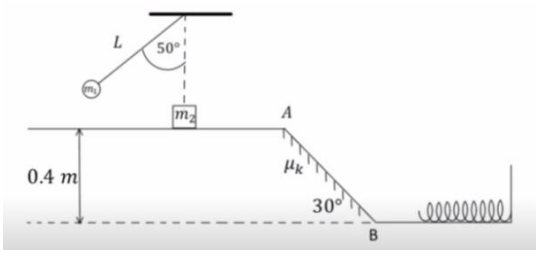
ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות הפלסטית של הארגז בדופן הימנית?

**10) מטוטלת פוגעת במסה שנע במדרון עם קפיץ**

גוף בעל מסה $m_1 = 1kg$ קשור לתקרה באמצעות חוט שאורכו $L = 0.6m$.

מסיטים את החוט בזווית $50°$ מהאנך לתקרה ומשחררים ממנוחה.

בתחתית המסלול של תנועתו מתנגש הגוף בגוף שני בעל מסה $m_2 = 2kg$ הנמצא במנוחה על משטח אופקי חלק. גובה המשטח מעל הקרקע הוא $0.4m$. מיד לאחר ההתנגשות גוף 1 מקבל מהירות של $0.4\frac{m}{sec}$ אחורה וגוף 2 נע קדימה. בנקודה A גוף 2 עובר למישור משופע לא חלק בעל מקדם חיכוך $\mu_k = 0.1$ וזווית שיפוע $30°$. בנקודה B גוף 2 חוזר למישור אופקי חלק בגובה הקרקע ומתנגש בקפיץ בעל קבוע $k = 200\frac{N}{m}$.




א. מהי המהירות של גוף 1 רגע לפני ההתנגשות?

ב. מהי המהירות של גוף 2 מיד לאחר ההתנגשות?

ג. מהי המהירות של גוף 2 בנקודה B?

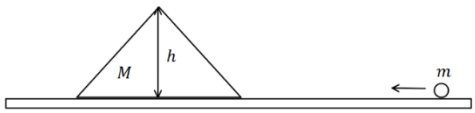
ד. מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?

ה. מהי המהירות של גוף 2 כאשר הקפיץ מכווץ בחצי מהכיווץ המקסימלי?

**11) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרון משולש בעל גובה $h = 3m$ חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך). מסת המדרון היא: $M = 15kg$.

מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5kg$ על המשטח לכיוון המדרון. התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.




א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור (ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

**12) קפיץ נמשך משתי קצותיו**

על שולחן אופקי חלק מונחים שני גופים בעלי מסות $M = 5kg$ ו- $m = 3kg$ המחוברים לקצותיו של קפיץ בעל קבוע כוח $k = 150\frac{N}{m}$ ואורך חופשי $l_0 = 0.4m$.

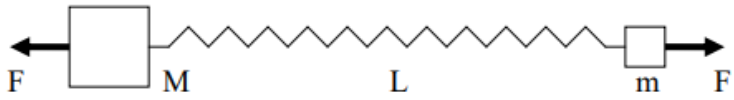
על הגופים פועלים שני כוחות, $F$, שווים בגודלם והפוכים בכיוונם.

המערכת נמצאת במנוחה כאשר הקפיץ מתוח ואורכו הוא L (ראה ציור).

א. מה תהיה המתיחות וההתארכות בקפיץ כאשר $F = 15N$?

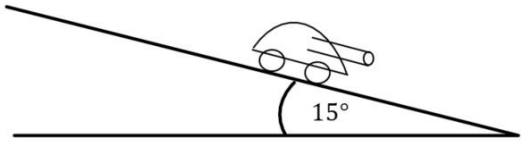
ב. במקרה אחר, משחררים את המערכת ממצב של מנוחה כאשר $L = 0.6m$ ו- F לא ידוע. מה יהיה אורכו של הקפיץ כאשר הוא מגיע להתכווצותו המקסימלית לאחר השחרור?

ג. בסעיף ב', מה תהיה המהירות המקסימלית של M לאחר השחרור?




**13) טנק יורה פגזים ועולה במדרון****

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני. מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?




**14) קובייה נעה על לוח שזז**-כולל תנועה יחסית**

קובייה קטנה שמסתה $m = 1kg$ נמצאת על לוח ארוך שמסתו $M = 3kg$ כמוראה בציור. הלוח נמצא על שולחן אופקי חלק (ללא חיכוך) ובזמן $t = 0$ מהירותו היא אפס יחסית לשולחן. באותו זמן ($t = 0$) הקובייה נעה על הלוח במהירות $v_0 = 5\frac{m}{sec}$ יחסית ללוח ובכיוון ימינה. מקדם החיכוך הקינטי בין הקובייה ללוח הוא $\mu_k = 0.2$. כעבור זמן מסוים נעצרת הקובייה על הלוח (לפני שהיא מגיעה לקצהו), כך ששניהם נעים יחד באותה מהירות על השולחן.

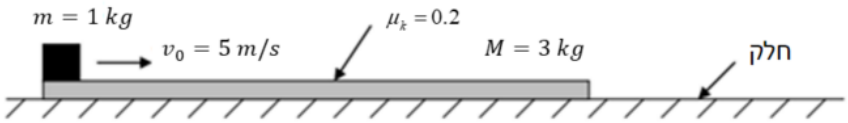
א. חשבו את המהירות המשותפת של הקובייה והלוח, לאחר עצירת הקובייה על הלוח ביחס למעבדה.

ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הקובייה עד לעצירתה על הלוח (גודל וכיוון)?

ג. מהו הכוח האופקי הפועל על הלוח עד לעצירת הקובייה על הלוח (גודל וכיוון)?

ד. מהי תאוצת הקובייה ביחס למעבדה ומהי תאוצת הקובייה ביחס ללוח?

ה. מהו המרחק שעברה הקובייה ביחס ללוח עד לעצירתה ביחס אליו?



## תשובות סופיות:

**1)** $0.18\text{m}$

**2)** $0.028\text{m}$

**3)** א. $\Delta x_{max}=\sqrt{\frac{m}{k}\cdot\frac{1}{2}v_0^2}$ ב. $\Delta x_{max}=\sqrt{\frac{m}{k}v_0^2}$

ג. (א) $\vec{J}_2=\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$ , $\vec{J}_1=-\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$ (ב) $\vec{J}_2=mv_0\hat{x}$ , $\vec{J}_1=-mv_0\hat{x}$.

**4)** א. $u_1=\frac{1}{2}v$ , $u_2=\frac{3}{2}v$ ב. $u=\frac{1}{4}v$ ג. $t=10\sec$

**5)** א. $u_2=3.34\frac{m}{sec}$ , $u_1=8.66\frac{m}{sec}$ ב. לא, $Q=8.27\text{J}$.

**6)** $u_{3_x}\approx 152\frac{m}{sec}$ , $u_{3_y}\approx -32\frac{m}{sec}$

**7)** א. $u_x\approx -3.13\frac{m}{sec}$ , $u_y\approx 1.79\frac{m}{sec}$

ב. $u_2=13.11\frac{m}{sec}$ , $u_{1_x}\approx -7.83\frac{m}{sec}$ , $u_{1_y}\approx -15.20\frac{m}{sec}$

**8)** $h\approx 12.3\text{m}$

**9)** א. $v(T)=\frac{F}{4m}T$ ב. $N=\frac{F}{4}$ ג. $\tilde{u}=\frac{FT}{8m}$ ד. $E=\frac{3F^2T^2}{32m}$

**10)** א. $v=2.07\frac{m}{sec}$ ב. $u_2\approx 1.235\frac{m}{sec}$ ג. $v_B=2.853\frac{m}{sec}$

ד. $\Delta l_{max}\approx 0.285\text{m}$ ה. $v=2.47\frac{m}{sec}$

**11)** א. $v_0=8.94\frac{m}{sec}$ ב. $u=\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ ג. $u_1'=2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ , $u_2'=-2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$

**12)** א. $0.1\text{m}$ , $15\text{N}$ ב. $0.2\text{m}$ ג. $0.74\frac{m}{sec}$

**13)** $60\text{m}$

**14)** א. $1.25\frac{m}{sec}$ ב. $2\text{N}$ שמאלה. ג. $2\text{N}$ ימינה.

ד. $-\frac{8}{3}\frac{m}{sec^2}$ ה. $4.7\text{m}$