

# אקונומטריקה א



## תוכן העניינים

|    |                                         |
|----|-----------------------------------------|
| 1  | מבוא לקורס                              |
| 7  | אומדי הריבועים הפחותים                  |
| 15 | מודלים לא ליניאריים                     |
| 19 | מבחני המובהקות וקריאת פלטים - תוכנת SAS |
| 26 | שינוי יחידות מדידה                      |
| 28 | הרגרסיה המרובה                          |
| 37 | רגרסיה לוגיסטית                         |
| 47 | מבחן 1                                  |
| 51 | מבחן 2                                  |
| 56 | מבחן 3                                  |
| 62 | מבחן 4                                  |
| 68 | מבחן 5                                  |

# אקונומטריקה א

פרק 1 - מבוא לקורס

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מבוא לקורס:

### רקע:

#### הגדרות וסימונים:

**משתנה אמפירי** – תוצאותיו ידועות מראש (למשל: רמת הכנסה, גיל, מס' שנות לימוד במדגם מסוים).

**משתנה מקרי** – תוצאותיו לא ידועות מראש (כגון תוצאה בהטלת קובייה או בהטלת מטבע). באקונומטריקה נעסוק בעיקר במשתנים מקריים.

שני סוגי המשתנים יסומנו באות לועזית עם אינדקס (למשל:  $X_t$  או  $Y_t$ ).  
**קבוע** – מקבל ערך אחד בלבד (מסומן באות לועזית ללא אינדקס – למשל  $a$  או  $b$ ).  
 לכל משתנה מקרי  $X_t$  יש תוחלת המייצגת את מרכז ההתפלגות ( $\mu_X$  או  $E(X)$ ).  
**השונות** – מייצגת את מידת הפיזור של ההתפלגות ( $\sigma_X^2$  או  $V(X)$ ).

**סטית התקן** – היא השורש של השונות ( $\sigma_X$ ).

**שונות משותפת (covariance)** – מדד להתפלגות המשותפת של שני משתנים מקריים ומייצגת את הכיוון של הקשר ביניהם ( $\text{Cov}(X, Y)$ ):

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \Leftrightarrow X, Y \text{ בלתי מתואמים.}$$

$$\text{Cov}(X, Y) > 0 \Leftrightarrow \text{מתאם חיובי בין המשתנים.}$$

$$\text{Cov}(X, Y) < 0 \Leftrightarrow \text{מתאם שלילי בין המשתנים.}$$

$$X, Y \text{ בלתי תלויים} \Leftarrow X, Y \text{ בלתי מתואמים.}$$

**מקדם המתאם של פירסון** – מדד לכיוון ולעוצמת הקשר הליניארי בין שני

$$\text{משתנים: } \eta_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$-1 \leq \eta \leq 1$$

$$\eta = 1 \text{ מתאם ליניארי חיובי מלא בין שני המשתנים.}$$

$$\eta = -1 \text{ מתאם ליניארי שלילי מלא בין שני המשתנים.}$$

$$\eta = 0 \text{ לא קיים מתאם ליניארי בין שני המשתנים.}$$

## אמידה:

**פרמטר** – ערך המשתנה הנחקר המתאר את כל האוכלוסייה.  
**סטטיסטי/אומד** – ערך המשתנה הנחקר המתאר את המדגם.

| מדגם                                                                       | אוכלוסייה                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$                                     | $E(X) = \mu$                                                   |
| $S_X^2 = \frac{S_{XX}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$      | $V(X) = \sigma^2 = E(X - E(X))^2$                              |
| $\frac{S_{XY}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}$ | $\text{cov}(X, Y) = E(X - E(X))(Y - E(Y))$                     |
| $r_{XY} = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX}} \sqrt{S_{YY}}}$                      | $\eta_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{V(X)} \sqrt{V(Y)}}$ |

## נוסחאות וחוקים בסטטיסטיקה:

יהיו  $X$  ו- $Y$  משתנים מקריים, ו- $a, b$  קבועים:

חוקי הסיגמה:

$$1. \sum_{t=1}^T X_t = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_T$$

$$2. \sum_{t=1}^T a = Ta \quad \text{סכום של קבוע:}$$

$$3. \sum_{t=1}^T aX_t = a \sum_{t=1}^T X_t \quad \text{סכום של קבוע כפול משתנה = לקבוע כפול הסכום:}$$

$$4. \sum_{t=1}^T (X_t \pm Y_t) = \sum_{t=1}^T X_t \pm \sum_{t=1}^T Y_t \quad \text{סכום של סכום/הפרש = לסכום/הפרש הסכומים:}$$

$$5. \sum_{t=1}^T X_t^2 \neq \left( \sum_{t=1}^T X_t \right)^2 \quad \text{יש לשים לב כי:}$$

$$\sum_{t=1}^T X_t Y_t \neq \sum_{t=1}^T X_t \sum_{t=1}^T Y_t$$

הגדרות ופיתוחים:

1. סכום הסטיות מהממוצע  $= 0$  :  $\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X}) = 0$
2. סכום הסטיות הריבועיות מהממוצע (מונה השונות):  

$$S_{XX} = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 = \sum_{t=1}^T X_t^2 - T\bar{X}^2 = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})X_t$$
3. מונה של השונות המשותפת:  

$$S_{XY} = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y}) = \sum_{t=1}^T X_t Y_t - T\bar{X}\bar{Y} = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})Y_t = \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})X_t$$

חוקי התוחלת:

1. תוחלת של קבוע = קבוע:  $E(a) = a$
2. תוחלת של סכום/הפרש = לסכום/הפרש התוחלות:  

$$E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$$

$$E\left(\sum (X_i)\right) = \sum E(X_i)$$
3. תוחלת של כפל/חילוק  $\neq$  לכפל/חילוק התוחלות:  

$$E(X \cdot Y) \neq E(X) \cdot E(Y)$$

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) \neq \frac{E(X)}{E(Y)}$$

$$E(X^2) \neq [E(X)]^2$$
4. השפעת טרנספורמציה ליניארית על התוחלת:  

$$E\left(a + \frac{1}{a}X \pm b\right) = a + \frac{1}{a} \cdot E(X) \pm b$$

חוקי השונות:

1. עבור  $X$  ו- $Y$  בלתי תלויים/בלתי מתואמים מתקיים:  
שונות של סכום/הפרש = סכום השונות:  

$$V(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$$

$$V\sum(X_i) = \sum V(X_i)$$
2. עבור  $X$  ו- $Y$  תלויים/מתואמים מתקיים:  
שונות של סכום/הפרש  $\neq$  סכום השונות:  

$$V(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \pm 2 \cdot \text{Cov}(X, Y)$$

$$V(a) = 0$$

3. שונות של קבוע = 0 :  $V(a \pm x) = V(X)$

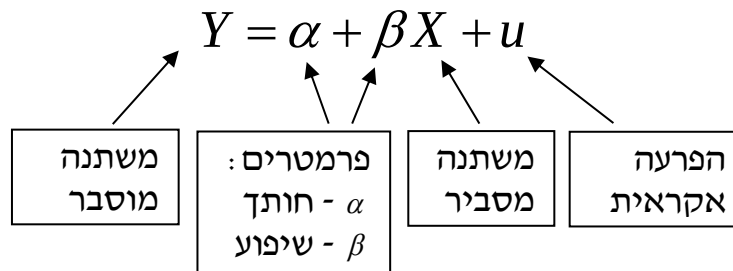
4. השפעת טרנספורמציה ליניארית על השונות :  $V(aX + b) = a^2 V(X)$

- חוקי התוחלת והשונות מתייחסים למשתנים אמפיריים כאל קבועים (יוצאים מחוץ לתוחלת או לשונות).  
חוקי הסכימה מתייחסים למשתנים אמפיריים כמשתנים הנשארים בתוך הסיגמא (רק הקבועים ייצאו מחוץ לסיגמא).

#### חוקי השונות המשותפת :

1. שונות משותפת בין משתנה לקבוע = 0 :  $\text{cov}(X, a) = 0$
2. שונות משותפת של משתנים המוכפלים בקבוע :  $\text{cov}(aX, bY) = ab \cdot \text{cov}(X, Y)$
3. שונות משותפת של משתנה עם עצמו = שונות המשתנה :  $\text{cov}(X, X) = V(X)$   
 $\text{cov}(Y, Y) = V(Y)$

#### המודל האקונומטרי :



1. במודל :  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ ,  $\alpha$  ו- $\beta$  הם מספרים קבועים אך לא ידועים. אנו יכולים להעריך אותם ולקבל אומדים (תהליך קבלת האומדנים נקרא אמידה).
2.  $\hat{\alpha}$  הוא האומד ל- $\alpha$  ו- $\hat{\beta}$  הוא האומד ל- $\beta$ .
3. אומדי ריבועים פחותים (אר"פ) הם אומדים שחושבו בשיטת הריבועים הפחותים. מסומנים בד"כ ע"י 'כובעי' -  $\hat{\beta}$ .  
אומדים אחרים מסומנים בד"כ ע"י 'תלתלי' -  $\tilde{\beta}$ .

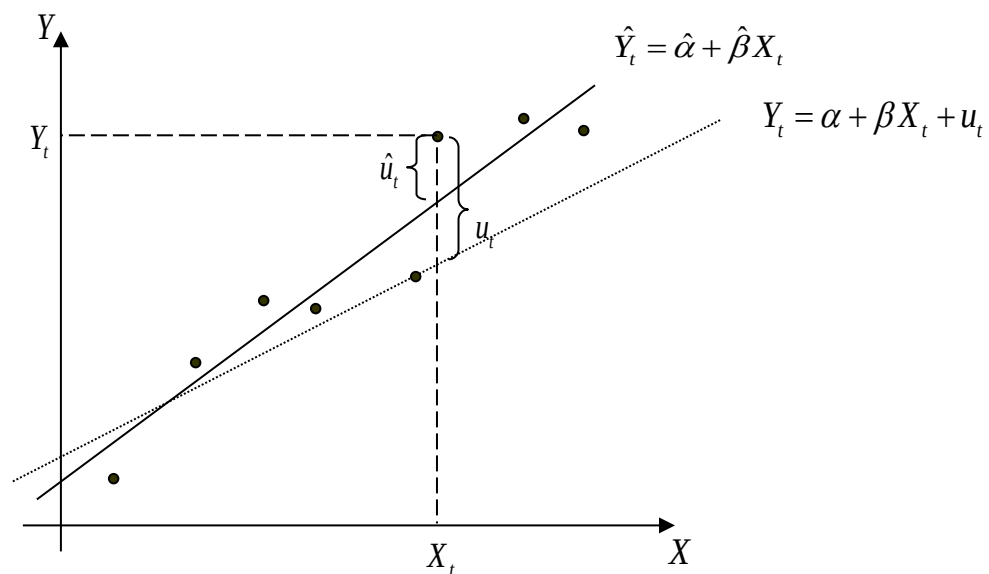
4. בעוד  $\alpha$  ו- $\beta$  הם קבועים,  $\hat{\alpha}$  ו- $\hat{\beta}$  הם משתנים מקריים כיוון שבכל מדגם מתקבלים  $\hat{\alpha}$  ו- $\hat{\beta}$  אחרים.

5. את  $\alpha$  ו- $\beta$  ו- $u_t$  לא ניתן לדעת (אלא רק לאמוד מנתוני המדגם) – הקו האמיתי באוכי לא ידוע.

6. אפשר לדעת את  $\hat{u}_t$ , שהיא הסטיה מקו הרגרסיה במדגם:

- עבור  $X_t$ , הערך הצפוי של המשתנה המוסבר  $(\hat{Y}_t)$  המתקבל לפי הרגרסיה הוא:  $\hat{Y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_t$ .

- הסטיה של התצפית  $(Y_t)$  מהערך הצפוי לפי הרגרסיה  $(\hat{Y}_t)$  היא:  $\hat{u}_t = Y_t - \hat{Y}_t$ .



— קו הרגרסיה הנאמד (במדגם)  
 ..... קו הרגרסיה האמיתי באוכלוסייה  
 • תצפית בודדת

## שאלות:

(1) הבא נוכיח את הזהויות הבאות:

$$א. \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 = \sum_{t=1}^T X_t^2 - T\bar{X}^2$$

$$ב. \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})X_t$$

$$ג. \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X}) = 0$$

$$ד. \sum \frac{(X_t - \bar{X})^2}{\sum (X_t - \bar{X})X_t} = 1$$

$$ה. \sum (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)(x_i - \bar{x}) = \hat{\beta}(x_i - \bar{x})^2$$

$$ו. \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y}) = \sum_{t=1}^T X_t Y_t - T\bar{X}\bar{Y}$$

$$ז. \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y}) = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})Y_t$$

(2) בטא באמצעות:  $\text{cov}(x, y), \text{var}(x), \text{var}(y)$  והקבועים  $a$  ו- $b$  את הביטויים

הבאים:

$$א. \text{Var}(ax)$$

$$ב. \text{Var}(x + y)$$

$$ג. \text{Var}(ax + b)$$

$$ד. \text{Cov}(x, ay)$$

$$ה. \text{Cov}(x + a, y + b)$$

$$ו. \text{מקדם המתאם בין } x \text{ ל-} y$$

## תשובות סופיות:

(1) הוכחה.

(2) א.  $a^2 \text{var}(x)$  ב.  $\text{var}(x) + \text{var}(y) + 2\text{cov}(x, y)$  ג.  $a^2 \text{var}(x)$  ד.  $a \text{cov}(x, y)$ 

$$ה. \text{cov}(x, y) \quad ו. r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x)} \cdot \sqrt{\text{var}(y)}}$$

# אקונומטריקה א

פרק 2 - אומדי הריבועים הפחותים

תוכן העניינים

1. כללי ..... 7

## אומדי הריבועים הפחותים:

### רקע:

שיטת האמידה של  $\alpha$  ושל  $\beta$  לקבלת אומדים  $\hat{\alpha}$  ו- $\hat{\beta}$  – Ordinary Least Squares (OLS) שיביאו למינימום את סכום ריבועי טעויות האמידה:

$$\min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \hat{u}_t^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \left[ y_t - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_t) \right]^2 = ?$$

מתוך גזירת הפונקציה הזו מתקבלים האומדים  $\hat{\alpha}$  ו- $\hat{\beta}$ .

| מודל רק עם חותך<br>$Y_t = \alpha + u_t$  | מודל ללא חותך<br>$Y_t = \beta X_t + u_t$                        | מודל עם חותך ושיפוע<br>$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$                                                                                                                                                                                             |                  |
|------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| $\hat{\alpha} = \bar{Y}$                 | $\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T X_t Y_t}{\sum_{t=1}^T X_t^2}$ | $\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}$ $= \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})Y_t}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}$ $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$ | חישוב<br>האומדים |
| $E(\hat{\alpha}) = \alpha$               | $E(\hat{\beta}) = \beta$                                        | $E(\hat{\beta}) = \beta$<br>$E(\hat{\alpha}) = \alpha$                                                                                                                                                                                              | תוחלת<br>האומדים |
| $V(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma_u^2}{T}$ | $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_{t=1}^T X_t^2}$        | $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{S_{XX}}$<br>$V(\hat{\alpha}) = \sigma_u^2 \left( \frac{1}{T} + \frac{\bar{X}^2}{S_{XX}} \right)$                                                                                                                | שונות<br>האומדים |

"המשוואות הנורמליות" מתקבלות בתהליך הגזירה של פונקציית הריבועים הפחותים וחייבות להתקיים על מנת שהפונקציה תתקיים  $(\sum \hat{u}_t^2 = \min)$ :

עבור המודל הקלאסי (עם חותך):

$$\sum \hat{u}_t = 0 \quad \alpha$$

$$\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0 \quad \beta$$

עבור מודל ללא חותך:

$$\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0 \quad \beta \text{ בלבד}$$

מן המשוואות הנורמליות נובעות:

1. התכונות הגיאומטריות:

$$\sum \hat{u}_i = 0 \quad \text{א.}$$

$$\sum x_i \hat{u}_i = 0 \quad \text{ב.}$$

- ברגרסיה ללא שיפוע מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית הראשונה. ברגרסיה ללא חותך מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית השנייה.

2. התכונות האלגבריות:

$$\text{cov}(x_i, \hat{u}_i) = 0 \quad \text{א.}$$

$$\text{cov}(\hat{y}_i, \hat{u}_i) = 0 \quad \text{ב.}$$

$$\bar{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \bar{x} = \bar{\hat{y}} \quad \text{ג.}$$

- התכונות האלגבריות תקפות עבור קו הרגרסיה הקלאסי (עם חותך ושיפוע) במדגם בלבד.

**ההנחות הקלאסיות של מודל הרגרסיה:**

1. קיים קשר ליניארי בין המשתנה המוסבר למשתנה המסביר.

$$2. X \text{ איננו קבוע: } S_{XX} = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 \neq 0$$

3. תוחלת ההפרעה האקראית היא אפס לכל תצפית:  $E(u_t) = 0$  לכל  $t$ .

4.  $X_t$  אינם משתנים מקריים  $\Leftrightarrow$  ניתן להוציא אותם מחוץ לתוחלת ולשונוות  $\Leftrightarrow$

$$\text{cov}(X_t, u_t) = 0$$

5. הומוסקדסטיות: שונות ההפרעה האקראית קבועה לכל תצפית:

$$V(u_t) = \sigma_u^2 \text{ לכל } t.$$

6.  $u_t$  ב"ת:  $\text{cov}(u_t, u_s) = 0$  לכל  $t \neq s$ .

7. ההפרעות האקראיות מתפלגות נורמלית:  $u_t \approx N$ .

### תכונות האומדים:

אומדי הריבועים הפחותים הם לינאריים, חסרי הטיות, יעילים ועקיבים.

1. לינאריות:

אר"פ ניתנים להצגה כטרנספורמציה לינארית של  $Y_t$ .

כדי ש- $\hat{\beta}$  למשל, יהיה אומד לינארי צריך להתקיים:  $\hat{\beta} = \sum W_t \cdot Y_t$ .

כאשר  $W_t$  היא קומבינציה של ערכי  $X$  בדרך כלל. למשל:  $\hat{\beta} = \frac{\sum X_t \cdot Y_t}{\sum X_t^2}$ .

כדי להביא את האומד לצורה:  $\tilde{\beta} = \sum w_t \cdot y_i$  נעזר בשוויון:  $\frac{\sum 0}{\sum 0} = \sum \frac{0}{\sum 0}$ .

אומד זה ניתן להצגה בצורה הבאה:

$$\hat{\beta} = \sum \frac{X_t}{\sum X_t^2} Y_t = \sum W_t \cdot Y_t$$

$$W_t = \frac{X_t}{\sum X_t^2}$$

לפיכך מדובר באומד לינארי.

• שימו לב כי:

$W_t$  אסור שיכלול את  $Y_t$ .

$Y_t$  אסור שיהיה במכנה או בשורש/חזקה (אלא אם כן במודל הנתון הוא מצוי בשורש/חזקה).

2. חוסר הטיה :

אומד  $\hat{\theta}$  מסוים יהווה אח"ה לפרמטר  $\theta$  אותו הוא אומד באוכלוסייה אם מתקיים:  $E(\hat{\theta}) = \theta$ .

כיצד יודעים אם אומד הוא חסר הטיה?

1. בשלב הראשון יש לבצע עבודת הכנה – מבטאים את האומד באמצעות הפרמטר האמיתי – מציבים במקום ה- $Y_t$  את המודל ומפתחים אלגברית.

• יש לזכור כי:

$u_t$  מהווים משתנים מקריים  $\Leftarrow$  נשארים בתוך התוחלת, השונות  $y_t$  וה-  $\sum$ .

$x_t$  איננו משתנה מקרי (על פי הנחה מס' 4)  $\Leftarrow$  יוצא מחוץ לתוחלת ולשונות אך נשאר בתוך ה-  $\sum$  ו-  $\frac{\alpha}{\beta}$  קבועים  $\Leftarrow$  יוצאים מחוץ לתוחלת, לשונות ול-  $\sum$ .

2. בשלב השני מפעילים תוחלת על האומד המפותח ואם התוחלת שווה לפרמטר האמיתי אז האומד חסר הטיה.

- חוסר הטיה מחייב את התקיימותן של הנחות (3)  $E(u_t) = 0$  לכל  $t$  ו- (4)  $\text{cov}(X_t, u_t) = 0$ .

3. יעילות :

יעילות פירושה השונות הקטנה ביותר. ככל שהשונות של האומד קטנה יותר, כך יש הסתברות גבוהה יותר שהוא יהיה קרוב לפרמטר האמיתי באוכלוסייה אותו הוא אומד.

$\hat{\theta}_1$  יקרא אומד יעיל יותר מ- $\hat{\theta}_2$  אם מתקיים שהשונות שלו קטנה יותר:

$$V(\hat{\theta}_1) < V(\hat{\theta}_2)$$

משפט גאוס מרקוב – אר"פ הם בעלי השונות הנמוכה ביותר בקבוצה שלהם (קבוצת האומדים הלינאריים חסרי ההטיה), והם נקראים: B.L.U.E. (Best Linear Unbiased Estimation).

כיצד מחשבים שונות של אומד?

חייבות להתקיים הנחות (4)  $\text{cov}(X_t, u_t) = 0$ , (5)  $V(u_t) = \sigma_u^2$  לכל  $t$

ו-(6)  $\text{cov}(u_t, u_s) = 0$  לכל  $t \neq s$ . אם הן מתקיימות, מחשבים את השונות של האיברים המכילים את  $u_t$  מהפיתוח הקודם (לפי כללי הסיגמא והשונות).

4. עקיבות:

ככל שהמדגם יגדל כן יתקרב האומד לערך האמיתי של הפרמטר. אם נגדיל את המדגם לאינסוף תצפיות ונחשב את האומד, הוא יהיה שווה

$$\left( \hat{\theta} \rightarrow \theta \right) \\ \left( T \rightarrow \infty \right)$$

תנאי הכרחי לעקיבות:

האומד חייב להיות פונקציה של גודל המדגם. במילים אחרות, האומד צריך להיות מושפע מגודל המדגם. ברגע שהאומד עונה על תנאי זה הוא יהיה עקיב. אומד המחושב במדגם סופי בהגדרה לא יוכל להיות עקיב לפרמטר באוכלוסייה.

### סיכום: השלבים להוכחת התכונות:

1. הוכחת ליניאריות.

2. הכנת האומד  $\Leftarrow$  להציב במקום  $Y_t$  את המודל האמיתי.

במודל עם חותך:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$

במודל ללא חותך:  $Y_t = \beta X_t + u_t$

3. פיתוח האלגברה.

4. חישוב תוחלת, שונות, עקיבות.

- ליניאריות מהווה תנאי הכרחי לחוסר הטיה.
- ליניאריות וחוסר הטיה מהוות תנאי הכרחי לבחינת היעילות של האומד לפי משפט גאוס-מרקוב.
- עקיבות איננה תלויה בתכונות האחרות, אלא רק בהיותו של האומד פונקציה של גודל המדגם (לא מחושב על מדגם סופי). כך שאומד לא חייב להיות ליניארי או חסר הטיה כדי להיות עקיב.
- העקיבות משפיעה על היעילות של האומד. עבור אומדים התלויים בגודל המדגם: ככל שגודל המדגם גדול יותר כך שונות האומד קטנה והאומד יהיה יעיל יותר לפרמטר באוכלוסייה.

## שאלות:

## תרגול ממבחנים:

(1) נתון המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ ,  $T = 100$ , כאשר מתקיימות כל ההנחות הקלאסיות.

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{t=51}^{100} Y_t - \sum_{t=1}^{50} Y_t}{\sum_{t=51}^{100} X_t - \sum_{t=1}^{50} X_t} \quad \text{נתון האומד:}$$

- האומד  $\tilde{\beta}$  הינו אומד חסר הטיה ל- $\beta$ . נכון / לא נכון
- האומד  $\tilde{\beta}$  הינו אומד עקיב ל- $\beta$ . נכון / לא נכון
- האומד  $\tilde{\beta}$  הינו אומד לינארי ל- $\beta$ . נכון / לא נכון
- האומד  $\tilde{\beta}$  הינו אומד יעיל ל- $\beta$ . נכון / לא נכון
- השונות האמיתית של  $\tilde{\beta}$  היא?

(2) נתון המודל:  $Y_t = \beta X_t + u_t$ , כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות. (יש לשים לב המודל ללא חותך).

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum Y_t}{\sum X_t} \quad \text{נתון האומד:}$$

- האומד  $\tilde{\beta}$  הינו אומד מוטה ל- $\beta$ : נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת
- על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי  $\tilde{\beta}$  איננו אומד יעיל יותר מאומד הריבועים הפחותים: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- מהי השונות האמיתית של  $\tilde{\beta}$ ?

(3) נתון המודל:  $Y_t = \beta X_t + u_t$ , כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות. (יש לשים לב המודל ללא חותך).

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum X_t Y_t}{\sum (X_t - \bar{X})^2} \quad \text{נתון האומד:}$$

- מהי התוחלת של  $\tilde{\beta}$ ?
- $E(\tilde{\beta}) < \beta$ . נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת
- על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי אומד הריבועים הפחותים הינו אומד יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$ . נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- מהי השונות האמיתית של האומד  $\frac{\sum X_t Y_t}{\sum X_t^2}$ ?

4) בכל השאלות ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

האומדים הם אר"פ, והמודל הוא:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ .

א.  $E(Y_t) = E(\hat{Y}_t)$  נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ב.  $\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X}) \bar{Y} \neq 0$  נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ג. אמידת המודל בשיטת הריבועים הפחותים תיתן את

התוצאה:  $\sum_{t=1}^T u_t = 0$  נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ד. אם נתון ש-  $r_{XY} = 0.57$ , אזי  $\hat{\beta}$ :

i. הוא בהכרח שלילי.

ii. הוא בהכרח חיובי.

iii. הוא בהכרח שווה לאפס.

iv. לא ניתן לקבוע את סימנו על סמך הנתונים הקיימים.

ה. סמן את הטענה הנכונה בהכרח:

i.  $\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{Y}) \hat{u}_t = 0$

ii.  $S_{XX} = \sum_{t=1}^T X_t^2 - (T\bar{X})^2$

iii.  $\sum_{t=1}^T X_t u_t = 0$

iv. אף אחת מהטענות הנ"ל אינה נכונה בהכרח.

ו. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי

הטיה, אם נתון שהשונות של  $u_t$

אינה קבועה. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ז. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח

גם אומד עקיב. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

## תשובות סופיות:

(1) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון.

$$V(\tilde{\beta}) = \frac{100\sigma_u^2}{\left(\sum_{t=51}^{100} X_t - \sum_{t=1}^{50} X_t\right)^2} \quad \text{ה.}$$

(2) א. לא נכון. ב. נכון. ג.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{T\sigma_u^2}{(\sum X_t)^2}$  ד. לא נכון.

(3) א.  $E(\tilde{\beta}) = \frac{\beta \sum X_t^2}{\sum (X_t - \bar{X})^2}$  ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון.

$$\cdot \frac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2} \quad \text{ד.}$$

(4) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. ii. ה. i. ו. לא נכון. ז. נכון.

# אקונומטריקה א

פרק 3 - מודלים לא ליניאריים

תוכן העניינים

1. כללי ..... 15

## מודלים לא ליניאריים:

רקע:

| הגמישות<br>$\left(\frac{\partial Y}{\partial X} \cdot \frac{X}{Y}\right)$<br>בכמה % ישתנה<br>$Y$ אם נגדיל את<br>$X$ ב-1%? | השינוי השולי<br>$\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)$<br>בכמה ישתנה<br>$Y$ אם נגדיל את<br>$X$ ביחידה? | משמעות ה- $\beta$                                                                | המודל                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{\beta X}{Y}$                                                                                                       | $\beta$                                                                                                      | השינוי השולי<br>אם נגדיל את $X$ ביחידה<br>$Y$ ישתנה ב- $\beta$ יחידות            | ליניארי:<br>$Y = \alpha + \beta X + u$                                                           |
| $\beta X$                                                                                                                 | $\beta Y$                                                                                                    | שיעור השינוי השולי<br>אם נגדיל את $X$ ביחידה<br>$Y$ ישתנה ב- $100 \cdot \beta\%$ | חצי לוגריתמי:<br>$\ln Y = \alpha + \beta X + u$<br>$(Y = e^{\alpha + \beta X + u})$              |
| $\beta$                                                                                                                   | $\frac{\beta Y}{X}$                                                                                          | הגמישות<br>אם נגדיל את $X$ ב-1%<br>$Y$ ישתנה ב- $\beta\%$                        | לוגריתמי כפול:<br>$\ln Y = \alpha + \beta \ln X + u$<br>$(Y = e^\alpha \cdot X^\beta \cdot e^u)$ |
| $\frac{\beta}{Y}$                                                                                                         | $\frac{\beta}{X}$                                                                                            | אין משמעות כלכלית<br>אם נגדיל את $X$ ב-1%<br>$Y$ ישתנה ב- $\beta$                | לוג ליניארי:<br>$Y = \alpha + \beta \ln X + u$<br>$(e^Y = e^\alpha \cdot X^\beta \cdot e^u)$     |

- המשתנה שיש בו  $LN$  השינוי בו יהיה באחוזים.

תזכורת של חוקי לוגים:

$$\begin{aligned}
 LN(e^x) &= x \\
 LN(X^Y) &= Y \cdot LN(X) \\
 LN(X \cdot Y) &= LN(X) + LN(Y) \\
 LN\left(\frac{X}{Y}\right) &= LN(X) - LN(Y)
 \end{aligned}$$

## שאלות:

(1) על מנת לאמד את התשואה להשכלה בישראל בשנים 1948-1990 נאמדו המודלים הבאים:

$$1. \quad MWAGE_t = 139.547 + 118.628 \cdot SCL_t$$

$$2. \quad MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot LN(SCL)_t$$

$$3. \quad LN(MWAGE)_t = 5.244 + 0.778 \cdot LN(SCL)_t$$

$$4. \quad LN(MWAGE)_t = 6.292 + 0.070 \cdot SCL_t$$

א. הסבירו את המשמעות של  $\beta$  בכל אחד מהמודלים.

ב. חשבו את הגמישות בנקודת הממוצעים: (12.311, 1600.01) עבור כל אחד מהמודלים.

(2) נתונים תוצאות האמידה של המודלים הבאים:

$$1. \quad \hat{Y} = e^{4.5} \cdot X^{0.05}$$

$$2. \quad \hat{Y} = e^{4.5+0.05X}$$

$$3. \quad \hat{Y} = 4.5 + \frac{0.05}{X}$$

$$4. \quad \hat{Y} = \frac{1}{1 + e^{4.5+0.05X}}$$

א. כתבו את המודלים בצורה ליניארית בעזרת טרנספורמציה מתאימה.

ב. עבור כל אחד מהמודלים ערכו תחזית נקודתית עבור  $X = 6$ .

(3) נתונים המודלים הבאים עבור התוצר במשק:

$$1. \quad Q_i = AK_i^{\beta_1} e^{u_i}$$

$$2. \quad Q_i = Ae^{\beta_1 L_i + u_i}$$

$$3. \quad Q_i = A + K_i^{\beta_1} + e^{u_i}$$

$$4. \quad Q_i = A + \frac{\beta_1}{L_i} + u_i$$

$$5. \quad Q_i = A + \beta_1 \sqrt{K_i} + u_i$$

$$6. \quad Q_i = e^{A + \beta_1 K_i + u_i}$$

$$7. \quad Q_i = A \left( \frac{K_i}{2} + 7 \right)^{\beta_1} e^{u_i}$$

$$8. \quad Q_i = A + \beta_1 L_i + u_i$$

$$9. \quad Q_i = A + \beta_1 \left( \frac{K_i}{L_i} \right) + u_i$$

כאשר :

$Q$  - הוצאות צריכה על מוצר מסוים על ידי פרט מסוים.

$A$  - הוצאות צריכה על המוצר בהינתן רמת הכנסה אפסית.

$K$  - הכנסת הפרט.

$L$  - שנות לימוד.

א. מי מהמודלים הבאים ניתן לאמידה בשיטת OLS?

ב. מי מבין המודלים שלא ניתנים לאמידה בשיטת OLS ניתן להביא למודל ליניארי בפרמטרים ועל כן לאמוד את הפרמטרים שלו?

ג. עבור כל אחד מהמודלים קבעו מיהו המשתנה המוסבר ומיהו המסביר במשוואת הרגרסיה הליניארית.

ד. עקומת אנג'ל מתארת את גמישות הצריכה של הפרט מוצר מסוים ביחס להכנסתו. איזה מהמודלים מתאים כדי לתאר את עקומת אנג'ל?

$$(4) \quad Q_i = \frac{A}{K_i^{\beta_1}} e^{u_i} \quad \text{נתון המודל הבא :}$$

א. האם ניתן לאמוד את המודל בשיטת OLS?

ב. מה המשוואה שצריך לאמוד על מנת לקבל את הפרמטרים למודל זה (כלומר כיצד הופכים את המודל לליניארי בפרמטרים)?

ג. נאמד המודל הבא :  $\ln(Q_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(K_i) + u_i$ , והתקבלו התוצאות

הבאות :  $\hat{\alpha}_0 = 3$ ,  $\hat{\alpha}_1 = 0.8$ .

מהם האומדנים עבור :  $A$ ,  $\beta_1$ ?

(5) נתון כי הקשר באוכלוסייה בין  $X$  ל- $Y$  נתון על ידי המודל

הבא :  $\ln Y = \alpha + \beta \ln X + u$ . נתון גם כי עבור המודל הנ"ל כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T (\ln X_t - \ln \bar{X}) \ln Y_t}{\sum_{t=1}^T (\ln X_t - \ln \bar{X})^2} \quad \text{כלכלן הציע את האומדן הבא עבור } \beta :$$

א. האם האומדן ליניארי?

ב. האם האומדן חסר הטיה?

ג. האם האומדן *blue*?

ד. מהי שונותו?

## תשובות סופיות:

- (1) א.1. השינוי השולי. 2. אין משמעות כלכלית. 3. גמישות. 4. שיעור השינוי השולי.  
 ב.1. 0.912 2. 0.77 3. 0.778 4. 0.861
- (2) א.1.  $\ln(Y) = 4.5 + 0.05 \cdot \ln(X)$  2.  $\ln(Y) = 4.5 + 0.05X$   
 3. אין צורך. 4.  $\ln\left(\frac{1-\hat{Y}}{\hat{Y}}\right) = 4.5 + 0.05X$   
 ב.1. 98.45 2. 121.51 3. 4.50833 4. 0.00816
- (3) א. מודלים: 4, 5, 8 ו-9. ב. מודלים: 1, 2, 6 ו-7.  
 ג.1. מסביר:  $\ln(K_i)$ , מוסבר:  $\ln(Q_i)$  2. מסביר:  $L_i$ , מוסבר:  $\ln(Q_i)$   
 3. אינו ליניארי. 4. מסביר:  $\frac{1}{L_i}$ , מוסבר:  $Q_i$   
 5. מסביר:  $\sqrt{K_i}$ , מוסבר:  $Q_i$  6. מסביר:  $K_i$ , מוסבר:  $\ln(Q_i)$   
 7. מסביר:  $K_i = \frac{K_i}{2} + 7$ , מוסבר:  $\ln(Q_i)$  8. מסביר:  $L_i$ , מוסבר:  $Q_i$   
 9. מסביר:  $\frac{K_i}{L_i}$ , מוסבר:  $Q_i$   
 ד. מודלים: 1 ו-7.
- (4) א. לא. ב.  $\ln(Q_i) = \ln(A) - \beta_1 \ln(K_i) + u_i$  ג.  $\beta_1 = -0.8$ ,  $A = 20$
- (5) א. כן. ב. כן. ג. כן. ד.  $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{SS \ln x}$

# אקונומטריקה א

פרק 4 - מבחני המובהקות וקריאת פלטים - תוכנת SAS

תוכן העניינים

1. כללי ..... 19

## מבחני המובהקות וקריאת פלטים – תוכנת SAS:

רקע:

פלט ניתוח שונות (Analysis of Variance):

| Analysis of Variance |             |                                 |                       |                                                                 |        |
|----------------------|-------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------------------------------------------------|--------|
| Source               | DF          | Sum of Squares                  | Mean Square           | F Value                                                         | Prob>F |
| Model                | $k$         | $RSS$                           | $RSS/k = MSR$         | $F = \frac{MSR}{MSE}$                                           | $PF$   |
| Error                | $T - k - 1$ | $ESS$                           | $ESS/T - k - 1 = MSE$ |                                                                 |        |
| C Total              | $T - 1$     | $TSS$                           |                       |                                                                 |        |
| <hr/>                |             |                                 |                       |                                                                 |        |
| Root MSE             |             | $\sqrt{MSE} = s_u$              | R-square              | $R^2 = \frac{RSS}{TSS}$                                         |        |
| Dep Mean             |             | $\bar{Y}$                       | Adj R-sq              | $\bar{R}^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{T - 1}{T - k - 1}$ |        |
| C.V.                 |             | $\frac{s_u}{\bar{Y}} \cdot 100$ |                       |                                                                 |        |

פלט מקדמי הרגרסיה (Parameter Estimates):

| Parameter Estimates |    |                    |                    |                                                                |                     |
|---------------------|----|--------------------|--------------------|----------------------------------------------------------------|---------------------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error     | T for H0: Parameter=0                                          | Prob> T             |
| INTERCEP            | 1  | $\hat{\alpha}$     | $s_{\hat{\alpha}}$ | $\frac{\hat{\alpha}}{s_{\hat{\alpha}}} = t_{(\hat{\alpha}=0)}$ | $Pt_{\hat{\alpha}}$ |
| X                   | 1  | $\hat{\beta}$      | $s_{\hat{\beta}}$  | $\frac{\hat{\beta}}{s_{\hat{\beta}}} = t_{(\hat{\beta}=0)}$    | $Pt_{\hat{\beta}}$  |

## פלט ה – Covariance of Estimates :

פלט שמתאר את השונות המשותפת (covariance) של האומדנים  $\hat{\alpha}$  ו- $\hat{\beta}$  :

| Covariance of Estimates |                                         |                                         |
|-------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| COVB                    | INTERCEP                                | X                                       |
| INTERCEP                | $s_{\hat{\alpha}}^2$                    | $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ |
| X                       | $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ | $s_{\hat{\beta}}^2$                     |

## עריכת תחזית וקריאת פלטים (תוכנת SPSS) :

אמידה נקודתית :

אמידה נקודתית עבור  $X_0$  מסוים (תחזית).

מחושבת על פי קו הרגרסיה במדגם :  $\hat{Y}_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_0$ .

אמידת מרווח ל- $E(Y)$  :

אמידת התחזית באוכלוסייה עבור  $X_0$  מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך ממוצע של  $Y$

באוכ' עבור  $X_0$  מסוים ( $E(Y)$ ) ברמת סמך  $1-\alpha$ .

נוסחת הרב"ס :  $\hat{Y} \pm t_{n-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}$

$\hat{\sigma}_u = MSE = \frac{SSE}{n-2}$  ,  $\sum (X_i - \bar{X})^2 = S_{xx} = (n-1)S_X^2$

רישום הרב"ס :  $p(\text{---} \leq E(Y) \leq \text{---}) = 1-\alpha$

אמידת מרווח ל- $Y$  :

אמידת ערך בודד של  $Y$  באוכלוסייה עבור  $X_0$  מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך בודד

של  $Y$  באוכ' עבור  $X_0$  מסוים ( $Y_0$ ) ברמת סמך  $1-\alpha$ .

נוסחת הרב"ס :  $\hat{Y} \pm t_{n-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}$

רישום הרב"ס :  $p(\text{---} \leq Y \leq \text{---}) = 1-\alpha$

- רב"ס לערך בודד יהיה רחב יותר מאשר רב"ס לערך ממוצע משום שטעות התקן בראשון גדולה מאשר באחרון.

## שאלות:

## פלט ניתוח שונות:

- (1) חוקר רצה לבחון את השפעת ההכנסה ( $INCOME$ ) על גובה המס ( $TAX$ ) (במיליארדי \$) שגובה מדינה במערב לפי המודל:  $TAX_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$ . לשם כך אסף נתונים מ-51 מדינות. להלן התוצאות:

Model: MODEL1

Dependent Variable: TAX

| Analysis of Variance |         |                |             |          |        |
|----------------------|---------|----------------|-------------|----------|--------|
| Source               | DF      | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Prob>F |
| Model                | 1       | 2046.89694     | 2046.89694  | 8798.672 | 0.0001 |
| Error                | 49      | 11.39922       | 0.23264     |          |        |
| C Total              | 50      | 2058.29615     |             |          |        |
| Root MSE             | 0.48232 |                | R-square    | 0.9945   |        |
| Dep Mean             | 5.4242  |                | Adj R-sq    | 0.9943   |        |
| C.V.                 | 8.88711 |                |             |          |        |

בדקו את ההשערה כי המודל מובהק ברמת מובהקות של 0.05.

## פלט מקדמי הרגרסיה:

- (2) בהמשך לדוגמא הקודמת – בדיקת השפעת ההכנסה על גודל המס, התקבלו גם התוצאות הבאות:

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |         |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | -0.086912          | 0.08953904     | -0.971                | 0.3365  |
| INCOME              | 1  | 0.152232           | 0.0016229      | 93.801                | 0.0001  |

- א. אמדו את המודל:  $TAX = \alpha + \beta \cdot INCOME + U$ . מהי המשמעות הכלכלית של  $\beta$ ?
- ב. האם המודל מובהק? בדקו על סמך הפלט הנ"ל ברמת מובהקות של 0.05.
- ג. מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר, עבורה עדיין תידחה השערת האפס מסעיף ב'?

ד. בדקו את ההשערה כי ככל שההכנסה עולה כך עולה גם המס (שיפוע  $\beta$  חיובי) ברמת מובהקות של 0.01.

ה. בנו רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור  $\beta$ .

ו. בדקו את ההשערה שתוספת של מיליארד \$ להכנסה תגדיל את המס ב-0.2 מיליארד \$, ברמת מובהקות של 0.05.

• שימו לב כי:

במודל עם משתנה מסביר אחד בלבד קיימת זהות בין מבחן F למובהקות המודל לבין מבחן  $t$  למובהקות ה- $\beta$ :

$$F_{(1, T-2; 1-\alpha)} = t_{\left(T-2; 1-\frac{\alpha}{2}\right)}^2$$

$$F = t_{\beta}^2$$

כלומר: כל החלטה המתקבלת במבחן אחד חייבת להיות זהה להחלטה המתקבלת במבחן השני.

### פלט שונות משותפות:

(3) נתון פלט האמידה של המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ , שלצורך אמידתו נאספו 240 תצפיות:

#### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|----------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|          |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP | 1  | 5.25      | 0.25     | 21          | 0.0000  |
| X        | 1  | 0.96      | 0.12     | 8           | 0.0000  |

#### Covariance of Estimates

|          | INTERCEP | X      |
|----------|----------|--------|
| INTERCEP | 0.0625   | -0.003 |
| X        | -0.003   | 0.0144 |

יש לבדוק את ההשערה:  $H_0: \alpha = 5\beta$ .

## שאלה מסכמת:

(4) חוקר רצה לבדוק את השפעת הותק בעבודה ( $EXP$ ) על השכר ( $SALARY$ ) לפי המודל:  $\ln(SALARY_t) = \alpha + \beta \cdot EXP_t + u_t$ . הוא אסף 403 תצפיות, ואמד את הפרמטרים בתוכנת SAS. להלן חלקים מהפלט ויש להשלימו:

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | --- | ---            | 5.68015     | ---     | ---    |
| Error   | --- | 205.22539      | ---         |         |        |
| C Total | --- | ---            |             |         |        |

|          |          |          |        |
|----------|----------|----------|--------|
| Root MSE | ---      | R-square | ---    |
| Dep Mean | 7.14247  | Adj R-sq | 0.0245 |
| C.V.     | 10.01602 |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | ---                | ---            | ---                   | ---     |
| EXP      | 1  | -0.008740          | ---            | ---                   | 0.0009  |

## Covariance of Estimates

| COVB     | INTERCEP     | EXP          |
|----------|--------------|--------------|
| INTERCEP | 0.0047463101 | ---          |
| EXP      | -0.000154685 | 6.882844 E-6 |

- נתון נוסף:  $EXP = 22$ .

- קיים קשר חיובי מובהק בין ותק ללוג השכר. נכון / לא נכון
- שיעור התשואה בשכר לשנת ותק הוא?
- תחזית לוג השכר עבור אדם בעל 10 שנות ותק היא?

## ביצוע תחזיות:

- 5) במדגם של 30 דירות מושכרות לסטודנטים ברדיוס של עד 2 ק"מ מסביב למכללה נחקר הקשר בין שכר דירה למספר הסטודנטים הגרים בדירה. להלן התוצאות:

| Descriptive Statistics |           |                |    |
|------------------------|-----------|----------------|----|
|                        | Mean      | Std. Deviation | N  |
| שכר הדירה              | 1386.7667 | 509.46027      | 30 |
| מספר הסטודנטים         | 3.0000    | 1.31306        | 30 |

| Model Summary <sup>b</sup> |                   |          |                   |                            |
|----------------------------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| Model                      | R                 | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
| 1                          | .602 <sup>a</sup> | .362     | .339              | 414.05503                  |

a. Predictors: (Constant), number of students

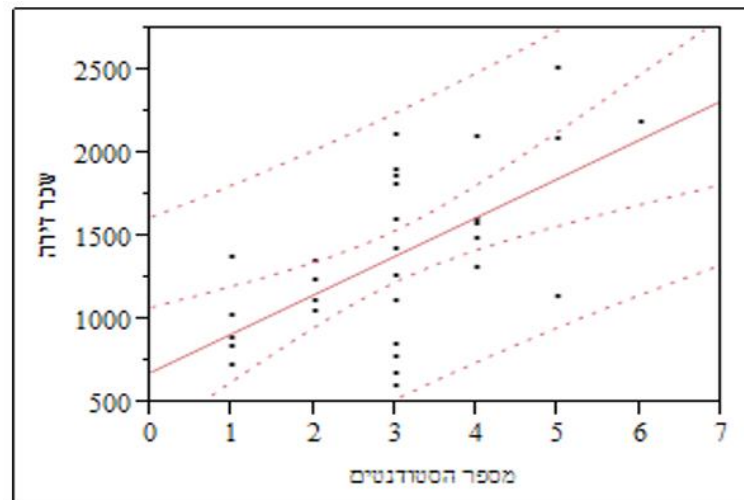
b. Dependent Variable: rent

| ANOVA <sup>b</sup> |                |    |             |        |                   |
|--------------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Model              | Sum of Squares | Df | Mean Square | F      | Sig.              |
| 1 Regression       | 2726579.520    | 1  | 2726579.520 | 15.904 | .000 <sup>a</sup> |
| Residual           | 4800363.847    | 28 | 171441.566  |        |                   |
| Total              | 7526943.367    | 29 |             |        |                   |

a. Predictors: (Constant), number of students

b. Dependent Variable: rent

| Coefficients <sup>a</sup> |                |                             |            |                           |      |
|---------------------------|----------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|
| Model                     |                | Unstandardized Coefficients |            | Standardized Coefficients | Sig. |
|                           |                | B                           | Std. Error | Beta                      |      |
| 1                         | (Constant)     | 686.207                     | 191.244    |                           | .001 |
|                           | מספר הסטודנטים | 233.520                     | 58.556     | .602                      | .000 |



- חשב אומדן נקודתי לשכר הדירה אותו ישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד.
- אמוד את שכר הדירה הממוצע שישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת בטחון של 95%.
- אמוד את שכר הדירה שישלם סטודנט יחיד החולק את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת ביטחון של 95%.

## תשובות סופיות:

- (1) יש עדות לכך.
- (2) א. ראה סרטון. ב. יש עדות לכך. ג.  $Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$ .
- ד. יש עדות לכך. ה.  $P(0.1488 \leq \beta \leq 0.1554) = 0.95$ .
- ו. יש עדות לכך.
- (3) אין עדות לכך.
- (4) א. לא נכון. ב.  $-0.87\%$ . ג.  $7.24735$ .
- (5) א.  $1153.247$ . ב.  $p(957.4 \leq \mu_{Y_{X=2}} \leq 1349.08) = 0.95$ . ג.  $p(282.94 \leq Y_{X=2} \leq 2023.55) = 0.95$ .

# אקונומטריקה א

פרק 5 - שינוי יחידות מדידה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 26

## שינוי יחידות מדידה:

## רקע:

טרנספורמציה ליניארית: הוספה/החסרה של קבוע ו/או הכפלה/חילוק של קבוע של אחד או שני המשתנים (התלוי והב"ת).

- טרנספורמציה ליניארית של המשתנים לא תשפיע על:  $R^2$ ,  $F$ ,  $t_{\hat{\beta}}$  ו-  $PF$ .

השינויים מסוכמים בטבלה הבאה:

| $S_{\hat{\alpha}}$                        | $S_{\hat{\beta}}$                              | $\hat{\alpha}'$                               | $\hat{\beta}'$                         |                                                                           |
|-------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $s_{\hat{\alpha}'} \neq s_{\hat{\alpha}}$ | $s_{\hat{\beta}'} = s_{\hat{\beta}}$           | $\hat{\alpha}' = \hat{\alpha} - \hat{\beta}d$ | $\hat{\beta}' = \hat{\beta}$           | <b>הוספת קבוע ל- <math>X</math>:</b><br>$Y = \alpha' + \beta'(X + d) + v$ |
| $s_{\hat{\alpha}'} = s_{\hat{\alpha}}$    | $s_{\hat{\beta}'} = s_{\hat{\beta}}$           | $\hat{\alpha}' = \hat{\alpha} + d$            | $\hat{\beta}' = \hat{\beta}$           | <b>הוספת קבוע ל- <math>Y</math>:</b><br>$Y + d = \alpha' + \beta'X + v$   |
| $s_{\hat{\alpha}'} = s_{\hat{\alpha}}$    | $s_{\hat{\beta}'} = \frac{s_{\hat{\beta}}}{d}$ | $\hat{\alpha}' = \hat{\alpha}$                | $\hat{\beta}' = \frac{\hat{\beta}}{d}$ | <b>הכפלת <math>X</math> פי קבוע:</b><br>$Y = \alpha' + \beta'(dX) + v$    |
| $s_{\hat{\alpha}'} = ds_{\hat{\alpha}}$   | $s_{\hat{\beta}'} = ds_{\hat{\beta}}$          | $\hat{\alpha}' = d\hat{\alpha}$               | $\hat{\beta}' = d\hat{\beta}$          | <b>הכפלת <math>Y</math> פי קבוע:</b><br>$dY = \alpha' + \beta'X + v$      |

- $t_{(\hat{\beta}'=0)} = t_{(\hat{\beta}=0)}$  תמיד.
- $t_{(\hat{\alpha}'=0)} = t_{(\hat{\alpha}=0)}$  רק בהכפלות.

## שאלות:

- (1) חוקר ביקש לאמוד את הקשר בין שכר ב- $WAGE$  לבין שנות לימוד ( $SCL$ ) באמצעות 2 מודלים שונים.  
להלן תוצאות האמידה:

$$A. MWAGE_t = 139.54 + 118.62 \cdot SCL_t$$

$$B. MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot \ln(SCL)_t$$

חשבו מחדש את מקדמי הרגרסיה וסטטיסטי המבחן  $F$  בכל אחד מהמודלים כתוצאה:

1. התברר כי נעשה טעות בחישוב מספר שנות הלימוד, ויש צורך להוסיף 20% למשתנה המקורי.
2. התברר כי הקשר בין שכר לשנות לימוד הוא ריבועי ולכן יש צורך להעלות את המשתנה המקורי של מספר שנות הלימוד בריבוע.

- (2) בהמשך לנתוני השאלה לדוגמא מהפרק החמישי:
- החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין שכר לוותק ע"י שימוש בשכר נטו ( $NET$ ) ולא בשכר ברוטו ( $SALARY$ ). (קיים שיעור מס קבוע של 20%).
- המודל הוא:  $\ln(NET_t) = \alpha' + \beta' \cdot EXP_t + v_t$
- מה יהיו ערכי האומדים, סטיות התקן שלהם וטיב ההתאמה באמידת מודל זה?

## תשובות סופיות:

1. א.  $\hat{\alpha}' = \alpha = 139.59$ ,  $\hat{\beta}' = 98.85$ , סטטיסטי  $F$  לא משתנה.
  - ב.  $\hat{\alpha}' = -1671$ ,  $\hat{\beta}' = 1239.6$ , סטטיסטי  $F$  לא משתנה.
  2. לא ניתן לדעת.
- (2)  $\hat{\beta}' = \hat{\beta} = -0.00874$ ,  $\hat{\alpha}' = 7.11161$ ,  $S_{\hat{\beta}'} = S_{\hat{\beta}} = 0.0026235$ ,  $S_{\hat{\alpha}'} = S_{\hat{\alpha}} = 0.0688935$
- $R^2 = 0.0269$

# אקונומטריקה א

פרק 6 - הרגרסיה המרובה

תוכן העניינים

1. רגרסיה מרובה..... 28

## רגרסה מרובה:

רקע:

מבחן  $F$ - $T$ :

כאשר יש יותר ממשתנה מסביר אחד, מדובר ברגרסה מרובה.  
המודל הקלאסי:  $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$ .

- קבוע  $\alpha$  יש אחד.
- מספר ה- $\beta$  טות כמספר המשתנים הב"ת במודל.

מבחן  $F$  למובהקות המודל:

$$\begin{aligned} H_0 &= \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 &: \text{OTHERWISE} \end{aligned}$$

השערות:

סטטיסטי המבחן  $F$  וכלל ההכרעה:

$$F = \frac{\frac{RSS}{k}}{\frac{ESS}{T-k-1}} = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{1-R^2}{T-k-1}} > F(k, T-k-1; 1-\alpha)$$

מבחן  $t$  למובהקות ה- $\beta$  טות:

מבחן לבדיקת מובהקות  $\beta$  ספציפית:

$$\begin{aligned} H_0 &= \beta_1 = 0 \\ H_1 &: \beta_1 \neq 0 \end{aligned}$$

השערות:

סטטיסטי המבחן  $t$  וכלל ההכרעה:

$$|t_{\hat{\beta}_i}| = \left| \frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}} \right| > t_{\left(T-k-1; 1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

### השוואה בין מודלים – $\bar{R}^2$ וחוק חיטובסקי:

בכדי להחליט האם כדאי לנו להוסיף למודל משתנה ב"ת מסוים:  
נשווה את פרופורציית השונות המוסברת המתוקנת  $\bar{R}^2$  בין המודל ללא המשתנה  
המסביר לבין המודל עם המשתנה המסביר שהוספנו.

- ניתן להשתמש גם באומד המוטטה -  $R^2$  להשוואה בין מודלים אם מתקיימים  
שני התנאים הבאים:

1. מספר המשתנים זהה.
2. המשתנה המוסבר זהה.

לפי חוק חיטובסקי – בהוספת משתנה מסביר אחד בלבד למודל ה- $\bar{R}^2$  יעלה אך

ורק אם:  $|t_{\hat{\beta}}| > 1$ .

כאשר:  $|t_{\hat{\beta}}| < 1$  אז  $\bar{R}^2$  ירד בהוספת המשתנה והוא גם לא יהיה רלוונטי למודל (מובהק).

כאשר:  $|t_{\hat{\beta}}| > 2$  אז  $\bar{R}^2$  יעלה והמשתנה שהוסף יהיה גם מובהק.

כאשר:  $1 < |t_{\hat{\beta}}| < 2$  אז ה- $\bar{R}^2$  יעלה אך יש לבדוק את רלוונטיות המשתנה שהוסף למודל  
על פי מבחן  $t$ .

## שאלות:

מבחן T ו-F:

(1) נאמד המודל:  $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$  והתקבלו התוצאות הבאות:

## Analysis of Variance

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | ----- | 646169.84      | -----       | -----   | 0.0000 |
| Error   | ----- | -----          | -----       |         |        |
| C Total | 203   | 646790.01      |             |         |        |

|          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| Root MSE | -----    | R-square | -----    |
| Dep Mean | 178.6645 | Adj R-sq | 0.999022 |
| C.V.     | 0.988075 |          |          |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 5.067731           | 0.456604       | 11.09874              | 0.0000  |
| X        | 1  | -----              | 0.042711       | 22.84485              | 0.0000  |
| Z        | 1  | 3.005385           | 0.008679       | 346.2721              | 0.0000  |
| W        | 1  | -5.029101          | 0.073149       | -----                 | 0.0000  |
| S        | 1  | 8.974106           | 0.029075       | 308.6485              | 0.0000  |

א. השלם את הנתונים החסרים בפלט.

ב. האם המודל מובהק? בדקו ברמת מובהקות של 0.05.

ג. האם משתנה W רלוונטי למודל? בדקו ברמת מובהקות של 0.01.

## השוואה בין מודלים:

- (2) במודל לניבוי ההכנסה על פי שנות לימוד וותק במקום העבודה, התקבל:  $\bar{R}^2 = 0.266$ . הוסף המשתנה היקף המשרה. במבחן למובהקות המשתנה הנוסף התקבל:  $t_{\beta} = 0.456$ . האם ערך  $\bar{R}^2$  יעלה/ירד/לא ישתנה בהוספת המשתנה הנוסף למודל?

## מבחן Wald ו-T מורכב:

- (3) נאמד המודל:  $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$  והתקבלו התוצאות הבאות:

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|----------|--------|
| Model   | 4   | 646169.84      | 161542.46   | 51835.84 | 0.0000 |
| Error   | 199 | 620.1683       | 3.1164236   |          |        |
| C Total | 203 | 646790.01      |             |          |        |

|          |           |          |          |
|----------|-----------|----------|----------|
| Root MSE | 1.7653395 | R-square | 0.999041 |
| Dep Mean | 178.6645  | Adj R-sq | 0.999022 |
| C.V.     | 0.988075  |          |          |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 5.067731           | 0.456604       | 11.09874              | 0.0000  |
| X        | 1  | 0.975736           | 0.042711       | 22.84485              | 0.0000  |
| Z        | 1  | 3.005385           | 0.008679       | 346.2721              | 0.0000  |
| W        | 1  | -5.029101          | 0.073149       | -68.75141             | 0.0000  |
| S        | 1  | 8.974106           | 0.029075       | 308.6485              | 0.0000  |

הועלתה ההשערה כי ההשפעה על Y של משתנה S היא פי 3 מזו של משתנה Z, וכן כי החותך הוא 5.

א. מהי השערת האפס?

ב. מהו המודל המוגבל שאותו צריך לאמוד?

להלן אמידת המודל המוגבל:

### Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | 2   | 646166.01      | 323083.01   |         |        |
| Error   | 201 | 623.9983       | 3.104469    |         |        |
| C Total | 203 | 646790.01      |             |         |        |

|          |           |          |          |
|----------|-----------|----------|----------|
| Root MSE | 1.7619504 | R-square | 0.999035 |
| Dep Mean | 173.6645  | Adj R-sq | 0.999026 |
| C.V.     | 1.0145714 |          |          |

### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| X        | 1  | 0.978491           | 0.036399       | 26.88240              | 0.0000  |
| Z+3S     | 1  | 2.999995           | 0.003669       | 817.6080              | 0.0000  |
| W        | 1  | -5.043109          | 0.071218       | -70.81249             | 0.0000  |

ג. חשב את הסטטיסטי של W.L.D.

ד. כמה דרגות חופש יש במונה וכמה במכנה?

ה. האם דוחים או מקבלים את השערת האפס?

- (4) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה:  $C_t = \alpha + \beta_1 \cdot W_t + \beta_2 \cdot P_t + u_t$ .  
להלן תוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל:

### Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | --- | -----          | -----       | -----   | -----  |
| Error   | --- | -----          | 52968       |         |        |
| C Total | --- | -----          |             |         |        |

### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0:<br>Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|--------------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | -107.226           | -----          | -----                    | -----   |
| W        | 1  | 0.743              | -----          |                          |         |
| P        | 1  | 0.561              | -----          |                          |         |

### Covariance of Estimates

| COV      | INTERCEP | W       | P       |
|----------|----------|---------|---------|
| INTERCEP | -----    | -----   | -----   |
| W        | -----    | 0.0046  | -0.0090 |
| P        | -----    | -0.0090 | 0.016   |

על מנת לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון, נאמדה גם המשוואה הבאה:  
 $C_t = \alpha + \beta_1 \cdot Y_t + u_t$ , כאשר:  $Y_t$  = סה"כ ההכנסה של משק בית t.  
 התקבל:  $ESS = 0.4566$ .  
 בדקו את ההשערה בשתי דרכים.

## תרגיל מסכם:

- 5) חוקר אמד את התצורות של 500 משקי בית כפונקציה של הכנסה שלהן לפי המשוואה:  $EXPENSE_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$ .
- $EXPENSE_t$  - התצורות של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.
- $INCOME_t$  - ההכנסה של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.
- ההפרעות האקראיות מקיימות את כל ההנחות הקלאסיות התקבל הפלט הבא:

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|----------|--------|
| Model   | 1   | 2013.105       | 2013.105    | 6495.745 | 0.0000 |
| Error   | 498 | 154.3358       | 0.3099112   |          |        |
| C Total | 499 | 2167.441       |             |          |        |

|          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| Root MSE | 0.556697 | R-square | 0.928794 |
| Dep Mean | 3.990208 | Adj R-sq | 0.928651 |
| C.V.     | 13.95157 |          |          |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 0.041995           | 0.054951       | 0.764236              | 0.4451  |
| INCOME   | 1  | 0.713503           | 0.008853       | 80.59618              | 0.0000  |

- מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?
- מהו אחוז השונות בתצורות המוסבר ע"י ההכנסה?
- מהו אומדן לתצורות ההתחלתית של משק בית?
- האם אומדן זה מובהק?
- על עוזר מחקר הטיל החוקר לבדוק את ההשערה כי על כל 1000 ₪ נוספים בהכנסה צורך הפרט 700 ₪, כנגד ההשערה כי הוא צורך יותר מ-700 ₪. נסח את השערת האפס ואת ההשערה האלטרנטיבית.
- מהו הסטטיסטי t לבדיקת ההשערה?
- מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?
- התברר כי הייתה טעות בנתונים, וכי יש להוסיף 1000 ₪ לתצורות של כל משק בית:
- ההוספה תגדיל את האומד ל- $\alpha$ : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

- ii. בעקבות ההוספה האומד ל- $\alpha$  יהיה מובהק : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.
- iii. ההוספה תשנה את האומד ל- $\beta$  : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.
- iv. ההוספה תשנה את  $R^2$  : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

החוקר טען כי יש להוסיף לפונקציית התצרוכת גם את השפעת העושר. העושר של משק בית מורכב מתוכניות החסכון שלו (SAVINGS) ומניירות הערך שיש לו (NE). שתי סדרות הנתונים הן באלפי שקלים. החוקר אמד את המשוואה :

$$EXPENSE_t = \alpha + \beta_1 \cdot INCOME_t + \beta_2 \cdot SAVINGS_t + \beta_3 \cdot NE_t + u_t$$

וקיבל כי סכום ריבועי הסטיות של הטעויות הוא 121.

ט. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה של החוקר (שהמודל החדש נכון ולא המקורי)?

י. מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?

החוקר רצה לבדוק את ההשערה כי הנש"צ מתוך ההכנסה שווה ל-0.6 וכי השפעת ניירות הערך על התצרוכת היא פי 2 מהשפעת תוכניות החסכון.

יא. מהי השערת האפס לבדיקה זו?

יב. המודל המוגבל לבדיקת ההשערה יהיה מהצורה :  $Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 W_t + v_t$ .

בטא את  $Z_t$  ו- $W_t$  באמצעות המשתנים המקוריים.

## תשובות סופיות:

(1) א.

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|----------|--------|
| Model   | 4   | 646169.84      | 161542.46   | 51835.84 | 0.0000 |
| Error   | 199 | 620.1683       | 3.1164236   |          |        |
| C Total | 203 | 646790.01      |             |          |        |

|          |           |          |          |
|----------|-----------|----------|----------|
| Root MSE | 1.7653395 | R-square | 0.999041 |
| Dep Mean | 178.6645  | Adj R-sq | 0.999022 |
| C.V.     | 0.988075  |          |          |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 5.067731           | 0.456604       | 11.09874              | 0.0000  |
| X        | 1  | 0.975736           | 0.042711       | 22.84485              | 0.0000  |
| Z        | 1  | 3.005385           | 0.008679       | 346.2721              | 0.0000  |
| W        | 1  | -5.029101          | 0.073149       | -68.75141             | 0.0000  |
| S        | 1  | 8.974106           | 0.029075       | 308.6485              | 0.0000  |

ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.

(2) ירד.

(3) א.  $H_0: \alpha = 5, \beta_s = 3\beta_z$  ב.  $Y_t - 5 = \beta_x X_t + \beta_z (Z_t + 3S_t) + \beta_w W_t + u_t$ ג.  $WALD_{stat} = 0.6145$  ד. מונה: 2, מכנה: 199.

ה. מקבלים.

(4) בדיקה ע"י מבחן WALD ו-t: אין עדות לכך.

(5) א.  $PF = 0.000$  ב. 92% ג.  $\hat{\alpha} = 0.04195$  ד. לא.ה.  $H_0: \beta = 0.70, H_1: \beta > 0.70$  ו.  $t_{\hat{\beta}} = 1.583$  ז.  $WALD_{stat} = 2.505$ 

ח. i. נכון. ii. נכון. iii. לא נכון. iv. לא נכון.

ט.  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0, H_1: OTHERWISE$  י.  $WALD_{stat} = 68.32$ יא.  $H_0: \beta_3 = 2 \cdot \beta_2, \beta_1 = 0.6$ יב.  $W_t = SAVINGS_t + 2 \cdot NE_t, Z_t = EXPENCE_t - 0.6 \cdot INCOME_t$

# אקונומטריקה א

פרק 7 - רגרסיה לוגיסטית

תוכן העניינים

1. רגרסיה לוגיסטית ..... 37

## הגרסה לוגיסטית:

### רקע:

#### מתי נבצע רגרסיה לוגיסטית?

כאשר המשתנה המנובא הוא דיכוטומי (Binary Logistic):  
 יכול לקבל ערכים של 0 או 1.  
 הפונקציה הלוגיסטית מתארת את הסיכויים לקבל "1" במשתנה התלוי כתלות במשתנים הב"ת.

#### הלוגיקה בניתוח רגרסיה לוגיסטית:

השוואת ניבוי Y ללא המשתנים המנבאים במודל לניבוי Y במודל הכולל את המשתנים המנבאים (סטטיסטי  $\chi^2$ ).

#### טיב מודל הרגרסיה ("Goodness of fit"):

1. מובהקות המודל:

Omnibus Tests of Model Coefficients

|        |       | Chi-square | df | Sig. |
|--------|-------|------------|----|------|
| Step 1 | Step  | 12.225     | 4  | .016 |
|        | Block | 12.225     | 4  | .016 |
|        | Model | 12.225     | 4  | .016 |

מבחן  $\chi^2$  - תחת שורת ה-model נמצא את חי בריבוע ואת מובהקות המודל.

2. אחוז שונות מוסברת:

Model Summary

| Step | -2 Log likelihood | Cox & Snell R Square | Nagelkerke R Square |
|------|-------------------|----------------------|---------------------|
| 1    | 96.524            | .139                 | .189                |

$R^2$  Nagelkerke – מקביל ל- $R^2$  כללי ברגרסיה. אחוז שונות Y המוסברת ע"י כל המנבאים יחד (בטווח מוכר של 0-1).

## 3. דיוק בניבוי :

Classification Table<sup>a</sup>

| Observed           |                                       |     |  | Predicted                             |     | Percentage Correct |
|--------------------|---------------------------------------|-----|--|---------------------------------------|-----|--------------------|
|                    |                                       |     |  | whether mom believes course will help |     |                    |
|                    |                                       |     |  | no                                    | yes |                    |
| Step 1             | whether mom believes course will help | no  |  | 46                                    | 5   | 90.2               |
|                    |                                       | yes |  | 17                                    | 14  | 45.2               |
| Overall Percentage |                                       |     |  |                                       |     | 73.2               |

a. The cut value is .500

סגוליות (true negative) – ביחס ל-  $Y=0$  במדגם, כמה המודל דייק בניבוי (90.2%).  
 רגישות (true positive) – ביחס ל-  $Y=1$  במדגם, כמה המודל דייק בניבוי (45.2%).  
 אחוז הניבוי הכללי – בכמה בסה"כ המודל מדייק בניבוי (73.2%).

## מושגים חשובים להבנת טבלת המקדמים :

: ODDS

"הסיכוי להתרחשות אירוע מסוים" – ההסתברות שהאירוע יקרה לעומת ההסתברות

$$ODDS = \frac{p}{1-p} \quad \text{שאותו אירוע לא יקרה :}$$

ODDS=1 – הסיכוי שהאירוע יתרחש שווה לסיכוי שהוא לא יתרחש  $(\frac{0.5}{0.5})$ .

ODDS>1 – הסיכוי שהאירוע יתרחש גבוה מהסיכוי שלא יתרחש (למשל-  $(\frac{0.75}{0.25})$ ).

ODDS<1 – הסיכוי שהאירוע יתרחש נמוך מהסיכוי שלא יתרחש (למשל-  $(\frac{0.25}{0.75})$ ).

: ODDS RATIO (OR)

$$OR = \frac{ODDS(A)}{ODDS(B)} \quad \text{יחס בין סיכויים -}$$

כיצד משתנה ההסתברות במעבר מקבוצה A לקבוצה B.

OR=1 – הסיכוי להתרחשות האירוע שווה בין שתי הקבוצות- אין קשר בין המב"ת למ"ת.

OR>1 – הסיכוי להתרחשות האירוע בקבוצה A גבוה מאשר בקבוצה B – קשר חיובי.

OR<1 – הסיכוי להתרחשות האירוע בקבוצה A נמוך מאשר בקבוצה B – קשר שלילי.

## טבלת המקדמים – תרומות ייחודיות של כל מנבא:

(מקביל לטבלת Coefficients בגרסיות לינאריות)

| Variables in the Equation |          | B     | S.E.  | Wald  | df | Sig. | Exp(B) |
|---------------------------|----------|-------|-------|-------|----|------|--------|
| Step<br>1 <sup>a</sup>    | EDU_YRS  | -.107 | .138  | .603  | 1  | .438 | .898   |
|                           | AGE      | -.029 | .020  | 2.078 | 1  | .149 | .971   |
|                           | SATISFAC | .118  | .175  | .457  | 1  | .499 | 1.126  |
|                           | BIRTH#   | .882  | .321  | 7.530 | 1  | .006 | 2.415  |
|                           | Constant | .001  | 1.796 | .000  | 1  | .999 | 1.001  |

a. Variable(s) entered on step 1: EDU\_YRS, AGE, SATISFAC, BIRTH#.

1. מבחן WALS למובהקות המשתנים:  
מבטא את מובהקות המשתנה מבחינת תרומתו הייחודית לניבוי Y.
2. B – מקדמי המשתנים ב-log odds:  
בטא חיובית – עלייה ב-log odds של Y כפונקציה של עליה ביחידה אחת של X.  
בטא שלילית – ירידה ב-log odds של Y כפונקציה של עליה ביחידה אחת של X.
3. משוואת הרגרסיה:

$$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \hat{\beta}_3 x_{3i} + \hat{\beta}_4 x_{4i}$$

$$p = \frac{1}{1+e^{-\log odds}} : (p) \text{ חישוב הניבוי במונחי הסתברות}$$

$$ODDS = e^{\log odds} : (ODDS) \text{ חישוב הניבוי במונחי סיכויים}$$

4. Exp(B) - יחס הסיכויים (Odds Ratio):  
מבטא את העלייה (אם גדול מ-1) או את הירידה (אם קטן מ-1) בסיכויים להיות בעלי ערך '1' ב-Y כאשר הערך במשתנה המנבא גדל ביחידה אחת.

$$\log \text{Exp}(B) = B ; e^B = \text{Exp}(B) : \text{Exp}(B) \text{ - ל-B היחס בין } B$$

## שאלות:

- 1) חוקרת בחוג למגדר ביקשה לבדוק האם מגדר משפיע על תעסוקה. היא התבססה על סקר של הלמ"ס שדגם 826 מבוגרים בגילאי העבודה המרכזיים (25-55). היא הגדירה את המשתנים באופן הבא:  
 WOMEN - "1" = אישה ; "0" = גבר.  
 WORKING - "1" = כן ; "0" = לא.  
 מהצלבה של שני המשתנים התקבלה הטבלה הבאה:

| working * women Crosstabulation |      |       |      |       |
|---------------------------------|------|-------|------|-------|
|                                 |      | women |      | Total |
|                                 |      | .00   | 1.00 |       |
| working                         | .00  | 13    | 130  | 143   |
|                                 | 1.00 | 338   | 345  | 683   |
| Total                           |      | 351   | 475  | 826   |

- על סמך הטבלה חשבו:
- מה ההסתברות של אישה לעבוד?
  - מה הסיכוי של אישה לעבוד?
  - מה ההסתברות של גבר לעבוד?
  - מה הסיכוי של גבר לעבוד?
  - מה יחס הסיכויים (OR) של נשים לעבוד לעומת גברים?
  - מה הלוגריתם של יחס הסיכויים?
  - מה יהיה ערך מקדם השיפוע B בגרסיה הלוגיסטית לניבוי תעסוקה על פי מגדר ומה משמעותו?
  - מה יהיה ערך  $\text{Exp}(B)$  בגרסיה הלוגיסטית ומה משמעותו?

(2) במחקר ביקשו לבדוק כיצד מצב משפחתי וגובה המשכורת משפיעים על בעלות על דירה.

משתני המחקר:

apartm - בעלות על דירה: "1" - כן; "0" - לא.

status - מצב משפחתי: status (0) - רווק; status (1) - בזוגיות;

status (2) - בזוגיות עם ילדים; status(3) - פרוד או גרוש.

incom - הכנסה (בעשרות אלפי שקלים).

התקבלו הממצאים הבאים:

| Classification Table <sup>a</sup> |            |           |      |                    |
|-----------------------------------|------------|-----------|------|--------------------|
| Observed                          |            | Predicted |      |                    |
|                                   |            | apartm    |      | Percentage Correct |
|                                   |            | .00       | 1.00 |                    |
| Step 1                            | apartm .00 | 22        | 11   | 66.7               |
|                                   | 1.00       | 10        | 22   | 68.8               |
| Overall Percentage                |            |           |      | 67.7               |

a. The cut value is .500

| Omnibus Tests of Model Coefficients |       |            |    |      |
|-------------------------------------|-------|------------|----|------|
|                                     |       | Chi-square | df | Sig. |
| Step 1                              | Step  | 10.218     | 4  | .037 |
|                                     | Block | 10.218     | 4  | .037 |
|                                     | Model | 10.218     | 4  | .037 |

Model Summary

| Step | -2 Log likelihood   | Cox & Snell R Square | Nagelkerke R Square |
|------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 1    | 79.876 <sup>a</sup> | .145                 | .194                |

a. Estimation terminated at iteration number 4 because parameter estimates changed by less than .001.

| Variables in the Equation |        |       |       |    |      |        |
|---------------------------|--------|-------|-------|----|------|--------|
|                           | B      | S.E.  | Wald  | df | Sig. | Exp(B) |
| Step 1 <sup>a</sup>       |        |       |       |    |      |        |
| Status                    |        |       | .682  | 3  | .877 |        |
| Status(1)                 | -.498  | .713  | .487  | 1  | .485 | .608   |
| Status(2)                 | -.520  | .784  | .441  | 1  | .507 | .594   |
| Status(3)                 | -.180  | .748  | .058  | 1  | .810 | .835   |
| income                    | .000   | .000  | 8.580 | 1  | .003 | 2.536  |
| Constant                  | -2.734 | 1.079 | 6.417 | 1  | .011 | .065   |

a. Variable(s) entered on step 1: Status, income.

- א. האם ניתן לדחות את השערת האפס הטוענת כי אין קשר בין בעלות על דירה להכנסה ולסטטוס משפחתי?
- ב. כמה אחוזים מצליחים המשתנים הב"ת להסביר מהשונות של המשתנה "בעלות על דירה"?
- ג. באיזה אחוז מצליח המודל לנבא באופן מדויק בעלות על דירה מתוך כלל המקרים?
- ד. באיזה מידה מצליח המודל לנבא בהצלחה בעלות על דירה מתוך בעלי הדירה במדגם? כיצד נקרא המדד המתאים?
- ה. באיזה מידה מצליח המודל לנבא בהצלחה אי-בעלות על דירה מתוך אלו שאינם בעלי דירה במדגם? כיצד נקרא המדד המתאים?
- ו. מהי המשוואה לניבוי בעלות על דירה על סמך המשתנים הב"ת?
- ז. לאיזה מהמשתנים הב"ת יש תרומה ייחודית מובהקת לניבוי בעלות על דירה? מהי משמעות מקדם B ו- $\text{Exp}(B)$  של משתנה זה?
- ח. על כל עליה ב-10,000 ₪ בהכנסה, בכמה אחוזים יעלה הסיכוי לבעלות על דירה?
- 53.6%
  - 253.6%
  - 153.6%
  - 93%
- ט. על כל עליה של 20,000 ₪ בהכנסה, בכמה אחוזים יעלה הסיכוי לבעלות על דירה?
- 307%
  - 423%
  - 542%
  - 642%
- י. מה ההסתברות של רווק המשתכר 20,000 ₪ להיות בעלים של דירה?
- יא. האם ההסתברות של אותו רווק להיות בעל דירה גבוהה / שווה / קטנה מההסתברות שלו לא להיות בעל דירה?
- יב. מהם הסיכויים (ODDS) שלו להיות בעל דירה?
- יג. עבור איזה משכורת הסיכוי (ההסתברות) של רווק להיות בעל דירה עולה על הסיכוי שלו לא להיות בעל דירה?
- יד. במידה ומשתנה ההכנסה היה נמדד באלפי שקלים (ולא בעשרות אלפי שקלים), כיצד הדבר היה משפיע על ההשפעה השולית של מקדם ההכנסה, אם בכלל?

- (3) חוקרים בחנו את המאפיינים שעשויים לנבא את הביצוע של חניכים במבחן הסיום של קורס פקחי טיסה. הביצוע במבחן נמדד על סולם של הצלחה/כשלון והמשתנים הבלתי תלויים כללו מין (1-זכר 0-נקבה), השכלה קודמת (0-ריאלית, 1-לא ריאלית) וביצוע במהלך הקורס (1-7).  
להלן תוצאות ניתוח הרגרסיה:

| Omnibus Tests of Model Coefficients |       |            |    |      |
|-------------------------------------|-------|------------|----|------|
|                                     |       | Chi-square | Df | Sig. |
| Step 1                              | Step  | 20.982     | 3  | .000 |
|                                     | Block | 20.982     | 3  | .000 |
|                                     | Model | 20.982     | 3  | .000 |

Model Summary

| Step | -2 Log likelihood   | Cox & Snell R Square | Nagelkerke R Square |
|------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 1    | 17.209 <sup>a</sup> | .503                 | .699                |

a. Estimation terminated at iteration number 7 because parameter estimates changed by less than .001.

| Variables in the Equation |         |       |       |    |      |        |
|---------------------------|---------|-------|-------|----|------|--------|
|                           | B       | S.E.  | Wald  | df | Sig. | Exp(B) |
| Step 1 <sup>a</sup> מין   | 4.445   | 2.611 | 2.897 | 1  | .089 | 85.161 |
| השכלה קודמת               | -.146   | 2.054 | .005  | 1  | .943 | .864   |
| ביצוע במהלך הקורס         | 2.283   | .944  | 5.846 | 1  | .016 | 9.810  |
| Constant                  | -19.284 | 8.056 | 5.731 | 1  | .017 | .000   |

a. Variable(s) entered on step 1: מין, השכלה, הקורס, הביצוע במהלך הקורס.

- האם למודל הכולל את שלושת המנבאים יכולת הסבר משמעותית?
- כמה אחוזים מתוך השונות של Y מצליח המודל להסביר?
- מהי משוואת הניבוי?
- לאיזה מן המשתנים הב"ת תרומה מובהקת לניבוי?
- הסבירו את משמעות המקדמים (b) שהתקבלו עבור המשתנים הב"ת: מגדר, השכלה קודמת והביצוע במהלך הקורס.
- בטאו את המקדמים במונחי הסיכויים להצלחה בקורס (odds) והסבירו אותם.
- הועלתה הטענה כי ההסתברות ההצלחה של נשים בקורס היא נמוכה ביותר, גם אם הן בעלות השכלה ריאלית ושביצוען במהלך הקורס מקסימאלי. אנא בדקו את הטענה.
- עבור זכר, בעל השכלה ריאלית, מהי ההשפעה השולית של עליה ביחידה אחת בדירוג הביצוע במהלך הקורס על הסיכוי להצליח בקורס?

(4) לפי מדגם של 20 זוגות נשואים, נאספו נתונים על המשתנה  $Y$  השווה ל-1 אם הזוג נוהג לצאת למסעדה לפחות פעם בשבוע ו-0 אחרת.

$$\text{נאמד המודל: } p = \frac{1}{1+e^{-z}} \text{ כאשר } p = P(Y=1).$$

התקבלו התוצאות הבאות:  $z = -9.456 + 0.368INCOM - 1.207BABY$ .  
 $INCOM$  - ההכנסה של שני בני הזוג (באלפים). ההכנסה במדגם נעה בין 17 אלף ל-44 אלף.

$BABY$  - משתנה דמי המקבל את הערך '1' אם הזוג צריך להיעזר בשמרטפית ו-'0' אחרת.

ענה נכון/לא נכון:

- א. זוג הנעזר בשמרטפית ומשתכר 30.5 אלף, יוצא למסעדה לפחות פעם בשבוע בהסתברות גבוהה מ-0.5.
- ב. עבור זוג שאינו נעזר בשמרטפית, עליה של אלף שח בהכנסה, מעלה את ההסתברות לצאת למסעדה ב-0.368.
- ג. כל אחד מערכי  $P$  הנאמדים כאן איננו גבוה יותר מ-0.99.
- ד. הסיכוי של זוג, שהכנסתו עלתה ב-3000 שח, לצאת למסעדה יעלה ב-200% בערך.
- ה. המשכורת שצריך להרוויח זוג, אשר אינו נעזר בשמרטפית, כדי שהסיכוי שלו לצאת למסעדה יהיה שווה לסיכוי שלא לצאת למסעדה הוא 27,000.
- ו. זוג, שלא נעזר בשמרטפית, צריך להרוויח יותר מ-28,000 שח כדי שהסיכוי שלו לצאת למסעדה יהיה גבוה פי 3 מהסיכוי שלו לא לצאת למסעדה.
- ז. עבור odds ratio של משתנה "שמרטפות" התקבל רווח בר סמך הבא:  
 $[0.123; 1.01]$  ברמת ביטחון של 95%.
- לפיכך ניתן לומר כי למשתנה "שמרטפות" תרומה מובהקת לניבוי הסיכוי לצאת למסעדה.

(5) בשנה מסוימת הוגשו 750 בקשות לקבלת משכנתא ורק חלק מהן אושר. המשתנה התלוי  $Y=1$  אם הבקשה למשכנתא אושרה ול-0 אם נדחתה. המנבאים:

$S$  משתנה דמי השווה ל-1 אם מבקש המשכנתא הוא רווק ול-0 אחרת.  
 $AGE$  = גיל בשנים.

$$\text{המודל הנאמד הינו: } p = \frac{1}{1+e^{-z}} \text{ כאשר } p = P(Y=1).$$

$$z = \alpha + \beta_1 age + \beta_2 age^2 + \beta_3 S$$

$$\text{תוצאות אמידת המודל: } z = -9.3 + 0.52age - 0.006age^2 - 0.314S$$

א. הסבירו את השפעת הגיל והמצב המשפחתי על ההסתברות לאישור המשכנתא.

ב. מה ההסתברות שתאושר משכנתא לרווק בן 30?

ג. עבור איזה גיל ההסתברות של אדם נשוי לקבל משכנתא היא מקסימאלית?

- 6) משרד הקבלה של האוניברסיטה רצה לבדוק באיזה מידה ניתן לחזות את ההצלחה של הסטודנט בקורס בסטטיסטיקה על סמך נתונים של מבחן פסיכומטרי, ציון ממוצע של תעודת בגרות וסוג תעודת הבגרות: ריאלית או לא ריאלית.
- במדגם של 50 סטודנטים נאספו נתונים על המשתנה  $Y$  השווה ל-1 אם הסטודנט הצליח במבחן בסטטיסטיקה ו-0 אם נכשל.
- כמו כן נרשמו עבור כל סטודנט ציון הפסיכומטרי, ממוצע הבגרות וסוג הבגרות (1 - בגרות ריאלית, 0 - לא ריאלית).
- להלן התוצאות שהתקבלו:

|              | B       | S.E.   | Wald  | df | Sig. |
|--------------|---------|--------|-------|----|------|
| פסיכומטרי    | .090    | .046   | 3.723 | 1  | .054 |
| ציון בגרות   |         | 2.070  | 1.089 | 1  | .297 |
| בגרות ריאלית | 4.535   | 2.519  | 3.241 | 1  | .072 |
| Constant     | -84.892 | 42.858 | 3.923 | 1  | .048 |

- באיזה שיטת ניתוח הייתם ממליצים להשתמש ומדוע?
- נתון כי ההסתברות להצליח בקורס בסטטיסטיקה עבור סטודנט שעשה בגרות הומנית, קיבל 690 בפסיכומטרי וציון 9 בבגרות הינה: 0.034. ההסתברות של סטודנט שקיבל אותו ציון בפסיכומטרי, עם בגרות הומנית אבל ציונו בבגרות הוא 10 הינה: 0.233. על סמך הנתונים הללו השלם את הערך החסר בפלט המקדמים.
- לאיזה משתנים השפעה מובהקת על הסיכוי להצליח במבחן לסטטיסטיקה? (אלפא 10%)
- מה ההסתברות של סטודנט להצליח במבחן אם קיבל 680 בפסיכומטרי, ציון 10 בבגרות ולמד במגמה ריאלית?
- מהו השינוי בסיכויים (odds) להצליח במבחן בסטטיסטיקה כפונקציה של שינוי ביחידה אחת בפסיכומטרי?
- מהי ההשפעה השולית של נקודה נוספת בציון הבגרות על הסיכוי להצליח במבחן בסטטיסטיקה עבור סטודנט שקיבל 640 בפסיכומטרי ולמד במגמה ריאלית?
- רותי שיפרה את הפסיכומטרי שלה ב-20 נקודות. בכמה יעלה הסיכוי שלה להצליח בקורס בסטטיסטיקה?
- אם החוקר היה מחליט לקודד בגרות שאינה ריאלית כ-1 ובגרות ריאלית כ-0, האם הדבר היה משפיע על ערכו של  $\text{Exp}(b)$  של סוג בגרות ועל המשמעות שלו?

## תשובות סופיות:

- (1) א. 0.73    ב. 2.7    ג. 0.96    ד. 0.24    ה. 0.11  
 ו. -2.207    ז.  $B = -2.207$     ח.  $\text{Exp}(B) = 0.11$
- (2) א. כן.    ב. 19.4%    ג. 67.7%    ד. רגישות = 68.8%  
 ה. סגוליות = 66.7%
- ו.  $\ln(odds) = -2.734 - 0.498\text{status}(1) - 0.52\text{status}(2) - 0.18\text{status}(3) + 0.93 \cdot incom$   
 ז. משתנה "הכנסה"  
 ח. 3    ט. 3    י. 0.3  
 יא. קטנה.    יב. 0.42    יג. 29,400    יד. 0.093
- (3) א. כן.    ב. 69.9%    ג.  $\log(odds) = -19.284 + 4.445x_{1i} - 0.146x_{2i} + 2.283x_{3i}$   
 ד. המשתנה – "ביצוע במהלך הקורס".    ה. ראו סרטון.  
 ו. מגדר -  $\text{Exp}(b) = 85.19$ , השכלה קודמת -  $\text{Exp}(b) = 0.864$   
 ז. הטענה נכונה ( $p = 0.035$ ).  
 ח.  $\text{Exp}(b) = 9.81$
- (4) א. נכון.    ב. לא נכון.    ג. לא נכון.    ד. נכון.    ה. לא נכון.  
 ו. נכון.    ז. לא נכון.
- (5) א. ראו סרטון.    ב. 0.533    ג. 40
- (6) א. רגרסיה לוגיסטית.    ב.  $B = 2.16$     ג. "פסיכומטרי" ו-"בגרות ריאלית".  
 ד. 0.914    ה. 1.09    ו. 8.67    ז. 504%    ח. ראו סרטון.

# אקונומטריקה א

פרק 8 - מבחן 1

תוכן העניינים

1. כללי ..... 47

## מבחן 1:

## שאלות:

- (1) חוקר רצה לבדוק את השפעת התל"ג על ההשקעה במשק לפי המודל הבא:  $\ln I_t = \alpha + \beta \ln Y_t + u_t$ , כאשר:  $I_t$  היא ההשקעה באלפי שקלים,  $Y_t$  הוא התוצר באלפי שקלים, וההרעה האקראית,  $u_t$ , מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות. באמידה התקבל הפלט הבא:

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | 1   | 0.38523        | 0.38523     | 72.14   | <.0001 |
| Error   | 199 | 1.06266        | 0.00534     |         |        |
| C Total | 200 | 1.44789        |             |         |        |

|          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| Root MSE | 0.073075 | R-square | 0.733936 |
| Dep Mean | 10.01722 | Adj R-sq | 0.732104 |
| C.V.     | 0.729494 |          |          |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T | 95% conf. lim. |
|-----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|----------------|
| INTERCEPT | 1  | 3.472013           | 0.85463        | 4.06259               | 0.0002  | 1.79 – 5.15    |
| lnY       | 1  | 0.570042           | 0.06452        | 8.493526              | 0.0000  | ---- - ----    |

- מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?
  - אם נגדיל את התוצר ב-1% בכמה תגדל ההשקעה?
  - מהו רווח הסמך ל- $\alpha$ ? מהו רווח הסמך ל- $\beta$ ?
  - הועלתה הטענה כי הגמישות שווה ל-0.4. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?
  - מהי הרגרסיה המוגבלת למבחן WALT תחת  $H_0$ ?
  - מהו הסטטיסטי של WALT למבחן זה (אם ניתן לחישוב)?
  - אם ההשקעה נמדדת בשקלים במקום באלפי שקלים:
- המקדם של  $\ln Y$  לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
  - החותך לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

- iii. הסטטיסטי  $t$  לבדיקת המובהקות של  $\beta$   
לא ישתנה.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- iv. הסטטיסטי  $F$  לבדיקת מובהקות המודל  
לא ישתנה.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- v.  $R^2$  לא ישתנה.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי גם גודל האוכלוסייה,  $P$ , משפיע על ההשקעה לפי המודל  
הבא:  $\ln I_t = \alpha + \beta_1 \ln Y_t + \beta_2 \ln P_t + u_t$ .  
ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

התקבל הפלט הבא:

### Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|-----------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|           |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEPT | 1  | 1.131853  | 1.43547  | 0.788489    | 0.4435  |
| lnY       | 1  | 1.035467  | 0.25756  | 4.020294    | 0.0004  |
| lnP       | 1  | -1.77456  | 0.94657  | -1.874727   | 0.0736  |

- ט. באיזו רמת מובהקות נקבל את טענת החוקר?  
י.  $R^2$  של המשוואה החדשה קטן מזה של  
המשוואה המקורית.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

- במשוואה החדשה הועלתה הטענה כי סכום הגמישויות שווה ל-0.  
יא. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?  
יב. מהו הסטטיסטי  $t$  לבדיקת ההשערה? (נתון כי:  $\text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.25$ ).  
יג. האם ניתן לדחות את השערת האפס?

(2) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. ברגרסיה מרובה, כמו ברגרסיה חד משתנית,  
מבחן  $F$  למובהקות המודל שווה לריבוע של  
מבחן  $t$  למובהקות של  $\beta$ .  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ב. אם הערך 0 נמצא בתוך רווח הסמך ל- $\beta$ ,  
אזי  $\beta$  מובהקת.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ג. בהוספת משתנה לא רלוונטי למודל האומד  
המתוקן לפרופורציית השונות המוסברת  
ירד בהכרח.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

- ד. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה אם ידוע שהשונות של  $u_t$  אינה קבועה (הפרה של הנחה קלאסית).  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ה. אם דוחים  $H_0$  ברמת מובהקות מסוימת, אזי דוחים  $H_0$  בכל רמות המובהקות הקטנות יותר.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ו. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח אומד עקיב.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

$$(3) \quad \tilde{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T X_t Y_t}{S_{XX}} \quad \text{נתון מודל ללא חותך: } Y_t = \beta X_t + u_t, \text{ ונתון האומד:}$$

- א. האומד  $\tilde{\beta}$  הוא אר"פ.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ב. האומד  $\tilde{\beta}$  הוא אומד חסר הטיה.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ג. האומד  $\tilde{\beta}$  הוא אומד לינארי.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ד. אר"פ יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$ .  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ה. מהי השונות של  $\tilde{\beta}$ ?

$$(4) \quad \hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T X_t Y_t}{\sum_{t=1}^T X_t^2} \quad \text{נתון מודל ללא חותך: } Y_t = \beta X_t + u_t, \text{ ונתון האומד:}$$

- א. האומד  $\hat{\beta}$  הוא אר"פ.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ב. האומד  $\hat{\beta}$  הוא אומד חסר הטיה.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ג. האומד  $\hat{\beta}$  הוא אומד לינארי.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ד. מהי השונות של  $\hat{\beta}$ ?
- ה. האומד  $\hat{\beta}$  הוא אומד עקיב.  
 נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } PF = 0.0001 \quad \text{ב. } 0.57\% \quad \text{ג. } p(1.79 \leq \alpha \leq 5.15) = 0.95$$

$$\begin{aligned} & \text{ד. } \begin{aligned} H_0: \beta &= 0.4 \\ H_1: \beta &\neq 0.4 \end{aligned} \quad \text{ה. } p(0.026 \leq \beta \leq 1.11) = 0.95 \end{aligned}$$

$$\text{ו. } WALD_{stat} = 7.054 \quad \text{ז. } \ln I_t - 0.4 \ln Y_t = \alpha + u_t$$

$$\text{ח. i. לא נכון. ii. לא נכון. iii. נכון. iv. נכון. v. נכון.}$$

$$\text{ט. } Pt_{\hat{\beta}} = 0.0736 \quad \text{י. לא נכון.}$$

$$\text{יא. } H_0: \beta_1 + \beta_2 = 0 \quad \text{יב. } t = -1.089 \quad \text{יג. אין סיבה מספקת.}$$

$$(2) \quad \text{א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. לא נכון. ו. נכון.}$$

$$(3) \quad \text{א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא ניתן לדעת.}$$

$$\text{ה. } V(\tilde{\beta}) = \frac{\sum X_t^2 \sigma^2}{S_{xx}^2}$$

$$(4) \quad \text{א. נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. } V(\tilde{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$$

$$\text{ה. נכון.}$$

# אקונומטריקה א

פרק 9 - מבחן 2

תוכן העניינים

1. כללי ..... 51

## מבחן 2:

## שאלות:

- (1) חוקר בדק את השפעת שעות העבודה בשבוע (HOURS) על השכר החודשי ברוטו בשקלים (SALARY) לפי המודל:  $SALARY_t = \alpha + \beta \cdot HOURS_t + u_t$ . הסטייה המקרית מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות. השלם את הפלט הבא, אם ידוע כי:  $\bar{X} = 46.040873$ ,  $S_{xx} = 35079$ :

## Analysis of Variance

| Source   | DF   | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|----------|------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model    | 1    | ---            | ---         | ---     | ---    |
| Error    | 401  | 402271435      | ---         |         |        |
| C Total  | ---  | 449757359      |             |         |        |
| Root MSE | ---  |                | R-square    | ---     |        |
| Dep Mean | 1580 |                | Adj R-sq    | ---     |        |
| C.V.     | ---  |                |             |         |        |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|-----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEPT | 1  | ---                | ---            | ---                   | 0.7476  |
| HOURS     | 1  | 36.06745           | ---            | ---                   | 0.0001  |

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?

ב. מהו האומדן לשכר התחלתי?

החוקר רצה לבדוק את הטענה כי אם יעבוד שעה אחת נוספת בשבוע, שכרו יגדל ב-40 ₪.

ג. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?

ד. מהו הסטטיסטי t למבחן?

ה. מהו הסטטיסטי WALT למבחן?

ו. מהי התחזית לשכר של עובד העובד 55 שעות בשבוע?

ז. החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין השכר לשעות העבודה ע"י שימוש בנתונים שנתיים, כלומר, שכר שנתי (בהנחה שהשכר החודשי קבוע כל השנה) ושעות עבודה שנתיות (בהנחה ששעות העבודה קבועות בכל 52 השבועות בשנה). שימוש בנתונים שנתיים:

- i. ישנה את הסטטיסטי  $t$  לבדיקת המובהקות של  $\alpha$ .  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- ii. יכפיל את האומד של  $\beta$  ב-0.23.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- iii. יכפיל את סטית התקן של  $\hat{\beta}$  ב-0.23.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת
- iv. ישנה את Pvalue לבדיקת מובהקות המודל.  
נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי יש להוסיף למשוואה גם את השפעת הגיל (AGE) ומספר שנות הלימוד (SCL). לשם כך הוא אמד את המשוואה הבאה:

$$SALARY_t = \alpha + \beta_1 \cdot HOURS_t + \beta_2 \cdot AGE_t + \beta_3 \cdot SCL_t + u_t$$

- ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?
- ט. מהו הנתון הנדרש כדי לחשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?
- י. בפלט האמידה של המשוואה החדשה לא היה ברור אם ערכו של נתון זה הוא 315968434 או 515968434 (בשל בעיה במדפסת). מהו הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?
- יא. מהם הנתונים הנדרשים לחישוב הסטטיסטי  $t$ ?

החוקר רוצה לבדוק את הטענה כי השפעת ההשכלה על השכר גדולה פי 8 מהשפעת הגיל על השכר.

### Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter  | Standard | T for H0:   |         |
|-----------|----|------------|----------|-------------|---------|
|           |    | Estimate   | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEPT | 1  | -1995.0275 | 331.7857 | -6.013      | 0.0001  |
| HOURS     | 1  | 36.408461  | 4.710021 | 7.730       | 0.0001  |
| AGE       | 1  | 13.674254  | 3.816426 | 3.583       | 0.0004  |
| SCL       | 1  | 109.93799  | 10.63745 | 10.335      | 0.0001  |

- יב. הנתונים בפלט אינם מספיקים לבדיקת ההשערה לפי מבחן  $t$ .  
מהו הנתון החסר? באיזה פלט של SAS ניתן למצוא אותו?
- יג. בהנחה שנתון זה הוא 8.3969, חשב את הסטטיסטי  $t$  לבדיקת הטענה.  
מהי מסקנתך לגבי נכונות הטענה?

יד. אם תרצה לבדוק את הטענה לפי מבחן WALD, יהיה המודל המוגבל:

$$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot Z_1 + \gamma_2 \cdot Z_2 + v$$

$$Z_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

טו. אם יש מספיק נתונים, חשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה?

(2) נתון המודל:  $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t$ . ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

$$\text{נתון האומד: } \tilde{\beta} = \frac{S_{XY}}{\sum_{t=1}^T X_t^2}$$

א. אומד זה הוא הפתרון של המשוואות

$$\text{הנורמליות: } \sum_{t=1}^T \hat{u}_t = 0, \sum_{t=1}^T \hat{u}_t X_t = 0$$

נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. התוחלת של  $\tilde{\beta}$  היא:

$$\text{i. } \beta$$

$$\text{ii. } \frac{\beta \cdot \sum_{t=1}^T X_t}{S_{XX}}$$

$$\text{iii. } \frac{\beta \cdot \sum_{t=1}^T X_t^2}{S_{XX}}$$

$$\text{iv. } \frac{\beta \cdot S_{XX}}{\sum_{t=1}^T X_t^2}$$

v. כל התשובות אינן נכונות.

ג. הטענה כי:  $E(\tilde{\beta}) < \beta$ :

i. תמיד נכונה.

ii. אינה נכונה.

iii. נכונה אם ורק אם:  $\bar{X} > 0$ .

iv. נכונה אם ורק אם:  $\bar{X} \neq 0$ .

v. כל התשובות אינן נכונות.

ד. אם  $\bar{X} = 0$  אז השונות של  $\tilde{\beta}$  היא:

$$i. \frac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^T X_t\right)^2}$$

$$ii. \frac{\sigma^2}{S_{XX}}$$

$$iii. \frac{\sigma^2 \sum_{t=1}^T X_t^2}{S_{XX}}$$

$$iv. \frac{\sigma^2}{S_{XX}}$$

v. כל התשובות אינן נכונות.

ה. אם  $\bar{X} = 0$ , אז  $\tilde{\beta}$  הינו האומד הלינארי

חסר ההטיה בעל השונות הקטנה ביותר. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

(3) נתון המודל:  $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t$ . ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון כי  $\tilde{\beta}$  הוא אומד לינארי וחסר הטיה ל- $\beta$ , אך איננו אומד עקיב ל- $\beta$ .

מאחר ש- $\tilde{\beta}$  אינו אומד עקיב, לא נוכל להשתמש במשפט גאוס מרקוב ולקבוע

כי:  $\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$  (ארי"פ) הינו אומד יעיל יותר.

נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $PF = 0.00$  ב.  $\hat{\alpha} = -80.5246$  ג.  $H_0: \beta = 40$   
 $H_1: \beta \neq 40$  ד.  $t_{\hat{\beta}} = -0.75$  ה.  $WALD_{stat} = 0.5625$  ו.  $SALARY_t = 1903.16$   
 ז. i. לא נכון. ii. נכון. iii. נכון. iv. לא נכון.  
 ח.  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$  ט.  $SSE$  י.  $WALD_{stat} = 54.49$  יב. Covariance of Estimates,  $S^2_{\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3}$  יא. לא ניתן לחשב.  
 $Z_0 = SALARY_t$  יג. נכונה. יד.  $Z_1 = HOURS_t$  טו.  $WALD_{stat} = 0.000324$   
 $Z_2 = AGE_t + 8 \cdot SCL_t$  (2) א. לא נכון. ב. ה. ג. ה. ד. ה. ה. לא נכון.  
 (3) לא נכון.

# אקונומטריקה א

פרק 10 - מבחן 3

תוכן העניינים

1. רשימת שאלות..... 56

## מבחן 3:

## שאלות:

(1) על מנת לאמוד את פונקציית הייצור נאספו נתונים על 150 פירמות בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה:

$$1. \ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + U_t$$

כאשר:

$\ln(Y)_t$  - תפוקה שנתית באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(L)_t$  - מספר העובדים בלוגים.

$U_t$  - הטעות המקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס' 1 נאמדה בפלט מס' 1.

Dependent Variable:  $\ln Y$

## Analysis of Variance

| Source          | DF           | Sum of Squares  | Mean Squares | F Value | Prob>F |
|-----------------|--------------|-----------------|--------------|---------|--------|
| Model           | 1            | 8.54211         |              |         | 0.0001 |
| Error           | 35969        | 40.42584        |              |         |        |
| <b>C. Total</b> | <b>35970</b> | <b>48.96795</b> |              |         |        |
| Root MSE        | 0.52264      |                 | R-square     | 0.1744  |        |
| Dep Mean        | 5.54003      |                 | Adj R-sq     | 0.1689  |        |
| C. V.           | 9.43380      |                 |              |         |        |

## Parameter Estimates

| Variable | D F | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|-----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1   | 4.389949           | 0.21003743     | 20.901                | 0.0001  |
| $\ln L$  | 1   | 0.257487           | 0.04767276     |                       | 0.0001  |

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל:

i. לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_

ב. סטטיסטי t לבדיקת מובהקות המודל:

i. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה

ii. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

iii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_

הועלתה הטענה כי עליה ב-1% במס' העובדים תגדיל את התפוקה בפחות מ-1%.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הן:  $H_0$ : \_\_\_\_\_  
 $H_1$ : \_\_\_\_\_

ד. הסטטיסטי לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשבו בנתונים הקיימים.

ii. 5.5

iii. -5.5

iv. -15.5

v. 15.5

ה. הסטטיסטי של WALT לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_

ו. לאור התשובות לסעיפים הקודמים,

אחוז התפוקה קטן ככל שאחוז מס'

העובדים גדל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

החוקרת טענה כי יש משתנים נוספים המסבירים את תפוקת הפירמה ואמדה את המשוואה הבאה:

$$\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + \beta_2 \cdot \ln(K)_t + \beta_3 \cdot \ln(PY)_t + U_t \quad 2.$$

כאשר:

$\ln(K)_t$  - מלאי ההון של הפירמה באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(PY)_t$  - הוצאות למחקר ופיתוח באלפי ₪ בלוגים.

משוואה מס' (2) נאמדה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnY

#### Analysis of Variance

| Source   | DF  | Sum of Squares | Mean Squares | F Value | Prob>F |
|----------|-----|----------------|--------------|---------|--------|
| Model    | 3   | 15.63370       | 5.21123      | 22.825  | 0.0001 |
| Error    | 146 | 33.33425       | 0.22832      |         |        |
| C Total  | 149 | 48.96795       |              |         |        |
| Root MSE |     | 0.47783        | R-square     | 0.3193  |        |
| Dep Mean |     | 5.54003        | Adj R-sq     | 0.3053  |        |
| C. V.    |     | 8.62496        |              |         |        |

#### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 0.542062           | 1.66317350     | 0.326                 | 0.7450  |
| lnL      | 1  | 0.267771           | 0.08146608     | 3.287                 | 0.0013  |
| lnK      | 1  | 0.405694           | 0.09700769     | 4.182                 | 0.0001  |
| lnPY     | 1  | 0.406149           | 0.30781185     | 1.319                 | 0.1891  |

ז. ההשערות לבדיקת הטענה הינן:  $H_0$ : \_\_\_\_\_  
 $H_1$ : \_\_\_\_\_

ח. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו: \_\_\_\_\_

ט. הסטטיסטי של  $t$  לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. לא ניתן לחשב סטטיסטי  $t$  לטענה מסוג זה

iii. ניתן לחישוב וערכו: \_\_\_\_\_

החוקרת טענה כי השפעת הוצאות למחקר ופיתוח אינה מובהקת ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה:

$$\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + \beta_2 \cdot \ln(K)_t + U_t \quad 3.$$

כאשר:

משוואה מס' (3) נאמדה בפלט מס' 3.

Dependent Variable: lnY

#### Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Squares | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|--------------|---------|--------|
| Model   | 2   | 15.23620       | 7.61810      | 33.199  | 0.0001 |
| Error   | 147 | 33.73175       | 0.22947      |         |        |
| C Total | 149 | 48.96795       |              |         |        |

|          |         |          |        |
|----------|---------|----------|--------|
| Root MSE | 0.47903 | R-square | 0.3111 |
| Dep Mean | 5.54003 | Adj R-sq | 0.3018 |
| C. V.    | 8.64667 |          |        |

#### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 2.681787           | 0.37024512     | 7.243                 | 0.0001  |
| lnL      | 1  | 0.177813           | 0.04470595     | 3.977                 | 0.0001  |
| lnK      | 1  | 0.465154           | 0.08612163     | 5.401                 | 0.0001  |

#### Covariance of Estimates

| COVB     | INTERCEP     | lnL          | lnK          |
|----------|--------------|--------------|--------------|
| INTERCEP | 0.1370814505 | -0.003289697 | -0.02723683  |
| lnL      | -0.003289697 | 0.0019986217 | -0.001270417 |
| lnK      | -0.02723683  | -0.001270417 | 0.0074169359 |

י. ההשערות לבדיקת הטענה הינן :  $H_0$  : \_\_\_\_\_  
 $H_1$  : \_\_\_\_\_

יא. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו : \_\_\_\_\_

הועלתה הטענה כי גמישות התפוקה ביחס להון גדולה פי 2 מגמישות התפוקה ביחס לעבודה.

בדקו את הטענה במשוואה (3).

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה היא :  $H_0$  : \_\_\_\_\_

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו : \_\_\_\_\_

יד. הרגרסיה המוגבלת כאשר  $H_0$  נכונה ("תחת  $H_0$ ") למבחן WALD

$$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot Z_1 + V$$

כאשר :

$$Z_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Z_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

טו. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה (חשבי ישירות) :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו : \_\_\_\_\_

טז. נטען כי אם נמדוד את המשתנים הב"ת

במודל בדולרים במקום בשקלים, האומדים

ל- $\beta$  ול- $\alpha$  יישארו ללא שינוי

(הנח כי שער הדולר הוא 3.5 ₪) : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

יז. נטען שאם נוריד את משתנה PY מהמודל

ה- $\bar{R}^2$  יעלה : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

(2) ענו על כל השאלות הבאות. כל שאלה בפני עצמה. בכל השאלות מונח

המודל :  $Y = \alpha + \beta X + U$  (ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. במודל לוגריתמי כפול  $\beta$  מייצגת את

שיעור השינוי השולי : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ב. במודל ללא חותך מתקיימת המשוואה

הנורמאלית :  $\sum \hat{u}_i x_i = 0$  בלבד : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

- ג. כאשר מוסיפים משתנה ב"ת למודל, עליה  
ב-  $\bar{R}^2$  מעידה על כך שהמשתנה שהוסף  
מובהק באוכלוסייה:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ד. אם הנחה מס' 3 ( $E(\hat{u}) = 0$  לכל  $t$ ) איננה מתקיימת,  
האומדים של המודל לא יהיו יעילים:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ה. ככל ש-  $S_{xx}$  גדול יותר, קל יותר לדחות  
את  $H_0$  למובהקות ה-  $\beta$ :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ו.  $R^2 > \bar{R}^2$  מתקיים תמיד:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ז. מבחן F למובהקות המודל מהווה מקרה  
פרטי של מבחן  $t$  למובהקות ה-  $\beta$ :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ח. ככל שגודל המדגם גדל כך האומד יהיה  
יעיל יותר לפרמטר באוכלוסייה:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ט. ה- PVALUE גדל ביחס הפוך לרמת  
המובהקות של המבחן (ה-  $\alpha$ ):  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- י. אם דחינו את  $H_0$  במבחן  $t$  למובהקות ה-  $\beta$  כאשר  
האומד חיובי, נדחה אותה בהכרח גם ביחס להשערה  
כי מקדם השיפוע חיובי באוכלוסייה:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- יא. אם ידוע כי הקשר בין  $X$  ל-  $Y$  מובהק  
באוכלוסייה, הדבר מעיד בהכרח על  
מובהקות המודל:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

$$(3) \text{ נתון המודל: } Y_t = \beta X_t + U_t$$

$$\text{נתון האומד: } \tilde{\beta} = \frac{\sum (X_t - \bar{X}) Y_t}{\sum (X_t - \bar{X})^2}$$

- א.  $\tilde{\beta}$  הינו אומד חסר הטייה ל-  $\beta$ :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ב. שונותו של האומד: \_\_\_\_\_.

- ג. על סמך משפט גאוס מרקוב ניתן להסיק  
כי אר"פ הינו אומד יעיל יותר מ-  $\tilde{\beta}$ :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ד. המשוואות הנורמאליות:  $\sum \hat{u}_t = 0$   
ו-  $\sum \hat{u}_t X_t = 0$  הינן המשוואות לאמידת הפרמטרים  
של המודל בשיטת הריבועים הפחותים:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ה. אם נתון ש:  $\bar{X} = 0$  אזי  $\tilde{\beta}$  הינו אומד  
הריבועים הפחותים:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

## תשובות סופיות:

- (1) א. ii,  $F = 31.273$  . ב. iii,  $t = 5.5$  . ג.  $H_0: \beta = 1$  ,  $H_1: \beta < 1$  . ד. iv.
- ה. i. ו. לא נכון. ז. ראו סרטון. ח. ראו סרטון. ט. ראו סרטון. י.  $H_0: \beta_3 = 0$  ,  $H_1: \beta_3 \neq 0$  . יא. ii,  $WALD_{stat} = 1.74$  . יב.  $H_0: \beta_2 = 2 \cdot \beta_1$  . יג. ii,  $t = 0.1417$  . יד.  $Z_0 = \ln(Y)_t$  ,  $Z_1 = \ln(L)_t + 2 \ln(K)_t$  . טו. ii,  $WALD_{stat} = 0.585$  . טז. לא נכונה. יז. לא נכון. יח. לא נכון. יט. לא נכון. כ. לא נכון. כא. לא נכון. כב. לא נכון. כג. לא נכון. כד. לא נכון. כה. לא נכון. כו. לא נכון. כז. לא נכון. כח. לא נכון. כט. לא נכון. כ.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$  . ד. לא נכון. ה. נכון.
- (2) א. לא נכון. ב. נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. נכון. ו. נכון. ז. נכון. ח. נכון. ט. לא נכון. י. נכון. יא. נכון. יב. נכון. יג. נכון. יד. נכון. טו.  $WALD_{stat} = 0.585$  . טז. לא נכונה. יז. לא נכון. יח. לא נכון. יט. לא נכון. כ. לא נכון. כא. לא נכון. כב. לא נכון. כג. לא נכון. כד. לא נכון. כה. לא נכון. כו. לא נכון. כז. לא נכון. כח. לא נכון. כט. לא נכון. כ.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$  . ד. לא נכון. ה. נכון.
- (3) א. נכון. ב.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$  . ג. נכון. ד. לא נכון. ה. נכון.

# אקונומטריקה א

פרק 11 - מבחן 4

תוכן העניינים

1. רשימת שאלות.....62

## מבחן 4:

## שאלות:

- (1) בנק מעוניין לאמוד את סך הפעילות בכרטיסי אשראי של לקוחותיו. לשם כך אסף נתונים על 35,971 מלקוחותיו ואמד את המשוואה הבאה:

$$CREDIT_t = \alpha + \beta \cdot SAVINGS_t + U_t \quad 1.$$

כאשר:

$CREDIT_t$  - סך הפעילות בכרטיסי אשראי ב- $t$ .

$SAVINGS_t$  - סך הפעילות בחשבונות חיסכון ב- $t$ .

$U_t$  - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה (1) נתונה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: credit

## Analysis of Variance

| Source   | DF         | Sum of Squares | Mean Squares | F Value | Prob>F  |
|----------|------------|----------------|--------------|---------|---------|
| Model    | ---        | ---            | ---          | ---     | <0.0001 |
| Error    | ---        | ---            | ---          |         |         |
| C Total  | ---        | ---            |              |         |         |
| Root MSE | 43859      | R-square       | 0.0106       |         |         |
| Dep Mean | 7433.60809 | Adj R-sq       | 0.0106       |         |         |
| C. V.    | 589.99662  |                |              |         |         |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: | Prob> T | 95% Confidence |        |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------|---------|----------------|--------|
| INTERCE  |    |                    |                |           |         |                |        |
| P        | 1  | 11151.91516        | 394.35144      | 2.92      | 0.0035  | 378.97         | 1924.8 |
| savings  | 1  | 0.56719            | 0.02884        | 19.67     |         | 0.51           | 0.623  |

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל הינו:

- לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.
- ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

ב. PVALUE של סטטיסטי t לבדיקת מובהקות ה- $\beta$ :

- לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.
- לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.
- ניתן לחשבו וערכו: \_\_\_\_\_.

הבנק טען שאם יגדילו לקוחותיו את הפעילות בחשבונות חיסכון שלהם אפילו בשקל אחד, הפעילות בכרטיסי אשראי תגדל ביותר מ 40 אגורות.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הינן :  
 $H_0$  : \_\_\_\_\_  
 $H_1$  : \_\_\_\_\_

ד. הסטטיסטי לבדיקת טענת הבנק הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. הסטטיסטי לבדיקת הטענה צריך להיות שלילי.

iii. 19.67

iv. 5.797

ה. הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת הבנק :

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו : \_\_\_\_\_

ו. ברמת ביטחון של 95% מהו טווח הגידול בפעילות בכרטיסי אשראי, על כל שקל נוסף בפעילות בחשבונות חיסכון?

ז. ברמת ביטחון 95% מהו האומד לתוחלת פעילות בכרטיסי אשראי עבור סך פעילות בחשבונות חיסכון של 50,000 ₪?

ח. אם פעילות כרטיסי האשראי של כל לקוח תגדל ב- 1000 ₪ :

i. האומד של  $\alpha$  ישתנה : נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ii. האומד של  $\beta$  ירד : נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

iii. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות

המודל לא ישתנה : נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

נטען שסה"כ פעילות הלקוח בחשבונות חיסכון איננו המשתנה המשפיע על הפעילות בכרטיסי האשראי, אלא הרכב החסכונות.  
 לשם כך נאמדה המשוואה הבאה :

$$CREDIT_t = \alpha + \beta_1 \cdot PIKADON1_t + \beta_2 \cdot PIKADON2_t + U_t \quad 2.$$

כאשר :

$PIKADON1_t$  - סה"כ הפקדה לפקדונות יומיים ב-₪.

$PIKADON2_t$  - סה"כ הפקדה לפקדונות חודשיים ב-₪.

משוואה (2) נאמדה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnY

## Analysis of Variance

| Source   | DF         | Sum of Squares | Mean Squares | F Value | Prob>F |
|----------|------------|----------------|--------------|---------|--------|
| Model    | 2          | 1.00791E12     | 5.003955E11  | 261.10  | 0.0001 |
| Error    | 35968      | 6.893195E13    | 1916479937   |         |        |
| C Total  | 35970      | 6.993274E13    |              |         |        |
| Root MSE | 43778      |                | R-square     | 0.0143  |        |
| Dep Mean | 7433.68809 |                | Adj R-sq     | 0.0143  |        |
| C. V.    | 588.90847  |                |              |         |        |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 1259.36230         | 379.00751      | 3.32                  | 0.0009  |
| Pikadon1 | 1  | 0.07552            | 0.05539        | 1.36                  | 0.1728  |
| Pikadon2 | 1  | 0.72350            | 0.03199        | 22.62                 | 0.0001  |

## Covariance of Estimates

| COVB     | INTERCEP     | Pikadon1     | Pikadon2     |
|----------|--------------|--------------|--------------|
| INTERCEP | 143646.69097 | -8.178835194 | -9.154578973 |
| Pikadon1 | -8.176835154 | 0.0030678685 | 0.0003564263 |
| Pikadon2 | -9.15457897  | 0.0003564263 | 0.0010231462 |

ט. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה:  $H_0$ : \_\_\_\_\_.

י. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו: \_\_\_\_\_.

יא. הסטטיסטי של t לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.

iii. ניתן לחישוב וערכו: \_\_\_\_\_.

נטען שהגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון של הלקוח על ידי העברה לפקדונות חודשיים משפיעה על הפעילות בכרטיסי אשראי פי 10 מאשר הגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון על ידי העברה לפקדונות יומיים.

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה:  $H_0$ : \_\_\_\_\_.

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

יד. PVALUE של סטטיסטי t מהסעיף הקודם:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי t בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

טו. הרגרסיה המוגבלת כאשר  $H_0$  נכונה למבחן WALT

$$D_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot D_1 + \gamma_2 \cdot D_2 + v \quad \text{הינה:}$$

$$D_0 : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D_1 : \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{כאשר:}$$

$$D_2 : \underline{\hspace{2cm}}$$

טז. על פי משוואה מס' 2, כל שקל שיועבר

לפיקדון הראשון יוסיף כ-0.07552 ₪

לסה"כ הפעילות בכרטיסי אשראי:

נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

(2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח המודל:  $Y = \alpha + \beta \cdot X + U$  ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

- א. אם המודל מובהק אזי שיפוע הרגרסיה מובהק בהכרח:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ב. הגמישות במודל חצי לוגריתמי היא קבועה:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ג. אם  $X_2$  מהווה קומבינציה ליניארית של  $X_1$  לא ניתן לאמוד את הרגרסיה המרובה:  $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + U$ :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ד.  $\bar{R}^2 > R^2$  רק בתנאי שהמודל מובהק:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ה. ליניאריות וחוסר הטיה של האומדים מהווים תנאי הכרחי לעקיבותם:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ו. נתון כי רווח הסמך לאמידת  $\beta$  ברמת סמך של 95% הוא: [-2, -5]. מכך ניתן להסיק כי שיפוע הרגרסיה מובהק ברמת מובהקות של 5%:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ז. ככל שפיזור  $U_i$  גדול יותר כך קשה יותר לדחות את  $H_0$  למובהקות המודל:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- ח. מודלים לא ליניאריים מתארים קשרים שאינם ליניאריים בין המשתנה המסביר למוסבר:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ט. אם הנחה 5 (שונויות קבועה) לא מתקיימת, אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת
- י. אם דחינו את  $H_0$  לבדיקת הטענה כי שיפוע הרגרסיה הוא שלילי בוודאי שמודל הרגרסיה הוא מובהק:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

(3) נתון המודל:  $Y_t = \beta \cdot X_t + U_t$ , כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד:  $\tilde{\beta} = \frac{\sum Y_t}{S_{xx}}$ .

א.  $E(\tilde{\beta}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- ב. על סמך משפט גאוס מרקוב אומד זה יעיל פחות מאומד הריבועים הפחותים: נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת
- ג. אומד  $\tilde{\beta}$  מוגדר רק כאשר  $S_x^2 \neq 0$ : נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת
- ד. חשבו את השונות של  $\tilde{\beta}$  עבור מודל שבו  $\alpha \neq 0$ .
- ה. שונות האומד (שחושבה בסעיף הקודם) הינה גדולה משונות המודל הנתון: נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

## תשובות סופיות:

- (1) א. ii,  $F = 386.9089$ , ב. iii,  $PF < 0.0001 = Pt$ , ג.  $H_0: \beta = 0.4$ ,  $H_1: \beta > 0.4$ .  
 ד. iv, ה. i, ו.  $p(0.51 \leq \beta \leq 0.623) = 0.95$ , ז.  $p(-32,387,174.83 \leq E(Y) \leq 32,458,197.67) = 0.95$ .  
 ח. i. נכון, ii. לא נכון, iii. נכון, ט.  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ , י. i, ii,  $H_0: \beta_2 = 10 \cdot \beta_1$ , יג. ii,  $t = -0.0574$ .  
 $D_0: CREDIT_t$   
 יד. ii,  $PVALUE > 0.1$ , טו.  $D_1: SAVINGS_t$   
 $D_2: PIKADON1_t + 10 \cdot PIKADON2_t$   
 טז. נכון.  
 (2) א. נכון, ב. לא נכון, ג. נכון, ד. לא נכון, ה. לא נכון, ו. נכון, ז. נכון, ח. לא נכון, ט. לא נכון, י. לא נכון.  
 (3) א.  $E(\tilde{\beta}) = \frac{\beta \sum X_t}{S_{xx}}$ , ב. לא ניתן לדעת, ג. נכון.  
 ד.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{T\sigma^2}{S_{xx}^2}$ , ה. לא נכון.

# אקונומטריקה א

פרק 12 - מבחן 5

תוכן העניינים

1. רשימת שאלות.....68

## מבחן 5:

## שאלות:

1) על מנת לאמוד את הקשר בין רמת המחירים במשק (P) לכמות הכסף (M), נאספו נתונים חודשיים בשנים 86-94 (סה"כ 105 תצפיות) ונאמדה המשוואה הבאה:

$$1. M_t = e^\alpha + p^\beta + e^u$$

כאשר:

m - כמות הכסף במשק לחודש (מזומנים + עו"ש).

p - מדד המחירים לצרכן במשק.

$U_t$  - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס' (1) נאמדה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: ln m

## Analysis of Variance

| Source   | DF      | Sum of Squares | Mean Squares | F Value | Prob>F  |
|----------|---------|----------------|--------------|---------|---------|
| Model    | 1       |                |              |         | <0.0001 |
| Error    | 103     |                |              |         |         |
| Total    | 104     | 44.91976       |              |         |         |
| Root MSE | 0.09251 |                | R-square     | 0.9804  |         |
| Dep Mean | 8.53854 |                | Adj R-sq     | 0.9802  |         |
| C. V.    | 1.08344 |                |              |         |         |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCE  |    |                    |                |                       |         |
| P        | 1  | 1.49372            | 0.09862        | 15.15                 | <.0001  |
| ln p     | 1  | 1.69267            | 0.02360        |                       | <.0001  |

א. כתבו את המשוואה בצורה ליניארית בעזרת הטרנספורמציה המתאימה.

ב. האומדן למשוואה (1) הינו: \_\_\_\_\_.

ג. המשמעות הכלכלית של  $\beta$  היא: \_\_\_\_\_.

ד. גבולות רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור  $\beta$  הינם:

גבול תחתון: \_\_\_\_\_.

גבול עליון: \_\_\_\_\_.

ה. ערך t לחישוב מובהקות ה- $\beta$  הינו:

i. לא ניתן לחשב ערך זה בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

ו. אם נגדיל את מדד המחירים לצרכן ביחידה אחת, כמות הכסף במשק תגדל ב:

i. 71.7233

ii. 1.69267

iii. 169.267

iv. 1.69267%

v. אף תשובה איננה נכונה.

הועלתה הטענה שתוספת של אחוז אחד במדד המחירים לצרכן תגדיל את כמות הכסף במשק ביותר מאחוז אחד.

ז. ההשערות לבדיקת הטענה: \_\_\_\_\_.

ח. סטטיסטי  $t$  לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשבו באמצעות הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

ט. על פי התשובות לסעיפים הקודמים ניתן להסיק כי ערכו של סטטיסטי  $F$  לבדיקת מובהקות המודל הינו:

i. לא ניתן לחשב את ערכו של סטטיסטי  $F$  על סמך סטטיסטי  $t$ .

ii. 861.4225

iii. 5144.23

iv. 71.7233 4

י. אם נוציא שורש ריבועי למדד המחירים לצרכן במשק:

i. האומד של  $\alpha$  ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ii. האומד של  $\beta$  יעלה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

iii. סטטיסטי  $F$  לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי יש צורך להוסיף למשוואה גם את הפעילות הכלכלית במשק (Y) כמשתנה מסביר, ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה:

$$LN(M)_t = \alpha + \beta_1 \cdot LN(P)_t + \beta_2 \cdot LN(Y)_t + U_t \quad 2.$$

משוואה (2) נתונה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnm

## Analysis of Variance

| Source   | DF      | Sum of Squares | Mean Squares | F Value  | Prob>F  |
|----------|---------|----------------|--------------|----------|---------|
| Model    | 2       | 44.05069       | 22.02535     | 2585.05  | <0.0001 |
| Error    | 102     | 0.86907        | 0.00852      |          |         |
| C Total  | 104     | 44.91976       |              |          |         |
| Root MSE | 0.09231 |                |              | R-square | 0.9807  |
| Dep Mean | 8.53854 |                |              | Adj R-sq | 0.9803  |
| C. V.    | 1.08104 |                |              |          |         |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 0.78242            | 0.59739        | 1.31                  | 0.1932  |
| lnp      | 1  | 1.63491            | 0.05332        | 30.66                 | <.0001  |
| lny      | 1  | 0.20001            | 0.16568        | -----                 | 0.2302  |

## Covariance of Estimates

| COVB     | INTERCEP | lnp      | lny      |
|----------|----------|----------|----------|
| INTERCEP | 0.35687  | 0.025884 | -0.09762 |
| lnp      | 0.02588  | 0.002843 | -0.00792 |
| lny      | -0.09762 | -0.00792 | 0.02745  |

יא. סטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא : \_\_\_\_\_.

יב. על פי התשובה לסעיף הקודם, ניתן להסיק

את ערכו של סטטיסטי F למובהקות המודל. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

יג. על פי התשובה לסעיף יא' ניתן להסיק את

ערכו של סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי הגמישות ביחס למחיר גבוהה פי 10 מהגמישות ביחס לפעילות הכלכלית במשק.

יד. סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא : \_\_\_\_\_.

טו. הרגרסיה המוגבלת כאשר  $H_0$  נכונה למבחן WALD הינה : \_\_\_\_\_

כאשר :  $D_0$  : \_\_\_\_\_  
 $D_1$  : \_\_\_\_\_

טז.

i. איזה מבין המודלים המוצעים  
במשוואות 1 ו-2 עדיף?

משוואה 1/משוואה 2/אין הבדל בין המודלים

ii. אם משתנה רמת המחירים במשק היה  
מובהק במשוואה מס' 1, הוא יהיה מובהק  
בהכרח גם במשוואה מס' 2 :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

(2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח  
המודל:  $Y = \alpha + \beta \cdot X + U$  ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

- א.  $\bar{R}^2 < R^2$  מתקיים תמיד :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ב. אם דוחים  $H_0$  במבחן חד צדדי ברמת  
מובהקות  $\alpha$ , אזי בהכרח גם נדחה  $H_0$   
במבחן הדו צדדי באותה רמת מובהקות :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ג. אם ערך האומד ל- $\beta$  גבוה, השערת האפס  
למובהקות השיפוע תידחה בוודאות :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ד. הוספת משתנה מסביר למשוואת הרגרסיה  
עשויה להקטין את  $R^2$  :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ה. אם דוחים  $H_0$  במבחן דו צדדי ברמת  
מובהקות  $\alpha$ , אזי בהכרח גם נדחה  $H_0$   
במבחן החד צדדי באותה רמת מובהקות :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ו. אם רווח בר סמך לשיפוע כולל את הערך  
אפס, ניתן לומר כי השערת האפס למובהקות  
השיפוע מתקבלת בהכרח :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ז. האומדים היעילים ביותר לפרמטרים באוכלוסייה  
יהיו בהכרח אומדי הריבועים הפחותים :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ח. בהוספת משתנה מסביר מובהק למודל,  
ערך  $\bar{R}^2$  יעלה בהכרח.  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- ט. מבחן WALD הוא מקרה פרטי של מבחן F  
למובהקות המודל :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.
- י. שיטת הריבועים הפחותים מביאה  
למקסימום את  $\bar{R}^2$  :  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

(3) נתון המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + U_t$ .

נתון כי אר"פ למודל זה הינו:  $\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$ .

א. הוכיחו כי  $\hat{\beta}$  אומד ליניארי וחסר הטיה של  $\beta$ .

ב. חשבו את  $VAR(\hat{\beta})$ .

ג. נתון האומד:  $\tilde{\beta} = \frac{\sum X_t Y_t}{\sum X_t^2}$ .

הוכיחו כי  $\tilde{\beta}$  אומד ליניארי אך איננו חסר הטיה ל- $\beta$ .

ד. מהם התנאים בהם מתקיים:  $E(\tilde{\beta}) = \beta$ ?

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $LN(M)_t = \alpha + \beta \cdot LN(P)_t + U_t$  . ב.  $LN(M)_t = 1.49372 + 1.69267 \cdot LN(P)_t$  . ג. גמישות.  
ד. גבול תחתון: 1.64527 , גבול עליון: 1.73987 .

ה. ii,  $t_{\beta=0} = 71.7233$  . ו. v. ז.  $H_0: \beta = 1$  ,  $H_1: \beta > 1$  .

- ח. ii,  $t = 29.35$  . ט. i. י. לא ניתן לדעת.  
ii. אי אפשר לדעת. iii. אי אפשר לדעת. יא. ii,  $t = 1.2$  . יב. לא נכון. יג. נכון. יד. ii,  $WALD = 0.048$  .

טו.  $D_0 = LN(M)_t$  ,  $D_1 = 10 \cdot LN(P)_t + LN(Y)_t$  . טז. i. משוואה 1.

- ii. לא נכון. (2) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון.  
ה. לא נכון. ו. לא נכון. ז. לא נכון. ח. נכון.  
ט. לא נכון. י. נכון.

(3) א. הוכחה. ב.  $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$  . ג. הוכחה.

ד. ראו סרטון.