אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

תוכן העניינים

1. הקדמה מתמטית לקורס 1
2. מבוא 7
3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר 15
4. וקטורים 38
5. נפילה חופשית וזריקה אנכית 59
6. קינמטיקה - תנועה במישור 67
7. תרגילים לחזרה עד לחלק זה 74
8. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון) 76
9. עבודה ואנרגיה 111
10. תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל 128
11. תנועה מעגלית- לא בטוח שצריך 135
12. מתקף ותנע 147
13. מרכז מסה - 161
14. מומנט כוח - 164
15. אלסטיות 173
16. הידרוסטטיקה והידרודינמיקה - ..... (ללא ספר)
17. טמפרטורה התפשטות תרמית וחוק הגז האידיאלי 177
18. התיאוריה הקינטית של הגזים 182
19. חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה 184
20. החוק השני של התרמודינמיקה 206
21. אופטיקה 221
22. האטום- התפתחות הסטורית ומודל האטום של בוהר 237
23. האפקט הפוטואלקטרי 242

תוכן העניינים

24. גרעין האטום, אנרגיית הגרעין ורדיואקטיביות 245

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

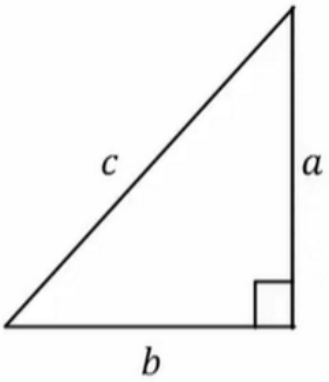
תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות 1
2. 1.משוואת הקו הישר 5
3. 2.הפרבולה 6

פונקציות טריגונומטריות:

רקע

במשולש ישר זווית:



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$	$90^\circ-\alpha$
$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$	$90^\circ+\alpha$
$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$	$180^\circ-\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$	2α
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\alpha\pm\beta$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית \הפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

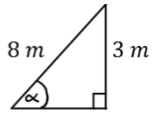
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

שאלות:

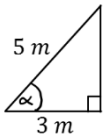
1) חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

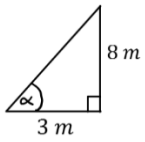
א.



ב.



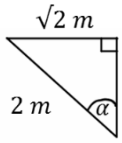
ג.



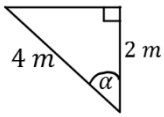
2) משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

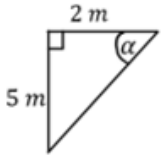
א.



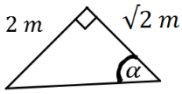
ב.



ג.



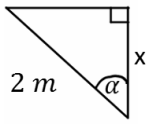
ד.



3) מציאת ניצבים

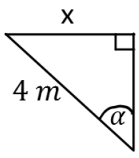
חשב את x במקרים הבאים:

א.



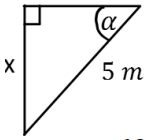
$\alpha = 30^0$

ב.



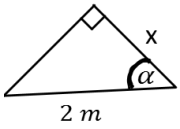
$\alpha = 45^0$

ג.



$\alpha = 60^0$

ד.



$\alpha = 40^0$

תשובות סופיות:

1) א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

2) א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

משוואת הקו הישר:

רקע:

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

m - שיפוע

n - נקודת חיתוך עם ציר ה- y.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

שאלות:

1) משוואת הישר משתי נקודות

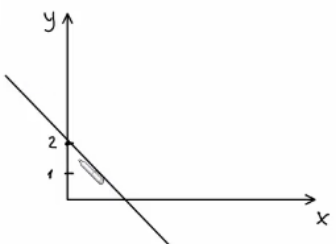
א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1,3),(4,-2)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

תשובות סופיות:

1) א. $y = -x + 2$

ב.



הפרבולה:

רקע:

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שאלות:

1) נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

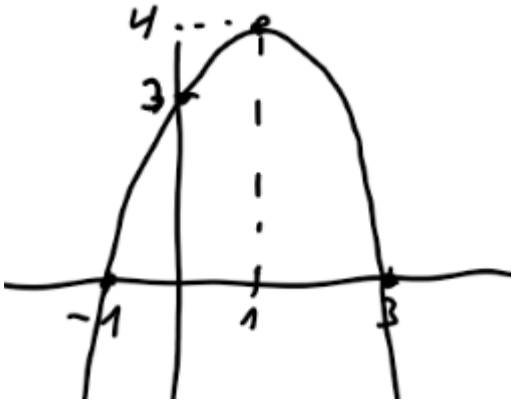
א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

תשובות סופיות:

1) א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.



אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 2 - מבוא

תוכן העניינים

1. צורת כתיבה ורמת דיוק ..... (ללא ספר)
2. יחידות פיזיקאליות 7
3. מעברים בין יחידות 8
4. צפיפות 10
5. הערכת סדרי גודל 12
6. תרגילים 13

יחידות פיזיקאליות:

רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$
$$a^b a^c = a^{b+c}$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

שאלות:

1) תרגיל

נתון: $D = 2\frac{kg}{m}$, $C = 1\frac{kg}{sec}$, $B = 3m^2$, $A = 2m \cdot sec$.

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

תשובות סופיות:

1) א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66\frac{kg}{m}$ ג. $4m^2$

מעברים בין יחידות:

נוסחאות:

קילו (k) זה 1000 : $1km=1000m\ ;\ \ 1kg=1000gr$

מילי (m) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm=\frac{1}{1000}m$, ומיליגרם $1mg=\frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter=1000cm^3$

קוב: $1\text{קוב}=1000liter=1000m^3$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה $1lightyear=9.4608\cdot10^{15}m$

שאלות:

1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5cm\cdot s$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$.

א. $5\cdot 2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

5) ליטר - דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

תשובות סופיות:

1) $20m\cdot kg$

2) א. $4m^2$ ב. $37.5\cdot 10^{-5}\frac{sec\cdot kg}{m}$

3) א. $10^4 cm^2$ ב. $10^6 cm^3$

4) א. $5.2\cdot 10^6 cm^3$ ב. $0.32cm^3$ ג. $5.4\cdot 10^{12} cm^3$

5) א. $5\cdot 10^3 liter$ ב. $5\cdot 10^{-6} liter$

צפיפות:

רקע

צפיפות נפחית : $\rho = \frac{M}{V}$

צפיפות משטחית : $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית : $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

שאלות:

1) דיסקה עם חור

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M.

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r.
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

1) א. $\frac{M}{\pi R^2}$ ב. $M\left(\frac{r}{R}\right)^2$

הערכת סדרי גודל:

שאלות:

1) נשימות

הערך את מספר הנשימות של אדם בחייו.

תשובות סופיות:

1) $N = 10^9$

תרגילים:

שאלות:

1) מסע של האור

האור זז במהירות של כ- $v = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

א. חשב את המרחק שעובר האור בשנתיים.

ב. כמה זמן ייקח לאור לעבור בין שתי גלקסיות שהמרחק ביניהם הוא: $2 \cdot 10^{19} m$?

2) צפיפות אטום המימן

חשב פי כמה גדולה צפיפות הפרוטון מצפיפות אטום המימן המורכב מפרוטון ואלקטרון בלבד. מסת הפרוטון: $1.67 \cdot 10^{-27} kg$, מסת האלקטרון: $9.11 \cdot 10^{-31} kg$, קוטר הפרוטון: $3 \cdot 10^{-15} m$, קוטר אטום המימן: $10^{-10} m$.

3) שלג על הירח

הנח שעל הירח יורד שלג, השלג יורד בקצב שבו כל חצי שניה פוגע פתית שלג בפני הירח. הערך תוך כמה זמן יכוסה הירח כולו בשכבת שלג בגובה 2 מטר (הנח שהשלג לא נמס). רדיוס הירח: $1.74 \cdot 10^6 m$, רדיוס פתית שלג הוא: $2c.m$.

4) אטומים בגרגיר חול

רדיוס אטום הוא בערך: $10^{-7} c.m$. רדיוסו של גרגיר חול הוא: $10^{-2} c.m$.
הערך כמה אטומים יש בגרגיר חול.

הדרכה: השתמש בנוסחה של נפח כדור: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ עבור נפח האטום ועבור נפח הגרגיר. התעלם מ"רווחים" בין האטומים בתוך גרגיר החול.

5) כדורי פינגפונג בחדר

הערך כמה כדורי פינגפונג ניתן לדחוס בחדר ממוצע

תשובות סופיות:

1) א. $2\cdot10^{16}\,\mathrm{m}$ ב. $t=2000$

2) $3.71\cdot10^{13}$

3) $t=1.14\cdot10^{18}\,\mathrm{sec}$

4) $\mathrm{N}=10^{15}$

5) 750,000

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

תוכן העניינים

1. העתק 15
2. תנועה במהירות קבועה 17
3. מהירות ממוצעת 22
4. תאוצה 24
5. תרגול 29
6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית 35
7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית -אינטגרלים 37

העתק:

רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:
1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

שאלות:

1) כדור
חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$, ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$.
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

2) דני ודנה
הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$, והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$, ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

3) העתק ודרך
מכונית נוסעת מת"א לחיפה, וחוזרת חזרה לת"א. המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

תשובות סופיות:

1) -3m

2) בדרך הלוך: 30m, הכיוון חיובי; בדרך חזור: -30m, הכיוון שלילי.

3) העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

תנועה במהירות קבועה:

רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

שאלות:

1) יוסי מאחר לשיעור
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

2) מיקומו של גוף
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

3) תנועה ביחס ל-A
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

4) גוף חולף דרך שתי נקודות

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

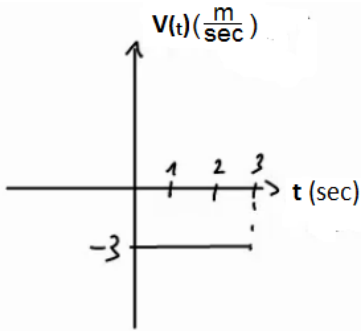
א. מהי מהירות הגוף?
ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?
ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

5) גוף נע שמאלה

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.
בחר את כיוון ציר ה- x ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?
ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

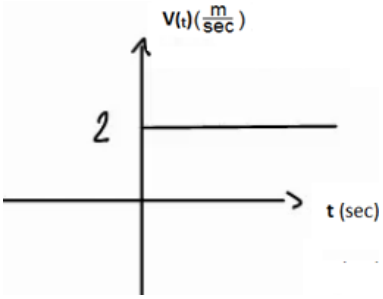
6) מהירות שלילית



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.
ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

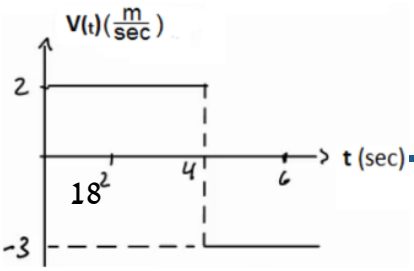
7) מיקום שלילי



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.
ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

8) מהירות מתחלפת



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב-$t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

9) שתי מכוניות זו לקראת זו

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

תשובות סופיות:

1) $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

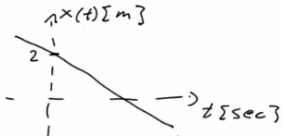
3) א. $x(t=8)=40\text{m}$, $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

4) א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

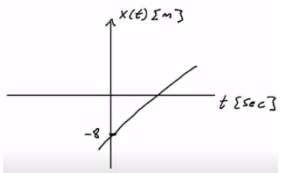
5) א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}\,,x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$, $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

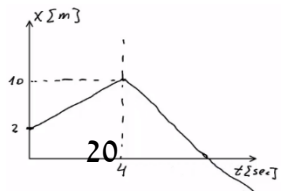
6) א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.



7) א. $x(t)=-8+2t$ ב.



8) א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.



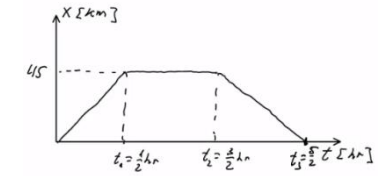
9) א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

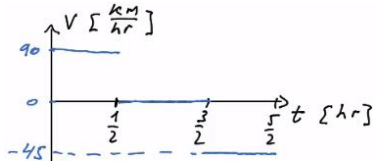
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

10) א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב.
$$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$

ג.





11) א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}$; $t=2\text{hr}$

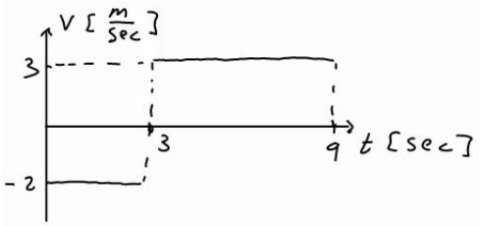
מהירות ממוצעת:

שאלות:

1) דני נוסע מחיפה לטבריה

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

2) מהירות ממוצעת מתוך גרף



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

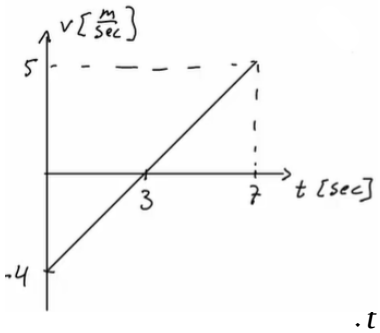
3) מת״א לב״ש דרך חיפה

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$, $\left|\bar{V}\right|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$, $\left|\bar{V}\right|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

תאוצה:

שאלות:

1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

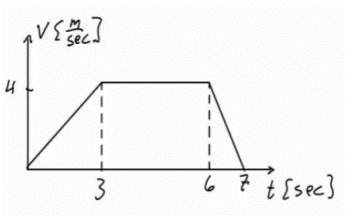
2) משאית מאיצה
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

3) אופנוע מאיץ ממנוחה
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

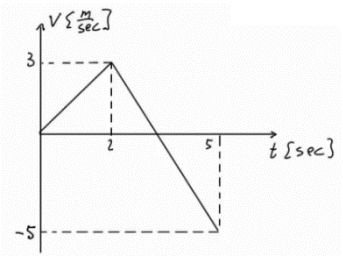
5) תאוטה
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

6) גרף מהירות



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

7) גרף מהירות שלילית



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

8) דנה רצה בתאוצה קבועה

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

9) אופנוע משיג מכונית

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

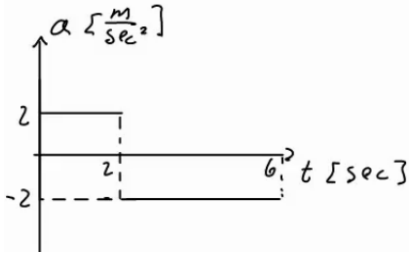
10) דני ודנה רצים זה לקראת זו

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום



גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

12) מסלול המראה של סטנה

מטוס סטנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ״ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

13) מרחק בלימה

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ״ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ״ש.
מהו ״מרחק הבלימה״ (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ״ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

14) עומר עוצר לפני רמזור

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ״ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

תשובות סופיות:

1) $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2) $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

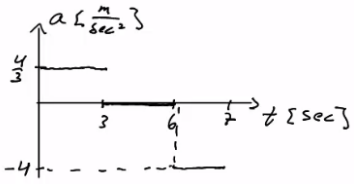
3) א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

4) $t=23\text{sec}$

5) א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

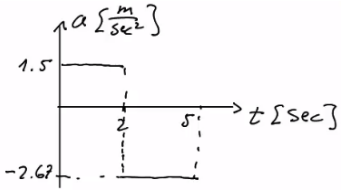
6) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

7) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

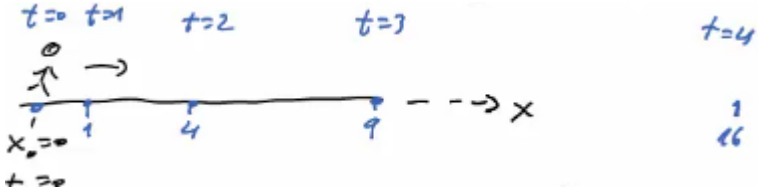


חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

8) א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$, $X(t=2)=4\text{m}$, $X(t=3)=9\text{m}$, $X(t=4)=16\text{m}$

ג.



9) $t_1=18.79$

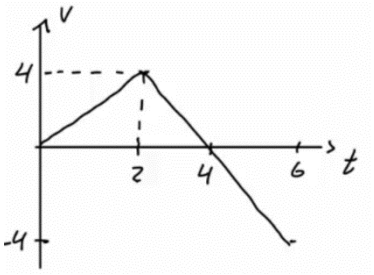
10) א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$, המיקום : 16.65m.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

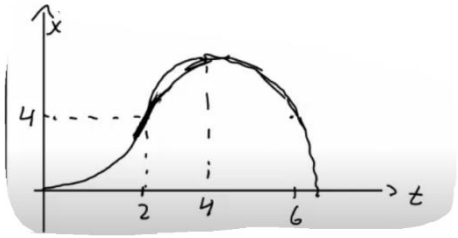
11) א. כאשר $0<t<2$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$; כאשר $2<t<6$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :



שרטוט עבור מקום :



12) $\Delta x=173.61\text{m}$

13) $\Delta x=61.73\text{m}$

14) א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

תרגול:

שאלות:

1) מאפס לארבעים בעשר שניות

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

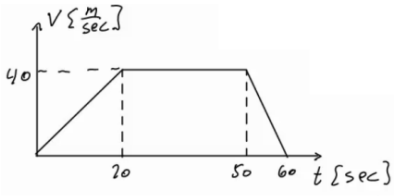
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

2) גרף של מהירות אופנוע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

3) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

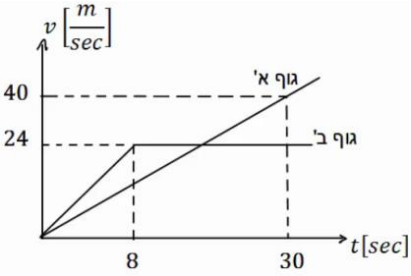
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

4) גרף מהירויות של שני גופים

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

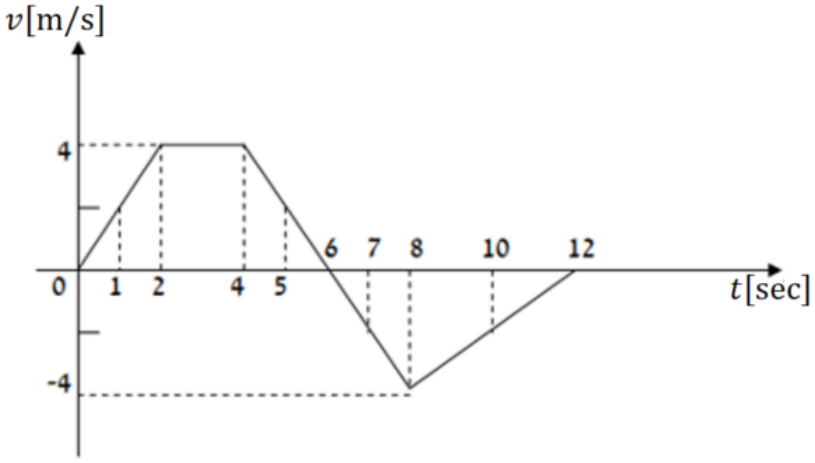


א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) גרף מהירות זמן בקו ישר

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



6) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

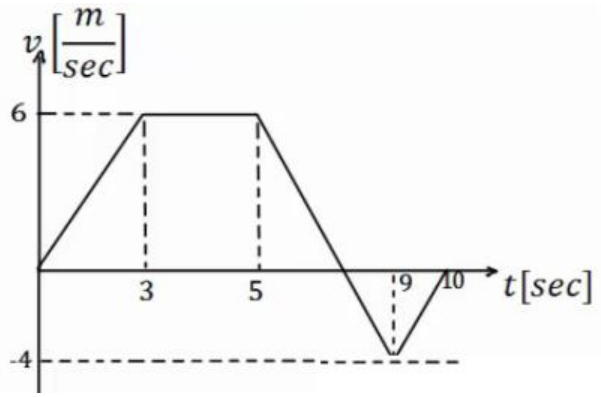
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t=6\text{sec}$?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



7) שני נתונים בזמנים שונים

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב- $t=2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב- $t=4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$, ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב- $t=0$)?

8) שוטר רודף אחרי מכונית

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע
ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

9) זמן מינימלי לסיים מסלול**

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה**

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב'.
זמן הנסיעה הכולל הוא T.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובות סופיות:

1) א. $4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=200\text{m}$ ג. $20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. קטן.

ה. $t=4\text{sec}$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

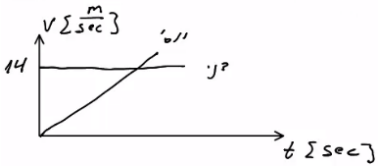
2) א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=40)=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=55)=20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

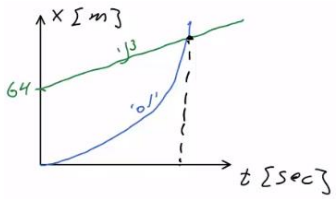
ד. $x(t=15)=225\text{m}$, $x(t=40)=1,200\text{m}$, $x(t=55)=1,750\text{m}$

3) א. דני - $V(t)=14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t)=8t$; גרף:



ב. $t=1.75\text{sec}$; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:



ד. ב-$t=6.12$, המרחק: 149.82m.

4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $8\le t$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

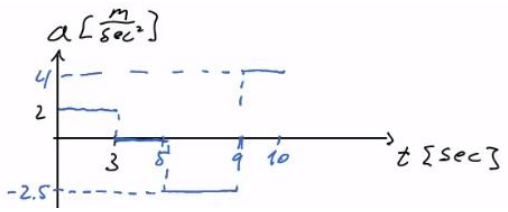
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5\text{m}$, וכש-$\Delta x(t=24)=96\text{m}$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18\text{sec}$ ה. כש-$t=31.42\text{sec}$.

5) א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

6) א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

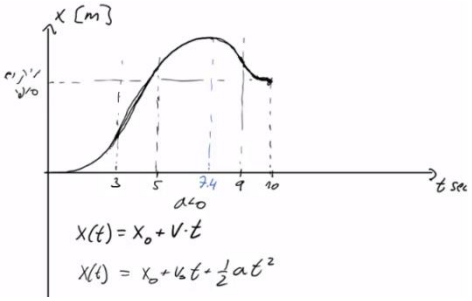
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:



ג. בזמן: 7.4sec ; המרחק: 28.2m.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

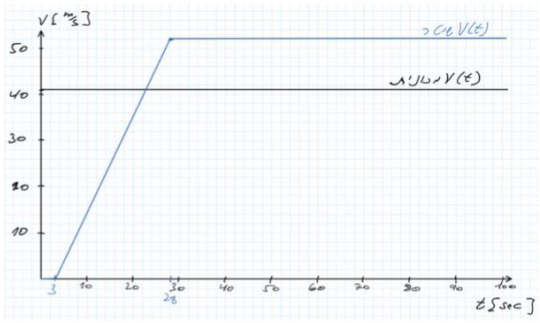


7) א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

8) א. 3877m ב.



9) $T=58\text{sec}$

10) $t_2=\frac{T}{5}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

רקע

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$x(t) = \int v(t)dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$
$$v(t) = \int a(t)dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

$$(\boldsymbol{cosx})' = -\boldsymbol{sinx}$$
$$(\boldsymbol{sinx})' = \boldsymbol{cosx}$$

שאלות:

1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?
ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7\,\text{sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

2) מיקום עם קוסינוס

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t)=A\cos(\omega t)$,

(A ו- ω קבועים נתונים).

א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0\le t\le 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega=1$, $\omega=2$ ו- $\omega=0.5$.

ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?

ד. הראה שמתקיים: $a(t)=-\omega^2 x(t)$.

ה. אם מודדים את t בשניות, מה היחידות של ω?

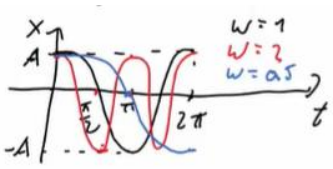
תשובות סופיות:

1) א. $2t+6t^2$ ב. $1,430\frac{m}{sec}$, $210\frac{m}{sec}$ ג. $a(t)=2+12t$, $a(t=7)=86\frac{m}{sec^2}$

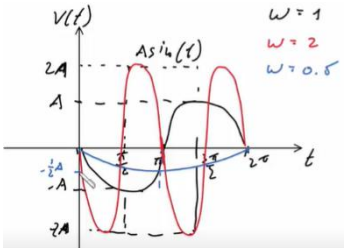
ד. $182\frac{m}{sec^2}$, $62\frac{m}{sec^2}$

2) א. $a(t)=-\omega^2 A\cos(\omega t)$, $v(t)=-\omega A\sin(\omega t)$

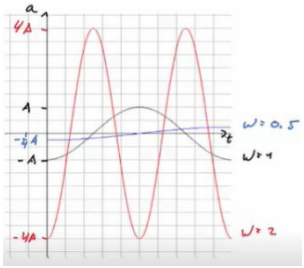
ב. מיקום:



מהירות:



תאוצה:



ג. מקסימלית: $t_{max}=\frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ או $t=\frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega]=\frac{1}{sec}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

שאלות:

1) מצא מהירות ומיקום

גוף נע בתאוצה של: $a=4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ-$x_0=2$.

תשובות סופיות:

1) א. $v(t)=t^4$ ב. $x(t)=\frac{t^5}{5}+2$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 4 - וקטורים

תוכן העניינים

1. הגדרות סימונים והצגות 38
2. פעולות בין וקטורים 43
3. מכפלה סקלרית 47
4. וקטור יחידה 50
5. מכפלה וקטורית בדו-מימד 51
6. וקטור בשלושה מימדים 53
7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים 55
8. חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית 56
9. תרגילים נוספים 58

הגדרות סימונים והצגות:

רקע:

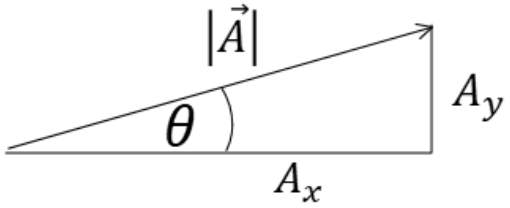
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית θ עם ציר ה x החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.



מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$
$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה x החיובי ואז A_x יהיה הניצב שליד הזווית ו- A_y הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

שאלות:

1) הצגה פולרית

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

שם הוקטור	גודל הוקטור	זווית הוקטור עם ציר ה- x
$\vec{A}$	$\left\|\vec{A}\right\|=2$	$\theta_A=30°$
$\vec{B}$	$\left\|\vec{B}\right\|=4$	$\theta_B=30°$
$\vec{C}$	$\left\|\vec{C}\right\|=2$	$\theta_C=90°$
$\vec{D}$	$\left\|\vec{D}\right\|=4$	$\theta_D=120°$
$\vec{E}$	$\left\|\vec{E}\right\|=2$	$\theta_E=300°$
$\vec{F}$	$\left\|\vec{F}\right\|=2$	$\theta_F=-60°$

2) הצגה קרטזית

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

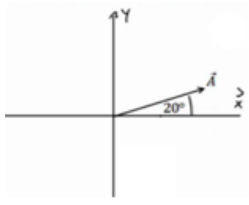
$\vec{A}=(1,2)$, $\vec{B}=(-2,3)$, $\vec{C}=(-3,-2)$, $\vec{D}=(2,-1)$.

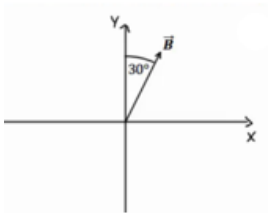
3) מעבר מפולרי לקרטזי

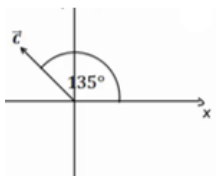
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

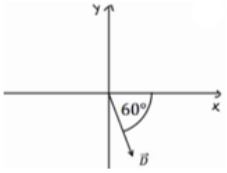
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. ב. ג. ד.





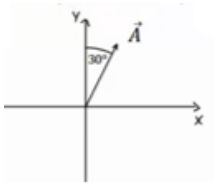


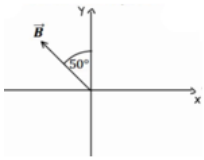


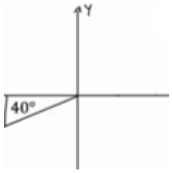
4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים

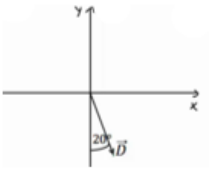
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.

רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. 

ב. 

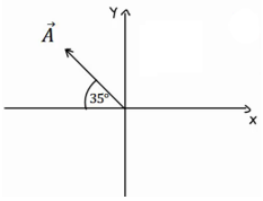
ג. 

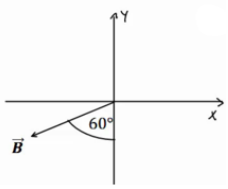
ד. 

5) פירוק לרכיבים

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.

מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

א. 

ב. 

פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

6) מקרטזי לפולרי

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(2,-1)$

ב. $\vec{B}=(-0.5,-2)$

7) מקרטזי לפולרי

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.

מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.

את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה-x החיובי.

א. $\vec{A}=(2,3)$

ב. $\vec{B}=(-1,2)$

ג. $\vec{C}=(0,-3)$

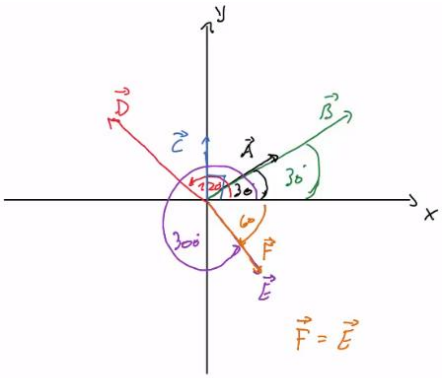
ד. $\vec{D}=(2,-2)$

ה. $|\vec{E}|=3$, $E_x=2$ הוקטור ברביע הראשון.

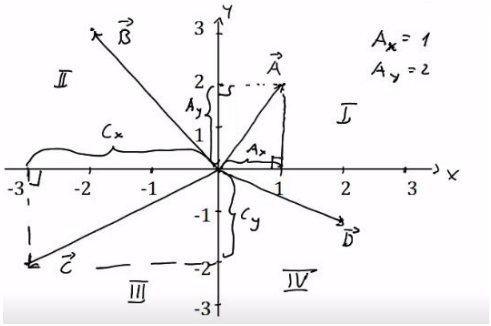
ו. $|\vec{E}|=3$, $E_y=-1$ הוקטור ברביע השלישי.

תשובות סופיות:

1) ראו שרטוט:



2) ראו שרטוט:



3) $\vec{A}=(1.88,\ 0.68)$, $\vec{B}=\left(1,\ \sqrt{3}\right)$, $\vec{C}=\left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$, $\vec{D}=\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$

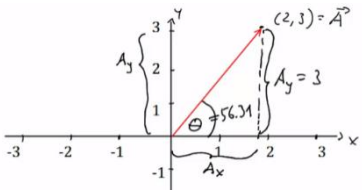
4) א. $\vec{A}=\left(\frac{3}{2},\ 2.60\right)$ ב. $\vec{B}=(-2.30,\ 1.93)$ ג. $\vec{C}=(-2.30,\ -1.93)$

ד. $\vec{D}=(-2.30,\ -1.93)$

5) א. $\vec{A}=(-3.28,\ 2.29)$ ב. $\vec{B}=(-4.33,\ -2.5)$

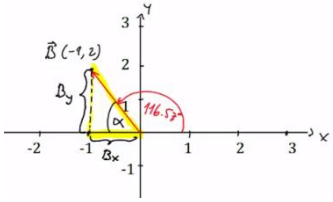
6) א. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_A=-26.57=333.43°$ ב. $\left|\vec{B}\right|=2.06$; $\theta_B=255.96°$

7) א. שרטוט:



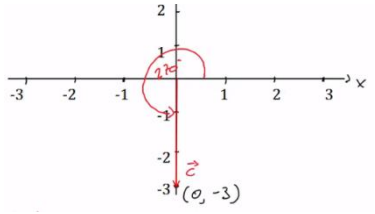
$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{13}$; $\theta_A=56.31°$

ב. שרטוט:



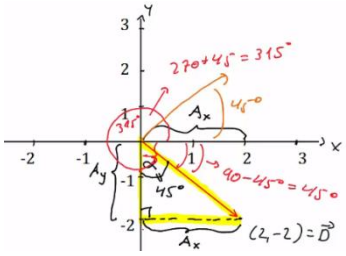
$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{5}$; $\theta_B=116.57°$

ג. שרטוט:



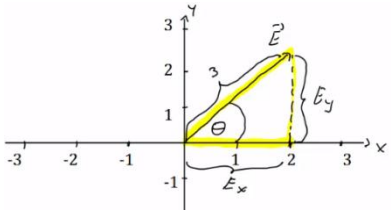
$\theta_C = 270° \ ; \ \left|\vec{C}\right| = 3$

ד. שרטוט:



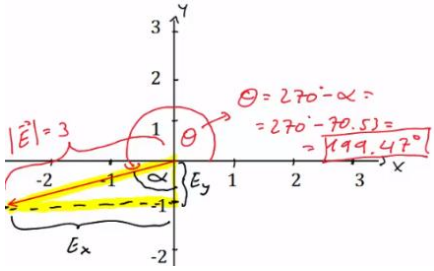
$\theta_D = 315° = -45° \ ; \ \left|\vec{D}\right| = \sqrt{8}$

ה. שרטוט:



$\theta_E = 48.19° \ ;$

ו. שרטוט:

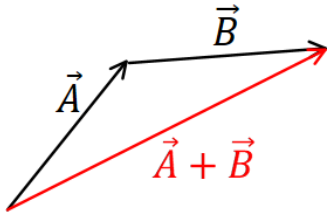


$\theta_E = 199.47° \ ;$

פעולות בין וקטורים:

רקע:

חיבור וקטורים:
בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
-תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.



בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x, A_y+B_y\right)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

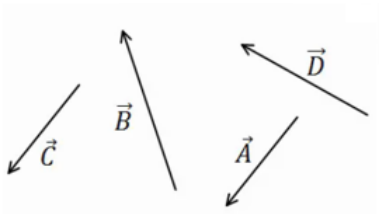
$$\vec{B}=\alpha\vec{A}=\left(\alpha A_x, \alpha A_y\right)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

שאלות:

1) חיבור וקטורים לפי סימונים

מצא את: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}$.



2) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים:

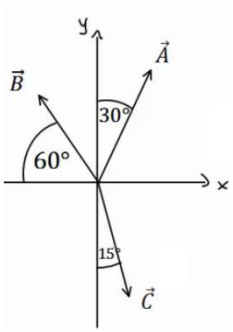
$$\left|\vec{A}\right|=3,\ \theta_A=30°$$
$$\left|\vec{B}\right|=2,\ \theta_B=-30°$$
$$\left|\vec{C}\right|=3,\ \theta_C=180°$$

א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הווקטור: $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$.

שרטט את הווקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

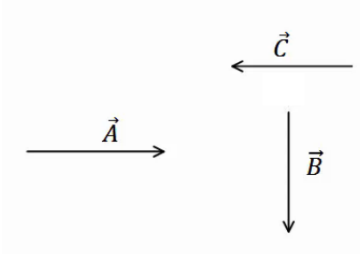
3) דוגמה 2



הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=5$.

מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D}=\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$.

4) חיסור לפי סימונים



בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$.

מצא את: $\vec{D}=\vec{B}-\vec{C}-\vec{A}$.

5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(3,5),\vec{B}=(-1,4),\vec{C}=(0,2)$.

מצא את:

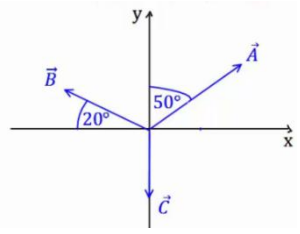
א. $\vec{D}=-2\vec{B}$

ב. $\vec{E}=3\vec{A}-2\vec{C}-\vec{B}$

ג. $\vec{F}=-2\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+3\vec{C}$

6) דוגמה 2

גודלם של הווקטורים באיור הבא הם: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=3$.



א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D}=-2\vec{B}$.
שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E}=2\vec{A}-3\vec{B}-4\vec{C}$.
שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

7) דוגמה 3

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה-x החיובי היא $30°$.

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

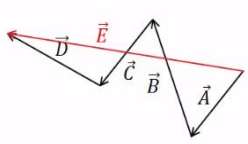
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

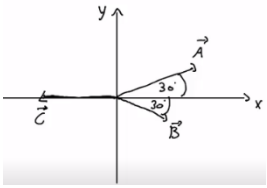
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

תשובות סופיות:

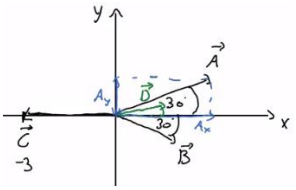
1)



2) א.

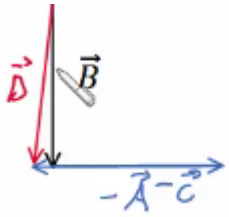


ב. $\left|\vec{D}\right| = 1.42 \;,\theta_D = 20.60°$



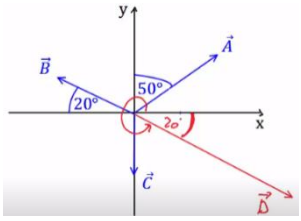
3) $\left|\vec{D}\right| = 3.46 \;,\theta_D = 58.84°$

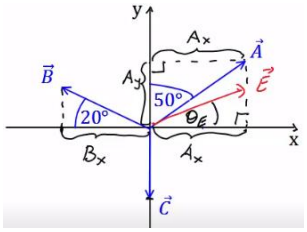
4)



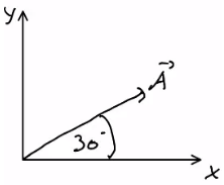
5) א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

6) א. $\left|\vec{D}\right| = 8 \;,\theta_D = -20°$ ב. $\left|\vec{E}\right| = 23.75 \;,\theta_E = 37.23°$

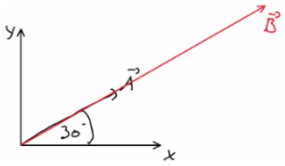




7) א.



ב. $\left|\vec{B}\right| = 6 \;,\theta_B = \theta_A = 30°$



ג. $\vec{A} = \left(\sqrt{3}, 1\right)$

ד. $\vec{B} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$

ה. ראה סרטון.

מכפלה סקלרית:

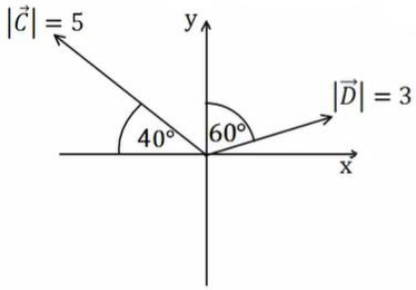
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)\ ,\ \vec{B}=(2,2)$

ב.



2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)\ ,\ \vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)\ ,\ \vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$, $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$, $\vec{B}=(-3,2)$, $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

7) דוגמה 7

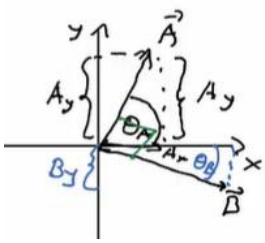
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

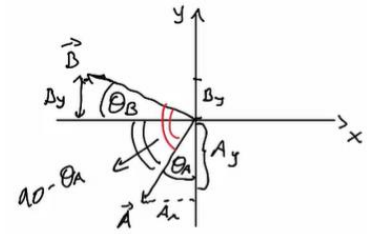
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. -5.13

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$, $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$, $\theta_B = 26.57°$.





3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{10}$, $\tilde{\theta}_A = 161.57°$, $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{20}$, $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. -1 ב. -10 ג. -10 ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$, $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

וקטור יחידה:

שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

תשובות סופיות:

1) א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

מכפלה וקטורית בדו-מימד:

רקע:

מכפלה וקטורית (בדו- מימד):

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

שאלות:

1) דוגמה – מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-4,1)$, $\vec{B}=(2,-3)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

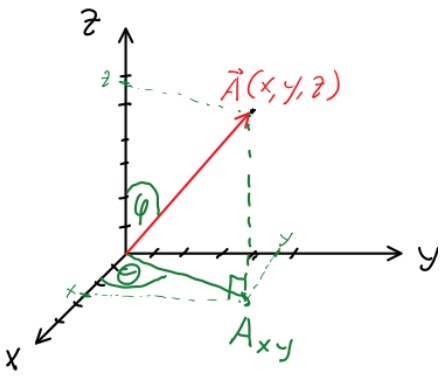
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

1) א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

שאלות:

1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

2) כשהסכום מאונך להפרש

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

3) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$, $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

תשובות סופיות:

1) א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

2) הוכחה בסרטון

3) $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

שאלות:

1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$, $\vec{C}(-1,2,-2)$, $\vec{B}(1,-3)$, $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

תשובות סופיות:

1) א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$

חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית:

שאלות:

1) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}+\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

2) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130°$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60°$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A}-\vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

3) מציאת אורך של שקול

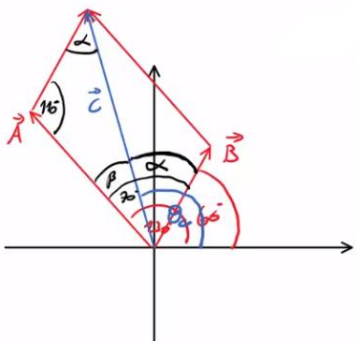
אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ. הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

4) מציאת זווית בין שני וקטורים

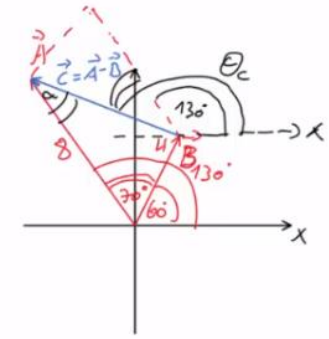
נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר. אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הווקטורים.

תשובות סופיות:

1) $108.1°$, 10.1



2) $159.5°$, 7.62



3) $a \approx 14.6\text{c.m}$

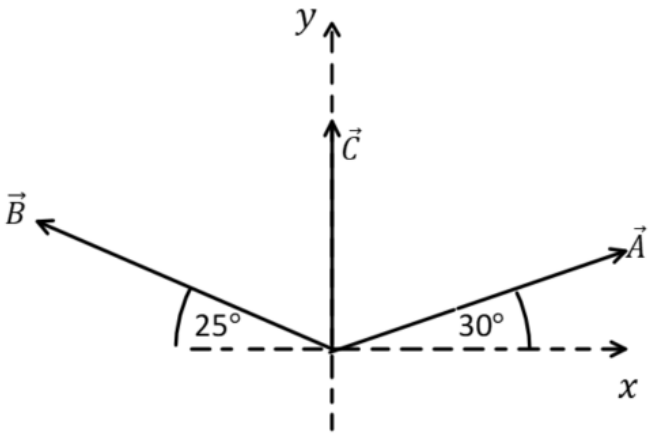
4) $\theta = 60°$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A}=5{,}20°\,,\vec{B}=2{,}150°\,,\vec{D}=10{,}220°$.
מצאו את גודל וכיוון הוקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=\vec{D}$.

2) באיור הבא נתונים שלושה וקטורים.
מצאו את גודל הוקטור $\vec{A}$ ואת גודל הוקטור $\vec{B}$,
אם נתון שגודל הוקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$.



תשובות סופיות:

1) $\vec{C}=14{,}221°$.

2) $|\vec{A}|\approx 55\,,\ |\vec{B}|\approx 53$.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 5 - נפילה חופשית וזריקה אנכית

תוכן העניינים

1. נפילה חופשית 59
2. זריקה אנכית 60
3. תרגילים 62

נפילה חופשית:

שאלות:

1) כדור ברזל קטן

כדור ברזל קטן משוחרר ממנוחה ממעלי מגדל מאוד גבוה (הזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את מרחקו מנקודת השחרור לאחר 4 שניות.

ב. מצא את מהירותו באותו הרגע.

2) תפוח עץ

תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניוטון, היושב מתחת לעץ. הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

3) חסידה מביאה חבילה

חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

תשובות סופיות:

1) א. 80m ב. $40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) א. $17.32\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $V_F \approx 16.73$

3) א. $\Delta y = 35\text{m}$ ב. $\Delta y = 75\text{m}$

זריקה אנכית:

שאלות:

1) דנה גרה מעל צחי

דנה גרה בבניין קומות גבוה. חברה צחי גר שלוש קומות מתחתיה.

דנה זורקת מהחלון כדור במהירות של $5\frac{m}{sec}$ כלפי מטה לעבר החלון של צחי.

גובה כל קומה הוא 3 מטרים.

א. מתי יעבור הכדור את חלונו של צחי?

ב. מה תהיה מהירות הכדור באותו הרגע?

ג. מה תהיה מהירות הכדור שתי קומות מתחת לחלונו של צחי?

2) דני זורק כדור מחלון גבוה

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשניה.

סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.

א. רשום נוסחאות מקום–זמן ומהירות–זמן עבור הכדור.

ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

3) רועי קופץ לבריכה

רועי קופץ לבריכה ממקפצה בגובה 10 מטרים.

מהירותו מיד לאחר הניתוק מהמקפצה היא 2 מטר לשניה כלפי מעלה.

א. מתי מגיע רועי לשיא הגובה בקפיצה?

ב. מהו שיא הגובה?

ג. מהי המהירות שבה פוגע רועי במים?

ד. כמה זמן עבר מרגע הקפיצה עד לרגע בו פגע רועי במים?

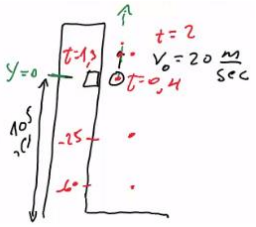
תשובות סופיות:

1) א. 0.93sec ב. $V(t=0.93)=14.3\frac{m}{sec}$ ג. $V(y=15)\approx 18.03\frac{m}{sec}$

2) א. מקום-זמן: $y(t)=20t-5t^2$, מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$

ב.

זמן (בשניות)	מיקום (במטרים)	מהירות (מטרים לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ג. 

ד. 7sec

ה. (א) מקום-זמן: $y(t)=105+20t-5t^2$.

מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$.

(ד) 7sec

3) א. $t=0.2\text{sec}$ ב. 0.2m ג. $-14.28\frac{m}{sec}$ ד. $t\approx 1.63\text{sec}$

תרגילים:

שאלות:

1) אבן נזרקת מגג בניין

מגג בניין שגובהו 120 מטר נזרקת אבן כלפי מעלה, במהירות התחלתית שגודלה 20 מטר לשניה.

א. כעבור כמה זמן תמצא האבן בשיא גובה התנועה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו מגיעה האבן?

ג. מהי מהירות האבן כאשר היא פוגעת בקרקע? (הקפד על הסימן).

2) חלק ניתק מטיל

טיל משוגר אנכית כלפי מעלה, ממנוחה, בתאוצה קבועה של 6 מטר לשניה בריבוע. כאשר הטיל בגובה של 300 מטר ניתק ממנו חלק.

א. מהי מהירות הטיל ברגע ניתוק החלק?

ב. מהו שיא הגובה, ביחס לקרקע, אליו מגיע החלק שניתק?

ג. לאחר כמה זמן מרגע השיגור יפגע החלק בקרקע?

ד. מהי מהירות החלק ברגע פגיעתו בקרקע?

3) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה.
באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

א. רשום נוסחת מקום–זמן עבור כל גוף.

ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?

ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?

ד. רשום נוסחת מהירות–זמן לכל גוף.

ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?

ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?

ז. שרטט גרף מהירות–זמן וגרף מיקום–זמן לכל גוף.

4) גוף נזרק אנכית מגג בניין

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשניה.
בחר ציר y , שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

א. רשום את הפונקציות: מקום–זמן, מהירות–זמן ותאוצה–זמן, של הגוף.

ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5\text{sec}$.

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

5) כדור מלמעלה וכדור מלמטה מתעכב

כדור נופל מגובה של 70 מטרים בנפילה חופשית.
שלוש שניות לאחר מכן נזרק כדור נוסף מהקרקע במהירות התחלתית v_0 .

א. רשום נוסחת מקום–זמן לכל גוף כפונקציה של v_0 .

ב. מה צריך להיות v_0 על מנת שהכדורים לא יחלפו זה על פני זה?

ג. רשום נוסחת מקום – זמן לכל גוף, בהנחה שהערך של v_0 הוא הערך המקסימלי שמקיים את התנאי של סעיף ב'.

ד. מה תהיה מהירות כל גוף בפגיעה בקרקע?

ה. שרטט גרף מהירות – זמן לשתי האבנים על אותה מערכת צירים.

6) כדור פורח

כדור פורח עולה במהירות קבועה של 15 מטרים לשניה כלפי מעלה.
בגובה של 150 מטרים הכדור משחרר שק חול.
מצא כמה זמן ייקח לשק החול להגיע לקרקע .
(רמז: מהירות הכדור לא נתונה ללא סיבה)

7) אבן אחרי אבן

אבן משוחררת ממנוחה מגובה של 60 מטרים. שתי שניות לאחר מכן נזרקת אבן נוספת כלפי מטה מאותו הגובה.
באיזו מהירות יש לזרוק את האבן, על מנת ששתי האבנים יגיעו לקרקע באותו הזמן?

8) אדם משחרר כדור מתוך מעלית**

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן T_1 אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית.
הכדור מגיע לקרקע כעבור T_2 שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1 .
נתונים: T_1 ו- T_2 .

9) ילד זורק כדור בקפיצה**

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות הזריקה של הכדור v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

תשובות סופיות:

1) א. 2sec ב. 20m ג. 25.8sec ד. 7.29sec

2) א. $60\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. 480m ג. 25.8sec ד. $\approx -98\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

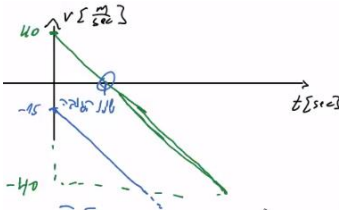
3) א. גוף 1: $y_1(t)=80+(-15)t-5t^2$, גוף 2: $y_2(t)=40t-5t^2$ ב. 80m

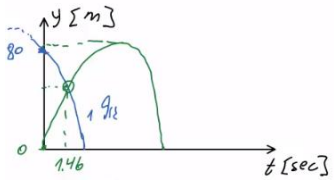
ג. $y_2(t=1.45)\approx 47.74\text{m}$

ד. גוף 1: $v_1(t)=-15-10t$, גוף 2: $v_2(t)=40-10t$.

ה. גוף 1: $-29.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2: $25.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ו. גוף 1: $-42.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2: $-40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק): מהירות-זמן:





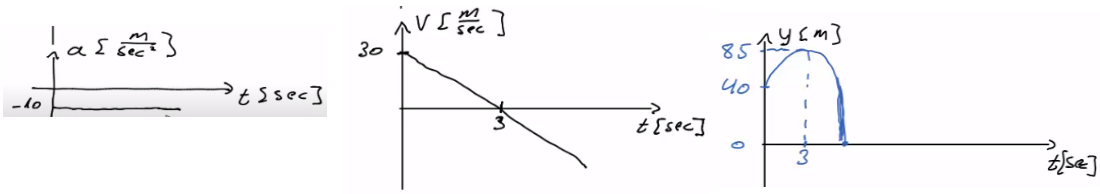
4) א. מקום-זמן: $y(t)=40+30t-5t^2$, מהירות-זמן: $v(t)=30-10t$,

תאוצה-זמן: $a=-10$.

ב.

זמן (בשניות)	מהירות (מטרים לשנייה)	מקום (במטרים)
0	30	40
1	20	65
2	10	80
3	0	85
4	-10	80
5	-20	65

ג. מקום-זמן: מהירות-זמן: תאוצה-זמן:

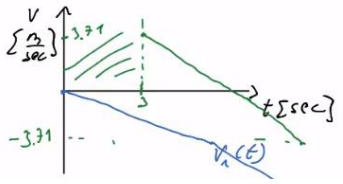


5) א. כדור 1: $y_1(t)=70-5t^2$, כדור 2: $y_2(t)=0+v_0(t-3)-5(t-3)^2$.

ב. $v_0\le 3.71$ ג. כדור 1: $v_1(t)=-10t$, כדור 2: $v_2(t)=3.71-10(t-3)$.

ד. כדור 1: $v_1(t=3.74)=-37.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. כדור 2: $v_2(t=3.74)\approx -3.69\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ה. שרטוט:



6) $t \approx 7.18\text{sec}$.

7) $v_0 \approx 33.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

8) $h = \frac{gT_2^{\,2}}{2\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)}$.

9) א. המורה צודק, $y = \frac{(v_1+v_2)^2}{2g}$. ב. ילד: $v_1 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$, כדור: $\frac{(v_1+v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 6 - קינמטיקה - תנועה במישור

תוכן העניינים

1. תנועה במישור 67

תנועה במישור:

שאלות:

1) דוגמה 1

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה- x כתלות בזמן הוא: $x(t)=2t$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=3t^2$.

א. שרטט על גבי מערכת צירים דו מימדית את מיקום הגוף ב- $t=0,\ 1,\ 2,\ 3\text{sec}$.

ב. רשום את הערך של וקטור מיקום הגוף בכל אחד מן הרגעים, ושרטט את וקטור המיקום בכל רגע על מערכת הצירים.

ג. רשום נוסחה לוקטור המיקום כתלות בזמן.

2) דוגמה 2

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה-x כתלות בזמן הוא: $x(t)=4+3t$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=2t^2$.

א. רשום את וקטור המיקום כתלות בזמן ומצא את מיקום הגוף ב- $t=1,\ 2\text{sec}$.

ב. רשום את ההעתק של הגוף בחמש השניות הראשונות של התנועה.

ג. מצא את ההעתק שביצע הגוף מ- $t=2\text{sec}$ עד $t=4\text{sec}$.

3) דוגמה 3

גוף נע במישור, כך שמיקומו כתלות הזמן בציר ה-x הוא: $x(t)=2t-3$,

ומיקומו בציר ה-y כתלות בזמן הוא: $y(t)=t^2$.

א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצא את ההעתק שביצע הגוף בין $t=3\text{sec}$ ל- $t=5\text{sec}$.

ג. מצא את המהירות הממוצעת במרווח הזמן של סעיף ב'.

4) גוף נזרק אופקית מגובה רב

גוף נזרק אופקית במהירות של 10 מטר לשניה מגובה רב.
מה יהיו מיקומו, ביחס לנקודת הזריקה, ומהירותו, לאחר 4 שניות?

5) גוף נזרק אופקית מגג בניין

גוף נזרק אופקית מגג בניין שגובהו 40 מטר.

א. מתי יפגע הגוף בקרקע?

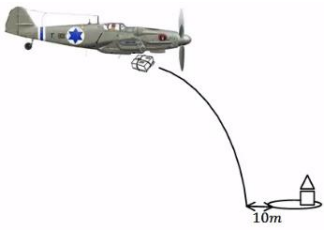
ב. היכן יפגע הגוף בקרקע אם מהירות הזריקה היא 15 מטר לשניה?

ג. מהו גודל מהירות הגוף בזמן הפגיעה בקרקע ומהי כיוונה?

6) חבילת סיוע לכפר

מטוס טס במהירות קבועה של 200 מטר לשניה בגובה של 3000 מטר.

המטוס רוצה לשחרר חבילת סיוע לכפר הנמצא מתחתיו.



א. מצא את המרחק האופקי מהכפר שבו צריך המטוס לשחרר את החבילה על מנת שתנחת בדיוק 10 מטר לפני הכפר.

ב. מהי הזווית בה רואה המטוס את הכפר באותו רגע?

7) משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא: $x(t)=\sqrt{3+t^2}$, $y(t)=\sqrt{7-t^2}$.

הנח ש- x ו- y תמיד חיוביים.

8) זריקה משופעת

גוף נזרק במהירות של 40 מטר לשניה בזווית של 30 מעלות ביחס לציר האופקי.

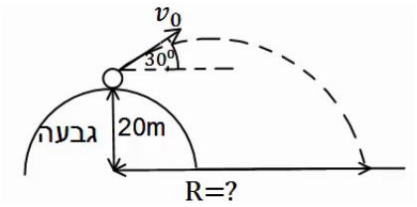
א. מצא את מיקום ומהירות הגוף ב- $t=2\sec$.

ב. מתי פוגע הגוף בקרקע?

ג. מהו המרחק האופקי בו פוגע הגוף בקרקע?

ד. מהי מהירות הגוף ברגע הפגיעה?

9) כדור נבעט מגבעה



כדור נבעט מגבעה בגובה 20 מטר. הכדור נבעט במהירות של 28 מטר לשניה ובזווית של 30 מעלות.

א. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ב. מהו המרחק האופקי של הכדור, מנקודת הבעיטה, ברגע הפגיעה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור ברגע הפגיעה?

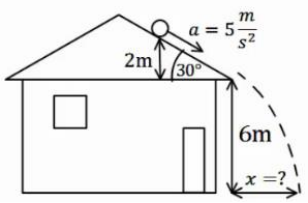
10) דן יורה חץ על עץ

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשניה.
מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ, אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות.

11) דני מחליק במגלשה

דני מחליק במגלשת מים. סוף המגלשה נמצא בגובה 2 מטרים מעל הבריכה ובזווית של 30 מעלות מתחת לאופק.
בהנחה שדני יוצא מהמגלשה במהירות של 10 מטרים לשניה, מהו המרחק האופקי אותו יעבור עד הפגיעה במים? מהי מהירותו בפגיעה במים?

12) כדור מתגלגל מגג משופע



כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג, ששיפועו הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשניה בריבוע.
מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

13) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשניה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשניה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2\text{sec}$.

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

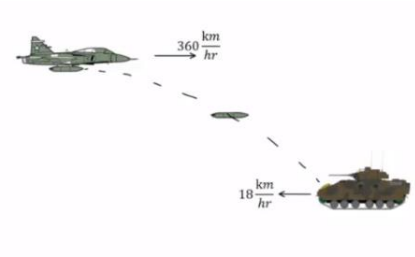
ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

14) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזוית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשניה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשניה.
השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה.
מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה כזו?

15) מטוס מטיל פצצה על טנק שנע



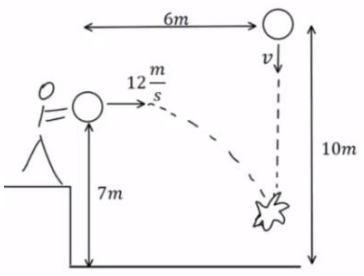
מטוס טס בכיוון אופקי במהירות של 360 קמ"ש. טנק אויב הנמצא במרחק אופקי של 3 ק"מ ממנו נע במהירות 18 קמ"ש כלפי המטוס. כעבור 10 שניות הטייס מבחין בטנק ומשחרר פצצה.

א. חשבו את הזמן מהרגע שבו שוחררה הפצצה ועד לרגע פגיעתה בטנק.

ב. מהו גובה המטוס מעל פני הקרקע?

ג. מהי מהירות הפצצה (גודל וכיוון) ברגע פגיעתה בטנק?

16) כדור נזרק אופקית פוגע בכדור שנזרק אנכית



כדור נזרק אנכית כלפי מטה מגובה של 10 מטרים ובמהירות v לא ידועה. באותו הרגע ובמרחק אופקי של 6 מטרים נזרק כדור נוסף זריקה אופקית, מגובה 7 מטרים ובמהירות של 12 מטר לשניה.
הכדורים מתנגשים באוויר בגובה לא ידוע.

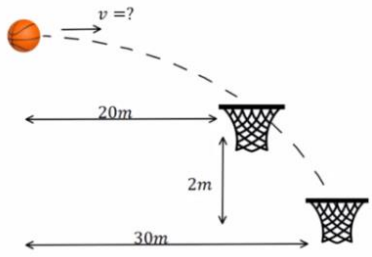
א. מהו הזמן בו הכדורים מתנגשים?

ב. מהי המהירות בה נזרק הכדור הראשון?

ג. מהו הגובה שבו נפגשים הכדורים?

ד. מהי מהירות הכדור השני ברגע פגיעתו בכדור הראשון (גודל וכיוון)?

17) כדורסל עובר דרך שני סלים



כדורסל נזרק אופקית במהירות התחלתית לא ידועה ובגובה לא ידוע. הכדור עובר דרך שני סלים (ניתן להניח שהסלים ללא רשת והכדור לא פוגע בטבעת כך שהמעבר דרך הסלים לא משנה את המסלול). הסל הראשון ממוקם 20 מטר מנקודת הזריקה של הכדור והסל השני 30 מטר מנקודת הזריקה של הכדור ו-2 מטר מתחת לסל הראשון.

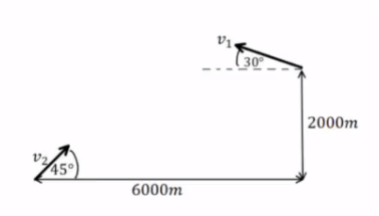
א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור?

ב. מאיזה גובה מעל לסל העליון נזרק הכדור?

ג. כמה זמן חלף מהרגע בו נזרק הכדור ועד לרגע בו הגיע לסל השני?

18) כיפת ברזל מיירטת קאסם

טיל קאסם נורה לעבר עמדה של כיפת ברזל. המכ"ם של הכיפה מזהה את הטיל כשהוא נמצא בגובה 2000 מטר ובמרחק אופקי של 6000 מטר ממיקום של עמדת הכיפה. ברגע הגילוי לטיל זווית של 30 מעלות עם האופק.
המחשב של כיפת ברזל מתריע כי לפי חישוב המסלול של הטיל הוא הולך לפגוע ישירות בעמדה. הנח שטיל הקאסם נע ללא מנוע (כלומר, כמו פגז בתנועה בליסטית).



א. מהי מהירות הטיל ברגע הגילוי?
ברגע הגילוי נורה טיל מיירט לעבר טיל הקאסם.
הטיל המיירט נורה בזווית של 45 מעלות.

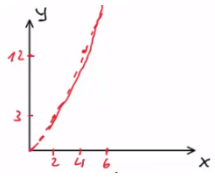
ב. מה צריכה להיות מהירותו ההתחלתית של הטיל המיירט בשביל שיפגע בטיל הקאסם
(הנח שתנועת הטיל המיירט היא גם ללא מנוע)?

ג. מתי מתרחשת הפגיעה?

ד. באיזה גובה מתרחשת הפגיעה?

תשובות סופיות:

1) א.



ב. $\vec{r}_0(t=0)=(0,\ 0)$, $\vec{r}_1(t=1)=(2,\ 3)$, $\vec{r}_2(t=2)=(4,\ 12)$, $\vec{r}_3(t=3)=(6,\ 27)$

ג. $\vec{r}=\left(2t,\ 3t^2\right)=2t\hat{x}+3t^2\hat{y}$

2) א. הנוסחה: $\vec{r}(t)=\left(4+3t,\ 2t^2\right)$, מיקום הגוף: $\vec{r}(t=2)=(10,\ 8)$, $\vec{r}(t=1)=(7,\ 2)$

ב. $\Delta\vec{r}=(15,\ 50)$ ג. $\Delta\vec{r}=(6,\ 24)$

3) א. $\vec{r}=(2t-3)\hat{x}+t^2\hat{y}$ ב. $\Delta\vec{r}=(4,\ 16)$ ג. $\bar{\vec{v}}=(2,\ 8)$

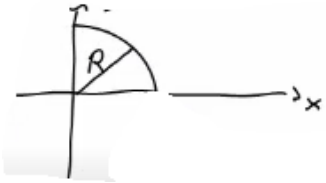
4) מיקום: $\vec{r}(t=4)=(40,\ 80)$, מהירות: $\vec{v}(t=4)=(10,\ 40)$.

5) א. $t=\sqrt{8}\approx 2.83\text{sec}$ ב. $x\left(t=\sqrt{8}\right)=15\cdot\sqrt{8}\approx 42.43\text{m}$

ג. גודל: $|\vec{v}|\approx 32.02\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta\approx 62.06°$.

6) א. $4,908.98\text{m}$ ב. $\theta=31.38°$

7) משוואה: $y(x)=\sqrt{10-x^2}$, שרטוט:



8) א. מיקום: $y(t=2)=20\text{m}$, $x(t=2)=69.28\text{m}$, מהירות: $\vec{v}=(34.64,\ 0)$.

ב. $t=4\text{sec}$ ג. $x(t=4)=138.56\text{m}$ ד. $\vec{v}=(34.64,\ -20)$

9) א. $t\approx 3.84\text{sec}$ ב. $x(t=3.84)=93.12\text{m}$ ג. $\vec{v}=(24.25,\ -24.4)$

10) $y(t=0.28)\approx 3.78$

11) המרחק: $x(t)=2.68\text{m}$, המהירות: $\vec{v}=(8.66,\ 8.1)$.

12) $x(t=0.82)\approx 4.49\text{m}$

13) א. מיקום: $y(t=2)=8.28\text{m}$, $x(t=2)=24.28\text{m}$,

מהירות: $v_y(t=2)=-5.86\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_x(t=2)=10.14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ב. $x(t=2.83)\approx 32.01\text{m}$

ג. $y(t=1.41)\approx 10\text{m}$ ד. $x_{\max}=32.01\text{m}$

14) התאוצה: $a \approx 5.99\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, כן, יכול להיות שלילי. המשמעות היא תאוטה, כלומר על השחקן להאט על מנת לתפוס את הכדור בדיוק בגובה הזריקה.

15) א. $t \approx 18.57\,\text{sec}$ ב. $\text{h} \approx 1724\text{m}$ ג. $211\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $-61.7°$

16) א. $t = 0.5\,\text{sec}$ ב. $v = 6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. 5.75m

ד. $13\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $-22.6°$

17) א. $v = \sqrt{1250}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\text{h} = 1.6\text{m}$ ג. $t_2 \approx 0.849\,\text{sec}$

18) א. $v_1 \approx 210\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_2 \approx 353\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t_0 \approx 13.9\,\text{sec}$ ד. 2493m

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 7 - תרגילים לחזרה עד לחלק זה

תוכן העניינים

1. תרגילים 74

תרגילים לחזרה עד לחלק זה:

שאלות:

1) חללית ללא טייס

חללית ללא טייס משוגרת מכדור הארץ בצורה אנכית כלפי מעלה ובתאוצה קבועה. בגובה 1940 מטרים כבה לפתע מנוע החללית. החללית ממשיכה עוד 18 שניות בתנועה כלפי מעלה ולאחר מכן מתחילה ליפול בנפילה חופשית חזרה לקרקע.

א. חשב את תאוצת הגוף עד לרגע בו כבה המנוע.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו הגיעה החללית.

ג. מהו הזמן מרגע השיגור ועד לרגע בו פוגעת החללית בקרקע?

ד. מהי מהירות החללית ברגע פגיעתה בקרקע?

צופים שנמצאים במרחק 50 מטרים ממקום השיגור מתחילים לברוח מהרגע בו כבה המנוע.

ה. מהי המהירות הממוצעת בה צריכים הצופים לרוץ כך שיוכלו להיות במרחק של לפחות 120 מטרים ממקום השיגור?

2) זריקה משופעת קלאסית

כדור נזרק במהירות התחלתית של 20 מטרים לשניה ובזווית של 60 מעלות מעל האופק.

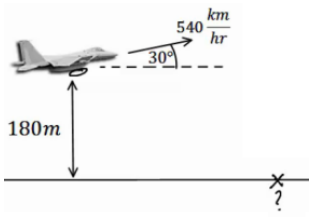
א. מתי יהיה הכדור בשיא הגובה? מהו שיא הגובה? מהי תאוצת הכדור ברגע זה?

ב. מהו המרחק האופקי שבו יפגע הכדור חזרה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור (גודל וכיוון) ב- $t = 2\sec$?

3) מטוס בשיפוע משחרר פצצה

מטוס טס במהירות של 540 ק"מ לשעה בזווית של 30 מעלות מעל האופק. בגובה של 180 מטרים המטוס משחרר פצצה.



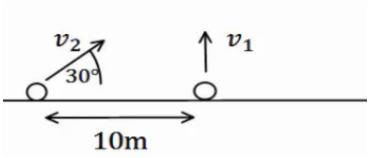
א. היכן תפגע הפצצה בקרקע?

ב. מהו גודל מהירות הפגיעה של הפצצה בקרקע?

ג. מהו כיוון תנועת הפצצה ברגע הפגיעה?

4) שני כדורים – אולי נפגשים

כדור א' נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
כדור ב' נזרק במרחק 10 מטרים משמאל לנקודת הזריקה של כדור א'.
גודל מהירותו של כדור ב' אינה ידועה, אך כיוונה הוא ימינה בזווית של 30° מעלות עם הציר האופקי.



א. מצא מהי מהירות הכדורים, אם ידוע ששני הכדורים נחתו 4 שניות לאחר זריקתם

ב. האם הכדורים נפגשו באוויר?

ג. מה צריך להיות התנאי הכללי על מנת שהכדורים יפגשו באוויר?

תשובות סופיות:

1) א. $a \approx 8.35\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $h_{max} = 3560\text{m}$ ג. $t = 66.24\text{sec}$

ד. $v(t = 44.68) = -266.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\bar{v} \approx 1.57\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) א. בזמן: $t = \sqrt{3}\,\text{sec}$, שיא הגובה: $y\left(t = \sqrt{3}\right) = 15\text{m}$, תאוצה: $a = -10$.

ב. $x\left(t = 2\cdot\sqrt{3}\right) = 20\cdot\sqrt{3}\text{m}$ ג. גודל: $|\vec{v}| = 10.35\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta = 15^\circ$.

3) א. $x(t) = 2,221.36\text{m}$ ב. $|\vec{v}| = 161.52\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\theta = -36.5^\circ$

4) א. $v_{CadurB} = 40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_{CadurA} = 20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. כן. ג. התנאי: $v_{2y} = v_{1y}$.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 8 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

תוכן העניינים

1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי 76
2. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי 85
3. חוק שני של ניוטון 89
4. הכוח האלסטי- קפיץ 104
5. כוח הכבידה - הכוח הריבועי ההפוך 109
6. תאוצות לא שוות 110

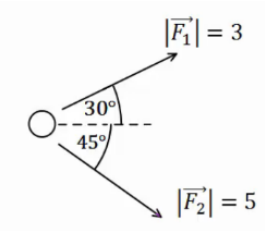
הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

שאלות:

דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

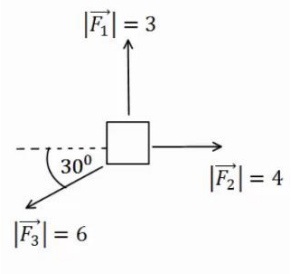
1) דוגמה 1

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



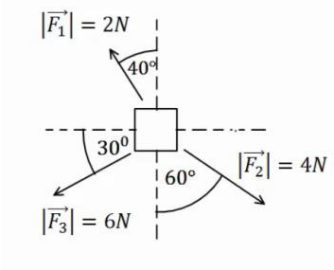
2) דוגמה 2

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



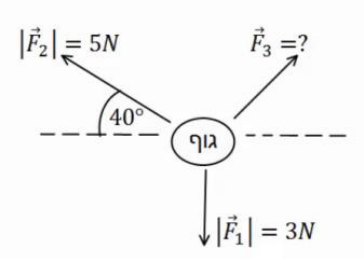
3) דוגמה 3

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



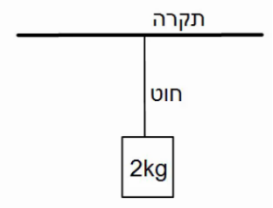
4) דוגמה 4

באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר.
מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.

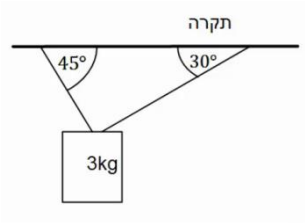


5) דוגמה 5

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.
מהי המתיחות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

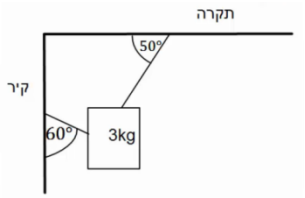


6) דוגמה 6



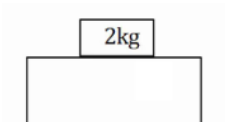
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים,
לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק״ג?

7) דוגמה 7



גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר
המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק״ג?

8) דוגמה 8



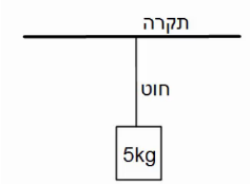
מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על שולחן.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

9) דוגמה 9



מסה של 5 ק״ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

א. מהי המתיחות בחוט?

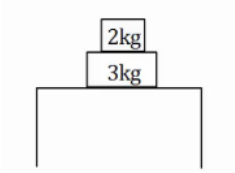
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

10) דוגמה 10

דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

11) דוגמה 11



במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק״ג.

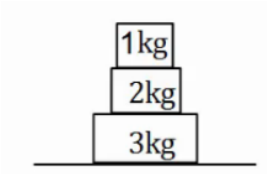
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.

ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.

ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.

ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

12) דוגמה 12



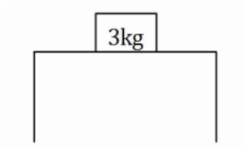
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

חיכוך:

13) גוף על שולחן



גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

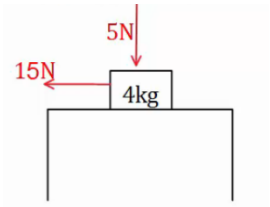
מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

14) כוח מלמעלה



גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן.

מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

15) כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

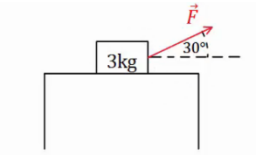
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

16) כוח בזווית

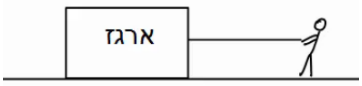


גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל כך שהגוף ישאר במנוחה?

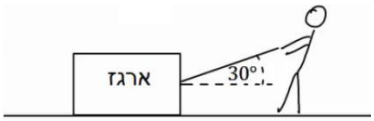
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

17) דני מושך במקביל לקרקע



דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

18) ירון מושך בזווית

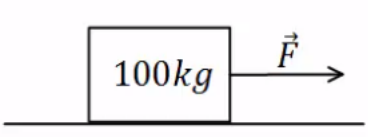


ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

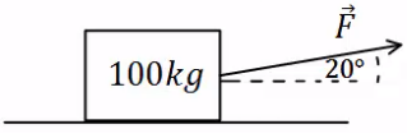
19) כוח בכמה כיוונים

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד מהמקרים הבאים.
מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

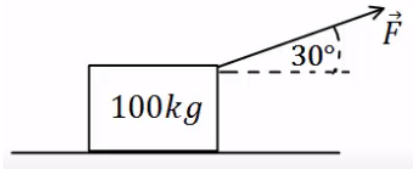
א. כוח מושך אופקי



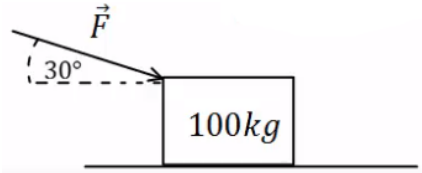
ב. כוח מושך בזווית של $20°$



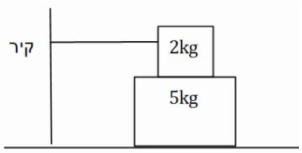
ג. כוח מושך בזווית של $30°$



ד. כוח דוחף בזווית של $30°$ מתחת לאופק



20) מסה על מסה קשורה לקיר



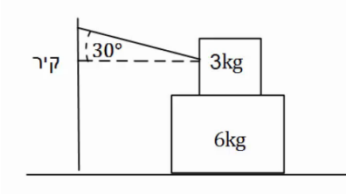
מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?

ג. מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית



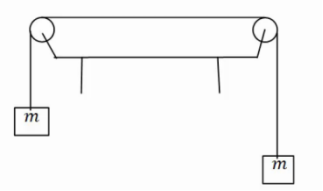
מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות וביו המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

22) שתי משקולות תלויות על שולחן

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן.
המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.

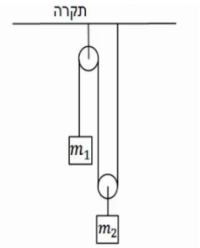


א. מהי המתיחות בחוט?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחבר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?

ג. האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

23) יחס מסות



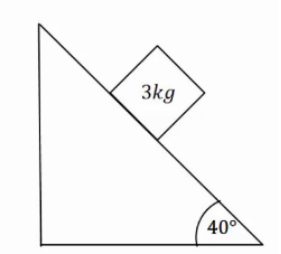
שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

ב. מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40gr$.

המישור המשופע:

24) מסה בשיפוע

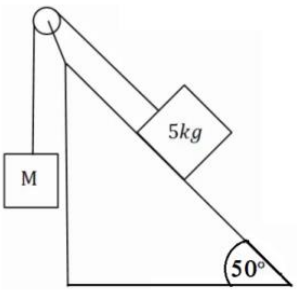


מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

25) מסה בשיפוע ומסה באוויר



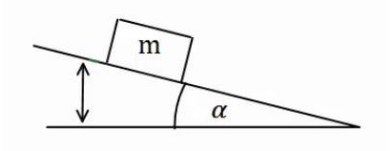
מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

26) זווית החלקה



מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

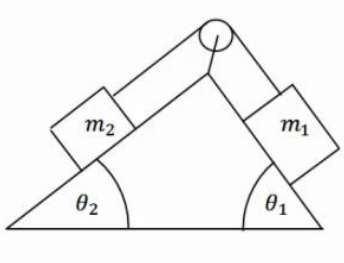
א. מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

ב. פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר μ_s ללא ערך מספרי.

ג. חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

27) שתי מסות שני שיפועים



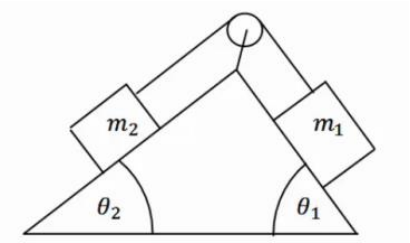
במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן θ_1, θ_2. שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: θ_1, θ_2, m_1 וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את m_2.

28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,
זוויות השיפוע הן: θ_1, θ_2.



שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.
בין המסות למדרון קיים חיכוך.
המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2, \mu_k$.

מצא את m_2.

תשובות סופיות:

1) $\sum \vec{F} = (6.14, -2.04)$

2) $\sum \vec{F} = (-1.20, 0)$

3) $\sum F_x = -3.03N$, $\sum F_y = -3.47N$

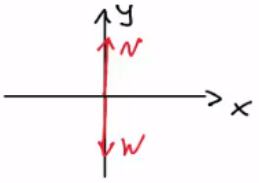
4) גודל: $|\vec{F}| \approx 3.84N$, כיוון: $\theta_{F3} = -3.14°$.

5) $T = 20N$

6) $T_1 = 21.96N$, $T_2 \approx 26.90N$

7) $T_1 \approx 26.30N$, $T_2 \approx 19.48N$

8) א.



ב. גודל: $N = 20$, כיוון: כלפי מעלה.

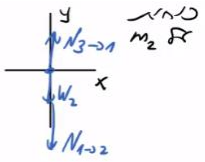
ג. גודל: $N = 20$, כיוון: כלפי מטה.

9) א. $T = 50N$ ב. גודל: $T = 50N$, כיוון: מטה.

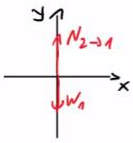
ג. גודל: $|\vec{F}| = 50$, כיוון: מעלה.

10) $T = 50N$

11) א.



ב.



$N_{21} = 20$ ג. $N_{32} = 50$

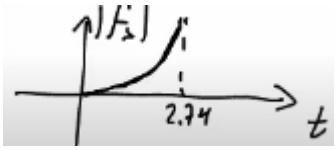
ד. $N_{23} = 50N\hat{y}$

12) א. גודל: $N_{32} = 30N$, כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: $N_{43} = 60N$, כיוון: כלפי מעלה.

13) א. $f_{s_{max}} = 12N$ ב. $\vec{f}_s = -10\hat{x}$

14) א. $f_{s_{max}} = 18N$ ב. $\vec{f}_s = -15\hat{x}_N$

15) א. $f_{s_{max}} = 15N$ ב. $t = 2.74\sec$ ג.



16) א. $F_{max} = 8.858N$ ב. $f_s = 4.330N$

17) $F_{Dani} = T = 40N$

18) $T \approx 41.41N$

19) א. $F = 400N$ ב. $F \approx 371.57N$ ג. $F = 375.23N$ ד. $F = 600.58N$

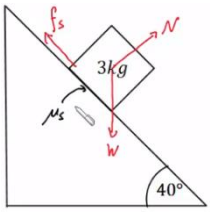
20) א. $F_{max}=27N$ ב. $T=6N$ ג. $F=18N$

21) א. $F_{max}=33.34N$ ב. $T=8.86N$

22) א. $T=40N$ ב. $\theta=45^\circ\ ,\ F=56.57N$ ג. לא.

23) א. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ ב. $T_2=0.4N\ ,\ T_1=0.2N$

24) א.



ב. $f_s=mg\cos 50^\circ\approx 19.28N\ ,\ N\approx 22.98N$

25) א. $M=3.83kg$ ב. $M_{max}=4.79kg\ ,\ M_{min}=2.87kg$

26) א. $\alpha=11.31^\circ$ ב. $\alpha=\text{shif tan}(\mu_s)$ ג. ראה סרטון.

27) $m_2=m_1\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$

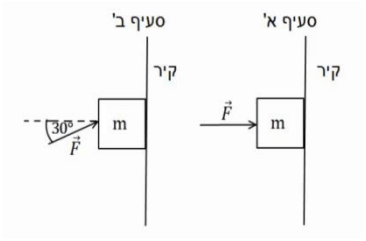
28) $m_2=m_1\left(\frac{-\mu_k\cos\theta_1+\sin\theta_1}{\sin\theta_2+\mu_k\cos\theta_2}\right)$

תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

שאלות:

1) מסה מוצמדת לקיר

ארגז בעל מסה של 2 ק״ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.
מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: 0.3.

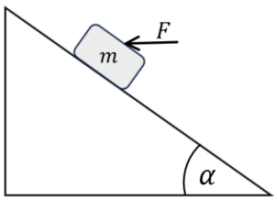


א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של $30°$ כלפי מעלה ביחס לאופק.

2) כוח אופקי מינ ומקס על מסה בשיפוע

מסה: $m=2kg$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha=37°$.



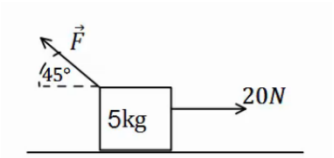
מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s=0.15$.

כוח אופקי F פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.

מהו F המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?

3) קופסה עם כוח לא ידוע

קופסה בעלת מסה של 5 ק״ג מונחת על משטח אופקי.
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל לציר ה-x. בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k=0.2$.



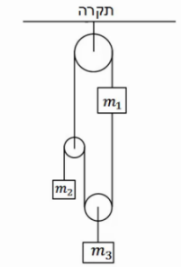
כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של $45°$.
מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.

4) מערכת גלגלות

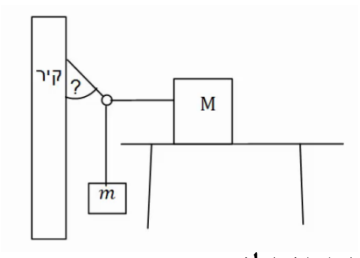
במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.

המסות m_1, m_2 נתונות.

מצא את m_3 ואת המתיחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל המערכת נמצאת במנוחה.

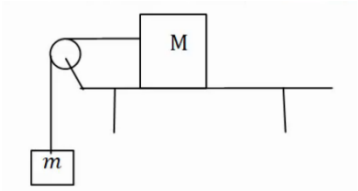


5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן הוא: μ_s, וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
אם: M, m, μ_s נתונים.

6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן



קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.

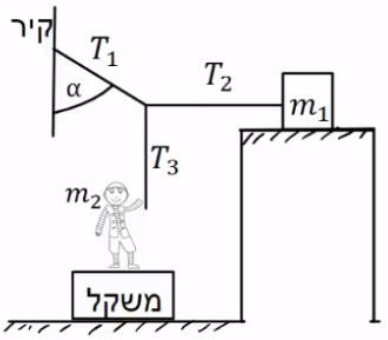
א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי, אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.

ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?

ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק את הגלגלת)?

ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה? (התייחס למסת השולחן כנתונה).

7) נער מושך בחוטים

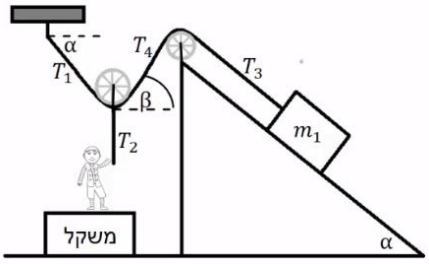


מסה m_1 מונחת על משטח אופקי לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_3, כך שהמסה m_1 על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 30°, m_2 = 50kg$.
החוט T_2 אופקי ו-T_3 אנכי.
הוראת המשקל היא: 450N.

א. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2 ו-T_3.

ב. חשב את ערכה של מסה m_1.

8) נער מושך בחוטים שוב

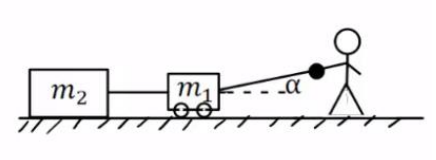


מסה m_1 מונחת על משטח משופע לא חלק.
נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_2.
החוט T_2 מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 40°, m_1 = 80kg, m_2 = 60kg$.
החוט T_2 מאונך ו-T_3 מקביל למדרון.
הוראת המשקל היא: 120N.

א. חשב את הזווית β (הזווית בין החוט לאופק).
ב. חשב את המתיחות בחוטים: T_1, T_2, T_4.
ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין m_1 למדרון.

9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

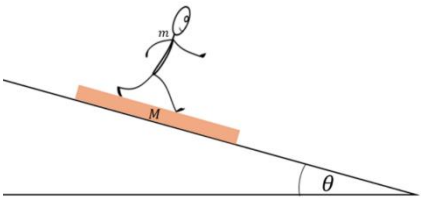


אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15kg$ באמצעות חוט.
החוט בזווית $\alpha = 30°$ עם הציר האופקי, ראה תרשים.
החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25kg$.
מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.
מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתיחות בחוט בין העגלה למשקולת?
ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה m_1?

10) אדם הולך על קרש על מישור משופע **

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית θ.
אדם שמסתו: $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.



א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?
ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)
ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?

תשובות סופיות:

1) א. $F_{min}=66.67N$ ב. $F\geq 26.32N$

2) $F_{min}=10.8N$, $F_{max}=20.4N$

3) $F\approx 17.68N$

4) $T_1=(m_1+m_2)g$, $T_2=m_2g$, $T_3=2m_2g$, $T_4=2(m_1+m_2)$, $m_3=2m_2$

5) $\cot\alpha=\dfrac{m}{\mu_s M}$

6) א. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{m}{M}$ ב. $F=\sqrt{2}mg$ ג. $\sum F_y=(-M+m)g$

ד. $N=-\sum F_y=(M+m)g+\tilde{M}g$

7) א. $T_1=57.7N$, $T_2=28.9N$, $T_3=50N$ ב. $m_1=14.5kg$

8) א. $\beta=40°$ ב. $T_2=480N$, $T_1=T_4\approx 373N$

ג. $f_s=141N$, כיוון: במעלה המדרון.

9) $T_2=50N$ ב. $T_1=57.7N$

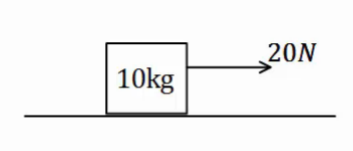
10) א. במורד המישור. ב. $\dfrac{7}{2}g\sin\theta$ ג. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{\tan\theta}{0.4}$

ד. במעלה המישור. $a=1.4g\sin\theta$

חוק שני של ניוטון:

שאלות:

1) דוגמה 1



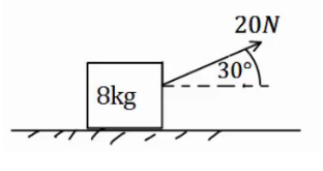
כוח של 20 ניוטון מופעל על ארגז בעל מסה של 10 ק"ג.
אין חיכוך בין הארגז לרצפה.

א. מצא את תאוצת הארגז.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה, אם נתון שהארגז התחיל תנועתו ממנוחה?

2) דוגמה 2

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק.
הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג.
הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך.



מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.1$.

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל לנוע.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

3) מרחק עצירה

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה.

מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

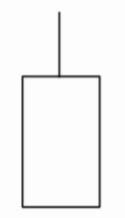
4) כוח קבוע נפסק בפתאומיות

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על המסה כוח אופקי של 10N.
המסה מתחילה לנוע בהשפעת הכוח במשך 4 שניות, ואז נפסק הכוח בפתאומיות.
מקדם החיכוך הקינטי בין המסה לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

א. מה המרחק אותו עבר הגוף עד ל- $t = 4\text{sec}$?

ב. מהו המרחק הכולל אותו עבר הגוף עד לעצירתו שוב?

5) כוחות על מעלית



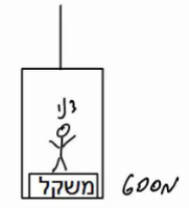
מעלית עולה בתאוצה של 0.5 מטרים לשניה בריבוע,
באמצעות כבל הקשור לתקרתה. מסת המעלית היא 600 ק"ג.

א. שרטט תרשים כוחות על המעלית.
הקפד על הגודל היחסי של כל וקטור בשרטוט.

ב. שרטט את שקול הכוחות ואת וקטור התאוצה.

ג. מהי המתיחות בכבל?

6) משקל במעלית



דני מודד את משקלו בתוך מעלית.
משקלו כאשר המעלית במנוחה הוא 600 ניוטון.

א. מהי מסתו של דני?

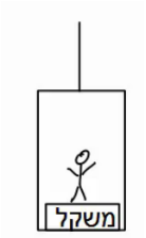
ב. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה?

ג. מה יראה המשקל אם המעלית עולה בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

ד. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

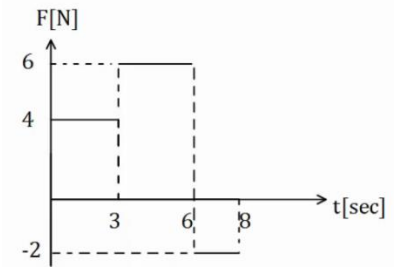
ה. מה יראה המשקל אם המעלית נופלת נפילה חופשית?

7) עוד משקל במעלית



יוסי נמצא במעלית ומודד את מסתו באמצעות משקל.
יוסי מודד פעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מעלה של 3 מטרים לשניה בריבוע, ופעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מטה של 1 מטר לשניה בריבוע.
ההפרש בין המדידות הוא 12 ק"ג.
מהי מסתו האמיתית של יוסי?

8) גרפים 1



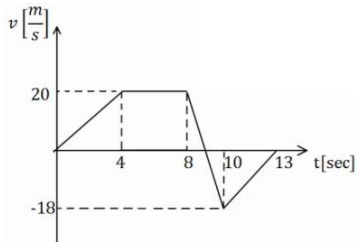
בגרף הבא נתון הכוח הפועל על גוף כתלות בזמן.

א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן אם מסת הגוף היא 5 ק"ג.

ב. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם מהירותו ההתחלתית היא: $v_0 = 0$.

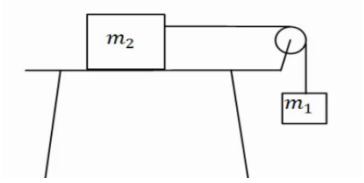
ג. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם המיקום ההתחלתי הוא: $x_0 = 0$.

9) גרפים 2



גוף בעל מסה של 3 ק״ג נע לאורך קו ישר.
מהירות הגוף כתלות בזמן נתונה לפי הגרף הבא.
מצא את שקול הכוחות הפועל על הגוף בכל רגע,
ושרטט גרף של השקול כתלות בזמן.

10) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה



במערכת הבאה המסה $m_2 = 5kg$ נמצאת על שולחן אופקי ומחוברת דרך חוט אידיאלי למסה התלויה באוויר m_1. בין השולחן ל-m_2 קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא: $3m$.

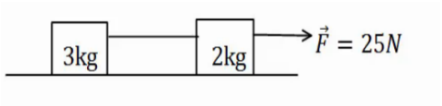
א. מצא את גודלה המינימלי של m_1, עבורה המערכת תהיה בתנועה.

ב. הנח שגודלה של m_1 כפול מזה שחישבת בסעיף הקודם.
מהן תאוצות המסות?

ג. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?

ד. מהן מהירויות המסות ברגע זה?

11) כוח מושך מסה שמושכת מסה

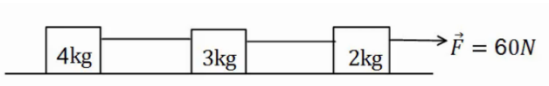


מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי למסה
נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
כוח אופקי של 25 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוט אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח, ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

12) כוח מושך מסה שמושכת מסה שמושכת מסה



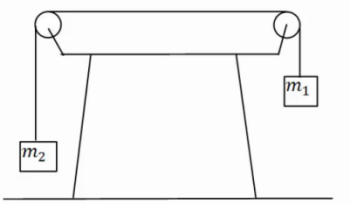
מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על
משטח אופקי. המסה מחוברת באמצעות
חוט אידיאלי למסה נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
המסה השנייה מחוברת למסה של 4 ק״ג בצורה דומה.
כוח אופקי של 60 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוטים אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח הקודם ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

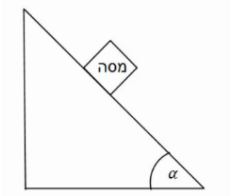
13) שתי מסות תלויות

במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$, $m_2 = 1kg$.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלות אידיאליות.
המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא: $2m$.



א. שרטט תרשים כוחות עבור כל מסה.
ב. חשב את תאוצת הגופים.
ג. לאיזה כיוון תתחיל המערכת לנוע?
ד. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?
ה. מהי מהירות המסות ברגע זה?

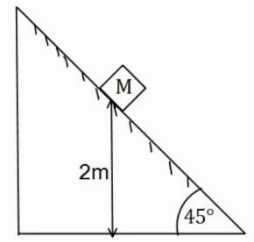
14) מדרון משופע בסיסי



מסה מונחת על מדרון משופע בעל זווית α.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.
ב. בטא את תאוצת המסה באמצעות הזווית.
ג. רשום משוואת מיקום-זמן ומהירות-זמן של המסה.

15) מדרון משופע עם חיכוך

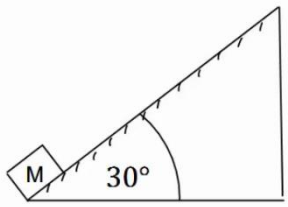


מסה M מונחת על מדרון משופע בגובה של 2 מטרים.
זווית השיפוע של המדרון היא 45 מעלות ומקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$.

א. האם המסה תתחיל להחליק או תישאר במנוחה?
ב. מצא תוך כמה זמן תגיע המסה לתחתית המדרון.
מהי מהירותה ברגע זה?

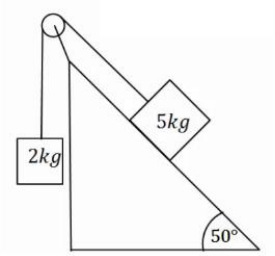
16) מסה נזרקת במעלה המדרון

מסה M נזרקת במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית של: $v_0 = 20\frac{m}{sec}$.
זווית המדרון היא 30 מעלות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.



א. מצא את תאוצת המסה.
ב. רשום משוואת מיקום-זמן עבור תנועת המסה.
ג. מתי מגיעה המסה לשיא גובה תנועתה על המדרון?
ד. האם המסה תיעצר בשיא הגובה?
ה. כמה זמן ייקח למסה לחזור לתחתית המדרון
מהרגע שבו התחילה תנועתה?

17) מסה בשיפוע ומסה תלויה



מסה של 5 ק"ג מונחת על מדרון משופע בעל זווית שיפוע של 50 מעלות. המסה מחוברת דרך חוט אידיאלי למסה של 2 ק"ג התלויה באוויר.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

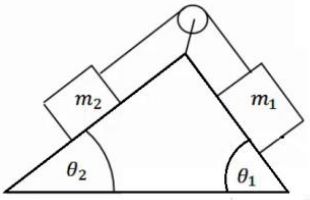
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? האם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

18) שתי מסות שני שיפועים 2



במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן: θ_1 , θ_2.
שתי מסות שונות m_1 , m_2 מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המסות למדרון.

נתון: $\theta_1 = 45°$, $\theta_2 = 30°$, $m_1 = 2kg$, $m_2 = 4kg$.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

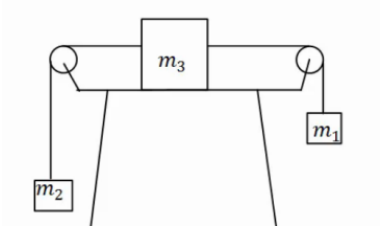
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך והאם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

19) מסה על שולחן ושתי מסות תלויות



מסה m_3 מונחת על שולחן במנוחה.
המסה קשורה משני צידיה לחוטים אידיאליים.
כל חוט עובר דרך גלגלת ומחובר למסה שונה התלויה באוויר (ראה איור).
הנח שהמסות לא פוגעות ברצפה.

נתון: $m_3 = 4kg$, $m_2 = 2kg$, $m_1 = 14kg$.

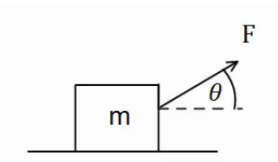
א. מצא את תאוצות המסות והמתיחות בחוטים אם אין חיכוך בין m_3 לשולחן.

כעת הנח שיש חיכוך בין m_3 לשולחן ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.25$.

ב. האם המערכת תהיה במנוחה או בתנועה?

ג. מצא שוב את תאוצת הגופים והמתיחות בחוטים.

20) זווית אופטימלית למשיכה



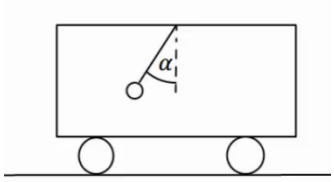
כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק.
מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא μ_k.

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
(הנח כי יש תנועה והארגז לא מתרומם מעל הקרקע).

ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.
בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10°,\ 0°,\ 10°,\ 20°,\ 30°,\ 45°$.

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית.
השתמש בנגזרת.

21) מטוטלת במכונית

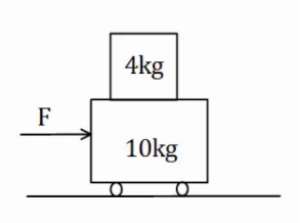


מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.
המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α,
ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

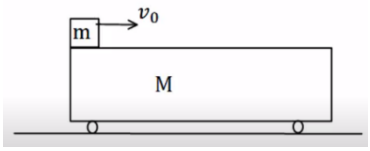
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

22) מסה של 4 על עגלה של 10



מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג.
החיכוך בין העגלה למשטח זניח.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא: $\mu_s = 0.2$.
כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה.
מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

23) מסה מחליקה על עגלה



מסה m מונחת מעל עגלה בעלת מסה M הנמצאת במנוחה.
המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.
נותנים למסה העליונה בלבד מהירות התחלתית v_0.
בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

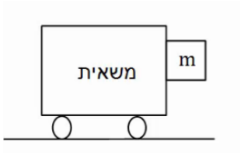
נתון: $\mu_k = 0.2\ ,\ v_0 = 20\frac{m}{sec}\ ,\ M = 12kg\ ,\ m = 3kg$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות של המסה כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום והמהירות של העגלה כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה?

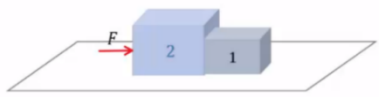
24) מסה צמודה למשאית



מסה m מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.
בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: m , μ_s.
מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

25) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות

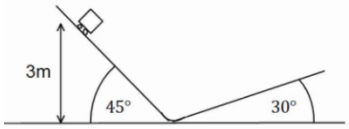
שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.
מסות התיבות הן: $m_1 = 3kg$ ו- $m_2 = 5kg$. כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה אחת כפי שמתואר בתרשים.
גודל הכוח הוא: $F = 16N$. חשב את:



א. התאוצה של כל תיבה.
ב. הכוח הנורמלי $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השניה.
ג. הכוח הנורמלי $N_{2\to1}$ שבו התיבה השניה דוחפת את הראשונה.

26) קופסה בין מדרונות

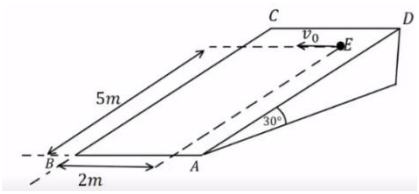
קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.
הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה. בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.
הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.
ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח. מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

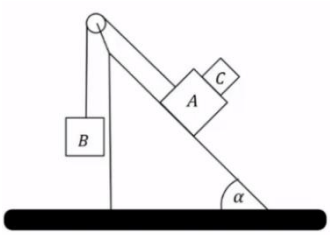
27) זריקה אופקית על מישור משופע

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.
הנקודה E נמצאת במרחק $5m$ מהצלע AB ובמרחק $2m$ מהצלע BC.
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח במהירות התחלתית v_0 שכיוונה מקביל לצלע AB.



א. צייר מערכת צירים ורשום את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.
ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?
ג. מצא את v_0 עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.
ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- v_0 שמצאת בסעיף ג'.

28) גוף על גוף במישור משופע



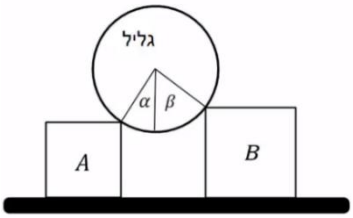
גוף A בעל מסה m_A וגוף B בעל מסה m_B מחוברים באמצעות חוט וגלגלת כמתואר באיור. גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית α. גוף C בעל מסה m_C מונח על גוף A. מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא μ_s. הבא את התשובות באמצעות: μ_s , α , m_C , m_A.

א. מהי המסה המרבית של גוף B כך שגוף C וגוף A ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט אם המסה של גוף B היא זאת שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k?

29) גליל על שני ארגזים

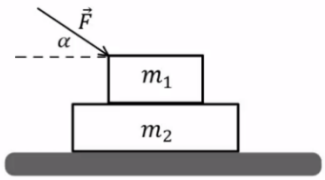


גליל אחיד שמסתו m מונח על שני ארגזים שמסותיהם: $m_A = m$ ו- $m_B = 2m$. לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך. כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים רדיוסי הגליל הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של $\alpha = 30°$ ו- $\beta = 45°$ עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: m , g.

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח, מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

30) כוח דוחף גוף על גוף



שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$ מונחים זה על גבי זה על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור). בין הגופים קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הקינטי והסטטי הם: μ_k , μ_s.
כוח חיצוני $\vec{F}$ מופעל על הגוף העליון בזווית α מתחת לאופק.
הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: μ_k , μ_s , g , m , α , F.

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

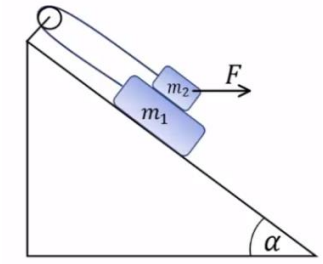
ג. מהו גודלו המקסימלי של $\vec{F}$ כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\mu_s = 0.2$, $\mu_k = 0.15$, $\alpha = 30°$.

מצא את תאוצת כל גוף כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר: $F = 3mg$.

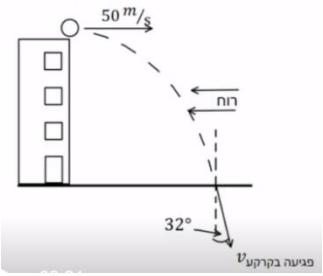
31) מסה על מסה מחוברות בגלגלת



נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4kg$, $m_2 = 3kg$.
הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידאלית ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30°$.
מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$.
מקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.
כוח אופקי F פועל על m_2.

א. מהו F המקסימלי כך שהגופים יישארו במנוחה?
ב. אם $F = 40N$ מהי תאוצת הגופים?

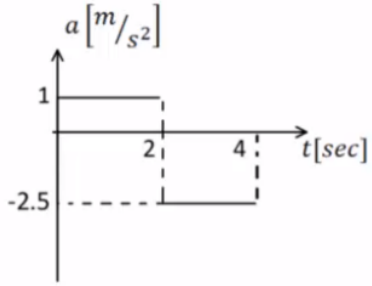
32) זריקה אופקית בהשפעת רוח*



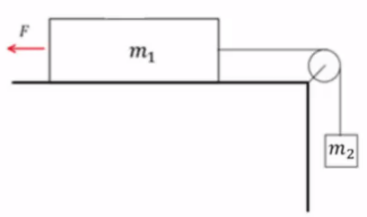
כדור נזרק מגג בניין גבוה מאוד שגובהו 80 מטרים.
הכדור נזרק אופקית במהירות של 50 מטר לשניה.
2 שניות לאחר הזריקה מתחילה לנשוב רוח שמפעילה כוח F קבוע ואופקי בכיוון המנוגד למהירות ההתחלתית.
מסת הכדור היא 500 גרם.

א. ענה:
i. האם הרוח משפיעה על הזמן שלוקח לכדור להגיע לקרקע?
ii. האם הרוח משפיעה על מהירות הפגיעה של הכדור בקרקע?
ב. נתון שהחבילה פוגעת בקרקע בזווית של 32 מעלות עם האנך לקרקע.
i. חשב את גודלו של הכוח F.
ii. שרטט גרפים של רכיבי המהירות כתלות בזמן עד לפגיעה בקרקע.
ג. מהי הסטייה של הכדור בפגיעתו בקרקע בעקבות הרוח?

33) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה וכוח*



המערכת שמתוארת בתרשים משוחררת ממנוחה ונעה ימינה. הזניחו את מסת החוט ואת כל כוחות החיכוך. כעבור 2 שניות נקרע החוט והכוח F ממשיך לפעול. נתון: $m_1 = 6kg, F = 15N$.
הגרף באיור מתאר את התאוצה של m_1 כפונקציה של הזמן עבור 4 השניות הראשונות של התנועה.
הכיוון החיובי הוא ימינה.



א. עבור 2 השניות הראשונות של התנועה:
i. שרטטו את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ii. רשמו את המיקום כתלות בזמן של m_1.
iii. חשבו את m_2 ואת המתיחות בחוט.

ב. האם m_1 שינתה את כיוון תנועתה במהלך 4 השניות הראשונות?
נמקו אם כן או לא. במידה וכן מצא את הזמן והמרחק בו התרחש השינוי.

ג. שרטטו את המהירות כתלות בזמן עבור m_1 ב-4 השניות של התנועה.

ד. אם המשטח לא היה חלק, מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי עבורו המערכת הייתה נשארת במנוחה?

34) חבילת סיוע לצוות רפואי

מסוק נשלח להטיל מהאוויר חבילה המכילה ציוד חיוני לצוות רפואי שנמצא על הקרקע.
מסת החבילה 15 ק"ג ובעת הטלתה המסוק טס אופקית במהירות: $v_0 = 198\frac{km}{hr}$
בגובה 90 מטר מעל הקרקע. 2 שניות אחרי תחילת נפילתה של החבילה החלה לנשוב רוח שהפעילה על החבילה כוח אופקי F קבוע בכיוון המנוגד ל-v_0.
התייחסו לחבילה כאל גוף נקודתי.
הניחו כי פרט לכוח F האוויר אינו מפעיל שום כוח נוסף.

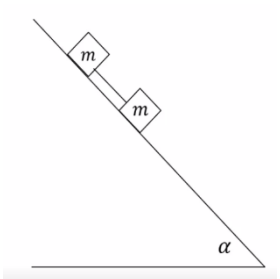
א. האם הרוח (המתבטאת כאן בכוח F קבוע שהחל לפעול 2 שניות לאחר תחילת התנועה) משפיעה על ערכם של:
   i. הזמן שלקח לחבילה להגיע לקרקע? נמק.
   ii. מהירות הפגיעה של החבילה בקרקע? נמק.

ב. חשבו את הכוח F אם נתון שהחבילה פגעה בקרקע בזווית 45 מעלות ממישור הקרקע האופקי.

ג. שרטטו במערכת צירים משותפת גרף מהירות-זמן של שני רכיבי מהירות החבילה v_x ו-v_y מרגע השחרור ועד הפגיעה בקרקע.

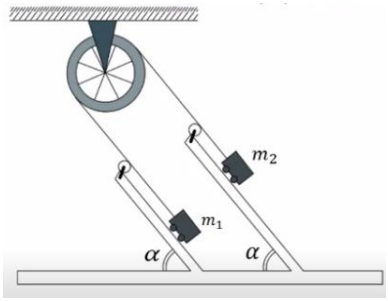
ד. בכמה מטרים הייתה מוסטת נקודת הפגיעה של החבילה בקרקע אילו לא נשבה רוח במהלך תנועתה?

35) שתי מסות מחוברות בחוט על מישור משופע



שני גופים בעלי מסה זהה m קשורים בחוט ונמצאים על מדרון משופע לא חלק בעל זווית α.
משחררים את הגופים ממנוחה והם מתחילים להחליק במורד המדרון. מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים למשטח הוא μ_k.
מצאו את המתיחות בחוט במהלך התנועה.

36) מכונת אטווד משופעת



תלמידים בנו מכונת אטווד "משופעת".
שתי העגלות נעות ללא חיכוך על לוחות משופעים כשהן קשורות בחוט שעובר דרך גלגלת שמסתה זניחה.
זווית השיפוע α ניתנת לשינוי.
מסות הגופים הן: $m_2 = 6kg$, $m_1 = 3kg$.
בטאו תשובותיכם בסעיפים א', ב', ג' באמצעות α.

א. תלמידה מחזיקה את העגלה m_2 כך שלא תזוז.
מהי המתיחות בחוט?

ב. התלמידה משחררת את המסה m_2.
מהי תאוצת הגופים ומהי המתיחות בחוט כעת?

ג. החוט יכול לשאת עומס מקסימאלי של $25N$.
מהו הערך המירבי של α עבורו החוט לא ייקרע?

ד. בהנחה כי כעת מחובר חוט היכול לעמוד במתיחויות גדולות מאוד,
מהי הזווית α עבורה תאוצת הגופים היא מקסימאלית?

ה. מדוע הגדלה נוספת של הזווית מעבר לזווית שמצאתם בסעיף ד', לא תמשיך ותגדיל את תאוצת הגופים ולא את המתיחות בחוט?
הניחו בסעיפים ד' ו-ה כי המרחק בין הלוחות גם הוא גדול מאוד ביחס לאורך החוט.

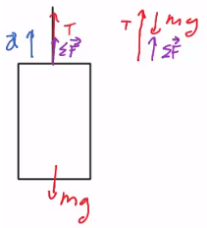
תשובות סופיות:

1) א. $a_x = 2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $t = \sqrt{30}\,\text{sec}$

2) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82\,\text{sec}$
ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

3) א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$. ב. לא, כי $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$.

4) א. $x(t=4) = 24\text{m}$ ב. $x_F = 60\text{m}$

5) א. ב.  ג. $T = 6300\text{N}$

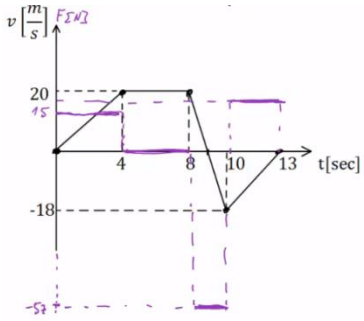
6) א. $m_{Dani} = 60\text{kg}$ ב. כמו סעיף א'. ג. $m_{Dani} = 78\text{kg}$
ד. $m_{Dani} = 42\text{kg}$ ה. 0

7) $m_{Yossi} = 30\text{kg}$

8) א. $a = \begin{cases} \frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ \frac{6}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 3 < t < 6 \\ \frac{-2}{5} & 6 < t < 8 \end{cases}$ ב. $v(t) = \begin{cases} \frac{4}{5}t & 0 \le t \le 3 \\ \frac{12}{5} + \frac{6}{5}(t-3) & 3 \le t \le 6 \\ 6 - \frac{2}{5}(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

ג. $x(t) = \begin{cases} \frac{2}{5}t^2 & 0 \le t \le 3 \\ \frac{18}{5} + \frac{12}{5}(t-3) + \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}(t-3)^2 & 3 \le t \le 6 \\ \frac{81}{5} + 6(t-6) + \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

9) שקול הכוחות: $\sum F = 18\text{N}$, גרף:



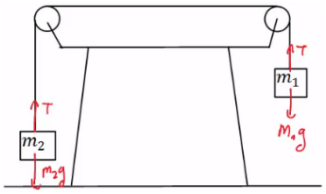
10) א. $m_{min}=1.5kg$ ב. $a=2.5\frac{m}{sec^2}$ ג. $t\approx 1.55sec$

ד. $v_2(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{x}$, $v_1(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{y}$

11) א. תאוצה: $a=5\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$. ב. תאוצה: $a=3\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$.

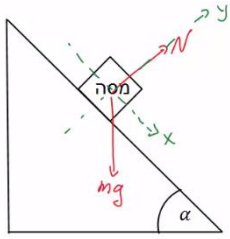
12) א. תאוצה: $a\approx 6.67\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=46.68N$.

ב. תאוצה: $a\approx 4.67\frac{m}{sec^2}$.

13) א. 

ב. $a=5\frac{m}{sec^2}$ ג. m_1 תרד כלפי מטה.

ד. $t=\sqrt{\frac{4}{5}}sec$ ה. $v(t=0.89)\approx 4.47\frac{m}{sec}$

14) א. 

ב. $a_x=g\sin\alpha$ ג. מיקום-זמן: $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$

מהירות-זמן: $v(t)=g\sin\alpha\cdot t$

15) א. תתחיל להחליק. ב. הזמן: $t\approx 0.94sec$, המהירות: $v(t=0.94)\approx 6\frac{m}{sec}$.

16) א. $a=-g(\mu_k\cos 30°+\sin 30°)\approx -6.73\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=0+20\cdot t-\frac{6.73}{2}\cdot t^2$

ג. $t\approx 2.97sec$ ד. לא. ה. $t=6.24sec$

17) א. לכיוון המסה הגדולה יותר. ב. $a\approx 2.61\frac{m}{sec^2}$

ג. סטטי, המערכת בתנועה. ד. $a\approx 1.7\frac{m}{sec^2}$

18) א. בכיוון m_2. ב. $a\approx 0.98\frac{m}{sec^2}$ ג. בכיוון m_1, סטטי. ד. אין.

19) א. תאוצה: $a=6\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T_{m2}=32N$, $T_{m1}=56N$. ב. בתנועה.

ג. $a=5.6\frac{m}{sec^2}$

20 א. $a=\frac{F}{m}\left(\cos\theta+\mu_k\sin\theta\right)-\theta_k g$ ב. $\theta=20°$ ג. $\theta_0\approx 16.6992°$

21 א. גודל: $a_x=g\tan\alpha$, כיוון: חיובי. ב. לא.

22 $F=\mu_s\left(m_1+m_2\right)g=28N$

23 א. $x(t)=20\cdot t-\frac{2}{2}t^2$, $v(t)=20-2\cdot t$ ב. $x(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot t^2$, $v(t)=\frac{1}{2}\cdot t$

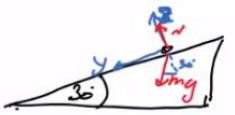
ג. $v(t=8)=4\frac{m}{sec}$

24 $a_{min}=\frac{g}{\mu_s}$

25 א. $a=2\frac{m}{sec^2}$ ב. $N_{1\to 2}=6N$ ג. $\vec{N}_{2\to 1}=6N\hat{x}$

26 א. $h_{max}=3m$ ב. $h_{max}=1.78m$

27 א. $\sum F_x=0$, $\sum F_y=mg\sin 30°$, $\sum F_z=N-mg\cos 30°$



ב. פרבולה. ג. $v_0=\sqrt{2}\frac{m}{sec}$ ד. $v_y\left(t_B\right)\approx 7.07\frac{m}{sec}$

28 א. $m_{Bmax}=\frac{\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu_s\cos\alpha}$

ב. $a=g\left(\mu_s\cos\alpha-\sin\alpha\right)$, $T=g\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha$

ג. $a_C=\left(\mu_k\cos\alpha-\sin\alpha\right)g$, $a_B=g\frac{\left(m_B-\mu_k m_C\cos\alpha-m_A\sin\alpha\right)}{m_A+m_B}$

29 א. $N_A=0.732mg$, $N_B=0.518mg$ ב. $\mu_s\geq 0.224$

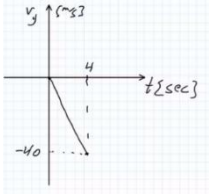
30 א. $a=\frac{F\cos\alpha}{2m}$ ב. $f_s=\frac{F\cos\alpha}{2}$ ג. $F_{max}=\frac{2\mu_s mg}{\cos\alpha-2\mu_s\sin\alpha}$

ד. $a\approx 2.17\frac{m}{sec^2}$ ה. $a_1=22.2\frac{m}{sec^2}$, $a_2=3.75\frac{m}{sec^2}$

31 א. $F_{max}=31.05N$ ב. $a=1.81\frac{m}{sec^2}$

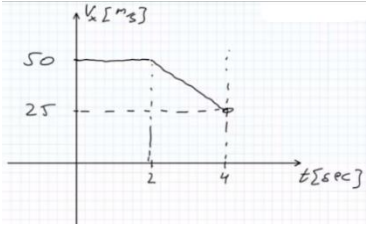
32 א.i. אינה משפיעה. ii. משפיעה. ב.i. $F=6.25N$

ii. $v_y(t)=-10\cdot t$

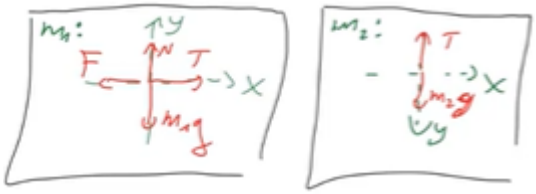


ג. $\sigma_x=25m$

$v_x(t)=\begin{cases}50 & 0<t<2\\ 50-12.5(t-2) & 2<t<4\end{cases}$



33) א.i.

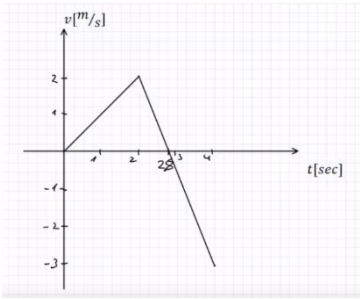


ii. $x(t)=\frac{1}{2}t^2$

iii. $T=21N\ ,\ m_2=2.33kg$

ב. כן, מכיוון שהשטח השלילי מתחת לגרף גדול מהשטח החיובי המהיר תשנה כיוון.
שינוי הכיוון: $x=2.8m\ ,\ t=2.8sec$.

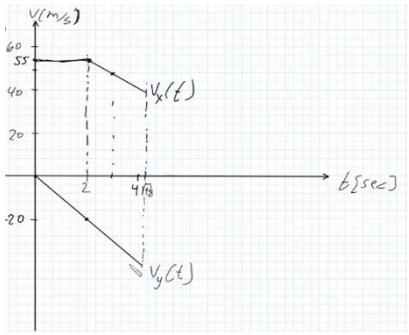
ג.



ד. $\mu_{s\min}=0.25$

34) א.i. לא משפיעה. ii. משפיעה. ב. $F\approx 84.1N$

ג.



ד. $\Delta x=14m$

35) $T=0$

36) א. $T=30\sin\alpha$ ב. $a=3.35\sin\alpha$ ג. $\alpha_{\max}=38.7°$ ד. $\alpha_{\max}=90°$

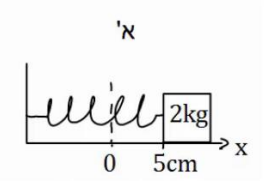
ה. המסות יתנתקו מהמשטח ויהיו תלויות אנכית, התאוצה תישאר אותו דבר כמו בזווית של $90°$.

הכוח האלסטי - קפיץ:

שאלות:

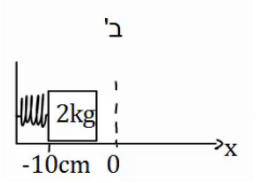
1) דוגמה 1

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

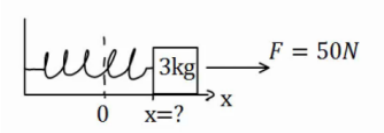


ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?
כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

2) דוגמה 2

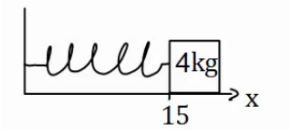
גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 100\frac{N}{m}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.
על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל?
(הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס).

3) דוגמה 3

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

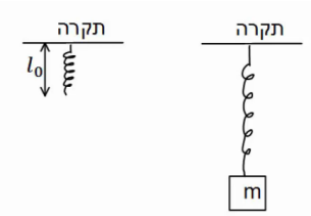
א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

4) שיטה למדידת קבוע קפיץ

מסה m תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ שאורכו הרפוי הוא l_0.

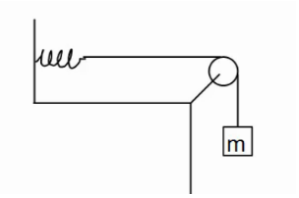


משחררים את המסה לאט לאט עד אשר היא מגיעה לנקודה בה היא תלויה לבד במנוחה.

א. מה מיוחד בנקודה זו?

ב. מודדים את מרחק המסה מהתקרה בנקודה זו. מצא באמצעות מרחק זה והפרמטרים בשאלה את קבוע הקפיץ.

5) מסה קשורה לחוט שמחובר לקפיץ אופקי



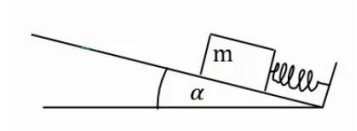
מסה $m=5gr$ תלויה באמצעות חוט, העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר בצידו השני לקפיץ.
הקפיץ מחובר לקיר בצורה אופקית.
קבוע הקפיץ הוא: $k=10\frac{N}{m}$.

א. משחררים את המסה בנקודה בה היא נשארת במנוחה. מצא את התארכות הקפיץ.

ב. מושכים את המסה 5 ס"מ נוספים ומשחררים. מהי תאוצת המסה ברגע השחרור?

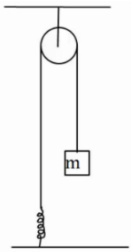
6) קפיץ בשיפוע

מסה m נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית α.



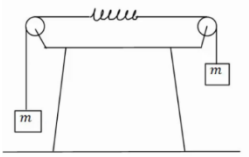
מצד המסה מחובר קפיץ בעל קבוע קפיץ k.
אין חיכוך בין המסה למשטח.
בכמה מכווץ הקפיץ ממצבו הרפוי?
התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים.

7) מסה מחוברת לקפיץ דרך גלגלת בתקרה



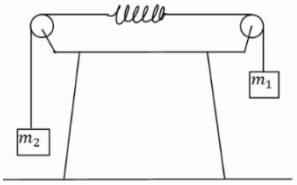
מסה m מחוברת לקפיץ אידיאלי (חסר מסה) דרך גלגלת אידיאלית המחוברת לתקרה.
הקפיץ מחובר לקרקע וקבוע הקפיץ הוא k.
מצא את התארכות הקפיץ אם נתון שהמסה בשיווי משקל.

8) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע



במערכת הבאה שתי מסות זהות m תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.
באמצע החוט ישנו קפיץ בעל קבוע קפיץ k.
מצא את התארכות הקפיץ.

9) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע בתאוצה



במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$, $m_2 = 1kg$,
תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.

באמצע החוט ישנו קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 20\frac{N}{m}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מצא את תאוצת המערכת.

ב. מצא את התארכות הקפיץ.

10) מסה תלויה ומתיחה

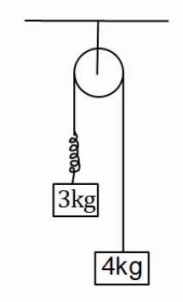
מסה תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות קפיץ אידיאלי.

נתון: $k = 20\frac{N}{m}$, $m = 2kg$.

א. מהי תאוצת המסה אם מושכים את המסה 5 ס"מ כלפי מטה?

ב. מהי תאוצת המסה אם מרימים את המסה 2 ס"מ כלפי מעלה?

11) מסות תלויות מהתקרה עם קפיץ בתאוצה



במערכת הבאה שתי מסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידאלית.

בין המסות יש קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

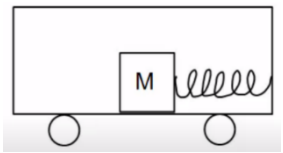
הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מהי תאוצת המסות?

ב. מהי ההתארכות של הקפיץ?

12) קפיץ במכונית נוסעת

מסה $m = 5kg$ נמצאת על רצפת מכונית.
המסה מחוברת באמצעות קפיץ חסר מסה לצד המכונית, ויכולה לנוע על הרצפה ללא חיכוך.



קבוע הקפיץ הוא: $k = 30\frac{N}{m}$.

הנח שאורך הקפיץ קבוע.

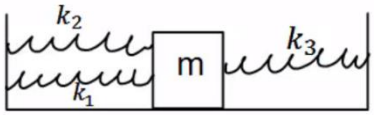
א. מהי התארכות הקפיץ אם המכונית נוסעת במהירות קבועה?

ב. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע ימינה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

ג. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 3 מטר לשנייה בריבוע שמאלה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

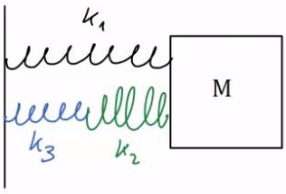
13) מסה עם שלושה קפיצים

שלושה קפיצים מחוברים למסה $m=2kg$, כפי שנראה באיור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי: $k_1=3\frac{N}{m}$, $k_2=5\frac{N}{m}$, $k_3=12\frac{N}{m}$.
הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.
מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

14) שלושה קפיצים שוב



באיור הבא המסה $m=4kg$ מחוברת לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב- $x=0$.
מהי תאוצת המסה כאשר מיקומה הוא: $x=0.2m$
אם קבועי הקפיצים הם: $k_1=3\frac{N}{m}$, $k_2=5\frac{N}{m}$, $k_3=12\frac{N}{m}$.

תשובות סופיות:

1) א. גודל: $-1.25\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי.
ג. $x=8\text{cm}$

2) $x=\frac{1}{2}\text{m}$

3) א. $F=-2.5\text{N}$ ב. $F=2\text{N}$ ג. סעיף א': $a=-3.13\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, סעיף ב': $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

4) א. נקודת שיווי משקל. ב. $k=\frac{mg}{d-l_0}$

5) א. $\Delta x=5\text{cm}$ ב. $a=-10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

6) $|\Delta x|=\frac{mg\sin\alpha}{k}$

7) $\Delta x=\frac{mg}{k}$

8) $|\Delta x|=\frac{mg}{k}$

9) א. $a=5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x=\frac{3}{4}\text{m}$

10) א. $a=-0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $a=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

11) א. $a=\frac{10}{7}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x\approx 0.69\text{m}$

12) א. $\Delta x=0$ ב. $|\Delta x|=\frac{1}{3}\text{m}$, מתארך. ג. $|\Delta x|=\frac{1}{2}\text{m}$, מתכווץ.

13) $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

14) $a\approx 0.326\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

כוח הכבידה – הכוח הריבועי ההפוך:

שאלות:

1) תאוצת הנפילה החופשית על הירח

מסת הירח היא: $M = 7.35 \cdot 10^{22} kg$ ורדיוסו הוא: $R = 1737km$.

א. מהי תאוצת הנפילה החופשית על הירח g?

ב. מהו משקלה של אסטרונאוטית על הירח, אם משקלה על כדה"א הוא 65 ק"ג?

תשובות סופיות:

1) א. $g \approx 1.62 \frac{m}{sec^2}$ ב. $11kg$

תאוצות לא שוות:

שאלות:

1) מסה במדרון ומסה אופקית

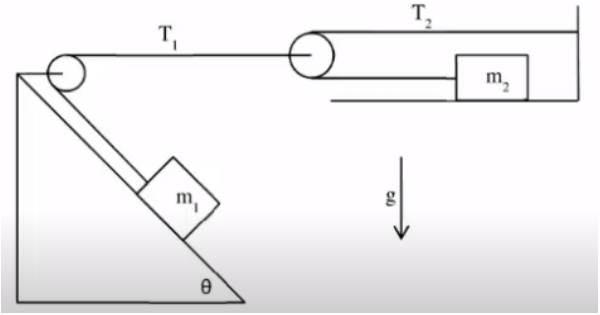
המסות m_1 ו-m_2 מחוברות על ידי חוטים וגלגלות אידאלים, ראה איור.
המישור המשופע עליו מונחת המסה m_1 חסר חיכוך בעוד שהמישור האופקי עליו מונחת m_2 הוא משטח בעל חיכוך עם מקדם חיכוך סטטי/קינטי μ.

א. קבל ביטוי פרמטרי עבור הערך של m_2 מעליו המערכת תמצא בשיווי משקל.

ב. מהו ערך זה עבור הנתונים: $m_1 = 5kg$, $\theta = 30°$, $\mu = 0.2$.

ג. אם m_2 קטן מהערך שחישבת בסעיפים הקודמים, מה תהיה תאוצת כל גוף במערכת (קבל ביטוי פרמטרי)?

ד. חשב את התאוצה עבור $m_2 = 1kg$.



תשובות סופיות:

1) א. $m_2 = \frac{m_1 \sin\theta}{2\mu}$

ב. $m_2 = 6.25kg$

ג. $a_2 = \frac{2m_1 g\sin\theta - 4\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$, $a_1 = \frac{m_1 g\sin\theta - 2\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$

ד. $a_2 = 4.67\frac{m}{sec^2}$, $a_1 = 2.33\frac{m}{sec^2}$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 9 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

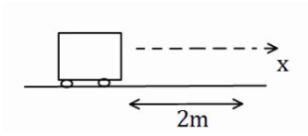
1. העבודה שמבצע כוח 111
2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה 113
3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית 114
4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה 115
5. עבודת החיכוך וחום 118
6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ 120
7. חוק שימור האנרגיה- הרחבה ..... (ללא ספר)
8. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
9. תרגילים 121
10. הספק 126

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

1) דוגמה 1

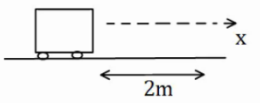
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



א. בכיוון ציר ה-x.
ב. בכיוון $30°$ עם ציר ה-x.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x.

2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



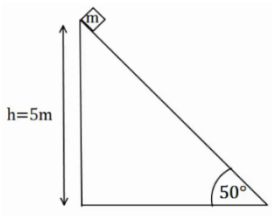
א. בכיוון ציר ה-y.
ב. בכיוון $30°$ מעל ציר ה-x השלילי.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3kg.

א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: $m\ ,\ h$.

4) דוגמה 4



גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.

א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k=0.2$.

5) דוגמה 5

גוף נע מהנקודה $(1,2)$ לנקודה $(3,5)$.

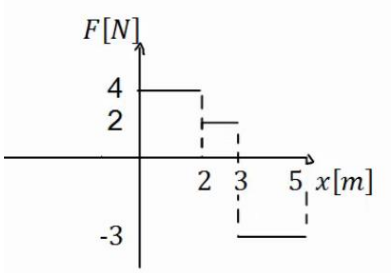
חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F}=(2,1)$

ב. $\vec{F}=(-3,2)$

6) כוח כתלות במיקום

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.



א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

1) א. $W=10$ ב. $W=5\cdot\sqrt{3}$ ג. $W=5\cdot\sqrt{3}$

2) א. $W=0$ ב. $W\approx -8.66$ ג. $W\approx -8.66J$

3) א. $W_g=240J$ ב. $W_g=mgh$

4) א. $W_N=0$ ב. $W_g=100J$ ג. $W_{fk}=-16.79J$

5) א. $W=7J$ ב. $W=0$

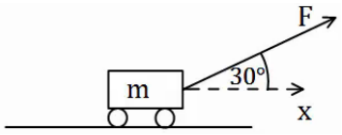
6) א. $W=4J$ ב. $W=-6J$

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

1) כוח מושך קרונית בזווית

כוח $F=50N$ מושך קרונית בזווית של $30°$ מעל ציר ה- x.
מסת הקרונית היא 3 ק"ג.

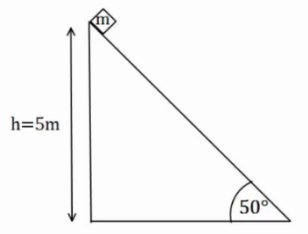


א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.

ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x.

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

2) המשך לדוגמה 4

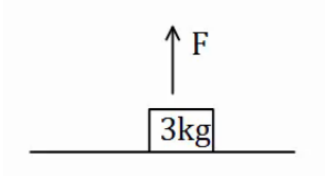


גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.
מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.2$.

א. מצא את עבודת הכוחות.

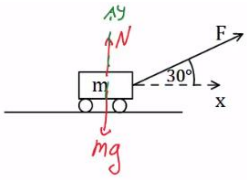
ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

3) כוח מושך גוף ישר למעלה



כוח $F=50N$ מושך גוף כלפי מעלה.
מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע.
מסת הגוף היא 3 ק"ג.

תשובות סופיות:

1) א. 

ב. $W_N=0=W_g\ ,\ W_F\approx 216.51J$

ג. $v_F\approx 12.01\frac{m}{sec}$

2) א. $W_N=0\ ,\ W_g=100J\ ,\ W_{fk}=-16.79$

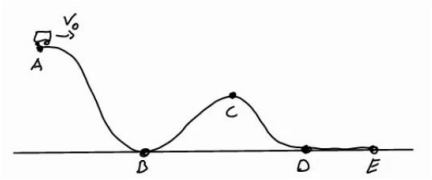
ב. $v_F\approx 9.12\frac{m}{sec}$

3) $v_p\approx 10.33\frac{m}{sec}$

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

שאלות:

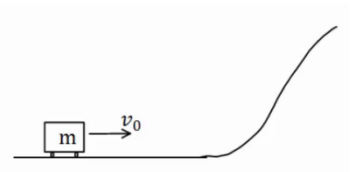
1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים.
מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה.
מצא את מהירותה בנקודות B , D , E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

2) עגלה עולה על גבעה

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה.
אין חיכוך בין העגלה לאדמה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה?
לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.

ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

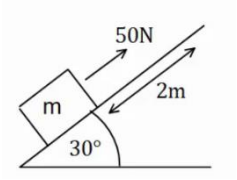
1) $v_B \approx 20.62\frac{m}{sec} = v_E = v_D$, $v_C \approx 15\frac{m}{sec}$

2) א. $h_{max} = 20m$ ב. $v_F = \pm v_0$

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

שאלות:

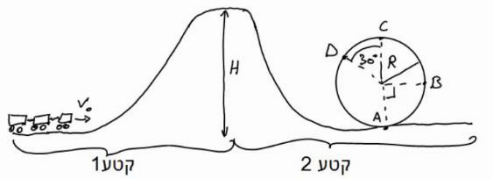
1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של $30°$.
מסת הגוף היא $m=4kg$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

2) עוד רכבת הרים

רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0.

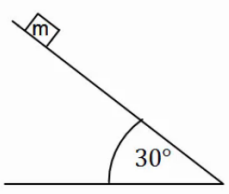


בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H.
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.
בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

3) מסה מחליקה במדרון



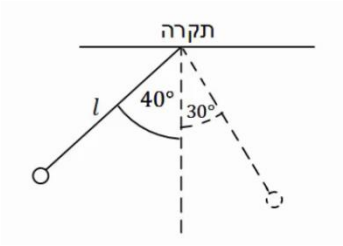
מסה $m=4kg$ מונחת במנוחה בגובה $h=5m$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא $30°$.

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F=60N$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

4) מטוטלת



מטוטלת בעלת אורך חוט $l=50cm$ תלויה מהתקרה.
מרימים את המטוטלת לזווית של $40°$ ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

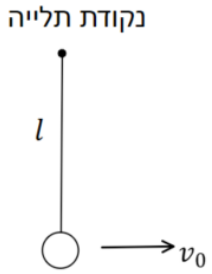
א. מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?

ב. מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?

ג. מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של $30°$?

ד. מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l=30cm$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי של $v_0=2\frac{m}{sec}$.

i. מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?

ii. מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה המקסימלי שהחוט מאפשר לו (l מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32}\frac{m}{sec}$.
הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

1) $V_F \approx 5.48\frac{m}{sec}$

2) א. $W_F = mgH$ ב. $v_C = \sqrt{2g(H-2R)}\ , v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)}$

3) א. $v_F = 10\frac{m}{sec}$ ב. $v_F \approx 8.08\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 19.11\frac{m}{sec}$

4) א. $W_T = 0$ ב. $v_F \approx 1.55\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 1.03\frac{m}{sec}$

ד. $\theta_{max} = 40°$

5) א. i. $20cm$ ii. $\theta_{max} \approx 71°$ ב. $v_0 = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

ג. $v_f = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

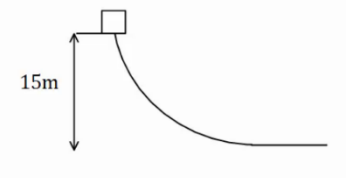
חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

שאלות:

1) חישוב עבודה
גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

2) גוף נופל ממסלול עקום


גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר.
בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה.
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.

תשובות סופיות:

1) $-132.5J$

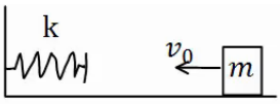
2) $Q = 275J$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

שאלות:

1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m=50gr$ נעה במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ על משטח אופקי חלק.



המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס״מ?

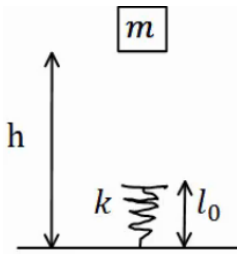
ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳ אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא $0.5m$.

2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m=5gr$ משוחררת ממנוחה מגובה $h=1m$ מעל הרצפה.



קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0=10cm$, וקבוע הקפיץ הוא $k=100\frac{N}{m}$.

א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

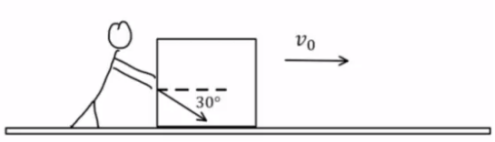
1) א. $v_F\approx 4.95\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x\approx 35.4cm$ ג. $v\approx 4.72\frac{m}{sec}$, $\Delta x\approx 33cm$

2) א. $v_F=4.24\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x_{max}=3cm$ ג. $h_F=h_i$

תרגילים:

שאלות:

1) אדם דוחף ארגז בזווית



אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי.
מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2\frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

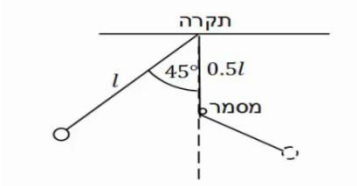
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

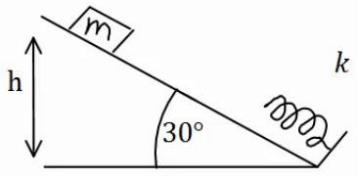
ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

2) מטוטלת עם מסמר



מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.
המטוטלת מוסטת לזווית של $45°$ ומשוחררת ממנוחה.
בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.
מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ



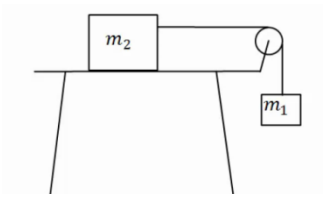
מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של $30°$.
בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

4) מסה על שולחן ומסה תלויה



מסה $m_2 = 4kg$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2kg$ התלויה באוויר.
גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2m$.
המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.

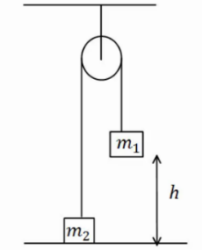
ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1.

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

5) שתי מסות תלויות מהתקרה

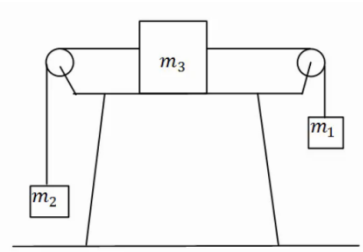
במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1, אם המערכת מתחילה ממנוחה.

6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$.
כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המערכת מתחילה ממנוחה.

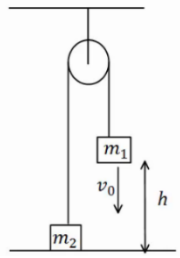


א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1.
הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



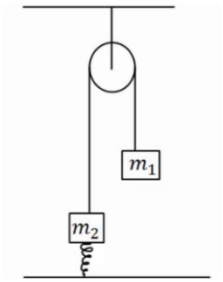
נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
נותנים ל-m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0.

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1.
(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2.

8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.

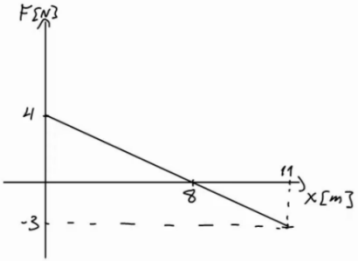
נתון: $m_1 = 4kg \ , m_2 = 2kg, \ k = 10\frac{N}{m}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

9) גרף של כוח



נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2kg$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18m$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6m$.

10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה $3m$.

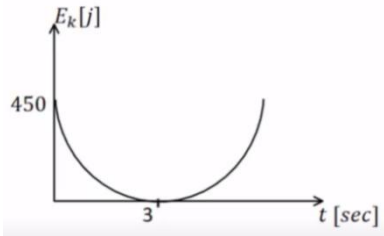
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן מ-80 ס"מ?

11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית



כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.
ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

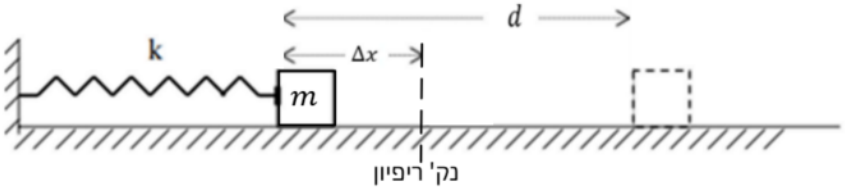
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

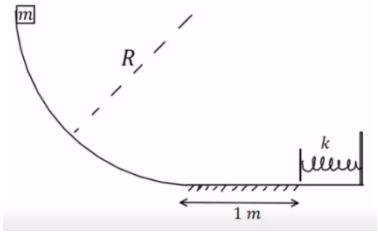
גוף שמסתו $m=0.3kg$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x=0.2m$ כמוראה בציור. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d=0.6m$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k=14\frac{N}{m}$.



א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?

ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ



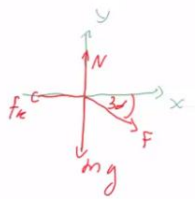
גוף בעל מסה $m=2kg$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R=2m$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר.
מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3.
בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר.
החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

1) א. 

ב. $W_F \approx 690J\ ,\ W_{Fk} = -200J$

ג. $\sum F \approx 250N\ ,\ W_{\sum F} \approx 490J$

ד. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

ה. $a \approx 3\frac{m}{sec^2}\ ,\ v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

2) $\theta_{max} = 65.53°$

3) א. הכיווץ: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיווץ: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

4) א. $v_{m_1} \approx 3.65\frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8}\frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

6) א. $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

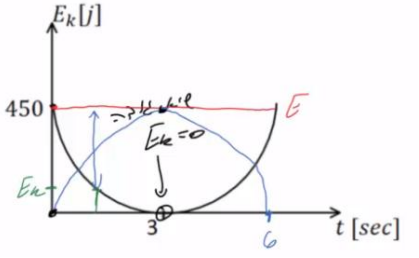
7) א. $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

8) א. $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58\frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

9) א. $v(x=18) = 3\frac{m}{sec}$ ב. $v(x=6) = 4.12\frac{m}{sec}$

10) א. $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

11) א. $v_0 = 30\frac{m}{sec}\ ,\ t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.



ד. i. $W_g = -450J$ ii. $W_g = -300J$

12) א. 0.156 ב. $1.12\frac{m}{sec}$

13) א. $v_B = \sqrt{34}\frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800\frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$

הספק:

שאלות:

1) דוגמה 1

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ״ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

2) דוגמה 2

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ״ש.
כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.
מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

3) הספק ממוצע לשנות מהירות

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את
מהירותה מ- $9\frac{km}{hr}$ ל- $27\frac{km}{hr}$ בתוך $4sec$?
מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

4) רכבת צעצוע חשמלית

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק״ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק״ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של $0.2KW$.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א׳?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות,
מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים),
על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?

5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו $4kg$, הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t)=2+3t+t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t=2\sec$?

תשובות סופיות:

1) א. $\Delta E_k \approx 385,800J = W_{\sum \vec{F}}$ ב. $p=51.7HP$

2) $p=11.18HP$

3) $F=2500N$, $\bar{p}\approx 16.76HP$

4) א. $\Delta t=3.5\sec$ ב. $E_{k_1=100J}=E_{k_2}$ ג. $W_{1\to 2}=600J$

ד. $W_{3\to 2}=1200J$ ה. $p=97.7W$

5) א. $W=144J$ ב. $p(t=2)56W$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 10 - תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל

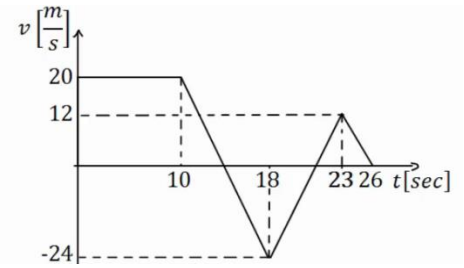
תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר -שאלה עם גרף 128
2. תנועה במישור- רקטה ממסתור 130
3. אנרגיות וזריקה משופעת- בוכנה עם קפיץ 131
4. כוח מושך במורד מדרון 132
5. תרגילים נוספים 133

תנועה בקו ישר – שאלה עם גרף:

שאלות:

1) גוף נע לאורך ציר ה-x כך שמהירותו לפי הזמן נתונה בגרף הבא.
הנח שהגוף מתחיל תנועתו מ-$x=0$.



א. מצא את תאוצת הגוף בזמנים: $t=2\ ,\ 12\ ,\ 17\ ,\ 20\ ,\ 24$.

ב. שרטט גרף של תאוצת הגוף כתלות בזמן.

ג. מתי העתק הגוף מקסימלי? ומהו גודלו?

ד. באיזה מהירות קבועה צריך גוף אחר לנוע על מנת שיעשה את אותו ההעתק הכולל באותו זמן (26 שניות) כמו הגוף הנ"ל?

ה. רשום משוואת מהירות-זמן עבור הגוף.

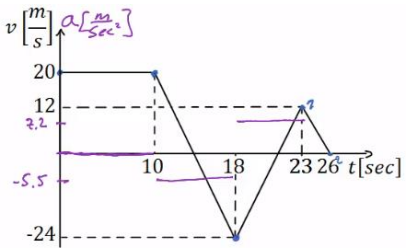
ו. רשום משוואת מיקום-זמן עבור הגוף.

ז. שרטט גרף מקום-זמן עבור הגוף.

תשובות סופיות:

1) א. $a(t=2)=0$, $a(t=12)=a(t=17)=-5.5$, $a(t=20)=7.2$, $a(t=24)=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב.



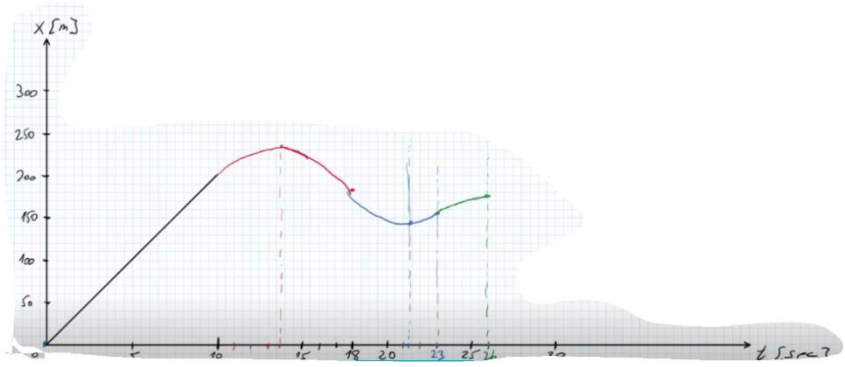
ג. בזמן : $t\approx 13.64$, הגודל : $\Delta x_{\max}=236.4\text{m}$.

ד. $\bar{v}\approx 6.62\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה.
$$v(t)=\begin{cases}20 & 0<t<10\\ 20-5.5(t-10) & 10<t<18\\ -24+7.2(t-18) & 18<t<23\\ 12-4(t-23) & 23<t<26\end{cases}$$

ו.
$$x(t)=\begin{cases}20t & 0<t<10\\ 200+20(t-10)+\frac{1}{2}(-5.5)(t-10)^2 & 10<t<18\\ 184+(-24)(t-18)+\frac{1}{2}7.2(t-18)^2 & 18<t<23\\ 154+12(t-23)+\frac{1}{2}(-4)(t-23)^2 & 23<t<26\end{cases}$$

ז.



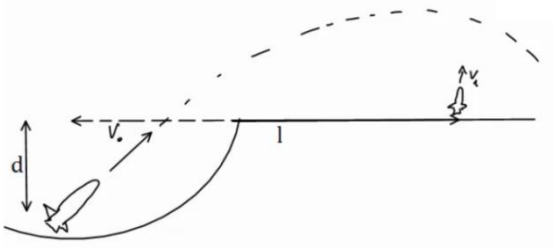
תנועה במישור – רקטה ממסתור:

שאלות:

1) רקטה יוצאת מנקודת מסתור במהירות v_0 ובזווית θ ביחס לאופק.
גובה המסתור הוא d מטרים מתחת לקרקע.
במרחק אופקי I מנקודת הירי של הרקטה,יוצאת רקטה נוספת במהירות v_1 כלפי מעלה.
התייחס לפרמטרים בגוף השאלה כנתונים.

א. מהו גובה הרקטה הראשונה כאשר היא חולפת מעל הרקטה השניה.

ב. מתי יש לירות את הרקטה השניה על מנת שתפגע ברקטה הראשונה (מספיק להגיע למשוואה ריבועית עם המשתנה והפרמטרים הנתונים).



תשובות סופיות:

1) א. $$h = -d + v_0 \sin\theta \cdot \frac{l}{v_0 \cos\theta} - \frac{9}{2} - \left(\frac{l}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

ב. $$h = v_1(t_1 - t_0) - \frac{9}{2}(t_1 - t_0)^2$$

אנרגיות וזריקה משופעת – בוכנה עם קפיץ:

שאלות:

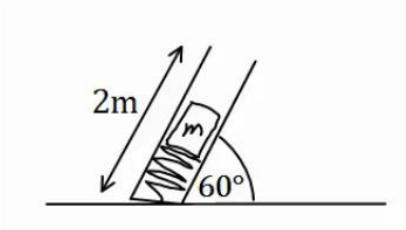
1) מכניסים מסה 4kg לתוך בוכנה המכילה קפיץ רפוי.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא כאורך הבוכנה 2m.
הבוכנה נמצאת בזווית 60 מעלות ביחס לקרקע.
לוחצים את המסה לתוך הבוכנה כך שהקפיץ מתכווץ 1 מטר ומשחררים.
קבוע הקפיץ הוא: $k=200\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי מהירות המסה ביציאה מהבוכנה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ג. מהו המרחק מתחתית הבוכנה בו תפגע המסה בקרקע?

ד. מהי מהירות המסה בפגיעה, גודל וכיוון?



תשובות סופיות:

1) א. $v\approx 5.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $y\approx 2.96\text{m}$ ג. $x(t=1.26)\approx 4.6\text{m}$

ד. מהירות: $v_y(t=1.26)=-7.65\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גודל: $|\bar{v}|\approx 8.17\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta=69.5°$.

כוח מושך במורד מדרון:

שאלות:

1) כוח אופקי $F=30N$ מושך מסה $M=4kg$ במורד מדרון משופע.
זווית השיפוע היא $20°$.
בין המדרון למסה קיים חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

א. האם המסה מתנתקת מהמדרון?

ב. מהי עבודת הכוח F אם הגוף נע 3 מטרים במורד המדרון?

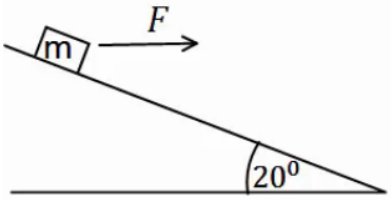
ג. מהי עבודת כוח הכובד באותה הדרך?

ד. מהי עבודת החיכוך?

ה. מהי עבודת הנורמל?

ו. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף?

ז. מהי מהירות הגוף בסוף הקטע אם התחיל תנועתו ממהירות של 2 מטרים לשניה?



תשובות סופיות:

1) א. לא.
ב. $W_F=84.57J$
ג. $W_g=41.04$
ד. $W_{fk}\approx -16.4J$
ה. $W_N=0$
ו. $\Delta E_k=109.21J$
ז. $v\approx 7.66\frac{m}{sec}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

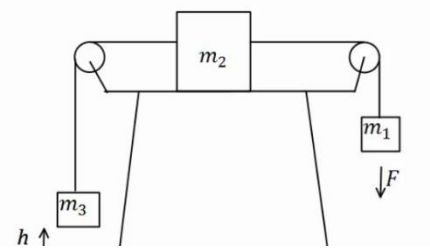
1) במערכת הבאה גדלי המסות הן : $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$ ברגע $t = 0$.
המערכת נמצאת במנוחה והגובה של m_3 מעל הקרקע הוא $h = 50cm$.
באותו הרגע פועל כוח $F = 32N$ על m_1 במשך 2 שניות.
הנח ש- m_2 לא פוגעת באף גלגלת במהלך התנועה ו- m_1 לא פוגעת בקרקע.
בין m_2 למשטח יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

א. מהי תאוצת המערכת?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו מגיעה m_3 ?

ג. מתי תפגע m_3 ברצפה?

ד. כמה חום נוצר במהלך כל התנועה?



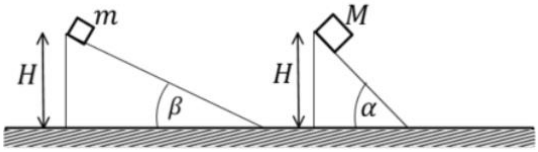
2) השוואה בין שני מישורים

נתונים שני מישורים משופעים חלקים בעלי גבהים שווים.
גובה המישורים הוא H ושיפועיהם α ו- β. שתי מסות M ו-m מחליקות ממנוחה מהקצוות העליונים של המישורים כמוראה בציור. נתון $M > m$ וכן.
נסמן ב- v_m ו- v_M את מהירויות המסות בהגיען לקצוות התחתונים של המישורים. כמו כן נסמן ב- t_m ו- t_M את משך זמני ההחלקה של המסות על המישורים.

א. האם v_m גדול שווה או קטן מ- v_M ?

ב. האם t_m גדול שווה או קטן מ- t_M ?

ג. חזרו על סעיפים א' ו-ב' עבור מצב שיש חיכוך בין המסות למישורים ומקדם החיכוך זהה.



תשובות סופיות:

1) א. $a=\frac{4}{3}\frac{m}{sec^2}$ ב. $h_{max}\approx 4.06m$ ג. $t=4.41sec$ ד. $Q=30.44J$

2) א. שווה. ב. גדול. ג. $v_M > v_m \ , \ t_M < t_m$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 11 - תנועה מעגלית- לא בטוח שצריך

תוכן העניינים

1. תיאוריה ודוגמאות 135
2. תאוצה זוויתית 139
3. תרגילים נוספים 141

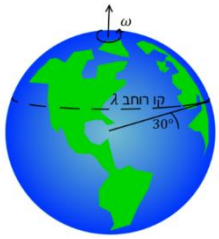
תיאוריה ודוגמאות:

שאלות:

1) חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

2) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ



א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה, אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6,400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30°$?

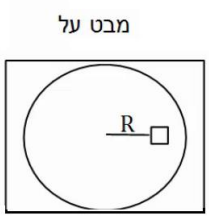
3) אבן קשורה לחוט

אבן קשורה לחוט באורך $l = 1.5m$ ומסתובבת במעגל אופקי עם מהירות זוויתית של $\omega = 3\frac{rad}{sec}$. התעלם מכוח הכובד. $m = 2kg$.

א. מהי המהירות הקווית של האבן?

ב. מהי המתיחות בחוט?

4) מסה על דיסק



מסה M מונחת על דיסק החופשי להסתובב מעל שולחן אופקי. המסה נמצאת במרחק R ממרכז הדיסק, ובין המסה למשטח יש חיכוך. מסובבים את הדיסק במהירות זוויתית ω ונתון כי המסה אינה זזה ביחס לדיסק.

א. האם החיכוך בין הדיסק למסה קינטי או סטטי?

ב. מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך?

ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית שבה ניתן לסובב את הדיסק ככה שהמסה לא תחליק?

נתון μ_s.

5) גוף מסתובב במהירות קבועה

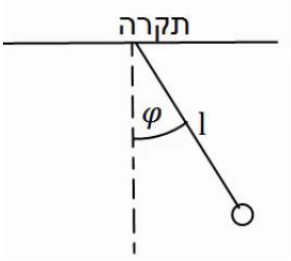
גוף מסתובב במעגל בעל רדיוס $R = 3m$ במהירות קבועה $v = 6\frac{m}{sec}$.

א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף?

ב. מהי התדירות וזמן המחזור של הגוף?

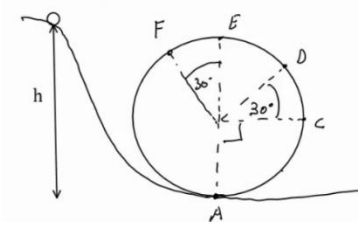
ג. כמה זמן לקח לגוף לעשות שניים וחצי סיבובים?

6) מטוטלת אופקית



מטוטלת באורך $l = 2m$ תלויה מהתקרה ומסתובבת במעגל אופקי. זווית החוט עם האנך לתקרה היא $\varphi = 30°$ והיא קבועה במהלך התנועה.
מצא את זמן המחזור ותדירות הסיבוב של המטוטלת, אם ידוע שהתנועה קצובה.

7) כדור בלופ



כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה.
רדיוס המעגל הוא $R = 2m$.

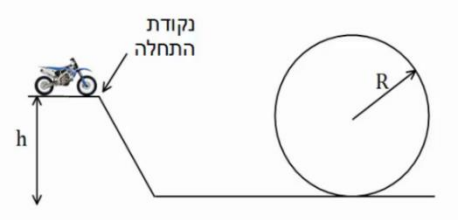
א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

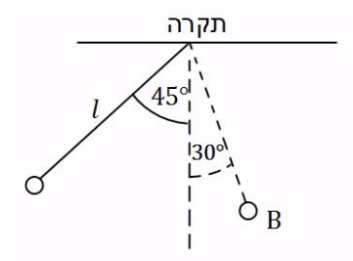
ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

8) רוכב אופנוע במעגל אנכי



רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור.
מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב, כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי?
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.
נתון: R , h.

9) כוחות במטוטלת



מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45 מעלות.
אורך החוט הוא l והמסה היא m.

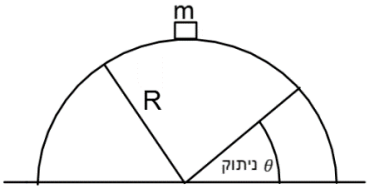
א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית 30 מעלות?
ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

10) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית



קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R.
הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.
מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

תשובות סופיות:

1) מחוג שניות: $0.105\frac{rad}{sec}$, מחוג דקות: $1.75\cdot10^{-3}\frac{rad}{sec}$, מחוג שעות: $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$.

2) א. $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$ ב. $465\frac{m}{sec}$ ג. $400\frac{m}{sec}$

3) א. $|\vec{v}|=\omega R=4.5\frac{m}{sec}$ ב. $T\approx27N$

4) א. סטטי. ב. $f_s=M\omega^2R$ ג. $\omega_{max}=\sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}$

5) א. $\omega=2\cdot\frac{1}{sec}$ ב. תדירות: $f\approx0.32\cdot\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=\pi\,sec$. ג. $t\approx7.85sec$

6) תדירות: $f\approx0.382\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=2.61sec$.

7) א. $v_F\approx6.73\frac{m}{sec}$, $v_E\approx6.32\frac{m}{sec}$, $v_D\approx7.975\frac{m}{sec}$, $v_C\approx8.94\frac{m}{sec}$, $v_A\approx10.95\frac{m}{sec}$

ב. $a_{r_B}=40\frac{m}{sec^2}$, $a_{r_A}=60\frac{m}{sec^2}$ וכו', לפי הנוסחה $a_r=\frac{v^2}{R}$.

ג. $a_{\theta_E}=0$, $a_{\theta_F}=5\frac{m}{sec^2}$, $a_{\theta_A}=0$, $a_{\theta_C}=-g$, $a_{\theta_D}=-10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{sec^2}$

ד. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{a_r^2+a_\theta^2}$

8) $v_{min}=\sqrt{gR}$

9) א. $v=\sqrt{0.58gl}$ ב. $T=1.58mg$ ג. $T_B=1.19mg$, $v_B=\sqrt{0.32gl}$

ד. $T=\frac{1}{\sqrt{2}}mg$

10) $\theta=41.8°$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) גוף נע במעגל

גוף נע במעגל בעל רדיוס $R = 2\text{m}$ בתאוצה זוויתית קבועה: $\alpha = 0.1\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.
הגוף מתחיל תנועתו ממנוחה .

א. מצאו ביטוי למהירות הזוויתית כתלות בזמן.

ב. מהי המהירות הזוויתית ב-$t = 3\text{ sec}$?
מהן המהירות הקווית והתאוצה הרדיאלית באותו הרגע?

ג. מצאו ביטוי לזווית כתלות בזמן.

ד. כמה זמן לקח לגוף לעשות סיבוב אחד?
כמה זמן לקח לגוף לעשות שני סיבובים?

ה. מצאו את הדרך שעשה הגוף כתלות בזמן.

2) פטיפון מסובב תקליט בתאוצה זוויתית

פטיפון מתחיל לסובב תקליט ממנוחה בתאוצה זוויתית קבועה של: $\alpha = 0.2\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.

א. כמה זמן ייקח לתקליט להגיע למהירות זוויתית של: $0.8\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$?

ב. כמה "הסתובב" התקליט ב-2 השניות הראשונות?
(כלומר מה השינוי בזווית של כל נקודה בתקליט)

ג. כמה זמן לקח לתקליט להשלים סיבוב?

ד. כמה זמן לקח לתקליט להשלים 3 סיבובים?

ה. 5 שניות לאחר תחילת הסיבוב מניחים את המחט במרחק של 20cm ממרכז התקליט.
מה מהירות החלק של התקליט שנוגע במחט באותו הרגע?

3) אצן מאיץ במסלול מעגלי

אצן מתחיל לרוץ ממנוחה במסלול מרוץ מעגלי בעל רדיוס של: $R = 20\text{m}$.
האצן רץ בתאוצה קבועה ומגיע למהירות של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ תוך עשר שניות.

א. מהי התאוצה המשיקית של האצן?
ב. מהי התאוצה הזוויתית של האצן?
ג. כמה השתנתה הזווית של האצן במשך עשר השניות?
ד. מהי התאוצה הרדיאלית של האצן כתלות בזמן?

תשובות סופיות:

1) א. $\omega(t) = 0.1t$. ב. $\omega = 0.3\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $v = 0.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $a_r = 0.18\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
ג. $\theta(t) = 0.05t^2$. ד. $t_1 \approx 11.2\text{sec}$, $t_2 \approx 15.9\text{sec}$. ה. $S = 0.1t^2$.

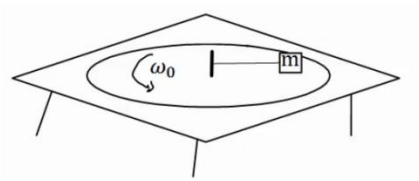
2) א. 4sec. ב. 0.4rad. ג. 7.9sec. ד. 13.7sec.
ה. $0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

3) א. $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. ב. $0.025\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$. ג. 12.5rad. ד. $0.0125t^2$.

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) מסה על דיסק קשורה בחוט

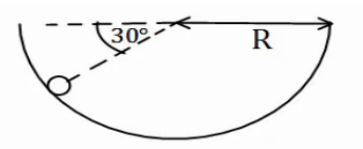


מסה m נמצאת על דיסק המסתובב על גבי שולחן.
המסה קשורה בחוט למוט במרכז השולחן.
המוט מסתובב ביחד עם כל הדיסק.
נתון כי המסה מסתובבת עם הדיסק במהירות זוויתית ω_0.
מהי המתיחות בחוט אם אורכו L?

2) קרוסלה בלונה פארק

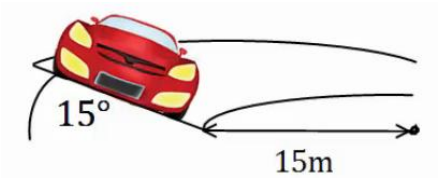
במתקן בלונה פארק ישנה קרוסלה מסתובבת אליה קשורים כבלים עם כסאות, ראה תמונה.
רדיוס "הכתר" הוא $R = 5m$ אורך כל כבל הוא $l = 4m$.
הזווית ביחס לאנך לרצפה בה נטוי כל כבל היא 40 מעלות.
כמה זמן לוקח לקרוסלה להשלים סיבוב?
שים לב שרדיוס הכתר הוא לא רדיוס הסיבוב.

3) כדור בקערה כדורית



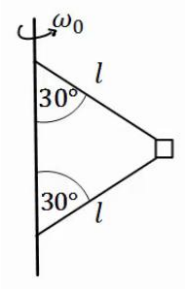
כדור קטן מונח בתוך קערה חצי כדורית בעלת רדיוס R.
מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף.
מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש, כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

4) מכונית במחלף



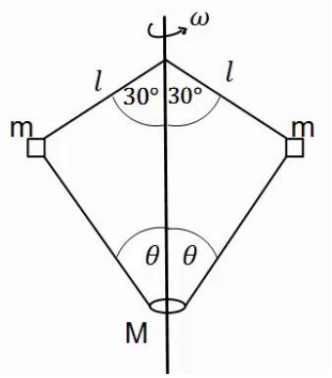
מכונית נוסעת על מחלף משופע.
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.
רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

5) מסה קשורה לעמוד מסתובב



בציור הבא מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט, המסתובב במהירות זוויתית נתונה ω_0. אורך החוטים זהה ונתון l.
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.
מהי המתיחות בכל חוט?

6) שתי מסות קשורות למוט מסתובב וחרוז

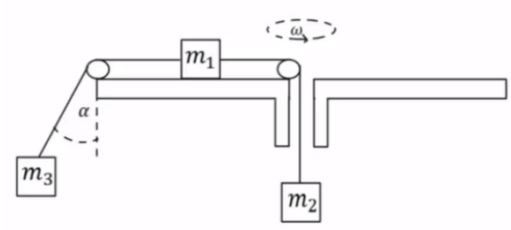


בציור הבא 2 מסות זהות $m = 200g$ קשורות למוט מסתובב, באמצעות חוטים באורך $l = 20\text{cm}$.
המסות קשורות גם לחרוז בעל מסה $M = 0.5\text{kg}$, באמצעות שני חוטים נוספים באורך לא ידוע.
החרוז חופשי לנוע לאורך המוט.
המוט מסתובב במהירות זוויתית $\omega = 20\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וכל המערכת איתו.
הזוויות של החוטים עם המוט נתונות באיור.
מהי המתיחות בכל חוט ומהי הזווית θ?

7) מסה על שולחן מסתובב קשורה לשתי מסות

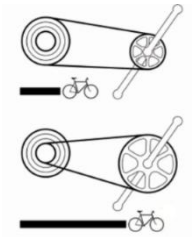
גוף שמסתו $m_1 = 5\text{kg}$ מונח על דיסק חלק המסתובב במהירות זוויתית $\omega = 2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
הגוף קשור מצד אחד למסה $m_2 = 3\text{kg}$ באמצעות חוט העובר דרך חור במרכז הדיסק. מצד שני הגוף קשור למסה $m_3 = 1\text{kg}$ באמצעות חוט היוצא מקצה הדיסק בזווית α, לא ידועה, ביחס לאנך מהדיסק. רדיוס הסיבוב של כל אחד מהגופים קבוע.
נתון כי הרדיוס של m_1 הוא $R_1 = 0.3m$.

א. ציירו את הכוחות הפועלים על כל גוף בנפרד.



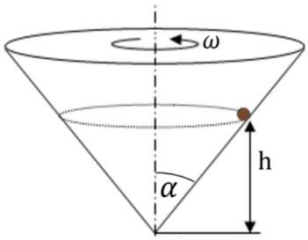
ב. מהי המתיחות בכל חוט?
ג. מהי הזווית α?
ד. מהו R_3?

8) הילוכי אופניים



הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

9) כדור בחרוט מסתובב

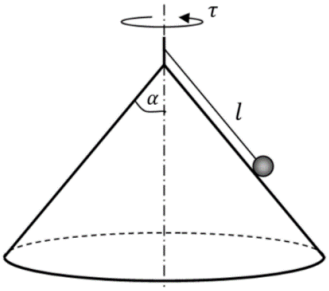


מסובבים חרוט בעל חצי זווית ראש α במהירות זוויתית ω .
כדור קטן מסתובב ביחד עם החרוט בגובה קבוע.

א. הניחו כי אין חיכוך ומצאו מהו הגובה h כתלות ב- α וב- ω?

ב. מהו הכוח השקול הפועל על הכדור?

10) כדור על חרוט הפוך



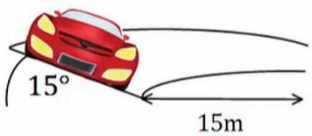
באיור הבא הכדור מחובר באמצעות חוט לציר המחובר לראש החרוט.
מסובבים את החרוט והכדור מסתובב איתו.
נתונים: אורך החוט l, חצי זווית הראש של החרוט α וזמן המחזור של הסיבוב τ.

א. מהי המהירות הקווית של הכדור?

ב. מהי המתיחות בחוט ומהו הנורמל?

ג. באיזו מהירות זוויתית יש לסובב את החרוט על מנת שהכדור יתנתק מן המשטח?

11) מכונית במחלף עם חיכוך*



מכונית נוסעת על מחלף משופע, זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות ורדיוס הסיבוב הוא 15 מטרים.
מקדם החיכוך הסטטי בין הכביש למכונית הוא 0.3.
מצאו את המהירות המקסימאלית האפשרית עבור המכונית כך שלא תחליק.

הערה: בנסיעה רגילה החיכוך הוא **סטטי** למרות שהמכונית בתנועה, זה קשור לאפקט שנקרא גלגול ללא החלקה שבו נקודת המגע של הגלגל עם הכביש נמצאת במנוחה רגעית בגלל הסיבוב של הגלגל.

12) אופנועים בכדור המוות

בכדור המוות בקרקס. אופנועים נוסעים במעגל כמעט אופקי.
מהי המהירות המינימלית שהאופנועים צריכים לנסוע בשביל להישאר במעגל האופקי אם רדיוס המעגל הוא 12 מטר ומקדם החיכוך הסטטי בין האופנוע למשטח הוא 0.4?

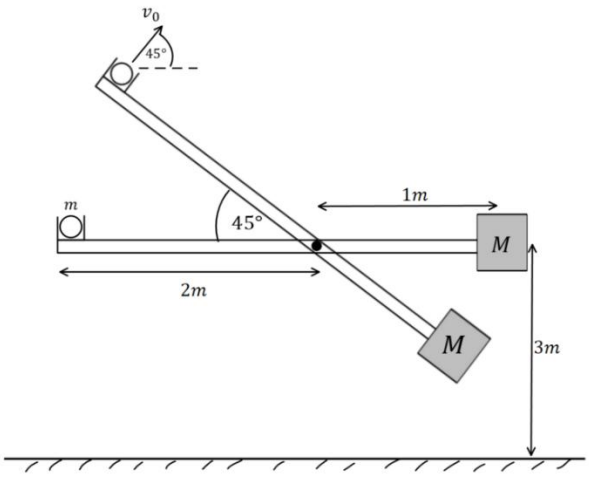
13) מתקן לשיגור כדור

הציור מראה מתקן לשיגור כדור, המורכב ממוט שאורכו 3 מטר שיכול להסתובב סביב ציר אופקי קבוע הנמצא במרחק מטר אחד מקצהו הימני ו-2 מטרים מקצהו השמאלי, כמוראה בציור. הציר קבוע בגובה $h = 3m$ מהרצפה. הכדור שמסתו $m = 2\text{kg}$ מונח במיכל פתוח הקבוע בקצהו השמאלי של המוט. משקולת שמסתה M (לא נתונה) קשורה לקצהו הימני של המוט. משחררים את המערכת ממנוחה במצב אופקי והמוט מתחיל להסתובב.
קיים מנגנון (אינו מוראה בציור) שעוצר את המוט כשהוא מגיע לזווית של $45°$ ביחס לרצפה, וזה גורם לקליע לעזוב את המיכל בזווית זו של $45°$ מעל לרצפה במהירות $v_0 = 4\frac{m}{sec}$. מסת המוט והחיכוך זניחים.

א. מהי מהירות M זמן קצר ביותר לפני שהמוט נעצר בזווית של $45°$?

ב. מהי מסת המשקולת, M, הדרושה כדי שהכדור יעזוב את המוט במהירות הנתונה v_0 בזווית הנ"ל?

ג. באיזו מהירות יפגע הכדור ברצפה, אם הוא עוזב את המוט במהירות הנתונה בסעיף א'? (זכרו שהציר נמצא 3 מטר מעל הרצפה).



14) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה*

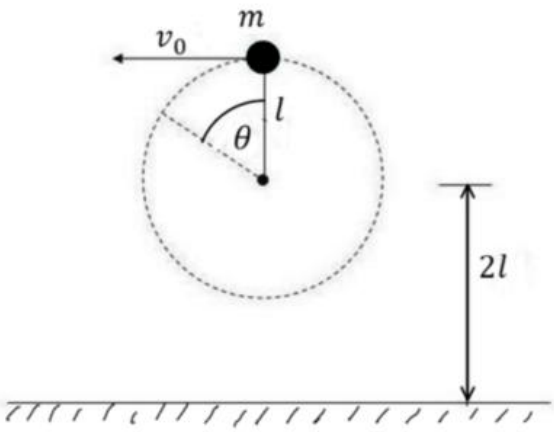
כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l.
הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה.
כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב
מעניקים לו מהירות אופקית v_0.

א. מה המהירות המינימלית v_0 הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מענקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$.
אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על 5.25mg מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.

ג. מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?

ד. תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?



תשובות סופיות:

1) $T = m\omega_0^2 L$

2) $t \approx 5.98sec$

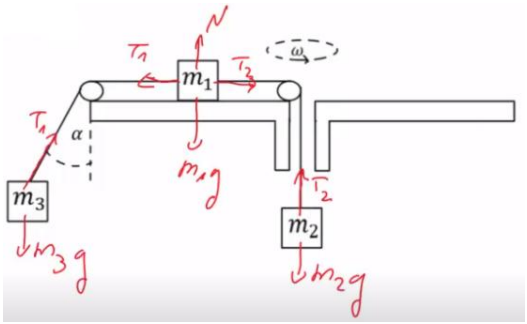
3) $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{Rg}}$

4) $v \approx 6.34\frac{m}{sec}$

5) $T_1 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 l + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\,, T_2 = \frac{1}{2}\left(m\omega_0^2 l - \frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\right)$

6) $T_1 \approx 5.2\mathrm{N}\,, T_2 \approx 5.95\mathrm{N}\,, \theta \approx 65.16°$

7) א.



ב. $T_1 = 24\mathrm{N}\,, \mathrm{T}_2 = 30N$

ג. $\alpha \approx 65°$ ד. $R_3 \approx 5.5m$

8) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$

9) א. $h = \frac{g}{\omega^2 \tan^2\alpha}$ ב. $\sum F = \frac{g}{\tan\alpha}$ למרכז המעגל

10) א. $V = \frac{2\pi}{\tau} l \sin\alpha$ ב. $N = mg\sin\alpha - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l \sin\alpha\cos\alpha\,,$

$T = mg\cos\alpha + m\omega^2 a\sin\alpha$ ג. $\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$

11) $9.6\frac{m}{sec}$

12) $17.3\frac{m}{sec}$

13) א. $2\frac{m}{sec}$ ב. $8.73\mathrm{kg}$ ג. $10.2\frac{m}{sec}$

14) א. $\sqrt{\mathrm{gl}}$ ב. $110°$ ג. $10\frac{m}{sec}$ ד. $0.3sec$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 12 - מתקף ותנע

תוכן העניינים

1. מתקף 147
2. תנע ושימור תנע 148
3. התנגשות אלסטית 152
4. התנגשות פלסטית ורתע 153
5. מקרים מיוחדים 154
6. תרגילים נוספים 155

מתקף:

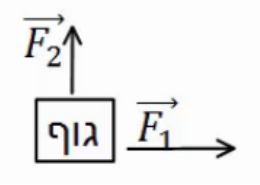
שאלות:

1) שחקן בועט בכדור

שחקן כדורגל בועט בכדור, הכוח הממוצע שמפעיל השחקן הוא 100 ניוטון בכיוון ציר ה- x.
זמן המגע של השחקן עם הכדור הוא 0.2 שניות.
חשב את המתקף שהפעיל השחקן על הכדור.

2) חישוב מתקף כולל

בציור הבא נתון גוף שפועלים עליו שני כוחות: $\vec{F}_1 = 2\hat{x}$, $\vec{F}_2 = 3\hat{y}$.



זמן הפעולה של שני הכוחות הוא: $\Delta t = 0.5\text{sec}$.

א. חשב את המתקף של כל כוח בנפרד.

ב. מצא את וקטור המתקף הכולל. מהו גודלו וכיוונו?

ג. חשב את שקול הכוחות הפועל על הגוף ומצא באמצעות שקול הכוחות את גודל המתקף הכולל.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=20\text{N}\hat{x}$

2) א. $\vec{J}_1 = 1\cdot\hat{x}$, $\vec{J}_2 = 1.5\cdot\hat{y}$

ב. $(1,1.5)$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$, כיוון: $\theta \approx 56.31°$.

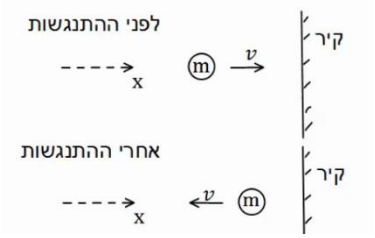
ג. $\sum\vec{F} = 2\hat{x}+3\hat{y}$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$.

תנע ושימור תנע:

שאלות:

1) כדור מתנגש בקיר

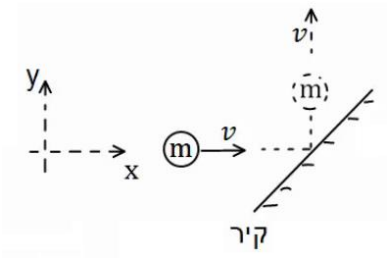
כדור בעל מסה $m=0.5kg$ נע במהירות $v=5\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- x.
ברגע מסויים הכדור מתנגש בקיר וחוזר חזרה באותה מהירות.
התעלם מכוח הכובד.



א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.2 שניה.

2) כדור מתנגש בקיר משופע

כדור בעל מסה $m=0.2kg$ נע במהירות $v=3\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- x.
ברגע מסוים הכדור מתנגש בקיר משופע.
לאחר ההתנגשות הכדור נע בכיוון החיובי של ציר ה- y באותו גודל של מהירות.
התעלם מכוח הכובד.



א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.1 שנייה?

3) כדור מתנגש בכדור במנוחה

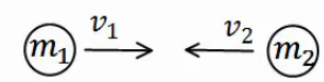
כדור 1 בעל מסה $m_1 = 2kg$ נע במהירות $v_1 = 20\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה-x.
ברגע מסוים הכדור פוגע בכדור 2 הנמצא במנוחה.
מסת הכדור השני היא $m_2 = 3kg$.

לאחר הפגיעה, כדור 1 ממשיך במהירות $u_1 = 5\frac{m}{sec}$ בכיוון החיובי של ציר ה-x.

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

4) שני כדורים נעים אחד כלפי השני

שני כדורים נעים אחד כלפי השני ומתנגשים ברגע מסוים.
מסות הכדורים והמהירות שלהם לפני ההתנגשות
הן: $m_1 = 4kg\ ,\ m_2 = 3kg\ ,\ v_2 = 15\frac{m}{sec}\ ,\ v_1 = 10\frac{m}{sec}$.



מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות היא: $u_2 = 12\frac{m}{sec}$, בכיוון הפוך למהירותו לפני ההתנגשות. הנח שההתנגשות היא מצחית (כלומר, שהכדורים נשארים על אותו ציר לאחר ההתנגשות).

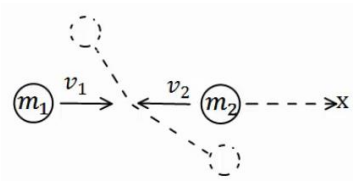
א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

5) התנגשות דו-מימדית

שני כדורים נעים אחד כלפי השני על ציר ה-x.

מהירויות הכדורים ומסותיהן הן: $m_1 = 3kg, m_2 = 4kg,\ v_2 = -5\frac{m}{sec}\hat{x}, v_1 = 10\frac{m}{sec}\hat{x}$.

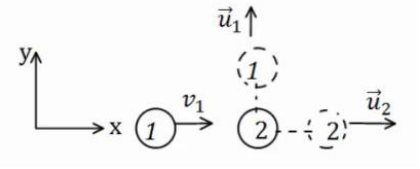
הכדורים מתנגשים ולאחר ההתנגשות כדור אחד נע בזווית של 30 מעלות מתחת לציר ה-x וכדור 2 נע בזווית של 120 מעלות עם ציר ה-x החיובי.



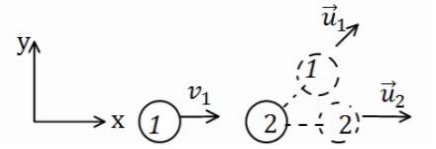
א. מצא את גודל מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.
ב. מה המתקף שפעל על כל כדור?

6) איזה התנגשות אפשרית

כדור מספר 1 נע במהירות חיובית על ציר ה- x.
ברגע מסוים הוא מתנגש בכדור מספר 2 הנמצא במנוחה.
נתון כי לאחר ההתנגשות מהירותו של כדור 2 היא בכיוון ציר ה- x.



א. האם יתכן כי מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא רק בכיוון ציר ה- y?



ב. האם יתכן כי מהירותו לאחר ההתנגשות היא בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- x?

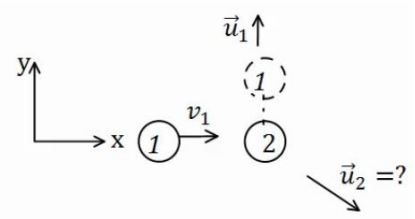
ג. האם יתכן שכדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

ד. האם יתכן כדור מספר 1 נע בכיוון השלילי של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

ה. האם יתכן ששני הכדורים נעים בכיוון השלילי של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

7) מציאת המהירות של כדור 2

כדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה-x.



מסתו היא $m_1 = 3\text{kg}$ ומהירותו היא $v_1 = 12\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$.
הכדור פוגע בכדור מספר 2 שמסתו היא $m_2 = 4\text{kg}$
הנמצא במנוחה.

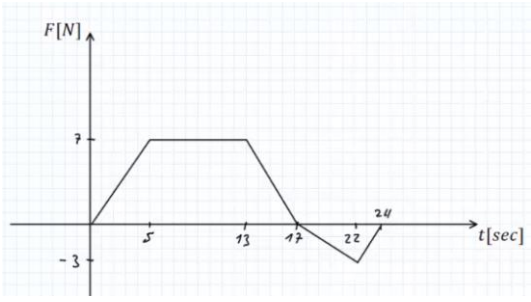
מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (בכיוון ציר ה- y החיובי בלבד).

א. מצא את וקטור המהירות של כדור 2 לאחר ההתנגשות.

ב. מהו גודלה של המהירות ומהו כיוונה?

8) גרף של כוח כתלות בזמן

גוף בעל מסה של 2kg נע לאורך קו ישר בהשפעת כוח המשתנה בזמן.
גודלו של הכוח כתלות בזמן נתון בגרף.
הגוף התחיל תנועתו ממנוחה.



א. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד ל- $t = 17\text{sec}$, מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ב. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד לרגע $t = 24\text{sec}$, מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ג. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך הזמן $17\text{sec} < t < 24\text{sec}$?
מה משמעות הסימן של המתקף?

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{p}=2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\Delta\vec{p}=-5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$

ד. $\vec{J}_T=\vec{J}_N=\Delta\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ה. $\vec{N}=-25\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\hat{x}=-25\text{N}\hat{x}$

2) א. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{y}$ ג. $(-0.6,\ 0.6)$

ד. $\vec{J}_N=(-0.6,0.6)\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\vec{N}=(-6,\ 6)\text{N}$

3) א. $\vec{p}_T=40\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $\vec{u}_2=10\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\vec{J}_{T1}=-30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_{T2}=30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

4) א. $\vec{p}_T=-5\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $u_1=-10.25\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\vec{J}_1=-81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_2=81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

5) א. $u_2=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $u_1=5.78\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\vec{J}_1=(-14.97,\ -8.67)$

6) א. לא. ב. לא. ג. כן. ד. כן. ה. לא.

7) א. $\vec{u}_2=(9,\ -6)\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. גודל: $|\vec{u}_2|\approx 10.82\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta=33.69°$.

8) א. $v_F(t=17\text{sec})=43.75\frac{m}{\text{sec}}$, $J=87.5\text{N}\cdot\text{sec}$

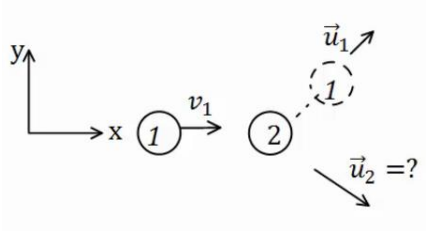
ב. $v(t=24\text{sec})=38.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $J=77N\cdot\text{sec}$

ג. $J_{17<t<24}=-10.5$, המשמעות של הסימן שהכוח שמפעיל את המתקף פועל בכיוון השלילי.

התנגשות אלסטית:

שאלות:

1) התנגשות אלסטית



כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ פוגע בכדור שני הנמצא במנוחה. מהירותו של הכדור הראשון לפני ההתנגשות היא $v_1 = 20\frac{m}{sec}$.
נתון כי מהירותו של הכדור הראשון לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 45 מעלות ביחס לכיוון פגיעתו.
מצא את מהירות הכדור השני ומסתו, אם ידוע שההתנגשות היא אלסטית.

2) התנגשות אלסטית מצחית

גוף בעל מסה $m_1 = 5kg$ נע על ציר ה- x ומתנגש בגוף אחר בעל מסה $m_2 = 8kg$, הנע על ציר ה- x גם כן.

מהירויות הגופים לפני ההתנגשות הן: $v_2 = 5\frac{m}{sec}\hat{x}$, $v_1 = 20\frac{m}{sec}\hat{x}$, בהתאמה.
ידוע שההתנגשות היא פלסטית ומצחית.
מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

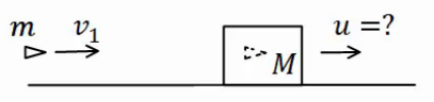
1) מסה: $m_2 \approx 1.45kg$, מהירות: $u_{2_y} = -9.75\frac{m}{sec}$, $u_{2_x} = 17.86\frac{m}{sec}$.

2) $u_1 = 1.54\frac{m}{sec}$, $u_2 \approx 16.54\frac{m}{sec}$

התנגשות פלסטית ורתע:

שאלות:

1) קליע נתקע בבול עץ



קליע נע במהירות $v_1 = 100\frac{m}{sec}$ לעבר בול עץ הנמצא במנוחה. הקליע חודר לבול העץ ונתקע בתוכו.
מסת הקליע היא $m = 20gr$ ומסת בול העץ היא $M = 5kg$.
מצא את המהירות המשותפת של הגופים לאחר הפגיעה.

2) קליע נורה מרובה

כדור נורה מרובה הנמצא במנוחה.
מהירות הכדור לאחר הירי היא $u_1 = 100\frac{m}{sec}$, ומסת הכדור היא $m = 20gr$.
מהי מהירות הרובה, אם מסת הרובה היא $M = 3kg$?

3) טיל מתפרק

טיל טס באוויר במהירות $v = 540\frac{km}{hr}$ בקו ישר, מסת הטיל היא $M = 50kg$.
ברגע מסוים הטיל מתפוצץ לשני חלקים. מסת החלק הראשון היא $m_1 = 20kg$.
מצא את מהירות החלק השני במקרים הבאים:

א. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 72\frac{km}{hr}$ בכיוון הפוך לכיוון אליו נע הטיל לפני הפיצוץ.

ב. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 360\frac{km}{hr}$ בכיוון 30 מעלות מתחת לכיוון אליו עף הטיל לפני הפיצוץ.

תשובות סופיות:

1) $u = \frac{2}{5}\frac{m}{sec}$

2) $u_2 = -\frac{2}{3}\frac{m}{sec}$

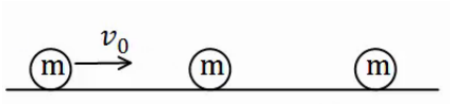
3) א. $u_2 = 948\frac{km}{hr}$ ב. $u_{2_y} = 33.34\frac{m}{sec}$, $u_{2_x} \approx 192.3\frac{m}{sec}$

מקרים מיוחדים:

שאלות:

1) פגיעה כפולה

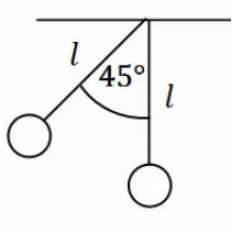
שלושה כדורים זהים נמצאים על מישור אופקי חלק.
הכדור השמאלי נע במהירות v_0 כלפי הכדור האמצעי.
מצא את מהירויות כל אחד מהגופים לאחר כל התנגשות, אם:



א. כל ההתנגשויות הן אלסטיות מצחיות.
ב. כל ההתנגשויות הן פלסטיות.

2) מטוטלת פוגעת במטוטלת

שני כדורים זהים תלויים באמצעות חוטים בעלי אורך זהה l.
מסיתים את הכדור השמאלי בזווית של 45 מעלות ומשחררים אותו ממנוחה.



א. מהי מהירותו רגע לפני הפגיעה בכדור הימני?
ב. מהי מהירות הכדור השמאלי לאחר הפגיעה אם ההתנגשות היא אלסטית?
ג. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע הכדור לאחר הפגיעה?
ד. מה יקרה לאחר מכן?
ה. חזור על סעיפים ב' , ג' אם ההתנגשות היא פלסטית.

3) מקדם תקומה

גוף בעל מסה m נע במהירות v על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8.
מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

1) א. הכדור הראשון והשני מהירותם 0, והכדור השלישי מהירותו v_0.

ב. $\tilde{u} = \frac{v_0}{3}$.

2) א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $u_2 = v = \sqrt{0.58gl}$ ג. $\theta_{max} = 45°$

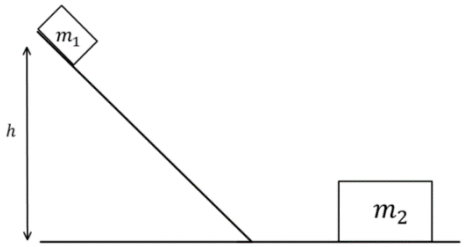
ד. התהליך חוזר על עצמו לנצח. ה. (ב) $u = \frac{1}{2}v$, (ג) $\theta \approx 21.95°$

3) $u_1 = -0.35v$, $u_2 = 0.45v$

תרגילים נוספים:

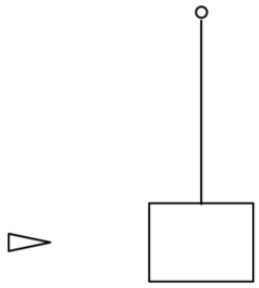
שאלות:

1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה



גוף בעל מסה $m_1 = 2kg$ משוחרר ממנוחה על
מדרון משופע בגובה $h = 1m$.
בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5kg$.
הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשן
בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.

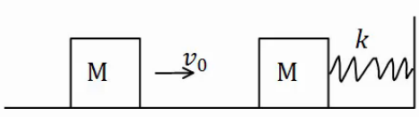
2) קליע חודר מטוטלת בליסטית



בול עץ בעל מסה $2kg$ קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
קליע בעל מסה $5gr$ נע במהירות $v_1 = 450\frac{m}{sec}$ פוגע
בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני
במהירות $u_1 = 150\frac{m}{sec}$.
לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?

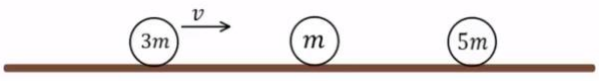
3) שתי מסות וקפיץ

מסה M נעה במהירות v_0 ומתנגשת במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
המסה הנוספת מחוברת לקפיץ רפוי.
קבוע הקפיץ, המהירות ההתחלתית והמסות נתונים.
מצא את הכיווץ המקסימלי, אם:



א. ההתנגשות היא פלסטית.
ב. ההתנגשות אלסטית.
ג. חשב את המתקף שפעל על כל גוף בכל אחד מהמקרים.

4) שלושה כדורים



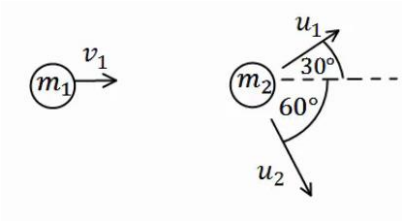
שלושה כדורים מונחים על משטח אופקי חלק כפי שמתואר באיור.
הכדור השמאלי בעל מסה 3m נע במהירות v ומתנגש התנגשות אלסטית בכדור בעל מסה m הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתנגש הכדור בעל מסה m בכדור בעל מסה 5m הנמצא במנוחה התנגשות פלסטית.

א. מהי מהירות הכדורים m ו-3m לאחר ההתנגשות הראשונה?

ב. מהי המהירות המשותפת של הכדורים m ו-5m לאחר ההתנגשות השנייה?

ג. כמה זמן חלף מרגע ההתנגשות הראשונה עד לרגע ההתנגשות השלישית, זו של הכדור 3m בכדורים הדבוקים?

5) איבוד אנרגיה

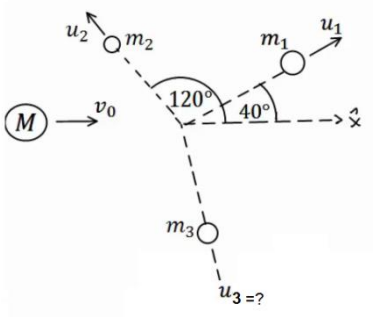


כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ ומהירות $v_1 = 10\frac{m}{sec}$,
מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3kg$ הנמצא במנוחה.
לאחר ההתנגשות, הכדור הראשון נע בכיוון 30 מעלות מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60 מעלות מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית?
אם לא, כמה אנרגיה אבדה בהתנגשות?

6) פצצה



פצצה בעלת מסה $M = 13kg$ נעה באוויר במהירות קבועה $v_0 = 100\frac{m}{sec}$. ברגע מסוים הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר.
מסת החלק הראשון היא $m_1 = 4kg$ והוא נע במהירות $u_1 = 80\frac{m}{sec}$ בזווית של 40 מעלות ביחס לכיוון המקורי.

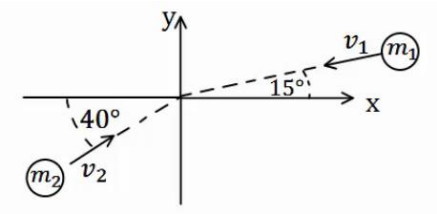
מסת החלק השני היא $m_2 = 2kg$ והוא נע במהירות $u_2 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 120 מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא $7kg$.
מצא את מהירות החלקיק השלישי.

7) שני גופים שני מימדים

שני גופים, בעלי מסות: $m_1 = 2kg$, $m_2 = 3kg$, נעים לכיוון הראשית.

מהירויות הגופים הן: $v_1 = 20\frac{m}{sec}$, $v_2 = 10\frac{m}{sec}$, בהתאמה, וכיוונם נתון באיור.

הגופים מתנגשים בראשית.



מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות, אם:

א. ההתנגשות היא פלסטית.

ב. ההתנגשות היא אלסטית, והגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה- y לאחר ההתנגשות.

8) כדור גולף על כדורסל

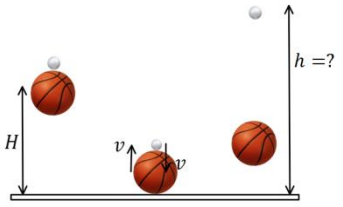
כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5m$.

משחררים אותם ליפול ממנוחה.

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף, אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא $m = 46gr$,

ומסת הכדורסל היא $M = 624gr$.



9) ארגז בתוך קרונית המתנגשת בקיר

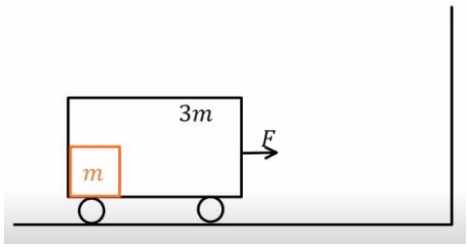
ארגז שמסתו m מונח בתוך קרונית סגורה בצמוד לדופן השמאלי של הקרונית.

מסת הקרונית היא 3m והיא מתחילה ממנוחה.

מפעילים כוח F קבוע ימינה במשך T שניות.

אין חיכוך בין הקרונית לקרקע.

נתון: m , T , F.



א. מהי מהירות הקרונית בתום הזמן T?

ב. מהו הכוח N שהארגז מפעיל על הדופן השמאלית של הקרונית?

ג. בתום פעולת הכוח הקרונית מתנגשת בקיר התנגשות אלסטית לחלוטין. הארגז ממשיך את תנועתו מלפני ההתנגשות עד אשר הוא מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות פלסטית. מהי מהירות הקרונית לאחר ההתנגשות השנייה בארגז?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות הפלסטית של הארגז בדופן הימנית?

10) מטוטלת פוגעת במסה שנע במדרון עם קפיץ

גוף בעל מסה $m_1 = 1kg$ קשור לתקרה באמצעות חוט שאורכו $L = 0.6m$.

מסיטים את החוט בזווית $50°$ מהאנך לתקרה ומשחררים ממנוחה.

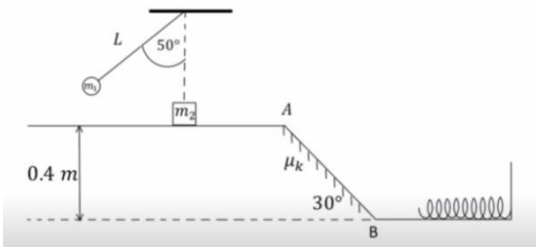
בתחתית המסלול של תנועתו מתנגש הגוף

בגוף שני בעל מסה $m_2 = 2kg$ הנמצא

במנוחה על משטח אופקי חלק. גובה המשטח

מעל הקרקע הוא $0.4m$. מיד לאחר ההתנגשות

גוף 1 מקבל מהירות של $0.4\frac{m}{sec}$ אחורה



וגוף 2 נע קדימה. בנקודה A גוף 2 עובר למישור משופע לא חלק בעל מקדם חיכוך $\mu_k = 0.1$ וזווית שיפוע $30°$. בנקודה B גוף 2 חוזר למישור אופקי חלק

בגובה הקרקע ומתנגש בקפיץ בעל קבוע $k = 200\frac{N}{m}$.

א. מהי המהירות של גוף 1 רגע לפני ההתנגשות?

ב. מהי המהירות של גוף 2 מיד לאחר ההתנגשות?

ג. מהי המהירות של גוף 2 בנקודה B?

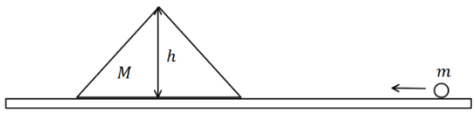
ד. מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?

ה. מהי המהירות של גוף 2 כאשר הקפיץ מכווץ בחצי מהכיווץ המקסימלי?

11) כדור עולה על מדרון משולש

מדרון משולש בעל גובה $h = 3m$ חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך). מסת המדרון היא: $M = 15kg$.

מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5kg$



על המשטח לכיוון המדרון. התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.

א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור (ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

12) קפיץ נמשך משתי קצותיו

על שולחן אופקי חלק מונחים שני גופים בעלי מסות $M = 5kg$ ו- $m = 3kg$ המחוברים לקצותיו של קפיץ בעל קבוע כוח $k = 150\frac{N}{m}$ ואורך חופשי $l_0 = 0.4m$.

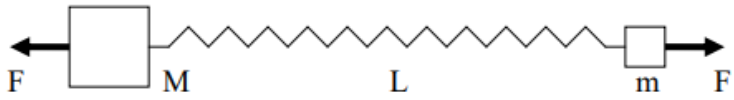
על הגופים פועלים שני כוחות, F, שווים בגודלם והפוכים בכיוונם.

המערכת נמצאת במנוחה כאשר הקפיץ מתוח ואורכו הוא L (ראה ציור).

א. מה תהיה המתיחות וההתארכות בקפיץ כאשר $F = 15N$?

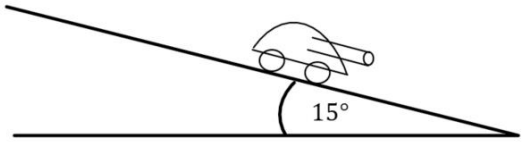
ב. במקרה אחר, משחררים את המערכת ממצב של מנוחה כאשר $L=0.6m$ ו- F לא ידוע. מה יהיה אורכו של הקפיץ כאשר הוא מגיע להתכווצותו המקסימלית לאחר השחרור?

ג. בסעיף ב', מה תהיה המהירות המקסימלית של M לאחר השחרור?



13) טנק יורה פגזים ועולה במדרון**

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני. מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?



14) קובייה נעה על לוח שזז-כולל תנועה יחסית**

קובייה קטנה שמסתה $m=1kg$ נמצאת על לוח ארוך שמסתו $M=3kg$ כמוראה בציור. הלוח נמצא על שולחן אופקי חלק (ללא חיכוך) ובזמן $t=0$ מהירותו היא אפס יחסית לשולחן. באותו זמן ($t=0$) הקובייה נעה על הלוח במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ יחסית ללוח ובכיוון ימינה. מקדם החיכוך הקינטי בין הקובייה ללוח הוא $\mu_k=0.2$. כעבור זמן מסוים נעצרת הקובייה על הלוח (לפני שהיא מגיעה לקצהו), כך ששניהם נעים יחד באותה מהירות על השולחן.

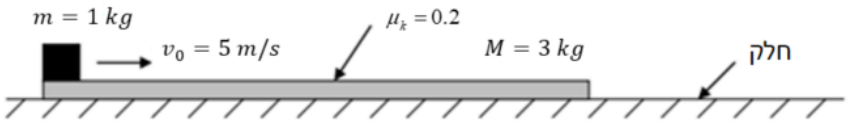
א. חשבו את המהירות המשותפת של הקובייה והלוח, לאחר עצירת הקובייה על הלוח ביחס למעבדה.

ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הקובייה עד לעצירתה על הלוח (גודל וכיוון)?

ג. מהו הכוח האופקי הפועל על הלוח עד לעצירת הקובייה על הלוח (גודל וכיוון)?

ד. מהי תאוצת הקובייה ביחס למעבדה ומהי תאוצת הקובייה ביחס ללוח?

ה. מהו המרחק שעברה הקובייה ביחס ללוח עד לעצירתה ביחס אליו?



תשובות סופיות:

1) 0.18m

2) 0.028m

3) א. $\Delta x_{\max}=\sqrt{\frac{m}{k}\cdot\frac{1}{2}v_0^2}$ ב. $\Delta x_{\max}=\sqrt{\frac{m}{k}v_0^2}$

ג. (א) $\vec{J}_2=\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$, $\vec{J}_1=-\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$ (ב) $\vec{J}_2=mv_0\hat{x}$, $\vec{J}_1=-mv_0\hat{x}$.

4) א. $u_1=\frac{1}{2}v$, $u_2=\frac{3}{2}v$ ב. $u=\frac{1}{4}v$ ג. $t=10\sec$

5) א. $u_2=3.34\frac{m}{sec}$, $u_1=8.66\frac{m}{sec}$ ב. לא, $Q=8.27\text{J}$.

6) $u_{3_y}\approx-32\frac{m}{sec}$, $u_{3_x}\approx152\frac{m}{sec}$

7) א. $u_y\approx1.79\frac{m}{sec}$, $u_x\approx-3.13\frac{m}{sec}$

ב. $u_2=13.11\frac{m}{sec}$, $u_{1_y}\approx-15.20\frac{m}{sec}$, $u_{1_x}\approx-7.83\frac{m}{sec}$

8) $h\approx12.3\text{m}$

9) א. $v(T)=\frac{F}{4m}T$ ב. $N=\frac{F}{4}$ ג. $\tilde{u}=\frac{FT}{8m}$ ד. $E=\frac{3F^2T^2}{32m}$

10) א. $v=2.07\frac{m}{sec}$ ב. $u_2\approx1.235\frac{m}{sec}$ ג. $v_B=2.853\frac{m}{sec}$

ד. $\Delta l_{\max}\approx0.285\text{m}$ ה. $v=2.47\frac{m}{sec}$

11) א. $v_0=8.94\frac{m}{sec}$ ב. $u=\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ ג. $u_1'=2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$, $u_2'=-2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$

12) א. 0.1m , 15N ב. 0.2m ג. $0.74\frac{m}{sec}$

13) 60m

14) א. $1.25\frac{m}{sec}$ ב. 2N שמאלה. ג. 2N ימינה.

ד. $-\frac{8}{3}\frac{m}{sec^2}$ ה. 4.7m

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 13 - מרכז מסה -

תוכן העניינים

1. הסבר בסיסי על מרכז מסה 161
2. תנועה לפי הכוחות החיצוניים ..... (ללא ספר)
3. שני תרגילים 163

הסבר בסיסי על מרכז מסה:

רקע

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד , לדוגמה לרכיב x :

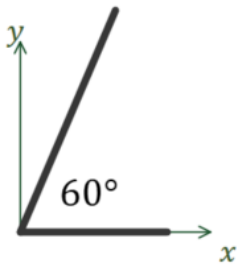
$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

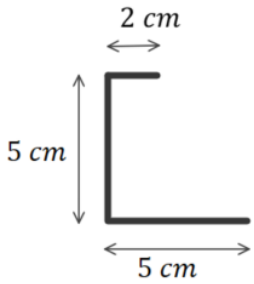
שאלות:

1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית



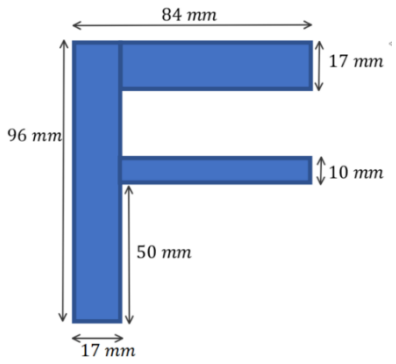
המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.
מוט ראשון באורך 3c.m נמצא לאורך ציר ה- x
ומסתו 2kg , מוט שני נמצא בזווית $60°$ עם ציר ה- x
החיובי אורכו 5c.m ומסתו 3kg .
מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).

2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ



המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה.
מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.

3) דוגמה - מרכז מסה של F



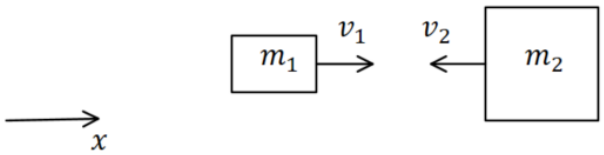
מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.
המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.

א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.

ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

4) דוגמה - מהירות מרכז מסה בהתנגשות

שני גופים בעלי מסות m_1 ו-m_2 נעים על קו ישר אחד כלפי השני במהירויות v_1 ו- v_2. חשבו את מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות.



תשובות סופיות:

1) $x_{c.m}=1.35c.m$, $y_{c.m}=1.3c.m$

2) $x_{c.m}=1.2c.m$, $y_{c.m}=1.875c.m$

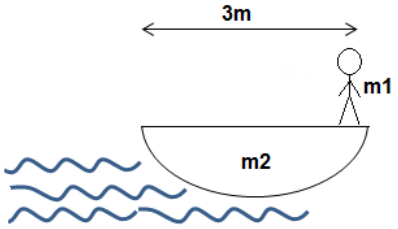
3) א. $x_{c.m}=31mm$, $y_{c.m}=62mm$ ב. $x_{c.m}=14mm$, $y_{c.m}=62mm$

4) $\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$

שני תרגילים:

שאלות:

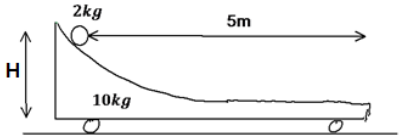
1) נער על סירה



אדם עומד בקצה סירה באורך 3 מטר.
מסת האדם היא 70 קילוגרם ומסת הסירה 100 קילוגרם.
האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה.
כמה זזה הסירה?
(הזנח את החיכוך בין המים לסירה).

נתון: $m_1 = 70kg$, $m_2 = 100kg$.

2) כדור על קרונית



כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה.
הכדור מונח בגובה $H = 1m$ ובמרחק של $5m$ מטר מקצה הקרונית.

מסת הקרונית: $m_1 = 10kg$, מסת הכדור: $m_2 = 2kg$.

א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.

ב. מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית היא רק בכיוון ציר ה-x.

תשובות סופיות:

1) $x = \frac{14}{17}m$

2) א. $\Delta x_1 = -\frac{10}{12}m$ ב. $u_2 \approx 4.08\frac{m}{sec}$, $u_1 \approx -0.82\frac{m}{sec}$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 14 - מומנט כוח -

תוכן העניינים

1. מומנט כוח - הסבר 164
2. מכפלה וקטורית ..... (ללא ספר)
3. תרגיל - מומנטים על משולש 166
4. משוואת מומנטים ..... (ללא ספר)
5. תרגילים מסכמים 167

מומנט כוח - הסבר:

רקע

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

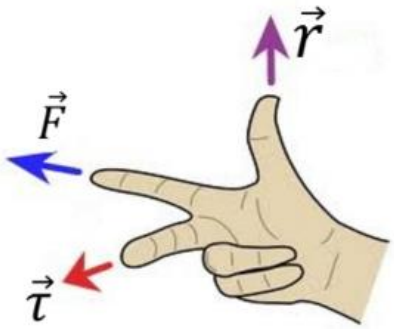
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח.

ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון
גודל המומנט :

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

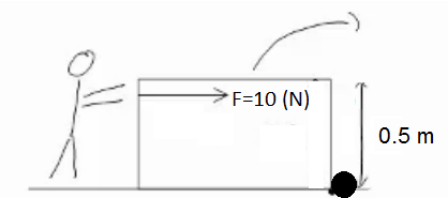
כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג



משוואת מומנטים : אם גוף נמצא במנוחה אז סכום המומנטים הפועלים עליו שווה
לאפס.

שאלות:

1) מרחק אפקטיבי



אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח F (ראו תמונה).
לארגז אין חיכוך עם המשטח.
האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד שנתקע באבן והארגז מתהפך (מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).
חשבו את גודל מומנט הכוח.

תשובות סופיות:

1) $|\vec{\tau}| = 5N \cdot m$

תרגיל - מומנטים על משולש:

שאלות:

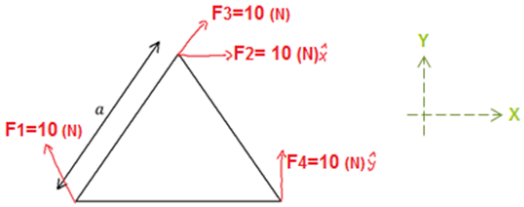
1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a.

א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש M ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש נמצא בנק': $\left(\frac{1}{2}a\ ,\ \frac{1}{2\sqrt{3}}a\right)$.
חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין F_1 לדופן המשולש היא 60 מעלות.



תשובות סופיות:

1) א. $\tau_1 = 0!\ ,\ \vec{\tau}_2 = -5\cdot\sqrt{3}a\ ,\ \vec{\tau}_3 = 0!\ ,\ \tau_4 = 10a$ ב. $\tau_g = -Mg\frac{1}{2}a$

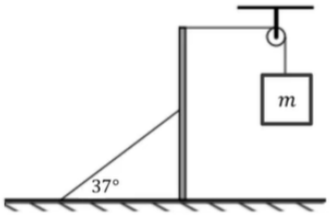
ג. $\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}\ ,\ \tau_2 = -10\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}a\ ,\ \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a\cdot 10\cdot\sin 30°\ ,\ \tau_4 = 10\cdot\frac{1}{2}a\ ,\ \tau_g = 0$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת

מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים.
המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו
השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של $37°$.
הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט
אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה $m = 7kg$.
המערכת נמצאת במנוחה.

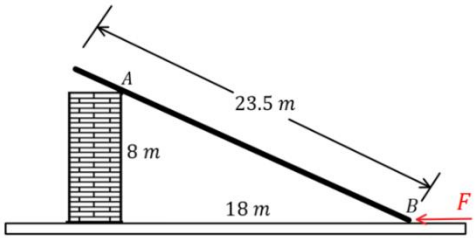


א. מהי המתיחות בחוט המחובר אל המשטח?

ב. מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

2) קורה על קיר אנכי

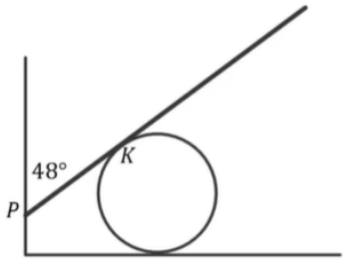
באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה
שאורכה הכולל הוא $23.5m$.
מסת הקורה היא $140kg$.
הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק
שגובהו $8m$.



קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק $18m$ מהקיר
ובקצה הזה פועל כוח אופקי F, כמתואר באיור.
מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s = 0.3$.
מהו F המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

3) מוט נשען על כדור

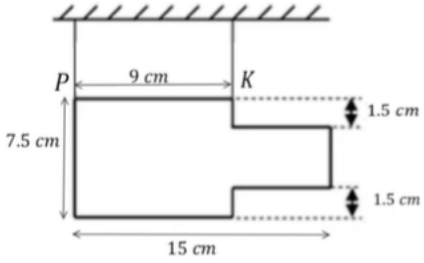
נתון מוט דק שאורכו $L = 3.5m$ ומסתו $m = 7kg$
הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט.
נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K.
בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך
בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר
היא $48°$. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט
הוא $\mu_s = 0.15$.



א. מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם
נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?

ב. מהו המרחק בין הנקודות P ו- K במצב זה?

4) טבלה מעץ

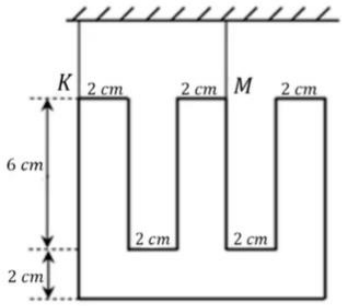


טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.

ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

5) שלט בצורת האות ש



שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו- M.

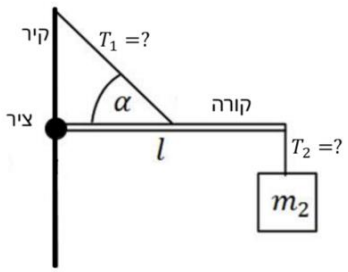
א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.

ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר

קורה בעלת מסה m_1 ואורך l מחוברת לקיר באמצעות ציר.

בקצה הקורה קשורה מסה m_2 התלויה במנוחה.

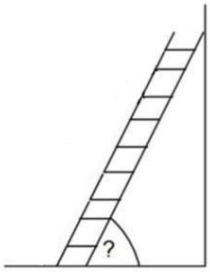


מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא α.

א. מהי המתיחות בחוטים?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

7) סולם נשען על קיר



סולם נשען על קיר.

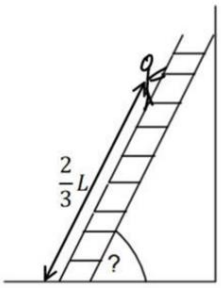
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.

מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s. אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.
אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם.
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.
מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s. מסת האדם כפולה ממסת הסולם.
מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?



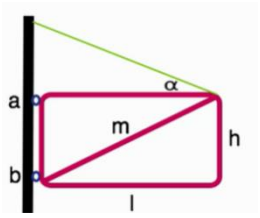
9) מומנטים על שער

שער שגובהו h ואורכו l מחובר לקיר בשני צירים a ו-b.
על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה a מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

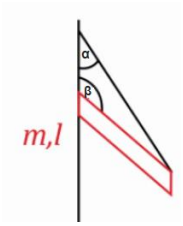
ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר b?

ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?



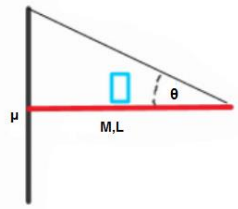
10) גגון מוחזק אל קיר

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.
מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.



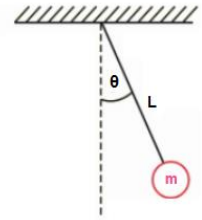
11) מסה על גגון מחליק

גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט.
מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?



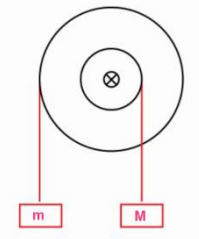
12) מטוטלת מתמטית

מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.

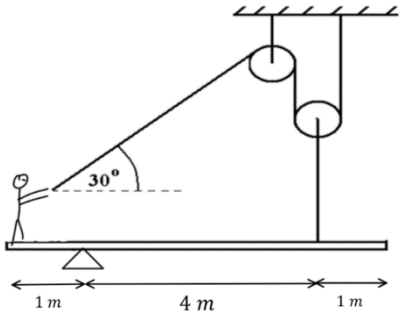


13) מנוף מדיסקה כפולה

נתונה המערכת שבשרטוט.
רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה
ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות

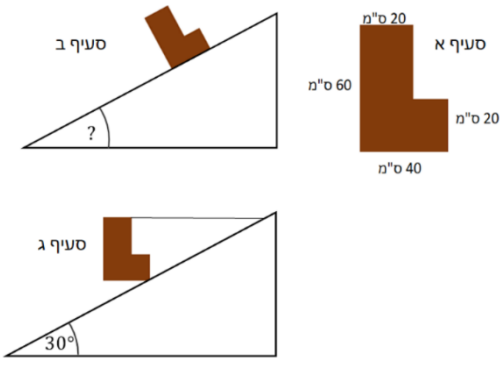


אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg.
הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם.
האורך הכולל של הקורה הוא 6m.
האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור.
הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

א. מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
ב. מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

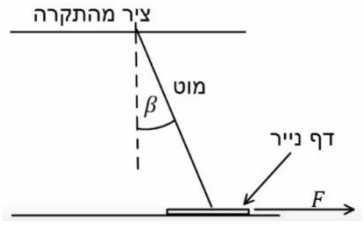
15) L על מישור משופע*

באיור נתון גוף משטחי בצורת L.
צפיפות המסה של הגוף היא: $\sigma = 5\frac{kg}{m^2}$.



א. מהו מרכז המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
ב. מניחים את הגוף על מישור משופע. מהי הזווית המקסימאלית של המישור עבורה הגוף לא יתהפך?
ג. קושרים את הגוף למישור באמצעות חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה ומותחים את החוט עד שהגוף מתיישר במקביל לקרקע.
מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא 30° והגוף במנוחה.

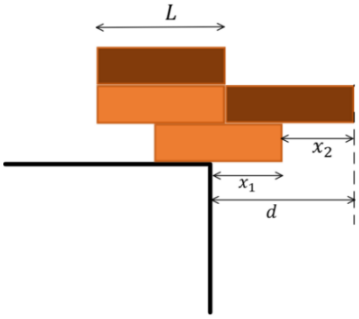
16) מוט נשען על דף נייר*



מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר.
בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה.
מסת דף הנייר זניחה.
הזווית בין המוט לאנך היא β ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא μ_s.

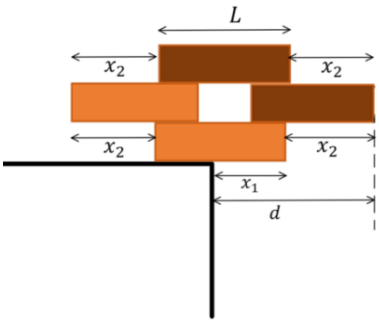
א. מושכים את הנייר ימינה בכוח F.
מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
ב. חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.

17) ערימת קוביות 1



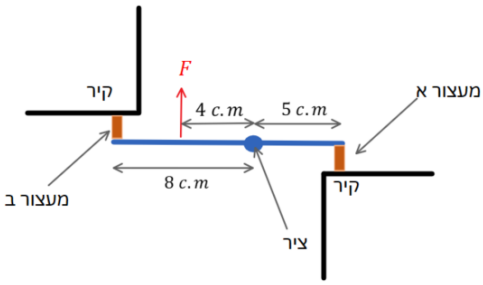
ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו-x_2 במצב זה?

18) ערימת קוביות 2*



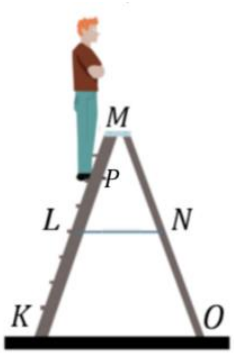
ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו-x_2 במצב זה?

19) מוט עם שני מעצורים מגומי**



באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני.
בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי.
מפעילים כוח $F=200N$ במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים.
המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו.
מהו הכוח שפועל על כל מעצור?
רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.

20) אדם על סולם עם שתי רגליים**



אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה.
נתונים אורכי הקטעים הבאים:
$KM=OM=2.34m$, $KP=1.70m$, $LN=0.746m$.

א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K.

ב. מצאו את המתיחות בכבל.

רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

תשובות סופיות:

1) א. $T_2 \approx 180N$ ב. $f_s = T_1 = 70N$, ימינה.

2) $F_{max} \approx 521N$

3) א. $N_2 \approx 110N$ ב. $PK \approx 0.84m$

4) א. $x_{c.m.} = 6.6c.m.$, $y_{c.m.} = 3.75c.m$ ב. $T_2 = 3N$, $T_1 = 1N$

5) א. $x_{c.m.} = 5c.m.$, $y_{c.m.} \approx 4.4c.m$ ב. $T_K = 6.7N$, $T_M = 33.3N$

6) א. $T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin\alpha}$, $T_2 = m_2 g$

ב. $\tan\theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2}\tan\alpha$, $F = \sqrt{\left((m_1 + 2m_2)g\cot\alpha\right)^2 + (m_2 g)^2}$

7) $\tan\theta = \frac{1-\mu_s^2}{2\mu_s}$

8) $\tan\theta = \frac{11-7\mu_s^2}{18\mu_s}$

9) ראה סרטון.

10) ראה סרטון.

11) ראה סרטון.

12) $\sum\tau = -mgl\sin\theta + Tl\sin\theta = -mgl\sin\theta$

13) $\sum\tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R}$

14) א. $T_1 = 20N$ ב. $F_y = 1000N$, $F_x = 10\sqrt{3}N$ שמאלה

ג. $\mu_{s_{min}} = 0.027$

15) א. $x_{c.m.} = 0.15m$, $y_{c.m.} = 0.25m$ ב. $\alpha = 31^\circ$

ג. $T = 3.3N$

16) א. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$ ב. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$

17) $x_1 = \frac{5L}{8}$, $x_2 = \frac{L}{2}$, $d = \frac{9L}{8}$

18) $x_1 = \frac{L}{2}$, $x_2 = \frac{2L}{3}$, $d = \frac{7L}{6}$

19) $F_R \approx 45N$, $F_L \approx 72N$

20) א. $N_O \approx 291N$, $N_k = 509N$ ב. $T_L \approx 196N$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 15 - אלסטיות

תוכן העניינים

1. שיווי משקל ומודול יאנג 173
2. מודול הגזירה ..... (ללא ספר)
3. מודול הנפח ..... (ללא ספר)
4. שבירה 174
5. תרגילים 175

שיווי משקל ומודול יאנג:

שאלות:

1) התארכות של מיתר גיטרה

מיתר גיטרה באורך של 80 ס״מ עשוי מברונזה וקוטרו 0.5 מ״מ.

קבוע יאנג של ברונזה הוא בערך $110\cdot10^9\,\text{Pa}$.

בכמה מתארך המיתר אם מופעל עליו כוח מתיחות של 50 ניוטון?

תשובות סופיות:

1) $\Delta l \approx 1.86\cdot10^{-3}\,\text{m}$

שבירה:

שאלות:

1) מתיחות מקסימלית במיתר גיטרה

מיתר של גיטרה עשוי מפלדה, המיתר עגול וקוטרו 0.4 מ״מ.
הערך מהי המתיחות בה המיתר יקרע.

Ultimate Strengths of Materials (force/area)		מאמץ מקסימלי (כוח ליחידת שטח)	
החומר	מתיחה (N/m^2)	ביווץ (N/m^2)	גזירה (N/m^2)
Iron, cast	170×10^6	550×10^6	270×10^6
Steel	500×10^6	500×10^6	250×10^6
Brass	250×10^6	250×10^6	200×10^6
Aluminum	250×10^6	200×10^6	200×10^6
Concrete	2×10^6	20×10^6	2×10^6
Brick		35×10^6	
Marble		80×10^6	
Granite		170×10^6	
Wood (pine) (parallel to grain)	40×10^6	35×10^6	5×10^6
(perpendicular to grain)		10×10^6	
Nylon	500×10^6		
Bone (limb)	130×10^6	170×10^6	

תשובות סופיות:

1) $F_{max} = 62.8N$

תרגילים:

שאלות:

1) תיבת ברזל מונחת על שני תומכים

תיבת ברזל מונחת על שני תומכים גליליים העשויים מחומרים שונים. רדיוס התומך הימני באיור הוא חצי מרדיוס התומך השמאלי. מודול יאנג של התומך השמאלי כפול מזה של התומך הימני.
התיבה מוחזקת אופקית בצורה מושלמת.

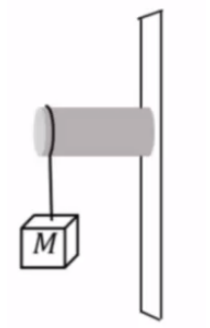
א. מה החלק היחסי של המסה שמחזיק כל תומך?

ב. מהו היחס בין המרחק של התומך הימני ממרכז המסה של התיבה לזה של התומך השמאלי?

2) שולחן מתנדנד

לשולחן ריבועי יש 3 רגלים באורך 1 מטר ורגל רביעית הקצרה ב- $d = 0.5mm$. מניחים משקולת של 300 ק"ג על השולחן כך שהשולחן מתאזן. הרגליים הן גלילים מעץ בקוטר $1c.m$. מודול יאנג של הרגליים הוא: $Y = 1.3 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$.
מה הכוח שפועל על כל רגל? הנח שהכוח על שלושת הרגליים הזהות שווה וכי מסת השולחן זניחה ביחס למסת המשקולת.

3) משקולת תלויה על מוט המחובר לקיר



מוט בצורת גליל בקוטר של 5 ס"מ עשוי אלומיניום.
המוט בולט מהקיר 4 ס"מ.
משקולת של $M = 1400kg$ תלויה מהקצה של הבליטה.
מודל הגזירה של אלומיניום הוא: $3.0 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$.
הזנח את מסת המוט.

א. מהו מאמץ הגזירה על המוט?

ב. מהי הסטייה האנכית של קצה המוט?

4) נדנדה

נדנדה עשויה מעץ אורן. המושב מוחזק בשני צדדיו באמצעות שרשראות ברזל.
מסת המושב היא 30 ק״ג. הנח שעל הנדנדה יושבים 3 אנשים במרחקים שווים בניהם ומהקצוות. הנח שמשקלו המקסימלי של אדם לא עולה על 150 ק״ג.
מה צריכה להיות עובי פלטת העץ של המושב על מנת שלא תישבר כתוצאה מגזירה.
השתמש במקדם בטיחות של 5.
עומק המושב (המרחק מהקצה הקדמי למשענת) הוא 60 ס״מ.

תשובות סופיות:

1) א. $F_L = 8F_R$ ב. $\frac{d_R}{d_L} = 8$

2) $F_1 \approx 860N \ , \ F_2 \approx 350N$

3) א. $\frac{F}{A} \approx 7 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ ב. $\Delta l \approx 9.3 \cdot 10^{-4} c.m$

4) $d = 4mm$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 16 - הידרוסטטיקה והידרודינמיקה -

תוכן העניינים

1. הידרוסטטיקה והידרודינמיקה ..... (ללא ספר)

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 17 - טמפרטורה התפשטות תרמית וחוק הגז האידיאלי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 177

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) דוגמה-טמפרטורה שווה

א. גוף נמצא בטמפרטורה של 37°C.
מה הטמפרטורה של הגוף בפרנהייט?

ב. מודדים את הטמפרטורה של גוף פעם אחת בצלזיוס ופעם אחת בפרנהייט ומקבלים שכמות הערך הנמדד זהה (כלומר אותו מספר בצלזיוס ובפרנהייט).
מהי טמפרטורת הגוף?

2) דוגמה-גשר ברזל

מוטות הברזל שתומכות בגשר הן באורך של 80 מטר כאשר הטמפרטורה היא 20 מעלות צלזיוס.
אם הטמפרטורות בסביבה בו מציבים את הגשר נעות בין $-10°C$ ל-$+50°C$
מה האורך המקסימאלי והמינימלי של המוטות?

3) דוגמה-טבעת על מוט

הקוטר של מוט ברזל הנמצא ב-$20°C$ הוא $5.50cm$.
רוצים להלביש טבעת, העשויה ברזל גם כן, על המוט.
קוטרה הפנימי של הטבעת ב-$20°C$ הוא $5.48cm$.
לאיזה טמפרטורה צריך לחמם את הטבעת אם נרצה שקוטרה הפנימי יהיה ב-$0.005cm$ גדול מזה של המוט?

4) דוגמה-מיכל מים

מיכל בצורה של גליל ברדיוס $20cm$ ובגובה $60cm$ עשוי מזכוכית רגילה.
ממלאים את המיכל במים בבוקר כאשר הטמפרטורה היא $15°C$
(ניתן להניח שזו טמפ' המיכל והמים).
כמה מים ישפכו עד השעה 14:00 בה הטמפ' היא $40°C$?
הזנח איבוד מים הנגרם מאידוי.

5) דוגמה-בלון הליום

א. מהי המסה האטומית של אטום הליום (He) בעל שני פרוטונים ושני נויטרונים?
ב. חשב את המסה המולקולרית של הליום?
ג. כמה מולים יש בבלון המכיל 50 גרם הליום?
ד. כמה אטומים של הליום יש בבלון?

6) דוגמה-ערבוב הליום עם מימן

ערבבו 50 מול של מימן עם 30 מול של הליום 4.
מהי מסת החומר לאחר הערבוב?

7) דוגמה-בקבוק מים

בקבוק מים מכיל 2 ליטר מים. הנח שצפיפות המים היא: $1k\frac{g}{L}$.

א. חשב את המסה המולקולרית של מים (H_2O).
ב. כמה מולים של מים יש בבקבוק?
הצליחו לפרק כל מולקולה בבקבוק לשני אטומים של מימן ואטום של חמצן.
ג. כמה מולים של מימן וכמה מולים של חמצן יש בבקבוק?

8) דוגמה-חנקן דו חמצני

חנקן דו חמצני (NO_2) מורכב מאטום חנקן ושני אטומי חמצן.

רוצים להכין 50 מול של חנקן דו חמצני ע"י ערבוב של מיכל המכיל חמצן (O_2) בלבד ומיכל המכיל חנקן בלבד.

א. כמה מולים צריכים להיות בכל מיכל לפני הערבוב?
ב. כמה מולים היו צריכים להיות במיכל החמצן אם חמצן היה גז חד אטומי (כלומר כל חלקיק בגז היה מורכב מאטום יחיד של חמצן)?
ג. מהי מסת החמצן ומהי מסת החנקן לפני הערבוב?

9) דוגמה-מחממים גז במיכל סגור

גז מוחזק במיכל ברזל סגור בלחץ של 1atm ובטמפ' של $25°C$.
מחממים את המיכל לטמפ' של $100°C$.
מה יהיה הלחץ של הגז במיכל?

10) דוגמה-נפח של מול ב-STP

מצא מהו הנפח של מול אחד של גז כלשהו ב-STP?

11) מנפחים בלון

מנפחים בלון בגז הליום עד אשר הוא מגיע לנפח של 2L ב-STP.

א. מהו מספר המולים של הליום שהוכנסו לבלון?
ב. מהי מסת הגז שהוכנסה לבלון?
ג. מהי התשובה לסעיף א' אם הטמפרטורה היא טמפרטורת החדר (בערך $27°C$).

12) לחץ בצמיג

מנפחים צמיג לפני נסיעה ללחץ של $32psi$ $(1psi \approx 6,895Pa)$ ביום בו הטמפרטורה היא $27°C$. לאחר נסיעה ארוכה טמפרטורת הצמיג עולה כתוצאה מחיכוך עם הכביש ל-$60°C$.
מה יהיה הלחץ החדש בצמיג ב- psi ?
(שים לב שהלחץ הנמדד בצמיג הוא ביחס ללחץ אטמוספרי).

13) דוגמה-מולקולות בנשימה

הערך כמה מולקולות ישנם בנשימה אחת אם בערך נפח האוויר בנשימה הוא ליטר אחד.

14) סרט מדידה

סרט מדידה עשוי מברזל, הסרט כויל בטמפרטורה של $15°C$.
מודדים עם הסרט ביום בו הטמפרטורה היא $35°C$.

א. האם המדידה שיראה הסרט נמוכה או גבוהה מהאורך האמיתי?
ב. חשב את אחוז הטעות במדידה של הסרט.

15) צוללן מנפח ריאות

צוללן מנפח את הריאות לנפח מקסימלי של $5L$ כאשר הוא 7 מטר מתחת לפני המים.
מה יהיה נפח הריאות של הצוללן אם יעלה לפני המים ויחזיק את נשימתו עצורה?
הערה: לחץ בתוך מים גדל ב- $9.8Pa$ לכל מילימטר גובה (או עומק) מתחת לפני המים.

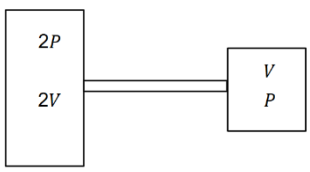
16) מתי למלא דלק

הצפיפות של דלק ב-$0°C$ היא: $0.68 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

א. מה הצפיפות של דלק ביום חם בו הטמפרטורה היא $40°C$?
ב. מה אחוז השינוי בצפיפות?
ג. אם מחיר הדלק נקבע לפי ליטרים (כלומר לפי הנפח) מתי עדיף למלא דלק ביום קר או חם?

17) שני מיכלים מחוברים בצינור

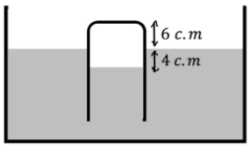
שני מיכלים מלאים בגזים שונים ונמצאים באותה הטמפרטורה.
נפח מיכל אחד הוא V והלחץ בו P ונפח המיכל השני הוא $2V$ והלחץ בו $2P$.
מחברים את המיכלים בצינור בעל נפח זניח. בעת הערבוב כל מולקולה ממיכל אחד מתרכבת עם מולקולה ממיכל 2 ונוצרת מולקולה אחת חדשה (לא כל המולקולות במיכל 2 מתרכבות).
מה הלחץ במיכלים לאחר החיבור בהנחה כי הטמפרטורה לא משתנה? (הבא תשובתך באמצעות P).



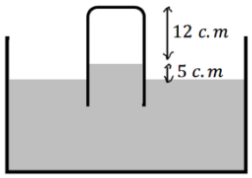
18) צינורית במיכל כספית

מיכל גדול מאוד מכיל כספית ונמצא בחדר לחץ בו לחץ האוויר אינו ידוע. טובלים במיכל צינורית זכוכית דקה הסגורה בחלקה העליון. כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 6 ס״מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 4 ס״מ מתחת לפני הכספית במיכל.
כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 17 ס״מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 5 ס״מ מעל לפני הכספית במיכל.
הנח שגובה פני הכספית במיכל קבוע.

מקרה 1



מקרה 2



א. מהו לחץ האוויר בחדר?

ב. באיזה גובה צריך להחזיק את קצה הצינורית מעל המיכל כך שפני הכספית בצינורית יהיו בגובה הכספית של המיכל?

תשובות סופיות:

1) א. $98.6°F$ ב. $-40°C$

2) $l_{max}=80.0288_m$, $l_{min}=79.9712_m$

3) $T=400°C$

4) $V=0.3563\cdot c.m^3$ מים שנשפכו.

5) א. $m_a\approx 4_u$ ב. $M=4gr$ ג. $12.5mol$ ד. $7.53\cdot10^{24}$ אטומים

6) $170gr$

7) א. $18u$ ב. $111mol$ ג. $111mol$ חמצן , $222mol$ מימן

8) א. $50mol$ חמצן , $50mol$ חנקן ב. $100mol$ חמצן ג. $0.7kg$ חנקן , $1.6kg$ חמצן

9) $\approx 1.25atm$

10) $\approx 22.41L$

11) א. $0.0892mol$ ב. $0.359gr$ ג. $0.0812mol$

12) $\approx 37psi$

13) $\approx 2.45\cdot10^{22}$

14) א. נמוכה ב. 0.024%

15) $\approx 8.42L$

16) א. $0.655\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$ ב. $\approx 3.68\%$ ג. ביום קר

17) א. $\frac{4}{3}p$

18) א. $0.656atm$ ב. $10.8c.m$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 18 - התיאוריה הקינטית של הגזים

תוכן העניינים

1. הסברים ותרגול 182

התיאוריה הקינטית של הגזים:

רקע:

<u>האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה בגז נמצאת ביחס ישר לטמפרטורה</u>:

$$\overline{\mathrm{E_k}} = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

$\overline{v^2}$ – ממוצע של המהירות בריבוע.

m – מסת המולקולה.

T – טמפרטורה.

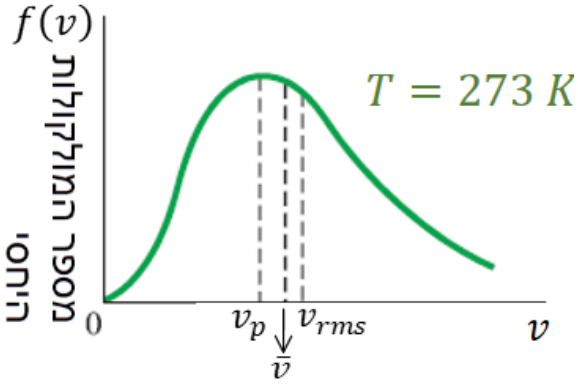
קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

<u>מהירות rms</u>:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

<u>התפלגות מקסוול-בולצמן למהירויות</u>:

$$f(v) = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{1mv^2}{2\ kT}}$$



N – מספר המולקולות הכולל.

- תמיד נדבר על מספר המולקולות **בטווח של מהירויות.** השטח מתחת לגרף הפונקציה בין המהירויות v_1 ל v_2 נותן את מספר המולקולות עם מהירויות בין v_1 ל v_2

- סך כל המולקולות:

$$N = \int_0^\infty f(v)\,dv$$

v_p - השכיח, המהירות הכי נפוצה

- עבור טמפרטורה גדולה יותר הגרף זז ימינה ומתרחב

שאלות:

1) דוגמה-אנרגיה של מולקולה
מהי האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה של גז אידיאלי בטמפרטורת החדר (בערך $20°C$)?

2) מהירות של מולקולה באוויר
מצא את גודל ה- v_{rms} של מולקולת חמצן O_2 ושל מולקולת חנקן N_2 באוויר, בטמפרטורת החדר $20°C$.

3) דוגמה-שינוי בנפח ובטמפרטורה
גז המקיים את חוקי הגז האידיאלי נמצא במיכל סגור שיכול לשנות את נפחו.
א. מה יהיה השינוי v_{rms} של מולקולה בגז אם מכפילים את נפח המיכל כאשר מחזיקים את הלחץ והטמפרטורה קבועים.
ב. פי כמה צריכה להשתנות הטמפרטורה של הגז בשביל שה- v_{rms} תגדל פי 2?

4) דוגמה-מיכל הליום ממלא בלונים
משתמשים במיכל הליום על מנת לנפח בלונים.
עם כל בלון שמנפחים מספר המולים של הגז במיכל קטנים.
האם מהירות המולקולות תגדל, תקטן או לא תשתנה?

תשובות סופיות:

1) $E_k = 6.07 \cdot 10^{-21} J$

2) $V_{rms_{O_2}} \approx 478 \frac{m}{sec}$, $V_{rms_{N_2}} \approx 513 \frac{m}{sec}$

3) א. V_{rms} לא ישתנה. ב. פי 4.

4) V_{rms} לא ישתנה, P יקטן.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 19 - חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

1. חום טמפרטורה ואנרגיה פנימית 184
2. קיבול חום ושיטת הקלורימטריה 185
3. חום כמוס 188
4. החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים 191
5. קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה 197
6. הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית 198
7. הולכה הסעה וקרינה 201
8. סיכום 204

חום טמפרטורה ואנרגיה פנימית:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$E_{int}=\frac{3}{2}nRT$	אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי n - מספר המולים $R=8.314\frac{J}{mol\cdot k}$ T - טמפרטורה בקלווין	האנרגיה הפנימית של הגז תלויה רק בטמפרטורה
$E_{int}=\frac{5}{2}nRT$	עבור גז אידיאלי דו-אטומי	תלויה רק בטמפרטורה

שאלות:

1) דוגמה - שורפים קלוריות

לאיזה גובה צריך לטפס אדם שמסתו 60 ק"ג בשביל לשרוף 100Cal $(100kilocal)$?

תשובות סופיות:

1) 700m

קיבול חום ושיטת הקלורימטריה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q = mc\Delta T$	c - קיבול חום סגולי ליחידת מסה	

קיבול חום סגולי בטמפרטורה 20° ובלחץ 1 atm		
חומר	c $[J/kg \cdot °C]$	c $[cal/g \cdot °C]$
אלומיניום	900	0.22
אלכוהול (אתילי)	2400	0.58
נחושת	390	0.093
זכוכית	840	0.20
ברזל / פלדה	450	0.11
עופרת	130	0.031
שיש	860	0.21
כספית	140	0.033
כסף	230	0.056
עץ	1700	0.40
קרח (-5°C)	2100	0.50
מים נוזליים (15°C)	4186	1.00
קיטור (110°C)	2010	0.48
גוף האדם (ממוצע)	3470	0.83
חלבון	1700	0.40

שאלות:

1) דוגמה - מחממים ספל מים

ספל מים שוקל 200 גרם ועשוי מזכוכית.

כמה חום דרוש בשביל לחמם את הספל מטמפרטורת החדר (20^0C) ל- 80^0C אם:

א. הספל ריק ממים.

ב. הספל מכיל 200 גרם מים (הנמצאים גם בטמפרטורת החדר בהתחלה).

2) דוגמה - הקפה מתקרר

מוזגים 200 סמ"ק קפה בטמפרטורה של 90^0C לכוס זכוכית בעלת מסה של 150 גרם הנמצאת בטמפרטורה של 20^0C.

מה תהיה טמפרטורת הקפה בכוס במצב שיווי משקל?

הנח כי המערכת מבודדת בקירוב.

3) דוגמה - מציאת קיבול חום באמצעות קלורימטר

נרצה למצא את קיבול החום של תרכובת מתכות חדשה.

מחממים 100 גרם מהתרכובת ל-$500°C$ ומעבירים אותה במהירות לתוך קלורימטר.

הקלורימטר מורכב ממיכל אלומיניום בעל מסה של $0.200kg$ המכיל $0.500kg$ מים בטמפרטורה של $22.4°C$. הטמפרטורה הסופית הנמדדת על ידי המדחום היא $40.8°C$.

מהו קיבול החום הסגולי של התרכובת?

ניתן להזניח את החום שהולך למדחום והחום שיוצא מהבידוד.

4) תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים

קומקום חשמלי פועל בהספק של 1850 וואט.

כמה זמן ייקח לקומקום לחמם חצי ליטר של מים מטמפרטורה של $22.2°C$ ל-$100°C$?

5) תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים - הפעם עם הקומקום

המשך של התרגיל הראשון, גם הפעם נחמם חצי ליטר מים באותו הקומקום (1850W) אבל הפעם לא נחמם את הקומקום לפני הניסוי ונחשב שוב, כמה זמן ייקח לחמם את המים?

טמפרטורת החדר היא $21.9°C$ מסת הקומקום היא 754 גרם וננית כי הוא עשוי נירוסטה וקיבול החום של נירוסטה הוא: $500\frac{J}{kg\cdot K}$.

תשובות סופיות:

1) א. $10^4\,\mathrm{J}$ ב. $6\cdot10^4\,\mathrm{J}$
2) $81^\circ\mathrm{C}$
3) $911\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{C}}$
4) $90\,\mathrm{sec}$
5) $100\,\mathrm{sec}$

חום כמוס:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q = m \cdot L$	L - החום הכמוס	L_F - חום כמוס להתכה (מעבר ממוצק לנוזל או להיפך) L_V - חום כמוס לרתיחה (מעבר מנוזל לגז או להיפך)

חומר	נק' היתוך (°C)	היתוך L_f (kJ/kg)	נק' רתיחה (°C)	איידוי L_v (kJ/kg)
חמצן	-218.8	14	-183	**210**
חנקן	-210.0	26	-195.8	**200**
אתנול	-114	104	78	**850**
אמוניה	-117	33	-33.4	**137**
מים	0	333	100	**2260**
עופרת	327	25	1750	**870**
כסף	961	88	2193	**2300**
ברזל	1808	289	3023	**6340**
טונגסטן	3410	184	5900	**4800**

שאלות:

1) דוגמה - קרח במים

מכניסים קוביית קרח בטמפרטורה של $-15°C$ ומסה של 300 גרם לתוך מיכל מים המכיל $1.5kg$ מים בטמפרטורה של $20°C$.
מה תהיה הטמפרטורה הסופית של התערובת?

2) דוגמה - מציאת חום כמוס של כספית

לוקחים $1kg$ כספית הנמצאת במצב מוצק ובטמפרטורת ההתכה שלה, $-39°C$.
מניחים את הכספית בתוך קלורימטר המורכב ממיכל אלומיניום במסה של $0.40kg$ ומכיל $0.47kg$ מים בטמפרטורה של $20°C$.
הכספית מותכת והטמפרטורה הסופית של התערובת היא $12°C$.
מהו החום הכמוס הסגולי הדרוש להתכת כספית?
קיבול החום הסגולי של כספית במצב הנוזלי הוא: $c = 140\frac{J}{kg\cdot C°}$.

3) תרגיל וניסוי - מתי יגמרו המים בסיר

מחממים $400ml$ מים על הגז בסיר נירוסטה שמשקלו 177 גרם.
מודדים את טמפרטורת המים פעם אחת ורואים שהיא $60.0°C$.
16.68 שניות לאחר מכן הטמפרטורה היא $63.3°C$.
א. מהו קצב מעבר החום למים?
מחממים את המים עד לנקודת הרתיחה $100°C$.
ב. כמה זמן ייקח לכל המים בסיר להפוך לאדים?

4) רוכב אופניים

רוכב אופניים שותה 7 ליטר מים במהלך רכיבה של 3 שעות.
נניח כי בקירוב כל האנרגיה של הרוכב הולכת לאידוי המים דרך זיעה.
כמה אנרגיה בקילו-קלוריות השתמש הרוכב בנסיעה?
(מכיוון שהיעילות של הגוף היא בערך 20% ההערכה שכל האנרגיה הולכת לחום היא לא רחוקה).

5) ברזל בקלורימטר

מחממים חתיכה של 300 גרם ברזל ל-180 מעלות צלזיוס ושמים אותה בקלורימטר העשוי ממיכל אלומיניום בעל מסה של 90 גרם שמכיל 285 גרם גליצרין ב-12 מעלות צלזיוס. הטמפרטורה הסופית של התערובת היא 38 מעלות צלזיוס.
הערך מהו קיבול החום הסגולי של גליצרין.

תשובות סופיות:

1) $2°C$

2) $11\frac{kJ}{kg}$

3) א. $300\frac{J}{sec}$ ב. בערך 40 דקות.

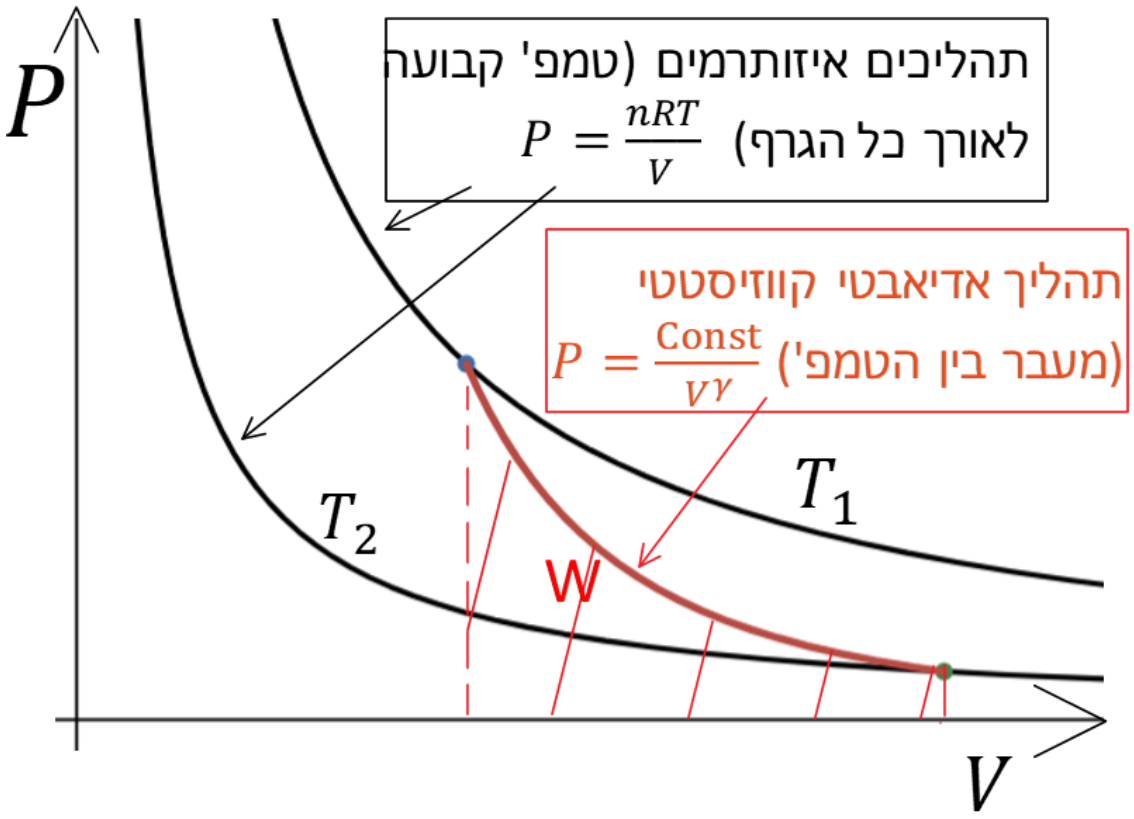
4) $4500kcal$

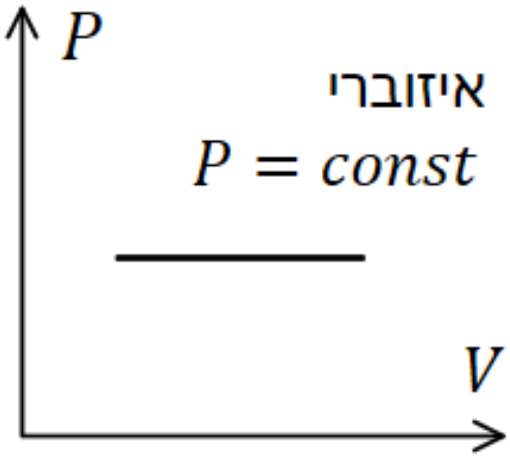
5) $2.3\cdot10^3\frac{J}{kg\cdot C°}$

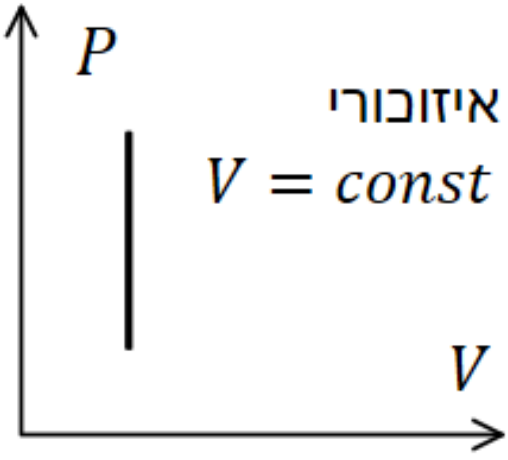
החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\Delta E_{int} = Q - W$	החוק הראשון	חום היא אנרגיה שעוברת רק בגלל הפרשי טמפרטורות. עבודה היא אנרגיה שעוברת מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי.
$\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$	חוק ראשון נוסחה מורחבת	כולל אנרגיה קינטית ופוטנציאלית של כל המערכת כגוף אחד (או של מרכז המסה שלה). בדרך מתייחס למערכות מכניות כמו גופים קשיחים (אבן שנזרקת לדוגמה).
תהליך איזותרמי - טמפרטורה קבועה	$T = const$, $Q = W$, $\Delta E_{int} = 0$	מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קווזיסטטי (מאוד איטי).
תהליך אדיאבטי - $Q = 0$	$\Delta E_{int} = W$	מתרחש אם המערכת מבודדת או אם התהליך מהיר והחום לא מספיק לעבור.
תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ואיזוכורי (נפח קבוע)		
$W = \int P\,dV$	W - עבודה שמבצעת המערכת על הסביבה P - לחץ V - נפח	חיובי כאשר הנפח גדל ושלילי כאשר הנפח קטן הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ולמוצקים
התפשטות חופשית - (free expansion)	תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה.	אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת P-V מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות.


תהליכים איזותרמים (טמפ' קבועה
לאורך כל הגרף) $P = \frac{nRT}{V}$
תהליך אדיאבטי קוואזיסטטי
(מעבר בין הטמפ') $P = \frac{\text{Const}}{V^{\gamma}}$
T_1
T_2
W
P
V


איזוברי
$P = const$
P
V


איזוכורי
$V = const$
P
V

שאלות:

1) דוגמה - חוק ראשון

מוסיפים למערכת 1500J של חום ועושים על המערכת עבודה של 1000J.
מה השינוי באנרגיה הפנימית של המערכת?

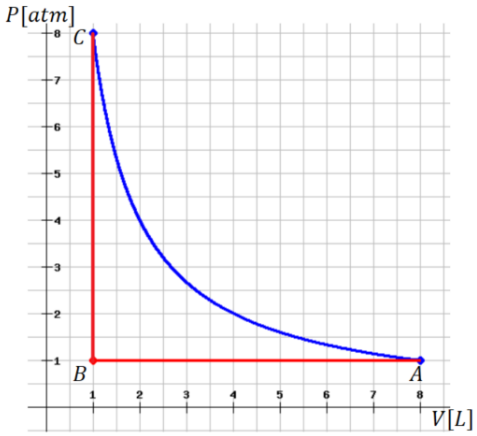
2) דוגמה - אנרגיה קינטית לחום

קליע במסה של 3.0 גרם חודר לתוך עץ במהירות של 300 מטר לשניה.
כמה חום נוסף למערכת קליע ועץ?

3) דוגמה - חישוב חום בתהליך איזוברי ואיזוכורי

גז אידיאלי מתחיל מהמצב המתואר בנקודה A בגרף.
דוחסים את הגז בתהליך איזוברי עד לנקודה B ולאחר מכן מחממים את הגז בתהליך איזוכורי עד לנקודה C.
הגרף המחבר בין A ל-C הוא גרף איזותרמי.

א. מהי העבודה הכוללת שנעשתה בכל התהליך A עד C?
ב. מהו החום שנוסף לגז בכל התהליך?



4) דוגמה - עבודה של גז במנוע

במנוע 0.4 מול של גז אידיאלי מונואטומי מתרחבים במהירות ובצורה אדיאבטית כנגד הבוכנה. בתהליך, הטמפרטורה של הגז יורדת מ- 1100K ל- 400K.
כמה עבודה ביצע הגז?

5) מכונית בולמת

מכונית במשקל 1300 ק"ג נוסעת במהירות 80 קמ"ש.
כמה חום נוצר במהלך הבלימה עד לעצירה מוחלטת?
רשמו את התשובה בגאול ובקילו קלוריות.

6) תהליך נפח קבוע ולחץ קבוע

גז אידיאלי עובר תהליך המורכב משני שלבים.

בשלב הראשון, AB בגרף, מאפשרים לחום לצאת מהגז תוך שמירה על נפח קבוע.

כתוצאה מכך הלחץ של הגז יורד מ-7.5atm ל- 3atm.

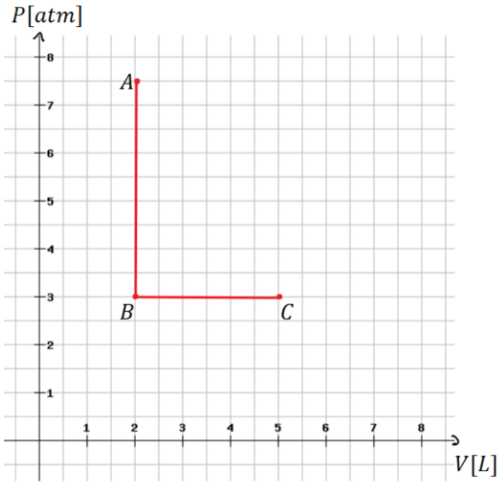
בשלב השני, BC הגז מתרחב בלחץ קבוע מנפח 2.0L לנפח 5.0L ובכך חוזר לטמפרטורה שהייתה לו בתחילת כל התהליך.

חשבו את :

א. העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז בתהליך.

ב. השינוי באנרגיה הפנימית של הגז.

ג. כמות החום הכוללת שיצאה או נכנסה לגז.



7) גז מתפשט איזותרמית

1.50 מולים של גז אידאלי בנפח $2.50m^3$ ובטמפרטורה $280°K$ מתפשטים איזותרמית עד לנפח $5.00m^3$.

א. מהי העבודה שעושה הגז?

ב. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?

ג. מהו החום שנוסף לגז?

8) גז מתפשט אדיאבטית

שניים וחצי מולים של גז אידיאלי מונואטומי מתפשטים אדיאבטית ומבצעים $1.3 \cdot 10^4$ J של עבודה בתהליך.

מהו השינוי בטמפרטורה של הגז במהלך ההתפשטות?

9) גז בתהליך ריבועי*

גז אידיאלי עובר תהליך כפי שמתואר באיור, התהליך מתחיל במצב A ועושה סיבוב שלם עם השעון עד לחזרה למצב A.

בתהליך אחר שבו הגז עבר מהנקודה D לנקודה C בלחץ קבוע ידוע כי: $W_{D\to C}=38J$.

בתהליך שלישי שהתרחש מהנקודה B לנקודה D ידוע כי: $Q_{B\to D}=-85J$ ו- $W_{B\to D}=-55J$ (סוג התהליך לא ידוע).

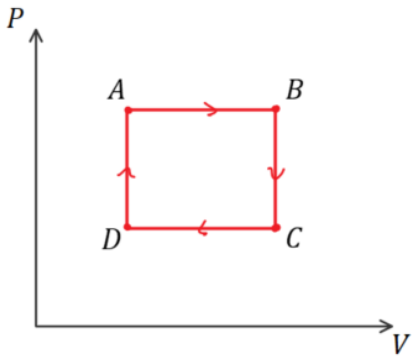
כמו כן ידוע כי: $E_B-E_A=15J$ ו- $P_A=2.2P_D$.

כל התהליכים התרכשו על אותו הגז.

א. תאר במילים כל שלב בתהליך הראשי, מהו סוג התהליך, האם נעשתה עבודה, האם האנרגיה הפנימית גדלה או קטנה, האם נכנס או יצא חום מהמערכת?

ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז?

ג. מהי הנצילות של התהליך?
נצילות היא העבודה הכוללת שנעשתה חלקי החום שהושקע (כלומר נכנס לגז), כפול 100%.



תשובות סופיות:

1) 2500J

2) 135J

3) א. $-710J$ ב. $710J$

4) 3500J

5) $Q = 3.2 \cdot 10^5 J = 77kcal$

6) א. $910J$ ב. 0 ג. $910J$

7) א. $2420J$ ב. 0 ג. $2420J$

8) $-0.042°K$

9) א. $A \rightarrow B$ - תהליך בלחץ קבוע, הגז עושה עבודה על הסביבה, האנרגיה הפנימית גדלה, נכנס חום למערכת.

$B \rightarrow C$ - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.

$C \rightarrow D$ - תהליך בלחץ קבוע, נעשית עבודה על הגז, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.

$D \rightarrow A$ - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית גדלה, חם נכנס למערכת. ב. $46J$ ג. 40%

קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$Q_V = nC_V\Delta T$ $Q_P = nC_P\Delta T$	Q_P/Q_V- כמות החום שעוברת בתהליך בנפח/לחץ קבוע. C_P/C_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (למול)	
$C_V = m_{mol}c_V$ $C_P = m_{mol}c_P$	m_{mol}- מסה מולרית. c_P/c_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)	
$C_P - C_V = R$	ההפרש בין קיבול החום בלחץ קבוע לקיבול החום בנפח קבוע תמיד שווה לקבוע R	

שאלות:

1) אנשים מחממים אולם קולנוע

אולם קולנוע מכיל 1800 מקומות ישיבה. נפח האולם הוא: $2.0 \cdot 10^4 m^3$.

בערב הבכורה של הסרט "תרגיל חם" האולם היה מלא ומערכת האוורור התקלקלה. בכמה מעלות תעלה הטמפרטורה במשך השעתיים של הקרנת הסרט אם אדם ממוצע פולט חום בקצב של 70 וואט.

הנח שהאוויר הוא גז אידיאלי דואטומי וטמפרטורת החדר היא בערך $20°C$.

2) לחץ לינארי בטמפרטורה*

גז אידיאלי דו אטומי מכיל 3.00 מולים בלחץ של 1.00atm ובטמפרטורה של $430°K$.

הגז עובר תהליך שבו הלחץ שלו גדל לינארית עם הטמפרטורה.

הטמפרטורה הסופית היא $680°K$ והלחץ הסופי הוא 1.80atm.

הנח שבכל התהליך יש 5 דרגות חופש פעילות.

א. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?

ב. מהי העבודה שנעשתה על ידי הגז?

ג. החום שנוסף לגז?

תשובות סופיות:

1) $53°C$

2) א. 15600J ב. –1720J ג. 13900J

הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$P \cdot V^{\gamma} = const$	הקשר בין לחץ ונפח בתהליך אדיאבטי קווזיסטטי	

שאלות:

1) דוגמה - מכווצים גז אדיאבטית ואיזותרמית

גז אידיאלי מונואטומי עובר תהליך כפי שמתואר בגרף.

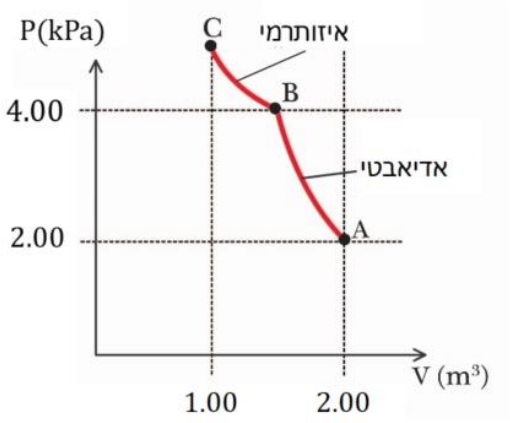
התהליך מתחיל מהמצב A והגז עובר כיווץ אדיאבטי עד למצב B ומשם הוא מכווץ איזותרמית עד לנקודה C.

נתון: $P_A = 2.00kPa\ ,\ V_A = 2.00m^3,\ \ P_B = 4.00\ kPa\ ,\ V_C = 1.00m^3$.

V_B ו-P_C אינם ידועים.

א. מצא את V_B.

ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הגז בתהליך?



2) לחץ וטמפרטורה בהתפשטות אדיאבטית

1.00mol של גז מונואטומי אידיאלי בלחץ של 1.00atm ובטמפרטורה של 20°C מתפשט אדיאבטית לנפח הגדול פי 2.25 מנפחו בהתחלה.

מהם הלחץ והטמפרטורה הסופיים של הגז?

3) גז דו אטומי מתפשט אדיאבטית

גז דו-אטומי מתפשט אדיאבטית.

הטמפרטורה בהתחלה היא 15°C והטמפרטורה בסוף היא −25°C.

הנפח בהתחלה הוא: $0.036m^3$.

מהו נפח הגז בסוף התהליך?

4) גז עובר תהליך בשלושה שלבים

1.00mol של גז אידיאלי מונואטומי שנמצא בלחץ 1.00atm עובר את התהליך הבא:

שלב 1 - הגז מתפשט אדיאבטית מ- $T_A = 578°K$ עד ל- $T_B = 388°K$.

שלב 2 - הגז נדחס בלחץ קבוע עד שהטמפרטורה שלו מגיעה ל- T_C.

שלב 3 - הגז חוזר לטמפרטורה והלחץ הראשונים שלו בתהליך של נפח קבוע.

א. שרטטו את התהליך בדיאגרמת $P-V$.

ב. מהו T_C?

ג. חשבו את השינוי באנרגיה הפנימית, את העבודה שביצע הגז ואת החום שנוסף לגז בכל שלב בנפרד ובתהליך כולו.

5) צבר אוויר עולה בגובה **

צבר אוויר הוא אוסף של מולקולות בעלי משתני מצב אחידים (לחץ וטמפ').

כשצבר אוויר עולה בגובה הוא משנה את הלחץ שלו בהתאם ללחץ של האוויר מסביבו, ולפי הנוסחה: $\frac{dP}{dy} = -\rho g$.

כאשר ρ הוא צפיפות המסה של הצבר והוא תלוי בגובה.

במהלך התנועה כלפי מעלה, הנפח גדל, ומכיוון שאוויר הוא מוליך חום גרוע אפשר להניח שההתפשטות היא אדיאבטית.

א. הראה שעבור גז אידיאלי שעובר תהליך אדיאבטי: $P^{1-\gamma}T^{\gamma} = const$

ב. הראה כי הקשר בין הלחץ לטמפרטורה של הצבר נתון לפי הנוסחה: $(1-\gamma)(-\rho g) + \gamma\frac{P}{T}\frac{dT}{dy} = 0$.

ג. הראה כי התלות של הטמפרטורה בגובה היא: $\frac{dT}{dy} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{mg}{k}$,

כאשר m היא מסה ממוצעת של מולקולה ו-k הוא קבוע בולצמן.

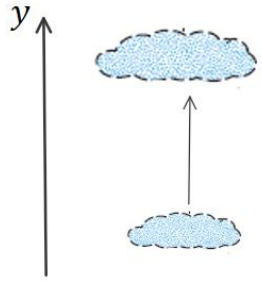
ד. בהינתן שאוויר הוא גז דו אטומי עם מסה ממוצעת של 29u,

הראה ש- $\frac{dT}{dy} = -9.8\,°C/k$.

ה. בקליפורניה ישנם רוחות שמגיעות מההרים של מדבר סיירה בנבדה.

גובה ההרים הוא כ-4000m. הרוחות מגיעות לעמק המוות שגובהו $-100m$,

ביחס לפני הים. אם טמפרטורת הרוח היא $-5°C$ בהרים של נוודה מה תהיה הטמפרטורה של הרוח בעמק?

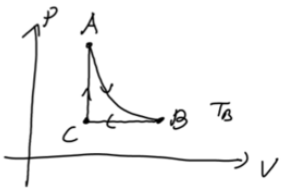


תשובות סופיות:

1) א. $1.32\cdot m^3$ ב. $3.4\cdot 10^3 J$

2) $P = 0.258atm\ ,\ T = -103°C$

3) $0.052m^3$

4) א. 

ב. $214°K$

ג. שלב AB: $Q = 0\ ,\ \Delta Eint = -2370J\ ,\ W = 2370J$

שלב BC: $Q = -2170J\ ,\ \Delta Eint = -2170J\ ,\ W = -1450J$

שלב CA: $Q = 3030J = \Delta Eint\ ,\ W = 0$

כל התהליך: $Q = 920J\ ,\ \Delta Eint = 0\ ,\ W = 920J$

5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. הוכחה. ה. $35°C$

הולכה הסעה וקרינה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{(T_1 - T_2)}{l}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ - קצב הולכת חום k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר, מופיע בטבלה. A - שטח חתך. l - אורך.	אם אחד מהמשתנים אינו קבוע אז עוברים לנוסחה דיפרנציאלית $\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx}$ המינוס בנוסחה אומר שקצב הולכת החום הוא בכיוון הפוך לגרדיאנט הטמפרטורה (כלומר קצב הולכת החום הוא מהטמפרטורה הגבוהה לנמוכה)
$R = \frac{l}{k}$	R- value	R גבוה אומר מבודד טוב. לשים לב ש-R תלוי גם באורך של החומר ולא רק בסוג.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma AT^4$	משוואת סטפן בולצמן - קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה. $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן בולצמן. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט. ε - קירון (אמיסיביות) $0 < \varepsilon < 1$	שימו לב שהקצב תלוי בטמפרטורה ברביעית. ε - תכונה של פני הגוף שקורן בגופים שחורים (לדוגמה פחם) $\varepsilon \approx 1$, במתכות מבריקות $\varepsilon \approx 0$.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma AT_2^4$	קצב קליטה של קרינה. T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.	האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה. הקצב של קליטה קשור לטמפרטורה של הסביבה ברביעית.
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$	הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) T_1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט. T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.	
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000\frac{W}{m^2 \cdot s}\right)\varepsilon A\cos\theta$	כמות החום שסופג גוף כתוצאה מקרינת השמש ביום בהיר	הקבוע הסולרי $1350\frac{W}{m^2 \cdot s}$ האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרינה. ביום בהיר הקבוע בערך $1000\frac{W}{m^2 \cdot s}$

שאלות:

1) דוגמה - איבוד חום דרך חלונות בבית

מקור רציני לאיבוד החום בבית הוא דרך החלונות.

חשבו את קצב איבוד החום דרך חלון זכוכית בגודל $1.0\text{m} \times 1.5\text{m}$ ועובי 2.8mm

אם הטמפרטורה בצד הפנימי של החלון היא $18°\text{C}$ ובצד החיצוני היא $17°\text{C}$.

2) דוגמה - קירור באמצעות קרינה

אדם יושב בחדר לובש בגד ים בלבד.

הקירות של החדר נמצאים בטמפרטורה של $15°\text{C}$.

הערך את כמות החום שהאדם מאבד כתוצאה מקרינה.

הנח שטמפרטורת העור היא בערך $34°\text{C}$ ו-$\varepsilon = 0.70$.

שטח הפנים של האדם שבמגע עם האוויר הוא: 1.5m^2-.

3) דוגמה - הערך את הרדיוס של הכוכב ביטלגוס

כוכב הענק ביטלג'וס פולט קרינה בקצב שהוא פי 10^4 גדול מהקצב של השמש שלנו.

הטמפרטורה על פני הכוכב ביטלג'וס היא בערך חצי מזו של השמש.

הערך את הרדיוס של הכוכב אם $\varepsilon = 1$ עבור השמש וביטלג'וס ורדיוס השמש

הוא: $R_s = 7 \cdot 10^8\text{m}$. הנוסחה לשטח פני כדור היא: $4\pi R^2$.

4) מוט נחושת עם טמפרטורות שונות בקצוות

מוט נחושת באורך של 42c.m וקוטר 2.6c.m מוחזק בצד אחד בטמפרטורה

של $320°\text{C}$ ובצידו השני המוט טבול במים בטמפרטורה של $20°\text{C}$.

חשבו את קצב מעבר החום במוט.

5) מוט נחושת מחובר למוט אלומיניום

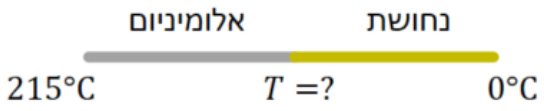
מוט נחושת מחובר בקצה למוט אלומיניום, שני המוטות בעלי אותו שטח חתך

ואותו האורך. הקצה השני של האלומיניום נמצא בתוך תנור בטמפרטורה

קבועה של $215°\text{C}$ והקצה השני של הנחושת נמצא בתוך קרח בטמפרטורה

קבועה של $0°\text{C}$.

חשבו את הטמפרטורה בנקודת החיבור של המוטות.



6) קרח נמס בצידנית

צידנית בגודל $20c.m \times 30c.m \times 50c.m$ עשויה מקלקר.

הקירות של הצידנית הן בעובי $1.5c.m$. ממלאים את הצידנית בקרח ב-$0°C$.
כמה זמן ייקח לקרח להתמוסס אם הצידנית נמצאת בחדר בו הטמפרטורה היא $32°C$?

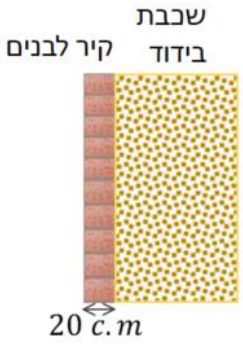
המוליכות התרמית של קלקר היא: $0.033\frac{W}{m\cdot k}$ והצפיפות של קרח היא: $9.17\cdot 10^2\frac{kg}{m^3}$.

7) קרח נמס בשמש

כמה זמן לוקח לשמש להמיס קוביית קרח ביום בהיר אם הקרח נמצא בטמפרטורה של $0°C$ וצורתו היא משטח ישר בגודל $1.0m^2$ ובעובי $1.0c.m$.

הנח שהזווית של הקרניים עם האנך למשטח היא $30°$ והאמסיביות של הקרח היא 0.050.

8) איבוד חום דרך קיר עם שכבת בידוד



בידוד של קיר מורכב משכבה של לבנים ברוחב של $20c.m$ שצמודה לשכבת בידוד נוספת בעלת: $R\text{-value}=3\frac{m^2\cdot s\cdot C°}{J}$.

מהו קצב החום המועבר אם השטח של הקיר הוא $15m^2$ והפרש הטמפרטורות הוא $30°C$.

תשובות סופיות:

1) $450\frac{J}{sec}$
2) $120\frac{J}{sec}$
3) $2.8\cdot 10^{11}m$
4) $140\frac{J}{sec}$
5) $74°C$
6) בערך 58 שעות.
7) בערך 20 שעות.
8) $140\frac{J}{sec}$

סיכום:

טבלאות:

קיבול חום סגולי (Specific Heats)
(ב 1 atm ו- 20°C אלא אם מצוין אחרת)

Substance	Specific Heat,c kcal/kg · C° (= cal/g · C°)	Specific Heat,c J/kg · C°
Aluminum	0.22	900
Alcohol(ryhyl)	0.58	2400
Copper	0.093	390
Glass	0.20	840
Iron or steel	0.11	450
Lead	0.031	130
Marble	0.21	860
Mercury	0.033	140
Silver	0.056	230
Wood	0.4	1700
Water		
Ice (-5°C)	0.50	2100
Liquid (15°C)	1.00	4186
Steam (110°C)	0.48	2010
Human body (average)	0.83	3470
Protein	0.4	1700

חום כמוס (בלחץ של 1 atm)

Substance	Melting Point (°C)	Heat of Fusion kcal/kg*	Heat of Fusion kJ/kg	Boiling Point (°C)	Heat of Vaporization kcal/kg*	Heat of Vaporization kJ/kg
Oxygen	-218.8	3.3	14	-183	51	210
Nitrogen	-210.0	6.1	26	-195.8	48	200
Ethyl alcohol	-114	25	104	78	204	850
Ammonia	-117	8.0	33	-33.4	33	137
Water	0	79.7	333	100	539	2260
Lead	327	5.9	25	1750	208	870
Silver	961	21	88	2193	558	2300
Iron	1808	69.1	289	3023	1520	6340
Tungsten	3410	44	184	5900	1150	4800

קיבול חום של גזים ב 15°C						
Gas	Specific heats $(kcal/\text{kg}\cdot K)$		Molar specific heats $(cal/mol\cdot K)$		$C_V - C_P$ $(cal/mol\cdot K)$	$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$
	c_V	c_P	C_V	C_P		
Monoatomic						
He	0.75	1.15	2.98	4.97	1.99	1.67
Ne	0.148	0.246	2.98	4.97	1.99	1.67
Diatomic						
N_2	0.177	0.248	4.96	6.95	1.99	1.40
O_2	0.155	0.218	5.04	7.03	2.00	1.40
Triatomic						
CO_2	0.153	0.199	6.80	8.82	2.03	1.30
H_2O (100°C)	0.350	0.482	6.20	8.20	2.00	1.32

מוליכויות תרמיות

Substance	Thermal Conductivity,k kcal (s.m.C°)	J (s.m.C°)
Silver	10×10^{-2}	420
Copper	9.2×10^{-2}	380
Aluminum	5.0×10^{-2}	200
Steel	1.1×10^{-2}	40
Ice	5×10^{-4}	2
Glass	2.0×10^{-4}	0.84
Brick	2.0×10^{-4}	0.84
Concrete	2.0×10^{-4}	0.84
Water	1.4×10^{-4}	0.56
Human tissue	0.5×10^{-4}	0.2
Wood	0.3×10^{-4}	0.1
Fiberglass	0.12×10^{-4}	0.048
Cork	01×10^{-4}	0.042
Wood	0.1×10^{-4}	0.040
Goose down	0.06×10^{-4}	0.025
Polyurethane	0.06×10^{-4}	0.024
Air	0.055×10^{-4}	0.023

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

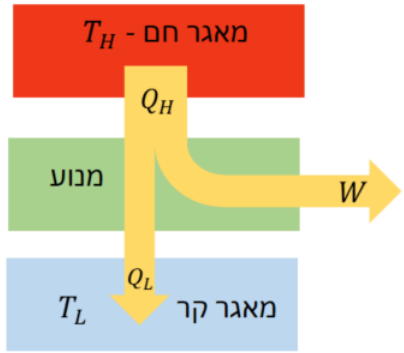
פרק 20 - החוק השני של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

1. הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום 206
2. תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו 209
3. מקררים מזגנים ומשאבות חום 212
4. אנטרופיה 214
5. סיכום ..... (ללא ספר)
6. פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני 218

הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
 $Q_H = W + Q_L$	Q_H - כמות החום שיוצאת מהמאגר החם. Q_L - כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר. W - העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.	שימו לב לסימנים! כל הסימנים חיוביים! T_H ו-T_L נקראות טמפרטורות העבודה
$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$		

שאלות:

1) דוגמה - נצילות של מנוע מכונית

למנוע של מכונית יש נצילות של 20%. המנוע מפיק 25kJ של עבודה כל שניה.

א. כמה חום דרוש להכניס למנוע כל שניה?

ב. כמה חום נפלט מהמנוע כל שניה?

2) חישוב נצילות של מנוע חום

מנוע חום פולט 6900J של חום כאשר הוא מבצע עבודה של 2300J.

מה הנצילות של המנוע באחוזים?

3) חום שפולטת תחנת כוח

תחנת כוח מייצרת 560MW של הספק חשמלי.

העריכו את החום שנפלט כל שניה אם הנצילות של התחנה היא 35%.

4) מנוע 6 צילינדרים

למנוע עם 6 צילינדרים של אוטו יש נצילות של 24%. המנוע מספק 180J של עבודה בכל מחזור עבור כל צילינדר. המנוע עושה 25 מחזורים בשניה.

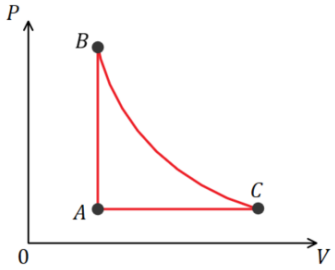
א. מהי העבודה הכוללת שמבצע המנוע בשניה?

ב. מהו החום שנוצר משריפת הדלק כל שניה?

ג. אם האנרגיה הנוצרת מדלק היא 32MJ לליטר, לכמה זמן מחזיק מיכל דלק מלא המכיל 40 ליטר דלק?

5) מנוע הפיך עם גז ארגון

מנוע הפיך מכיל 1.00mol של גז ארגון, גז מונואטומי כמעט אידיאלי.
התהליך שעובר המנוע מתואר באיור כאשר הגז בהתחלה בנקודה A ב-STP. הנקודות B ו-C נמצאות על עקומה איזותרמית בטמפרטורה $T = 433K$.
התהליך AB הוא תהליך בנפח קבוע והתהליך AC הוא תהליך בלחץ קבוע.

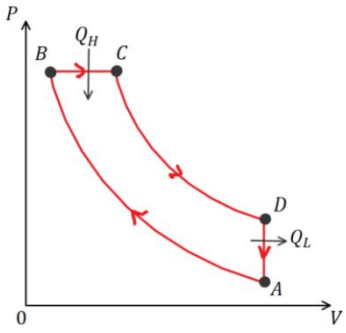


א. האם המנוע מבצע את התהליך באיור עם כיוון השעון או נגד השעון?

ב. מהי הנצילות של המנוע?

6) מנוע בנזין אידיאלי

אפשר לתאר את הפעולה של מנוע דיזל בקירוב על ידי התהליך המחזורי באיור.
אוויר נשאב לצילינדר בפעימת יניקה (לא חלק מהמחזור באיור).
האוויר נדחס אדיאבטית, שלב AB.
בנקודה B דלק דיזל מוזרק לתוך הצילינדר.
הדלק נשרף ישר כי הטמפרטורה מאוד גבוהה.
הבעירה היא יחסית איטית ובמהלך החלק הראשון של פעימת העבודה הגז מתפשט כמעט בנפח קבוע, שלב BC.
בשלב השני של פעימת העבודה, אחרי שהבעירה מסתיימת, הגז מתפשט אדיאבטית, שלב CD.
שלב DA מתאר את פעימת הפליטה.



א. הראה שעבור מנוע שעובר את התהליך הנ"ל עם גז אידיאלי הנצילות האידיאלית היא: $\eta = 1 - \frac{(V_A/V_c)^{-\gamma} - (V_A/V_B)^{-\gamma}}{\gamma[(V_A/V_c)^{-1} - (V_A/V_B)^{-1}]}$.

V_A/V_B נקרא יחס הדחיסה ו-V_A/V_c נקרא יחס התרחבות "expansion ratio".

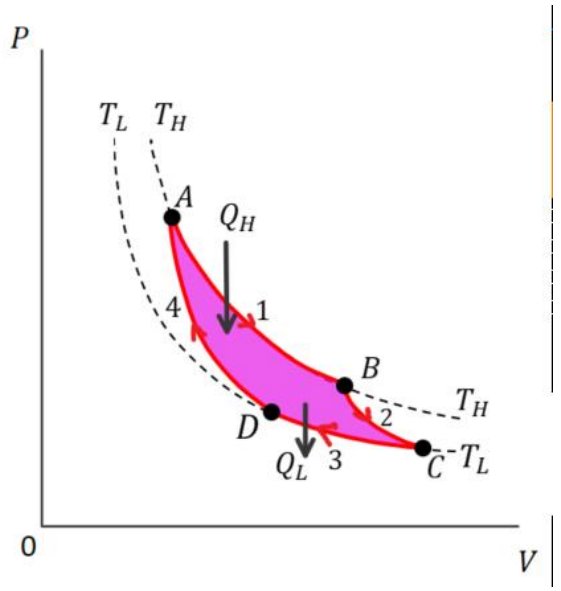
ב. חשב את הנצילות אם הגז הוא דו אטומי, $V_A/V_B = 16$ ו-$V_A/V_c = 4.5$.

תשובות סופיות:

1) א. 125kJ ב. 100kJ
2) 25%
3) 1000J
4) א. 27000J ב. 110000J ג. 3.2hr
5) א. עם השעון. ב. 9%
6) א. הוכחה. ב. 55%

תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו:

סיכום כללי:

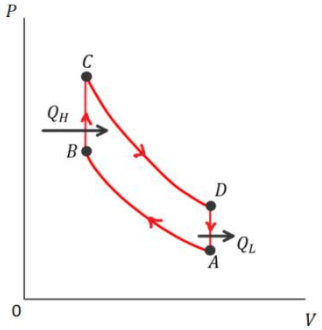
הנוסחה	תיאור	הערות
	מחזור קרנו	השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע. מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.
$\eta_{\text{קרנו}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$	נצילות במנוע קרנו	נקראת גם נצילות אידיאלית או מקסימאלית

שאלות:

1) דוגמה - טענה לא הגיונית

יצרן רכב טוען כי במנוע שייצר קצב הכניסה של החום הוא 9.1kJ בטמפרטורה של 162°C וקצב הפליטה של החום הוא 4.1kJ בטמפרטורה של 22°C.
האם אתם מאמינים ליצרן?

2) דוגמה - נצילות של מנוע בעירה



המחזור של מנוע בעירה מתואר באיור.
הניחו שחומר העבודה הוא גז אידיאלי.

א. הראו כי הנצילות של המנוע היא: $\eta = 1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{1-\gamma}$.

ב. חשבו את הנצילות של המנוע אם יחס הדחיסה הוא: $\frac{V_A}{V_B} = 7.0$ והגז הוא דואטומי בדומה ל-O_2 או N_2.

3) מנוע חום עם חנקן נוזלי

זה לא הכרחי שהמאגר החם של מנוע חום יהיה יותר חם מהסביבה. חנקן נוזלי זול בערך כמו בקבוק מים והטמפרטורה שלו היא בערך $77K$.
מה תהיה הנצילות המקסימאלית של מנוע הפועל בין הטמפרטורה של חנקן נוזלי לטמפרטורת החדר $293K$?

4) מנוע 1100W

מנוע קרנו פועל בטמפרטורות $190°C$ ו- $25°C$. ההספק של המנוע הוא $1100W$.
כמה חום פולט המנוע כל שניה?

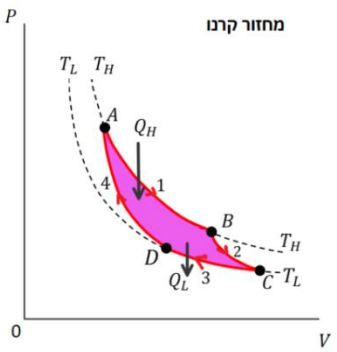
5) מטפס הרים

הניחו שאדם ששוקל $70kg$ צריך $4.3 \cdot 10^3 kcal$ של אנרגיה בשביל יום אחד של פעילות.
העריכו את הגובה המקסימאלי שאותו אדם יכול לטפס על הר עם כמות זו של אנרגיה.
כהערכה גסה אפשר להתייחס לאדם כמנוע הפועל בין טמפרטורות הגוף $37°C$ לטמפרטורת הסביבה $20°C$.

6) טמפרטורת עבודה בנסיעה

מכונית מייצרת עבודה בקצב של בערך $7\frac{kJ}{sec}$ כאשר היא נוסעת במהירות קבועה של $25\frac{m}{sec}$ בכביש אופקי, זוהי עבודה כנגד כוח החיכוך.
המכונית יכולה לנסוע $14km$ לכל ליטר דלק.
מה הערך המינימלי של T_H אם $T_L = 25°C$ והאנרגיה הזמינה מליטר אחד של דלק היא: $3.2 \cdot 10^7 J$?

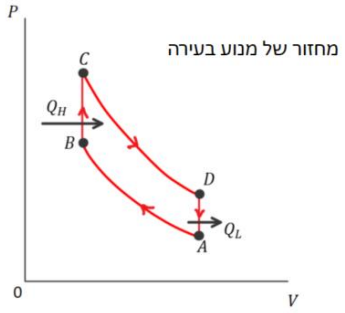
7) חישובים במחזור קרנו



מול אחד של גז מונואטומי עובר תהליך של מחזור קרנו,
כאשר $T_H = 380°C$ ו- $T_L = 180°C$.
הלחץ ההתחלתי הוא $7.8atm$.
במהלך ההתרחבות האיזותרמית הנפח מוכפל.

א. מהם הלחץ והנפח בנקודות: A, B, C, D?
ב. מצאו את Q , W ו-ΔE_{int} עבור כל שלב בתהליך.
ג. חשבו את הנצילות של המנוע באמצעות
המשוואות: $\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$ ו- $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$.

8) יחס דחיסה במנוע בעירה



במנוע שמתנהג בקירוב כמו המחזור של מנוע בעירה הדלק מוצת בסוף שלב הדחיסה האדיאבטית.
טמפרטורת ההצתה של דלק מסוג אוקטן 95 היא 280°C ובהנחה שחומר העבודה הוא גז שמגיע מהאוויר (דו אטומי בטמפרטורה 25°C) קבעו מהו יחס הדחיסה המירבי $\frac{V_A}{V_B}$.

תשובות סופיות:

1) לא.

2) א. הוכחה. ב. 54%

3) 74%

4) 5000J

5) 1400m

6) 400°K

7) א. $P_A = 7.9\cdot10^5 Pa$, $V_A = 0.69\cdot10^{-2} m^3$, $P_B = 4\cdot10^5 Pa$, $V_B = 1.4\cdot10^{-2} m^3$, $P_C = 1.6\cdot10^5 Pa$, $V_C = 2.4\cdot10^{-2} m^3$, $P_D = 3.2\cdot10^5 Pa$, $V_D = 1.2\cdot10^{-2} m^3$

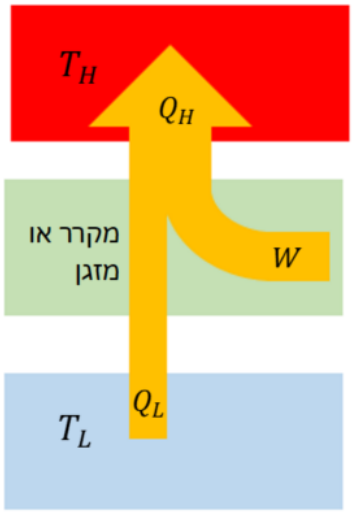
ב. $\Delta Eint_{AB} = 0$, $Q_{AB} = W_{AB} = 3800J$, $\Delta Eint_{BC} = -2500J$, $Q_{BC} = 0$, $W_{BC} = 2500J$, $\Delta Eint_{CD} = 0$, $Q_{CD} = W_{CD} = -2600J$, $\Delta Eint_{DA} = 2500J$, $Q_{DA} = 0$, $W_{DA} = -2500J$

ג. $\eta = 31\%$

8) 7.1

מקררים מזגנים ומשאבות חום:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$COP = \frac{Q_L}{w} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$	מקדם היעילות של מקרר או מזגן	
$COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$	עבור מקרר או מזגן אידיאלי (לא מושלם)	
$COP = \frac{Q_H}{W}$	מקדם היעילות של משאבת חום	תמיד גדול מאחד

שאלות:

1) דוגמה - מכינים קרח

למקפיא יש מקדם יעילות של 3.6 והוא עובד בהספק של 200W.
כמה זמן ייקח למקפיא להקפיא מגש קוביות קרח אם המגש הוכנס למקרר המכיל 400gr מים ב-0°C?

2) דוגמה - משאבת חום

למשאבת חום מקדם יעילות של 3.0 והספק של 1200W.

א. כמה חום היא מוסיפה לחדר כל שניה?

ב. אם הופכים את פעולת המשאבה בקיץ כך שתשמש כמזגן, מה תצפו שיהיה מקדם היעילות שלה?

3) מקדם יעילות של מקרר אידיאלי

מקרר אידיאלי מחזיק את הטמפרטורה בתוכו ב-$4°C$ כאשר הטמפרטורה בבית היא $25°C$. מהו מקדם היעילות של המקרר?

4) מנוע קרנו עובד הפוך

למנוע אידיאלי (מנוע קרנו) יש נצילות של 37%.
אם היה אפשר להפעיל את המנוע הפוך כך שיעבוד בתור משאבת חום, מה היה מקדם היעילות של המנוע?

5) מקרר קרנו אידיאלי מקפיא מים

"מקרר קרנו" (מנוע קרנו שעובד הפוך) מוציא חום מתא ההקפאה הנמצא בטמפרטורה של $-15°C$ ופולט אותו לחדר בטמפרטורה של $25°C$.

א. הראו כי אם מקדם היעילות של מקרר מוגדר לפי: $COP = \frac{Q_L}{W}$
אז מקדם היעלות של מקרר קרנו הוא: $COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$.

ב. כמה עבודה מבצע המנוע לשנות $0.6kg$ של מים ב-$25°C$ לקרח ב-$-15°C$?
אם ההספק של המדחס במנוע הוא $160W$, מהו הזמן המינימלי הדרוש להקפיא מים מטמפרטורה של $25°C$ לקרח ב-$0°C$?

6) משאבת חום לא אידיאלית

משאבת חום פועלת כמזגן ושומרת את הטמפרטורה בתוך הבניין על $24°C$ כאשר הטמפרטורה בחוץ היא $40°C$.
בשביל לבצע זאת המשאבה שואבת $3 \cdot 10^7 J$ חום בשעה מתוך הבניין ביעילות של 25% מהיעילות האידיאלית (זו של מקרר קרנו).

א. מהו מקדם היעילות של המשאבה?

ב. מהו ההספק של המדחס במשאבה? רשום תשובה בכוח סוס.

תשובות סופיות:

1) בערך 3 דקות.

2) א. $4600J$ ב. 2

3) 13

4) 2.7

5) א. הוכחה. ב. $4.4 \cdot 10^4 J$

6) א. 4.6 ב. $2.4HP$

אנטרופיה:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$\Delta S = \frac{Q}{T}$	Q - כמות החום שנכנסת למערכת	רק בטמפרטורה קבועה ובתהליך הפיך T - בקלווין!
השינוי באנטרופיה לא תלוי בתהליך	האנטרופיה היא משתנה מצב של המערכת	

שאלות:

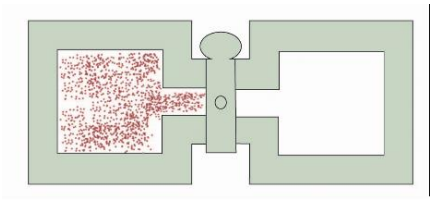
1) דוגמה - שינוי באנטרופיה כשמערבבים מים

מערבבים $5kg$ מים ב-$20°C$ עם $5kg$ מים ב-$24°C$.

א. מה תהיה הטמפרטורה הסופית של המים המעורבבים?

ב. העריכו את השינוי באנטרופיה של כל המערכת.

2) דוגמה - שינוי באנטרופיה בהתפשטות חופשית



גז מתפשט בצורה אדיאבטית וחופשית (כפי שמתואר בפרק הקודם בסרטון התפשטות חופשית) מנפח V_1 לנפח V_2.

א. חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז.

ב. מהו השינוי באנטרופיה של הסביבה?

ג. הערך את השינוי באנטרופיה עבור $n = 1.00$ ו-$V_2 = 2.00V_1$.

3) דוגמה - נחושת חמה נזרקת לתוך אגם

גוש נחושת חם בעל מסה של $2.00kg$ בטמפרטורה של $T_1 = 840°K$ נזרק לאגם גדול בטמפרטורה של $T_2 = 280°K$.

הניחו כי האגם מספיק גדול כך שהטמפרטורה שלו לא משתנה באופן מהותי.

מהו השינוי באנטרופיה של:

א. הנחושת.

ב. האגם.

ג. הכולל.

4) דוגמה - קוביית קרח נמסה

קוביית קרח במסה של $1.00kg$ ובטמפרטורה של $0°C$ נמצאת במגע עם מאגר חום גדול שהטמפרטורה שלו היא מעט מעל $0°C$.
כתוצאה מכך הקרח נמס מאוד לאט למים.
מה השינוי באנטרופיה של:

א. הקרח.

ב. המאגר.

5) שינוי באנטרופיה של מים שהופכים לאדים

מהו השינוי באנטרופיה של $150gr$ של מים ב-$100°C$ שהופכים לאדים ב-$100°C$?

6) קופסה מחליקה על משטח עם חיכוך

קופסה בעלת מסה של $6.5kg$ מחליקה על משטח אופקי לא חלק (קיים חיכוך קינטי).
חשבו את השינוי באנטרופיה של היקום מתחילת תנועתה של הקופסה במהירות $5\frac{m}{sec}$ ועד לעצירתה. הניחו שכל הגופים נמצאים בטמפרטורת החדר $293K$.

7) מים מתקררים ממאגר קרח

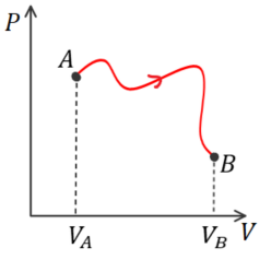
$1.0L$ של מים ב-$0°C$ נמצאים במגע עם כמות גדולה של קרח ב-$-10°C$.
כתוצאה מכך המים קופאים ומתקררים גם ל- $-10°C$.
חשבו את השינוי הכולל באנטרופיה.

8) מוט ברזל נזרק למים

מוט ברזל בעל מסה של $1.8kg$ ובטמפרטורה של $43°C$ נזרק למיכל מים המצופה בקלקר.
המיכל מכיל $1.2kg$ מים בטמפרטורת החדר ($20°C$).
מהו השינוי הכולל באנטרופיה?

9) גז אידיאלי מתפשט איזותרמית

גז אידיאלי מתפשט איזותרמית $T = 350°K$ מנפח $2.30L$ ולחץ $6.9atm$ ללחץ $1.0atm$.
מהו השינוי באנטרופיה של הגז?



10) גז אידיאלי עובר תהליך מוזר

גז אידיאלי המכיל n מולים עובר את התהליך המתואר באיור.
הטמפרטורה בנקודות A ו-B זהה.
חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז בעקבות התהליך.
nV_B , V_A נתונים.

11) שני גזים מתערבבים

1.00mol של גז חנקן ו-1.00mol של גז חמצן נמצאים בתאים נפרדים, זהים בגודלם, באותה הטמפרטורה ומבודדים מהסביבה.
מחברים בין התאים והגזים (האידיאלים) מתערבבים.
מהו השינוי באנטרופיה של:

א. כל המערכת?
ב. של הסביבה?
ג. חזור על סעיף א' אם התא של אחד הגזים גדול פי שניים מהתא של השני.

12) קיבול חום מולרי משתנה

קיבול החום המולרי של אשלגן בטמפרטורות נמוכות משתנה עם הטמפרטורה לפי $C_V = \alpha T + \beta T^3$ כאשר $\alpha = 2.08\frac{mJ}{mol\cdot K^2}$ ו- $\beta = 2.57\frac{mJ}{mol\cdot K^4}$.
מצאו את השינוי באנטרופיה של 0.25mol של אשלגן כאשר הטמפרטורה שלו יורדת מ-4.0K ל-2.0K בתהליך בנפח קבוע.

תשובות סופיות:

1) א. $22°C$ ב. $1\frac{J}{k}$

2) א. $\Delta S = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$ ב. $\Delta S = 0$ ג. $5.76\frac{J}{k}$

3) א. $-857\frac{J}{K}$ ב. $1560\frac{J}{K}$ ג. $703\frac{J}{K}$

4) א. $-1220\frac{J}{K}$ ב. $1220\frac{J}{K}$

5) $910\frac{J}{K}$

6) $0.28\frac{J}{K}$

7) $48\frac{J}{K}$

8) $2.2\frac{J}{K}$

9) $8.8\frac{J}{K}$

10) $nR\ln\frac{V_B}{V_A}$

11) א. $5.8\frac{J}{K}$ ב. 0 ג. $13\frac{J}{K}$

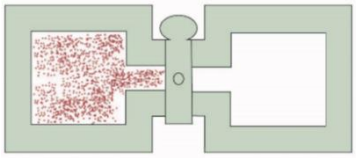
12) $-11\frac{mJ}{K}$

פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני:

סיכום כללי:

הנוסחה	תיאור	הערות
$S = k \ln \Omega$	k - קבוע בולצמן Ω - פונקציית המצבים המיקרוסקופיים	

שאלות:



1) דוגמה - התפשטות חופשית גישה סטטיסטית

השתמשו במשוואה של בולצמן לאנטרופיה וחשבו את השינוי באנטרופיה במקרה של התפשטות חופשית של מול אחד של גז אידיאלי מנפח V לנפח 2V.

הניחו ש-Ω אומרת את מספר המיקומים האפשריים של כל המולוקלות. השוו לחישוב שנעשה בדוגמה הקודמת של התפשטות חופשית באמצעות הנוסחה של קלאוזיוס.

2) אנטרופיה להטלת 4 מטבעות

השתמשו בפונקציית המצבים Ω וחשבו מה האנטרופיה בכל אחד מהמצבים המיקרוסקופיים שתוארו בדוגמה של הטלת 4 מטבעות.

המצב המיקרוסקופי	המצבים המיקרוסקופים המתאימים (H-ראש , T-זנב)	מספר המצבים המיקרוסקופים
4 ראש	HHHH	1
3 ראש, 1 זנב	THHH , HTHH , HHTH , HHHT	4
2 ראש, 2 זנב	TTHH , THTH , HTTH , THHT , HTHT , HHTT	6
1 ראש, 3 זנב	HTTT , THTT , TTHT , TTTH	4
4 זנב	TTTT	1

3) הטלת 5 מטבעות

דני לקח 5 מטבעות והטיל אותם בצורה אקראית על השולחן.

א. רשמו טבלה ובה את מספר המצבים המיקרוסקופים המתאימים לכל מצב מקרו.

ב. מהי ההסתברות שבהטלה יצאו 3 מטבעות ראש ו-2 זנב?

ג. מהי ההסתברות שכל המטבעות יפלו על זנב?

ד. מהי ההסתברות שבהטלה יפלו לפחות 3 מטבעות על זנב?

4) שינוי באנטרופיה בסידור 10 מטבעות

על שולחן ישנם 10 מטבעות כאשר 9 מתוכם נמצאים עם הראש כלפי מעלה ואחד עם הזנב כלפי מעלה. הופכים 3 מטבעות שהיו עם הראש כלפי מעלה.
מה השינוי באנטרופיה של המערכת?
השווה לשינוי באנטרופיה של מערכת תרמודינמית מאחד הדוגמאות הקודמות.

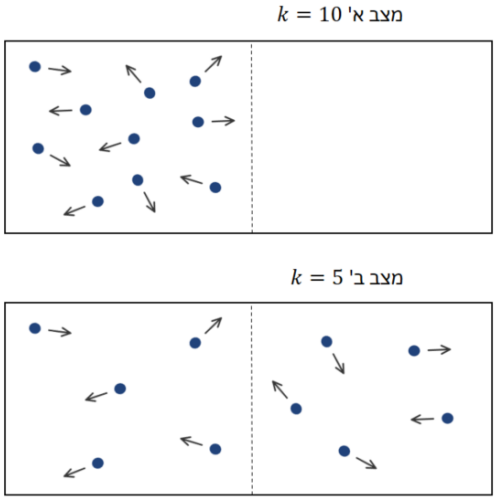
ניתן לחשב את פונקציית המצבים גם באמצעות מקדמי הבינום של ניוטון: $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
כאשר n הוא מספר המטבעות ו-k מספר המטבעות עם הזנב (או הראש) כלפי מעלה.

5) גז עם 10 אטומים בתיבה

נניח שישנה מערכת דמויית גז המכילה $n = 10$ אטומים במהירויות זהות.
ה"גז" נמצא בתוך תיבה. נסמן את מספר האטומים הנמצאים בחציה השמאלי של התיבה ב-k. מספר האפשרויות לסדר את האטומים כך ש-k אטומים יהיו בחצי השמאלי הוא: $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.
נניח כי כל ערך של k מסמל מצב מיקרוסקופי של המערכת.
במצב א' שבאיור כל 10 האטומים בצד שמאל של התיבה $(k = 10)$
ובמצב ב' שבאיור 5 בחצי הימני ו-5 בשמאלי $(k = 5)$.

א. מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב א' למצב ב'?
האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?

ב. מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב ב' למצב א'?
האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?



תשובות סופיות:

1) $R\ln(2)$

2)

המצב המיקרוסקופי	אנטרופיה
4 ראש	0
3 ראש, 1 זנב	$1.91\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$
2 ראש, 2 זנב	$2.47\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$
1 ראש, 3 זנב	$1.91\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$
4 זנב	0

3) א.

פונקציית המצבים Ω	המצבים המיקרוסקופיים	מצב מקרוסקופי
1	HHHHH	5-H , 0-T
5	HHHHT , HHHTH , HHTHH , HTHHH , THHHH	4-H , 1-T
10	HHHTT , HHTHT , HTHHT , THHHT , HHTTH HTTHH , THTHH , TTHHH , HTHTH , THHTH	3-H , 2-T
10	כמו 2-T , 3-H רק להחליף H ב-T	2-H , 3-T
5	כמו 1-T , 4-H רק להחליף H ב-T	1-H , 4-T
1	כמו 0-T , 5-H רק להחליף H ב-T	0-H , 5-T

ב. 31.25% ג. 3.125% ד. 50%

4) $4.2\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$

5) א. $7.63\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$, כן. ב. $-7.63\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$, לא.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 21 - אופטיקה

תוכן העניינים

1. מבוא לאופטיקה 221

מבוא לאופטיקה:

רקע:

חוק סנל: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

נוסחת העדשות: $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$

הגדלה קווית: $m=\frac{\mathrm{H_i}}{\mathrm{H_o}}=\frac{|v|}{|u|}$

עוצמת העדשה: $\mathrm{C}=\frac{1}{f}$

שאלות:

1) תרגול אור במרחב

מציבים מקור אור נקודתי מול מסך במרחק 4m מהמסך.
במרחק 1m ממקור האור מציבים מחסום בגובה 1.5m.

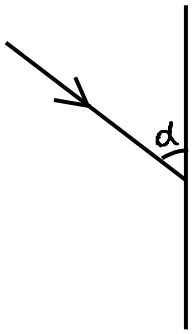
א. שרטט את הבעיה בקנה מידה לבחירתך.
ב. מצא את גודלו של הצל על הקיר:
   i. בעזרת שרטוט.
   ii. בעזרת חישוב.
ג. היכן היה צריך למקם המחסום, כדי שגודל הצל יהיה 2.5m?
ד. מוסיפים מקור אור זהה (בניסוי המקורי), במרחק של 1m מתחת למקור הראשון. מצא, בעזרת שרטוט, את אזורי האור והצל השונים שמתקבלים.

2) תרגול אור במרחב 2

מהירות האור בריק היא: $\mathrm{C}=3\cdot10^8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$.

א. היעזר בדף הנוסחאות, ומצא תוך כמה זמן מגיעה קרן אור שמוחזרת מהירח – אל כדור הארץ.
ב. מצא תוך כמה זמן מגיעה קרן היוצאת מהשמש אל כדור הארץ.
ג. אם אני מדליק פנס עכשיו, וחבר נמצא במרחק 3m ממני, תוך כמה זמן יגיע אליו האור מהפנס, מרגע שהדלקתי אותו?
ד. שנת אור מוגדרת כמרחק שאור עובר בשנה.
מצאו מהי שנת אור בעזרת הגדרה זו.

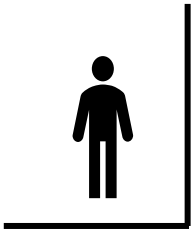
3) החזרה תרגיל 1



נתון מקור אור הפולט אור ומולו מוצבת מראה.
הזווית α בשרטוט שווה $76°$.

א. מה זווית ההחזרה של הקרן המשורטטת בתרשים?
ב. מצא, בעזרת שתי קרניים נוספות לבחירתך, את מיקום הדמות המדומה של העצם הנ"ל.
ג. מצא את שדה הראייה של העצם הנ"ל.
ד. מכסים בבד סגול את החצי העליון של המראה. האם עדיין תיווצר דמות של העצם?

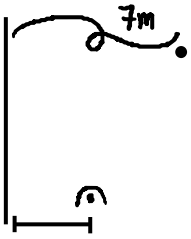
4) החזרה תרגיל 2



נתון התרשים הבא, בו נער בגובה $1.7m$ עומד לפני מראה.

א. שרטט קרן אור היוצאת מידו הימנית של הנער, פוגעת במראה וחוזרת לעיניו (הקרן מייצגת את הקרן/ הקרניים, שבזכותן הנער רואה את ידו במראה).
ב. שרטט (הכי מדויק שאפשר), את דמות הנער במראה.
ג. מציבים מאחורי המראה מסך סגול. האם עדיין יראה הנער את דמותו?
ד. מה הגובה המינימאלי של המראה שיש להציב, כדי שדמות הנער תתקבל במלואה?
ה. מרחיקים את המראה למרחק כפול מגוף הנער.כיצד תשתנה תשובתך לסעיף ד'?

5) החזרה תרגיל 3



מציבים מטבע מול מראה, במרחק $7m$ ממנה, כמתואר בתרשים.
אדם שנמצא במורד התרשים רואה את המטבע בזווית $30°$,
ביחס לקו המקביל למראה, ואת דמותו של המטבע בזווית $50°$.
חשב את מרחקו של האדם מהמראה.

6) תרגול חוק סנל 1

קרן לייזר מתקדמת במים $\left(h_{water}=1.33\right)$, ופוגעת במשטח זכוכית $\left(h_{glass}=1.5\right)$.
חלק מהקרן נשבר לזכוכית וחלק מוחזר.
הזווית בין פני המים והקרן הפוגעת היא $60°$.

א. חשבו את זווית השבירה.
ב. שרטטו את המקרה הנ"ל.

7) תרגול חוק סנל 2

תלמיד שלח קרני אור בזוויות שונות מאוויר לעבר חומר שקוף בעל מקדם שבירה לא ידוע, ומדד את זוויות הפגיעה והשבירה המתאימה לה לזוויות פגיעה שונות. תוצאות המדידות בטבלה שלפניך:

θ_1	θ_2
0	0
10	7.33
20	14.57
30	21.57
40	28.21
50	34.28
60	39.55
70	43.71
80	46.40

א. האם גרף $\theta_2(\theta_1)$ מצופה שיצא לינארי?

ב. הגדר משתנים עבורם כן תצפה לקבל גרף לינארי.

ג. שרטט גרף לינארי זה.

ד. מצא, בעזרת הגרף, את מקדם השבירה של החומר השקוף הלא ידוע.

8) החזרה גמורה תרגיל 1

קרן אור מתקדמת בזכוכית $(n=1.5)$, ופוגעת בגבול בין זכוכית זו ובין מים $(n=1.33)$, בזוויות:

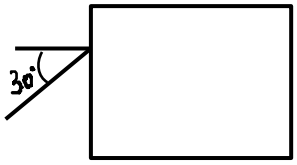
א. $\theta_1 = 0°$

ב. $\theta_7 = 30°$

ג. $\theta_2 = 70°$

שרטט את המשך מהלך הקרן, לאחר הפגיעה, בכל אחד משלושת המקרים.

9) החזרה גמורה תרגיל 2



נתון מלבן מפרספקס $n=1.5$, כמתואר בתרשים.
קרן אור, המגיעה משמאל, פוגעת בפרספקס בזווית פגיעה של $30°$.
השלם את מהלך הקרן בתוך הפרספקס.

10) עדשה מרכזת - תרגיל 1

נתונה עדשה מרכזת בעלת מוקד $f=8\text{cm}$.

נתון עצם, בגובה $H_0 = 4\text{cm}$ המונח במרחק 12cm מהעדשה.

א. מצא בעזרת שרטוט את:

i. מיקום הדמות הנוצרת.

ii. גובה הדמות.
iii. ההגדלה הקווית.

ב. מצא בעזרת חישובים את:
i. מיקום הדמות.
ii. גובה הדמות.

ג. מצא מה אופי הדמות.

ד. שרטט שתי קרניים היוצאות ממרכז העצם, פוגעות בעדשה וממשיכות לצדה השני.

11) עדשה מרכזת - תרגיל 2

לעדשה מרכזת מרחק מוקד של 11cm.

מציבים עצם, שגובהו 5cm, במרחק 4cm מעדשה זו.

א. מצא בעזרת שרטוט את:
i. מרחק הדמות מהעדשה.
ii. גובה הדמות.
iii. ההגדלה הקווית.

ב. מצא בעזרת חישוב מספרי את:
i. מרחק הדמות מהעדשה.
ii. גובה הדמות.

השווה תשובותיך לסעיף ב, עם אלה של סעיף א.

ג. מניחים מסך במיקום הדמות.
האם ניתן לראות את הדמות על המסך?

ד. מניחים וילון שחור על המחצית העליונה של העדשה (מכסים אותה).
האם ניתן לראות את הדמות?

ה. מסירים ווילון זה. ומניחים אותו בין העצם ודמותו.
האם עכשיו ניתן לראות את דמות העצם?

12) עדשה מפזרת – תרגיל 1

נתונה עדשה שעוצמתה $C=10D$.

לפני העדשה, במרחק $u=8cm$, מניחים עצם שגובהו $H_0=4cm$.

א. מצא בעזרת חישוב את:
i. מיקום הדמות.
ii. גובהה.
iii. אופי הדמות.

ב. מצא בעזרת שרטוט את:
i. מיקום הדמות.
ii. גובהה.

ג. מהיכן ניתן לראות את הקצה העליון של דמות העצם (שדה ראייה)?

13) בגרות 2017 שאלה 6

רמי ישב ליד בריכה ריקה. בתחתית הבריכה הונח מטבע, אבל ממקום מושבו של רמי לא היה אפשר לראות את המטבע כשהבריכה ריקה.
התחילו למלא את הבריכה במים, וברגע מסוים ראה רמי את המטבע (רמי והמטבע לא זזו). מקדם השבירה של המים הוא: $n=1.33$.

א. הגדר את תופעת השבירה של האור, וציין את סיבתה.

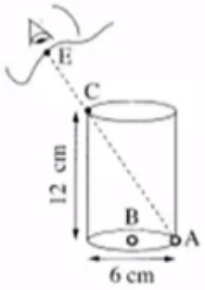
ב. הסבר מדוע ראה רמי את המטבע רק לאחר שהבריכה התמלאה חלקית במים.
לווה את תשובתך בסרטוט מהלך קרניים.

נתון: קרן היוצאת מן המטבע ומגיעה לעין של רמי עוברת בתוך המים מרחק $d=0.61m$.
זווית השבירה של קרן זו היא: $\beta=13.6°$.

ג. חשב את עומק המים.

14) בגרות 2016 שאלה 7

בתרשים שלפניך מוצב כלי ריק שצורתו גליל. גובה הכלי 12cm וקוטרו 6cm.
בתחתית הכלי מונחים שני חרוזים קטנים מאוד: חרוז A צמוד לדופן הכלי וחרוז B במרכז התחתית של הכלי.



תלמיד הביט אל תוך הכלי בכיוון EC (הנקודה C נמצאת על שפת הכלי).
כאשר הכלי היה ריק התלמיד ראה את חרוז A בלבד. מילאו את הכלי עד שפתו בנוזל שקוף. התלמיד הסתכל באותו כיוון וראה את חרוז B בלבד.

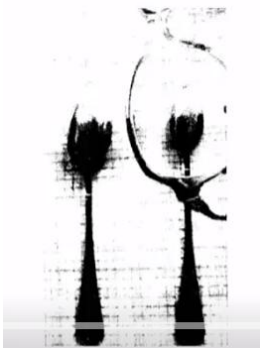
א. העתק את תרשים הכלי והעין למחברתך בלי הקו המקווקו.
הוסף לתרשים שבמחברתך קרן אור שמגיעה מחרוז B, עוברת בתוך הנוזל אל נקודה C ומגיעה לעין התלמיד.
סמן בתרשים שבמחברתך את זווית הפגיעה (α) ואת זווית השבירה (β) במעבר של קרן האור מהנוזל לאוויר.

ב. חשב את מקדם השבירה של הנוזל.

ג. קבע אם חרוז B נראה לתלמיד בעומק האמיתי שהוא היה בו, גבוה יותר או נמוך יותר. נמק את קביעתך באמצעות סרטוט תרשים נוסף של הכלי ומהלך הקרניים.

15) בגרות 2016 שאלה 6

תלמידה רצתה לבדוק את סוג העדשות במשקפיים של דודתה.
לשם כך הניחה התלמידה שתי כפיות זהות על השולחן, והניחה עדשה של המשקפיים מעל אחת הכפיות.
בתרשים שלפניך נראה תצלום הכפיות והמשקפיים שצילמה התלמידה.



א. בכל אחת מן האפשרויות i-iii שלפניך, קבע מהו המאפיין הנכון של דמות הכפית הנראית מבעד לעדשה:
   i. ישרה או הפוכה.
   ii. ממשית או מדומה.
   iii. מוגדלת או מוקטנת.

ב. האם העדשה מרכזת או מפזרת? נמק את תשובתך.

ג. מצא את דמות הכפית באמצעות סרטוט מדויק של מהלך שלוש קרניים.
נתון: רוחק מוקד העדשה: $|f|=12cm$, מרחק העצם מהעדשה $6cm$, גובה העצם $3cm$.
בסרטוט השתמש בקנה מידה של 1 משבצת=1 ס"מ.

ד. חשב באמצעות נוסחאות את גובה הדמות ואת מרחקה מהעדשה.
האם תוצאות החישוב מתאימות לאותם ערכים שהתקבלו בסרטוט?

16) בגרות 2015 שאלה 7

ילד הלובש חולצה שעליה מודפסת האות F עומד מול מראה מישורית התלויה על קיר (ראה איור).

א. מהי התופעה הפיזיקאלית שגורמת להשתקפות הילד רק במראה ולא בקיר?

ב. המרחק של הילד מן המראה היה 1 מטר, והוא החל להתקרב אליה במהירות קבועה: $v = 0.5\frac{m}{sec}$.
חשב בתוך כמה זמן יהיה המרחק בין הילד ובין דמותו 0.5 מטר.

ג. לפניך ארבע צורות I-IV של האות F. העתק למחברתך את המספר של צורת הדמות של האות F, כפי שהילד שמסתכל במראה רואה אותה.

17) בגרות 2014 שאלה 6

יאיר ישב במכונית ורצה לעיין במפה שבידיו (זה היה לפני עידן ה-G.P.S).
בחוץ שרר חושך, ולכן יאיר הדליק נורה בתוך המכונית.

א. כדי שיראה היטב את המפה, האם על יאיר לכוון את אלומת האור מן הנורה לעבר עיניו או לעבר המפה? נמק.

לאחר שיאיר הדליק את הנורה הוא התבונן בשמשת החלון של מכוניתו. הוא לא ראה את הסביבה שבחוץ, אלא את דמותו המשתקפת בשמשת החלון.

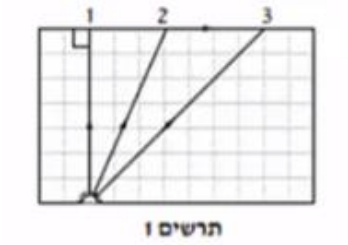
ב. הסבר באמצעות תרשים כיצד נוצרת הדמות המשתקפת בשמשת החלון.

יאיר מאס בפקקי התנועה שבכבישים, והחליט לנסוע ברכבת. בתוך קרון הרכבת דלק אור, ומחוץ לרכבת שרר חושך. יאיר הבחין בשתי דמויות שלו המשתקפות בחלון הרכבת. חלון הרכבת מורכב משני לוחות זכוכית מקבילים וביניהם מרווח שבו שכבת אוויר.
אפשר להזניח את העובי של לוחות הזכוכית.

ג. מדוע ברכבת הבחין יאיר בשתי דמויות, ולא בדמות אחת, כפי שראה במכוניתו? פרט את תשובתך.

ד. באותם תנאי תאורה הכניסו נייר שחור למרווח שבין שני לוחות הזכוכית. הנייר אוטם את כל המרווח. כמה דמויות השתקפו בחלון? נמק.

18) בגרות 2014 שאלה 7

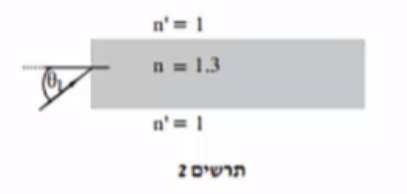


תרשים 1

מקור אור נקודתי נמצא בתוך מנסרה מלבנית (תיבה) העשויה מחומר שקוף. המנסרה נמצאת באוויר. בתרשים 1 מוצג חתך של המנסרה המקביל לשתיים מדופנות המנסרה, וכן מוצג בו מהלכן של שלוש קרניים 1, 2, 3, שמקורן במקור האור.
זווית השבירה של קרן 2 היא $90°$ בקירוב.

א. העתק את תרשים 1 למחברתך, והשלם בו במדויק את המשך המהלך של קרן 1 ושל קרן 3. הסבר את שיקוליך.

ב. על פי התרשים, חשב את הזווית הגבולית (קריטית) למעבר אור מן החומר השקוף לאוויר.



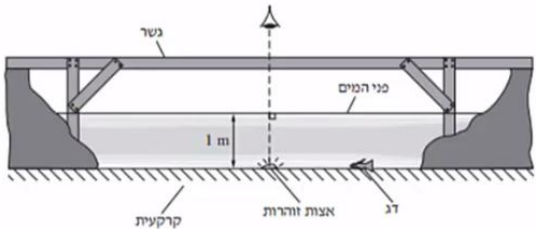
תרשים 2

אפשר להעביר מידע למרחקים גדולים באמצעות סיבים אופטיים שאור מתפשט דרכם כמעט בלי הפסדי אנרגיה. בתרשים 2 מתואר חתך של סיב אופטי העשוי מחומר שקוף שמקדם השבירה שלו: $n=1.3$, וקרן אור נכנסת לתוכו מן האוויר בזווית פגיעה θ_1.

ג. כאשר האור נכנס לסיב מהצד (כמתואר בתרשים 2), זווית הפגיעה θ_1 צריכה להיות קטנה מ- $57°$ כדי למנוע דליפת (יציאת) אור מהסיב לאוויר. הסבר מדוע. בתשובתך היעזר בתרשים.

19) בגרות 2013 תרגיל 1

בגן חיות יש בריכה ובה דגים ויצורי מים מיוחדים. מושבה של אצות זוהרות (פולטות אור) נחה על קרקעית הבריכה, בעומק של 1 מטר. מקדם השבירה של מי הבריכה ביחס לאוויר הוא: $n=1.33$. מעל הבריכה נמתח גשר שממנו המבקרים יכולים לצפות בבריכה (ראה תרשים). התייחס למושבת האצות כאל מקור אור נקודתי.



א. האור שנפלט ממושבת האצות לעבר פני המים עובר לאוויר דרך משטח מעגלי של פני המים. הסבר מדוע. היעזר בתרשים מתאים.

ב. חשב את הרדיוס של המשטח המעגלי שהאור עובר דרכו לאוויר.

ג. אדם הניצב על הגשר בדיוק מעל מושבת האצות רואה אותה בעומק קטן יותר מהעומק האמיתי שהיא נמצאת בו. הסבר מדוע.

ד. דג השוחה על קרקעית הבריכה, בעומק 1 מטר, רואה את השתקפות האצות באמצעות קרני אור המוחזרות מפני המים.
חשב את המרחק (האופקי) המינימלי בין הדג לבין מושבת האצות, שהוא יכול לראות בו את השתקפות האצות באמצעות קרני אור המוחזרות בהחזרה מלאה.

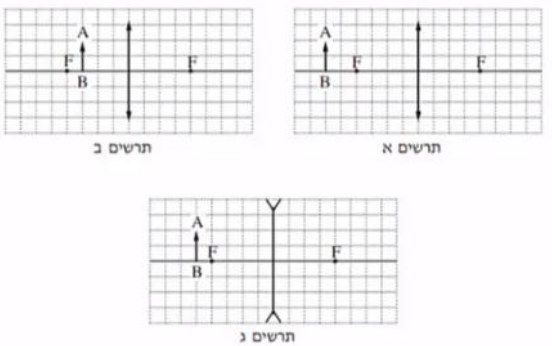
ה. כאשר הדג בעומק של 1 מטר, אבל המרחק בינו לבין מושבת האצות קטן יותר מהמרחק שחיבת בסעיף ד', הוא עדיין רואה את השתקפות האצות בפני המים. הסבר מדוע.

20) בגרות 2013 שאלה 6

אדם המרכיב משקפיים עם עדשות מרכזות זהות רואה בעזרתם את הדמות המדומה של עצם.

א. הסבר את המושגים "דמות ממשית" ו"דמות מדומה", בהסברך תוכל להיעזר בתרשימים.

ב. בתרשימים א'-ג' שלפניך החץ AB מייצג את העצם.
קבע איזה תרשים מתאים לתיאור שבפתיח. נמק את קביעתך.



ג. עוצמת העדשה היא 2 דיופטריות. מהו רוחק המוקד של העדשה?

ד. המרחק בין הדמות לעדשה הוא 60cm . חשב את המרחק בין העצם לעדשה.

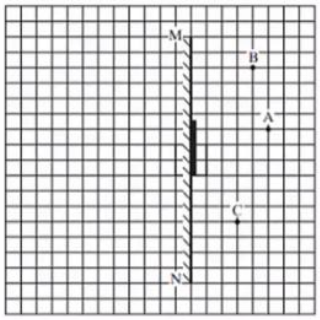
21) בגרות 2012 שאלה 1

עצם ניצב לפני משטח מישורי.

א. מה צריך להתקיים כדי שתיווצר דמות של העצם על ידי המשטח?

ב. כאשר נוצרת דמות של העצם על ידי המשטח, איזה תנאי חייב להתקיים כדי שצופה המתבונן במשטח יראה בו את הדמות של העצם?

באיור שלפניך מתואר חתך של מראה מישורית MN המכוסה במרכזה בכיסוי בד אטום. בנקודה A נמצא עצם נקודתי.
בכל אחת מהנקודות B ו-C נמצא צופה (צופה B, צופה C). הנקודות A, B, C נמצאות על אותו מישור.



העתק למחברתך את התרשים כך שכל משבצת בתרשים תיוצג בתרשים תיוצג על ידי משבצת במחברתך.

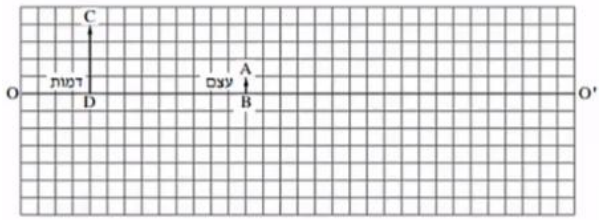
ג. האם צופה B וצופה C רואים את הדמות A באותו מקום? הסבר.

ד. צלע של משבצת אחת מייצגת מרחק של 20 ס״מ במציאות. חשב את המרחק של הצופה הנמצא בנקודה C מהדמות של העצם A.

ה. צופה C מביט אל עבר המראה, אך אינו רואה בה את דמות העין של צופה B.
האם צופה B המביט אל עבר המראה רואה בה את דמות העין של צופה C? הסבר.

22) בגרות 2011 שאלה 1

בתרשים שלפניך הקטע OO' מסמן ציר אופטי של עדשה דקה (העדשה אינה מוצגת בתרשים). הקטע AB מסמן עצם, והקטע CD מסמן את הדמות של העצם הנוצרת בעזרת העדשה. הצלע של כל משבצת בתרשים – 1 ס״מ.



א. מדוע הדמות המתוארת בתרשים יכולה להיווצר רק בעזרת עדשה מרכזת?

העתק למחברתך את התרשים כך שכל משבצת בתרשים תיוצג על ידי משבצת במחברתך. השתמש בתרשים שסרטטת כדי לענות על סעיפים ב׳-ג׳.

ב. מצא, בעזרת סרטוט של מהלך קרני האור, את מיקום העדשה, והוסף אותה לתרשים.

ג. מצא את רוחק המוקד של העדשה בשתי דרכים:

i. סרטוט של מהלך קרני האור.

ii. חישוב.

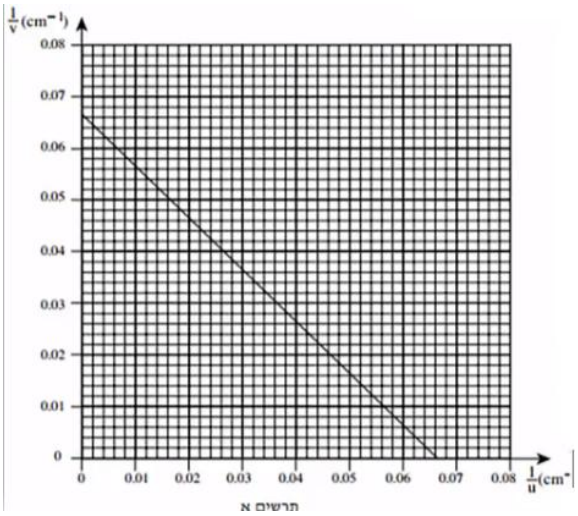
ד. כשהמרחק בין העצם לעדשה גדול מערך מסוים u_1, נוצרת דמות הפוכה ביחס לעצם. קבע מהו u_1.

ה. כשהמרחק בין העצם לעדשה שווה לערך מסוים u_2, הגדול מ-u_1, נוצרת דמות באותו גובה של הדמות CD שבתרשים. מצא את u_2.

23) בגרות 2009 שאלה 1

ברק הציב מקור אור במרחקים שונים מעדשה דו-קמורה דקה. בכל פעם הוא מדד את המרחק של מקור האור מן העדשה (u), ואת המרחק של המסך שעליו התקבלה דמות חדה של מקור האור מן העדשה (v). לאחר מכן הוא חישב את ערכי $\frac{1}{u}$ ו-$\frac{1}{v}$, ועל פי ערכים אלה סרטט גרף של $\frac{1}{v}$ (ביחידות cm^{-1}) כפונקציה של $\frac{1}{u}$ (ביחידות cm^{-1}).

הגרף מוצג בתרשים א'.



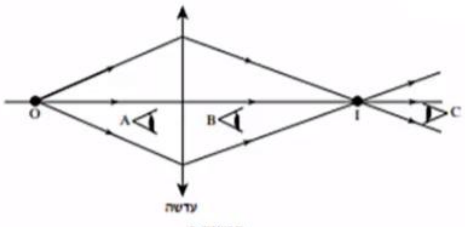
תרשים א

א. הסבר מדוע הגרף שהתקבל הוא קו ישר.

ב. מצא בעזרת הגרף את רוחק המוקד של העדשה. פרט את חישוביך.

ג. כאשר הציב ברק את מקור האור במרחק 10 ס"מ מן העדשה, הוא לא הצליח למקם את המסך כך שתתקבל עליו דמות חדה של מקור האור. הסבר מדוע.

ד. בתרשים ב' שלפניך מתואר עצם נקודתי O ודמותו I, הנוצרת על ידי עדשה מרכזת דקה.



תרשים ב

האם אפשר לראות את הדמות I גם ללא מסך?

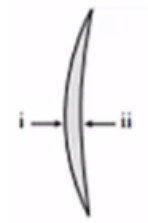
אם כן – באיזו מהנקודות A, B או C צריכה להימצא העין (על פי כיווני ההסתכלות שלה המתוארים בתרשים) כדי לראות את הדמות I?

אם לא – היעזר בתרשים ב', והסבר מדוע אי-אפשר לראות את הדמות ללא מסך.

ה. בתרשים ג' שלפניך מתואר חתך של עדשה קמורה-קעורה דקה עשויה מזכוכית. מטילים על העדשה פעמיים אלומת אור מקבילה ואופקית, המתפשטת באוויר:

במקרה i אלומת האור פוגעת תחילה במשטח הקמור.

במקרה ii אלומת האור פוגעת תחילה במשטח הקעור.



תרשים ג

העתק למחברתך את המספר של המשפט הנכון מבין המשפטים i-iv שלפניך:

i. העדשה מרכזת את האור בשני המקרים.

ii. העדשה מרכזת את האור במקרה i ומפזרת אותו במקרה ii.

iii. העדשה מפזרת את האור במקרה i ומרכזת אותו במקרה ii.

iv. העדשה מפזרת את האור בשני המקרים.

24) בגרות 2007 שאלה 2

על ספסל אופטי המונח על שולחן, מציבים מקור אור שצורתו מלבן (מלבן מלא).

עדשה מרכזת שרוחק המוקד שלה הוא: $f = 30cm$, ומסך.

מקור האור, העדשה והמסך מקבילים זה לזה.

שתיים מהצלעות של מקור האור המלבני מאונכות לשולחן. הדמות של מקור האור מתקבלת על המסך, וגובהה גדול פי 2 מהגובה של מקור האור.

א. חשב את המרחק של מקור האור מן העדשה.

ב. פי כמה גדול שטח הדמות מהשטח של מקור האור? נמק.

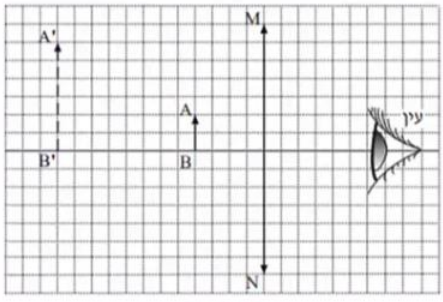
ג. מציבים את מקור האור במרחק $160cm$ מן המסך.
באיזה מרחק ממקור האור יש להציב את העדשה, כדי שתתקבל על המסך דמות חדה שלו? אם יש יותר מאפשרות אחת, כתוב את כולן.

האיור שלפניך הוא העתק של תצלום שבו מראה מישורית המונחת על לוח עץ, ופנס. הפנס פולט אלומת אור הפוגעת בלוח העץ ובמראה שעליו. מלבד הפנס אין מקורות אור נוספים.

ד. מדוע המראה שבתצלום נראית חשוכה, ואילו החלק של לוח העץ שבו פוגעת אלומת האור נראה מואר?

25) בגרות 2004 שאלה 1

בתרשים א' מוצגת מערכת, ובה עדשה מרכזת, MN, הציר האופטי שלה, בול דואר,AB, הדמות של הבול, A'B' , הנוצרת על ידי העדשה, ועין הצופה המתבונן בבול.
אורך הצלע של כל משבצת בתרשים מייצג מרחק של 5 ס"מ במציאות.



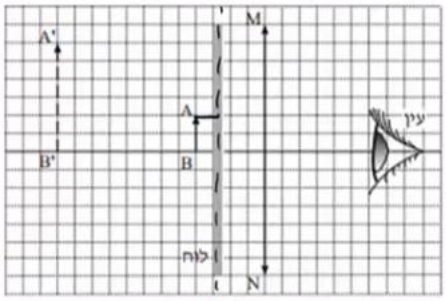
תרשים א

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את אורך מוקד העדשה.

ii. חשב את עוצמת העדשה. הצג את תשובתך בדיופטר.

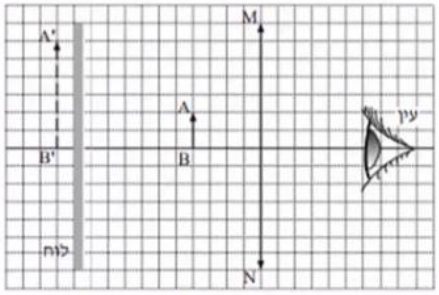
באותה מערכת מציבים לוח אטום לאור לפני הבול, בין הבול לעדשה (ראה תרשים ב').



תרשים ב

ב. האם במצב זה יוכל הצופה לראות את הבול? נמק.

את הלוח האטום לאור מעבירים אל מאחורי הבול, כמוצג בתרשים ג'.



תרשים ג

ג. האם במצב זה יוכל הצופה לראות את הבול? נמק.

ד. מסלקים את הלוח האטום. הבול, העדשה והעין נשארים במקומם. הצופה מתבונן בבול דרך העדשה (ראה תרשים א'), ואחר כך הוא מסלק את העדשה ומתבונן בבול.
באיזה משני המצבים (עם העדשה או בלי העדשה) הבול נראה לצופה גדול יותר?
הסבר את תשובתך במונחים של זוויות ראייה.

ה. העתק למחברתך את תרשים א'. (כל משבצת בתרשים תהיה משבצת במחברת).
סרטט קרן, המופצת מראש הבול (A), עוברת בעדשה, וחודרת למרכז האישון של עין הצופה.
תאר כיצד קבעת את מהלך הקרן שסרטטת.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון. ב.i. $6m$ ii. $6m$ ג. $2.4m$
ד. ראה סרטון.

2) א. $t=1.28\sec$ ב. $t\cong 8\frac{1}{3}\min$ ג. $t=10^{-9}$ ד. $9.47\cdot 10^{15}\,m$

3) ראה סרטון.

4) א. ראה סרטון. ב. ראה סרטון. ג. כן. ד. $0.85m$
ה. ללא שינוי.

5) $2.43m$

6) א. $26.3°$ ב. ראה סרטון.

7) א. לא. ב. $\sin\theta_2=\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\theta_1$ ג. ראה סרטון.
ד. 1.353.

8) ראה סרטון.

9) ראה סרטון.

10) א. ראה סרטון. ב.i. $V=24cm$ ii. $H_i=8cm$
ג. הפוכה, מוגדלת, ממשית. ד. ראה סרטון.

11) א. ראה סרטון. ב.i. $V\approx 6.5cm$ ii. $H_i\approx 7.95cm$
ג. לא. ד. כן. ה. כן.

12) א.i. $V=-4.4cm$ ii. $H_i=2.2cm$ iii. מדומה, מוקטנת, ישרה.
ב. ראה סרטון. ג. ראה סרטון.

13) א. ראה סרטון. ב. ראה סרטון. ג. $h=0.6m$.

14) א. ראה סרטון. ב. 1.85. ג. נמוך יותר.

15) א.i. ישרה. ii. מדומה. iii. מוקטנת. ב. מפזרת.
ג. ראה סרטון. ד. $V=\Theta 4cm$, $H_i=2cm$, כן.

16) א. החזרה מסודרת, מתקבלת דמות במפגש הקרניים המוחזרות.
ב. $1.5\sec$. ג. IV.

17) א. לעבר המפה. ב. ראה סרטון. ג. כל משטח מתפקד כמראה עצמאית.
ד. דמות 1.

18) א. ראה סרטון. ב. $\theta_c=23.2°$ ג. ראה סרטון.

19) א. ראה סרטון. ב. $r=1.14m$ ג. ראה סרטון.
ד. $x=2.28m$. ה. ראה סרטון.

20) א. דמות ממשית – מתקבלת במפגש המשכי הקרניים הממשיות.
דמות מדומה – מתקבלת בנקודת מפגש המשכי הקרניים המדומות.
ב. תרשים ב'. ג. $50cm$. ד. $u=27.3cm$

21) א. 1. קרניים שיצאו מהסוף, 2. ההחזרה מהמשטח תהיה מסודרת.
ב. הצופה יימצא בשדה בראייה של הדמות. ג. כן. ד. 2m
ה. לא.

22) א. הדמות לא יכולה להיווצר בעדשה מפזרת. ב. ראה סרטון.
ג. 4cm. ד. $u > f$ ה. $u_2 = 8cm$.

23) א. ראה סרטון. ב. 15.1cm ג. ראה סרטון.
ד. כן. ה. i.

24) א. $u = 45cm$. ב. פי 4. ג. $u_2 = 40cm$, $u_1 = 120cm$.
ד. ראה סרטון.

25) א.i. $f = 30cm$ ii. $C = 3.33D$. ב. לא. ג. כן.
ד. ראה סרטון. ה. ראה סרטון.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 22 - האטום- התפתחות הסטורית ומודל האטום של בוהר

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים..... 237

הסבר ותרגילים:

רקע:

הנחות בוהר:

$$m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$$
$$E_{ph} = |E_f - E_i|$$

m_e – מסת האלקי

v_n – מהירות האלקי ברדיוס מסדר n .

r_n – הרדיוס ה- n .

n – מספר חיובי שלם ... $n = 1,2,3$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot s$ הוא קבוע פלאנק.

E_{ph} – אנרגיית פוטון שנפלט/נבלע.

E_i ו- E_f הן אנרגיות האלק לפני ואחרי התהליך.

רמות אנרגיה באטום מימן:

$$E_n = -\frac{R^*}{n^2} \qquad (U_\infty = 0)$$
$$R^* = \frac{2\pi^2 k^2 m_e e^4}{h^2} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13.6eV$$

R^* – קבוע רידברג.

k – קבוע קולון.

$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ – קבוע הפרמטיביות של הריק.

רדיוסי המסלולים המותרים של האלקטרון באטום מימן:

$$r_n = r_1 n^2$$
$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} = 0.529\mathring{A}$$

r_1 – רדיוס הבסיס של האלקי

שאלות:

1) תרגיל 1 אטום מימן

איזו אינטראקציה תתרחש בין גז מימן ברמת היסוד ובין:

א. אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 12 אלקטרון וולט?

ב. פוטונים בעלי אנרגיה של 12 אלקטרון וולט?

ג. פוטונים בעלי אנרגיה של 15 אלקטרון וולט?

ד. אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 15 אלקטרון וולט?

היעזרו בדיאגרמה לרמות אנרגיה של אטום מימן.

2) תרגיל 2 אטום מימן

בניסוי מסוים העבירו דרך גז מימן חד אטומי ברמת היסוד אלקטרונים שהואצו לאנרגיה קינטית של 13 אלקטרון וולט.

א. כיצד ייראה ספקטרום הפליטה של גז זה?

ב. מה הערכים האפשריים של האנרגיה הקינטית לאלקטרונים שהואצו לאחר מעברם בגז?

ג. מה השינוי ברדיוס של האלקטרונים הקשורים שעוררו לרמה הגבוהה ביותר?

3) תרגיל 3 אטום מימן

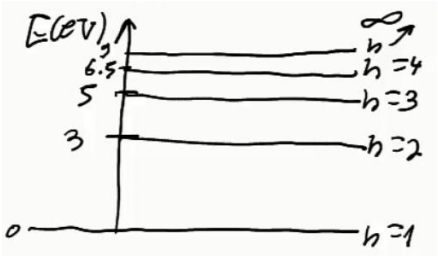
בניסוי נוסף הקרינו גז מימן ברמת היסוד בפוטונים בעלי אורך גל גדול ושווה מ-100 ננומטר, וקטן או שווה מ-400 ננומטר.

א. כיצד ייראה ספקטרום הבליעה של הגז?

ב. כיצד ייראה ספקטרום הפליטה של הגז?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון האנרגטי ביותר?

4) גזים אחרים תרגיל 1



נתונה דיאגרמת רמות האנרגיה של גז מסוים:

א. איזו אינטראקציה תתרחש אם נקרין את הגז בפוטונים בעלי אנרגיה של 6 אלקטרון וולט?

ב. איזו אינטראקציה תתרחש אם נאיץ אל הגז אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 6 אלקטרון וולט?

ג. במידה ותתרחש אינטראקציה עם הגז, תאר מה יקרה לאחר מכן.

5) גזים אחרים תרגיל 2

מעבירים דרך גז לא ידוע אור בטווח אורכי גל של: $180\text{nm} \le \lambda \le 700\text{nm}$.

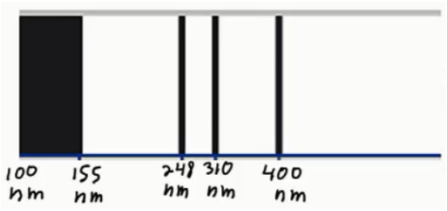
מקבלים ספקטרום בליעה בו חסרים 3 אורכי גל: $\lambda_1 = 620\text{nm}$, $\lambda_2 =$ $\lambda_3 = 248\text{nm}$, 400nm.

א. חשבו ושרטטו את דיאגרמת רמות האנרגיה של גז זה.

ב. כמה קווים ספקטרליים יהיו בספקטרום הפליטה במצב המתואר למעלה?

ג. מאיצים אלקטרונים במתח של 5.5 וולט ולאחר מכן מכוונים אותם לתוך גז זה שנמצא מחדש ברמת היסוד.
עם איזה אנרגיה קינטית יכולים האלקטרונים החופשיים להמשיך לאחר מעברם בגז?

6) גזים אחרים תרגיל 3



בניסוי מסוים הוקרן גז לא ידוע באור בספקטרום רציף בתחום אורכי הגל של: $100\text{nm} \le \lambda \le 500\text{nm}$.
ספקטרום הבליעה של הגז כולל 3 קווים דקים חשוכים, ותחום רציף חשוך כמתואר בתרשים.

א. חשבו את הפרשי האנרגיה של 3 הרמות המעוררות האפשריות לחישוב ביחס לרמת היסוד.

ב. ענו על הסעיפים הבאים:

i. הסבירו מדוע קיימת בליעה רציפה -$\lambda \le 155\text{nm}$.

ii. חשבו את האנרגיה הדרושה ליינון אטום זה.

ג. שרטטו דיאגרמת רמות אנרגיה לאטום. בחרו את אנרגיית רמת היסוד כרצונכם.

ד. חשבו את אורכי הגל הנפלטים באטום זה.

ה. מה המהירות המקסימלית של אלקטרון שייפלט מאטום זה?

7) אטומים דמויי מימן תרגיל

א. שרטטו את 5 רמות האנרגיה הראשונות של הליום דמוי מימן + רמת היינון.

ב. מאיצים אלקטרונים חופשיים במתח של 50 וולט ואז יורים אותם לתוך גז זה.

i. עד איזה רמה יעוררו האלקטרונים הקשורים?

ii. עם איזה אנרגיה קינטית יכולים לצאת האלקטרונים החופשיים?

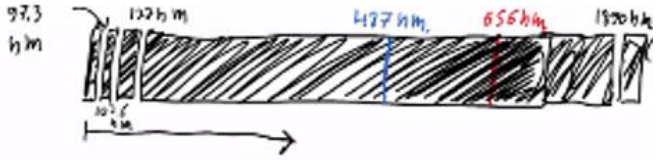
ג. כמה קווי פליטה יהיו בספקטרום הפליטה של הליום זה, ומה אורכי הגל שלהם?

ד. מאירים על גז זה בפוטונים בעלי אורך גל 62 ננומטר. תארו מה יקרה.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. 6 קווים בספקטרום הפליטה,



ב. 1. $E_k = 13eV$ - לא תהיה מסירה.

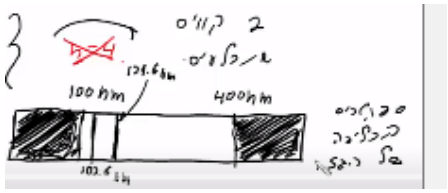
2. $1 \leftarrow 2$: מסירה של $10.2eV \leftarrow E_k = 2.8eV$.

3. $1 \leftarrow 3$: מסירה של $12.09eV \leftarrow E_k = 0.91eV$.

4. $1 \leftarrow 4$: מסירה של $12.75eV \leftarrow E_k = 0.25eV$.

ג. $7.93 \cdot 10^{-10} m$

3) א.

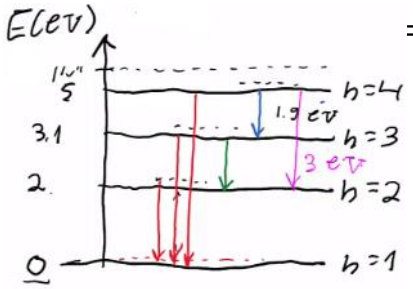


ב. ראה סרטון.

ג. $2.42 \cdot 10^{-19} J$

4) ראה סרטון.

5) א. $E_1 = 2eV$, $E_2 = 3.1eV$, $= 5eV$



ב. 6 קווים בספקטרום הפליטה.

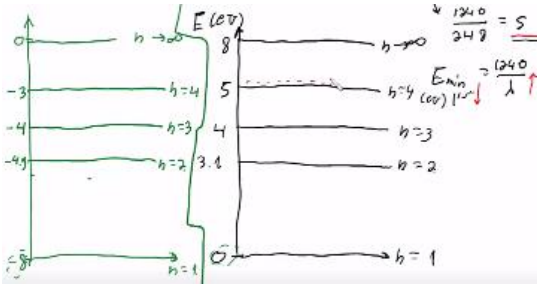
ג. ראה סרטון.

6) א. $\Delta E_{1\to 2} = 3.1eV$, $\Delta E_{1\to 3} = 4eV$, $\Delta E_{1\to 4} = 5eV$

ב.i. ראה סרטון.

ב.ii. $8eV$.

ג.

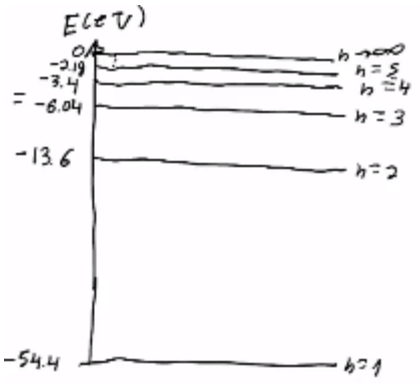


ד. $\lambda_{1_{4\to 3}} = 1240nm$, $\lambda_{2_{4\to 2}} = 653nm$, $\lambda_{3_{4\to 1}} = 248nm$, $\lambda_{4_{3\to 2}} =$, $1378nm$

$\lambda_{6_{2\to1}} = 400\text{nm}\ ,\ \lambda_{5_{3\to1}} = 310\text{nm}$.

ה. $1.24 \cdot 10^6 \frac{m}{\text{sec}}$.

7) א.



ב.i. עירור עד רמה $n = 4$.

ii. $E_k = 52\text{eV}\ ,\ \text{E}_{k_{1\to2}} = 11.2\text{eV},\ \text{E}_{k_{1\to3}} = 3.64\text{eV},\ \text{E}_{k_{1\to4}} = 1\text{eV}$.

ג. 6 קווים ספקטרליים: $\lambda_1 = 470\text{nm}\ ,\ \lambda_2 = 122\text{nm}\ ,\ \lambda_3 = 24.3\text{nm}\ ,\ \lambda_4 = 164\text{nm}\ ,\ \lambda_5 = 25.6\text{nm}\ ,\ \lambda_6 = 30.4\text{nm}$.

ד. ראה סרטון.

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 23 - האפקט הפוטואלקטרי

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 242

הסבר ותרגילים:

רקע:

אנרגיה של פוטון:

$$E_{ph} = hf$$

$$E(eV) = \frac{12400}{\lambda(\text{Å})} = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

אפקט פוטואלקטרי:

$$E_{ph} = E_k + B$$

שאלות:

1) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 1

תא פוטואלקטרי מסוים מוקרן באור בתדירויות משתנות.

ברגע שהוא מוקרן באור בתדירות: $f = 8 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$, מתחילים להיפלט אלקטרונים מהקתודה.

א. מה פונקציית העבודה של התא?

ב. כעת מקרינים את התא באור באורך גל של 300 ננומטר.
מה תהיה האנרגיה המקסימלית של האלקטרונים הנפלטים?

ג. מה תהיה מהירותם?

ד. האם כל האלקטרונים הנפלטים בעלי מהירות זו? נמקו.

2) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 2

לתא פוטואלקטרי מסוים שורטט אופיין.

א. הסבר כיצד ישתנה אופיין זה אם נאיר את התא עם 2 מנורות זהות לבודדה שהארנו בה קודם.

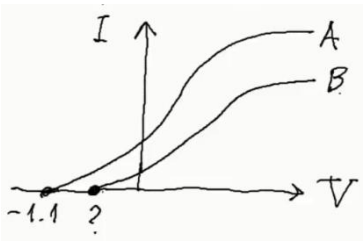
ב. הסבר מה ישתנה באופיין אם נשתמש במקור אור בעל אורך גל ארוך יותר.

ג. כיצד ישתנה האופיין אם נחליף הלוח הפולט במתכת בעלת פונקציית עבודה קטנה יותר.

3) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 3

בוצעו 2 ניסויים בתא פוטואלקטרי:

בפעם הראשונה התא הואר באור באורך גל: $\lambda_1 = 500$, ובפעם השנייה הואר באור באורך גל: $\lambda_2 = 550$.



תוצאות האופיין של 2 הניסויים לפניך.

א. לאיזה מהאופיינים מתאים כל אחד מאורכי הגל?

ב. מצא את פונקציית העבודה של המתכת.

ג. מצא את האנרגיה הקינטית המקסימלית של האלקטרונים הנפלטים באופיין B.

ד. מצא את ערך סימן השאלה באופיין.

ה. תאר כיצד ייראה אופיין B, אם נרחיק מעט את מקור האור שלו מהתא.

4) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 4

תוצאות הניסוי של מיליקן מ-1916 מופיעות בטבלה הבאה:

$f\left(10^{14}Hz\right)$	$E_k\left(eV\right)$
11.84	2.57
9.60	1.67
8.22	1.09
7.41	0.73
6.91	0.55

א. שרטט גרף של האנרגיה הקינטית כתלות בתדירות.

ב. מצא מהגרף את:

i. קבוע פלנק.

ii. את פונקציית העבודה של המתכת.

iii. את תדירות הסף של המתכת.

ג. הסבר את תוצאות המדידה האחרונה.

5) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 5

מנורה שהספקה 60 וואט מאירה באורך גל מונוכרומטי של 620 ננומטר על תא פוטואלקטרי. ידוע שהאור עוקר אלקטרונים מהקתודה.

א. מה אנרגיית פוטון בודד של נורה זו?

ב. מה הזרם שיראה האמפרמטר שמחובר לתא, אם 1% מהפוטונים שנפלטים מהנורה מגיעים לתא, 2% מהפוטונים שמגיעים לתא עוקרים אלקטרונים ו-5% מהאלקטרונים הנעקרים מגיעים לאנודה?

ג. מהו זרם הרוויה של התא?

תשובות סופיות:

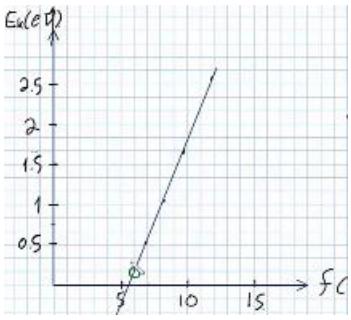
1) א. 3.31eV ב. 0.82eV ג. $V = 5.37 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. לא.

2) ראה סרטון.

3) א. $\lambda_1 = \text{A}\ ,\ \lambda_2 = \text{B}$ ב. $\text{B} = 1.38\text{eV}$ ג. $1.4 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ד. 0.87V

ה. ראה סרטון.

4) א.



ב.i. $4.16 \cdot 10^{-15}\text{eVS}$ ii. 2.33eV iii. $5.6 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ ג. ראה סרטון.

5) א. 2eV ב. $3 \cdot 10^{-4}\text{A}$ ג. $6\,\text{mA}$

אוניברסיטת בולוניה פיזיקה לרפואה

פרק 24 - גרעין האטום, אנרגיית הגרעין ורדיואקטיביות

תוכן העניינים

1. הגרעין- הסבר ..... (ללא ספר)
2. אנרגיית קשר של הגרעין ויציבות גרעינים 245
3. רדיואקטיביות 247
4. תגובות גרעיניות 252

אנרגיית קשר של הגרעין ויציבות גרעינים:

רקע:

שקילות מסה-אנרגיה:

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

$$\Delta E(MeV) = \Delta m(u) \cdot 931.494 \frac{MeV}{u}$$

ΔE – האנרגיה שמשתחררת בהתפרקות שבה המסה פוחתת/ האנרגיה שיש להשקיע במקרה שמסת המערכת גדלה.

c – מהירות האור.

$u = 1.66 \cdot 10^{-27} kg$ היא יחידת מסה אטומית.

שאלות:

1) **אנרגיית קשר גרעינית - תרגיל 1**
חשבו את אנרגיית הקשר הגרעינית של ליתיום 7.

2) **אנרגיית קשר גרעינית - תרגיל 2**
מצאו את אנרגיית הקשר הממוצעת לנוקליאון של פחמן 12.

תשובות סופיות:

1) $\Delta E = 39.2\text{MeV}$

2) $E = 7.684$

רדיואקטיביות:

רקע:

דעיכה של מקור רדיואקטיבי:

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ או $N = N_0 e^{-\lambda t}$

N – מספר גרעיני האב בזמן t .

N_0 – מספר גרעיני האב בזמן $t = 0$

$\frac{dN}{dt}$ – קצב ההתפרקות של החומר הרדיואקטיבי.

λ - קבוע דעיכה

פעילות (מינוס קצב ההתפרקות) של מקור רדיואקטיבי: $R = \lambda N$

זמן מחצית החיים: $T_{1/2} = \frac{ln\,2}{\lambda}$

שאלות:

1) רדיואקטיביות - תרגיל 1

תוריום 228 מתפרק התפרקות אלפא ונוצר גרעין בת של רדיום 224.

א. השלם את משוואת התהליך: $^{228}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow ^{?}_{?}\mathrm{Ra} + ?$.

ב. מצא את האנרגיה הקינטית המקסימלית האפשרית שתהיה לתוצר החסר.

נתון שמסתו האטומית של תוריום 228 היא: $228.0287411u$, ומסתו האטומית של רדיום 224 היא: $224.020186u$.

ג. הסבר מדוע כמעט בכל המקרים האנרגיה הקינטית של התוצר השני תהיה קטנה מהערך שחישבת בסעיף ב'?

2) רדיואקטיביות - תרגיל 2

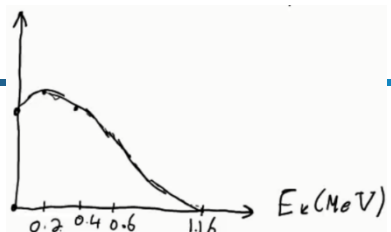
עורכים ניסוי עם חומר רדיואקטיבי בשם ביסמוט ($^{210}_{83}\mathrm{Bi}$).

נמצא, שחומר זה מתפרק התפרקות בטא מינוס לחומר לא-ידוע בשם פולוניום (Po).

א. כתוב את משוואת ההתפרקות.

ב. בניסוי המשך עם חומר זה מודדים את מהירות החלקיקים הנפלטת מהגרעין, ומשרטטים גרף של מספר החלקיקים הנפלטים בעלי אנרגיה קינטית מסוימת, כתלות באנרגיה קינטית זו.

התקבל הגרף הבא:



נתון שמסתו האטומית של ביסמוט זה היא: $209.98412u$, ושמסתו האטומית של פולוניום זה היא: $209.98287u$.

i. הסבר כיצד נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האופקי תומכת בחוק שימור מסה-אנרגיה.

ii. הסבר מדוע שאר הנקודות בגרף לא סותרות חוק שימור זה, ואיזה תגלית היסטורית הוסקה בעזרת גרף זה.

3) רדיואקטיביות - תרגיל 3

נתון מדגם של חומר רדיואקטיבי בעל 10^{10} גרעינים וזמן מחצית חיים של יומיים וחצי.

א. כמה גרעינים רדיואקטיביים יישארו במדגם לאחר יומיים וחצי?

ב. כמה גרעיני בת ייווצרו לאחר 7 וחצי ימים?

ג. כמה גרעיני אב יישארו לאחר 9 ימים?

ד. מה תהיה הפעילות לאחר 9 ימים?

4) רדיואקטיביות - תרגיל 4

נתון מדגם של נתרן 24 ($^{24}_{11}\mathrm{Na}$) שמתפרק התפרקות בטא מינוס למגנזיום (Mg). מסת המדגם – 2 גרם. המסה האטומית של נתרן 24 היא: $23.990962u$.

זמן מחצית החיים של נתרן היא 15 שעות.

א. כתוב את משוואת תהליך ההתפרקות.

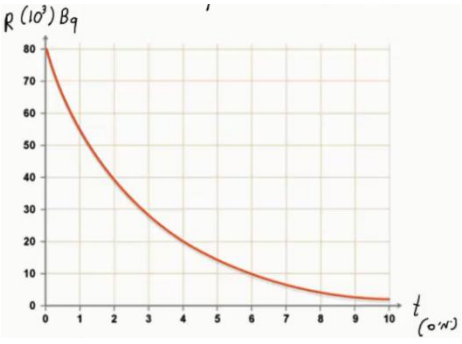
ב. מה פעילות מדגם זה ברגע $t=0$?

ג. מה תהיה פעילותו (בבקרל) לאחר 30 שעות?

ד. כמה גרעיני בת יוצרו לאחר 42 שעות?

5) רדיואקטיביות - תרגיל 5

חומר רדיואקטיבי מסוים מתפרק, כמופיע בתרשים הבא:



א. מהו זמן מחצית החיים של החומר?

ב. מתי תהיה פעילותו 10^4 בקרל?

ג. מה תהיה פעילותו ברגע $t=17\mathrm{days}$?

ד. הוסף לתרשים עקומה המתארת את כמות גרעיני הבת שנוצרו בתהליך,

כתלות בזמן.

6) רדיואקטיביות - תרגיל 6

אורניום 235 ($^{235}_{92}U$) מתפרק בשרשרת התפרקויות שכוללת 3 התפרקויות אלפא ו-2 התפרקויות בטא מינוס.

א. מצא את המספר האטומי ומספר המסה של הגרעין החדש שנוצר.
אותו ($^{235}_{92}U$) ממשיך בשרשרת ההתפרקות שלו, ומסיים כאיזוטופ יציב של עופרת ($^{207}_{82}\mathrm{Pb}$).

ב. מצא כמה התפרקויות אלפא וכמה התפרקויות בטא מינוס עבר בתהליך.

7) רדיואקטיביות - תרגיל 7

פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני (חי) נמדדה ושווה ל-231 בקרל.

א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. מה תהיה פעילותו של חומר אורגני שמת לפני 5,736 שנה?
ii. לפני 11,472 שנה?

ב. פעילותה של עריסת חומר (1 ק״ג) שנחפרה באפריקה נמדדה, ונמצא כי היא שווה ל-160 בקרל.
מתי הפסיק לתפקד חומר זה?

ג. מה תהיה פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני שהפסיק לתפקד לפני שבוע?

ד. מה תהיה פעילותו של 1 ק״ג חומר אורגני שהפסיק לתפקד לפני 65 מיליון שנה?

תשובות סופיות:

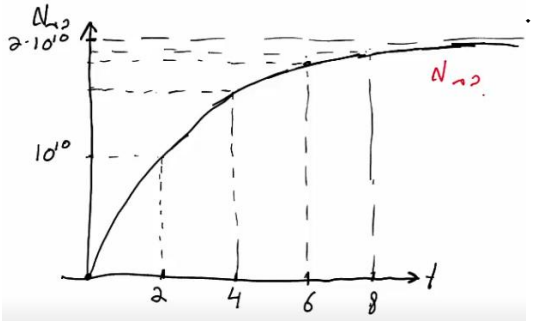
1) א. ${}^{228}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{224}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ ב. EvMeV_{max} ג. EvMeV_{max}

2) א. ${}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}e + \bar{V}$ ב. הסברים בסרטון.

3) א. $5 \cdot 10^{9}$ ב. $8.75 \cdot 10^{9}$ ג. $8.25 \cdot 10^{8}$
ד. 2645Bq

4) א. ${}^{24}_{1}\mathrm{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{0}_{-1}e + \bar{V}$ ב. $6.43 \cdot 10^{17}\mathrm{Bq}$ ג. $1.61 \cdot 10^{17}\mathrm{Bq}$
ד. $4.3 \cdot 10^{22}$

5) א. יומיים. ב. אחרי שישה ימים. ג. 221Bq
ד.



6) א. ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ ב. 7 התפרקויות אלפא ו-4 בטא.

7) א.i. 115.5Bq א.ii. 57.75Bq ב. לפני 3,031 שנה
בערך.
ג. אי אפשר לדעת. ד. $R \rightarrow 0$

תגובות גרעיניות:

שאלות:

1) תגובות גרעיניות - תרגיל 1

יורים על גרעין $^{27}_{13}Al$, שמסתו האטומית: $26.981538u$, גרעין הליום.

בתגובה נוצר גרעין לא ידוע, שמסתו: $29.9783138u$, וחלקיק נוסף – נויטרון.

א. כתוב את משוואת התגובה הגרעינית, והשלם את המספרים לגרעין הלא-ידוע שסימונו P.

ב. כמה אנרגיה מינימלית יש לתת לחלקיק האלפא בתגובה, כדי שתתרחש תגובה זו?

ג. נותנים לו אנרגיה כפולה מהאנרגיה שחישבנו בסעיף ב'.
לאן תלך אנרגיה זו לאחר התגובה?

2) תגובות גרעיניות - תרגיל 2

נתונה התגובה הבאה: $^{2}_{1}H+^{2}_{1}H\rightarrow^{3}_{2}H+?$.

א. השלם את התגובה.

ב. נתון שאנרגיית הקשר לנוקליאון לדויטוריום $\left(^{2}_{1}H\right)$ היא: $1.11226\,MeV$,

ולהליום 3 $\left(^{3}_{2}H\right)$ היא: $2.5727\,MeV$.

מצא כמה אנרגיה מינימלית יש להשקיע בתגובה הנ"ל, כדי שתקרה.

תשובות סופיות:

1) א. $^{27}_{13}Al+^{4}_{2}He\rightarrow^{30}_{15}P+^{1}_{0}h$ ב. $\Delta E=2.65\,MeV$

ג. אנרגיה קינטית לתוצרים ופליטה של אנרגיה בצורת פוטונים.

2) א. $^{2}_{1}H+^{2}_{1}H\rightarrow^{3}_{2}H+^{1}_{0}n$ ב. התהליך יקרה מעצמו (0).