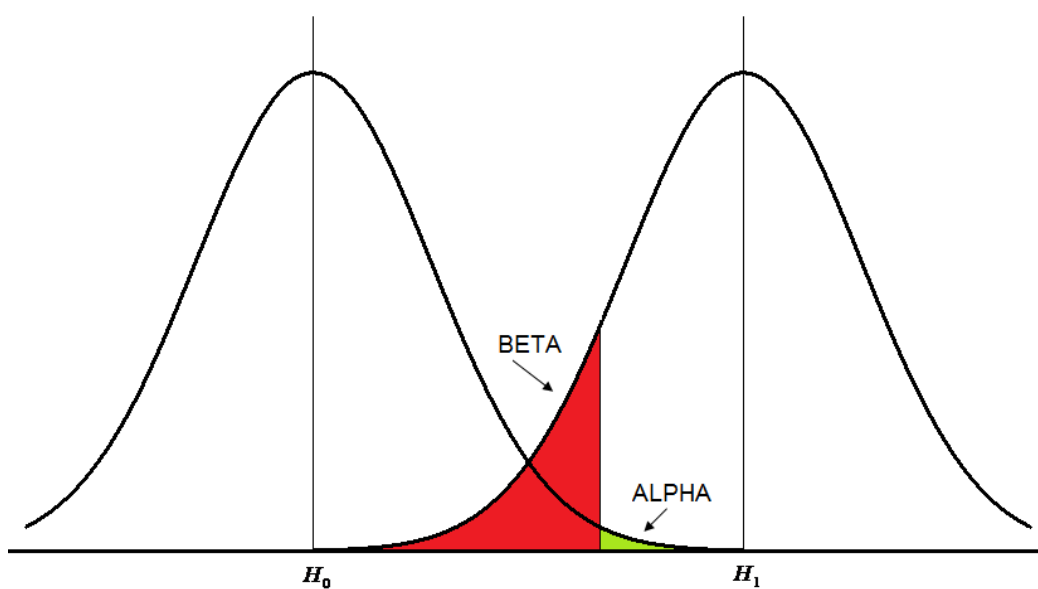


מבוא לסטטיסטיקה



ברק קנדל

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בנושא סטטיסטיקה.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,
המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את
התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

**הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
שנעשה בשיעור פרטי.**

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים
שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים
להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם
לחויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר

www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התרגול...

תוכן

- פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית - עמ' 3
- פרק 2 - התפלגות הדגימה והגבול המרכזי - עמ' 43
- פרק 3 - רווחי סמך - עמ' 49
- פרק 4 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים - עמ' 56
- פרק 5 - בדיקת השערות כללית, טעויות ועוצמה - עמ' 69
- פרק 6 - מבחנים אפרמטריים - עמ' 72
- פרק 7 - אי שוויונים הסתברותיים - עמ' 81
- פרק 8 - רגרסיה לינארית - עמ' 84

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית

א. סיווג משתנים:

רקע:

סטטיסטיקה תיאורית הוא ענף בו לומדים כיצד לאסוף נתונים, להציג אותם ולנתח אותם. בסטטיסטיקה תיאורית אנו פונים לקבוצה מסוימת. באותה קבוצה אנו אוספים נתונים על הישויות באותה קבוצה.

משתנה – תכונה שיכולה לקבל מספר ערכים : דעה פוליטית, מקום מגורים, גובה של אדם וכדומה.

חלוקה אחת של המשתנים הנמדדים היא לפי סולמות מדידה :

מיון משתנים לפי סולמות המדידה:

1. **סולם שמי** (נומינאלי) – משתנה שלערכיו יש משמעות רק מבחינת הזהות ואין עניין של יותר או פחות לדוגמה : מצב משפחתי רווק/נשוי/אלמן/גרוש ; אזור מגורים. משתנה דיכוטומי (הינו מסולם שמי) אותם משתנים שיש להם רק שני ערכים אפשריות זכר/נקבה. מעשן/לא מעשן.
2. **סולם סדר** (אורדינאלי) – כאשר לערכים של המשתנה בנוסף לשם ישנה גם משמעות לסדר אבל אין משמעות לגודל ההפרש. למשל, דרגה בצבא.
3. **סולם רווחים** (אינטרוואלי) – משתנה שלערכים שלו בנוסף לשם ולסדר בניהם יש משמעות לרווחים בין הערכים אבל אין משמעות ליחס בין הערכים. למשל, קומה בבניין. סולם לא כל כך פופולרי.
4. **סולם מנה/יחס** – משתנה שלערכיו בנוסף לשם, לסדר ולרווח יש משמעות גם ליחס בין הערכים. למשל, מספר מכוניות למשפחה, משקל אדם בק"ג. הדרך הקלה ביותר כדי לזהות עם הסולם הוא סולם מנה היא על ידי מבחן האפס. בסולם מנה האפס הוא מוחלט, אבסולוטי, ומייצג אין.

סוגי משתנים:

נבצע סיווג של המשתנים :

משתנה איכותי הוא משתנה שלערכיו אין משמעות של יותר או פחות, אין עניין כמותי לערכים המתקבלים.

כמו : מקום מגורים של אדם (רעננה, תל אביב, אשדוד..)

מין האדם (זכר, נקבה)

מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן)

משתנה כמותי הוא משתנה שערכיו הם מספרים להם יש משמעות כמותית כמו : גובה אדם בס"מ, ציון בבחינה וכדומה.

את המשתנה הכמותי נסווג לשני סוגים :

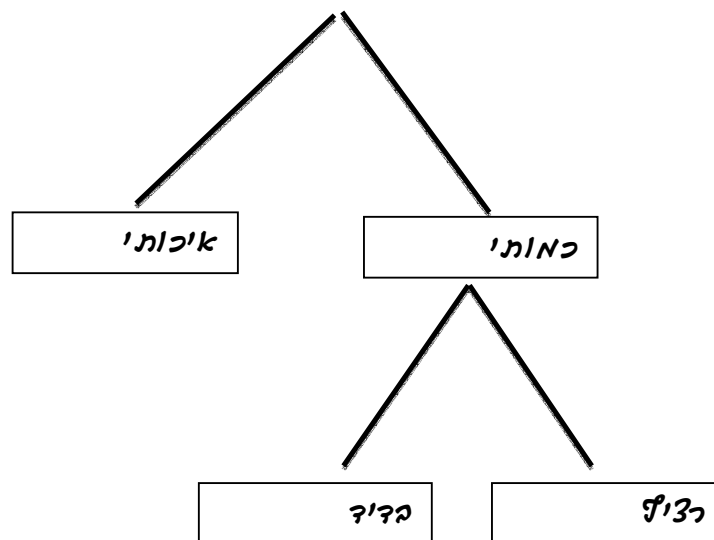
משתנה בדיד : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך סידרה של ערכים אפשריים. כמו : מספר ילדים למשפחה (1,2,3..)

ציון בבחינה (מ 0 ועד 100 בקפיצות של 1)

משתנה רציף : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך אינסוף ערכים בתחום מסוים, הערכים מתקבלים ברצף וללא קפיצות של ערכים.

כמו : גובה בס"מ – אם למשל, הגובה הנמוך ביותר הוא 150 ועד 190 ס"מ בקבוצה הגבהים הם ברצף. גם בין 160 ל 161 ס"מ יש רצף אינסופי של ערכים אפשריים לגובה (16.233 ס"מ הוא גם גובה אפשרי)

משקל בק"ג, מהירות בקמ"ש וכולי.



תרגילים:

1. לפניכם רשימה של משתנים:
- א. גובה אדם בס"מ.
 - ב. מספר ילדים למשפחה.
 - ג. מידת חרדה לפני מבחן.
 - ד. שביעות רצון משירות לקוחות בסקלה מ 1 עד 7 (1 כלל לא מרוצה עד 7 מרוצה מאד)
 - ה. השכלה.
 - ו. מספר אוטובוס.
 - ז. מקום מגורים.
 - ח. מין (1=גבר ו-2=אישה).
 - ט. מידת נעליים.

ציינו באיזה סולם מדידה המשתנה הנחקר (שמי, סדר, רווחים או מנה)

2. להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר העובדים	מספר האיחורים
17	0
23	1
85	2
50	3
25	4

- א. מהו המשתנה הנחקר כאן?
- ב. האם מדובר במשתנה איכותי או כמותי? אם הוא כמותי האם הוא בדיד או רציף?
באיזה סולם מדידה המשתנה?

3. לפניכם רשימה של משתנים כמותיים . ציין ליד כל משתנה אם הוא רציף או בדיד .

- א. שכר עובד בשי"ח.
- ב. ציון בחינת בגרות.
- ג. תוצאה בהטלת קובייה.
- ד. מהירות ריצה בתחרות.
- ה. שיעור התמיכה בממשלה.

ב. הצגת נתונים:**רקע:**

דרכים להצגת נתונים שנאספו:

א. רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה. רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות. ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים. למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות:

3 4 3 5 4

ב. טבלת שכיחויות בדידה:

שם המשתנה X	שכיחות $f(X)$	שכיחות יחסית באחוזים
X_1	f_1	$\frac{f_1}{N} \times 100$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{N} \times 100$
X_3	f_3	$\frac{f_3}{N} \times 100$
\vdots	\vdots	\vdots
X_k	f_k	$\frac{f_k}{N} \times 100$
סה"כ	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	100%

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות. לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

למשל, להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

$\frac{f_i}{n}$	F_i	מספר התלמידים – השכיחות-f	הציון X-
$0.08=2/25$	2	2	5
$0.16=4/25$	6	4	6
$0.32=8/25$	14	8	7
$0.2=5/25$	19	5	8
$0.16=4/25$	23	4	9
$0.08=2/25$	25	2	10

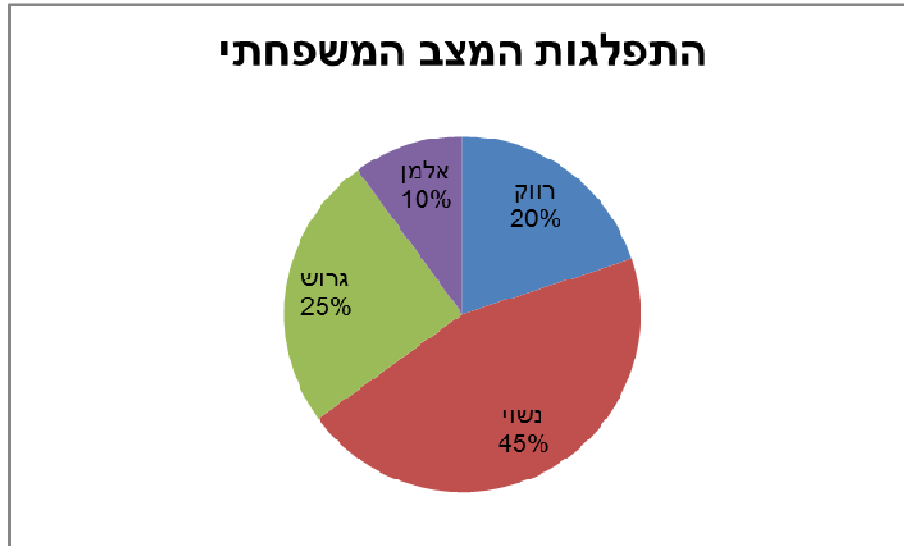
שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחות: F_i - השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

שכיחות יחסית (פרופורצייה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי: $\frac{f_i}{n}$ - איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.

ג. טבלת שכיחות במחלקות: משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד וטבלת שכיחות תהיה ארוכה מידי. למשל, נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה מסוימת ובדקו את התפלגות זמן ביצוע המשימה בדקות. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

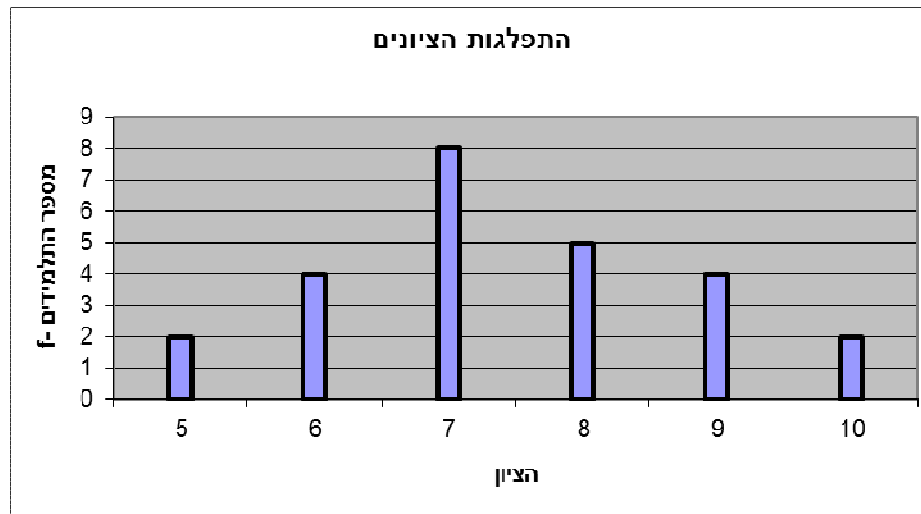
מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

ד. דיאגרמת עוגה: זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח" יחסי מהעוגה. הנתח בעוגה פרופורציוני לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.



ה. דיאגרמת מקלות:

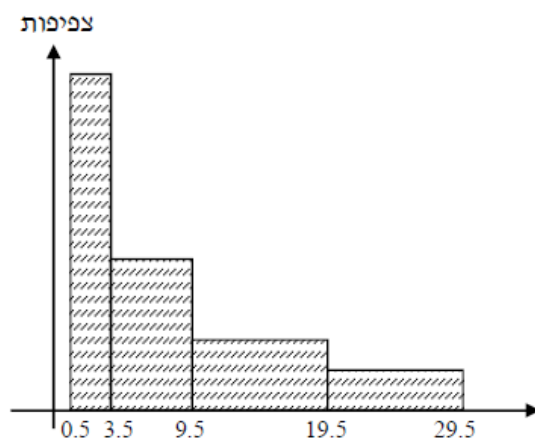
הציר האופקי הוא הציר של המשתנה הציר האנכי של השכיחות – הגובה של המקל מעיד על השכיחות. רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף. כמו כן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.



ו. היסטוגרמה:

ההיסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות. רלבנטית למשתנה כמותי רציף. בהיסטוגרמה ציר האופקי הוא הציר של המשתנה וציר האנכי הוא הציר של הצפיפות. הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה. אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

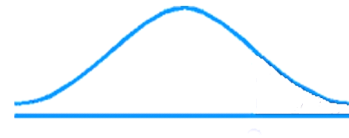
					X
צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



פוליגון- מצולעון : אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות

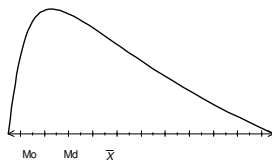
התפלגות סימטרית פעמונית- רוב התצפיות במרכז וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. למשל, ציוני IQ.



ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות:

התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) –רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. למשל, שכר במשק.

התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית) רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. למשל, אורך חיים

התפלגות
א-סימטרית
שמאלית או
שלילית



תרגילים:

1. בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות: : 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10 , 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו - 25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.
- א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף"

מספר התלמידים	המקצוע
44	מתמטיקה
20	תני"ך
12	אנגלית
26	היסטוריה

- א. מהו המשתנה הנחקר?
- ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תני"ך?

3. להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים:

מספר העובדים	השכלה
60	נמוכה
120	תיכונית
20	אקדמאית

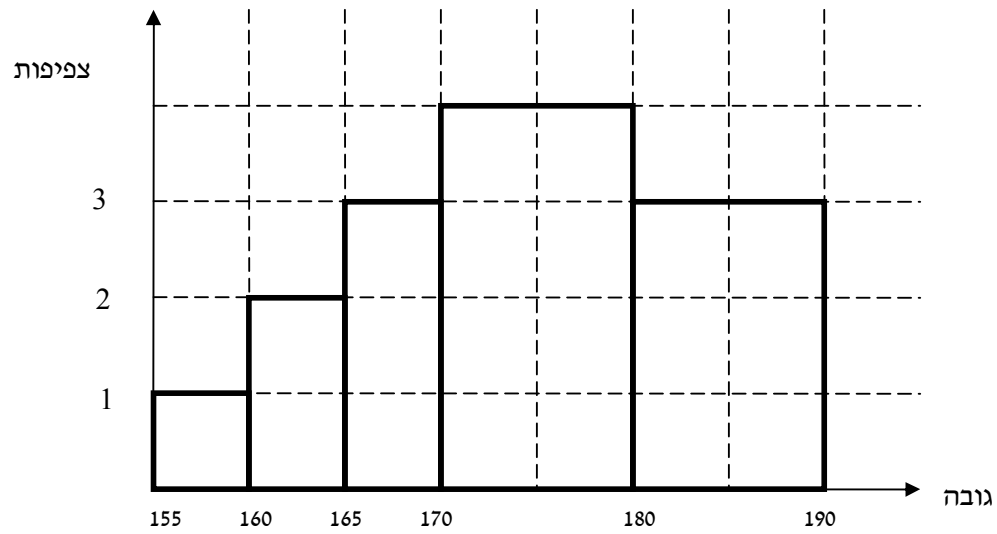
- א. מהו המשתנה הנחקר? מאיזה סולם הוא?
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

4. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

- א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?
- ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחות.
- ג. הוסף שכיחות יחסיות לטבלה.
- ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

5. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת:



- מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.
- הוסף שכיחות יחסית לטבלה.
- הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.
- מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

6. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

- תאר את ההתפלגות באופן גרפי.
- מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ג. מדדי מיקום מרכזי:**רקע:**

המטרה במדדי המיקום המרכזי למדוד את מרכז ההתפלגות של התצפיות.

MODE – השכיח

השכיח הוא הערך הנפוץ ביותר בהתפלגות.

ברשימה: הערך החוזר על עצמו הכי הרבה פעמים.

בטבלת שכיחויות בדידה: הערך שהשכיחות שלו היא הגבוהה ביותר.

בדיאגרמת מקלות: שיעור ה- X של המקל הגבוה ביותר.

בעוגה: הערך של הפלח הגדול ביותר.

בטבלת שכיחויות במחלקות: המחלקה עם הצפיפות הגבוהה ביותר.

בהיסטוגרמה המחלקה הגבוהה ביותר.

יתכן שלהתפלגות יותר משכיח אחד.

השכיח הוא מדד הרלבנטי לכל סוגי המשתנים.

MEDIAN – החציון

החציון הוא ערך שמחצית מהתצפיות קטנות או שוות לו ומחצית מהתצפיות גדולות או שוות לו.

ברשימה: נסדר את התצפיות בסדר עולה.

אם יש מספר אי זוגי של איברים מקומו של החציון יהיה התצפית שמיקומה: $\frac{n+1}{2}$

אם יש מספר זוגי של איברים החציון יהיה הממוצע של האיבר ה- $\frac{n}{2}$ והאיבר ה- $\frac{n}{2}+1$

כלומר שיש מספר אי-זוגי של תצפיות החציון יהיה: $md = X_{\frac{n+1}{2}}$

ושיש מספר זוגי של תצפיות החציון יהיה: $md = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

בטבלת שכיחויות בדידה: נעשה תהליך דומה אך נעזר בשכיחות המצטברת.

בטבלת שכיחויות במחלקות: המחלקה החציונית היא המחלקה שמיקומה $\frac{n}{2}$

החציון אינו רלבנטי למשתנה מסולם שמי ולא רלבנטי למשתנה איכותי.

הממוצע:

הנו מרכז הכובד של ההתפלגות.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} : \text{ברשימה}$$

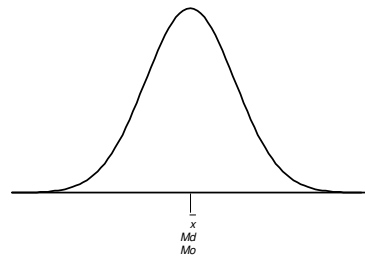
$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{n} : \text{בטבלת שכיחויות}$$

במחלקות: נשתמש באותה נוסחה רק נתייחס לאמצע המחלקה בתור ה X . הממוצע הזה יהיה ממוצע מקורב ולא אמיתי. הממוצע רלבנטי רק למשתנה כמותי.

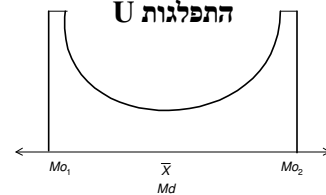
$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j n_j}{N} : \text{ממוצע משוקלל}$$

מדדי המיקום המרכזי בהתפלגויות המיוחדות:

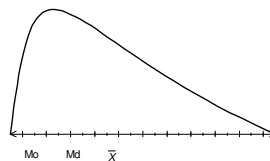
בהתפלגות סימטרית פעמונית כל מדדי המרכז שווים זה לזה:

התפלגות סימטרית

בהתפלגות סימטרית השכיח לא חייב להיות במרכז:

התפלגות U

בהתפלגות אסימטרית

**התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית****התפלגות
א-סימטרית
שמאלית או
שלילית**

תרגילים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :
7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6
חשב את החציון, השכיח, והממוצע של הציונים.
2. בדקו את מספר החדרים לדירה בבניין בן 5 דירות והתקבל ממוצע 3.8
לגבי 4 דירות נמצא מספר חדרים : 4, 3, 4, 5 .
א. כמה חדרים יש בדירה החמישית?
ב. מהו השכיח ומהו החציון?
3. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים :

מספר מקלטים	מספר משפחות
0	22
1	28
2	18
3	22
4	10

- א. חשב את הממוצע, החציון והשכיח של ההתפלגות.
- ב. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלוויזיה היו רוכשים מקלט אחד.
4. להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן"

מספר מכוניות למשפחה	שכיחות
5	55
4	140
3	220
2	150
1	65

- א. כמה משפחות יש בישוב?
 - ב. מה אחוז המשפחות בישוב עם לכל היותר 2 מכוניות?
 - ג. חשבו את הממוצע, החציון והשכיח.
- הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם!

5. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג :

מספר מקרים	משקל
10	40-45
20	45-50
30	50-60
20	60-65
10	65-70

א. מהי המחלקה השכיחה והחציונית.

ב. חשב אומדן לממוצע.

ג. האם היה ניתן לדעת מהי התשובה לסעיף ב ללא חישוב? הסבר

6. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון:

מס' תלמידים	ממוצע	כיתה
40	76	1
20	68	2
30	82	3

חשב את הממוצע המשוקלל בשכבה.

תשובות סופיות

שאלה 1

החציון: 7

השכיח: 6

הממוצע: 6.9

שאלה 2

א. 3

ב. שכיח: 3,4 חציון: 4

שאלה 3

א. הממוצע: 1.7

החציון: 1.5

השכיח: 1

ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.

שאלה 4

א. 630

ב. 34.13%

ג. שכיח וחציון: 3 ממוצע: 2.952

שאלה 6

76.22

ד. מדדי פיזור:**רקע:**

המטרה : למדוד את הפיזור של הנתונים כלומר כמה הם רחוקים זה מזה.

הטוחותחום RANGE:

ההפרש בין התצפית הגבוהה ביותר לנמוכה ביותר : $R = X_{\max} - X_{\min}$

טוח בין רבעוני Inter Quartile Range - IQR

הטוח שבין הרבעון התחתון (אחוזון 25) עד הרבעון העליון (אחוזון 75).

הרבעון התחתון מסומן ב- Q_1 והרבעון העליון מסומן ב- Q_3 . הטוח הבין רבעוני הוא:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

הטוח הבין רבעוני נותן אינדיקציה על הטוח של 50% התצפיות המרכזיות.

שונות וסטיית תקן:

השונות היא ממוצע ריבועי הסטיות מהממוצע :

$$\hat{S}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{עבור סדרת נתונים}$$

סטיות התקן - Standard deviation

על-מנת לקבל תוצאה בממדי הבעיה נחשב את שורש השונות ונקבל את **סטיות התקן**.

$$\hat{S}(x) = \sqrt{\hat{S}^2(x)} \quad \text{נחשב באמצעות}$$

חישוב שונות וסטיית תקן בטבלת שכיחויות :

$$\hat{S}_x^2 = \frac{\sum x(x - \bar{x})^2 f(x)}{n-1}$$

תרגילים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
 7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6
 חשבו את השונות, סטיית התקן והטווח של הציונים.
2. להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ב"הגורן"

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

- א. חשבו סטיית התקן.
 ב. חשבו את הטווח ואת הטווח הבין-רבעוני של הנתונים.
 הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם!
3. בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.
- א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?
 ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
 ג. ובודים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
4. נתונה רשימה של 5 תצפיות, אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע:
 2, 3, 2, 1. חשב את השונות של חמש התצפיות.

פתרונות:

- | | |
|------------------------------------|---------------------|
| שאלה 1 | שאלה 2 |
| השונות: 2.305 | א. סטיית תקן: 1.106 |
| סטיית תקן: 1.518 | ב. טווח: 4 טב"ר: 2 |
| טווח: 6 | |
| שאלה 3 | שאלה 4 |
| א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן | א. תשובה: 13.5 |

- ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל

ה. מדדי מיקום יחסי:

רקע:

המטרה למדוד איך תצפית ממוקמות יחסית לשאר התצפיות בהתפלגות.

א. ציון תקן:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\hat{S}}$$

הנוסחה לציין תקן של תצפית היא:

ציון התקן נותן כמה סטיות תקן סוטה התצפית מהממוצע.

כלומר, ציון התקן מעיד על כמה סטיות תקן התצפית מעל או מתחת לממוצע.

ציון תקן חיובי אומר שהתצפית מעל הממוצע.

ציון תקן שלילי אומר שהתצפית מתחת לממוצע.

ציון תקן אפס אומר שהתצפית בדיוק בממוצע.

ב. אחוזונים/מאונים.

האחוזון ה- p הוא הערך בנתונים המחלק את הנתונים בצורה כזאת שעד אליו יש $p\%$ מהנתונים.

מסמנים את האחוזון ה- p ב- X_p .

חישוב האחוזון מתוך נתונים בטבלה

האחוזון הוא הערך שבו בפעם הראשונה השכיחות היחסית המצטברת (באחוזים) גדולה או שווה ל- $p\%$.

תרגילים:

1. תלמידי כיתה ח' נגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה.
להלן התוצאות שהתקבלו:

מקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

עודד קיבל: 68 בלשון ו70 במתמטיקה.

א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

2. להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה "הגורן"

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

חשבו את:

- א. העשירון התחתון.
ב. האחוזון ה-30.
ג. הערך ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.
ד. רבעון עליון.

פתרונות:**שאלה 1**

ג. לשון

ד. תשובה: 72

שאלה 2

א. 1

ב. 2

ג. 4

ד. 4

1. מקדם ההשתנות

Coefficient of Variation – מקדם ההשתנות

כאשר מחשבים סטיית תקן למספר קבוצות בעלי ממוצע שונה, השוואת מידת פיזור הנתונים אינה מתייחסת לערך מרכז הנתונים (לממוצע למשל). על מנת לתת מדד פיזור המתחשב בממוצע הנתונים נחשב את מקדם ההשתנות - Coefficient of Variation :

$$CV = \frac{\hat{S}(X)}{\bar{X}}$$

ככל שמקדם ההשתנות נמוך יותר המשתנה מרוכז יותר סביב הממוצע וככל שמקדם ההשתנות גבוה יותר, מידת הפיזור סביב הממוצע גבוהה יותר.

תרגילים:

1. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון :

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

א. חשבו את מקדם ההשתנות בכל כיתה.

ב. מהי הכיתה הכי הטרוגנית?

2. נתונות שתי קבוצות :

הממוצע בקבוצה א 100 והשונות 100.

הממוצע בקבוצה ב 500 והשונות 400.

באיזו קבוצה מידת הפיזור יחסית קטן יותר?

פתרונות:

שאלה 2

קבוצה 2

שאלה 1

ב. כתה ב

ז. טרנספורמציה לינארית:

רקע:

מצב שבו מבצעים שינוי מסוג הוספה של קבוע (או החסרה) והכפלה של קבוע (או חילוק) לכל

$$y = b \cdot x + a$$

וכך יושפעו המדדים השונים :

$$Mo_y = b \cdot Mo_x + a$$

$$\bar{y} = b \cdot \bar{x} + a$$

$$Md_y = b \cdot Md_x + a$$

$$y_p = b \cdot x_p + a$$

$$\hat{s}_y = |b| \hat{s}_x$$

$$\hat{s}_y^2 = b^2 \hat{s}_x^2$$

$$IQR_y = |b| IQR_x$$

$$R_y = |b| R_x$$

שלבי העבודה :

1. נזהה שמדובר בטרנספורמציה לינארית (שינוי קבוע לכל התצפיות).
2. נירשום את כלל הטרנספורמציה לפי נתוני השאלה.
3. נפשט את הכלל ונזהה את ערכי a ו b .
4. נציב בנוסחאות שלעיל בהתאם למדדים שנשאלים.

תרגילים:

1. עבור סדרת נתונים התקבל:

$$\bar{X} = 80$$

$$\hat{S} = 15$$

$$MO = 70$$

הוחלט להכפיל את כל התצפיות פי-4 ולהחסיר מהתוצאה 5. חשב את המדדים הללו לאחר השינוי.

2. בחברה מסוימת השכר הממוצע הוא 40 ₪ לשעה עם סטיית תקן של 5 ₪ לשעה. הוחלט להעלות את כל המשכורות ב-10%, אך זה לא סיפק את העובדים ולכן הם קיבלו לאחר מכן תוספת של 2 ₪ לשעה. מה הממוצע ומהי השונות של השכר לשעה לאחר כל השינויים.

פתרונות:**שאלה 2**

הממוצע: 46

השונות: 30.25

שאלה 1

הממוצע: 315

סטיית התקן: 60

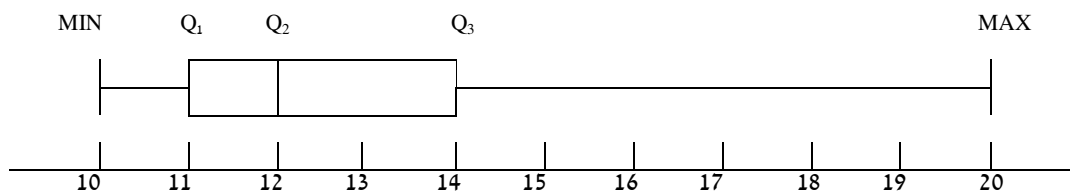
השכיח: 275

ח. תרשים קופסא - boxplot

רקע:

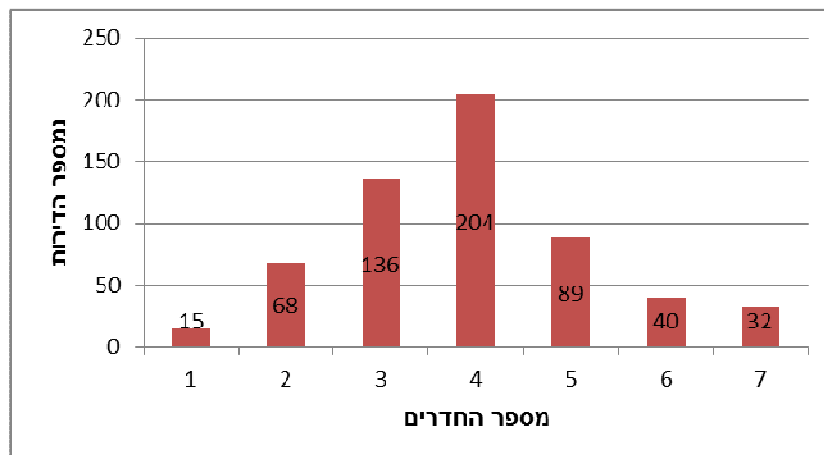
תרשים קופסא הינו תרשים שבעזרתו ניתן לבחון:

1. את המרכז של ההתפלגות על ידי החציון (Q_2)
2. את הפיזור של הנתונים (הטווח והטווח הבין רבעוני)
3. את צורת ההתפלגות (סימטרית ואסימטרית ימנית או אסימטרית שמאלית)



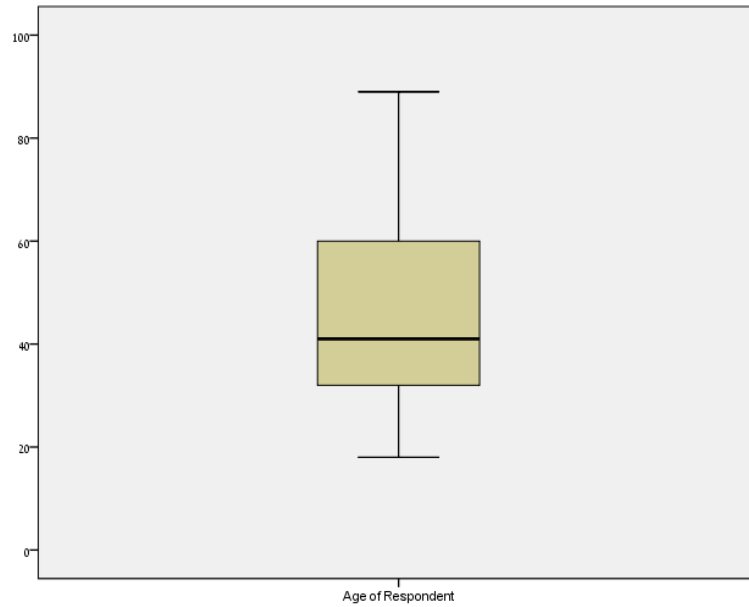
תרגילים:

1. להלן התפלגות מספר החדרים לדירות שנבנו בשנת 2009 בעיר אשדוד.



- א. מצא את החציון, הרבעון התחתון והרבעון העליון של ההתפלגות.
- ב. שרטט דיאגרמת קופסא להתפלגות.
- ג. מה ניתן לומר על צורת ההתפלגות?

2. להלן דיאגרמת קופסא המתארת את התפלגות הגיל בשנים באוכלוסייה מסוימת:



- א. מהו בערך הגיל החציוני באותה אוכלוסייה?
 ב. מה בערך טווח הגילאים?
 ג. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

פתרונות:

שאלה 1

- א. חציון 4
 רבעון תחתון 3
 רבעון עליון 5
 ב. כמעט סימטרית

שאלה 2

- חציון 40
 טווח 70
 התפלגות אסימטרית ימנית

ט. ניתוח פלטים

1. להלן פלט על התפלגות הגילאים באוכלוסייה מסוימת.

		Statistic
Age of Respondent	Mean	45.63
	Median	41.00
	Variance	317.140
	Std. Deviation	a
	Minimum	18
	Maximum	b
	Range	71
	Interquartile Range	28

- א. מצא את הערכים בטבלה המסומנים ב a ו b .
 ב. נתון שההתפלגות היא אסימטרית האם היא נוטה ימינה או שמאלה?

2. להלן התפלגות ההשכלה של העובדים בחברת "מתאר":

years of education					
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	8.00	7	12.7	12.7	12.7
	9.00	4	7.3	7.3	20.0
	10.00	2	3.6	3.6	23.6
	11.00	14	25.5	25.5	49.1
	12.00	10	18.2	18.2	67.3
	13.00	2	3.6	3.6	70.9
	14.00	4	7.3	7.3	78.2
	15.00	7	12.7	12.7	90.9
	16.00	4	7.3	7.3	98.2
	18.00	1	1.8	1.8	100.0
	Total	55	100.0	100.0	

		Statistic
years of education	Mean	?
	Median	12.0000
	Variance	?
	Std. Deviation	2.54786
	Minimum	?
	Maximum	?
	Range	?
	Interquartile Range	?

מלא את הערכים המסומנים בסימני שאלה.

פתרונות:

שאלה 2

הממוצע: 11.909

שונות: 6.492

טווח: 10

טב"ר: 3

שאלה 1

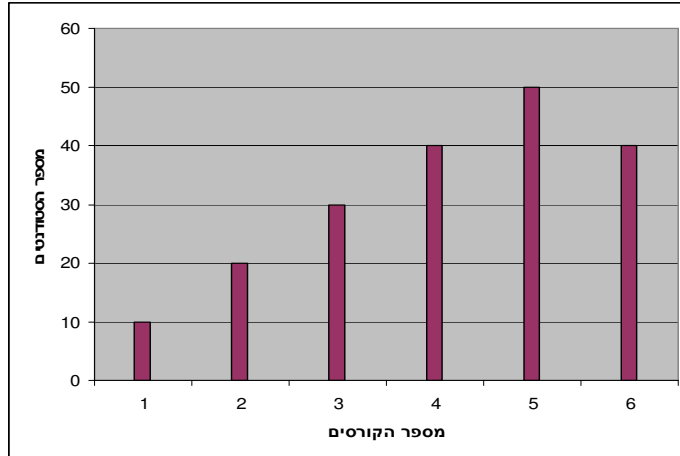
א. $a=17.81$

$b=89$

ב. אסימטרית ימנית

י. שאלות מסכמות:

1. בפקולטה להנדסה אספה מזכירות הסטודנטים נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008.
להלן התוצאות שהתקבלו:



- א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
 ב. מהי צורת ההתפלגות?
 ג. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות.
 ד. חשב את השכיח, החציון והטווח.

2. להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'.
השתתפו במחקר 150 תלמידים.

$$\text{ממוצע הציונים שהתקבל: } \bar{X} = 7 \frac{1}{15}$$

מספר התלמידים	ציון
12	4
16	5
	6
38	7
	8
14	9
10	10

- א. השלם את השכיחויות החסרות בטבלה.
 ב. חשב את הציון החציוני, השכיח.
 ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.
 ד. הוחלט לשנות את סקלת הציונים ולהכפיל את הציון ב-10. למשל, ציון 8 יהפוך להיות 80. מה הממוצע ומהי השונות של הציונים בסקלה זו?

3. להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

שכיחות	שכיחות יחסית (פרופורציה)	מספר האיחורים
	15%	0
	20%	1
	30%	2
	20%	3
		4

- א. השלם את הטבלה.
- ב. חשב את החציון, השכיח, והממוצע של התפלגות.
- ג. מהי סטיית התקן של ההתפלגות.
- ד. מה העשירון העליון של ההתפלגות?
- ה. מהו הטווח והטווח הבין רבעוני?
- ו. מה ציון התקן של רינה שאיחרה פעמיים ?
- ז. כיצד ישתנה החציון, הממוצע וסטיית התקן אם מסתבר שאלה שאיחרו 4 פעמים בפועל איחרו 3 פעמים? הסבר.

4. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדק מידת שביעות הרצון של הלקוח מהחברה (1 – שביעות רצון נמוכה ועד 5 שביעות רצון גבוהה) להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר האנשים	שביעות רצון
40	1
60	2
50	3
30	4
20	5

- א. מה אחוז האנשים עם רמת שביעות רצון נמוכה?
- ב. מה המשתנה הנחקר ומאיזה סוג הוא?
- ג. מהי הדרך הגרפית המתאימה ביותר לתיאור הנתונים?
- i. היסטוגרמה.
 - ii. דיאגרמת מקלות.
 - iii. דיאגרמת עוגה.
- ד. חשבו את המדדים הבאים:
1. טווח
 2. שכיח
 3. חציון

פתרונות:**שאלה 2**

- א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40 תלמידים קיבלו ציון 8.
 ב. החציון: 7
 השכיח: 8
 ג. השונות: 2.533
 סטיית התקן: 1.592
 ד. הממוצע: 70.67
 השונות: 253.3

שאלה 1

- א. מספר הקורסים. בדיד.
 ב. התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)
 ד. השכיח: 5
 הטווח: 5
 החציון: 4

שאלה 4

- א. תשובה: 20%
 ב. שביעות רצון (סדר)
 ג. תשובה: 2
 ד. טווח: 4 שכיח: 2 חציון: 2.5

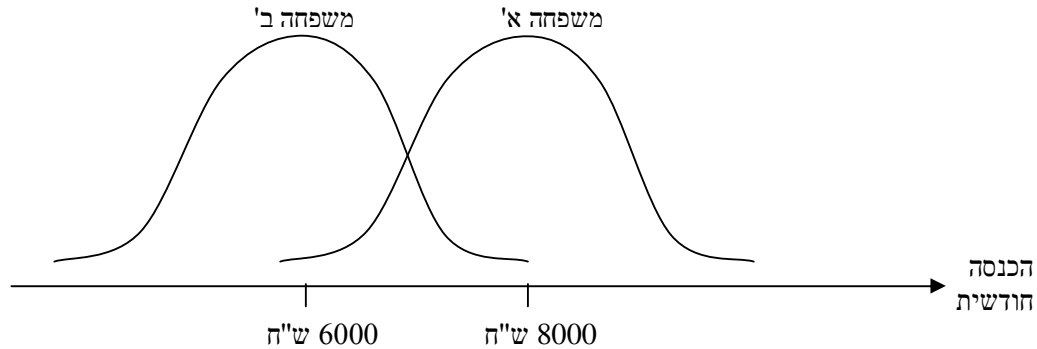
שאלה 3

- ב. החציון: 2
 השכיח: 2
 הממוצע: 2
 ג. סטיית תקן: 1.27
 ד. תשובה: 4
 ה. טווח: 4 טבי"ר: 2
 ו. תשובה: 0
 ז. חציון לא ישתנה, ממוצע יקטן וסטיית התקן תקטן.

ט . שאלות אמריקאיות:

שאלות 1-3 מתייחסות לקטע הבא :

לפניך שתי עקומות המתארות את התפלגות ההכנסות החודשיות של שתי משפחות שנבחרו באקראי :



שאלה 1

לאיזו משפחה הכנסה שכיחה גבוהה יותר?

- א. משפחה א'
- ב. משפחה ב'
- ג. לשתיהן אותה הכנסה שכיחה
- ד. לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים

שאלה 2

באיזו משפחה ההכנסה החציונית שווה להכנסה הממוצעת?

- א. משפחה א'
- ב. משפחה ב'
- ג. בשתיהן ההכנסה החציונית שווה להכנסה הממוצעת
- ד. לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים

שאלה 3

באיזו משפחה סטית התקן של ההכנסה החודשית גבוהה יותר?

- א. משפחה א'
- ב. משפחה ב'
- ג. לשתיהן אותה סטית תקן
- ד. לא ניתן לדעת – אין מספיק נתונים

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 4-6

להלן נתונים חלקיים של טבלת שכיחויות:

$f(x)$	x
?	0
10	1
6	2
15	3
?	4
50	סה"כ

כמו כן נתון: הממוצע הוא 1.66

שאלה 4

השכיח של הנתונים הוא:

- א. 0
- ב. 15
- ג. ישנם שני שכיחים: 0 ו-3
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של השכיח.

שאלה 5

חציון הנתונים הוא:

- א. 2
- ב. 1.5
- ג. 25.5
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של החציון.

שאלה 6

הטווח של הנתונים

- א. 11
- ב. 3
- ג. 4
- ד. על סמך הנתונים החלקיים אי אפשר לקבוע מה יהיה ערכו של החציון.

שאלה 7

בהתפלגות אסימטרית ימנית של משתנה כמותי רציף, הערך המתאים למאון ה-30, ציון התקן שלו הוא בהכרח:

א. שלילי

ב. חיובי

ג. אפס

ד. לא ניתן לדעת ללא ידיעת הנתונים.

שאלה 8

סדרת נתונים סטטיסטיים מונה 10 תצפיות. נתון כי סדרת הנתונים סימטרית סביב הממוצע.

ממוצע הסדרה - 40 ושונות הסדרה - 100.

בשלב מאוחר יותר נוספו שתי תצפיות נוספות לסדרה: 50 ו-30.

השונות של 12 התצפיות היא:

א. תקטן

ב. תגדל

ג. לא תשתנה

ד. לא ניתן לחשב את השונות ללא ידיעת התצפיות.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 9-10

בחברת "טיק" המשכורת הממוצעת היא 4,600 ש"ח וסטיית התקן של משכורת זו הינה 200 ש"ח. לאחר מו"מ עם ועד עובדי ההנהלה סוכם כי המשכורת תוכפל פי 1.5 לרווחיות

שאלה 9

מהי המשכורת הממוצעת החדשה :

א. 2,300 .

ב. 6,900 .

ג. 4,650 .

ד. 4,600 .

ה. חסרים נתונים כדי לדעת.

שאלה 10

מהי סטיית התקן של המשכורת לאחר יישום המו"מ לגבי השכר ?

א. 200 .

ב. 300 .

ג. 675 .

ד. לא ניתן לדעת

שאלה 11

הוספת גודל קבוע לכל תצפיות סדרת נתונים.

א. תגדיל את סטיית התקן.

ב. תקטין את סטיית התקן.

ג. לא תשנה את סטיית התקן.

ד. לא ניתן לדעת.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 12-14

להלן נתונים על ציוני תלמידים שנבחנו במועדים שונים בסטטיסטיקה :

שם התלמיד	ציון	ממוצע הציונים במועד בו נבחן	סטיית התקן של הציונים במועד בו נבחן
צבי	50	50	12
סטף	82	80	5
שרית	65	60	15
לובה	60	63	1.5
מיטב	70	70	10

שאלה 12

התלמיד הטוב ביותר ביחס לנבחנים באותו מועד בו נבחן הוא :

- א. מיטב.
- ב. צבי.
- ג. לובה.
- ד. שרית.
- ה. סטף.

שאלה 13

פנינה נבחנה עם סטף וציון התקן שלה שווה לציון התקן של שרית לכן ציונה הוא :

- א. 80.55
- ב. 65
- ג. 80
- ד. 81.66

שאלה 14

איזו כיתה היא ההומוגנית ביותר . הכיתה של

- א. מיטב.
- ב. צבי.
- ג. לובה.
- ד. שרית.
- ה. סטף.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 15-18
בבדיקת פתע של משרד הבריאות במפעל שוקולד נמצא ש :

7	6	5	4	3	2	1	0	שוקולד פגום
8	10	11	13	12	48	63	35	מס' קופסאות

שאלה 15

מהו החציון של מספר הפגומים בקופסא :

- א. 1.
- ב. 2.
- ג. 4.
- ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 16

מהו הרבעון התחתון של מספר הפגומים בקופסא ?

- א. 1.
- ב. 2.
- ג. 3.
- ד. 4.
- ה. לא ניתן לדעת.

שאלה 17

מספר הפגומים בקופסא הוא משתנה :

- א. סדר.
- ב. שמי.
- ג. כמותי בדיד
- ד. כמותי רציף

שאלה 18

השכיח של מספר הפגומים בקופסא :

- ה. 63
- ו. 1
- ז. 200
- ח. לא ניתן לדעת.

שאלה 19

ביחס לציור המספרים רוב הערכים בהתפלגות א-סימטרית ימנית נמצאים:

- א. בערכים הגבוהים.
- ב. בחלוקה זהה בין הערכים הגבוהים והנמוכים.
- ג. בערכים הנמוכים.
- ד. לא ניתן לדעת.
- ה. אף לא תשובה מהני"ל נכונה.

שאלה 20

בוצע מחקר על מספר העובדים בחברות מזון לעומת חברות תקשורת. החציון והממוצע בשתיהן שווה 8. איזה מהטענות הבאות היא הנכונה והמלאה ביותר:

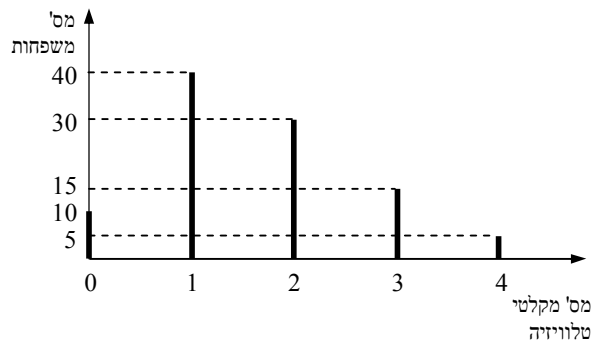
- א. השכיחות ב 2 החברות זהה אך שונה מ 8.
- ב. השכיח ב 2 החברות זהה אך לא ניתן לדעת מהו.
- ג. השכיח בשתי חברות הינו בהכרח 8.
- ד. שכיח בחברה אחת שונה מ 8 ובשנייה הוא 8.
- ה. אף תשובה אינה נכונה.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 21 עד 25

נערך סקר על מספר מקלטי הטלוויזיה הנמצאים בבית.

תוצאות הסקר נתונות בדיאגרמת

מקלות הבאה:



שאלה 21

המשתנה הנחקר כאן הוא:

- א. משתנה שמי.
- ב. משתנה מסולם סדר.
- ג. משתנה כמותי בדיד.
- ד. משתנה כמותי רציף.

שאלה 22

הטווח של ההתפלגות הוא:

- א. 35
- ב. 4
- ג. 3
- ד. 2

שאלה 23

ממוצע מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה הוא:

- א. 1.65
- ב. 1.5
- ג. 1
- ד. 2

שאלה 24

השכיח של התפלגות זו היא:

- א. 40
- ב. 1.5
- ג. 1
- ד. 2

שאלה 25

מסתבר שיש בין 2 ל-5 משפחות נוספות שאין להם מקלטי טלויזיה. ויש לצרף את המשפחות הללו להתפלגות. כיצד הנתון זה ישפיע על סטיית התקן?

- א. יקטין אותו.
- ב. יגדיל אותו.
- ג. לא ישנה אותו.
- ד. אין לדעת

פתרונות

שאלה	תשובה
1	א
2	ג
3	ג
4	ג
5	ב
6	ג
7	א
8	ג
9	ב
10	ב
11	ג
12	ה
13	ד
14	ג
15	ב
16	א
17	ג
18	ב
19	ג
20	ה
21	ג
22	ב
23	א
24	ג
25	ב

פרק 2 - התפלגות הדגימה

א. התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

1. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה בישוב מסוים :

מספר מקלטים	מספר המשפחות
0	500
1	2500
2	3500
3	3000
4	500
	סך הכול $N = 10000$

נגדיר את x להיות מספר המקלטים של משפחה אקראית.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של x .
- ב. חשבו את התוחלת, השונות וסטיית התקן של x .
- ג. אם נדגום 4 משפחות מהישוב מה תהיה התוחלת, מהי השונות ומהי סטיית התקן של ממוצע המדגם?

2. אם נטיל קובייה פעמיים ונתבונן בממוצע התוצאות שיתקבלו, מה תהיה התוחלת ומה תהיה סטיית התקן של ממוצע זה?

3. משקל תינוק ביום היוולדו מתפלג נורמאלית עם ממוצע 3400 גרם וסטיית תקן של 400 גרם.

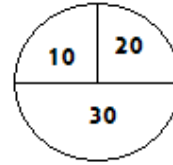
א. מה ההסתברות שתינוק אקראי בעת הלידה ישקול פחות מ-3800 גרם?

נתון שביום מסוים נולדו 4 תינוקות.

- ב. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע שלהם יעלה על 4 ק"ג ?
- ג. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה מתחת ל-2.5 ק"ג?
- ד. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה רחוק מהתוחלת בלא יותר מ-50 גרם?

4. הזמן הממוצע שלוקח לאדם להגיע לעבודתו 30 דקות עם שונות של 16 דקות רבועיות. האדם נוסע לעבודה במשך שבוע 5 פעמים. לצורך פתרון הניחו שזמן הנסיעה לעבודה מתפלג נורמאלית.
- א. מה ההסתברות שבמשך שבוע משך הנסיעה הממוצע יהיה מעל 33 דקות?
 ב. מהו הזמן שבהסתברות של 90% ממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה פחות ממנו?
 ג. מה ההסתברות שממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה מרוחק מ-30 דקות בלפחות 2 דקות?
5. נפח היין בבקבוק מתפלג נורמאלית עם תוחלת של 750 סמ"ק וסטיית תקן של 10 סמ"ק.
- א. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה בדיוק 755 סמ"ק?
 ב. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה יותר מ-755 סמ"ק?
 ג. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה לפחות 755 סמ"ק?
 ד. בקבוקי היין שבארגז נמזגים לקערה עם קיבולת של שלושה ליטר. מה ההסתברות שהיין יגלוש מהקערה?
6. משתנה מתפלג נורמאלית עם תוחלת 80 וסטיית תקן 4.
- א. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה כאשר גודל המדגם הוא 9?
 ב. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה שגודל המדגם הוא 16?
 ג. הסבר את ההבדל בתשובות של שני הסעיפים.

7. בקזינו ישנה רולטה. על הרולטה רשומים המס' הבאים כמוראה בשרטוט :



- אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה.
- א. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.
- ב. מה התוחלת ומה השונות של סכום הזכייה?
- ג. אם האדם ישחק את המשחק 5 פעמים מה התוחלת ומה השונות של ממוצע סכום הזכייה בחמשת המשחקים?
- ד. אם האדם משחק את המשחק 50 פעם מה ההסתברות שבסה"כ יזכה ב-1050 ₪ ומעלה?
8. לפי הערכות הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה השכר הממוצע במשק הוא 8000 ₪ עם סטיית תקן של 3000 ₪. מה ההסתברות שבמדגם מקרי של 100 עובדים השכר הממוצע יהיה יותר מ-8500 ₪?
9. מטילים קובייה 50 פעמים בכל פעם מתבוננים בתוצאה של הקובייה. מה ההסתברות שהממוצע של התוצאות יהיה לפחות 3.72 ב-50 ההטלות?
10. אורך צינור שמפעל מייצר הינו עם ממוצע של 70 ס"מ וסטיית תקן של 10 ס"מ
- א. נלקחו באקראי 100 מוטות, מה ההסתברות שממוצע אורך המוטות יהיה בין 68 ל 78 ס"מ?
- ב. יש לחבר 2 בניינים באמצעות מוטות. המרחק בין שני הבניינים הינו 7200 ס"מ. מה ההסתברות ש 100 המוטות יספיקו למלאכה?
- ג. מה צריך להיות גודל המדגם המינימאלי, כדי שבהסתברות של 5% ממוצע המדגם יהיה קטן מ-69 ס"מ. העזר במשפט הגבול המרכזי.

**ב. התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות
במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית**

1. נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.
 - א. מה ההסתברות שלושה מהם אקדמאים?
 - ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמאי?
 - ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?
2. הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת בחורף מוערך ב-0.4. נדגמו 30 מבוגרים אקראיים.
 - א. חשבו את הסיכוי שבדיוק 15 יחלו בשפעת (1) לפי ההתפלגות הבינומית ; (2) לפי הקירוב הנורמאלי.
 - ב. חשבו את הסיכוי לכל היותר 14 יחלו בשפעת.
 - ג. חשבו את הסיכוי שלפחות 11 יחלו בשפעת.
3. במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מקו הייצור.
 - א. מה ההסתברות שנדגמו לכל היותר 6 מוצרים פגומים?
 - ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?
 - ג. מה ההסתברות שיהיו בדיוק 11 פגומים?
4. ציוני פסיכומטרי בקרב הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמאלית עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקראיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?
5. במדינה יש 10% של אבטלה. נדגמו באקראי 140 אנשים מהמדינה.
 - א. מה התוחלת ומהי השונות של פרופורציות המובטלים שנדגמו?
 - ב. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 10% יהיו מובטלים?
 - ג. מה ההסתברות שלכל היותר 9% מהמדגם יהיו מובטלים?
6. נניח ש-30% מהאוכלוסייה תומכת בהצעת חוק מסוימת. אם נדגום מהאוכלוסייה 200 איש. חשבו את ההסתברויות הבאות :
 - א. לפחות 35% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ב. לכל היותר 25% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ג. יותר מ – 27% יתמכו בהצעת החוק במדגם.

תשובות סופיות להתפלגות הדגימה**פרק א' - התפלגות ממוצע מדגם ומשפט הגבול המרכזי****שאלה 1****שאלה 2**

$$E(\bar{X}) = 3.5 \quad \text{א.}$$

$$\sigma(\bar{X}) = 1.208$$

4	3	2	1	0	x
0.05	0.3	0.35	0.25	0.05	P(x)

$$\sigma = 0.973 \quad \sigma^2 = 0.9475 \quad \mu = 2.05 \quad \text{ב.}$$

$$V(\bar{X}) = 0.237 \quad E(\bar{X}) = 2.05 \quad \text{ג.}$$

$$\sigma(\bar{X}) = 0.487$$

שאלה 3**שאלה 4**

$$0.0465 \quad \text{א.}$$

$$0.8413 \quad \text{א.}$$

$$32.29 \quad \text{ב.}$$

$$0.0013 \quad \text{ב.}$$

$$0.2628 \quad \text{ג.}$$

$$0 \quad \text{ג.}$$

$$0.1974 \quad \text{ד.}$$

שאלה 5**שאלה 6**

$$0.5468 \quad \text{א.}$$

$$0 \quad \text{א.}$$

$$0.6826 \quad \text{ב.}$$

$$0.1587 \quad \text{ב.}$$

$$0.1587 \quad \text{ג.}$$

$$0.5 \quad \text{ד.}$$

שאלה 7**שאלה 8**

$$0.0475$$

$$\text{א.}$$

30	20	10	
0.5	0.25	0.25	P(x)

$$22.5 : \text{ התוחלת : ב.}$$

$$68.75 : \text{ השונות :}$$

$$22.5 : \text{ התוחלת : ג.}$$

השונות: 13.75

ד. 0.8997

<u>שאלה 10</u>	<u>שאלה 9</u>
א. 0.9772	0.1814
ב. 0.0228	
ג. 271	

פרק ב' - התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
א. 0.0794 (2) ; 0.0783 (1)	א. 0.201
ב. 0.8238	ב. 0.3758
ג. 0.7123	ג. התוחלת: 2
	סטיית התקן: 1.2649

<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
0.1611	א. 0.121
	ב. 0.6915
	ג. 0.124
<u>שאלה 6</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0618	א. התוחלת: 0.1
ב. 0.0618	השונות: 0.00064
ג. 0.8238	ב. 0.5
	ג. 0.3446

פרק 3 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו :
168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.
2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן התוצאות שהתקבלו :
 $\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2$, $\sum_{i=1}^{20} X_i = 162$
א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
ד. מהי טעות התקן של האומד?
2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את :
א. ממוצע המדגם.
ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.
5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 5, 4, 2, 5, 4. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלית. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.
3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היולדו.

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומד לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?

2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%,79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.
 - א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?

3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.

4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.

5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 4.7, 5.2, 4.6, 5.3. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסיה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלית:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונויות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות לאמידה נקודתית ורווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ג. 177.9	א. 8.1
ד. 64.1	ב. 3.16
ה. 0.4	

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $223.42 < \mu < 236.58$	א. 102
ב. $222.16 < \mu < 237.84$	ב. 3
ד. 4	ג. 0.9544
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 139	א. $3.58 < \mu < 4.42$
ב. $21 < \mu < 25$	ב. יקטן פי 2
	ג. גדל
<u>שאלה 5</u>	
780	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$4.39 < \mu < 5.51$	א. $96.63 < \mu < 107.37$
	ב. $96.90 < \mu < 107.10$
<u>שאלה 3</u>	
$3.149 < \mu < 3.351$	

פרק ג' – רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$ ב. 2.29% ג. יגדל	א. 104 ב. 0.9774
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423 ב. 271	א. $22.5\% < p < 30.9\%$ ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' – רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$ ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' – רווח סמך להפרשים**הפרשי פרופורציות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%) ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772) ב. (6467, 7133)

פרק 4 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסייה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.

א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?

ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?

3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסייה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.

2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$

האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדוק ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.
2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים.
האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

- במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

- בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100. אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	\bar{x}
72	80	\hat{S}
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים בממוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	590	500	390	670	640	420	470	506
אחרי	580	520	510	680	610	430	540	570

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן של 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע של 171 וסטיית תקן מדגמית של 23.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.
 ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונויות

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונויות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות של 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה - 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה - 118.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונויות בכלל הארץ.
 ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית – מובהקות התוצאה – P-VALUE – α_{\min}

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$2. \text{ לפניך השערות של מחקר: } \begin{aligned} H_0 : \mu &= 70 \\ H_1 : \mu &> 70 \end{aligned}$$

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות:

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.

א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6%?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
- א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
- ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
- ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
- ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
- ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהייה 5%?

3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
- א. ניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
- ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?

4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודדים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.
- א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .
- ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.
- ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.

ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסייה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות:

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא: (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

תשובות סופיות לבדיקת השערות

פרק א' – בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' – בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ג' – בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נדחה H_0
	ב. נדחה H_0

פרק ד' – בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' – בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' – בדיקת השערות על שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	א. נדחה H_0

פרק ז' בדיקת השערות לשתי שוניות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ח' – מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ט' – טעויות ועוצמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. נדחה H_0	ב. 0.8051
ג. 1	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.4404	0.1446

פרק י' – הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64,114.56)	(-0.241,0.041)

פרק 5 - טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

1. אדם חשוד בביצוע פשע. מהן הטעויות האפשריות בהכרעת הדין?
2. ילד קנה שקית סוכריות אטומה שבה ציפה ל-10 סוכריות תות ו-5 לימון. ישנה שקית אחרת אותה הוא לא רצה בה 6 סוכריות תות ו-9 לימון. הוא החליט להוציא באקראי סוכרייה אם היא תהיה לימון הוא יחזיר את השקית לחנות. מה הסיכויים לכל סוג של טעות בהכרעתו?
3. יהי X מספר שלם הנבחר באקראי מבין המספרים השלמים. הסיכוי ש- X יקבל ערך כלשהו נתון על ידי הנוסחה: $p(X = k) = \frac{1}{n}$ עבור $k = 1, 2, \dots, n$.
נתונות ההשערות הבאות לגבי התפלגות של X :
- $$H_0 : n = 4$$
- $$H_1 : n = 6$$
- כמו כן נתון כלל ההכרעה הבא: נדחה את השערת האפס אם $X > 3$.
חשבו את הסיכוי לטעות מסוג ראשון וטעות מסוג שני ואת העוצמה?
4. איכות של מוצר מסווגת ל-4 רמות איכות: מצוין, טוב, בינוני וירוד. להלן התפלגות טיב המוצר בשני מפעלים:

מפעל	מצוין	טוב	בינוני	ירוד
"היוצר"	0.6	0.2	0.2	0
"שמשון"	0.1	0.2	0.3	0.4

בוחרים ממשלוח מוצר באקראי, אך לא יודעים מאיזה מפעל המשלוח הגיע. על סמך בדיקת האיכות מנסים להכריע האם מדובר במפעל "היוצר" (השערת האפס) או במפעל "שמשון" (השערה אלטרנטיבית).

- א. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "טוב" נכריע שהמוצר בא ממפעל "שמשון", מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?
- ב. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "בינוני" וגרוע מכך נכריע שהמוצר בא ממפעל "שמשון", מה מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?
- ג. איזה כלל החלטה עדיף? נמק!

5. במטרה לבדוק האם מטבע תקין הטילו אותו 8 פעמים. הוחלט שאם מספר העצים יהיה בין 1 ל 7 כולל יוחלט שהמטבע תקין, אחרת נחליט שהמטבע מזויף.
- א. רשמו את השערות המחקר.
- ב. מה ההסתברות לטעות מסוג ראשון?
- ג. מהי עצמת המבחן אם במציאות אכן המטבע אינו תקין כי הסיכוי לעץ בו הוא 20%.

6. להלן השערות:

$$H_0 : X \approx t(5) \quad (\text{התפלגות } t \text{ עם } 5 \text{ דרגות חופש})$$

$$H_1 : X \approx Z \quad (\text{התפלגות נורמאלית סטנדרטית})$$

כלל החלטה: נדחה את השערת האפס אם X גדול מ-2.015.

- א. מהי רמת המובהקות של כלל החלטה?
- ב. מהי העוצמה של כלל החלטה?

7. במפעל מסוים נפלטים לאוויר חומרים רעילים. במצב שיגרה העוצמה הממוצעת של החומר הרעיל אמורה להיות 6,000 יחידות עם סטיית תקן 900. במצב חירום העוצמה הממוצעת היא 7,000 עם סטיית תקן 900. במפעל מערכת התראה נתמכת על ידי 9 חיישנים. אם ממוצע העוצמה של החומר הרעיל לפי תשעת החיישנים עולה על 6600 יחידות מופעלת מערכת ההתראה. נתון שעוצמת הזיהום מתפלגת נורמאלית.
- א. מה הסיכוי להתראת שווא? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ב. מה הסיכוי שבמצב חירום מערכת ההתראה לא תפעל? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ג. מה ההסתברות שאם המצב הוא מצב חירום מערכת ההתראה תפעל? (איך קוראים להסתברות זו)?
- ד. בסעיפים הבאים נשנה בכל סעיף נתון מסוים. כל סעיף עומד בפני עצמו, כיצד השינוי ישנה את הסיכוי לטעות מסוג ראשון ושני?
1. המפעל יקנה עוד 4 חיישנים.
 2. מצב חרום מוגדר כעת בתוחלת של 7500 יחידות.
 3. מערכת ההתראה תופעל אם ממוצע של תשעת החיישנים יהיה מעל 6700.

תשובות לטעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
$\beta = \frac{2}{5} \quad \alpha = \frac{1}{3}$	
<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
א. $\beta = 0.8 \quad \alpha = 0.2$ ב. $\beta = 0.3 \quad \alpha = 0.2$ ג. כלל ב'.	$\beta = 0.5 \quad \alpha = 0.25$
<u>שאלה 6</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.05 ב. 0.022	ב. 0.00781 ג. 0.1678
	<u>שאלה 7</u>
	א. 0.0228 ב. 0.0918 ג. 0.9082

פרק 6 - בדיקת השערות מבחנים אפרמטריים

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטיילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשרד החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

מספר הסוללות הפגומות	0	1	2	3 ומעלה
שכיחות	276	104	12	8

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן אי תלות

1. במפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה:

	יום	ערב	לילה
פגומים	50	60	70
תקינים	600	700	800

האם קיים קשר בין טיב המוצר למשמרת שלו? הסיקו עבור רמת מובהקות $\alpha = 0.05$.

2. בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

3. בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים:

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הפריטים	15	20	15	50

כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B:

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הכדורים	60	20	10	20

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 3:1:1:1 לטובת הכחול.
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החנויות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

ג. מבחן הבינום

1. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הטילו אותו 8 פעמים. הוחלט שאם מספר העצים יהיה בין 1 ל 7 כולל יוחלט שהמטבע הוגן, אחרת נחליט שהמטבע לא הוגן.
 - א. רשמו את השערות המחקר.
 - ב. מה ההסתברות לטעות מסוג ראשון?
 - ג. מהי עצמת המבחן אם במציאות אכן המטבע אינו הוגן כי הסיכוי לעץ בו הוא 20%?

2. אחוז אוכלי הגלידות בחודשי החורף הנו 30%, קיים חשש כי השנה פחת אחוז אוכלי הגלידות. לשם כך נדגמו 15 אנשים אשר מתוכם 3 אכלו גלידה בחודשי החורף.
 - א. רשום את השערות.
 - ב. מה תהיה ההחלטה ברמת מובהקות של 10%?

3. הסיכוי לזכות במשחק מזל מסוים הינו 70% מעוניינים לבדוק האם שיטה מסוימת מעלה את סיכויי ההצלחה לצורך כך מחליטים לשחק את המשחק 20 פעמים. מחליטים שאם מספר הזכיות יהיה לפחות 18 נקבל את הטענה שאכן השיטה עובדת והיא מעלה את סיכויי ההצלחה להיות 90%. מה הסיכוי לבצע טעות מסוג ראשון ומה הסיכוי לבצע טעות מסוג שני?

4. אחוז התומכים בהצעה מסוימת לפני כחמש שנים היה 40%. מעוניינים לבדוק את הטענה שאחוז התמיכה בהצעת החוק כיום אף ירד. לצורך כך דגמו 10 אנשים מתוכם אחד תמך בהצעת החוק. מהי מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

ד. מבחן הסימן

1. רוצים לבדוק את הטענה שהציונים במבחן בסטטיסטיקה ב גבוהים מאשר בסטטיסטיקה א. נלקחו 10 סטודנטים שסיימו את סטטיסטיקה ב. עבור כל סטודנט נבדק מה הציון בסטטיסטיקה א ומה הציון בסטטיסטיקה ב. להלן התוצאות שהתקבלו:

א	ב
62	70
74	80
68	70
94	90
82	77
67	67
65	80
84	86
78	79
80	82

בידקו ברמת מובהקות של 5%.

2. מעוניינים לבדוק האם סם מסוים משפיע על לחץ הדם. נלקחו 24 אנשים אשר נמדד להם לחץ הדם לאחר מכן ניתן להם הסם ושוב מדדו להם את לחץ הדם. לחמישה אנשים לחץ הדם לא השתנה ל 15 אנשים לחץ הדם עלה וליתר לחץ הדם ירד אחרי לקיחת הסם. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. מעוניינים לבדוק האם ההוצאות על "גיאנק פוד" בקרב הסטודנטים רבות יותר בזמן הלימודים לעומת ימי החופשה. נדגמו 15 סטודנטים מקריים, אצל 13 ההוצאות בתקופת הלימודים היו גבוהות יותר מימי החופשה ואצל 2 נמוכות יותר. מה מסקנתך בר"מ של 0.05 ?

ה. מבחן ויילקוקסון למדגמים מזווגים :

1. שני קונדיטורים מתחרים על מקום עבודה. נתנו לשניהם להכין 8 מאפים שונים כאשר כל אחד מהמאפים נאפה ע"י שניהם. בסופו של דבר בעל הקונדיטוריה נתן ציון לכל אחד מהאופים בעבור כל אחד מהמאפים.

להלן הציונים שהתקבלו :

אופה א	אופה ב
10	9
9	8
7	7
8	9
9	6
10	6
7	5
8	4

ברמת מובהקות של 5% האם אפשר לקבוע שאופה א' טוב יותר מאופה ב'?

2. סטודנטים נתבקשו לתת חוות דעתם על רמת הקושי של הקורס (סקאלה של 1-5 כאשר 5=קשה ביותר) ועל רמת הקושי של הבחינות באותה סקאלה. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין רמת הקושי הנתפסת בעיני הסטודנט על הקורס ועל המבחנים.

להלן תוצאות המדגם :

4	5	1	2	3	4	2	3	4	1- קושי קורס
2	3	2	2	2	3	4	4	4	2 - קושי בחינה

בדקו ברמת מובהקות של 5%.

ו. מבחן ווילקוקסון למדגמים בלתי תלויים

1. מעוניינים להשוות בין 2 קבוצות כדורסל. נלקחו 5 משחקים מקבוצה א ושישה משחקים מקבוצה ב'. נבדק בכל משחק ועבור כל קבוצה מה מספר הנקודות שצברה בסוף המשחק.

קבוצה א	קבוצה ב
68	82
82	74
78	82
94	64
87	67
	65

בדקו ברמת מובהקות של 5% את הטענה שקבוצה ב קולעת פחות במומצע מקבוצה א'.

2. מעוניינים לבדוק האם קורס קיץ באנגלית משפר את יכולות האנגלית לתלמידי חטיבת ביניים. נלקחו 20 ילדים בגיל חטיבת הביניים ברמת אנגלית דומה. 12 מהם נשלחו לקורס קיץ והיתר לא. בסוף הקיץ כולם נבחנו במבחן באנגלית הציון הגבוה ביותר התקבל בקרב אחד שלא עשה את הקורס ושבעת הציונים הנמוכים ביותר היו גם בקרב תלמידים שלא עשו את הקורס. מה המסקנה ברמת מובהקות של 5%?

3. במחקר לבדיקת יעילות ויטמין C נבחרו 15 מתנדבים מבין עובדי המפעל. תשעה מהם נבחרו מקרית וקיבלו טיפול שוטף בויטמין C, ואילו שאר המתנדבים (קבוצת הביקורת) קבלו גלולת סוכר. במשך שלוש שנות המחקר היו מספר ימי ההיעדרות בגלל ההצטננות: קבוצת הטיפול: 19, 7, 28, 13, 23, 12 : קבוצת הביקורת: 1, 3, 9, 3, 4, 0, 8, 12, 16. בידקו ברמת מובהקות של 5% שמספר ימי המחלה במשך שלוש שנים מצטמצם ביותר מ-4 ימים עם לקיחת ויטמין C.

ז. מבחן פישר

1. מעוניינים לבדוק האם שיעורי עזר יעילים בשיפור ההישגים . נלקחו 2 כיתות בנות 15 תלמידים כל אחת. בכיתה אחת נתנו שיעורי עזר ובכיתה שנייה לא נתנו שיעורי עזר. בכיתה שנתנו שיעורי עזר 1 נכשל ובכיתה ללא שיעורי עזר 3 נכשלו. מה המסקנה ברמת מובהקות של 5%?
2. מעוניינים לבדוק האם תרופה אנטידכאונית מסוימת משפיעה על מצב הרוח. נלקחו 28 אנשים שהתלוננו על דיכאון ברמה דומה הם חולקו באקראי לשתי קבוצות, כך ש-16 קיבלו התרופה והיתר היוו קבוצת ביקורת וקבלו פלסיבו. כעבור 3 חודשים נבדק מצבם הנפשי. בקרב לוקחי התרופה רק 2 התלוננו על דיכאון ובקרב לוקחי הפלסיבו 6. מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%?

תשובות סופיות למבחנים אפרמטריים

פרק א' - מבחן טיב התאמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ב' - מבחן לאי תלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
ג. נקבל H_0	
ד. נדחה H_0	

פרק ג' - מבחן הבינום

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. 0.0781	נקבל H_0
ה. 0.1678	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
ג. 0.0355	נדחה H_0
ד. 0.3231	

פרק ד' - מבחן הסימן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

פרק ה' – מבחן ווילקוקסון למדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ו' – מבחן ווילקוקסון למדגמים בלתי תלויים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ז' – מבחן פישר

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק 7 - אי שוויונים הסתברותיים

א. אי שוויון צ'ביצ'ב

1. מצא חסמים להסתברויות הבאות עבור משתנה מקרי רציף בעל תוחלת 8 וסטית תקן 3 .
א.

$$p(2 < x < 14)$$

ב.

$$p(|x - 8| \geq 9)$$

2. מתוך קו יצור של רכיבים שאורכם הממוצע הנו 10 ס"מ ושוונותם 3 סמ"ר. יש לקחת מדגם. מהו גודל המדגם שיבטיח שבהסתברות של 0.9 לפחות ימצא ממוצע המדגם בין 9 ל-11 ס"מ?

3. אחוז התומכים במפלגה מסוימת הנו 40% . נלקח מדגם מקרי בגודל 200 .
תן חסם תחתון לכך שאחוז התומכים במדגם יהיה בין 35% ל- 45% .

4. מספר המטוסים המגיעים לנמל תעופה ב 20 דקות מתפלג התפלגות פואסונית עם תוחלת של 100 . העזר באי שוויון צ'ביצ'ב כדי למצוא גבול תחתון להסתברות שמספר המטוסים המגיעים בתקופה בת 20 דקות נתונה תהיה בין 80 ל-120.

5. בוחרים מספר n ספרתי באופן מקרי. (הספרה ראשונה יכולה להיות 0)
א. עבור $n = 10$: הערך את ההסתברות שממוצע הספרות במספר יסטה מתוחלתו בלפחות 1.
ב. מה אורך המספר המינימלי (n) שיבטיח שבהסתברות של 95% , ממוצע הספרות יסטה מתוחלתו בפחות מ-0.75? לפי אי-שוויון צ'ביצ'ב.

6. בעיר מסוימת ל 5% מהמשפחות אין מכונית , ל-20% יש מכונית אחת , ל-35% יש שתי מכוניות, ל-30% שלוש מכוניות וליתר ארבע מכוניות. נניח שמספר המשפחות ביישוב הוא גדול מאד. הערך את ההסתברות שמספר המכוניות הכולל בעשר משפחות יהיה לפחות 17 ולכל היותר ל-27 .

ב. אי שוויון מרקוב

1. אורך חיים של מכשיר מתפלג עם תוחלת של 500 שעות. חשב לפי אי שוויון מרקוב את ההסתברות שאורך חיים של מכשיר יהיה לפחות 1500 שעות.
2. התפלגות מספר הילדים למשפחה במדינה מסוימת היא עם תוחלת של 2 ילדים. נלקחו 5 משפחות אקראיות. הערך את הסיכוי שבסה"כ בחמשת המשפחות יש יותר מ-15 משפחות.
3. ידוע מניסיון העבר כי ציון במבחן הגמר של סטודנט הוא משתנה מקרי שתוחלתו 75.
 - א. מצא חסם עליון להסתברות שציון מבחן הגמר של סטודנט יהיה לפחות 85.
 - ב. נניח שהמרצה יודע בנוסף ששונות ציון מבחן הגמר של הסטודנט היא 25, מה אפשר לומר על ההסתברות שציון מבחן הגמר של סטודנט יהיה גבוה מ-65 ונמוך מ-85?

ג. תשובות סופיות לאי שוויונים הסתברותיים

פרק א' – אי שוויון צ'ביצ'ב

שאלה 1	שאלה 2
ה. בין $3/4$ ל- 1	לפחות 30
ב. בין 0 ל- $1/9$	
שאלה 3	שאלה 4
0.52	0.75
שאלה 5	שאלה 6
א. 0.825	0.706
ב. 294	

פרק ב' – אי שוויון מרקוב

שאלה 1	שאלה 2
בין 0 ל- $1/3$	לכל היותר 0.625
שאלה 3	
ב. 0.8823	
ג. לפחות 0.75	

פרק 8 - רגרסיה ליניארית

א. מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי (כולל רגרסיה לינארית

פשוטה):

1. להלן נתונים לגבי חמישה תלמידים שנגשו למבחן אמצע סמסטר ולמבחן סוף סמסטר:

8	8	7	6	7	ציון אמצע סמסטר
10	9	7	7	8	ציון סוף סמסטר

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על הקשר בין ציון אמצע סמסטר לבין ציון סוף סמסטר?
- ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?
2. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{20} Y_i &= 200 & \sum_{i=1}^{20} X_i &= 240 \\ \sum_{i=1}^{20} Y_i^2 &= 2080 & \sum_{i=1}^{20} X_i^2 &= 2960 \\ \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i &= 2464 \end{aligned}$$

- א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y .
- ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה.
- ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?
3. נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות לימוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_y = 5 \quad S_x = 2$$

$$\bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 14$$

$$COV(X, Y) = 7.5$$

- א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
- ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
- ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?
- ד. איזה אחוז משוונות ההכנסה מוסבר באמצעות ההשכלה של האדם?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

4. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק:
- א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ש. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- ג. אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
- ד. אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 1.
- ה. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

פתרונותא. **מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי****שאלה 1**

א.

ב. 0.871

שאלה 2

א. 0.8

ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$

ג. 12.4

שאלה 4

א. נכון

ב. לא נכון

ג. לא נכון

ד. נכון

ה. נכון

שאלה 3

א. 0.75

ב. 4.25 אלפי ש"ח

ג. 14.6 שנים

ד. 56.25%