

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בנושא מבוא לסטטיסטיקה יישומית.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,

המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את

התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם

רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי

שנעשה בשיעור פרטי,

(לדוגמה לחצו כאן www.gool.co.il/statb.html).

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים

שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים

להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם

www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר Gool גול, בשביל התרגול...

תוכן העניינים

פרק 1 - יסודות הסתברות - עמ' 3

בעיות בסיסיות בהסתברות

פעולות בין מאורעות

קומבינטוריקה

הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

תלות בין מאורעות

שאלות מסכמות

תשובות סופיות

פרק 2 - משתנה מקרי בדיד - עמ' 21

פונקציית ההסתברות

תוחלת, שונות וסטיית תקן

טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן)

תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים

ההתפלגות הבינומית

ההתפלגות הגיאומטרית

ההתפלגות הפואסונית

התפלגות אחידה

התפלגות היפרגאומטרית

התפלגות בינומית שלילית

שאלות מסכמות

תשובות סופיות

פרק 3 - משנה מקרי רציף - עמ' 39

פונקציית הצפיפות וההתפלגות המצטברת

ההתפלגות הנורמלית

ההתפלגות האחידה

ההתפלגות המעריכית

תשובות סופיות

פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית - עמ' 46

סיווג משתנים (סולמות מדידה וסוגי משתנים)

הצגת נתונים (טבלאות וגרפים)

הצגת נתונים

מדדי מיקום מרכזי

מדדי פיזור

מדדי מיקום יחסי

טרנספורמציה לינארית

שאלות מסכמות

תשובות סופיות

נספח - מקדם ההשתנות

פרק 5 - רגרסיה - עמ' 74

מדד הקשר של פירסון

תשובות סופיות

פרק 1 - יסודות ההסתברות

א. בעיות בסיסיות בהסתברות

1. מהאותיות E, F ו-G יוצרים מילה בת 2 אותיות לא בהכרח בת משמעות.

א. הרכב את כל המילים האפשריות.

ב. רשום את המקרים למאורע:

A - במילה נמצאת האות E.

B - במילה האותיות שונות.

ג. רשום את המקרים למאורע \bar{A} .

2. מטילים זוג קוביות.

א. רשום את מרחב המדגם של הניסוי. האם המרחב מדגם הוא אחיד?

ב. רשום את כל האפשרויות למאורעות הבאים:

A - סכום התוצאות 7.

B - מכפלת התוצאות 12.

3. בוחרים באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.

א. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?

ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?

ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?

4. חשב את ההסתברויות למאורעות שהוגדרו בשאלה מספר 2.

5. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים:

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

נבחרה משפחה באקראי מהישוב.

- א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?
- ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?
- ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

ב. פעולות בין מאורעות

1. חזור לנתונים של שאלה מספר 1 בפרק הקודם.

א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.

ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

2. חזור לנתונים של שאלה מספר 2 בפרק הקודם.

א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.

ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

3. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. נגדיר את המאורעות הבאים:

A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.

B- לעבור את המבחן בכלכלה.

העזר בפעולות חיתוך, איחוד ומשלים בלבד כדי להגדיר את המאורעות הבאים וסמן בדיאגרמת וון את השטח המתאים:

א. התלמיד עבר רק את המבחן בכלכלה.

ב. התלמיד עבר רק את המבחן בסטטיסטיקה.

ג. התלמיד עבר את שני המבחנים.

ד. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד.

ה. התלמיד נכשל בשני המבחנים.

ו. התלמיד נכשל בכלכלה.

4. בהמשך לשאלה הקודמת נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75.

חשב את הסיכויים למאורעות הבאים:

א. לעבור לפחות את אחד המבחנים.

ב. לעבור רק את המבחן בכלכלה.

ג. לעבור רק את המבחן בסטטיסטיקה.

ד. להיכשל בשני המבחנים.

5. הסיכוי של מניה A לעלות הנו 0.5 ביום מסוים והסיכוי של מניה B לעלות ביום מסוים הנו 0.4. בסיכוי של 0.7 לפחות אחת מהמניות תעלה ביום מסוים. חשב את ההסתברויות הבאות לגבי שתי המניות הללו ביום מסוים :

- א. ששתי המניות תעלנה.
- ב. שאף אחת מהמניות לא תעלנה.
- ג. שמניה A בלבד תעלה.

6. מטיילים זוג קוביות אדומה ושחורה. נגדיר את המאורעות הבאים :

- A בקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4 ובשחורה 2.
 - B סכום התוצאות משתי הקוביות 6.
 - C מכפלת התוצאות בשתי הקוביות 10.
- א. האם A ו-B מאורעות זרים?
 - ב. האם המאורע B מכיל את המאורע A?
 - ג. האם A ו-C מאורעות זרים?
 - ד. האם A ו-C מאורעות משלימים?

7. עבור המאורעות A ו-B ידועות ההסתברויות הבאות:

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.1 \quad p(B) = 0.3 \quad p(A) = 0.6$$

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. חשב את $p(\bar{A} \cap B)$

8. מטבע הוטל פעמיים. נגדיר את המאורעות הבאים :

A- קיבלנו עץ בהטלה הראשונה.

B- קיבלנו לפחות עץ אחד בשתי ההטלות.

איזו טענה נכונה?

- א. A ו-B מאורעות זרים.
- ב. A ו-B מאורעות משלימים.
- ג. B מכיל את A.
- ד. A מכיל את B.

9. בהגרלה חולקו 100 כרטיסים על 3 מהם רשום חופשה ועל 2 מהם רשום מחשב שאר הכרטיסים ריקים. אדם קיבל כרטיס אקראי.

- א. מה הסיכוי לזכות בחופשה או במחשב? האם המאורעות הללו זרים?
 ב. מה ההסתברות לא לזכות בפרס?

10*. באוכלוסיה מסוימת בדקו את סוגי חשבונות הבנק שבידי האנשים הבוגרים. הנתונים

שהתקבלו היו: 45% מהאנשים מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי", 55% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים", 20% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק דיסקונט", 15% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק הפועלים", 10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וגם ב"בנק דיסקונט" ו-10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק דיסקונט". כמו כן, 5% מחזיקים חשבון בנק בכל שלושת הבנקים הנ"ל.

- א. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב-"בנק לאומי" בלבד?
 ב. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וחשבון בנק ב"בנק לאומי" אך לא ב"בנק דיסקונט"?
 ג. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד בלבד?
 ד. מה אחוז מחזיקי שני חשבונות בנק בלבד?
 ה. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד לפחות?

ג. קומבינטוריקה

רמה א'

1. חשבו את מספר האפשרויות לתהליכים הבאים:

- א. הטלת קובייה פעמים.
 ב. מספר תלת ספרתי.
 ג. בחירת בן ובת מכתה שיש בה שבעה בנים ועשר בנות.
 ד. חלוקת שני פרסים שונים לעשרה אנשים שונים כאשר אדם לא יכול לקבל יותר מפרס אחד.

2. במסעדה מציעים ארוחה עסקית. בארוחה עסקית יש לבחור מנה ראשונה, מנה עיקרית ושתייה. האופציות למנה ראשונה הן: סלט ירקות, סלט אנטיפסטי ומרק היום. האופציות למנה עיקרית הן: סטייק אנטרקוט, חזה עוף בגריל, לזניה בשרית ולזניה צמחונית. האופציות לשתייה הן: קפה, תה ולימונדה.

א. כמה ארוחות שונות ניתן להרכיב בעזרת התפריט הזה?

ב. אדם מזמין ארוחה אקראית. חשב את ההסתברויות הבאות:

1. בארוחה סלט ירקות, לזניה בשרית ולימונדה.

2. בארוחה סלט, לזניה ותה.

3. בוחרים באקראי מספר בין חמש ספרות. חשבו את ההסתברויות הבאות:

א. המספר הוא זוגי.

ב. במספר כל הספרות שונות.

ג. במספר כל הספרות זהות.

ד. במספר לפחות שתי ספרות שונות.

ה. במספר לפחות שתי ספרות זהות.

ו. המספר הוא פלינדרום (מספר הנקרא מימין ומשמאל באותה צורה).

4. חמישה אנשים אקראיים נכנסו למעלית בבנין בן 8 קומות. חשבו את ההסתברויות הבאות:

א. כולם ירדו בקומה החמישית?

ב. כולם ירדו באותה קומה?

ג. כולם ירדו בקומה אחרת?

ד. ערן ודני ירדו בקומה השישית והיתר בשאר הקומות?

5. במפלגה חמישה עשר חברי כנסת. יש לבחור שלושה חברי כנסת לשלושה תפקידים שונים.

בכמה דרכים ניתן לחלק את התפקידים אם:

א. חבר כנסת יכול למלא יותר מתפקיד אחד.

ב. חבר כנסת לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.

6. מטילים קובייה 4 פעמים.

א. מה ההסתברות שכל התוצאות תהינה זהות?

ב. מה ההסתברות של התוצאות תהינה שונות?

ג. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה זהות?

ד. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה שונות?

7. בכמה דרכים :

- א. אפשר לסדר 4 ספרים שונים על מדף?
- ב. בכמה דרכים אפשר לסדר חמישה חיילים בטור?

8. סידרו באקראי 10 דיסקים שונים על מדף שמתוכם שניים בשפה העברית.

- א. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית יהיו צמודים זה לזה?
- ב. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית לא יהיו צמודים זה לזה?
- ג. מה ההסתברות ששני הדיסקים בעברית יהיו כל אחד בקצה השני של המדף?

9. 4 בנים ו-4 בנות התיישבו באקראי בשורה של בית קולנוע בו 8 מקומות .

- א. מה ההסתברות שהבנים יישבו זה ליד זה?
- ב. מה ההסתברות שהבנות תשבנה זו ליד זו וגם הבנים יהיו זה ליד זה?
- ג. מה ההסתברות שהבנים יישבו במקומות הזוגיים?

רמה ב'

1. בכיתה 40 תלמידים. מעוניינים לבחור חמישה מהם לוועד כיתה. בכמה דרכים ניתן להרכיב את הוועד אם :
 - א. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
 - ב. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
 - ג. אין תפקידים שונים בוועד.
2. בכיתה 30 תלמידים מתוכם 12 תלמידים ו-18 תלמידות. יש לבחור למשלחת 4 תלמידים מהכיתה. התלמידים נבחרים באקראי.
 - א. מה ההסתברות שהמשלחת תורכב רק מבנות?
 - ב. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה רק בת אחת?
 - ג. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה לפחות בת אחת?
3. מעוניינים להרכיב קוד סודי. הקוד מורכב מ-2 ספרות שונות ו-3 אותיות שונות באנגלית (26 אותיות אפשריות).

- א. כמה קודים שונים ניתן להרכיב?
 ב. כמה קודים שונים ניתן להרכיב אם הקוד מתחיל בספרה ונגמר בספרה?
 ג. כמה קודים ניתן להרכיב אם הספרות חייבות להיות צמודות זו לזו?
 ד. בכמה קודים הספרות לא מופיעות ברצף?
4. בארונות 4 מגירות. ילד התבקש ע"י אימו לסדר 6 משחקים בארונות. הילד מכניס את המשחקים באקראי למגירות השונות. כל מגירה יכולה להכיל גם את כל המשחקים יחד.
 א. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים למגירה העליונה?
 ב. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים לאותה מגירה?
 ג. מה ההסתברות שה"דומינו" יוכנס למגירה העליונה ויתר המשחקים לשאר המגירות.
 ד. מה ההסתברות שה"דומינו" לא יוכנס למגירה העליונה?
5. בעיר מסוימת מתמודדות למועצת העיר 4 מפלגות שונות: "הירוקים", "קדימה", "העבודה" ו"הליכוד". 6 אנשים אינם יודעים למי להצביע, ולכן בוחרים באקראי מפלגה כלשהי.
 א. מה ההסתברות שכל ה-6 יבחרו באותה מפלגה?
 ב. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" לא תקבל קולות?
 ג. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" תקבל בדיוק 3 קולות וכל מפלגה אחרת תקבל קול 1 בלבד?
 ד. מה ההסתברות שמפלגת "הירוקים" תקבל 2 קולות, מפלגת "העבודה" תקבל 2 קולות ומפלגת "הליכוד" תקבל 2 קולות?

ד. הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

1. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה:
- נגדיר את המאורעות הבאים : A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה. B- לעבור את המבחן בכלכלה. כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. חשבו את הסיכויים למאורעות הבאים :
- התלמיד עבר בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא עבר בכלכלה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא עבר בסטטיסטיקה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא נכשל בסטטיסטיקה?
 - התלמיד נכשל בסטטיסטיקה מה ההסתברות שהוא נכשל בכלכלה?
 - התלמיד עבר לפחות מבחן אחד מה ההסתברות שהוא יעבור את שני המבחנים?
2. במדינה שתי חברות טלפון סלולארי "סופט" ו"בל". 30% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "בל". 60% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "סופט".
- ל-15% מהתושבים הבוגרים אין טלפון סלולארי בכלל.
- איזה אחוז מהתושבים הבוגרים רשומים אצל שתי החברות?
 - נבחר אדם שרשום אצל חברת "סופט", מה ההסתברות שהוא רשום גם אצל חברת "בל"?
 - אם אדם לא רשום אצל חברת "בל", מה ההסתברות שהוא כן רשום בחברת "סופט"?
 - אם אדם רשום אצל חברה אחת בלבד, מה ההסתברות שהוא רשום בחברת "סופט"?
3. בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 70% הם אקדמאים ומבין הזוטרים 20% הם אקדמאים. נבחר אדם באקראי מאותה חברה.
- מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמאי ?
 - מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמאי ?
 - מה הסיכוי שהוא אקדמאי ?
4. בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו3 לימון. מוציאים באקראי סוכרייה אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוציאים סוכרייה נוספת, אך אם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוציאים סוכרייה נוספת.
- מה ההסתברות שהסוכרייה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון ?
 - מה ההסתברות שהסוכרייה השנייה בטעם לימון?

5. באוכלוסיה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשישים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת במשך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת במשך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת במשך החורף הוא 70%.

א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשישים שלא יחלו בשפעת במשך החורף?

ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת במשך החורף?

ג. נבחר אדם שחלה במשך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?

ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת במשך החורף?

6. בכד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בכד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים.

בוחרים באקראי כד, מוציאים ממנו כדור ומבלי להחזירו מוציאים כדור נוסף.

א. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?

ב. אם הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא יהיה

בצבע אדום?

ה. תלות בין מאורעות

1. נתון:

$$p(A) = 0.2$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(A \cup B) = 0.6$$

האם המאורעות הללו בלתי תלויים?

2. חוקר מבצע שני ניסויים בלתי תלויים הסיכוי להצליח בניסוי הראשון הנו 0.7 והסיכוי להצליח בניסוי השני הוא 0.4.

א. מה הסיכוי להצליח בשני הניסויים יחדו?

ב. מה הסיכוי שניכשל בשני הניסויים ?

3. מוצר צריך לעבור בהצלחה ארבע בדיקות בלתי תלויות לפני שיווקו, אחרת הוא נפסל ולא יוצא לשוק. הסיכוי לעבור בהצלחה כל אחת מהבדיקות הוא 0.8. בכל מקרה מבוצעות כל 4 הבדיקות.

א. מה הסיכוי שהמוצר יפסל?

ב. מה ההסתברות שהמוצר יעבור בהצלחה לפחות בבדיקה אחת?

ו. שאלות מסכמות

1. 70% מהנבחנים בסטטיסטיקה עוברים את מועד א'. כל מי שלא עובר את מועד א' ניגש לעשות מועד ב', מתוכם 80% עוברים אותו. מבין אלה שנכשלים בשני המועדים 50% נרשמים לקורס מחדש, והיתר פורשים מהתואר.

א. מה הסיכוי שסטודנט אקראי עבר את הקורס?

ב. אם סטודנט אקראי עבר הקורס, מה הסיכוי שעבר במועד ב'?

ג. מה אחוז הסטודנטים שפורשים מהתואר?

ד. נבחרו 2 סטודנטים אקראיים רונית וינאי, מה ההסתברות שרונית עברה במועד א' ושינאי עבר במועד ב'?

2. באוכלוסייה מסוימת 40% הם גברים והיתר הן נשים. מבין הגברים 10% מובטלים. בסך הכול 13% מהאוכלוסייה מובטלת.

א. מה אחוז האבטלה בקרב הנשים?

ב. נבחר אדם מובטל, מה ההסתברות שזו אישה?

ג. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - נבחר אדם מובטל

B - נבחר גבר

האם המאורעות הללו זרים? והאם הם בלתי תלויים?

3. ערן מעוניין למכור את רכבו, הוא מפרסם מודעה באינטרנט ומודעה בעיתון. מבין אלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש 30% יראו את המודעה באינטרנט, 50% יראו את המודעה בעיתון ו-72% יראו את המודעה בלפחות אחת מהמדיות.

א. מה אחוז האנשים מאלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש יראו את 2 המודעות?

ב. אם אדם ראה את המודעה באינטרנט, מה ההסתברות שהוא לא ראה את המודעה בעיתון?

ג. האם המאורעות: "לראות את המודעה באינטרנט" ו"לראות את המודעה באינטרנט" בלתי תלויים?

ד. אדם שראה את המודעה באינטרנט בלבד יתקשר לערן בהסתברות של 0.7, אם הוא ראה את המודעה בעיתון בלבד הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.6. ואם הוא ראה את שתי המודעות הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.9.

1. מה ההסתברות שאדם המעוניין לרכוש רכב משומש יתקשר לערן?

2. אדם המעוניין לרכוש רכב משומש התקשר לערן. מה ההסתברות שהוא ראה את שתי המודעות?

ז. תשובות סופיות ליסודות הסתברות:**פרק א' - בעיות בסיסיות בהסתברות**

<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$	א. תשובה: 0.4
הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$	ב. תשובה: 0.4
	ג. תשובה: 0.5
	<u>שאלה 5</u>
	א. תשובה: 0.22
	ב. תשובה: 0.78
	ג. תשובה: 0.32

פרק ב' - פעולות בין מאורעות

<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.2	א. תשובה: 0.95
ב. תשובה: 0.3	ב. תשובה: 0.05
ג. תשובה: 0.3	ג. תשובה: 0.15
	ד. תשובה: 0.05
<u>שאלה 7</u>	<u>שאלה 6</u>
א. כן	א. לא
ב. תשובה: 0.3	ב. כן
	ג. כן
	ד. לא
<u>שאלה 9</u>	<u>שאלה 8</u>
א. תשובה: 0.05	תשובה: ג'

ב. תשובה : 0.95	
	*שאלה 10
	א. תשובה : 25%
	ב. תשובה : 10%
	ג. תשובה : 65%
	ד. תשובה : 20%
	ה. תשובה : 90%

פרק ג' - קומבינטוריקה**רמה א'**

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
א. 36	א. תשובה : 36
ב. 1. $1/36$ 2. $1/9$	ב. תשובה : 900
	ג. תשובה : 70
	ד. תשובה : 90
<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
א. 0.00003	א. תשובה : 0.5
ב. 0.00024	ב. תשובה : 0.3024
ג. 0.20508	ג. תשובה : 0.0001
ד. 0.01047	ד. תשובה : 0.9999
	ה. תשובה : 0.6976
	ו. תשובה : 0.01
<u>שאלה 6</u>	<u>שאלה 5</u>
א. תשובה : $1/216$	א. תשובה : 3,375
ב. תשובה : $5/18$	ב. תשובה : 2,730

ג. תשובה: 13/18	
ד. תשובה: 215/216	
<u>שאלה 8</u>	<u>שאלה 7</u>
א. תשובה: 0.2	א. תשובה: 24
ב. תשובה: 0.8	ב. תשובה: 120
ג. תשובה: 0.022	
	<u>שאלה 9</u>
	א. תשובה: 0.0714
	ב. תשובה: 0.0286
	ג. תשובה: 0.0143

רמה ב'

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 102,400,000	א. תשובה: 0.1117
ב. תשובה: 78,960,960	ב. תשובה: 0.1445
ג. תשובה: 658,008	ג. תשובה: 0.9819
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 14,040,000	א. תשובה: 0.00024
ב. תשובה: 1,404,000	ב. תשובה: 0.00098
ג. תשובה: 5,616,000	ג. תשובה: 0.05933
ד. תשובה: 8,424,000	ד. תשובה: 0.75000
<u>שאלה 5</u>	
א. תשובה: 0.00098	
ב. תשובה: 0.17798	
ג. תשובה: 0.02929	
ד. תשובה: 0.02197	

פרק ד' - הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.833	א. תשובה: 5%
ב. תשובה: 0.9375	ב. תשובה: 0.0833
ג. תשובה: 0.0625	ג. תשובה: 0.786
ד. תשובה: 0.5	ד. תשובה: 0.6875
ה. תשובה: 0.789	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.07	א. תשובה: 2/7
ב. תשובה: 0.72	ב. תשובה: 23/49
ג. תשובה: 0.25	
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>

א. תשובה: 0.544	א. תשובה: 6%
ב. תשובה: 0.5	ב. תשובה: 0.58
	ג. תשובה: 0.241
	ד. תשובה: 0.2

פרק ה' - תלות בין מאורעות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
כן	א. תשובה: 0.28
	ב. תשובה: 0.18
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 0.5904	
ב. תשובה: 0.9984	

פרק ו' - שאלות מסכמות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.94	א. תשובה: 15%
ב. תשובה: 0.255	ב. תשובה: 0.692
ג. תשובה: 0.03	ג. תשובה: לא זרים ותלויים
ד. תשובה: 0.168	
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 8%	
ב. תשובה: 0.733	
ג. תלויים	

פרק 2- המשתנה המקרי הבדיד

א. פונקצית ההסתברות:

1. ברולטה הסיכוי לזכות ב- 30 ש"ח הוא חצי וב-10 ש"ח רבע כך גם ב- 20 ש"ח. נגדיר את X להיות סכום הזכייה במשחק בודד. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

2. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה: נגדיר את המאורעות הבאים:
 - A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 - B- לעבור את המבחן בכלכלה.
 כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

3. הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ- 4 פעמים. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

4. חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7. הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8. הסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את X להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

ב. תוחלת, שונות וסטיית תקן:

1. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 1 בפרק א'.

2. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 2 בפרק א'.

3. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 3 בפרק א'.

4. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 4 בפרק א'.

5. נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

8	6	4	2	x
0.2		0.3		P(x)

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$

א. מצא את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשב את $V(X)$.

ג. טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן):

1. חזור לשאלה מספר 1 מפרק ב'. נניח שעלות השתתפות ברולטה היא 15 ₪ וסכום הזכייה הינו התוצאה שיצאה ברולטה. חשב את התוחלת והשונות של הרווח במשחק.
2. חזור לשאלה מספר 2 מפרק ב'. נניח שכל קורס שסטודנט מסיים מזכה אותו ב-4 נקודות אקדמאיות. חשב את התוחלת והשונות של סך הנקודות שצבר סטודנט שניגש ל-2 המבחנים.
3. חזור לשאלה מספר 3 מפרק ב'. נניח שזמן ההכנה לתהליך שמסופר בשאלה הינו 10 דקות, וכל משחק אורך 2 דקות. מה התוחלת ומהי השונות של זמן הפעילות הכוללת שעובר האדם בתהליך שתואר בשאלה?
4. חזור לשאלה מספר 4 מפרק ב'. נניח שעלות כל פרויקט הינה 5 אלף ₪. כל פרויקט שיצליח יכניס לחברה פדיון של 10 אלף ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח החברה מניהול הפרויקטים?
5. תוחלת של משתנה מקרי הינה 10 וסטיית התקן 5. הוחלט להוסיף 2 למשתנה ולאחר מכן לעלות אותו ב-10%. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן לאחר השינוי?
6. X הינו משתנה מקרי. כמו כן נתון ש- $E(X) = 4$ ו- $V(X) = 3$.
 Y הינו משתנה מקרי חדש עבורו $Y = 7 - X$.
חשב את: $E(Y)$ ו- $V(Y)$.

ד. תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות התוחלת, השונות

וסטיית התקן):

1. הרווח ממניה א' הוא עם תוחלת של 5 ושונות 10. הרווח ממניה ב' הוא עם תוחלת של 4 ושונות 5. ידוע שההשקעות של שתי המניות בלתי תלויות זו בזו. מה התוחלת והשונות של הרווח הכולל מהשקעה בשתי המניות יחד?
2. בהמשך לשאלה 3 מפרק א' ומפרק ב' מסופר שהאדם חוזר על התהליך שסופר כל 7 ימות השבוע. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר המשחקים הכולל שישחק בשבוע?
3. X ו- Y הם משתנים בלתי תלויים, סטיית התקן של X היא 3. סטיית התקן של Y היא 4. מהי סטיית התקן של $X+Y$?

ה. התפלגויות מיוחדות:

התפלגות בינומית

1. במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה.
נגדיר את X אלהיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.
- א. מהי ההתפלגות של X ?
- ב. מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?
- ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?
- ד. מה ההסתברות ששלושה יעבדו במדגם?
- ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?
- ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?
2. בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונת מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב- 20 ₪, בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקעה היא 0.9 בכל מכונה. מהמר נכנס לבית ההימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.
- א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?
- ב. מה ההסתברות שיזכה בדיוק בשתי מכונות?
- ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר כסף מה- 30 ₪ שהשקיע?
- ד. מהן התוחלת וסטיית התקן של הרווח נטו של המהמר (הזכיות בניכוי ההשקעה)?
3. במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:

השכלה	נמוכה	תיכונית	תואר I	תואר II ומעלה
פרופרציה	0.1	0.6	0.2	0.1

נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30 מהמדינה הנ"ל.

א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?

ב. מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

4. במכללה מסוימת 20% מהסטודנטים גרים בת"א. מבין הסטודנטים שגרים בת"א 30% מגיעים ברכבם ומבין הסטודנטים שלא גרים בת"א 50% מגיעים ברכבם למכללה.
- א. השומר בשער המכללה בודק לכל סטודנט את תיקו בהיכנסו למכללה. מה ההסתברות שבקרב 5 סטודנטים שנבדקו ע"י השומר רק 1 מתוכם הגיע למכללה ברכבו.
- ב. בהמשך לסעיף הקודם מה ההסתברות שרוב הסטודנטים בקרב ה-5 הגיעו למכללה ברכבם.
5. 5% מקו היצור פגום. המוצרים נארזים בתוך קופסת קרטון. בכל קופסא 10 מוצרים שונים. הקופסאות נארזות בתוך מכולה. בכל מכולה 20 קופסאות.
- א. מה ההסתברות שבקופסא אקראית לפחות מוצר פגום אחד?
- ב. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הקופסאות במכולה בהן לפחות מוצר פגום אחד?

התפלגות גיאומטרית

1. צילום שמבוצע במכון הרנטגן "X-RAY" יתקבל תקין בהסתברות של 0.9. אדם נכנס למכון כדי להצטלם. הוא ייצא מהמכון רק כאשר יש בידו תצלום תקין.
- מה ההסתברות שיצטלם בסך הכול 3 פעמים?
 - מה ההסתברות שהצטלם יותר מ-4 פעמים?
 - מה התוחלת ומה השונות של מספר הצילומים שייבצע?
 - כל צילום עולה למכון 50 ₪. אדם משלם על צילום תקין 100 ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח המכון מאדם שהגיע להצטלם?
2. מטילים מטבע עד אשר מתקבלת התוצאה "עץ".
- מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 10 פעמים?
 - מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 5 פעמים אם ידוע שהמטבע הוטל לפחות 3 פעמים?
 - אם ידוע שבשתי ההטלות הראשונות התקבלה התוצאה "פלי" מה ההסתברות שהאדם הטיל את המטבע 7 פעמים?
 - מה תוחלת מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה "פלי"?
3. 30% מהמכוניות בארץ הן בצבע לבן. בכל יום נכנסות לחניון 10 מכוניות אקראיות.
- מה ההסתברות שביום מסוים בדיוק מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?
 - מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום עד שלראשונה מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?

התפלגות פואסונית

1. במוקד טלפוני מתקבלות פניות בקצב של 5 פניות לדקה. מספר הפניות בדקה מתפלג פואסונית.

א. מה ההסתברות שבדקה תתקבל פניה 1?

ב. מה ההסתברות שבדקה תתקבל לפחות פניה 1?

ג. מה ההסתברות שבדקה יתקבלו לכל היותר 2 פניות?

ד. מה שונות מספר הפניות בדקה?

2. מספר הטעויות לעמוד בעיתון מתפלג פואסונית עם ממוצע של 4 טעויות לעמוד. בחלק מסוים של עיתון ישנם 5 עמודים.

א. מה ההסתברות שבחלק זה בדיוק 18 טעויות?

ב. אם בדף הראשון אין טעויות, מה ההסתברות שבסך הכול בחלק ישנן 15 טעויות?

ג. אם בחלק של העיתון נמצאו בסך הכול 18 טעויות, מה ההסתברות ש-5 מהן בדף הראשון?

3. מספר תאונות הדרכים הקטלניות במדינת ישראל מתפלג פואסונית עם סטיית תקן של 2 תאונות לשבוע.

א. מה תוחלת מספר התאונות בשבוע?

ב. מהי ההסתברות שבחודש (הנח שבחודש יש 4 שבועות) יהיה בדיוק שבוע אחד בו יהיו 3 תאונות דרכים קטלניות?

התפלגות אחידה :

1. במשחק הלוטו 45 כדורים ממוספרים מ-1 ועד -45 . נתבונן במשתנה X המספר של הכדור הראשון שנשלף על ידי המכונה.
- א. חשבו את $P(X = 2)$
- ב. חשבו את $P(X \leq 30)$
- ג. חשבו את $P(X > 4 | X \leq 10)$
- ד. חשבו את $P(X = k)$
2. קוסם מבקש לבחור מספר שלם אקראי בין 1 ל-100. בהנחה שאין כאן מניפולציות של הקוסם.
- א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של המספר שיבחר?
- ב. הקוסם ביקש משישה אנשים לבחור מספר :
1. מה ההסתברות שלושה מהם יבחרו מספר הגדול מ 80?
2. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום המספרים שהאנשים בחרו?

התפלגות הפרגאומטרית:

1. בכד 5 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים מוציאים באקראי שלושה כדורים מהכד.
 א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו.
 ב. חשבו את התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו. פעם מתוך פונקציית ההסתברות ופעם מתוך הנוסחאות להתפלגות היפרגאומטרית.
 ג. מה הייתה התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים אם ההוצאה הייתה עם החזרה?
2. בחידון 10 שאלות משלושה תחומים שונים: 3 בתחום הספורט, 4 בתחום הבידור והיתר בתחום המדעים. משתתף בחידון שולף באקראי 4 שאלות. נגדיר את X להיות מספר השאלות מתחום הספורט שנשלפו.
 א. בנו את פונקציית ההסתברות של X בנוסחא ולא בטבלה.
 ב. מה התוחלת וסטיית התקן של X ?
 ג. חשבו את ההסתברות הבאה: $P(X = 2 | X > 1)$

התפלגות בינומית שלילית :

1. בכד 4 כדורים שחורים ו-6 כדורים לבנים. אדם מוציא כדור באקראי פעם אחר פעם ומחזיר בין הוצאה להוצאה את הכדור. נסמן ב- X את מספר הכדורים שהוא הוציא עד אשר הוא קיבל 2 כדורים לבנים בסך הכול אך לא בהכרח ברצף.

ה. חשבו את $P(X = 2)$

ו. חשבו את $P(X = 3)$

ז. חשבו את $P(X = 4)$

ח. חשבו את $P(X = k)$

2. הראה שההתפלגות הגאומטרית היא מקרה פרטי של ההתפלגות הבינומית השלילית.

3. מטיילים מטבע שוב ושוב עד אשר מקבלים שלוש פעמים עץ בסך בכול.

ג. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר ההטלות הכולל.

ד. מהי התוחלת ומהי השונות של מספר ההטלות הכולל?

ה. חוזרים על התהליך שלעיל 5 פעמים. מה ההסתברות שפעמיים מתוך ה-5 חזרות נאלץ להטיל את המטבע בדיוק 4 פעמים?

ו. שאלות מסכמות:

1. נתון ש:

$$X \sim B\left(4, \frac{1}{2}\right)$$

$$Y \sim B\left(10, \frac{1}{4}\right)$$

א. חשב את התוחלת וסטיית התקן של X .ב. חשב את התוחלת וסטיית התקן של $W = 2X - 4$.ג. חשב את התוחלת של $T = X + Y$, האם ניתן לדעת מה סטיית התקן של T ?

2. ערך משחק בקזינו בשתי מכונות הימורים. משחק אחד בכל מכונה (במכונה א' ובמכונה ב'). הסיכוי שלו לנצח במשחק במכונה א' הינו 0.08 והסיכוי שלו לנצח רק במכונה א' הינו 0.05. הסיכוי שלו להפסיד בשני המשחקים ביום מסוים הוא 0.88.

א. מה הסיכוי שערך ניצח בשני המשחקים?

ב. מה התוחלת ומה השונות של מספר הניצחונות של ערך?

ג. אם ערך נכנס לקזינו 5 פעמים ובכל פעם שיחק את שני המשחקים, מה ההסתברות שערך ינצח בשני המשחקים בדיוק פעם אחת מתוך חמשת הפעמים?

3. לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי לא להשתמש בו שוב. נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.

א. בנה את פונקציית ההסתברות של X .ב. חשב את התוחלת והשונות של X .

ג. כל ניסיון לפתוח הדלת אורך חצי דקה. מה התוחלת ומה השונות של הזמן הכולל לפתיחת הדלת?

4. מספר התקלות בשידור "בערוץ 1" מתפלג פואסונית בקצב של 6 תקלות ביום.

א. מה ההסתברות שביום מסוים הייתה לפחות תקלה אחת?

ב. מה ההסתברות שבשבוע (7 ימי שידור) יהיו בדיוק 6 ימים בהם לפחות תקלה אחת?

ג. מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום ועד היום הראשון בו לפחות תהיה תקלה אחת?

5. בעל חנות גדולה בקניון שם לב ש-40% מהמוצרים בחנותו נרכשים עבור ילדים, 35% נרכשים עבור נשים ו-25% נרכשים עבור גברים. 10% מהמוצרים הנרכשים עבור ילדים הם מתוצרת חוץ, וכך גם 60% מהמוצרים הנרכשים עבור נשים ו-50% מאלה הנרכשים עבור גברים.

א. מה ההסתברות למכור בחנות זו מוצר מתוצרת חוץ?

ב. יהי X - מספר המוצרים שימכרו בחנות זו מפתיחתה ביום א' בבוקר, עד (כולל) שלראשונה יימכר מוצר מתוצרת הארץ. מהי פונקציית

ההסתברות של X ?

ג. מהי תוחלת מס' המוצרים **מתוצרת חוץ** שימכרו, עד שלראשונה יימכר מוצר

מתוצרת הארץ?

ד. ביום ב' נמכרו בחנות 7 מוצרים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם מתוצרת

חוץ?

ז. תשובות סופיות למשתנה המקרי הבדיד

פרק א' – פונקציות ההסתברות

שאלה 1

30	20	10	x
0.5	0.25	0.25	P(x)

שאלה 3

שאלה 2

2	1	0	x
0.75	0.20	0.05	P(x)

שאלה 4

4	3	2	1	x
0.343	0.147	0.21	0.3	P(x)

3	2	1	0	x
0.504	0.398	0.092	0.006	P(x)

פרק ב' – תוחלת, שונות וסטיית תקן

שאלה 1

תוחלת: 22.5

שונות: 68.75

סטיית תקן: 8.29

שאלה 3

תוחלת: 2.533

שונות: 1.535

סטיית תקן: 1.239

שאלה 5

.א.

8	6	4	2	x
0.2	0.1	0.3	0.4	P(x)

ב. תשובה: 5.16

פרק ג' – טרנספורמציה לינארית (תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

שאלה 1

תוחלת: 7.5

שונות: 68.75

שאלה 3

תוחלת: 15.066

שונות: 6.14

שאלה 2

תוחלת: 6.8

שונות: 4.96

שאלה 4

תוחלת: 9

שונות: 46

שאלה 6

תוחלת: 3

שונות: 3

שאלה 5

תוחלת: 13.2

סטיית תקן: 5.5

פרק ד' – תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
תוחלת: 9	תוחלת: 17.731
שונות: 15	סטיית תקן: 3.28
<u>שאלה 3</u>	
תשובה: 5	

פרק ה' – התפלגויות מיוחדות

התפלגות בינומית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $X \sim B(5, 0.1)$	א. תשובה: 0.5314
ב. תשובה: 0.32805	ב. תשובה: 0.0984
ג. תשובה: 0.59049	ג. תשובה: 0.1143
ד. תשובה: 0.0729	ד. תוחלת: -18
ה. תשובה: 0.40954	סטיית תקן: 14.697
ו. תוחלת: 0.5	
שונות: 0.45	

שאלה 3

א. תשובה: 0.1789	א. תשובה: 0.1956
ב. תשובה: 2	ב. תשובה: 0.4506

שאלה 5

א. תשובה: 0.401
ב. תוחלת: 8.025
סטיית תקן: 2.193

התפלגות גיאומטרית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.009	א. תשובה: 0.001
ב. תשובה: 0.0001	ב. תשובה: 0.875
ג. תוחלת: 1.111	ג. תשובה: 0.03125
שונות: 0.1234	ד. תשובה: 1
ד. תוחלת: 44.4	
שונות: 308.5	

שאלה 3

א. תשובה: 0.1029
ב. תשובה: 9.72

התפלגות פואסוניתשאלה 1

א. תשובה: 0.0337

ב. תשובה: 0.9933

ג. תשובה: 0.1246

ד. תשובה: 5

שאלה 3

א. תשובה: 4

ב. תשובה: 0.4077

שאלה 2

א. תשובה: 0.084

ב. תשובה: 0.099

ג. תשובה: 0.151

התפלגות אחידהשאלה 1א. תשובה: $\frac{1}{45}$ ב. תשובה: $\frac{30}{45}$

ג. תשובה: 0.6

שאלה 2

א. התוחלת: 50.5

סטיית התקן: 28.87

ב. 1. תשובה: 0.08192

ב. 2 תוחלת: 303 סטיית תקן: 70.71

התפלגות הפרגאומטריתשאלה 1ב. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{5}{9}$ ג. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{20}{27}$ שאלה 2

ב. תוחלת: 1.5

סטיית תקן: 0.748

ג. תשובה: 0.9

התפלגות בינומית שליליתשאלה 1

א. תשובה: 0.36

ב. תשובה: 0.288

שאלה 3

ב. תוחלת: 6 שונות: 6

ג. תשובה: 0.1886

פרק ו' – שאלות מסכמותשאלה 1

א. תוחלת: 2

שאלה 2

א. תשובה: 0.01

- ב. תוחלת: 0.13
 שונות: 0.1331
 ג. תשובה: 0.048

- סטיית תקן: 1
 ב. תוחלת: 0
 סטיית תקן: 2
 ג. תוחלת: 4.5
 סטיית תקן: לא ניתן

שאלה 4

- א. תשובה: 0.9975

- ב. תשובה: 0.0172
 ג. תשובה: 1.0025

שאלה 3

- א.

5	4	3	2	1	x
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	P(x)

- ב. תוחלת: 3

שונות: 2

- ג. תוחלת: 1.5

שונות: 1/2

שאלה 5

- א. תשובה: 0.375

- ג. תשובה: 0.6

- ד. תשובה: 0.282

פרק 3 - המשתנה המקרי הרציף

א. פונקציית הצפיפות וההתפלגות המצטברת של המשתנה הרציף

1. נתון משתנה מקרי רציף X שפונקציית הצפיפות שלו היא:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x \leq b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

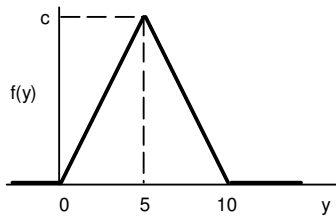
ידוע ש- $P(0 < X < 1) = 1/4$.

א. מצאו במפורש את פונקציית הצפיפות של X .

ב. מצאו את החציון של X .

ג. מה הסיכוי ש- X קטן מ- 0.5 ?

2. נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי Y



א. מצאו את c .

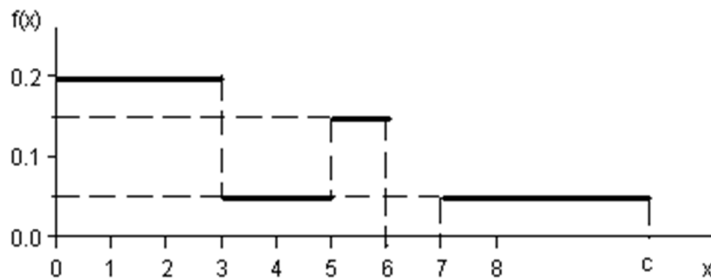
ב. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y .

ג. חשבו את ההסתברויות: $P(Y > 4)$, $P(7.5 \leq Y \leq 15.5)$, $P(Y \leq 3.0)$, $P(Y = 7.0)$.

ד. מצאו את העשירון התחתון $y_{0.1}$, הרבעון התחתון $y_{0.25}$ והחציון של Y . הסיקו מהו העשירון

עליון $y_{0.9}$.

3. נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי X :



- א. מצאו ערך c שעבורו תתקבל פונקציית צפיפות.
 ב. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת.
 ג. חשבו את ההסתברויות הבאות: $P(1.0 < X \leq 5.0)$, $P(X \geq -2.0)$, $P(X \geq 4)$.

ב. התפלגויות מיוחדות:

התפלגות נורמלית

1. הגובה של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 170 ס"מ וסטית תקן של 10 ס"מ.
- א. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-182.4 ס"מ?
 ב. מה אחוז האנשים שגובהם מעל 190 ס"מ?
 ג. מה אחוז האנשים שגובהם בדיוק 173.6 ס"מ?
 ד. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-170 ס"מ?
 ה. מה אחוז האנשים שגובהם לכל היותר 170 ס"מ?
2. המשקל של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטיית תקן של 8 ק"ג.
- א. מה אחוז האנשים שמשקלם נמוך מ-55 ק"ג?
 ב. מהי פרופורציית האנשים באוכלוסייה שמשקלם לפחות 50 ק"ג?
 ג. מהי השכיחות היחסית של האנשים באוכלוסייה שמשקלם בין 60 ל-70 ק"ג?
 ד. לאיזה חלק מהאוכלוסייה משקל הסוטה מהמשקל הממוצע בלא יותר מ-4 ק"ג?
 ה. מה אחוז האנשים באוכלוסייה הזו ששוקלים מתחת ל-140 ק"ג?
3. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלג נורמלית עם ממוצע 100 ושונות 225.
- א. מה העשירון העליון של הציונים במבחן האינטליגנציה?
 ב. מה העשירון התחתון של ההתפלגות?
 ג. מהו הציון ש-20% מהנבחנים מקבלים מעליו?
 ד. מהו האחוזון ה-20?
 ה. מה הרבעון התחתון?

4. אורך חיים של מכשיר מתפלג נורמלית. ידוע שמחצית מהמכשירים חיים פחות מ- 500 שעות, כמו כן ידוע ש- 67% מהמכשירים חיים פחות מ- 544 שעות.
- א. מהו ממוצע אורך חיי מכשיר?
- ב. מהי סטיית בתקן של אורך חיי מכשיר?
- ג. מה הסיכוי שמכשיר אקראי יחיה פחות מ- 460 שעות?
- ד. מהו המאיון העליון של אורך חיי מכשיר?
- ה. 1% מהמכשירים בעלי אורך החיים הקצר ביותר נשלח למעבדה לבדיקה מעמיקה. מהו אורך החיים המקסימלי לשליחת מכשיר למעבדה?

5. ¹ הזמן שלוקח לאדם להגיע לעבודתו מתפלג נורמלית עם ממוצע של 40 דקות וסטית תקן של 5 דקות.

- א. מה ההסתברות שמשך הנסיעה של האדם לעבודתו יהיה לפחות שלושת רבעי השעה?
- ב. אדם יצא לעבודתו בשעה 08:10 מביתו. הוא צריך להגיע לעבודתו בשעה 09:00. מה הסיכוי שיאחר לעבודתו?
- ג. אם ידוע שזמן נסיעתו לעבודה היה יותר משלושת רבעי השעה. מה ההסתברות שזמן הנסיעה הכולל יהיה פחות מ- 50 דקות?
- ד. מה הסיכוי שבשבוע (חמישה ימי עבודה) בדיוק פעם אחת יהיה זמן הנסיעה לפחות שלושת רבעי השעה?

6. ¹ ההוצאה החודשית לבית אב בעיר "טרירה" מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 2000

דולר וסטית תקן של 300 דולר. בחרו באקראי 5 בתי אב. ההסתברות שלפחות אחד מהם מוציא בחודש מעל ל- T דולר היא 0.98976.

- א. מה ערכו של T.
- ב. מה הסיכוי שההוצאה החודשית של בית אב בעיר תהיה לפחות סטיית תקן אחת מעל T?
- ג. אם זו שווה ל \$ 2, מצא את סטיית התקן של ההוצאה החודשית לבית אב בזוים.

¹ השאלה רלבנטית רק למי שכבר למד הסתברות והתפלגות בינומית.

התפלגות אחידה

1. משך (בדקות) הפסקה בשיעור, X , מתפלג $U(13, 16)$.
- א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של משך ההפסקה?
- ב. מהי ההסתברות שהפסקה תמשך יותר מ-15 דקות?
- ג. מהי ההסתברות שמשך ההפסקה יסטה מהתוחלת בפחות מדקה?
2. רכבת מגיעה לתחנה בשעות היום כל עשר דקות. אדם הגיע לתחנה בזמן אקראי.
- א. הסבר כיצד מתפלג זמן ההמתנה לרכבת?
- ב. אם זמן ההמתנה לרכבת ארך יותר מ-5 דקות, מהי ההסתברות שבסך הכל האדם ימתין לרכבת פחות מ-8 דקות?
- ג. מה תוחלת מספר הימים שיעברו עד הפעם הראשונה שהאדם ימתין לרכבת יותר מ-9 דקות?
3. מתקן המילוי במפעל ממלא בקבוקים באופן אחיד לפי פונקציית הצפיפות (סמ"ק):
- $$f(x) = \begin{cases} 0.8 & 120 \leq x \leq 121.25 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$
- א. מה אחוז הבקבוקים שתכולתם מעל 120.4 סמ"ק?
- ב. דרישות התקן הן לדחות כל בקבוק עם תכולה השונה מן התכולה המוצהרת (121 סמ"ק) ביותר מחמישית סמ"ק. מהו אחוז הבקבוקים שלא יעמדו בתקן? (בקבוק כזה יושמד).
- ג. בקבוק תקני יימכר ב-8 שקלים. עלות הייצור לבקבוק היא 2 שקל. מה הרווח הממוצע במכירת בקבוק?

התפלגות מעריכית (אקספוננציאלית)

1. הזמן שעובר בכביש מסוים עד להתרחשות תאונה מתפלג מעריכית עם תוחלת של 24 שעות.
 - א. מהי סטיית התקן של הזמן עד להתרחשות תאונה?
 - ב. מה ההסתברות שהתאונה הבאה תתרחש תוך פחות מיממה?
 - ג. מהי ההסתברות שהתאונה הבאה תתרחש תוך לפחות יומיים?

2. משך הזמן X (בדקות) שסטודנטים יושבים ליד מסוף מחשב מתפלג מעריכית עם תוחלת של 30 דקות.
 - א. מה הסיכוי שעבודת סטודנט על המחשב תארך פחות מרבע שעה?
 - ב. מה הסיכוי שעבודת סטודנט על המחשב תארך בין רבע שעה לחצי שעה?
 - ג. אם סטודנט עובד ליד המסוף כבר יותר מ- 10 דקות, מה ההסתברות שמשך כל עבודתו ליד המסוף יעלה על 30 דקות?

3. בממוצע מגיעים לחדר מיון 4 חולים בשעה בזרם פואסוני.
 - א. שולה המזכירה הגיעה לחדר המיון. מה ההסתברות שזמן ההמתנה שלה לחולה הבא יהיה יותר מ- 20 דקות?
 - ב. אם שולה המתינה יותר מרבע שעה לחולה הבא. מה ההסתברות שתמתין בסך הכל יותר מחצי שעה?
 - ג. מה ההסתברות שבין החולה הראשון לשני יש להמתין יותר מרבע שעה ובין החולה השני לשלישי יש להמתין פחות מרבע שעה?

ג. תשובות סופיות למשתנה המקרי הרציף

פרק א' – פונקציות צפיפות והתפלגות מצטברת

שאלה 1	שאלה 2
א. $b=2$ $c=0.5$	א. 0.2
ב. 1.41	ג. 0.32, 0.125, 0.18, 0
ג. 0.0625	ד. העשירון התחתון: 2.24 הרבעון התחתון: 3.54 החציון: 5 העשירון העליון: 7.76
שאלה 3	
א. 10	
ג. 0.5, 1, 0.35	

פרק ב' – התפלגויות מיוחדות

התפלגות נורמלית

שאלה 1	שאלה 2
א. 89.25%	א. 26.43%
ב. 2.28%	ב. 89.44%
ג. 0	ג. 39.44%
ד. 50%	ד. 0.383
ה. 50%	ה. 100%
שאלה 3	שאלה 4
א. 119.23	א. 500
ב. 80.77	ב. 100
ג. 112.63	ג. 0.3446
ד. 87.37	ד. 732.6
ה. 89.89	ה. 267.4
שאלה 5	שאלה 6
א. 0.1587	א. 1924.1
ב. 0.0228	ב. 0.2266
ג. 0.8563	ג. 600
ד. 0.3975	

פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית

א. סיווג משתנים :

רקע:

סטטיסטיקה תיאורית הוא ענף בו לומדים כיצד לאסוף נתונים, להציג אותם ולנתח אותם .
 בסטטיסטיקה תיאורית אנו פונים לקבוצה מסוימת. באותה קבוצה אנו אוספים נתונים על הישויות באותה קבוצה.
 משתנה – תכונה שיכולה לקבל מספר ערכים : דעה פוליטית, מקום מגורים, גובה של אדם וכדומה.
 חלוקה אחת של המשתנים הנמדדים היא לפי סולמות מדידה :

מיון משתנים לפי סולמות המדידה :

1. **סולם שמי** (נומינאלי) – משתנה שלערכיו יש משמעות רק מבחינת הזהות ואין עניין של יותר או פחות לדוגמה: מצב משפחתי רווק/נשוי/אלמן/גרוש ; אזור מגורים.
 משתנה דיכוטומי (הינו מסולם שמי) אותם משתנים שיש להם רק שני ערכים אפשריות זכר/נקבה. מעשן/לא מעשן.
2. **סולם סדר** (אורדינאלי) – כאשר לערכים של המשתנה בנוסף לשם ישנה גם משמעות לסדר אבל אין משמעות לגודל ההפרש. למשל, דרגה בצבא.
3. **סולם רווחים** (אינטרוואלי) – משתנה שלערכים שלו בנוסף לשם ולסדר בניהם יש משמעות לרווחים בין הערכים אבל אין משמעות ליחס בין הערכים.
 למשל, קומה בבניין. סולם לא כל כך פופולרי.
4. **סולם מנה/יחס** – משתנה שלערכיו בנוסף לשם, לסדר ולרווח יש משמעות גם ליחס בין הערכים.
 למשל, מספר מכוניות למשפחה, משקל אדם בק"ג.
 הדרך הקלה ביותר כדי לזהות עם הסולם הוא סולם מנה היא על ידי מבחן האפס.
 בסולם מנה האפס הוא מוחלט, אבסולוטי, ומייצג אין.

סוגי משתנים:

נבצע סיווג של המשתנים :

משתנה איכותי הוא משתנה שלערכיו אין משמעות של יותר או פחות , אין עניין כמותי לערכים המתקבלים.

כמו : מקום מגורים של אדם (רעננה, תל אביב, אשדוד..)

מין האדם (זכר, נקבה)

מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן)

משתנה כמותי הוא משתנה שערכיו הם מספרים להם יש משמעות כמותית כמו : גובה אדם בס"מ, ציון בבחינה וכדומה.

את המשתנה הכמותי נסווג לשני סוגים :

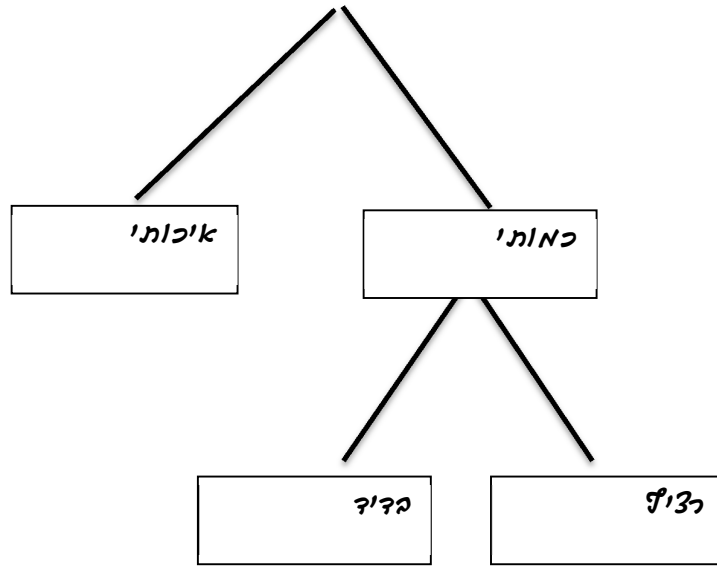
משתנה בדיד : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך סידרה של ערכים אפשריים. כמו : מספר ילדים למשפחה (1,2,3..)

ציון בבחינה (מ 0 ועד 100 בקפיצות של 1)

משתנה רציף : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך אינסוף ערכים בתחום מסוים , הערכים מתקבלים ברצף וללא קפיצות של ערכים .

כמו : גובה בס"מ – אם למשל, הגובה הנמוך ביותר הוא 150 ועד 190 ס"מ בקבוצה הגבהים הם ברצף. גם בין 160 ל 161 ס"מ יש רצף אינסופי של ערכים אפשריים לגובה (16.233 ס"מ הוא גם גובה אפשרי)

משקל בק"ג , מהירות בקמ"ש וכולי.



תרגילים:

1. לפניכם רשימה של משתנים:

- א. גובה אדם בס"מ.
- ב. מספר ילדים למשפחה.
- ג. מידת חרדה לפני מבחן.
- ד. שביעות רצון משירות לקוחות בסקלה מ 1 עד 7 (1 כלל לא מרוצה עד 7 מרוצה מאד)
- ה. השכלה.
- ו. מספר אוטובוס.
- ז. מקום מגורים.
- ח. מין (1=גבר ו-2=אישה).
- ט. מידת נעליים.

ציינו באיזה סולם מדידה המשתנה הנחקר (שמי , סדר , רווחים או מנה)

2. להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר העובדים	מספר האיחורים
17	0
23	1
85	2
50	3
25	4

- א. מהו המשתנה הנחקר כאן?
- ב. האם מדובר במשתנה איכותי או כמותי ? אם הוא כמותי האם הוא בדיד או רציף?
באיזה סולם מדידה המשתנה?

3. לפניכם רשימה של משתנים כמותיים . ציין ליד כל משתנה אם הוא רציף או בדיד .

- א. שכר עובד בש"ח.
- ב. ציון בחינת בגרות.
- ג. תוצאה בהטלת קובייה.
- ד. מהירות ריצה בתחרות.
- ה. שיעור התמיכה בממשלה.

ב. הצגת נתונים:**רקע:**

דרכים להצגת נתונים שנאספו:

א. רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה.

רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות.

ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים.

למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות:

3 4 3 5 4

ב. טבלת שכיחויות בדידה:

שם המשתנה X -	שכיחות $f(X)$ -	שכיחות יחסית באחוזים
X_1	f_1	$\frac{f_1}{N} \times 100$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{N} \times 100$
X_3	f_3	$\frac{f_3}{N} \times 100$
\vdots	\vdots	\vdots
X_k	f_k	$\frac{f_k}{N} \times 100$
סה"כ	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	100%

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות.

לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

למשל, להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

$\frac{f_i}{n}$	F_i	מספר התלמידים – השכיחות-f	הציון X-
$0.08=2/25$	2	2	5
$0.16=4/25$	6	4	6
$0.32=8/25$	14	8	7
$0.2=5/25$	19	5	8
$0.16=4/25$	23	4	9
$0.08=2/25$	25	2	10

שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחות: F_i - השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

שכיחות יחסית (פרופורצייה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי: $\frac{f_i}{n}$ - איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.

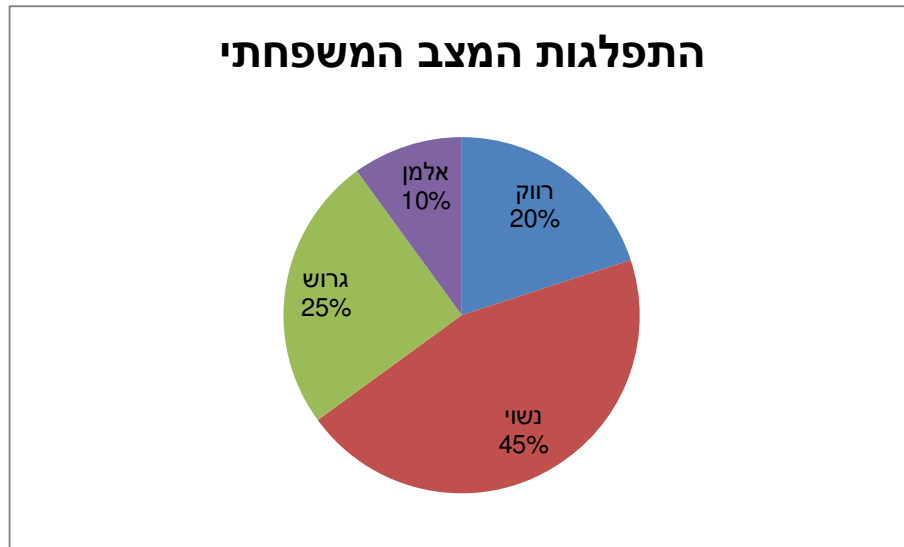
ג. טבלת שכיחות במחלקות: משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד וטבלת שכיחות תהיה ארוכה מידי.

למשל, נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה מסוימת ובדקו את התפלגות זמן ביצוע המשימה בדקות. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

ד. דיאגרמת עוגה :

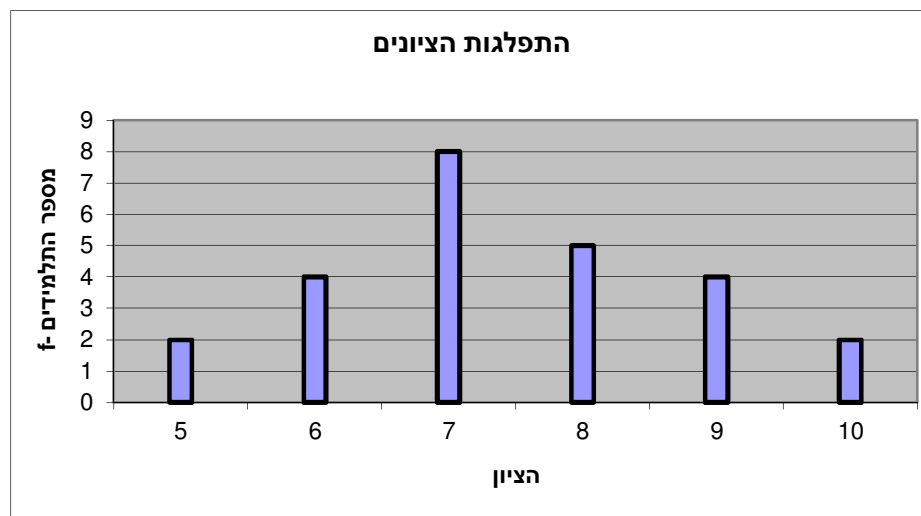
זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח" יחסי מהעוגה. הנתח בעוגה פרופורציוני לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.



ה. דיאגרמת מקלות :

הציר האופקי הוא הציר של המשתנה הציר האנכי של השכיחות – הגובה של המקל מעיד על השכיחות. רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף.

כמו כן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.



ו. היסטוגרמה :

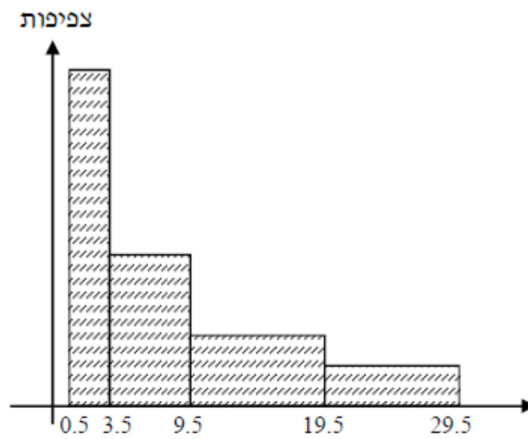
ההיסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות.

רלבנטית למשתנה כמותי רציף.

בהיסטוגרמה ציר האופקי הוא הציר של המשתנה וציר האנכי הוא הציר של הצפיפות.

הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה. אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

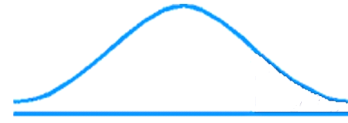
			X		
צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



פוליגון-מצולעון: אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות

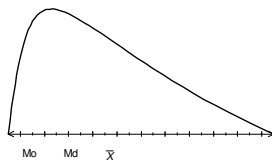
התפלגות סימטרית פעמונית- רוב התצפיות במרכז וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. למשל, ציוני IQ.



ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות:

התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) – רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. למשל, שכר במשק.

**התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית**



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית) רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. למשל, אורך חיים



תרגילים:

1. בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות: 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10, 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו- 25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.

א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.

ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף"

מספר התלמידים	המקצוע
44	מתמטיקה
20	תני"ך
12	אנגלית
26	היסטוריה

א. מהו המשתנה הנחקר?

ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תני"ך?

3. להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים :

השכלה	מספר העובדים
נמוכה	60
תיכונית	120
אקדמאית	20

א. מהו המשתנה הנחקר? מאיזה סולם הוא?

ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

4. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

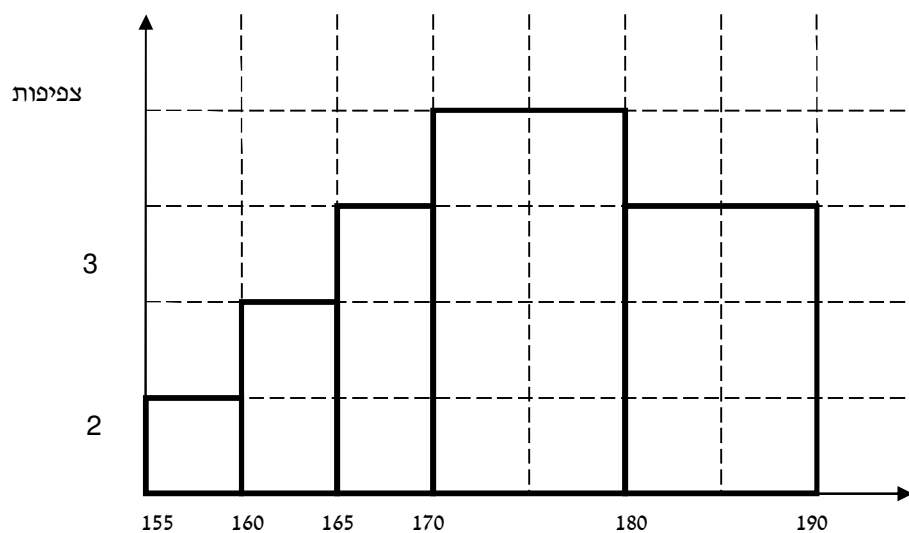
א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.

ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.

ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

5. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת :



1

א. מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.

ג. הוסף שכיחות יחסית לטבלה.

ד. הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.

ה. מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

6. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

מספר מקרים	משקל
10	40-45
20	45-50
30	50-60
20	60-65
10	65-70

א. תאר את ההתפלגות באופן גרפי.

ב. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ג. הצגת נתונים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

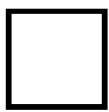
א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.

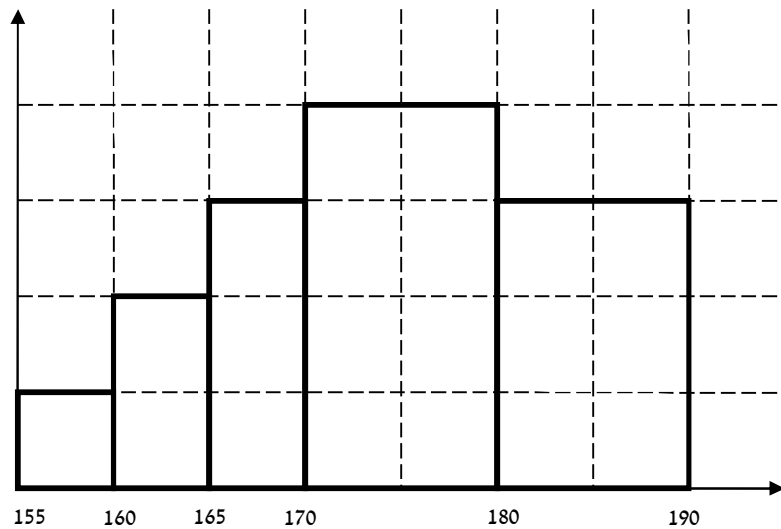
ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.

ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת:



אנשים = 5



גובה

א. מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.

ג. הוסף שכיחות יחסית לטבלה.

ד. הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.

ה. מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

3. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

מספר מקרים	משקל
10	40-45
20	45-50
30	50-60
20	60-65
10	65-70

א. תאר את ההתפלגות באופן גרפי.

ב. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ד. מדדי מיקום מרכזי:

1. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של שאלה 1 בפרק הקודם.

2. על פי הנתונים של שאלה 2 בפרק הקודם :

- א. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של הגבהים.
 ב. האם היה ניתן לדעת על סמך הגרף בלבד האם הממוצע יהיה קטן מהחציון?

3. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים :

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- א. חשב את הממוצע, החציון, השכיח ואמצע הטווח של ההתפלגות.
 ב. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלויזיה היו רוכשים מקלט אחד.

4. על סמך הגרף בלבד וללא חישוב מפורש הסבר מה הם כל מדדי המרכז של שאלה 3 בפרק הקודם.

ה. מדדי פיזור:

1. חשב את השונות, סטיית התקן והטווח עבור הנתונים משאלה 1 פרק א'.
2. עבור הנתונים משאלה 2 פרק א' :
 - א. חשב את השונות, סטיית התקן.
 - ב. חשב את הטווח והטווח הבינרבעוני .
 - ג. אם יתווספו עוד 10 אנשים למחלקה שבה הגובה בין 155 ס"מ ל-160 ס"מ. כיצד ישתנו המדדים הבאים: הממוצע, החציון, השונות והטווח. הסבר ללא חישוב!
3. עבור נתוני שאלה 3 פרק ב' חשב את סטיית התקן.
4. נתונה רשימה של 5 תצפיות, אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע: 2, 3, 2, -1. חשב את השונות של חמש התצפיות.

ו. מדדי מיקום יחסי:

1. תלמידי כיתה ח' נגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה. להלן התוצאות שהתקבלו:

ממוצע	ממוצע	המקצוע
12	74	לשון
16	80	מתמטיקה

עודד קיבל: 68 בלשון ו- 70 במתמטיקה.

- א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
- ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

2. בהמשך לנתוני שאלה 2 פרק א' חשב את:

- א. העשירון התחתון.
- ב. האחוזון ה-30.
- ג. הגובה ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.
- ד. את אחוז התצפיות מתחת לגובה 158 ס"מ.
- ה. את אחוז התצפיות מעל לגובה 185 ס"מ.
- ו. את אחוז התצפיות בין גובה 170 ס"מ ל-185 ס"מ.

ז. טרנספורמציה לינארית:

1. עבור סדרת נתונים התקבל:

$$\bar{X} = 80$$

$$S = 15$$

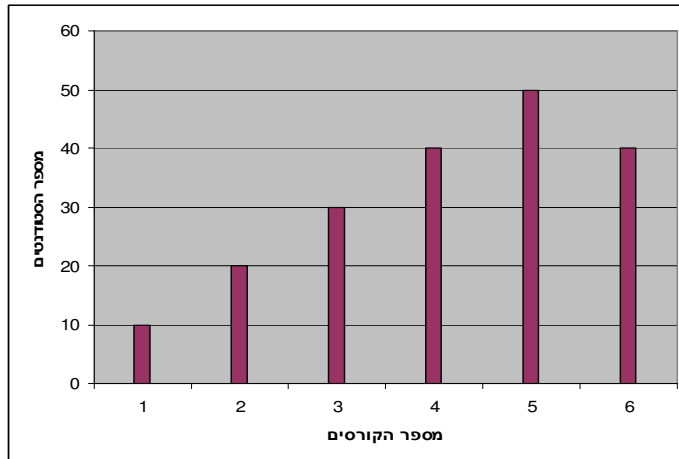
$$MO = 70$$

הוחלט להכפיל את כל התצפיות פי-4 ולהחסיר מהתוצאה 5. חשב את המדדים הללו לאחר השינוי.

2. בחברה מסוימת השכר הממוצע הוא 40 ₪ לשעה עם סטיית תקן של 5 ₪ לשעה. הוחלט להעלות את כל המשכורות ב-10%, אך זה לא סיפק את העובדים ולכן הם קיבלו לאחר מכן תוספת של 2 ₪ לשעה. מה הממוצע ומהי השונות של השכר לשעה לאחר כל השינויים.
3. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. הסתבר שנפלה טעות והוספו 5 ס"מ לכל התצפיות. מה הם החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון של התצפיות ללא הטעות.
4. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. מעוניינים להמיר את הגובה מס"מ למטרים. כיצד הדבר משפיע על החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון.

ח. שאלות מסכמות:

1. בפקולטה להנדסה אספה מזכירות הסטודנטים נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008.
להלן התוצאות שהתקבלו:



- א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
 ב. מהי צורת ההתפלגות?
 ג. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות.
 ד. חשב את השכיח, החציון וטווח הציונים.

2. להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'. השתתפו במחקר 150 תלמידים.

$$\text{ממוצע הציונים שהתקבל: } \bar{X} = 7\frac{1}{15}$$

מספר התלמידים	ציון
12	4
16	5
	6
38	7
	8
14	9
10	10

- א. השלם את השכיחויות החסרות בטבלה.
 ב. חשב את הציון החציוני, השכיח ואמצע הטווח.
 ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.
 ד. הוחלט לשנות את סקלת הציונים ולהכפיל את הציון ב-10. למשל, ציון 8 יהפוך להיות 80. מה הממוצע ומהי השונות של הציונים בסקלה זו?

3. להלן התפלגות מספר שעות העבודה לשבוע של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

שכיחות	שכיחות יחסית (פרופורציה)	מספר שעות עבודה
	15%	10-20
	20%	20-30
	30%	30-40
	20%	40-50
		50-60

- א. השלם את הטבלה.
- ב. חשב את החציון, השכיח, והממוצע של התפלגות מס' שעות העבודה בחברה.
- ג. מהי סטיית התקן של מס' שעות העבודה?
- ד. מה העשירון העליון של ההתפלגות?
- ה. איזה אחוז מהעובדים עובדים מעל 45 שעות בשבוע?
- ו. מה ציון התקן של רינה שעובדת 30 שעות בשבוע?
- ז. כיצד ישתנה החציון, הממוצע וסטיית התקן אם מספר שעות העבודה המינימאלי אינו 10 אלא 15? הסבר.

4. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדק מס' המסרונים ששלח במשך חודש. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר האנשים	מספר המסרונים
40	0-50
60	50-100
50	100-150
30	150-250
20	250-ומעלה

- א. מה אחוז האנשים ששלחו פחות מ-80 מסרונים בחודש?
 ב. מה אחוז האנשים ששלחו בין 50 ל-120 מסרונים?
 ג. הוחלט להעניק מתנה עבור $\frac{1}{4}$ מהלקוחות שמשתמשים במספר הרב ביותר של מסרונים בחודש. החל מאיזה כמות של מסרונים תחולק המתנה?
 ד. ציינו איזה מדד ניתן לחשב ואיזה לא ניתן. אם ניתן חשב:
1. ממוצע
 2. שכיח
 3. חציון
 4. שונות

5. בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.

- א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?
 ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
 ג. השכר בחברה מחושב על סמך הוותק. שכר בסיס של 5,000 ₪ ו-500 ₪ תוספת על כל שנת וותק לחודש.
 מה השכר הממוצע ומהי סטיית התקן של השכר לחודש?

6. להלן מספר טענות, עבור כל טענה ציין אם היא נכונה או לא נכונה ונמקו .

- א. בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו השונות הינה 0.
- ב. ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.
- ג. ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובית.
- ד. אם נוסף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.
- ה. בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות אחת 79 ואחת 100 לכן החציון יגדל.
- ו. אם נוסף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.
- ז. אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.
- ח. אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.

תשובות סופיות לסטטיסטיקה תיאורית

א' – הצגת נתונים

שאלה 1

א. בדיד

שאלה 2

א. רציף

ה. התפלגות אסימטרית
שמאלית (שלילית)

שאלה 3

א. התפלגות סימטרית

ב' – מדדי מיקום מרכזי

שאלה 1

החציון: 7

השכיח: 6

אמצע הטווח: 7

הממוצע: 6.9

שאלה 2

א. החציון: 175

השכיח: 175

אמצע הטווח: 172.5

הממוצע: 174.75

שאלה 3

א. הממוצע: 1.7

החציון: 1.5

השכיח: 1

אמצע הטווח: 2

שאלה 4

הממוצע: 55

החציון: 55

אמצע הטווח: 55

השכיח: 47.5 ו-62.5

ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.

ג' – מדדי פיזורשאלה 1

השונות: 2.19

סטיית תקן: 1.48

טווח: 6

שאלה 2

א. השונות: 69.3

סטיית תקן: 8.325

ב. טווח: 35

טווח בינרבעוני: 13.33

ג. ממוצע יקטן, חציון יקטן, שונות תגדל וטווח לא ישתנה

שאלה 3

תשובה: 1.3

שאלה 4

תשובה: 10.8

ד' – מדדי מיקום יחסישאלה 1

א. לשון

ב. תשובה: 72

שאלה 2

א. תשובה: 162.5

ב. תשובה: 170

ג. תשובה: 183.33

ד. תשובה: 3%

ה. תשובה: 15%

ו. תשובה: 55%

ה' – טרנספורמציה לינאריתשאלה 1

הממוצע: 315

סטיית התקן: 60

השכיח: 275

שאלה 2

הממוצע: 46

השונות: 30.25

שאלה 3

החציון : 170

השונות : 69.3

הטווח : 35

העשירון התחתון : 157.5

שאלה 4

החציון : 1.75

השונות : 0.00693

הטווח : 0.35

העשירון התחתון : 1.625

ו' – שאלות מסכמותשאלה 1

א. מספר הקורסים. בדיד.

ב. התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)

ד. השכיח : 5

הטווח : 5

החציון : 4

שאלה 2

א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40 תלמידים קיבלו ציון 8.

ב. החציון : 7

השכיח : 8

אמצע הטווח : 7

ג. השונות : 2.516

סטיית התקן : 1.586

ד. הממוצע : 70.67

השונות : 251.6

שאלה 3

ב. החציון : 35

השכיח : 35

הממוצע : 35

ג. סטיית תקן : 12.65

ד. תשובה : 53.333

ה. תשובה : 25%

ו. תשובה : -0.395

ז. חציון לא ישתנה, ממוצע יגדל וסטיית התקן תקטן.

שאלה 4

א. תשובה : 38%

ב. תשובה : 40%

ג. תשובה : 150

ד. החציון : 100

שאלה 5שאלה 6

- | | | |
|-------------------------------------|------------|------------|
| א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן | א. נכון | ה. לא נכון |
| ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל | ב. לא נכון | ו. נכון |
| ג. הממוצע: 7000 ₪, סטיית התקן: 1000 | ג. לא נכון | ז. לא נכון |
| ד. לא נכון | ד. לא נכון | ח. לא נכון |
- שח

נספח- מקדם ההשתנות

Coefficient of Variation – מקדם ההשתנות

כאשר מחשבים סטיית תקן למספר קבוצות בעלי ממוצע שונה, השוואת מידת פיזור הנתונים אינה מתייחסת לערך מרכז הנתונים (לממוצע למשל). על מנת לתת מדד פיזור המתחשב בממוצע הנתונים נחשב את **מקדם ההשתנות - Coefficient of Variation** :

$$CV = \frac{\hat{S}(X)}{\bar{X}}$$

ככל שמקדם ההשתנות נמוך יותר המשתנה מרוכז יותר סביב הממוצע וככל שמקדם ההשתנות גבוהה יותר, מידת הפיזור סביב הממוצע גבוהה יותר.

תרגילים:

1. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון :

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

- א. חשבו את מקדם ההשתנות בכל כיתה.
 ב. מהי הכיתה הכי הטרוגנית?

2. נתונות שתי קבוצות :
 הממוצע בקבוצה א 100 והשונות 100.
 הממוצע בקבוצה ב 500 והשונות 400.
 באיזו קבוצה מידת הפיזור יחסית קטן יותר?

פתרונות:

שאלה 2
 קבוצה 2

שאלה 1
 ב. כיתה ב

פרק 5 - רגרסיה ליניארית

א. מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי (כולל רגרסיה לינארית פשוטה):

1. להלן נתונים לגבי חמישה תלמידים שנגשו למבחן אמצע סמסטר ולמבחן סוף סמסטר:

8	8	7	6	7	ציון אמצע סמסטר
10	9	7	7	8	ציון סוף סמסטר

א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על הקשר בין ציון אמצע

סמסטר לבין ציון סוף סמסטר?

ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?

2. נסמן ב-X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב-Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪.

נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i^2 = 2080 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 2960$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 2464$$

א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל-Y.

ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה.

ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?

3. נסמן ב-X את ההשכלה של אדם בשנות לימוד. נסמן ב-Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר

התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_y = 5 \quad S_x = 2$$

$$\bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 14$$

$$COV(X, Y) = 7.5$$

א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.

ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?

ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?

- ד. איזה אחוז משוונות ההכנסה מוסבר באמצעות ההשכלה של האדם?
4. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק!
- א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ש"ח. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ $S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- ג. אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השוונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
- ד. אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השוונות הלא מוסברת) תהיה 1.
- ה. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

פתרונותא. **מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי****שאלה 1**

א.

ב. 0.871

שאלה 2

א. 0.8

ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$

ג. 12.4

שאלה 3

א. 0.75

ב. 4.25 אלפי ש"ח

ג. 14.6 שנים

ד. 56.25%

שאלה 4

א. נכון

ב. לא נכון

ג. לא נכון

ד. נכון

ה. נכון