

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בנושא סטטיסטיקה והסתברות 2 (הסקה סטטיסטית).

הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי,

לדוגמה לחצו כאן (www.gool.co.il/statb.html).

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

גול, בביל התרגול...

GOOL אתר

תוכן העניינים

פרק 1 - משפט הגבול המרכזי - עמ' 2

התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי
 התפלגות מספר ההצלחות במדגם, פרופורציות ההצלחות במדגם, קירוב נורמאלי להתפלגות
 הבינומית
 תשובות סופיות

פרק 2 - רווח סמך - עמ' 8

אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)
 רווח סמך לתוחלת (שוונות ידועה/שוונות לא ידועה)
 רווח סמך לפרופורציה
 רווח סמך לשונות וסטיית תקן
 רווח סמך להפרשים (הפרשי פרופורציות, הפרשי תוחלות)
 תשובות סופיות

פרק 3 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים - עמ' 15

בדיקת השערות על תוחלת
 בדיקת השערות פרופורציה
 בדיקת השערות הפרש פרופורציות
 בדיקת השערות הפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים
 בדיקת השערות במדגמים מזווגים
 בדיקת השערות על שונות
 בדיקת השערות שתי שונות
 הגישה המעשית-מובהקות התוצאה p-value
 טעויות ועוצמה
 הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות.
 תשובות סופיות

פרק 4 - מבחני חי בריבוע - עמ' 28

מבחן טיב התאמה
 מבחן לאי תלות
 תשובות סופיות

פרק 5 - ניתוח שונות חד כיוונית - עמ' 31

תרגילים
 פתרונות סופיים חלקיים

פרק 1 - התפלגות הדגימה ומשפט הגבול המרכזי

א. התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

1. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה בישוב מסוים:

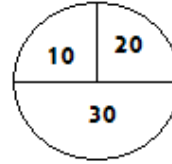
| מספר משפחות | מספר מקלטים |
|---------------------|-------------|
| 500 | 0 |
| 2500 | 1 |
| 3500 | 2 |
| 3000 | 3 |
| 500 | 4 |
| סך הכול $N = 10000$ | |

נגדיר את x להיות מספר המקלטים של משפחה אקראית.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של x .
- ב. חשבו את התוחלת, השונות וסטיית התקן של x .
- ג. אם נדגום 4 משפחות מהישוב מה תהיה התוחלת, מהי השונות ומהי סטיית התקן של ממוצע המדגם?
2. אם נטיל קובייה פעמיים ונתבונן בממוצע התוצאות שיתקבלו, מה תהיה התוחלת ומה תהיה סטיית התקן של ממוצע זה?
3. משקל תינוק ביום היוולדו מתפלג נורמאלית עם ממוצע 3400 גרם וסטיית תקן של 400 גרם.
- א. מה ההסתברות שתינוק אקראי בעת הלידה ישקול פחות מ-3800 גרם?
- נתון שביום מסוים נולדו 4 תינוקות.
- ב. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע שלהם יעלה על 4 ק"ג?
- ג. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה מתחת ל-2.5 ק"ג?
- ד. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה רחוק מהתוחלת בלא יותר מ-50 גרם?

4. הזמן הממוצע שלוקח לאדם להגיע לעבודתו 30 דקות עם שונות של 16 דקות רבועיות. האדם נוסע לעבודה במשך שבוע 5 פעמים. לצורך פתרון הניחו שזמן הנסיעה לעבודה מתפלג נורמאלי.
- מה ההסתברות שבמשך שבוע משך הנסיעה הממוצע יהיה מעל 33 דקות?
 - מהו הזמן שבהסתברות של 90% ממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה פחות ממנו?
 - מה ההסתברות שממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה מרוחק מ-30 דקות בלפחות 2 דקות?
5. נפח היין בבקבוק מתפלג נורמאלי עם תוחלת של 750 סמ"ק וסטיית תקן של 10 סמ"ק.
- בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה בדיוק 755 סמ"ק?
 - בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה יותר מ-755 סמ"ק?
 - בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה לפחות 755 סמ"ק?
 - בבקבוקי היין שבארגז נמוזגים לקערה עם קיבולת של שלושה ליטר. מה ההסתברות שהיין יגלוש מהקערה?
6. משתנה מתפלג נורמאלי עם תוחלת 80 וסטיית תקן 4.
- מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה כאשר גודל המדגם הוא 9?
 - מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה שגודל המדגם הוא 16?
 - הסבר את ההבדל בתשובות של שני הסעיפים.

7. בקזינו ישנה רולטה. על הרולטה רשומים המס' הבאים כמוראה בשרטוט:



אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.
- ב. מה התוחלת ומה השונות של סכום הזכייה?
- ג. אם האדם ישחק את המשחק 5 פעמים מה התוחלת ומה השונות של ממוצע סכום הזכייה בחמשת המשחקים?
- ד. אם האדם משחק את המשחק 50 פעם מה ההסתברות שבסה"כ יזכה ב-1050 ₪ ומעלה?

8. לפי הערכות הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה השכר הממוצע במשק הוא 8000 ₪ עם סטיית תקן של 3000 ₪. מה ההסתברות שבמדגם מקרי של 100 עובדים השכר הממוצע יהיה יותר מ-8500 ₪?

9. מטילים קובייה 50 פעמים בכל פעם מתבוננים בתוצאה של הקובייה. מה ההסתברות שהממוצע של התוצאות יהיה לפחות 3.72 ב-50 ההטלות?

10. אורך צינור שמפעל מייצר הינו עם ממוצע של 70 ס"מ וסטיית תקן של 10 ס"מ
 - א. נלקחו באקראי 100 מוטות, מה ההסתברות שממוצע אורך המוטות יהיה בין 68 ל 78 ס"מ?
 - ב. יש לחבר 2 בניינים באמצעות מוטות. המרחק בין שני הבניינים הינו 7200 ס"מ. מה ההסתברות ש 100 המוטות יספיקו למלאכה?
 - ג. מה צריך להיות גודל המדגם המינימאלי, כדי שבהסתברות של 5% ממוצע המדגם יהיה קטן מ-69 ס"מ. העזר במשפט הגבול המרכזי.

ב. התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

1. נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.
 - א. מה ההסתברות ששלושה מהם אקדמאים?
 - ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמאי?
 - ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?

2. הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת בחורף מוערך ב-0.4. נדגמו 30 מבוגרים אקראיים.
 - א. חשבו את הסיכוי שבדיוק 15 יחלו בשפעת (1) לפי ההתפלגות הבינומית ; (2) לפי הקירוב הנורמאלי.
 - ב. חשבו את הסיכוי לכל היותר 14 יחלו בשפעת.
 - ג. חשבו את הסיכוי שלפחות 11 יחלו בשפעת.

3. במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מקו הייצור.
 - א. מה ההסתברות שנדגמו לכל היותר 6 מוצרים פגומים?
 - ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?
 - ג. מה ההסתברות שיהיו בדיוק 11 פגומים?

4. ציוני פסיכומטרי בקרב הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמאלי עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקראיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?
 - א. במדינה יש 10% של אבטלה. נדגמו באקראי 140 אנשים מהמדינה.
 - א. מה התוחלת ומהי השונות של פרופורציות המובטלים שנדגמו?
 - ב. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 10% יהיו מובטלים?
 - ג. מה ההסתברות שלכל היותר 9% מהמדגם יהיו מובטלים?

6. נניח ש-30% מהאוכלוסייה תומכת בהצעת חוק מסוימת. אם נדגום מהאוכלוסייה 200 איש.
 - א. חשבו את ההסתברויות הבאות:
 - א. לפחות 35% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ב. לכל היותר 25% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ג. יותר מ – 27% יתמכו בהצעת החוק במדגם.

תשובות סופיות להתפלגות הדגימה

פרק א' - התפלגות ממוצע מדגם ומשפט הגבול המרכזי

שאלה 1

א.

$$E(\bar{X}) = 3.5$$

$$\sigma(\bar{X}) = 1.208$$

| | | | | | |
|------|-----|------|------|------|------|
| 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | x |
| 0.05 | 0.3 | 0.35 | 0.25 | 0.05 | P(x) |

ב. $\sigma = 0.973 \quad \sigma^2 = 0.9475 \quad \mu = 2.05$

ג. $V(\bar{X}) = 0.237 \quad E(\bar{X}) = 2.05$

$$\sigma(\bar{X}) = 0.487$$

שאלה 4

א. 0.0465

ב. 32.29

ג. 0.2628

שאלה 6

א. 0.5468

ב. 0.6826

שאלה 8

0.0475

שאלה 3

א. 0.8413

ב. 0.0013

ג. 0

ד. 0.1974

שאלה 5

א. 0

ב. 0.1587

ג. 0.1587

ד. 0.5

שאלה 7

א.

| | | | |
|-----|------|------|------|
| 30 | 20 | 10 | |
| 0.5 | 0.25 | 0.25 | P(x) |

ב. התוחלת: 22.5

השונוות: 68.75

ג. התוחלת: 22.5

השונוות: 13.75

ד. 0.8997

| <u>שאלה 10</u> | <u>שאלה 9</u> |
|----------------|---------------|
| א. 0.9772 | 0.1814 |
| ב. 0.0228 | |
| ג. 271 | |

פרק ב' - התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

| <u>שאלה 2</u> | <u>שאלה 1</u> |
|----------------------------|--------------------|
| א. 0.0783 (1) ; 0.0794 (2) | א. 0.201 |
| ב. 0.8238 | ב. 0.3758 |
| ג. 0.7123 | ג. התוחלת: 2 |
| | סטיית התקן: 1.2649 |

| <u>שאלה 4</u> | <u>שאלה 3</u> |
|---------------|---------------|
| 0.1611 | א. 0.121 |
| | ב. 0.6915 |
| | ג. 0.124 |

| <u>שאלה 6</u> | <u>שאלה 5</u> |
|---------------|------------------|
| א. 0.0618 | א. התוחלת: 0.1 |
| ב. 0.0618 | השונוות: 0.00064 |
| ג. 0.8238 | ב. 0.5 |
| | ג. 0.3446 |

פרק 2 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו:
175, 168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.

- מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
- מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
- מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן התוצאות

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

- אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסייה ידועה

- מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
 - בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 - בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 - הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
 - מהי טעות התקן של האומד?

- בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את:
 - ממוצע המדגם.
 - שגיאת האמידה המקסימאלית.
 - רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.
5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 4, 5, 6, 7, 4. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלית. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' עם סטיית התקן אינה סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.

3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומד לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?
2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%, 79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאים.
 - א. לכמה נשאים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?
3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.
4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.
5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3.5, 4.2, 4.7, 5.4. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסייה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפי' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפי' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפי' מתפלגת נורמאלית:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפי' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפי' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 54.3. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 50.8. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?

2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
- א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
- ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות לאמידה נקודתית ורווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| ג. 177.9 | א. 8.1 |
| ד. 64.1 | ב. 3.16 |
| ה. 0.4 | |

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|----------------------------|------------------------|
| א. $223.42 < \mu < 236.58$ | א. 102 |
| ב. $222.16 < \mu < 237.84$ | ב. 3 |
| ד. 4 | ג. 0.9544 |
| <u>שאלה 3</u> | <u>שאלה 4</u> |
| א. 139 | א. $3.58 < \mu < 4.42$ |
| ב. $21 < \mu < 25$ | ב. יקטן פי 2 |
| | ג. גדל |
| <u>שאלה 5</u> | |
| 780 | |

שונות האוכלוסיה לא ידועה

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|-----------------------|---------------------------|
| $4.39 < \mu < 5.51$ | א. $96.63 < \mu < 107.37$ |
| | ב. $96.90 < \mu < 107.10$ |
| <u>שאלה 3</u> | |
| $3.149 < \mu < 3.351$ | |

פרק ג' – רווח סמך לפרופורציה

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|--|--|
| א. $7.5\% < p < 16.5\%$ ב. 2.29% ג. יגדל | א. 104 ב. 0.9774 |
| <u>שאלה 3</u> | <u>שאלה 4</u> |
| א. 423 ב. 271 | א. $22.5\% < p < 30.9\%$ ב. $45.91\% < p < 60.72\%$ |
| <u>שאלה 5</u> | |
| 1068 | |

פרק ד' – רווח סמך לשונות וסטיית תקן

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|----------------------------|---|
| $0.039 < \sigma^2 < 1.708$ | א. $30.285 < \mu < 31.315$ ב. $0.837 < \sigma < 1.607$ |

פרק ה' – רווח סמך להפרשיםהפרשי פרופורציות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---|
| (33%, 47%) | א. (4.93%, 14.93%) ב. (22.5%, 31.8%) |

הפרשי תוחלות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|-----------------------------------|
| (-20, 90) | א. (-372, 772) ב. (6467, 7133) |

פרק 3 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסייה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.

א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?

ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?

3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכיילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסייה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.

2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$

האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדוק ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון נהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.
 2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים.
- האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

- במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

- בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100.

אורך החיים נמדד בשעות.

| 1-100W | 2-60W | הקבוצה |
|--------|-------|-----------|
| 956 | 1007 | \bar{x} |
| 72 | 80 | \hat{S} |
| 15 | 13 | n |

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה.

להלן התוצאות:

| המדינה | X | Y |
|--------|-----|-----|
| ארה"ב | 1.5 | 1.4 |
| קנדה | 2.1 | 2 |
| הולנד | 2.2 | 1.9 |
| פולין | 3 | 3.1 |
| מצרים | 3.5 | 3.2 |
| סין | 3.2 | 3.2 |
| יפן | 4.2 | 4.2 |

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים במוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

| | | | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| לפני | 506 | 470 | 420 | 640 | 670 | 390 | 500 | 590 |
| אחרי | 570 | 540 | 430 | 610 | 680 | 510 | 520 | 580 |

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע 171 וסטיית תקן מדגמית 23.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונויות

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונויות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה - 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה - 118.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונויות בכלל הארץ.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית - מובהקות התוצאה - P-VALUE - α_{\min}

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות:

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.

א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם ייתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות

של 6% ?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
- א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
- ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
- ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
- ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
- ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהייה 5%?
3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
- א. נניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
- ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?

4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטיית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודדים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.

א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .

ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטיית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?

ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.

ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.
- א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.
- ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסיה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.
2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות:

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

- החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא: (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.
3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נדגמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5% להלן התוצאות:

| המדינה | X | Y |
|--------|-----|-----|
| ארה"ב | 1.5 | 1.4 |
| קנדה | 2.1 | 2 |
| הולנד | 2.2 | 1.9 |
| פולין | 3 | 3.1 |
| מצרים | 3.5 | 3.2 |
| סין | 3.2 | 3.2 |
| יפן | 4.2 | 4.2 |

תשובות סופיות - בדיקת השערות

פרק א' – בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

| | |
|----------------------|----------------------|
| <u>שאלה 2</u> | <u>שאלה 1</u> |
| H_0 נדחה | H_0 נקבל |
| | <u>שאלה 3</u> |
| | H_0 נדחה |

שונות האוכלוסיה לא ידועה

| | |
|----------------------|----------------------|
| <u>שאלה 2</u> | <u>שאלה 1</u> |
| H_0 נקבל | H_0 נדחה |

פרק ב' – בדיקת השערות על פרופורציה

| | |
|----------------------|----------------------|
| <u>שאלה 2</u> | <u>שאלה 1</u> |
| H_0 נדחה | H_0 נדחה |
| | <u>שאלה 3</u> |
| | H_0 נקבל |

פרק ג' – בדיקת השערות להפרש פרופורציות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נקבל H_0 | א. נדחה H_0 |
| | ב. נדחה H_0 |

פרק ד' – בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נקבל H_0 | נדחה H_0 |

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נקבל H_0 | נדחה H_0 |

פרק ה' – בדיקת השערות במדגמים מזווגים

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נקבל H_0 | נקבל H_0 |

פרק ו' – בדיקת השערות על שונות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נדחה H_0 | א. נדחה H_0 |

פרק ז' בדיקת השערות לשתי שוניות

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| נקבל H_0 | א. נקבל H_0 |
| | ב. נקבל H_0 |

פרק ח' – מובהקות התוצאה

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| מעל 0.0668 | 0.0228 |
| <u>שאלה 3</u> | <u>שאלה 5</u> |
| א. 0.0455 | נקבל H_0 |

פרק ט' – טעויות ועוצמה

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
|---------------|---------------|
| ב. נדחה H_0 | ב. 0.8051 |
| ג. 1 | |
| <u>שאלה 3</u> | <u>שאלה 4</u> |
| א. 0.4404 | 0.1446 |

פרק י' – הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 3</u> |
|-----------------|----------------|
| (110.64,114.56) | (-0.241,0.041) |

פרק 4 - מבחני חי בריבוע

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטיילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשדר החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

| מספר הסוללות הפגומות | 0 | 1 | 2 | 3 ומעלה |
|----------------------|-----|-----|----|---------|
| שכיחות | 276 | 104 | 12 | 8 |

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן אי תלות

1. במפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה :

| | יום | ערב | לילה |
|--------|-----|-----|------|
| פגומים | 50 | 60 | 70 |
| תקינים | 600 | 700 | 800 |

- האם קיים קשר בין טיב המוצר למשמרת שלו? הסיקו עבור רמת מובהקות $\alpha = 0.05$.
2. בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

3. בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים :

| צבע | שחור | לבן | אדום | כחול |
|--------------|------|-----|------|------|
| מספר הפריטים | 15 | 20 | 15 | 50 |

כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B :

| צבע | שחור | לבן | אדום | כחול |
|--------------|------|-----|------|------|
| מספר הכדורים | 60 | 20 | 10 | 20 |

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 3:1:1:1 לטובת הכחול.
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החניות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

תשובות סופיות למבחני חי בריבועפרק א' - מבחן טיב התאמה

| | |
|---------------|---------------|
| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
| נקבל H_0 | נקבל H_0 |
| <u>שאלה 3</u> | <u>שאלה 4</u> |
| נקבל H_0 | נדחה H_0 |

פרק ב' - מבחן לאי תלות

| | |
|---------------|---------------|
| <u>שאלה 1</u> | <u>שאלה 2</u> |
| נקבל H_0 | נדחה H_0 |
| <u>שאלה 3</u> | |
| ג. נקבל H_0 | |
| ד. נדחה H_0 | |

פרק 5 - ניתוח שונות חד כיוונית

רקע תאורתי:

ניתוח שונות (חד כיוונית) הוא מבחן להשוואת תוחלות (μ_1, \dots, μ_k) של k אוכלוסיות שונות.

ולכן בנייתוח שונות השערות המחקר הן:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (\text{התוחלות של כל האוכלוסיות שוות})$$

$$H_1 : \quad \text{אחרת} \quad (\text{לפחות שתיים מהתוחלות שונות})$$

ההנחות הדרושות לביצוע התהליך הן:

1. בכל אוכלוסייה מתוך k האוכלוסיות ההתפלגות נורמלית.

2. כל האוכלוסיות הן עם אותה שונות σ^2 .

3. המדגמים בלתי תלויים זה בזה.

ישנו משתנה המבדיל בין הקבוצות השונות, הוא המשתנה הבלתי תלוי הנקרא גורם (factor) משתנה זה

הוא קטגוריאלי עם k רמות (levels).

כדי לבצע את התהליך יש לבצע מדגם מכל אוכלוסייה:

נסמן ב- n_i את גודל המדגם בקבוצה i.

$$n = \sum_{i=1}^k n_i \quad \text{- מספר התצפיות סך הכול (בכל המדגמים)}$$

$$\bar{X}_1 \quad \text{- ממוצע המדגם הראשון, } \dots, \bar{X}_k \quad \text{- ממוצע המדגם ה-k-י.}$$

$$\bar{X} \quad \text{- ממוצע כללי (של כל המדגמים).}$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^k n_i [\bar{X}_i - \bar{X}]^2 \quad \text{סכום ריבועים בין הקבוצות}$$

$$SS_W = \sum_{i=1}^k [n_i - 1] \cdot \hat{S}_i^2 \quad \text{סכום ריבועים בתוך הקבוצות}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} [X_{ij} - \bar{X}]^2 : \quad \text{סכום ריבועים כללי}$$

$$SST = SSB + SSW$$

יש למלא את טבלת ניתוח השונות הבאה:

טבלת ניתוח שונות

| מקור השונות | סכום הריבועים SS | דרגות חופש df | ממוצע הריבועים MS | F |
|----------------|---------------------|------------------|----------------------|-------------------|
| B-בין הקבוצות | SSB | k - 1 | $\frac{SSB}{k - 1}$ | $\frac{MSB}{MSW}$ |
| W-בתוך הקבוצות | SSW | n - k | $\frac{SSW}{n - k}$ | |
| T-סה"כ | SST | n - 1 | | |

$$F = \frac{SS_B / (k - 1)}{SS_W / (n - k)} \sim F(k - 1, n - k)$$

$$F > F_{(k-1, n-k); 1-\alpha} : H_0 \quad \text{איזור דחיית}$$

תרגילים:

1. מחקר מעוניין להשוות בין שלוש תרופות לשיכוך כאבים במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין התרופות מבחינת הזמן בדקות שלוקח עד שהתרופה משפיעה. לצורך הבדיקה נלקחו 15 אנשים שסובלים מכאבי ראש. אנשים אלה חולקו באקראי לשלוש : קבוצה 1 קיבלה "אקמול" קבוצה 2 קיבלה "אופטלגין" קבוצה 3 קיבלה "נורופן".
- כל אדם במחקר מסר את מספר הדקות עד שהתרופה השפיעה עליו.
- א. מהו המשתנה התלוי ומהו המשתנה הבלתי תלוי במחקר? מהו ה"גורם" וכמה רמות יש לו?
- ב. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים כאן? רשמו את ההשערות.
- ג. מה הן ההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן הסטטיסטי שהצעת בסעיף הקודם?
2. בעיר מסוימת שלושה בתי ספר תיכון. ראש העיר התעניין לבדוק האם קיים הבדל בהצלחה של בתי הספר במקצוע מתמטיקה. לצורך כך הוא דגם מספר תלמידים שנבחנו במבחן הבגרות במתמטיקה ברמה של 3 יחידות בעירו ובדק עבור כל תלמיד מה ציון הבגרות שלו במתמטיקה.
- להלן הציונים שהתקבלו:

| בית הספר | "המתמיד" | "רבין" | "הס" |
|----------|----------|--------|------|
| | 78 | 98 | 85 |
| | 65 | 62 | 83 |
| | 70 | 55 | 74 |
| | 90 | 80 | 85 |
| | 56 | | 75 |

- א. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים? רשמו את ההשערות ואת ההנחות של המבחן.
- ב. מהו גודל המדגם? מהו המשתנה הבלתי תלוי (FACTOR) כמה רמות יש לו?
- ג. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים בכל אחד מהמדגמים.
- ד. מלאו את טבלת ANOVA.
- ה. רשמו את כלל ההכרעה למבחן שהוצע בסעיף א ברמת מובהקות של 5%.
- ו. האם קיים הבדל בין בתי הספר בעיר מבחינת רמת הצלחת התלמידים במקצוע המתמטיקה? ענה על סמך הסעיפים הקודמים.

3. מעוניינים לבדוק האם יש הבדל בהשפעה של שיטות טפול שונות על לחץ הדם הסיסטולי (SBP) באוכלוסייה של קשישים. נבדקו 4 שיטות שונות. בטבלה המצורפת מרוכזים ממצאי המחקר.

| השיטה | A | B | C | D |
|------------|-----|-----|-----|-----|
| גודל המדגם | 12 | 14 | 8 | 12 |
| הממוצע | 178 | 172 | 180 | 182 |
| סטיית התקן | 4 | 8 | 5 | 3 |

- א. רשמו את השערות המחקר וההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן המתאים.
 ב. מה מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 5%?
 ג. האם יש צורך לבצע השוואות מרובות?

4. שלושה אופים נתבקשו להכין עוגת שוקולד. לכל אופה בדקו את משך זמן ההכנה בדקות.
 כל אופה נדרש לאפות בכל יום 4 עוגות.

| האופה | ניר | מוזס | שלום |
|--------------------|-------|-------|------|
| סכום הזמנים | 206 | 212 | 182 |
| סכום ריבועי הזמנים | 10644 | 11250 | 8982 |

- האם קיים הבדל בין האופים מבחינת תוחלת זמני ההכנה של העוגות? בדקו ברמת מובהקות של 5%.

5. להלן טבלת ניתוח שונות חד כיוונית. במחקר בחנו 4 סוגי סוללות. רצו לבדוק האם לסוג הסוללה השפעה על תוחלת אורך החיים שלה. הפעילו את כל הסוללות על אותו מכשיר ובדקו את אורך החיים של כל סוללה בשעות.

ANOVA

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|----------------|----------------|----|-------------|-------|------|
| Between Groups | 10.317 | 3 | 3.439 | 1.361 | .279 |
| Within Groups | 60.648 | 24 | 2.527 | | |
| Total | 70.964 | 27 | | | |

מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%? רשמו את ההשערות וההנחות הדרושות.

6. להלן טבלת ANOVA בטבלה הושמטו חלקים. השלם את החלקים בטבלה שהושמטו ומסומנים באותיות.

ANOVA

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|----------------|----------------|----|-------------|---|------|
| Between Groups | 357.450 | ב | ג | ה | .000 |
| Within Groups | א | 17 | ד | | |
| Total | 522.950 | 19 | | | |

7. חברת תרופות לקחה 15 אנשים ברמת בריאות דומה. החברה חילקה את האנשים ל שלוש קבוצות שוות בגודלן. לכל קבוצה ניתנה אותה תרופה במינון שונה (dosage). המינונים שניתנו הם: 10 מ"ג, 20 מ"ג ו-30 מ"ג. לאחר שעה מזמן לקיחת התרופה ניבדק קצב פעימות הלב של כל אדם (pulse). הנתונים הוזנו לתוכנה סטטיסטית והתקבלו התוצאות הבאות:

ANOVA

pulse

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|----------------|----------------|----|-------------|--------|------|
| Between Groups | 414.400 | 2 | 207.200 | 19.733 | .000 |
| Within Groups | 126.000 | 12 | 10.500 | | |
| Total | 540.400 | 14 | | | |

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

pulse
TukeyHSD

| (I) dosage | (J) dosage | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. | 95% Confidence Interval | |
|------------|------------|-----------------------|------------|------|-------------------------|-------------|
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 10.00 | 20.00 | 3.20000 | 2.04939 | .299 | -2.2675 | 8.6675 |
| | 30.00 | 12.40000* | 2.04939 | .000 | 6.9325 | 17.8675 |
| 20.00 | 10.00 | -3.20000 | 2.04939 | .299 | -8.6675 | 2.2675 |
| | 30.00 | 9.20000* | 2.04939 | .002 | 3.7325 | 14.6675 |
| 30.00 | 10.00 | -12.40000* | 2.04939 | .000 | -17.8675 | -6.9325 |
| | 20.00 | -9.20000* | 2.04939 | .002 | -14.6675 | -3.7325 |

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Homogeneous Subsets

pulse

Tukey HSD^a

| dosage | N | Subset for alpha = 0.05 | |
|--------|---|-------------------------|---------|
| | | 1 | 2 |
| 30.00 | 5 | 71.0000 | |
| 20.00 | 5 | | 80.2000 |
| 10.00 | 5 | | 83.4000 |
| Sig. | | 1.000 | .299 |

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 5.000.

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין המינונים השונים מבחינת תוחלת הדופק של האנשים? רשמו את ההשערות וההנחות הדרושות לצורך פתרון.
- ב. הסבירו ללא חישוב כיצד הייתה משתנה התשובה לסעיף הקודם אם הינו מעלים את הדופק של כל התצפיות במחקר ב-2.
- ג. האם יש צורך במחקר בהשוואת מרובות. נמק!
- ד. לטבלת ה ANOVA צורפו טבלאות של השוואות מרובות בשיטה הנקראת "טוקי". ברמת בטחון של 95% מה הם הממצאים לפי שיטה זו?

8. בעיר מסוימת רצו לבדוק האם קיים הבדל ברמה של התלמידים בין בתי הספר השונים בעיר. ביצעו מדגם מכל בית ספר ונתנו מבחן זהה לכל הנדגמים. לאחר מכן ריכזו את הנתונים בתוכנה סטטיסטית והפעילו ניתוח שונות. מצורפים הפלטים שהתקבלו.
ענו על הסעיפים הבאים:
- א. כמה בתי ספר יש בעיר?
 ב. כמה תלמידים השתתפו בסך הכול במחקר?
 ג. האם קיים הבדל בין בתי הספר בעיר מבחינה רמת הציונים? בדקו ברמת מובהקות של 10%
 ד. בביטחון של 95% אילו בתי ספר שונים זה מזה ברמת התלמידים? נמקו והסבירו.

Oneway

ANOVA

grade

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|----------------|----------------|----|-------------|--------|------|
| Between Groups | 7799.600 | 4 | 1949.900 | 13.586 | .000 |
| Within Groups | 2870.400 | 20 | 143.520 | | |
| Total | 10670.000 | 24 | | | |

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

grade

Scheffe

| (I) school | (J) school | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. | 95% Confidence Interval | |
|------------|------------|-----------------------|------------|-------|-------------------------|-------------|
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1.00 | 2.00 | 5.40000 | 7.57681 | .971 | -20.2543 | 31.0543 |
| | 3.00 | 36.80000* | 7.57681 | .003 | 11.1457 | 62.4543 |
| | 4.00 | 36.40000* | 7.57681 | .003 | 10.7457 | 62.0543 |
| | 5.00 | -2.60000 | 7.57681 | .998 | -28.2543 | 23.0543 |
| 2.00 | 1.00 | -5.40000 | 7.57681 | .971 | -31.0543 | 20.2543 |
| | 3.00 | 31.40000* | 7.57681 | .011 | 5.7457 | 57.0543 |
| | 4.00 | 31.00000* | 7.57681 | .013 | 5.3457 | 56.6543 |
| | 5.00 | -8.00000 | 7.57681 | .888 | -33.6543 | 17.6543 |
| 3.00 | 1.00 | -36.80000* | 7.57681 | .003 | -62.4543 | -11.1457 |
| | 2.00 | -31.40000* | 7.57681 | .011 | -57.0543 | -5.7457 |
| | 4.00 | -.40000 | 7.57681 | 1.000 | -26.0543 | 25.2543 |
| | 5.00 | -39.40000* | 7.57681 | .001 | -65.0543 | -13.7457 |
| 4.00 | 1.00 | -36.40000* | 7.57681 | .003 | -62.0543 | -10.7457 |
| | 2.00 | -31.00000* | 7.57681 | .013 | -56.6543 | -5.3457 |
| | 3.00 | .40000 | 7.57681 | 1.000 | -25.2543 | 26.0543 |
| | 5.00 | -39.00000* | 7.57681 | .001 | -64.6543 | -13.3457 |
| 5.00 | 1.00 | 2.60000 | 7.57681 | .998 | -23.0543 | 28.2543 |

| | | | | | |
|------|-----------|---------|------|----------|---------|
| 2.00 | 8.00000 | 7.57681 | .888 | -17.6543 | 33.6543 |
| 3.00 | 39.40000* | 7.57681 | .001 | 13.7457 | 65.0543 |
| 4.00 | 39.00000* | 7.57681 | .001 | 13.3457 | 64.6543 |

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Homogeneous Subsets

grade

Scheffe^a

| school | N | Subset for alpha = 0.05 | |
|--------|---|-------------------------|---------|
| | | 1 | 2 |
| 3.00 | 5 | 45.0000 | |
| 4.00 | 5 | 45.4000 | |
| 2.00 | 5 | | 76.4000 |
| 1.00 | 5 | | 81.8000 |
| 5.00 | 5 | | 84.4000 |
| Sig. | | 1.000 | .888 |

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 5.000.

פתרונות סופיים חלקיים - ניתוח שונות חד כיוונית

2. אם חישוב נכון ה F הסטטיסטי יוצא: 0.58.

3. נדחה את השערת האפס.

4. להלן טבלת הניתוח השונות המתקבלת:

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F |
|----------------|----------------|----|-------------|------|
| Between Groups | 126.000 | 2 | 63.000 | .756 |
| Within Groups | 750.000 | 9 | 83.333 | |
| Total | 876.000 | 11 | | |

5. נקבל את השערת האפס.

6. א. 165.5 ב. 2 ג. 178.725 ד. 9.375 ה. 18.36

7. א. נדחה את השערת האפס. ב. לא משתנה. ג. כן

8. א. 5 ב. 25 ג. כן