

תוכן העניינים:

2	ייצוג מספרים
2	ייצוג מספרים בבסיסים שונים :
2	סיכום כללי :
3	שאלות :
3	תשובות סופיות :
4	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים :
4	סיכום כללי :
5	שאלות :
5	תשובות סופיות :
6	המרות מספרים בין בסיסים :
6	סיכום כללי :
7	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	מספרים משלימים :
10	סיכום כללי :
11	שאלות :
11	תשובות סופיות :
12	חיסור מספרים עם שיטות המשלים :
12	סיכום כללי :
13	שאלות :
13	תשובות סופיות :
14	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים :
14	סיכום כללי :
15	שאלות :
15	תשובות סופיות :
16	קודים בינאריים :
16	סיכום כללי :
17	שאלות :
19	תשובות סופיות :
21	ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה :
21	סיכום כללי :
22	שאלות :
24	תשובות סופיות :

פרק 1

ייצוג מספרים

ייצוג מספרים בבסיסים שונים:

סיכום כללי:

כתיבת מספרים:

אופן הכתיבה של מספר במתמטיקה: $\dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots$

בסיס במערכת מספרים:

הבסיס מוגדר בתור מספר הספרות במערכת המספרים שבה מוצג מספר מסוים. נסמן את הבסיס של מערכת מספרים כלשהי ב- r . הספרות של מערכת מספרים בבסיס r הן: $[0:r-1]$.

סוגי בסיסים נפוצים:

שם	עשרוני (Decimal)	בינארי (Binary)	אוקטלי (Octal)	הקסדצימלי (Hexadecimal)
בסיס r	10	2	8	16
ספרות	$[0:9]$	$[0,1]$	$[0:7]$	$[0:F]$

אופן דוגמאות קריאת מספרים מבסיסים (בבסיס עשרוני):

כדי לקרוא מספר $\dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots$ בבסיס r נבצע:

$$a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} = a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + a_{-2} \cdot r^{-2}$$

הערות:

- מספרים בבסיסים שונים ייכתבו באופן הבא: $(101)_5$, $(23)_8$, $(FOA2)_{16}$.
- לספרות 0,1 בבסיס הבינארי קוראים **סיביות** (או ביטים - Bits).

שאלות:

- (1) המר את המספרים הבינאריים הבאים לעשרוניים:
- | | | |
|----------|---------------------|----------------|
| א. 1011 | ב. 1001001000110010 | ג. 11011.00101 |
| ג. 10.01 | | |
- (2) מצא את ערכם העשרוני של המספרים הבאים בבסיסים שלהם:
- | | | |
|--------------|---------------|----------------|
| א. $(25)_6$ | ב. $(32)_4$ | ג. $(121)_3$ |
| ד. $(1.2)_3$ | ה. $(43.2)_6$ | ו. $(41.23)_5$ |
- (3) מצא את ערכם העשרוני של המספרים ההקסדצימלים הבאים:
- | | | |
|--------|---------|---------|
| א. FB1 | ב. 20AB | ג. 3B.A |
|--------|---------|---------|

תשובות סופיות:

- | | | | |
|-------------|----------|-----------|--------------------|
| (1) א. 11 | ב. 37426 | ג. 2.25 | ד. 27.15625 |
| (2) א. 17 | ב. 14 | ג. 16 | ד. $1\frac{2}{3}$ |
| (3) א. 4017 | ב. 8363 | ג. 59.625 | ה. $27\frac{1}{3}$ |
| | | ו. 21.52 | |

פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים:

סיכום כללי:

חיבור וחיסור מספרים בבסיסים שונים:

נחבר שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חיבור ארוך ספרה-ספרה מה-LSB כלפי ה-MSB. כאשר תוצאת החיבור גדולה מ- $r-1$ נעביר ספרה לדרגה הבאה. בחיבור שני מספרים (בבסיס r) בני N ספרות כל אחד תיתכן תוצאה נחסר שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חיסור ארוך ספרה-ספרה (מחסר פחות מחוסר) מה-LSB כלפי ה-MSB. בנושא זה נעסוק רק בחיסור מהצורה $M - N$ כאשר $M > N$. אם תוצאת החיסור בדרגה מסוימת לא אפשרית, נשאל מהספרה בדרגה הבאה (borrow).

כפל וחילוק מספרים בבסיסים שונים:

נכפול שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות כפל ארוך. נחלק שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חילוק ארוך.

חוקיות והגדרות:

- בחיבור של שני מספרים (בבסיס r) בני n ספרות כל אחד תיתכן תוצאה בעלת $n+1$ ספרות. במקרה זה, ספרת ה-MSB נקראת נשא (carry).
- בכפל של שני מספרים (בבסיס r) בני n ו- m ספרות כל אחד תיתכן תוצאה בעלת nm ספרות.

שאלות:

(1) נתונים שני המספרים הבאים : A : 10011011 , B : 10001101.

א. חשב את הסכום של שני המספרים בבסיס בינארי.

ב. חשב את ההפרש : A-B.

(2) חשב את הסכומים וההפרשים הבאים :

א. $(4AB)_{16} + (80E)_{16}$ ב. $(FF20)_{16} - (E40A)_{16}$

ג. $(702)_8 + (45)_8$ ד. $(360)_8 - (21)_8$

ה. $(122)_3 + (210)_3$ ו. $(221)_3 - (102)_3$

(3) חשב את המכפלות הבאות :

א. $(AB)_{16} \cdot (E7)_{16}$ ב. $(750)_8 \cdot (62)_8$ ג. $(1001)_2 \cdot (101)_2$

(4) חשב את חילוק המספרים הבאים :

א. $110100 : 100$

ב. $1111000 : 1100$

ג. $1100100 : 1101$

תשובות סופיות:

(1) א. 100101000 ב. 1110

(2) א. $(CB9)_{16}$ ב. $(1B16)_{16}$ ג. $(747)_8$ ד. $(337)_8$ ה. $(1102)_3$ ו. $(112)_3$

(3) א. $(9A4D)_{16}$ ב. $(57520)_8$ ג. $(101101)_2$

(4) א. 1101 ב. 1010 ג. 111 ושארית של 1001.

המרות מספרים בין בסיסים:

סיכום כללי:

טבלת חזקות של בסיס בינארי:

2^n	n	2^n	n	2^n	n
1,048,576	20	1,024	10	1	0
2,097,152	21	2,048	11	2	1
4,194,304	22	4,096	12	4	2
8,388,608	23	8,192	13	8	3
16,777,216	24	16,384	14	16	4
33,554,432	25	32,768	15	32	5
67,108,864	26	65,536	16	64	6
134,217,728	27	131,072	17	128	7
268,435,456	28	262,144	18	256	8
536,870,912	29	524,288	19	512	9

המרת מספר (שלם) $M = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_0$ בן m ספרות מבסיס עשרוני לבסיס r :

- נחלק את המספר פי r .
- נרשום את השארית בצד ונחלק את התוצאה השלמה פי r פעם נוספת.
- נחזור על התהליך עד שלא נותר חלק שלם (אלא רק שארית).
- נרשום את המספר המתקבל מהשארית האחרונה כלפי הראשונה.

המרת מספר (שברי) $M = 0.a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m}$ בן m ספרות מבסיס עשרוני לבסיס r :

- נכפול את המספר פי r .
- נרשום את השלם בצד ונכפול את התוצאה השברית פי r פעם נוספת.
- נחזור על התהליך עד שלא נותרה שארית (אלא רק שלם).
- נרשום את המספר המתקבל השלם הראשון כלפי האחרון.

שאלות:

(1) המר את המספרים העשרוניים הבאים למספרים בינאריים:

א. 38	ב. 45
ג. 244	ד. 321
ה. 0.125	ו. 0.84375
ז. 0.33	ח. 0.833
ט. 12.25	י. 32.375
יא. 4.07	יב. 61.32

(2) כתוב את המספר העשרוני $(61.25)_{10}$ בבסיס 3 ובבסיס 8.

(3) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס הקסדצימלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(4) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס אוקטלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(5) כתוב את המספרים הבאים בבסיס בינארי:

א. $(FB)_{16}$	ב. $(40A)_{16}$
ג. $(9.9)_{16}$	ד. $(66)_8$
ה. $(702)_8$	ו. $(2.32)_8$

6) המר את המספרים העשרוניים הבאים לבסיס בינארי, אוקטלי והקסדצימלי:
א. 0.6875.

ב. 0.714 (מצא מספרים בדיוק של 6 ספרות לפחות).

7) כתוב את המספרים הבאים בבסיס המבוקש:

א. המספר $(53)_6$ בבסיס 9.

ב. המספר $(104)_7$ בבסיס 5.

ג. המספר $(444)_5$ בבסיס 6.

ד. המספר $(0.02)_3$ בבסיס 6.

ה. המספר $(32.13)_4$ בבסיס 8.

8) נתון המספר 0.02 בבסיס 3.

א. כתוב את המספר בבסיס 5.

ב. מה המחזוריות הספרות של המספר?

ג. כמה ספרות יהיו במספר (בבסיס 5) עבור דיוק הקטן מ- 10^{-3} ?

ד. מה הדיוק של המספר כאשר יש בו 10 ספרות מימין לנקודה העשרונית?

9) באיזה בסיס כל אחת מהמשוואות הבאות נכונה:

א. $(101)^2 + 2004 = 12210$.

ב. $3 \cdot 5 + 24 = 51$.

ג. $\frac{40 - 7 \cdot 2}{6} = 3$.

10) מצא את הבסיס שבו כל אחד מהשוויונות הבאים הוא נכון:

א. $\sqrt{301} = 13$.

ב. $\sqrt[4]{121} = 3$.

11) מצא את כל הבסיסים שבהם אי השוויונים הבאים הם נכונים:

א. $(11)^2 < 122$.

ב. $(11)^3 < 1451$.

12 לפניך המשוואה הבאה: $(22)_x + (22)_y = (102)_x$, כאשר x ו- y הם בסיסים שונים ($x \neq y$).

- א. מצא קשר בין x ו- y (זכור כי: $x, y \in \mathbb{N}$).
- ב. ידוע כי ההפרש בין הבסיסים הוא 1. מצא את x ו- y .

תשובות סופיות:

- 1** א. $(100110)_2$ ב. $(101101)_2$ ג. $(11110100)_2$
- ד. $(101000001)_2$ ה. $(0.001)_2$ ו. $(0.11011)_2$
- ז. $(0.0101010001\dots)_2$ ח. $(0.110101\dots)_2$ ט. $(1100.01)_2$
- י. $(100000.011)_2$ יא. $(100.00010001\dots)_2$ יב. $(111101.01010001\dots)_2$
- 2** $(61.25)_{10} = (2021.020202\dots)_3 = (75.2)_8$
- 3** א. $(5)_{16}$ ב. $(B)_{16}$ ג. $(95)_{16}$ ד. $(DD6D)_{16}$
- ה. $(5.8)_{16}$ ו. $(25.2E)_{16}$
- 4** א. $(5)_8$ ב. $(13)_8$ ג. $(225)_8$ ד. $(3350555)_8$
- ה. $(5.4)_8$ ו. $(45.134)_8$
- 5** א. $(11111011)_2$ ב. $(010000001010)_2$ ג. $(1001.1001)_2$
- ד. $(110110)_2$ ג. $(111000010)_2$ ו. $(010.011010)_2$
- 6** א. $(0.1011)_2 = (0.54)_8 = (0.B)_{16}$
- ב. $(0.101101)_2 = (0.55)_8 = (0.B4)_{16}$
- 7** א. $(36)_9$ ב. $(203)_5$ ג. $(324)_6$ ד. $(0.12)_6$ ה. $(16.34)_8$
- 8** א. $(0.1023410234\dots)_5$ ב. $\overline{10234}$ ג. 0.102 ד. $7.1 \cdot 10^{-5}$
- 9** א. $r=5$ ב. $r=6$ ג. $r=8$
- 10** א. $r=4$ ב. $r=8$
- 11** א. כל בסיס שמקיים: $r \geq 3$ ב. כל בסיס שמקיים: $r \geq 6$
- 12** א. $x = 1 + \sqrt{2y+3}$ ב. $x = 4, y = 3$

מספרים משלימים:

סיכום כללי:

- בהינתן מערכת ספרות בבסיס r נוכל להגדיר שני סוגי משלימים:
- המשלים ל- $r-1$ (באנגלית: The Diminished Radix Complement).
 - המשלים ל- r (באנגלית: The Radix Complement).

המשלים ל- $r-1$:

המשלים ל- $r-1$ של מספר N בעל n ספרות, בבסיס r , הוא: $\bar{N} = (r^n - 1) - N$.

המשלים ל- r :

המשלים ל- r של מספר N בעל n ספרות, בבסיס r , הוא: $\bar{N} = r^n - N$. כדי למצוא את המשלים ל- r ניתן לקחת את המשלים ל- $r-1$ ולהוסיף 1 לתוצאה.

מציאת המשלימים של שברים:

במקרה של שבר נתעלם מהנקודה ונבצע את אותן השיטות. לבסוף נחזיר את הנקודה לתוצאה במיקום היחסי שבו היא הייתה.

הערה:

- לביצוע המשלים ל-1 (של מספר בינארי) יש להפוך את כל הסיביות שלו.
- לביצוע המשלים ל-2 (של מספר בינארי) יש להעתיק את כל הסיביות (מה-LSB) עד ה-1 הראשון. לאחר מכן יש להפוך את יתרת הסיביות.

שאלות:

- (1) כתוב את המשלימים של המספרים העשרוניים הבאים לפי כל שיטה:
- א. המשלים ל-9 של $(8054)_{10}$.
 - ב. המשלים ל-9 של $(0.625)_{10}$.
 - ג. המשלים ל-10 של $(8054)_{10}$.
 - ד. המשלים ל-10 של $(0.625)_{10}$.

- (2) כתוב את המשלימים של המספרים הבינאריים הבאים לפי כל שיטה:
- א. המשלים ל-1 של 110101.
 - ב. המשלים ל-1 של 0.00011.
 - ג. המשלים ל-2 של 110101.
 - ד. המשלים ל-2 של 0.00011.

- (3) נתון המספר 5AF3.

- א. מצא את המשלים ל-16 של המספר הנ"ל.
- ב. המר את המספר לבינארי ומצא את המשלים ל-2 שלו.
- ג. המר את התוצאה מהסעיף הקודם והשווה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

- (1) א. 1945 ב. 9.374 ג. 1946 ד. 9.375
- (2) א. 001010 ב. 1.111 ג. 001011 ד. 1.11101
- (3) א. A50D ב. 1010010100001101

חיסור מספרים עם שיטות המשלים:

סיכום כללי:

חיסור בשיטת המשלים ל- r :

בהינתן החיסור: $M - N$ בבסיס r , נבצע את התהליך הבא:

1. הוסף למחוסר $(r^n - N)$ וקבל את המספר: $M - N + r^n$.
2. אם $M \geq N$ תוצאת החיבור הנ"ל תהיה גדולה מ- r^n ונקבל קרי (End carry). לכן נתעלם מספרת ה-MSB והתוצאה תורכב משאר הספרות.
3. אם $M < N$ הסכום לא יפיק קרי והוא יהיה שווה ל- $r^n - (N - M)$ אשר קטן מ- r^n . כדי לקבל את המספר הסופי יש לקחת את המשלים של הסכום (אשר הוא $(N - M)$) ולהוסיף סימן מינוס מקדימה.

המשלים ל- r :

המשלים ל- r של מספר N בעל n ספרות, בבסיס r הוא: $\bar{N} = r^n - N$. כדי למצוא את המשלים ל- r ניתן לקחת את המשלים ל- $r-1$ ולהוסיף 1 לתוצאה.

מציאת המשלימים של שברים:

במקרה של שבר נתעלם מהנקודה ונבצע את אותן השיטות. לבסוף נחזיר את הנקודה לתוצאה במיקום היחסי שבו היא הייתה.

חיסור בשיטת המשלים ל- $r-1$:

- נזכור כי המשלים בשיטה זו קטן ב-1 מהמשלים בשיטה הקודמת. לכן בשלב מציאת המשלים נקבל תוצאה אשר קטנה ב-1 ביחס למשלים ל- r .
1. אם $M \geq N$ נבצע את אותו התהליך, רק שכעת נויריד את הקרי ונוסיף 1.
 2. אם $M < N$ נבצע את אותו התהליך ללא צורך להוסיף 1 לתוצאה הסופית.

שאלות:

(1) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א. $(3752 - 748)_{10}$ בעזרת המשלים ל-10.

ב. $(352 - 6408)_{10}$ בעזרת המשלים ל-10.

ג. $(3752 - 748)_{10}$ בעזרת המשלים ל-9.

ד. $(352 - 6408)_{10}$ בעזרת המשלים ל-9.

(2) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א. $(10110110 - 10010)_2$ בעזרת המשלים ל-2.

ב. $(10010 - 11000011)_2$ בעזרת המשלים ל-2.

ג. $(10110110 - 10010)_2$ בעזרת המשלים ל-1.

ד. $(10010 - 11000011)_2$ בעזרת המשלים ל-1.

תשובות סופיות:

(1) א. 3004 ב. -6056 ג. 3004 ד. -6056.

(2) א. 10100100 ב. -10110001 ג. 10100100 ד. -10110001.

פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים:

סיכום כללי:

הצגת מספר מכוון:

מקרה ראשון (Signed): $\boxed{a_0} \boxed{a_1} \boxed{a_2} \cdots \boxed{a_n}$
sign magnitude

מקרה שני (Unsigned): $\boxed{a_0} \boxed{a_1} \boxed{a_2} \cdots \boxed{a_n}$
magnitude

3 דרכים להציג מספרים מכוונים:

- הצגת סימן-גודל: Sign-Magnitude
- הצגת משלים ל-1: Signed-1's-complement representation.
- הצגת משלים ל-2: Signed-2's-complement representation.

הצגת מספר עשרוני ב-3 השיטות:

Singed-2's complement	Singed-1's complement	Signed Magnitude	ערך עשרוני
0111	0111	0111	+7
0110	0110	0110	+6
0101	0101	0101	+5
0100	0100	0100	+4
0011	0011	0011	+3
0010	0010	0010	+2
0001	0001	0001	+1
0000	0000	0000	+0
-	1111	1000	-0
1111	1110	1001	-1
1110	1101	1010	-2
1101	1100	1011	-3
1100	1011	1100	-4
1011	1010	1101	-5
1010	1001	1110	-6
1001	1000	1111	-7
1000	-	-	-8

שאלות:

(1) הצג את המספרים הבאים בשלוש השיטות: שיטת Sign-Magnitude, שיטת המשלים ל-1 ושיטת המשלים ל-2.
 א. -43 ב. -75 ג. -158

(2) לפניך שני מספרים הנתונים בהצגת Sign-Magnitude: (+3562), (+863). המר את המספרים לפי שיטת המשלים ל-10 וחשב את:
 א. (+3562) + (+863) ב. (+3562) + (-863)
 ג. (-3562) + (+863) ד. (-3562) + (-863)

(3) נתונים המספרים: +73 ו-42+. המר את המספרים לבסיס בינארי בעזרת שיטת המשלים ל-2, חשב את התרגילים הבאים והחזר לבסיס עשרוני:
 א. (+42) + (-73) ב. (-42) + (-73)

(4) נתונים המספרים: $a = (01000101.0011)_2$ ו- $b = (10110)_2$ המיוצגים בשיטת המשלים ל- $r-1$. חשב את ערך תוצאת החילוק: $\frac{a}{b}$ (רשום גם בשיטת המשלים ל- $r-1$).

(5) נתונים המספרים: $a = (1010010.1)_2$ ו- $b = (1000)_2$ המיוצגים בשיטת המשלים ל- r . חשב את ערך תוצאת החילוק: $\frac{a}{b}$ (רשום גם בשיטת המשלים ל- r).

תשובות סופיות:

- (1) א. Sign Magnitude: 10101011; 1's complement: 11010100 ; 2's complement: 11010101
 ב. Sign Magnitude: 11001011; 1's complement: 10110100 ; 2's complement: 10110101
 ג. Sign Magnitude: 110011110; 1's complement: 101100001 ; 2's complement: 101100010
- (2) א. +4425 ב. +2699 ג. -2699 ד. -4425
- (3) א. -31 ב. -115
- (4) 1's complement: 1000.0100
- (5) 2's complement: 1010.0101

קודים בינאריים:

סיכום כללי:

להלן ריכוז הקודים הבינאריים הנפוצים:

Gray	8,4,-2,-1	Excess 3	2,4,2,1	BCD	ערך עשרוני
0000	0000	0011	0000	0000	0
0001	0111	0100	0001	0001	1
0011	0110	0101	0010	0010	2
0010	0101	0110	0011	0011	3
0110	0100	0111	0100	0100	4
0111	1011	1000	1011	0101	5
0101	1010	1001	1100	0110	6
0100	1001	1010	1101	0111	7
1100	1000	1011	1110	1000	8
1101	1111	1100	1111	1001	9
1111	0001	0000	0101	1010	10
1110	0010	0001	0110	1011	11
1010	0011	0010	0111	1100	12
1011	1100	1101	1000	1101	13
1001	1101	1110	1001	1110	14
1000	1110	1111	1010	1111	15

עבור הקודים BCD, 2,4,2,1, Excess 3 ו-8,4,-2,-1 הצירופים המתאימים לערכים העשרוניים 10-15 לא קיימים ולא חוקיים.

טבלת קוד ASCII:

$b_4b_3b_2b_1$	$b_7b_6b_5$							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	'	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	{	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	!
1101	CR	GS	-	=	M	}	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

סיבית הזוגיות (parity bit):

היות וקוד ASCII מורכב מ-7 ביטים, נוכל להוסיף ביט נוסף בצד המשמעותי ביותר וניתן לערך שלו להיות 1 או 0 על מנת שסכום ה-1-ים יהיה זוגי. לביט הנוסף קוראים סיבית הזוגיות.

שאלות:

- (1) הצג את המספר העשרוני 5401 לפי כל אחד מהקודים הבאים:
 - א. ייצוג בינארי רגיל (ללא קידוד).
 - ב. בקוד BCD.
 - ג. בקוד Excess-3.
 - ד. בקוד 8,4,-2,-1.
 - ה. בקוד 2,4,2,1.

- (2) כתוב את המספרים העשרוניים 423 ו-629 לפי BCD ובצע חיבור שלהם בבסיס זה.

- (3) מגדירים בסיס בן 4 ספרות שמקבל את המשקלים 6,3,1,1. כתוב טבלת התאמה עבור 10 הספרות העשרוניות.

- (4) מגדירים קוד בינארי בן 10 סיביות המייצג כל אחת מעשר הספרות העשרוניות. כל ספרה מקבלת קוד המורכב מתשעה אפסים ו-1 אחד.
 - א. הצע 2 דרכים להצגת הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה (שני קידודים שונים).
 - ב. כעת מציעים קוד נוסף, המייצג את 10 הספרות העשרוניות באמצעות 5 סיביות באופן הבא:
 - עבור מספרים זוגיים ואפס, הקוד מכיל 4 אפסים ו-1 אחד במיקום הסידורי של מחצית המספר הזוגי.
 - עבור מספרים אי-זוגיים, הקוד מכיל 4 אחדים ו-0 אחד במקום הסידורי של מחצית מהמספר העוקב של המספר האי-זוגי.
 - i. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 01000?
 - ii. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 10111?
 - iii. כתוב בקוד הנ"ל את הספרות 4,5.

- (5) כתוב את קוד ASCII עבור: "Hello World!" ע"י שימוש ב-8 סיביות וסיבית זוגיות הקובעת מספר זוגי של 1-ים.

6) קוד Bi-quinary הוא קוד שהיה משמש בחשבוניות ובמחשבים קדומים.
זה הוא קוד בן 7 סיביות הבנוי לפי המשקלים : 5043210.

א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה ותאר מה מיוחד בו.

ב. חשב את הסכום : $1000100+0100100$ וכתוב את התוצאה באמצעות הקוד.

ג. האם הוספת סיבית זוגיות תועיל בשיטת קידוד זו?
מה ניתן לומר על אופן הצגת הספרות בשיטה זו?

7) צורת קידוד שכיחה במערכות טלקומוניקציה נקראת m מתוך n כאשר הערכים m ו- n נבחרים להיות כאלו שנותנים 10 צירופים שונים.
סוג נפוץ של קוד זה הוא : קוד 2 מתוך 5.
בשיטת קידוד זו קיימות 10 אפשרויות הצגת מספרים לפי המשקלים : 01236.
ככלל, את המספר 0 מציגים ע"י 01100.
א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד 2 out of 5.
ב. כתוב את המספר הבא בצורה עשרונית : 11000 01100 00110 00011.

תשובות סופיות:

- (1) א. 1010100011001 ב. 0101010000000001 ג. 1000011100110100
 ד. 1011010000000111 ה. 1011010000000001
- (2) 1052.
- (3) להלן טבלת התאמה:

ערך עשרוני	6,3,1,1
0	0000
1	0001 או 0010
2	0011
3	0100
4	0101 או 0110
5	0111
6	1000
7	1001 או 1010
8	1011
9	1100

- (4) א. להלן 2 צורות ייצוג של הקוד:

קידוח	ערך עשרוני
1000000000	0
0100000000	1
0010000000	2
0001000000	3
0000100000	4
0000010000	5
0000001000	6
0000000100	7
0000000010	8
0000000001	9

קידוח	ערך עשרוני
0000000001	0
0000000010	1
0000000100	2
0000001000	3
0000010000	4
0000100000	5
0001000000	6
0010000000	7
0100000000	8
1000000000	9

- ב. i. 6. ב. ii. 7. ב. iii. 4 : 00100, 5 : 11011.

- (5) להלן הקוד:

$\underbrace{01001000}_H$ $\underbrace{01100101}_e$ $\underbrace{01101100}_i$ $\underbrace{01101100}_l$ $\underbrace{01101111}_o$ $\underbrace{10100000}_-$
 $\underbrace{11010111}_w$ $\underbrace{10100000}_o$ $\underbrace{01110010}_r$ $\underbrace{01101100}_l$ $\underbrace{11100100}_d$ $\underbrace{00100001}_!$

6) א. טבלה מופיעה למטה. ב. $(1010000)_{Bi}$ ג. סיבית זוגיות לא תועיל מכיוון שכל מילת קוד מכילה שני ביטים של 1 ולכן לא תאפשר זיהוי שגיאות.

ספרה עשרונית	Bi-Quinary
0	0100001
1	0100010
2	0100100
3	0101000
4	0110000
5	1000001
6	1000010
7	1000100
8	1001000
9	1010000

7) א. להלן טבלה: ב. 1059.

קידוד: 01236	ערך עשרוני
01100	0
11000	1
10100	2
10010	3
01010	4
00110	5
10001	6
01001	7
00101	8
00011	9

ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה:

סיכום כללי:

תיאור השיטה:

ייצוג מספרים בצורה מדעית, ע"י שימוש בנקודה העשרונית, Fixed point representation או Floating point representation. נקרא בשם:

$$(N)_{10} = \pm (d.xxxx) \cdot 10^{yyyy} \quad ; \quad d, xxxx, yyyy \in [0:9]$$

$$(N)_2 = \pm (1.xxxx) \cdot 2^{\pm yyyy} \quad ; \quad x, y \in \{0,1\}$$

אופן הייצוג:

הצגת מידע לפי תקן IEEE754 : $(-1)^{Sign} \cdot (1.xxx) \cdot 2^{\pm yyyy}$ או $(-1)^{Sign} \cdot (1 + Fraction) \cdot 2^{Exponent}$ כאשר מקצים את הביטים לכל חלק באופן הבא:



שדה ה-Exponent ושדה ה-Fraction מכילים את הערכים הבינאריים של המספר. עבור ערכים שליליים נשתמש בייצוג לפי המשלים ל-2.

הערכת סדרי גודל:

טווח מספרים לחזקות: $Exponent \in [2^7 - 1 : -2^7] = [127 : -128]$.

השבר המירבי הוא: $1 - 2^{-23}$ (רצף של 1-ים) ולכן מגדירים: $1 \leq 1 + Fraction < 2$.

רמת דיוק מירבית של שבר (רזולוציה) היא: 2^{-23} .

כמות המספרים הניתנים להצגה בשיטת הנקודה הצפה: $[2^{127} : 2^{-128}] = [10^{38} : 10^{-38}]$.

כמות המספרים הניתנים להצגה בייצוג בינארי רגיל: $[2^{31} - 1 : -2^{31}] = [10^{10} : -10^{10}]$.

שאלות:

(1) כתוב את המספרים העשרוניים הבאים בשיטת הנקודה הצפה:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| א. 67 | ב. 3225 |
| ג. -145 | ד. -4421 |
| ה. 0.375 | ו. -0.15625 |
| ז. 0.078125 | ח. -0.00390625 |
| ט. $-732.5 \cdot 10^{-1}$ | י. $0.420625 \cdot 10^4$ |

(2) רשום את המספרים הבאים בייצוג Floating Point לפי הפורמט

הבא: $(s, e_1, e_0, m_2, m_1, m_0)$ כאשר s היא סיבית הסימן, e_1, e_0 מייצגים

את החזקה ו- m_2, m_1, m_0 מייצגים את ה-mantissa.

ערך המספר הוא: $(-1)^s \cdot 2^{2e_1+e_0} \cdot (m_2 \cdot 2^2 + m_1 \cdot 2^1 + m_0 \cdot 2^0)$

(ציין האם ניתן לייצגם במדויק).

- א. 5
ב. -17
ג. 42
ד. -45

(3) מצא את המספרים הבאים המיוצגים בשיטת ה-Floating point

לפי סטנדרט IEEE754:

- א. 0-10001011-011000000000000000000000
ב. 1-01101001-101000000000000000000000
ג. 1-11111101-000100000000000000000000

4) למדנו כי מספר המיוצג בשיטת ה-Floating point מורכב מ-3 חלקים:

- i. Mantissa – מספר בעל N_m ספרות.
- ii. Exponent - מספר בעל N_e ספרות.
- iii. Sign – ספרה אחת.

להלן צורת ההצגה הכללית:

Sign – ספרה אחת	Exponent - N_e ספרות	Mantissa - N_m ספרות
-----------------	------------------------	------------------------

המספר המיוצג הוא: $(-1)^{sign} \cdot M \cdot 2^E$ כאשר M הוא המספר המיוצג ע"י $1 + N_m$, ו- E הוא המספר המיוצג ע"י N_e . נזכור כי שני המספרים, ה-Mantissa וה-Exponent מיוצגים ע"י שיטת המשלים ל-2.

1. נגדיר תחום דינאמי של שיטת הייצוג בתור תחום המספרים הניתנים לייצוג.
2. נגדיר את הרזולוציה של שיטת הייצוג בתור המרחק המירבי בין זוג מספרים סמוכים המוצגים באותה השיטה.

במחשב סיני עתיק מוצגים מספרים בשיטת ה-Floating point לפי המבנה הבא:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sign	Exponent					Mantissa					

כאשר ה-Exponent מכיל סיבית סימן (ועבור מספרים שליליים נעזר במשלים ל-2).

- א. מהם טווח הייצוג (התחום הדינאמי) והרזולוציה של מחשב זה?
- ב. נדרש לשנות את התחום הדינאמי והרזולוציה ע"י שינוי בחלוקת הספרות בין שדה ה-Mantissa וה-Exponent. מצא את התחום הדינאמי המירבי והמינימלי האפשריים ואת הרזולוציה המרבית והמינימלית האפשרית.

תשובות סופיות:

- (1) א. 01000010100001100000000000000000
 ב. 01000101010010011001000000000000
 ג. 11000011000100010000000000000000
 ד. 11000101100010100010100000000000
 ה. 00111110110000000000000000000000
 ו. 10111110001000000000000000000000
 ז. 00111101101000000000000000000000
 ח. 10111011100000000000000000000000
 ט. 11000010100100101000000000000000
 י. 01000101100000110111001000000000

- (2) א. 000101 ב. לא ניתן להציג -17 ולכן נציג -16 : 111010
 ג. לא ניתן להציג 42 ולכן נציג 40 : 011101
 ד. לא ניתן להציג -45 ולכן נציג -48 : 111110

- (3) א. 5632 ב. $-387.430191 \cdot 10^{-7}$ ג. $-9.03875 \cdot 10^{37}$

- (4) א. טווח הייצוג: $-32 \cdot 2^{15} < A < 31 \cdot 2^{15}$

רזולוציה מינימלית: 2^{-16} רזולוציה מקסימלית: 2^{15} .

ב. להלן פירוט:

רזולוציה	תחום דינאמי	צורת חלוקה
$\max : 2^{511}$ $\min : 2^{-512}$	$-2^{511} < A < 2^{511}$	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
$\max : 2$ $\min : 1$	$-512 < A < 511$	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11