

# מערכות ספרתיות

ספר תרגילים

## הקדמה כללית:

קורס מבוא לתלמידי הנדסה העוסק בהכרות עם העולם הספרתי החל מייצוג מידע ע"י מספרים בינאריים, אלגברה בוליאנית, פונקציות בוליאניות, וכלה בלוגיקה צירופית וסדרתית. הקורס פותח בעקרונות יסודיים אשר מתארים את ההתנהגות של מערכות ספרתיות כיום. ההבנה במהלך הקורס נבנית תחילה ע"י ביסוס הטכניקה הנדרשת ע"י מספרים בינאריים ושיטות ייצוג המידע הנפוצות, לאחר מכן ביסוס הטכניקה והעבודה עם אלגברה בוליאנית ופונקציות בוליאניות. קורס ממשיך לשערים לוגיים ולוגיקה צירופית תוך שימת דגש על בלוקים מפורסמים כגון מחבר מלא, מרבב, מקודד, מפענח ועוד. חלקו האחרון של הקורס מודגש למערכות משוב החל מדלגלים וכלה במכונות מצבים לפי המודלים המוקבלים ועקרונות בתכנון מערכות אלו.

מטרת הקורס היא ליצור בסיס איתן אשר ילווה את התלמיד בהמשך הדרך בקורסים מתקדמים באלקטרוניקה תקבילית וספרתית.

הספר מחולק לפרקים המסודרים לפי נושאים כמקובל ללמד במוסדות השונים ומכיל את כל החומר הנדרש במוסדות האקדמאים השונים בארץ. ספר זה הינו ספר תרגילים אשר מכיל את כל החומר שמועבר באתר.

### **לכל התרגילים והתיאוריה בספר פתרונות מלאים באתר [www.Gool.co.il](http://www.Gool.co.il)**

הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותי היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

**בהצלחה!**

**צוות האתר גול**

**ספר זה בנוי לפי הפרקים הבאים:**

- 1 ..... ייצוג מספרים
- 16..... אלגברה בוליאנית ופונקציות בוליאניות
- 33..... צמצומים ומימושים של פונקציות בוליאניות

כל פרק פותח בתוכן עניינים מפורט בו תוכלו להתרשם מהסידור הפנימי והנושאים הכלולים בפרק זה. סדר הצגת הנושאים בספר זה ובאתר 'גול' הינו עקבי ומאפשר עבודה שוטפת במהלך הלימוד.

## תוכן העניינים:

2	ייצוג מספרים
2	ייצוג מספרים בבסיסים שונים : שאלות
2	תשובות סופיות :
3	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים : שאלות
3	תשובות סופיות :
4	המרות מספרים בין בסיסים : שאלות
4	תשובות סופיות :
5	מספרים משלימים : שאלות
6	תשובות סופיות :
7	חיסור מספרים עם שיטות המשלים : שאלות
7	תשובות סופיות :
8	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים : שאלות
8	תשובות סופיות :
9	קודים בינאריים : שאלות
11	תשובות סופיות :
13	ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה : שאלות
13	תשובות סופיות :
15	תשובות סופיות :

# פרק 1

## ייצוג מספרים

### ייצוג מספרים בבסיסים שונים:

#### שאלות:

- (1) המר את המספרים הבינאריים הבאים לעשרוניים:
- |          |                     |
|----------|---------------------|
| א. 1011  | ב. 1001001000110010 |
| ג. 10.01 | ד. 11011.00101      |
- (2) מצא את ערכם העשרוני של המספרים הבאים בבסיסים שלהם:
- |              |               |                |
|--------------|---------------|----------------|
| א. $(25)_6$  | ב. $(32)_4$   | ג. $(121)_3$   |
| ד. $(1.2)_3$ | ה. $(43.2)_6$ | ו. $(41.23)_5$ |
- (3) מצא את ערכם העשרוני של המספרים ההקסדצימלים הבאים:
- |        |         |         |
|--------|---------|---------|
| א. FB1 | ב. 20AB | ג. 3B.A |
|--------|---------|---------|

#### תשובות סופיות:

- |             |          |           |                    |
|-------------|----------|-----------|--------------------|
| (1) א. 11   | ב. 37425 | ג. 2.25   | ד. 27.1875         |
| (2) א. 17   | ב. 14    | ג. 16     | ד. $1\frac{2}{3}$  |
| (3) א. 4017 | ב. 8363  | ג. 59.625 | ה. $27\frac{1}{3}$ |
|             |          |           | ו. 21.52           |

## פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים:

### שאלות:

- (1) נתונים שני המספרים הבאים : A : 10011011 , B : 10001101.  
 א. חשב את הסכום של שני המספרים בבסיס בינארי.  
 ב. חשב את ההפרש : A-B.

- (2) חשב את הסכומים וההפרשים הבאים :

א.  $(4AB)_{16} + (80E)_{16}$       ב.  $(FF20)_{16} - (E40A)_{16}$   
 ג.  $(702)_8 + (45)_8$       ד.  $(360)_8 - (21)_8$   
 ה.  $(122)_3 + (210)_3$       ו.  $(221)_3 - (102)_3$

- (3) חשב את המכפלות הבאות :

א.  $(AB)_{16} \cdot (E7)_{16}$       ב.  $(750)_8 \cdot (62)_8$       ג.  $(1001)_2 \cdot (101)_2$

- (4) חשב את חילוק המספרים הבאים :

א.  $110100 : 100$   
 ב.  $1111000 : 1100$   
 ג.  $1100100 : 1101$

### תשובות סופיות:

- (1) א. 100101000      ב. 1110  
 (2) א.  $(CB9)_{16}$       ב.  $(1B16)_{16}$       ג.  $(747)_8$       ד.  $(337)_8$       ה.  $(1102)_3$       ו.  $(112)_3$   
 (3) א.  $(9A4D)_{16}$       ב.  $(57520)_8$       ג.  $(101101)_2$   
 (4) א. 1101      ב. 1010      ג. 111 ושארית של 1001.

## המרות מספרים בין בסיסים:

### שאלות:

(1) המר את המספרים העשרוניים הבאים למספרים בינאריים:

א. 38	ב. 45
ג. 244	ד. 321
ה. 0.125	ו. 0.84375
ז. 0.33	ח. 0.833
ט. 12.25	י. 32.375
יא. 4.07	יב. 61.32

(2) כתוב את המספר העשרוני  $(61.25)_{10}$  בבסיס 3 ובבסיס 8.

(3) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס הקסדצימלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(4) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס אוקטלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(5) כתוב את המספרים הבאים בבסיס בינארי:

א. $(FB)_{16}$	ב. $(40A)_{16}$
ג. $(9.9)_{16}$	ד. $(66)_8$
ה. $(702)_8$	ו. $(2.32)_8$

- 6) המר את המספרים העשרוניים הבאים לבסיס בינארי, אוקטלי והקסדצימלי:  
 א. 0.6875.  
 ב. 0.714 (מצא מספרים בדיוק של 6 ספרות לפחות).

**תשובות סופיות:**

- 1) א.  $(100110)_2$       ב.  $(101101)_2$       ג.  $(11110100)_2$   
 ד.  $(101000001)_2$       ה.  $(0.001)_2$       ו.  $(0.11011)_2$   
 ז.  $(0.0101010001\dots)_2$       ח.  $(0.110101\dots)_2$       ט.  $(1100.01)_2$   
 י.  $(100000.011)_2$       יא.  $(100.00010001\dots)_2$       יב.  $(111101.01010001\dots)_2$
- 2)  $(75.2)_8 = (2021.020202\dots)_3 = (61.25)_{10}$
- 3) א.  $(5)_{16}$       ב.  $(B)_{16}$       ג.  $(95)_{16}$       ד.  $(DD6D)_{16}$   
 ה.  $(5.8)_{16}$       ו.  $(25.2E)_{16}$
- 4) א.  $(5)_8$       ב.  $(13)_8$       ג.  $(225)_8$       ד.  $(3350555)_8$   
 ה.  $(5.4)_8$       ו.  $(45.134)_8$
- 5) א.  $(11111011)_2$       ב.  $(010000001010)_2$       ג.  $(1001.1001)_2$   
 ד.  $(110110)_2$       ג.  $(111000010)_2$       ו.  $(010.011010)_2$
- 6) א.  $(0.B)_{16} = (0.54)_8 = (0.1011)_2$   
 ב.  $(0.B4)_{16} = (0.55)_8 = (0.101101)_2$



## מספרים משלימים:

### שאלות:

- (1) כתוב את המשלימים של המספרים העשרוניים הבאים לפי כל שיטה:
- המשלים ל-9 של  $(8054)_{10}$ .
  - המשלים ל-9 של  $(0.625)_{10}$ .
  - המשלים ל-10 של  $(8054)_{10}$ .
  - המשלים ל-10 של  $(0.625)_{10}$ .
- (2) כתוב את המשלימים של המספרים הבינאריים הבאים לפי כל שיטה:
- המשלים ל-1 של 110101.
  - המשלים ל-1 של 0.00011.
  - המשלים ל-2 של 110101.
  - המשלים ל-2 של 0.00011.
- (3) נתון המספר 5AF3.
- מצא את המשלים ל-16 של המספר הנ"ל.
  - המר את המספר לבינארי ומצא את המשלים ל-2 שלו.
  - המר את התוצאה מהסעיף הקודם והשווה לסעיף א'.

### תשובות סופיות:

- (1) א. 1945    ב. 9.374    ג. 1946    ד. 9.375
- (2) א. 001010    ב. 1.111    ג. 001011    ד. 1.11101
- (3) א. A50D    ב. 0101101011110011

## חיסור מספרים עם שיטות המשלים:

### שאלות:

(1) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א.  $(3752 - 748)_{10}$  בעזרת המשלים ל-10.

ב.  $(352 - 6408)_{10}$  בעזרת המשלים ל-10.

ג.  $(3752 - 748)_{10}$  בעזרת המשלים ל-9.

ד.  $(352 - 6408)_{10}$  בעזרת המשלים ל-9.

(2) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א.  $(10110110 - 10010)_2$  בעזרת המשלים ל-2.

ב.  $(10010 - 11000011)_2$  בעזרת המשלים ל-2.

ג.  $(10110110 - 10010)_2$  בעזרת המשלים ל-1.

ד.  $(10010 - 11000011)_2$  בעזרת המשלים ל-1.

### תשובות סופיות:

(1) א. 3004      ב. -6056      ג. 3004      ד. -6056.

(2) א. 10100100      ב. -10110001      ג. 10100100      ד. -10110001.

## פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים:

### שאלות:

- (1) הצג את המספרים הבאים בשלוש השיטות: שיטת Sign-Magnitude, שיטת המשלים ל-1 ושיטת המשלים ל-2.
- א. -43      ב. -75      ג. -158
- (2) לפניך שני מספרים הנתונים בהצגת Sign-Magnitude: (+3562), (+863). המר את המספרים לפי שיטת המשלים ל-10 וחשב את:
- א.  $(+3562) + (+863)$       ב.  $(+3562) + (-863)$
- ג.  $(-3562) + (+863)$       ד.  $(-3562) + (-863)$
- (3) נתונים המספרים: +73 ו-42. המר את המספרים לבסיס בינארי בעזרת שיטת המשלים ל-2, חשב את התרגילים הבאים והחזר לבסיס עשרוני:
- א.  $(+42) + (-73)$       ב.  $(-42) + (-73)$

### תשובות סופיות:

- (1) א. Sign Magnitude: 10101011; 1's complemt: 11010100 ; 2's complemt: 11010101
- ב. Sign Magnitude: 11001011; 1's complemt: 10110100 ; 2's complemt: 10110101
- ג. Sign Magnitude: 110011110; 1's complemt: 101100001 ; 2's complemt: 101100010
- (2) א. +4425      ב. +2699      ג. -2699      ד. -4425
- (3) א. -31      ב. -115

## קודים בינאריים:

### שאלות:

- (1) הצג את המספר העשרוני 5401 לפי כל אחד מהקודים הבאים:
- א. ייצוג בינארי רגיל (ללא קידוד).
  - ב. בקוד BCD.
  - ג. בקוד Excess-3.
  - ד. בקוד 8,4,-2,-1.
  - ה. בקוד 2,4,2,1.
- (2) כתוב את המספרים העשרוניים 423 ו-629 לפי BCD ובצע חיבור שלהם בבסיס זה.
- (3) מגדירים בסיס בן 4 ספרות שמקבל את המשקלים 6,3,1,1. כתוב טבלת התאמה עבור 10 הספרות העשרוניות.
- (4) מגדירים קוד בינארי בן 10 סיביות המייצג כל אחת מעשר הספרות העשרוניות. כל ספרה מקבלת קוד המורכב מתשעה אפסים ו-1 אחד.
- א. הצע 2 דרכים להצגת הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה (שני קידודים שונים).
  - ב. כעת מציעים קוד נוסף, המייצג את 10 הספרות העשרוניות באמצעות 5 סיביות באופן הבא:
    - עבור מספרים זוגיים ואפס, הקוד מכיל 4 אפסים ו-1 אחד במיקום הסידורי של מחצית המספר הזוגי.
    - עבור מספרים אי-זוגיים, הקוד מכיל 4 אחדים ו-0 אחד במקום הסידורי של מחצית מהמספר העוקב של המספר האי-זוגי.
    - i. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 01000?
    - ii. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 10111?
    - iii. כתוב בקוד הנ"ל את הספרות 4,5.
- (5) כתוב את קוד ASCII עבור: "Hello World!" ע"י שימוש ב-8 סיביות וסיבית זוגיות הקובעת מספר זוגי של 1-ים.

6) קוד Bi-quinary הוא קוד שהיה משמש בחשבוניות ובמחשבים קדומים.  
זה הוא קוד בן 7 סיביות הבנוי לפי המשקלים : 5043210.

א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה ותאר מה מיוחד בו.

ב. חשב את הסכום :  $1000100+0100100$  וכתוב את התוצאה באמצעות הקוד.

ג. האם הוספת סיבית זוגיות תועיל בשיטת קידוד זו?  
מה ניתן לומר על אופן הצגת הספרות בשיטה זו?

7) צורת קידוד שכיחה במערכות טלקומוניקציה נקראת  $m$  מתוך  $n$  כאשר הערכים  $m$  ו- $n$  נבחרים להיות כאלו שנותנים 10 צירופים שונים.  
סוג נפוץ של קוד זה הוא : קוד 2 מתוך 5.  
בשיטת קידוד זו קיימות 10 אפשרויות הצגת מספרים לפי המשקלים : 01236.  
ככלל, את המספר 0 מציגים ע"י 01100.  
א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד 2 out of 5.  
ב. כתוב את המספר הבא בצורה עשרונית : 11000 01100 00110 00011.

**תשובות סופיות:**

- (1) א. 1010100011001      ב. 0101010000000001      ג. 1000011100110100  
 ד. 1011010000000111      ה. 1011010000000001
- (2) 1052.
- (3) להלן טבלת התאמה:

ערך עשרוני	6,3,1,1
0	0000
1	0001 או 0010
2	0011
3	0100
4	0101 או 0110
5	0111
6	1000
7	1001 או 1010
8	1011
9	1100

- (4) א. להלן 2 צורות ייצוג של הקוד:

קידוד	ערך עשרוני
1000000000	0
0100000000	1
0010000000	2
0001000000	3
0000100000	4
0000010000	5
0000001000	6
0000000100	7
0000000010	8
0000000001	9

קידוד	ערך עשרוני
0000000001	0
0000000010	1
0000000100	2
0000001000	3
0000010000	4
0000100000	5
0001000000	6
0010000000	7
0100000000	8
1000000000	9

- ב. i. 6.      ב. ii. 7.      ב. iii. 4 : 00100, 5 : 11011.

- (5) להלן הקוד:

$\underbrace{01001000}_H$   $\underbrace{01100101}_e$   $\underbrace{01101100}_i$   $\underbrace{01101100}_l$   $\underbrace{01101111}_o$   $\underbrace{10100000}_-$   
 $\underbrace{11010111}_w$   $\underbrace{10100000}_o$   $\underbrace{01110010}_r$   $\underbrace{01101100}_l$   $\underbrace{11100100}_d$   $\underbrace{00100001}_!$

6) א. טבלה מופיעה למטה. ב.  $(1010000)_{Bi}$  ג. סיבית זוגיות לא תועיל מכיוון שכל מילת קוד מכילה שני ביטים של 1 ולכן לא תאפשר זיהוי שגיאות.

ספרה עשרונית	Bi-Quinary
0	0100001
1	0100010
2	0100100
3	0101000
4	0110000
5	1000001
6	1000010
7	1000100
8	1001000
9	1010000

7) א. להלן טבלה: ב. 1059.

קידוד: 01236	ערך עשרוני
01100	0
11000	1
10100	2
10010	3
01010	4
00110	5
10001	6
01001	7
00101	8
00011	9

## ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה:

### שאלות:

(1) כתוב את המספרים העשרוניים הבאים בשיטת הנקודה הצפה:

א. 67	ב. 3225
ג. -145	ד. -4421
ה. 0.375	ו. -0.15625
ז. 0.078125	ח. -0.00390625

(2) רשום את המספרים הבאים בייצוג Floating Point לפי הפורמט הבא:  $(s, e_1, e_0, m_2, m_1, m_0)$  כאשר  $s$  היא סיבית הסימן,  $e_1, e_0$  מייצגים את החזקה ו- $m_2, m_1, m_0$  מייצגים את ה-mantissa.

ערך המספר הוא:  $(-1)^s \cdot 2^{2e_1+e_0} \cdot (m_2 \cdot 2^2 + m_1 \cdot 2^1 + m_0 \cdot 2^0)$   
(ציין האם ניתן לייצגם במדויק).

- א. 5  
ב. -17  
ג. 42  
ד. -45

(3) מצא את המספרים הבאים המיוצגים בשיטת ה-Floating point לפי סטנדרט IEEE754:

- א. 0-00001010-011000000000000000000000  
ב. 1-11101010-101000000000000000000000  
ג. 1-10000010-000010000000000000000000



4) למדנו כי מספר המיוצג בשיטת ה-Floating point מורכב מ-3 חלקים:

- i. Mantissa – מספר בעל  $N_m$  ספרות.
- ii. Exponent - מספר בעל  $N_e$  ספרות.
- iii. Sign – ספרה אחת.

להלן צורת ההצגה הכללית:

Sign – ספרה אחת	Exponent - $N_e$ ספרות	Mantissa - $N_m$ ספרות
-----------------	------------------------	------------------------

המספר המיוצג הוא:  $(-1)^{sign} \cdot M \cdot 2^E$  כאשר  $M$  הוא המספר המיוצג ע"י  $N_e + 1$ ,  
ו- $E$  הוא המספר המיוצג ע"י  $N_e$ . נזכור כי שני המספרים, ה-Mantissa וה-Exponent מיוצגים ע"י שיטת המשלים ל-2.

1. נגדיר תחום דינאמי של שיטת הייצוג בתור תחום המספרים הניתנים לייצוג.
2. נגדיר את הרזולוציה של שיטת הייצוג בתור המרחק המירבי בין זוג מספרים סמוכים המוצגים באותה השיטה.

במחשב סיני עתיק מוצגים מספרים בשיטת ה-Floating point לפי המבנה הבא:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sign	Exponent					Mantissa					

כאשר ה-Exponent מכיל סיבית סימן (ועבור מספרים שליליים נעזר במשלים ל-2).

- א. מהם טווח הייצוג (התחום הדינאמי) והרזולוציה של מחשב זה?
- ב. נדרש לשנות את התחום הדינאמי והרזולוציה ע"י שינוי בחלוקת הספרות בין שדה ה-Mantissa וה-Exponent. מצא את התחום הדינאמי המירבי והמינימלי האפשריים ואת הרזולוציה המרבית והמינימלית האפשרית.

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $.00000011000001100000000000000000$   
 ב.  $.00000101110010011001000000000000$   
 ג.  $.10000011100100010000000000000000$   
 ד.  $.10000110000010100010100000000000$   
 ה.  $.01111110100000000000000000000000$   
 ו.  $.11111101010000000000000000000000$   
 ז.  $.01111110001000000000000000000000$   
 ח.  $.11111000000000000000000000000000$
- (2) א.  $000101$  ב. לא ניתן להציג -17 ולכן נציג -16 :  $111010$   
 ג. לא ניתן להציג 42 ולכן נציג 40 :  $.011101$   
 ד. לא ניתן להציג -45 ולכן נציג -48 :  $.111110$
- (3) א.  $5632$  ב.  $-387.430191 \cdot 10^{-9}$  ג.  $1.2122 \cdot 10^{-38}$
- (4) א. טווח הייצוג:  $-32 \cdot 2^{15} < A < 31 \cdot 2^{15}$   
 רזולוציה מינימלית:  $2^{-16}$  רזולוציה מקסימלית:  $2^{15}$ .  
 ב. להלן פירוט:

רזולוציה	תחום דינאמי	צורת חלוקה												
$\max : 2^{511}$ $\min : 2^{-512}$	$-2^{511} < A < 2^{511}$	<table border="1"> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td> </tr> </table>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
$\max : 2$ $\min : 1$	$-512 < A < 511$	<table border="1"> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td> </tr> </table>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			

## תוכן העניינים:

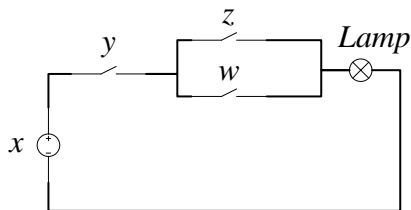
17	פרק 2	17
17	אלגברה בוליאנית ופונקציות בוליאניות	17
17	אלגברה בוליאנית :	17
17	שאלות :	17
19	תשובות סופיות :	19
20	פונקציות בוליאניות :	20
20	שאלות :	20
23	תשובות סופיות :	23
25	צורות קנוניות וסטנדרטיות של פונקציות :	25
25	שאלות :	25
27	תשובות סופיות :	27
29	פונקציות בוליאניות נוספות :	29
29	שאלות :	29
31	תשובות סופיות :	31

## פרק 2

# אלגברה בוליאנית ופונקציות בוליאניות

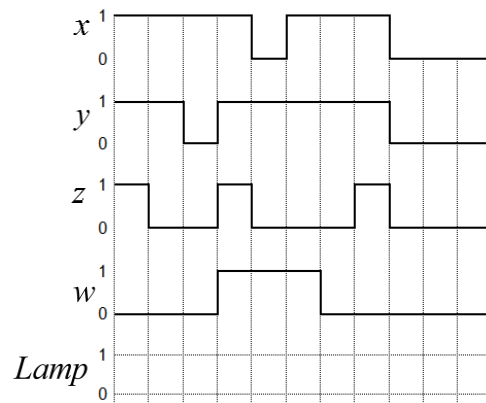
### אלגברה בוליאנית:

#### שאלות:



- (1) במעגל שלפניך מסמנים:  
 $x$  - מקור מתח,  $y, z, w$  - מפסקים  
 ו-  $Lamp$  היא מנורה שבמוצא המעגל.

לפניך גרף לוגי המתאר את מצבי המפסקים ומקור המתח כאשר ערך של '0' מעיד על מפסק סגור ומקור מתח כבוי, וערך של '1' לוגי מתאר מפסק פתוח ומקור מתח פעיל. בהינתן מצבי המתגים ומקור המתח בכל יחידת זמן, קבע האם המנורה תהיה דלוקה או כבויה:



- (2) הוכח את זהויות המיתוג הבאות בעזרת טבלת אמת:

- צמצום:  $x + xy = x$ .
- חוק הפילוג:  $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$ .
- דה מורגן עבור שלושה משתנים:  $\overline{\overline{x + y + z}} = \overline{\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}}$ .
- קונסנזוס (כלל ההסכמה):  $xy + \overline{x}z + yz = xy + \overline{x}z$ .

3 פשט את הביטויים הבאים (הסבר עבור כל מעבר בוליאני באיזה אקסיומה או זהות בוליאנית השתמשת):

א.  $x + x'y$

ב.  $\bar{x} + \bar{y} + zy\bar{x}$

ג.  $ab + dab\bar{c} + \bar{a}b$

ד.  $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}BC$

ה.  $\bar{b} \cdot (\bar{a} + \bar{c}) \cdot (b + a) + \bar{b} \cdot \bar{a} + \bar{b} \cdot \bar{c}$

ו.  $a + \bar{a} \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d + \dots$

4 הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

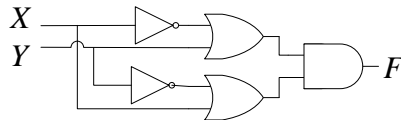
א.  $(b+a)(b+\bar{a})(\bar{b}+\bar{a})(\bar{b}+a) = 0$

ב.  $(a+b)(abc + \bar{b}(a+c)) + ab\bar{c}(a + \bar{a}b) = a$

ג.  $\bar{X}\bar{Z} + X\bar{Y} + YZ = \bar{X}Y + \bar{Y}Z + XZ$

ד.  $X(X + \bar{X}) + (\bar{Y} + X)(\bar{X} + X) = \bar{X}\bar{Y}$

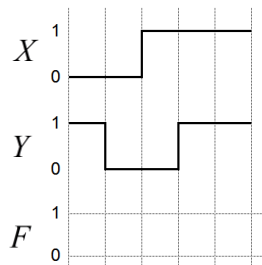
5 נתונה הדיאגרמה הלוגית הבאה:



א. כתוב ביטוי בוליאני מתאים לסרטוט.

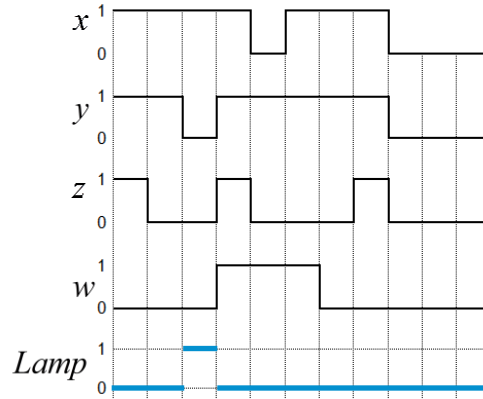
ב. מה יהיה המוצא עבור ערכי כניסות X

ו-Y כפי שמופיעים בציר הזמן הבא:



תשובות סופיות:

(1) א. להלן איור:



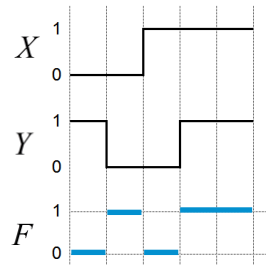
(2) שאלת הוכחה.

(3) א.  $x+y$     ב.  $\bar{x}+\bar{y}$     ג.  $b$     ד.  $A\bar{C}+B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}+\bar{A}C$

ה. 1.    ו.  $a+b+c+d+\dots$

(4) טענות נכונות: א', ב', ג'    טענות שגויות: ד'.

(5) א.  $F = (\bar{X} + Y)(X + \bar{Y})$     ב. להלן איור:



## פונקציות בוליאניות:

### שאלות:

(1) כתוב את טבלת האמת עבור הפונקציות הבאות:

א.  $F = xyz$

ב.  $F = xy + \bar{x} + \bar{xy}$

ג.  $F = x(\bar{y} + y\bar{z}) + \bar{x}z$

ד.  $F = a + \bar{a}b + c(\bar{a} + \bar{b})$

(2) פשט את הפונקציות הבאות כך שמספר הליטרלים שיופיע בכל אחת מהן יהיה מינימלי:

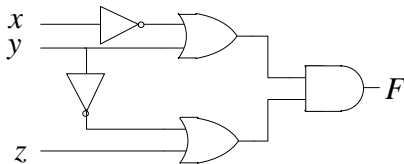
א.  $F = \bar{x}(x + y) + x$

ב.  $F = xy + wxy\bar{z} + \bar{xy}$

ג.  $F = xyzw + \bar{xyz}w + yz$

ד.  $F = x(\bar{y}z + \bar{z}) + \bar{xy} + \bar{y}(\bar{x} + \bar{x}z)$

ה.  $F = (x + y) \cdot (\bar{x} + z) \cdot (y + z) + x$



(3) נתונה הסכמה הלוגית הבאה:

א. כתוב את הפונקציה  $F$  בצורה מתמטית.

ב. רשום את טבלת האמת של הפונקציה.

(4) בשאלה זו נעסוק בבדיקת זוגיות/אי-זוגיות של סכום מספרים.

נתונה פונקציה המקבלת 2 קלטים באופן הבא:

$x_1$  מסמן את הזוגיות של המספר הראשון, 1 אם המספר זוגי ו-0 אם המספר אי-זוגי.

$x_2$  מסמן את הזוגיות של המספר השני, 1 אם המספר זוגי ו-0 אם המספר אי-זוגי.

המוצא של הפונקציה יהיה 0 אם הסכום של הקלטים  $x_1$  ו- $x_2$  הוא אי-זוגי,

ו-1 אם סכומם זוגי.

א. כתוב טבלת אמת עבור הפונקציה המתוארת.

ב. שרטט דיאגרמה לוגית בעזרת שערים לוגיים המממשת את הפונקציה הנ"ל.

5) לפניך טבלה עם הפונקציות  $f_1$  ו- $f_2$  :

$a$	$b$	$c$	$f_1$	$f_2$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

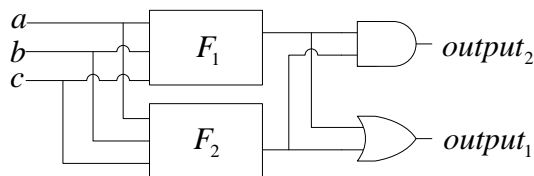
- א. כתוב את הביטוי הבוליאני המבטא את הפונקציות הנ"ל.  
 ב. שרטט דיאגרמה לוגית בעזרת שערים לוגיים המממשת את הפונקציות הנ"ל.

6) נתונה הפונקציה הבאה :  $F_1 = \bar{x} \cdot \bar{z} + yz$  :

- א. מצא את המשלים לפונקציה  $\bar{F}_1$ .  
 ב. הראה שמתקיים :  $F_1 \bar{F}_1 = 0$ .  
 ג. הראה שמתקיים :  $F_1 + \bar{F}_1 = 1$ .

7) נתונה הפונקציה הבאה :  $F_1 = abc\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + c$  :

- א. ממש את הפונקציה באמצעות שערים לוגיים.  
 ב. מגדירים פונקציה נוספת,  $F_2$  עבור אותם משתני כניסה. בסכמה הבאה מתוארים שני חיבורים של הפונקציות  $F_1$  ו- $F_2$ . ידוע כי המוצא  $output_1$  שווה ל-1 לוגי עבור כל ערכי הכניסה.



- i. מצא את הביטוי המתמטי של  $F_2$ .  
 ii. מצא את מוצא המערכת  $output_2$  עבור כל אחד מערכי הכניסה וממש מעגל שקול עבור יציאה זו.





תשובות סופיות:

(1) להלן טבלאות אמת:

א.

$x y$	$F = xy + \bar{x} \cdot \bar{y}$
00	1
01	0
10	0
11	1

ב.

$x y z$	$F = xyz$
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	0
110	0
111	1

ג.

$x y z$	$F = x(\bar{y} + y\bar{z}) + \bar{x}z$
000	0
001	1
010	0
011	1
100	1
101	1
110	1
111	0

ד.

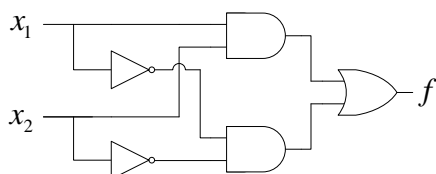
$a b c$	$F = a + \bar{a}b + c(\bar{a} + \bar{b})$
000	0
001	1
010	1
011	1
100	1
101	1
110	1
111	1

(2) א.  $F = x + y$  ב.  $F = y$  ג.  $F = yz$  ד.  $F = x\bar{z} + \bar{y}$  ה.  $F = x + y$

(3) א.  $F = (\bar{x} + y)(\bar{y} + z)$  ב. להלן טבלה:

$x y z$	$F = (\bar{x} + y)(\bar{y} + z)$
000	1
001	1
010	0
011	1
100	0
101	0
110	0
111	1

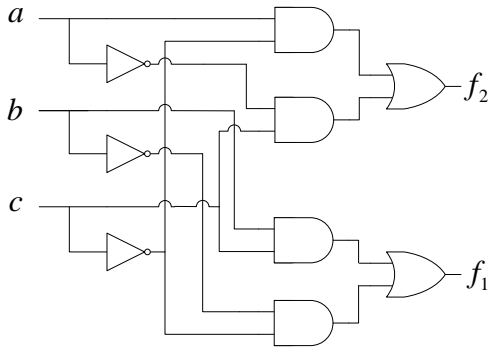
ב. להלן דיאגרמה לוגית:



(4) א. להלן טבלת האמת:

$x_1 x_2$	$f$
00	1
01	0
10	0
11	1

5) א.  $f_1 = bc + \bar{b}\bar{c}$  ;  $f_2 = \bar{a}c + a\bar{c}$  . ב להלן דיאגרמה לוגית :



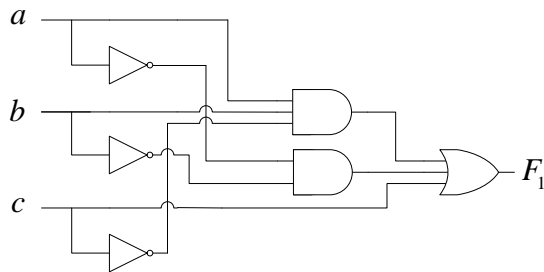
6) א.  $\bar{F}_1 = x\bar{y} + z\bar{y} + x\bar{z}$  . ב. ii. להלן מימוש :

7) א. להלן דיאגרמה לוגית : ב. i.  $F_2 = ac + bc$  . ב. ii. להלן מימוש :

a.

b. 0 —  $out_2$

c.



## צורות קנוניות וסטנדרטיות של פונקציות:

### שאלות:

(1) המר כל אחת מהפונקציות הבאות לצורתה הקנונית השנייה:

א.  $f(x, y, z) = \sum(2, 4, 6)$

ב.  $f(a, b, c) = \prod(0, 2, 3, 5, 6)$

ג.  $f(A, B, C, D) = \prod(0, 2, 3, 9, 10, 12)$

(2) מצא את צורת POS ו SOP של הפונקציות הבאות,

כלומר, הצג אותן באמצעות  $\sum$  ו-  $\prod$ :

ב. פונקציות בשלושה משתנים:

א. פונקציות בשני משתנים:

x	y	z	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

x	y	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

(3) בטא את המשלים לפונקציות הבאות בצורה של SOP, כלומר בצורת  $\sum$ :

א.  $f(x, y, z, w) = \sum(0, 1, 4, 5, 12, 15)$

ב.  $f(x, y, z) = \prod(2, 5, 7)$

(4) מצא את צורת POS ו SOP של הפונקציות הבאות,

כלומר, הצג אותן באמצעות  $\sum$  ו-  $\prod$ :

א.  $f(x, y, z) = xy + \bar{x}\bar{y} + \bar{x}z$

ב.  $f(a, b, c) = (a + c)(\bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + \bar{b}c)$

ג.  $f(x, y, z, w) = \bar{y}w + xw + yw$

ד.  $f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{c}d + ab\bar{d} + ab\bar{d}$

ה.  $f(a, b, c, d, e) = ab + c(d + e)$

5) נתונה פונקציה בוליאנית  $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  בעלת  $n$  ערכי כניסה

כאשר  $x_0$  הוא ה-MSB.

א. התייחס לפונקציה:  $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = x_0$  וענה על השאלות הבאות:

i. כמה איברי minterms יש לפונקציה? כתוב אותם.

ii. עבור כמה ערכים הפונקציה תקבל ערך של '0'?

ב. התייחס לפונקציה:  $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = x_0 x_1$  וענה על השאלות הבאות:

i. כמה איברי minterms יש לפונקציה? כתוב אותם.

ii. עבור כמה ערכים הפונקציה תקבל ערך של '1'?

ג. כתוב ביטוי לפונקציה  $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  שיקבל '1' רק עבור שני ערכים.

כמה אפשרויות כאלו ישנן?

ד. כתוב ביטוי לפונקציה  $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  שיקבל '1' רק עבור ערך אחד

בלבד. כמה אפשרויות כאלה ישנן?

6) סרטט דיאגרמות לוגיות של הפונקציות הבאות הנתונות בצורות SOP ו-POS:

א.  $f(x, y, z) = \sum(1, 2, 4, 7)$

ב.  $f(a, b, c, d) = \sum(0, 3, 12, 14)$

ג.  $f(x_0, x_1, x_2) = \prod(1, 4, 5)$

ד.  $f(x, y, z, w) = \prod(3, 9, 10, 13)$

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $f(x, y, z) = \prod(0, 1, 3, 5, 7)$  . ג.  $f(a, b, c) = \sum(1, 4, 7)$

ג.  $f(A, B, C, D) = \sum(1, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 15)$

(2) א.  $f_1(x, y) = \sum(0, 3) = \prod(1, 2)$  ,  $f_2(x, y) = \sum(1, 2) = \prod(0, 3)$

ב.  $f_1(x, y, z) = \sum(0, 3, 6, 7) = \prod(1, 2, 4, 5)$  ,  $f_2(x, y, z) = \sum(1, 2, 5) = \prod(0, 3, 4, 6, 7)$

(3) א.  $f(x, y, z, w) = \sum(2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14)$  . ג.  $f(x, y, z) = \sum(2, 5, 7)$

(4) א.  $f(x, y, z) = \sum(0, 1, 3, 6, 7) = \prod(2, 4, 5)$  . ג.  $f(a, b, c) = \sum(1, 3, 4, 5) = \prod(0, 2, 6, 7)$

ג.  $f(x, y, z, w) = \sum(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) = \prod(0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14)$

ד.  $f(a, b, c, d) = \sum(0, 1, 2, 5, 9, 11, 12, 13, 14) = \prod(3, 4, 6, 7, 8, 10, 15)$

ה.  $f(a, b, c, d, e) = \sum(5, 6, 7, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31)$   
 $= \prod(0, 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 20)$

(5) א. i.  $2^{n-1}$  איברים והם:  $f(x_0, \dots, x_{n-1}) = m_{2^{n-1}} + m_{2^{n-1}+1} + \dots + m_{2^n-1}$

א. ii. הפונקציה תקבל ערך י' עבור  $2^{n-1}$  האיברים הראשונים.

ב. i.  $2^{n-2}$  איברים והם:  $f(x_0, \dots, x_{n-1}) = m_{3 \cdot 2^{n-2}} + m_{3 \cdot 2^{n-2}+1} + \dots + m_{2^n-1}$

ב. ii. הפונקציה תקבל ערך י' עבור  $2^{n-2}$  האיברים האחרונים.

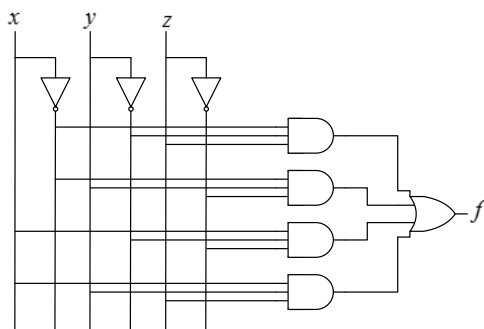
ג. כל פונקציה מהצורה:  $f(x_0, \dots, x_{n-1}) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq t}}^{n-1} x_k$  כאשר  $0 \leq t \leq n-1$

יש בסה"כ  $n \cdot 2^{n-1}$  צירופים אפשריים.

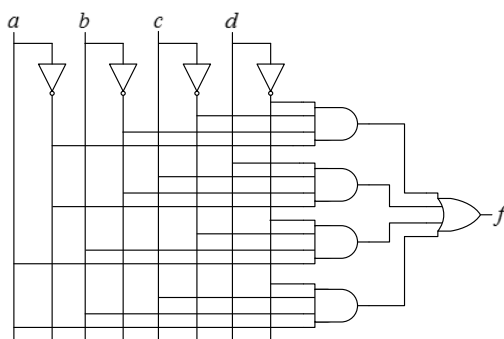
ד. רק פונקציה מהצורה:  $f(x_0, \dots, x_{n-1}) = \prod_{k=0}^{n-1} x_k$  כאשר קיימות  $2^n$  אפשרויות כאלו.

6) להלן הדיאגרמות:

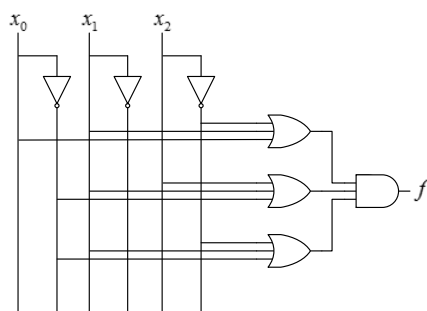
א.



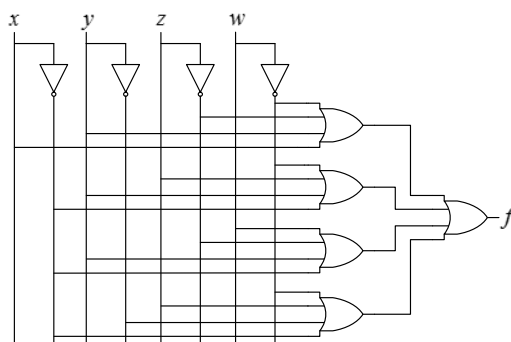
ב.



ג.



ד.



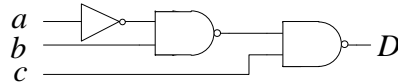
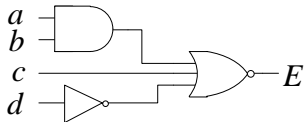
## פונקציות בוליאניות נוספות:

### שאלות:

1) עבור הדיאגרמות הלוגיות הבאות רשום את הביטוי הבוליאני המתמטי המבטא את פעולת המעגל לכל אחת מפונקציות המוצא:

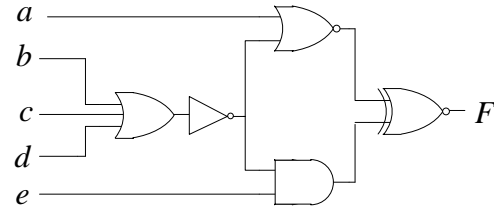
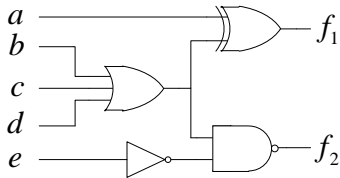
א.

ב.



ג.

ד.



2) ממש את הפונקציה הבאה:  $F = xy + \bar{x} \cdot \bar{y} + y\bar{z}$

א. בעזרת שערי AND, OR ו-NOT בלבד.

ב. בעזרת שערי AND ו-NOT בלבד.

ג. בעזרת שערי NAND ו-NOT בלבד.

ד. בעזרת שערי OR ו-NOT בלבד.

ה. בעזרת שערי NOR ו-NOT בלבד.

3) ממש את הפונקציה הבאה:  $F = x + y + \bar{x}z + y\bar{z}$

א. בעזרת שערי AND, OR ו-NOT בלבד.

ב. בעזרת שערי AND ו-NOT בלבד.

ג. בעזרת שערי NAND ו-NOT בלבד.

ד. בעזרת שערי OR ו-NOT בלבד.

ה. בעזרת שערי NOR ו-NOT בלבד.



4) בדוק אסוציאטיביות (קיבוציות) וקומוטטיביות (חילופיות) לכל אחד מהאופרטורים הבאים:

א. אופרטור XOR.

ב. אופרטור NOR.

ג. אופרטור NAND.

ד. אופרטור equivalence.

5) הוכח כי האופרטורים NOR ו-NAND אינם פילוגים זה ביחס לזה.

תשובות סופיות:

ב.  $E = \overline{ab+c+d} = \overline{a} \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d$

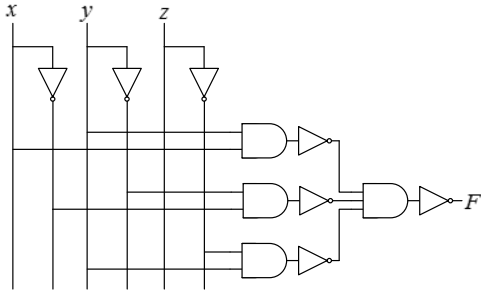
א. (1)  $D = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c} = \overline{a}b + \overline{c}$

ד.  $f_1 = \overline{a}b\overline{c}d + \overline{a}b + \overline{a}c + \overline{a}d$ ,  $f_2 = e + \overline{b}c\overline{d}$

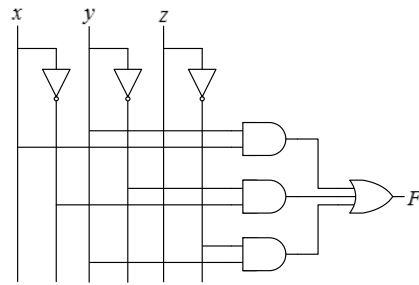
ג.  $F = a\overline{e} + ab + ac + ad + \overline{b}c\overline{d}e$

(2) להלן הדיאגרמות:

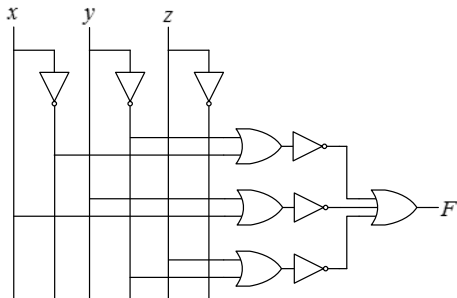
ב.



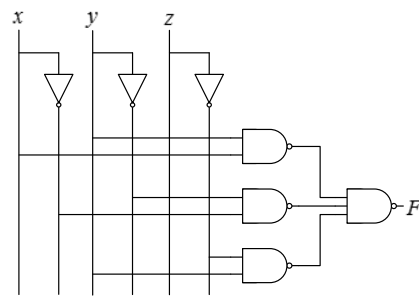
א.



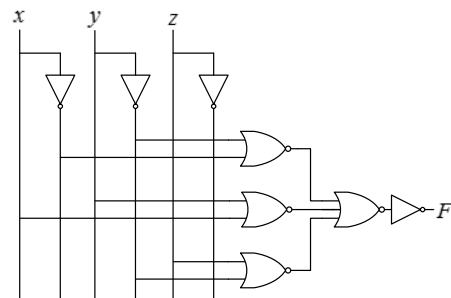
ד.



ג.

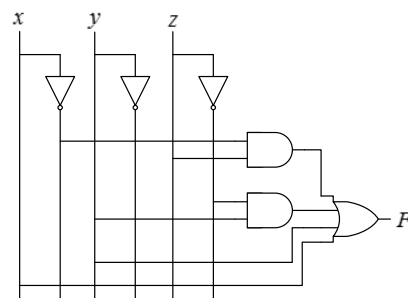


ה.

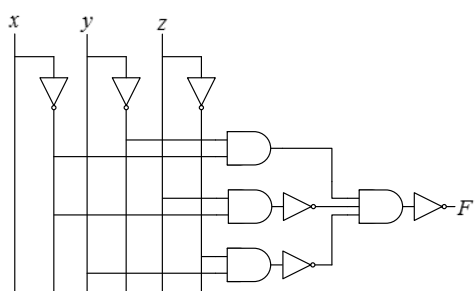


3) להלן הדיאגרמות:

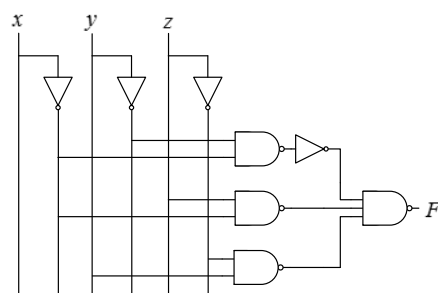
א.



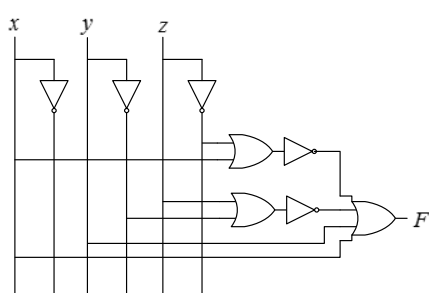
ב.



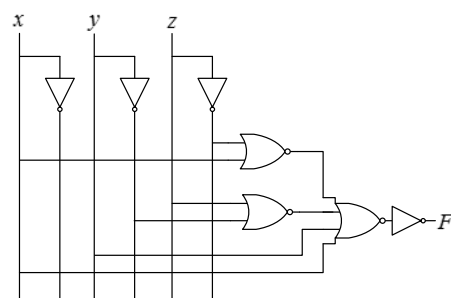
ג.



ד.



ה.



## תוכן העניינים:

34	פרק 3
34	צמצומים ומימושים של פונקציות בוליאניות
34	צמצומים של פונקציות באמצעות מפת קרנו :
34	שאלות :
36	תשובות סופיות :
38	צמצום באמצעות שיטת QM :
38	שאלות :
39	תשובות סופיות :
40	מימושים בעזרת פונקציות NAND ו-NOR :
40	שאלות :
41	תשובות סופיות :
43	מימושים בעזרת פונקצית XOR :
43	שאלות :
45	תשובות סופיות :

## פרק 3

# צמצומים ומימושים של פונקציות בוליאניות

### צמצומים של פונקציות באמצעות מפת קרנו:

#### שאלות:

(1) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת מפת קרנו של 3 משתנים:

א.  $f(x, y, z) = \sum(0, 6, 7)$

ב.  $f(x, y, z) = \sum(0, 2, 5, 7)$

ג.  $f(x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 4, 6)$

ד.  $f(x, y, z) = \sum(0, 2, 3, 6, 7)$

(2) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת מפת קרנו של 4 משתנים:

א.  $f(x, y, z, w) = \sum(1, 5, 9, 12, 13, 15)$

ב.  $f(a, b, c, d) = \sum(1, 3, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

(3) עבור הפונקציות הבאות מצא את הגורמים הראשוניים PI, ואת הגורמים הראשוניים החיוניים EPI:

א.  $f(a, b, c, d) = \sum(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15)$

ב.  $f(a, b, c, d) = \sum(2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

(4) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת מפת קרנו:

א.  $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{z} + \bar{x}z + x\bar{y}z$

ב.  $f(x, y, z, w) = \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w} + x\bar{y}\bar{w} + \bar{y}z\bar{w} + xy\bar{z}w + xyz$

ג.  $f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{c}d + \bar{a}bcd + b\bar{c}\bar{d}$

(5) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת מפת קרנו :

א.  $f(x, y, z) = \prod(0, 2, 3, 6)$

ב.  $f(x, y, z, w) = \prod(0, 1, 4, 6, 9, 11, 12, 14)$

(6) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת מפת קרנו של 5 משתנים :

א.  $f(A, B, C, D, E) = \sum(1, 3, 5, 7, 17, 19, 21, 25, 29)$

ב.  $f(x, y, z, w, p) = xy\bar{z}\bar{w}p + xy\bar{z}wp + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}p\bar{y}z$

(7) צמצם את הפונקציות הבוליאניות הבאות בצירוף תנאי ה don't care הבאים :

א.  $f(a, b, c, d) = \sum(2, 4, 10, 12, 14) + \Phi(0, 8, 9, 13)$

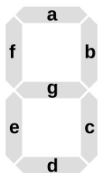
ב.  $f(a, b, c, d) = \sum(0, 1, 4, 8) + \Phi(5, 10, 15)$

(8) בחברה מסוימת, מעוניינים להעסיק עובד חדש בתחום ההנדסה. התכונות הרלוונטיות לתפקיד הם :

$S = \{\text{software graduate}\}$  ,  $H = \{\text{hardware graduate}\}$  ,  $E = \{\text{experience in software}\}$

החברה תסכים להזמין לראיון עבודה מועמד בעל תואר בתוכנה או ניסיון בתוכנה, אך בשום פנים ואופן לא מועמד מתחום החומרה אשר חסר ניסיון בתוכנה. כתוב את פונקציה בוליאנית שמחזירה ערך של 1 אם המועמד הוזמן לראיון עבודה ו-0 אם המועמד לא הוזמן לראיון עבודה.

(9) השאלה שלפנינו עוסקת בתכנון גרסה של 7-segment-decoder שמקבל כקלט מספר בין 0 ל-15 בייצוג הקסדצימלי. המערכת מוציאה כפלט  $a, b, c, d, e, f, g$



כך שכל אחד מהם יקבל 1 כאשר הסגמנט המתאים צריך להידלק. הקלט הוא למעשה מספר בין 0 ל-9 והתכנון יציג באמצעות הסגמנטים את הספרה המתאימה במוצא. צירופים עבור הספרות 10-15 לא יתכנו ולכן אין משמעות לערכי הסגמנטים עבור ספרות אלו.

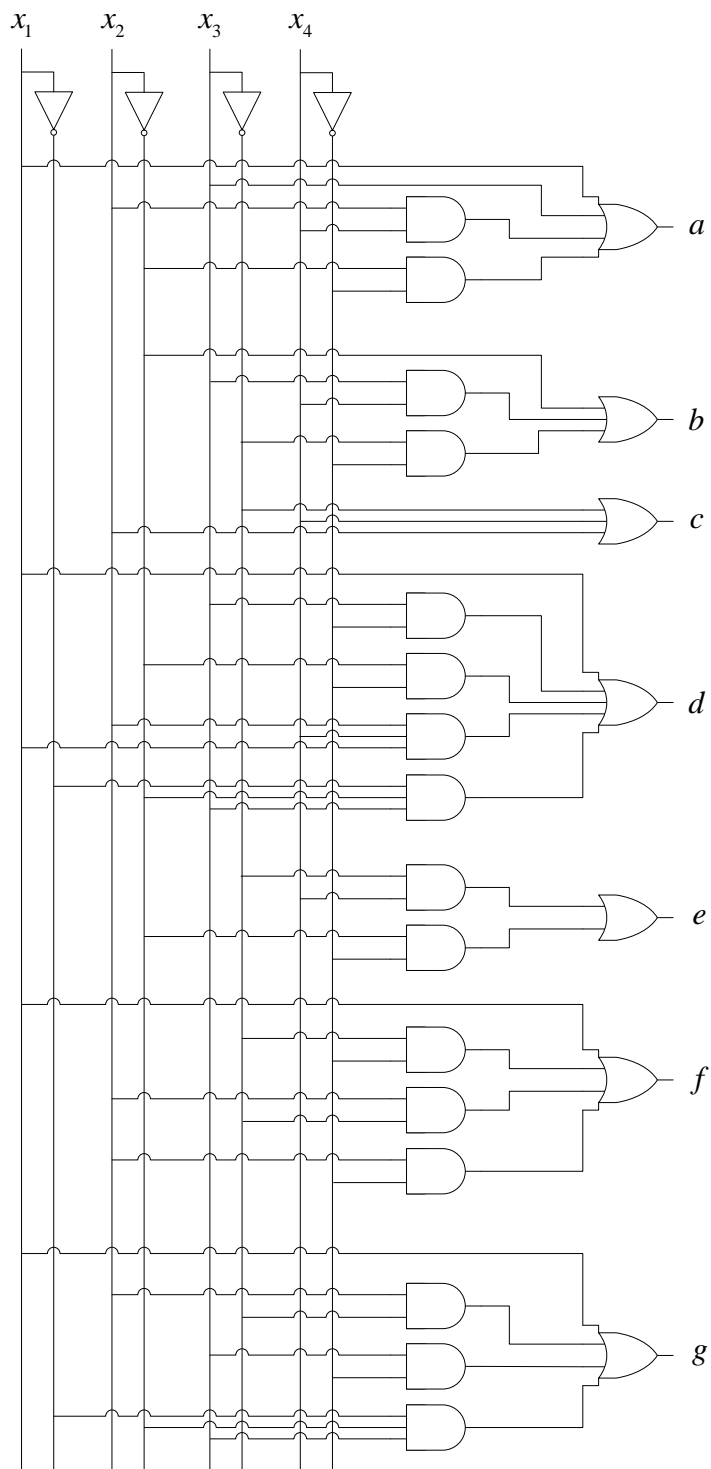
א. פשט את הפונקציות של הסגמנטים באמצעות מפת קרנו.

ב. סרטט תרשים לוגי של ה-7-segment-decoder.

תשובות סופיות:

1. א.  $f(x, y, z) = \bar{x} \bar{y} \bar{z} + xy$       ב.  $f(x, y, z) = \bar{x} \bar{z} + xz$   
 ג.  $f(x, y, z) = \bar{z} + \bar{x} \bar{y}$       ד.  $f(x, y, z) = y + \bar{x} \bar{z}$
2. א.  $f(x, y, z, w) = \bar{z}w + xy\bar{z} + xyw$       ב.  $f(a, b, c, d) = ac + ab + cd + \bar{a}\bar{b}d$
3. א.  $\bar{b}\bar{d}, bd$  : EPI       $\bar{a}\bar{d}, \bar{a}b$  : PI      ניתן לכתוב:  $f(a, b, c, d) = \bar{b}\bar{d} + bd + \begin{cases} \bar{a}\bar{d} \\ \bar{a}b \end{cases}$   
 ב.  $\bar{b}c, b\bar{c}$  : EPI       $ab, ac$  : PI      ניתן לכתוב:  $f(a, b, c, d) = \bar{b}c + b\bar{c} + \begin{cases} ab \\ ac \end{cases}$
4. א.  $f(x, y, z) = \bar{x} + \bar{y}z$       ב.  $f(x, y, z, w) = \bar{y}w + xyw + xz\bar{w}$   
 ג.  $f(a, b, c, d) = \bar{b}c + \bar{b}d + \bar{a}\bar{b}c$
5. א.  $f(x, y, z) = x\bar{y} + xz + \bar{y}z$       ב.  $f(x, y, z, w) = yw + \bar{x} \bar{y} z + x\bar{y}w$
6. א.  $f(A, B, C, D, E) = \bar{A}\bar{B}E + A\bar{D}E + \bar{B}\bar{C}E$       ב.  $f(x, y, z, w, p) = \bar{y} \bar{z} + xz\bar{p} + \bar{x} \bar{y} p$
7. א.  $f(a, b, c, d) = \bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{d} + \bar{b} \bar{d}$       ב.  $f(a, b, c, d) = \bar{a} \bar{c} + \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
8.  $f(S, H, E) = S + \bar{H}$
9. א. נסמן 4 משתני כניסה עבור המספר העשרוני באופן הבא:  $x_1, x_2, x_3, x_4$   
 ונמצא פונקציות לכל סגמנט לפי החוקיות הנדרשת:
- $a(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 + x_1 + x_2x_4 + \bar{x}_2\bar{x}_4$   
 $b(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_2 + x_3x_4 + \bar{x}_3\bar{x}_4$   
 $c(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_3 + x_4 + x_2$   
 $d(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_2\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$   
 $e(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_3x_4 + \bar{x}_2\bar{x}_4$   
 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + \bar{x}_3\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_3 + x_2\bar{x}_4$   
 $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2\bar{x}_3 + x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$

ב. להלן מימוש :





## צמצום באמצעות שיטת QM:

### שאלות:

- (1) פשט את הפונקציות הבאות בעזרת שיטת QM:
- א.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum(0, 2, 3, 6, 7, 8, 10, 12, 13)$
- ב.  $f(x, y, z, w, p) = \sum(1, 3, 5, 7, 17, 19, 21, 25, 29)$

- (2) בצומת מסוים ישנם 5 רמזורים להולכי רגל המסומנים ב- $a, b, c, d, e$ , כל אחד מראה אור אדום או אור ירוק. ידוע כי בצומת זו חייבים להתקיים הצירופים הבאים ואך ורק הם. כל צירוף אחר אינו תקין ועלול לסכן את הולכי הרגל.

מספר תנאי	פירוט
1.	הרמזורים $b, c$ או $d$ צריכים להראות אור ירוק כאשר כל השאר מראים אור אדום.
2.	זוגות הרמזורים הבאים צריכים להראות אור ירוק יחד כאשר כל השאר מראים אור אדום: $a, b; a, d; b, c; a, c$ .
3.	יש להגדיר 3 קונפיגורציות לפיהן כל צירוף של שניים משלושת הרמזורים $d, a, e$ יראו אור אדום בעוד שכל השאר יראו אור ירוק.
4.	צירוף הרמזורים שמראים אור ירוק בו-זמנית המירבי לא יכול להכיל את הרמזור $a$ או את הרמזור $e$ .

נרצה לחבר פונקצית בקרה שמחזירה ערך של '1' לוגי כאשר קונפיגורצית הרמזורים היא תקינה (כלומר, הרמזורים מקיימים את התנאים לעיל) ו-'0' לוגי אם ישנה תקלה כלשהי והרמזורים לא עונים על אחד הכללים או יותר.

- א. כתוב את הפונקציה הבוליאנית הנ"ל.  
 ב. צמצם את הפונקציה באמצעות שיטת QM.  
 ג. ממש את הפונקציה.

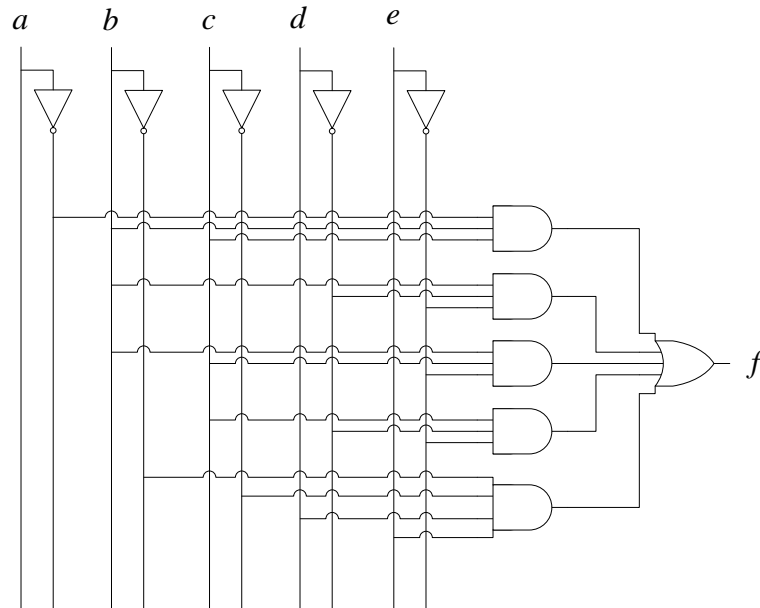
תשובות סופיות:

1. א.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_3$  . ב.  $f(x, y, z, w, p) = \bar{x} \bar{y} p + \bar{y} \bar{z} p + x \bar{w} p$  .

2. א.  $f(a, b, c, d, e) = \sum(2, 4, 8, 12, 13, 14, 15, 18, 20, 24, 28, 30)$  .

ב.  $f(a, b, c, d, e) = \bar{b} \bar{c} d \bar{e} + c d \bar{e} + b d \bar{e} + \bar{a} b c + b c \bar{e}$  .

ג. להלן המימוש:



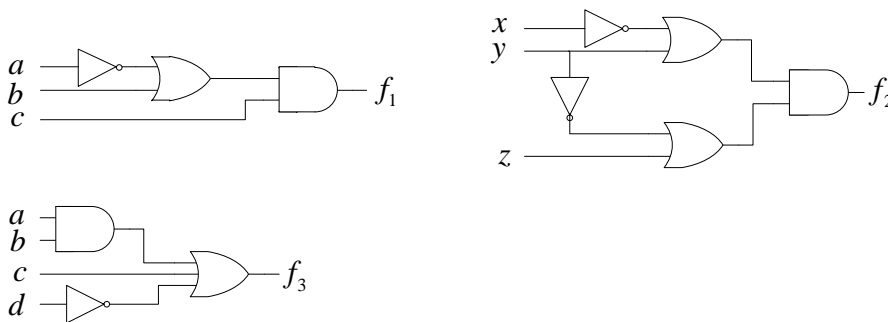
## מימושים בעזרת פונקציות NAND ו-NOR:

### שאלות:

(1) נתונות הסכמות הלוגיות הבאות:

א. ממש את הסכמות בעזרת שערי NAND בלבד והראה את נכונות המימוש מבחינה אלגברית.

ב. ממש את הסכמות בעזרת שערי NOR בלבד והראה את נכונות המימוש מבחינה אלגברית.



(2) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת שערי NAND:

א.  $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{z} + yz + x\bar{y}z$

ב.  $f(x, y, z, w) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{z}w + x\bar{y}zw + y\bar{z}\bar{w}$

ג.  $f(a, b, c, d) = \bar{a} + b(c + a\bar{d})$

ד.  $f(a, b, c, d) = ab + c + \bar{d}(a + \bar{b}(\bar{c} + d))$

(3) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת שערי NOR:

א.  $f(x, y, z) = x\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z}$

ב.  $f(x, y, z, w) = x\bar{z} + \bar{x}\bar{z}w + yz\bar{w}$

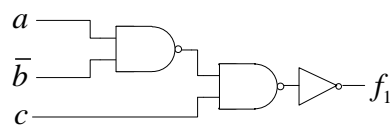
ג.  $f(a, b, c, d) = bc + \bar{a}(\bar{d} + b)$

ד.  $f(a, b, c, d) = a + \bar{b}c + \bar{a}(d\bar{c} + \bar{d}b)$

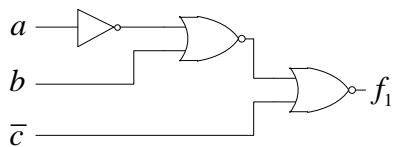
**תשובות סופיות:**

(1) להלן המימושים:

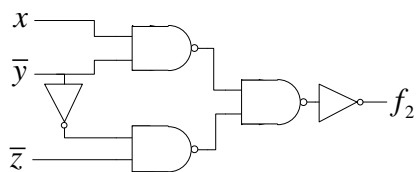
1. א.



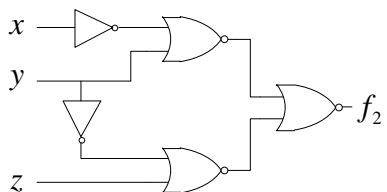
1. ב.



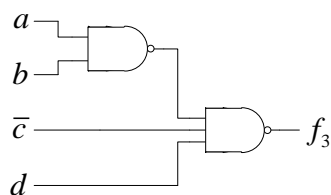
2. א.



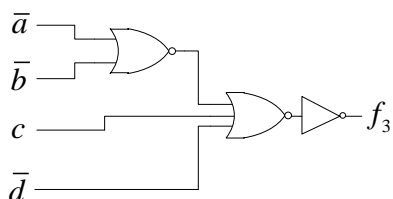
2. ב.



3. א.

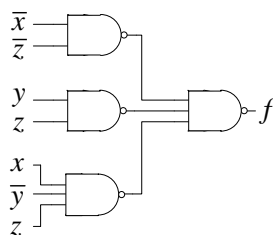


3. ב.

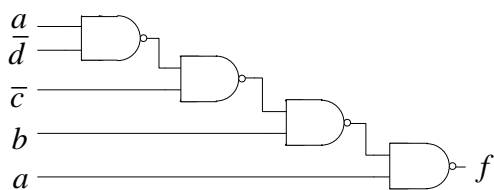


(2) להלן המימושים:

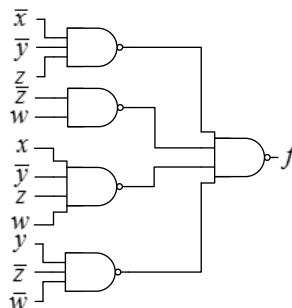
א.



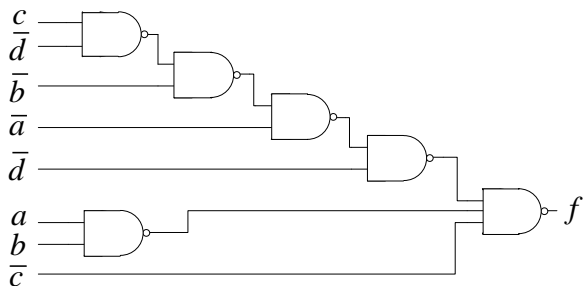
ג.



ב.

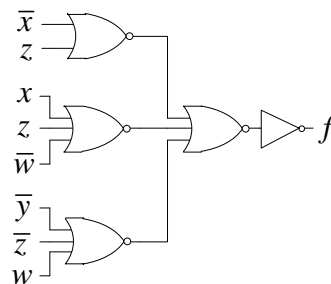


ד.

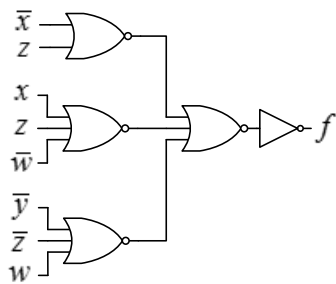


3) להלן המימושים:

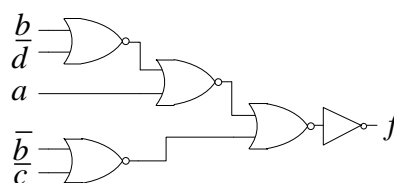
א.



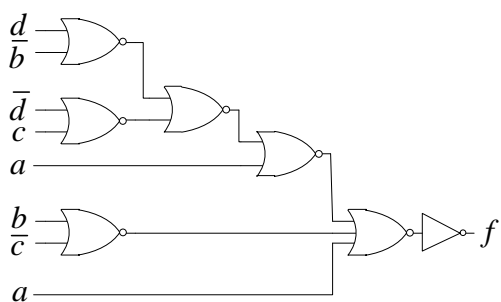
ב.



ג.



ד.



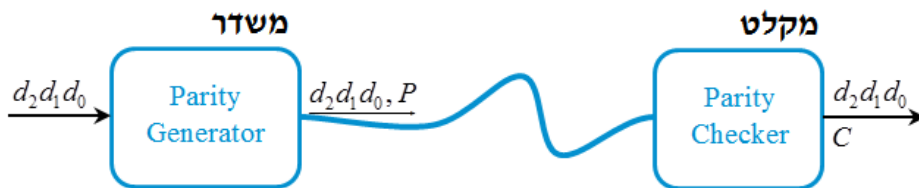
## מימושים בעזרת פונקצית XOR:

### שאלות:

- (1) נתונה הפונקציה:  $f(x, y, z, w) = \sum(1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14)$ .  
העזר במפת קרנו וממש את הפונקציה בעזרת שערי XOR בלבד.
- (2) נתונה הפונקציה:  $f(a, c, b, d) = \sum(1, 4, 8, 11, 13) + \Phi(2, 7, 14)$ .  
א. היעזר במפת קרנו והראה כי ניתן להתייחס אליה כאל פונקציה אי-זוגית.  
ב. ממש את הפונקציה באמצעות שערי XOR בלבד.  
ג. כיצד ישתנה מימוש הפונקציה אם נוסיף את  $\Phi(10)$ ?  
ד. כיצד ישתנה מימוש הפונקציה אם נוסיף את  $m_{10}$ ?
- (3) ענה על הסעיפים הבאים:  
א. ממש את שער NOT בעזרת שער XOR.  
ב. האם ניתן לממש שערי AND ו-OR באמצעות שערי XOR בלבד?  
אם כן – הראה מימוש, אם לא – נמק.  
ג. הוכח שניתן לממש את פונקצית ה-XOR בעזרת POS.
- (4) לפניך הפונקציה הבאה:  $f(A, B, C, D) = \sum(0, 3, 12, 15)$ .  
א. האם הפונקציה היא זוגית?  
ב. האם ניתן לממש את הפונקציה באמצעות שערי XOR בלבד?  
אם כן – הוכח, אם לא – נמק מדוע.  
ג. צייר דיאגרמה לוגית מתאימה.
- (5) תכנן וממש מערכת המקבלת בכניסה מספר בעל 4 סיביות המיוצג על ידי קוד Gray, ומוצאה הוא ייצוג המספר בצורה בינארית רגילה.
- (6) נתונה מערכת המקבלת 2 מספרים בכניסה בעלי 4 סיביות ובודקת האם הם שווים. מוצא המערכת 0 אם המספרים לא שווים ו-1 אם המספרים שווים.  
א. ממש את המערכת בעזרת שערי XOR ו NOR בלבד.  
ב. ממש את המערכת בעזרת שערי XOR ו AND בלבד.

7) בשאלה זו נחקור את התכונות של משדר ומקלט הנעזרים בתכונות של פונקציית XOR בכדי לבדוק את סיבית הזוגיות.  
א. ממש שער XOR באמצעות שערי NOR בלבד.

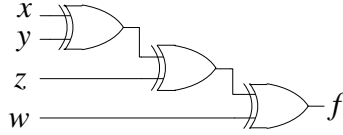
מערכות תקשורת בנויות משני חלקים מרכזיים:  
משדר – אשר יוצר את המידע, מצפין אותו ושולח אותו.  
מקלט – אשר מקבל את המידע ומפענח אותו.  
נרצה לממש מעגל אשר מתאים סיבית זוגיות  $P$  להודעה בת 3 סיביות שתסומן  $d_2d_1d_0$ , כך שתשלחנה 4 סיביות בסך-הכל.  
למעגל זה קוראים בשם parity generator.  
במקלט, נממש מעגל אשר נעזר בסיבית הזוגיות בכדי לקבוע האם התרחשה שגיאה בהעברת המידע. מעגל זה נקרא parity checker.  
המעגל יוצא סיבית בדיקה  $C$  שתקבל ערך של 1 במידה ויש טעות, אחרת תקבל ערך של 0.



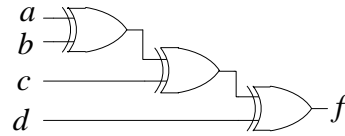
- ב. כתוב טבלת אמת עבור המעגל Parity Generator וממש אותו באמצעות שערי XOR בלבד.  
ג. כתוב טבלת אמת עבור המעגל Parity Checker וממש אותו באמצעות שערי XOR בלבד.

**תשובות סופיות:**

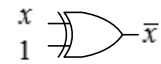
(1) להלן המימוש:



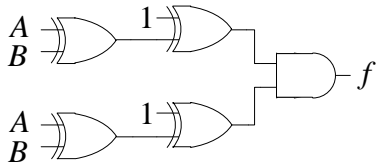
(2) ב. להלן המימוש: ג. המימוש לא ישתנה. ד. המימוש ישתנה מהותית.



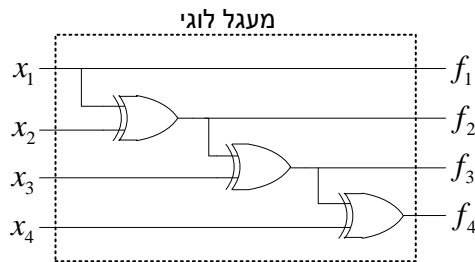
(3) א. להלן המימוש: ב. לא ניתן לממש.



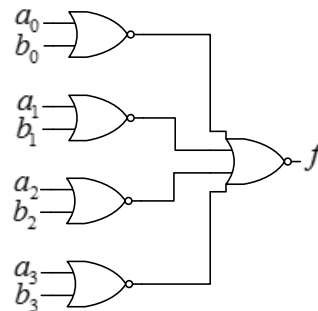
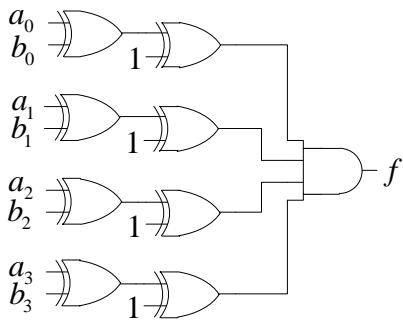
(4) א. לא. ב. לא. ג. להלן המימוש:



(5) להלן המימוש:



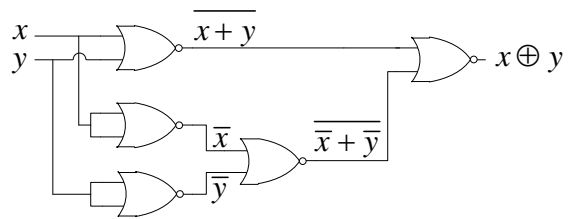
(6) א. להלן המימוש: ב. להלן המימוש:



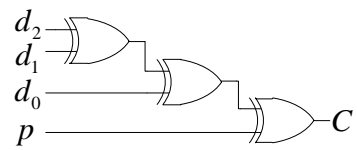


7) להלן המימושים:

א.



ג.



ב.

