

תוכן העניינים:

2	פרק 4
2	לוגיקה צירופית
2	מבוא לוגיקה צירופית :
2	שאלות :
3	תשובות סופיות :
4	מחבר חלקי ומלא (Full Adder – Half Adder) :
4	שאלות :
6	תשובות סופיות :
7	משווה גודל (Magnitude Comparator) :
7	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	מפענח (Decoder) :
9	שאלות :
11	תשובות סופיות :
12	מקודד (Encoder) :
12	שאלות :
14	תשובות סופיות :
15	מרבב (Multiplexer) :
15	שאלות :
17	תשובות סופיות :
18	מפלג (Demultiplexer) :
18	שאלות :
20	תשובות סופיות :

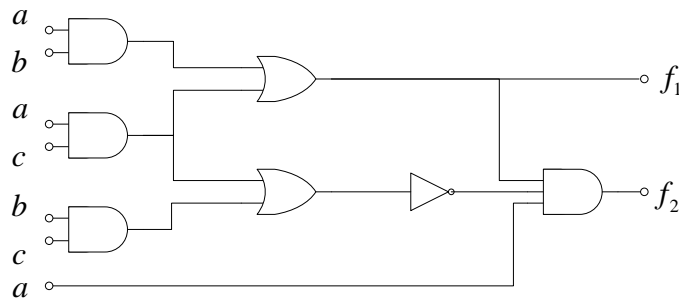
פרק 4

לוגיקה צירופית

מבוא לוגיקה צירופית:

שאלות:

(1) נתח את המערכת הבאה :



(2) נתון מלבן בעל אורך A ורוחב B . ידוע כי מידות המלבן יכולות לקבל את הערכים: 1 ס"מ, 2 ס"מ, 3 ס"מ או 4 ס"מ בלבד. תכנן מערכת אשר מוציאה ערך של 1 במידה ושטח המלבן הוא קטן מ-6 סמ"ר (כולל 6 סמ"ר), 2 במידה ושטח המלבן הוא בין 6 סמ"ר ל-10 סמ"ר (כולל 10 סמ"ר) ו-3 במידה ושטח המלבן גדול מ-10 סמ"ר. הקצה משתנים לפי הצורך וממש את המעגל הלוגי.

(3) עליך לתכנן מערכת, ע"י שימוש במספר מינימלי של שערים לוגיים בלבד, שמממשת את הפונקציה הבאה: $F(a,b,c,d) = (a+b)^3 + (c+d)^2$. שים לב, המשתנים a, b, c, d הם משתנים בינאריים, אך הפונקציה F אינה בוליאנית ופעולות החיבור והחזקה הן פעולות רגילות. יש לייצג את מוצא המערכת ע"י מספר סיביות מתאים. **דוגמא לחישוב:** $F(1,0,1,1) = (1+0)^3 + (1+1)^2 = 5$.

תשובות סופיות:

$f_1 = ab + ac$, $f_2 = ab\bar{c}$ (1)

דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון. (2)

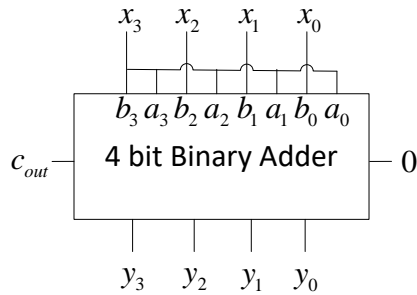
דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון. (3)

מחבר חלקי ומלא (Full Adder – Half Adder):

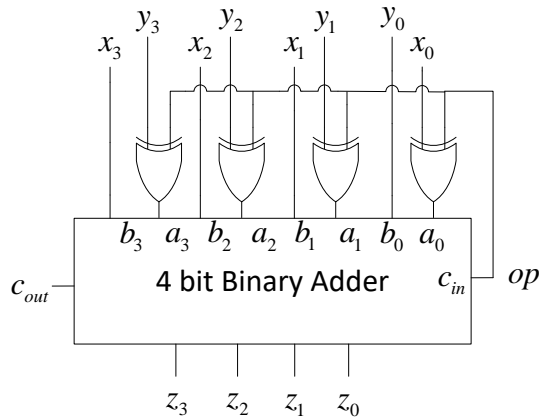
שאלות:

- (1) ענה על הסעיפים הבאים:
- א. על ידי שימוש ב-2 יחידות של half-adder תכנן מערכת המקבלת מספר בינארי בעל 2 סיביות ומוצאה הוא ערך הכניסה פלוס 1.
- ב. על ידי שימוש ביחידה אחת של half-adder ושתי יחידות של full-adder תכנן מערכת המקבלת מספר בינארי בעל 3 סיביות ומוצאה הוא ערך המספר בכניסה פחות 1.
- (2) נתונים שני מספרים עשרוניים, D_1 ו- D_2 כאשר: $D_1 = (a_2a_1a_0)_2$ ו- $D_2 = (b_1b_0)_2$.
- א. יש לתכנן מערכת אשר מוציאה את: $D_1 + D_2 - k_0$ כאשר $k_0 = (2)_{10}$.
לרשותך רכיב Half-Adder אחד ושלושה רכיבי Full Adder.
- ב. האם המערכת שתיכנתת תשמור על המוצא כאשר $k_0 = (4)_{10}$? נמק.
- ג. איזה שינוי יש לבצע במערכת על מנת שתבצע זאת?
 $k_0 = (5)_{10}$?
- (3) מערכת מקבלת כקלט שתי מילים בינאריות באורך 7 סיביות כל אחת. הפלט במוצא הוא 1 אם המילים נבדלות ביניהן ביותר משלוש סיביות. ממש את המערכת בעזרת שערי XOR ויחידות של FA בלבד.
- (4) בשאלה הנ"ל נבנה מערכת המבצעת חיסור של שני מספרים:
- א. ממש מחבר ברוחב 4 ביט (4 bit Binary Adder) בעזרת שני מחברים ברוחב 2 ביט, (2 bit Binary Adder).
- ב. ממש מערכת המקבלת מספר בעל 4 סיביות $A = (a_3a_2a_1a_0)_2$ ומוציאה בפלט את המספר המשלים בשיטת המשלים לשתיים על ידי שימוש ב-4 bit Binary Adder אחד בלבד.
- ג. בעזרת הסעיפים הקודמים ממש מערכת המבצעת חיסור של שני מספרים בעלי 4 סיביות $B - A$ כאשר: $A = (a_3a_2a_1a_0)_2$, $B = (b_3b_2b_1b_0)_2$.

- 5) המערכת הבאה מקבלת מספר בייצוג המשלים ל-2 וממירה לייצוג אחר. קבע באיזה ייצוג המספר במוצא?



- 6) המערכת הבאה מקבלת שני מספרים בשיטת הייצוג של המשלים ל-2. מה הקשר בין $X = x_3x_2x_1x_0$ ו- $Y = y_3y_2y_1y_0$ כאשר $op = 0$ וכאשר $op = 1$.



- 7) בשאלה זו נממש מערכת אשר מעלה בריבוע מספר נתון.
 א. ממש מערכת אשר מקבלת מספר בן 2 ביטים ומחזירה את ריבועו.
 ב. חזור על הסעיף הקודם עבור מספר בן 3 ביטים.
 ג. כמה שערים לוגיים צריך כדי לממש את המערכת עבור מספר בן N ביטים? מה אורך מילת המוצא של המערכת?

תשובות סופיות:

- (1) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (2) א. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
ב. לא. ניתן לממש ע"י 2 בלוקים של FA ובלוק אחד של HA.
ג. במקרה זה ניתן לממש ע"י 3 בלוקים של FA ובלוק אחד של HA, אך בקונפיגורציה שונה.
- (3) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (4) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (5) המערכת מבצעת המרה מייצוג לש מספר לפי משלים ל-2 לייצוג לפי משלים ל-1.
- (6) עבור $op = 0$ נקבל: $Z = Y + X$ ועבור $op = 1$ נקבל: $Z = Y - X$.
- (7) א. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
ב. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
ג. $\frac{N^2 - N}{2}$ שערי AND, ו- $N - 1$ מחברים של N ביטים, אורך מילת מוצא $2N$.

משווה גודל (Magnitude Comparator):

שאלות:

(1) בשאלה זאת נתכנן משווה בן 4 סיביות באמצעות יחידות של משווה בן 2 סיביות.

א. תכנן משווה המקבל שני מספרים $A = (a_1 a_0)_2$ ו- $B = (b_1 b_0)_2$

אשר מכיל שתי יציאות, האחת עבור $A > B$ והשנייה עבור $A = B$.
(כל יציאה תקבל ערך של 1 אם התנאי שלה מתקיים).

רשום את המשוואות של הרכיב שתכננת וסרטט דיאגרמה לוגית מתאימה.

ב. תכנן וסרטט משווה של שני מספרים בעלי 4 סיביות כל אחד.

המשווה צריך להבחין בין שלושה מקרים: $A > B$, $A = B$ ו- $A < B$.
בתכנון עליך להשתמש בשני משוויים למספרים של שתי סיביות
(שתכננת בסעיף הקודם) ובשערים לוגיים נוספים במידת הצורך.

(2) תכנן משווה בן 16 סיביות באמצעות יחידות של משווה גודל בן 4 סיביות

אשר מקבל שני מספרים $A = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$, $B = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$ ומחזיר 3 ערכים,

אחד עבור $A = B$, אחד עבור $A > B$ ואחד עבור $A < B$.

בכמה יחידות של משוויים בן 4 סיביות עליך להשתמש?

האם יש צורך בשערים נוספים?

(3) תכנן באמצעות משווה בן 4 סיביות, מערכת אשר תזהה צירופים בינאריים

לא חוקיים בקוד BCD.

(4) תכנן מערכת המקבלת שני מספרים בני 4 סיביות $A = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ ו- $B = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$

ומבצעת את הפעולות הבאות:

- חיבור $(A + B)$ אם A קטן מ- B .

- חיסור $(A - B)$ אם A גדול מ- B .

- הכפלה פי 2 אם A שווה ל- B .

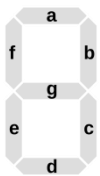
תשובות סופיות:

- 1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

מפענח (Decoder):

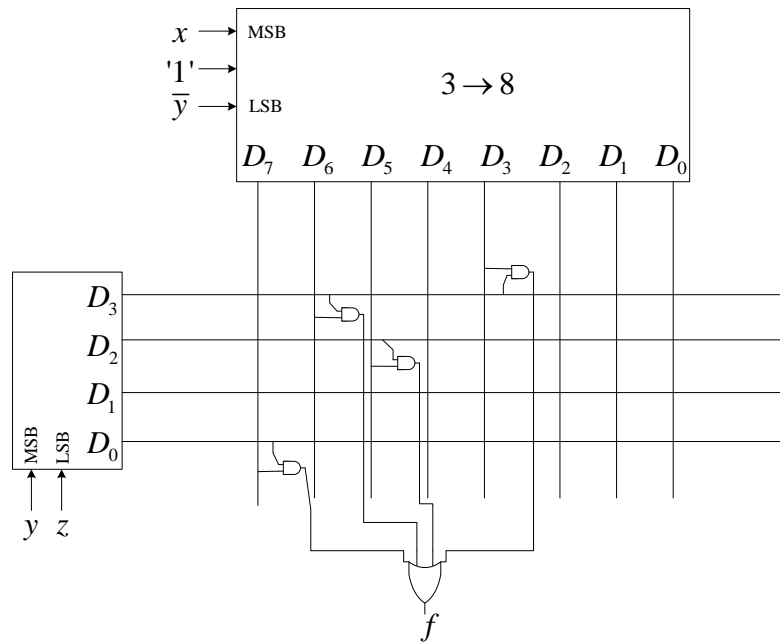
שאלות:

- (1) ענה על הסעיפים הבאים:
- א. ממש מפענח $4 \rightarrow 16$ בעזרת חמש יחידות של מפענחים $2 \rightarrow 4$.
- ב. ממש מפענח $5 \rightarrow 32$ בעזרת ארבע יחידות של מפענחים $3 \rightarrow 8$ ויחידה אחת של $2 \rightarrow 4$.
- (2) ממש ושרטט דיאגרמה לוגית המאופיינת על ידי הפונקציות הבאות בעזרת מפענח מתאים ושערי OR:
- $$f_1(x_2, x_1, x_0) = \sum(2, 4, 6)$$
- $$f_2(x_2, x_1, x_0) = \prod(0, 1, 4, 6)$$
- $$f_3(x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 + x_1 x_0 + x_2 \bar{x}_1$$
- (3) ממש Full Adder בעל 3 כניסות x_0, x_1, x_2 ושתי יציאות S, C בעזרת מפענח ושערי OR.
- (4) ממש, באמצעות מפענח בינארי ושערים לוגיים בלבד, מערכת ההופכת מספר בינארי בן 4 סיביות למשלים ל-2 שלו. יש לבחור את המפענח ואת השערים הלוגיים המתאימים.
- (5) רשום טבלת אמת של מפענח BCD לעשרוני. הסבר את ההבדל בין מפענח זה לבין מפענח בינארי.



- (6) ממש, באמצעות מפענח עשרוני ושערים לוגיים, מערכת המקבלת ספרה עשרונית המוצגת בצופן BCD וממירה אותה עבור תצוגת 7 מקטעים.

7) להלן התרשים הלוגי הבא :



א. הוכח כי: $f(f(x, y, z), y, z) = f(x, y, z)$

ב. חשב את: $f(1, f(x, y, z), z)$

תשובות סופיות:

- (1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (5) טבלה מלאה מופיעה בסרטון.
- (6) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (7) א. הוכחה. ב. $f(1, f(x, y, z), z) = xy$.

מקודד (Encoder):

שאלות:

- (1) כתוב טבלת אמת עבור Priority Encoder (מקודד עדיפות) אוקטלי לבינארי עבור הסעיפים הבאים, כאשר על המקודד לכלול את הסיביות הבאות:
 - סיבית איפשר (Enable bit) שתסומן ב- E ותפעיל את הרכיב בכניסת '0' לוגי.
 - סיבית ולידציה (Group Select) שתסומן ב- V ותייצג צירוף כניסה חוקי עבור '0' לוגי.
 - א. עדיפות המקודד היא לכניסה בעלת המיקום הגבוה ביותר.
 - ב. עדיפות המקודד היא לכניסה בעלת המיקום הנמוך ביותר.

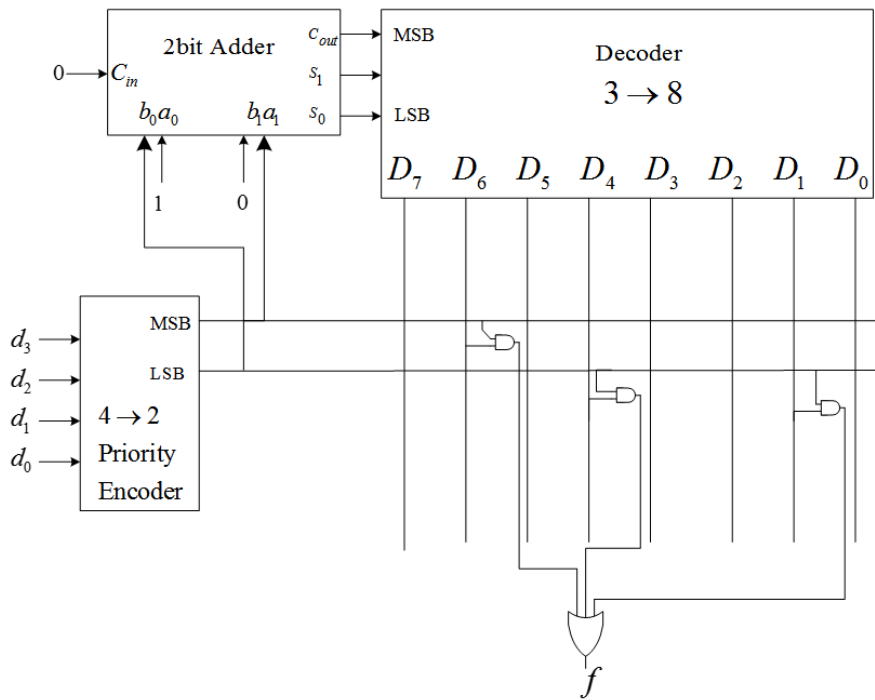
- (2) במערכת כלשהי ישנם 16 קווי כניסה המסומנים $D_0 - D_{15}$ אשר יכולים לקבל ערך של '0' או '1'. למערכת שני מצבי פעולה אפשריים:
 - קו כניסה אחד יקבל '1' בעוד שאחרים יוחזקו על '0'.
 - שני קווי כניסה יכולים לקבל ערך של '1' בו זמנית בעוד שאחרים יוחזקו על '0'.
 יש לתכנן מערכת שמחזירה את ערך המיקום של קו הכניסה במקרה הראשון ואת המרחק בין המיקומים של שני הקווים במקרה השני (כלומר, עבור $D_3 = 1, D_{10} = 1$ יש לקבל את הערך 7).

- (3) ממש מקודד $8 \rightarrow 3$ בעזרת שתי יחידות של מקודדים $4 \rightarrow 2$. כלול את סיבית ה-GS ואת סיבית ה-E וציין מה השינוי שיש לבצע בכדי ליישם מימוש כזה.

- (4) ממש מקודד $16 \rightarrow 4$ בעזרת 5 יחידות של מקודדים $4 \rightarrow 2$.

- (5) בשאלה זו נתכנן רכיב שנקרא Direct Priority Filter. הרכיב מקבל צירוף כניסה בן 8 סיביות ומוציא רצף זהה של 8 סיביות המורכבים מ-7 אפסים ו-1 הלוגי במיקום המתאים ל-'1' השמאלי ביותר בצירוף הכניסה. למשל עבור כניסה של 00101010 המוצא יהיה 00100000. במקרה של רצף אפסים יתקבל רצף אפסים במוצא. תכנן את הרכיב באמצעות מקודד עדיפות (Priority Encoder) ומפענח $8 \rightarrow 3$.

6) הוכח כי במעגל שלפניך המוצא f תלוי אך ורק ב- d_3 :



תשובות סופיות:

1) להלן הטבלאות - הראשונה עבור סעיף א' והשנייה עבור סעיף ב':

Inputs								Outputs			V	E
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z		
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1
0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X	X	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
X	X	X	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
X	X	X	X	1	0	0	0	1	0	0	0	0
X	X	X	X	X	1	0	0	1	0	1	0	0
X	X	X	X	X	X	1	0	1	1	0	0	0
X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	0	0

Inputs								Outputs			V	E
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z		
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1
0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	1	0
1	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0	0
0	1	X	X	X	X	X	X	0	0	1	0	0
0	0	1	X	X	X	X	X	0	1	0	0	0
0	0	0	1	X	X	X	X	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	X	X	X	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	X	X	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	X	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

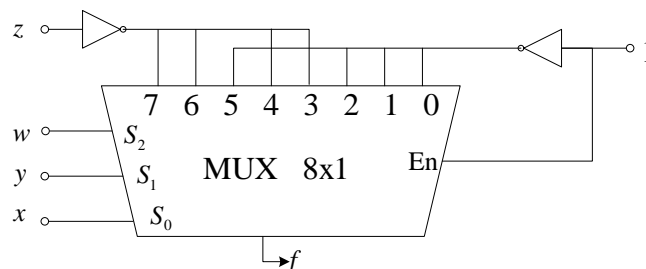
5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

6) מתקבל: $f = d_3$.

מרבב (Multiplexer):

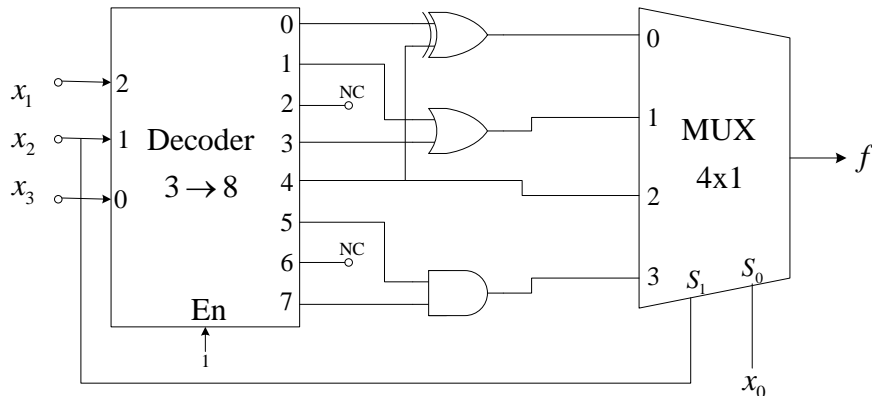
שאלות:

- (1) ענה על הסעיפים הבאים:
- א. ממש בורר 4×1 בעזרת שלוש יחידות של בורר 2×1 .
- ב. ממש בורר 16×1 בעזרת שני בוררים 8×1 ויחידה אחת של בורר 2×1 .
- (2) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 4×1 :
- א. $f(a,b,c) = \sum(1,3,5,6)$
- ב. $f(a,b,c) = \sum(2,6,7)$
- (3) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 8×1 :
- א. $f(a,b,c,d) = \sum(1,3,4,11,12,13,14,15)$
- ב. $f(a,b,c,d) = \sum(0,4,5,6,7,8,11)$
- (4) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 4×1 ושערים נוספים כרצונך:
- א. $f(a,b,c,d) = \sum(1,3,4,11,12,13,14,15)$
- ב. $f(a,b,c,d) = \sum(0,4,5,6,7,8,11)$
- ג. $f(a,b,c,d) = \sum(1,2,4,7,8,9,10,11,13)$
- (5) בתכנון מערכת מסוימת הוחלט לממש את הפונקציה: $f(x,y,z,w)$ ע"י שימוש בבורר 8×1 באופן הבא:



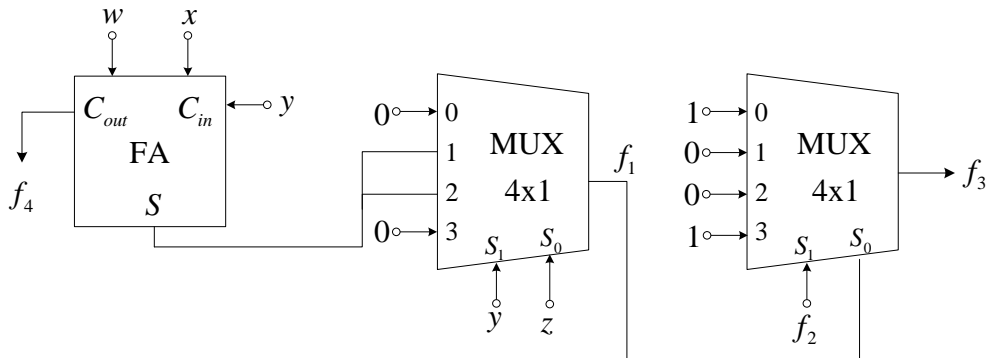
- א. מבטלים שער NOT אחד. מצא תכנון עם בורר באותו הגודל עבור הפונקציה. לא ניתן להשתמש בשערים לוגים נוספים.
- ב. מצא תכנון נוסף למימוש הפונקציה באמצעות בורר 2×1 ללא שימוש בשערים לוגים נוספים.

6) לפניך המעגל הבא :



- א. מצא את $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ וכתוב אותה בצורת SOP.
 ב. כמה שערים צריך (ואיזה) כדי לממש את הפונקציה הבאה :
 $f(f(x_0, x_1, x_0, x_1), f(x_2, x_3, x_2, x_3), f(x_3, x_2, x_3, x_2), f(x_1, x_0, x_1, x_0))$?

7) לפניך המעגל הבא ובו נתון : $f_3(w, x, y, z) = \sum(1, 2, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 13, 15) + \Phi(0, 8)$



- א. מצא את f_1, f_2 ו- f_4 .
 ב. עקב טעות בהגדרת הפונקציה f_3 , הוחלט כי הערך $\Phi(8)$ יוחזק על '1' לוגי, כלומר : $m_8 = 1$. כיצד ישתנו הפונקציות f_1, f_2 ו- f_4 בעקבות ההחלטה?
 ג. הצע מימוש אלטרנטיבי לפונקציות שהשתנו בעקבות הטעות, באמצעות מרבב 4x1 ו-2 שערים לוגיים בלבד (הנח כי כל הליטרלים נתונים בערכם הרגיל בלבד ולא המשלים).

תשובות סופיות:

(1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(6) א. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum(0, 2, 9)$

ב. שער OR אחד (הפונקציה המפושטת הסופית שווה ל- $x_2 + x_3$).

(7) א. $f_4(w, x, y, z) = xy + yw + wx$, $f_2(w, x, y, z) = \bar{x}\bar{z}$, $f_1(w, x, y, z) = \begin{cases} w \oplus x \oplus y & y \neq z \\ 0 & y = z \end{cases}$

ב. רק f_2 תשתנה ל- $\bar{w}\bar{x}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$.

ג. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

מפלג (Demultiplexer):

שאלות:

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. ממש מפלג 1x8 באמצעות שני מפלגים של 1x4 ומפלג של 1x2.
- ב. ממש מפלג 1x16 באמצעות שני מפלגים של 1x8 ומפלג של 1x2.
- ג. ממש מפלג 1x16 באמצעות 5 מפלגים של 1x4.

(2) כמה מפלגים של 1x2 צריך בכדי לממש מפלג של 1×2^n ? (בטא באמצעות n).

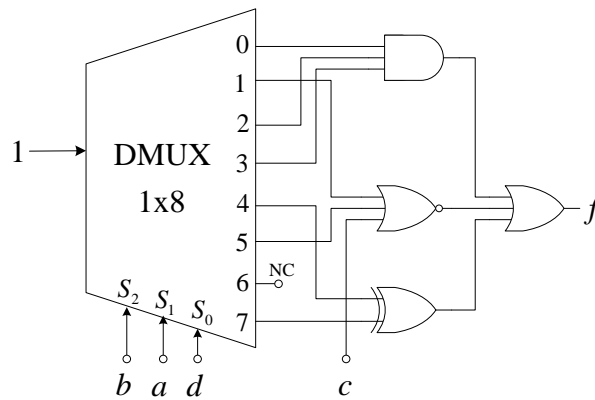
(3) ממש את הפונקציות הבאות באמצעות מפלג יחיד בגודל 1x8:

$$f(x, y, z) = \sum(4, 5)$$

$$g(x, y, z) = \sum(0, 2, 6, 7)$$

$$h(x, y, z) = \sum(1, 2, 3, 5, 6, 7)$$

(4) מצא את הפונקציה $f(a, b, c, d)$ בדיאגרמה הבאה:



5) ממש דיאגרמה לוגית עבור הפונקציה $f(x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ שמופיעה בטבלת האמת הכפולה הבאה:

x_0	0	1	0	1	0	1	0	1
x_1	0	0	1	1	0	0	1	1
$x_5 x_4 x_3 / x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1
000	1	1	1	1	1	1	1	1
001	0	0	0	0	0	0	0	0
010	1	0	0	0	0	0	0	0
011	0	1	0	0	0	0	0	0
100	0	0	1	1	0	0	0	0
101	1	1	1	1	1	1	1	1
110	0	0	0	0	0	0	0	0
111	1	0	1	1	1	1	0	1

לרשותך בורר 8×1 , מפלג 1×8 , שער OR אחד ושער NOR אחד (כל שער הוא בעל 2 כניסות בלבד). להלן מספר דוגמאות לאופן קריאת ערכי הפונקציה מהטבלה:

$$f(x_5 = 0, x_4 = 1, x_3 = 1, x_2 = 0, x_1 = 0, x_0 = 0) = 0$$

$$f(x_5 = 1, x_4 = 1, x_3 = 1, x_2 = 0, x_1 = 0, x_0 = 0) = 1 .$$

$$f(x_5 = 1, x_4 = 0, x_3 = 0, x_2 = 0, x_1 = 1, x_0 = 1) = 1$$

תשובות סופיות:

- (1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (2) צריך $2^n - 1$ מפלגים של 1×2 .
- (3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- (4) $f(a, b, c, d) = a\bar{c} + \bar{c}d + \bar{a}b\bar{d} + abd$.
- (5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.