

תוכן העניינים:

2	פרק 16
2	זהויות טריגונומטריות
2	זהויות היסוד :
2	שאלות:
3	ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות :
4	שאלות:
4	מעגל היחידה – הגדרה וזהויות :
4	הגדרת מעגל היחידה :
4	הזהויות של המעגל הטריגונומטרי :
5	זהויות עבור זווית הגדולות מ-360 מעלות :
5	שאלות:
6	סכום והפרש זוויות :
6	שאלות:
7	זווית כפולה :
7	שאלות:
9	תשובות סופיות :
11	תרגול נוסף :
11	שאלות יסודיות עם פונקציות טריגונומטריות :
14	תשובות סופיות :

פרק 16

זהויות טריגונומטריות

זהויות היסוד:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	קשרים בין פונקציות
$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$	$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$	זוויות משלימות ל- 90°
$\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$	$\cot \alpha = \tan(90^\circ - \alpha)$	
$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	קשרים בין פונקציות

שאלות:

1) הוכח את הזהויות הבאות תוך שימוש בזהויות היסוד:

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 \quad \text{ב.} \quad \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \quad \text{א.}$$

$$\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha = 1 + \cos^2 \alpha \quad \text{ד.} \quad \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \tan \alpha \quad \text{ג.}$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 \quad \text{ו.} \quad \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = 2 \quad \text{ה.}$$

$$\sin^2(\alpha + 45^\circ) + \sin^2(45^\circ - \alpha) = 1 \quad \text{ח.} \quad \frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad \text{ז.}$$

$$\frac{\sin \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^3 \alpha} = \tan^3 \alpha \quad \text{י.} \quad \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \tan \alpha \quad \text{ט.}$$

$$\cos^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha) = 1 \quad \text{יב.} \quad \frac{\sin(90^\circ - \alpha) - \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \cot \alpha \quad \text{יא.}$$

$$\frac{\sin^3 \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha) - \cos^3 \alpha} = \tan \alpha \quad \text{ד.}$$

$$\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \cot \alpha \quad \text{ג.}$$

$$\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha \quad \text{טז.}$$

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha \quad \text{טו.}$$

ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות:

$\alpha = 90^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 0^\circ$	
1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\sin \alpha$
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\cos \alpha$
ϕ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\tan \alpha$
0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ϕ	$\cot \alpha$

הערות:

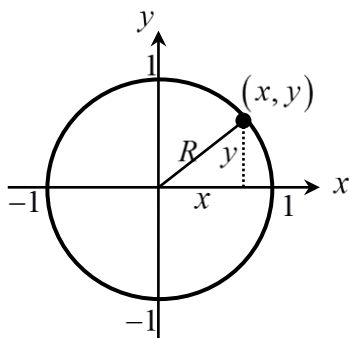
- ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות של 0° ו- 90° תלמדנה בהמשך אך ניתנו כעת כדי להשלים את תמונת ערכי הזוויות.
- ניתן לזכור את הטבלה ע"י כתיבה של שורת הסינוס לפי: $\frac{\sqrt{4}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{0}}{2}$ אשר נותנים את הערכים של השורה הראשונה לאחר פישוט קל. עבור שורת ה- $\cos \alpha$ יש להפוך את הערכים ולבסוף יש לחלק כל זוג ביטויים כדי לכתוב את ערכי $\tan \alpha$ ולסובב עבור ערכי $\cot \alpha$.

שאלות:

2) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים תוך שימוש בערכי הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות מיוחדות:

<p>ב. $\frac{\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ}$</p> <p>ד. $\frac{1 + \cos 60^\circ}{2 \sin 60^\circ}$</p> <p>ו. $\frac{\tan^2 60^\circ \cdot \cos^2 30^\circ}{\cos^2 60^\circ}$</p> <p>ח. $\frac{27 \cot^4 60^\circ}{\sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ \cdot \tan 60^\circ}$</p>	<p>א. $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$</p> <p>ג. $\tan 45^\circ + \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}$</p> <p>ה. $\cos^2 45^\circ + \sin^2 30^\circ$</p> <p>ז. $\frac{\tan 30^\circ \cdot \cot 60^\circ - \cot 45^\circ \cdot \tan 45^\circ}{4 \left(\sin^2 60^\circ - \frac{1}{4} \right)}$</p>
--	--

מעגל היחידה – הגדרה והויות:



הגדרת מעגל היחידה:

- מעגל קנוני שרדיוסו 1 מוגדר להיות המעגל הטריגונומטרי.
- הנקודות (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 0) מתאימות לזוויות של $270^\circ, 180^\circ, 90^\circ, 0^\circ$.

הזוויות של המעגל הטריגונומטרי:

טנגנס	קוסינוס	סינוס	רביע
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	I
$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$	$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	II
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	III
			סימנים

זוויות עבור זווית הגדולות מ-360 מעלות:

ניתן להוסיף או להוריד 'סיבובים' שלמים לזווית לפי:

$$\boxed{\begin{matrix} \sin(\alpha + 360^\circ k) = \sin \alpha \\ \cos(\alpha + 360^\circ k) = \cos \alpha \end{matrix}} \quad , \quad \boxed{\begin{matrix} \tan(\alpha + 180^\circ k) = \tan \alpha \\ \cot(\alpha + 180^\circ k) = \cot \alpha \end{matrix}}$$

כאשר k הוא מספר שלם מציין את מספר הסיבובים.

שאלות:

(3) העבר את הביטויים הבאים לביטויים עם זווית ברביע הראשון. אין צורך לחשב את ערך הביטוי:

א. $\sin 120^\circ$	ב. $\cos 150^\circ$
ג. $\tan 160^\circ$	ד. $\cot 130^\circ$
ה. $\sin 215^\circ$	ו. $\cos 245^\circ$
ז. $\tan 230^\circ$	ח. $\cot 200^\circ$
ט. $\sin 300^\circ$	י. $\cos 310^\circ$

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים ע"י שימוש בזוויות המעגל הטריגונומטרי:

א. $\sin 150^\circ$	ב. $\cos 210^\circ$	ג. $\tan 120^\circ$
ד. $\sin 330^\circ$	ה. $\tan 225^\circ$	ו. $\sin 315^\circ$
ז. $\cos 120^\circ$	ח. $\tan(-30^\circ)$	ט. $\cos(-45^\circ)$
י. $\sin 510^\circ$	יא. $\cos 930^\circ$	יב. $\tan(-225^\circ)$

(5) חשב את ערכי הביטויים הבאים ללא שימוש במחשבון:

א. $(\sin 240^\circ \cdot \tan 150^\circ + \cos(-60^\circ))^2$

ב. $8 \sin^2 150^\circ \cdot \tan 135^\circ - 2 \cdot \sin 135^\circ \cdot \cos(-135^\circ)$

ג. $\frac{\cot 225^\circ}{\sin(-225^\circ) - \cos 135^\circ} + \tan^2 210^\circ$

סכום והפרש זוויות:

סכום והפרש עבור $\sin(\alpha \pm \beta)$ ו- $\cos(\alpha \pm \beta)$ יחושב לפי:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

סכום והפרש עבור $\tan(\alpha \pm \beta)$ ו- $\cot(\alpha \pm \beta)$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha \pm \beta) &= \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \\ \cot(\alpha \pm \beta) &= \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha} \end{aligned}$$

הערה:

- בסרטון התיאוריה אין התייחסות לזוויות עבור $\tan(\alpha \pm \beta)$ ו- $\cot(\alpha \pm \beta)$.

שאלות:

6) חשב את ערכי הביטויים הבאים תוך שימוש בזהויות של סכום והפרש זוויות וללא שימוש במחשבון:

א. $\sin 75^\circ$	ב. $\sin 15^\circ$	ג. $\sin 105^\circ$
ד. $\sin(-15^\circ)$	ה. $\cos 75^\circ$	ו. $\cos 15^\circ$
ז. $\cos(-105^\circ)$	ח. $\cos 165^\circ$	ט. $\cos(-195^\circ)$

7) חשב ללא שימוש במחשבון את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\sin 65^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 65^\circ$
 ב. $5 \cos 50^\circ \cos 20^\circ + 5 \sin 50^\circ \sin 20^\circ$

(8) הוכח את הזהויות הבאות :

א. $\sin(60^\circ + \alpha) + \sin(60^\circ - \alpha) = \sqrt{3} \cos \alpha$

ב. $\cos(45^\circ - \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \sin \alpha$

ג. $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$

ד. $\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$

(9) נתון: $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{8}{17}$ ו- α, β זוויות חדות.

מבלי למצוא את הערכים של α ו- β חשב:

א. $\sin(\alpha + \beta)$

ב. $\cos(\alpha + \beta)$

ג. $\tan(\alpha + \beta)$

זווית כפולה:

נפתח זווית כפולה לפי הצורות הבאות:

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

שאלות:

(10) הוכח את הזהויות הבאות :

א. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$

ב. $4 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \sin 4\alpha$

ג. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$

ד. $(\sin 3\alpha - \cos 3\alpha)^2 = 1 - \sin 6\alpha$

ה. $\frac{\cos 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha} = \frac{1}{2} \cot 2\alpha$

ו. $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \cot 2\alpha$

ז. $\cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$

ח. $\cos^2 2\alpha = 4 \sin^4 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 1$

(11) הוכח את הזהות: $\sin^3 \alpha = \frac{3 \sin \alpha - \sin 3\alpha}{4}$ ע"י כתיבה של $\sin 3\alpha$

לפי: $\sin(\alpha + 2\alpha)$ ושימשו בזהויות שנלמדו.

(12) הוכח את הזהות: $\cos^3 \alpha = \frac{3 \cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}$ ע"י כתיבה של $\cos 3\alpha$

לפי: $\cos(\alpha + 2\alpha)$ ושימשו בזהויות שנלמדו.

(13) נתונה זווית חדה α המקיימת: $\sin \alpha = \frac{40}{41}$. מבלי להיעזר במחשבון חשב:

א. $\cos \alpha$.

ב. $\tan \alpha$.

ג. $\sin 2\alpha$.

ד. $\cos 2\alpha$.

ה. $\tan 2\alpha$.

(14) נתונה זווית חדה α המקיימת: $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. מבלי להיעזר במחשבון חשב:

א. $\sin \alpha$.

ב. $\cos \alpha$.

ג. $\sin 2\alpha$.

ד. $\cos 2\alpha$.

(15) נתונה זווית α ברביע הראשון וזווית β ברביע השני המקיימות: $\sin \alpha = \frac{5}{13}$

ו- $\cos \beta = -0.8$. מבלי למצוא את α ו- β חשב את הביטויים הבאים:

א. $\sin(\alpha + \beta)$.

ב. $\cos(\alpha + \beta)$.

ג. $\sin(2\alpha + \beta)$.

(16) נתון כי $\sin \alpha + \cos \alpha = 1.2$ עבור $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. חשב את $\sin 2\alpha$.

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

$$(2) \quad \text{א. } \frac{1+\sqrt{3}}{2} \quad \text{ב. } \frac{1}{2} \quad \text{ג. } 2 \quad \text{ד. } \frac{3}{2\sqrt{3}} \quad \text{ה. } \frac{3}{4}$$

$$\text{ו. } 9 \quad \text{ז. } -\frac{1}{3} \quad \text{ח. } 2\sqrt{6}$$

$$(3) \quad \text{א. } \sin 60^\circ \quad \text{ב. } -\cos 30^\circ \quad \text{ג. } -\tan 20^\circ \quad \text{ד. } -\cot 50^\circ$$

$$\text{ה. } -\sin 35^\circ \quad \text{ו. } -\cos 65^\circ \quad \text{ז. } \tan 50^\circ \quad \text{ח. } \cot 20^\circ$$

$$\text{ט. } -\sin 60^\circ \quad \text{י. } \cos 50^\circ$$

$$(4) \quad \text{א. } \frac{1}{2} \quad \text{ב. } -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ג. } -\sqrt{3} \quad \text{ד. } -\frac{1}{2}$$

$$\text{ה. } 1 \quad \text{ו. } -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ז. } -\frac{1}{2} \quad \text{ח. } -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{ט. } \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{י. } \frac{1}{2} \quad \text{יא. } -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{יב. } -1$$

$$(5) \quad \text{א. } 1 \quad \text{ב. } -1 \quad \text{ג. } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3}$$

$$(6) \quad \text{א. } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{ב. } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{ג. } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{ד. } \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{ה. } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{ו. } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{ז. } \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \quad \text{ח. } -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{ט. } -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$(7) \quad \text{א. } 1 \quad \text{ב. } \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

(8) שאלת הוכחה.

$$(9) \quad \text{א. } \frac{84}{85} \quad \text{ב. } -\frac{13}{85} \quad \text{ג. } -6\frac{6}{13}$$

(10) שאלת הוכחה.

(11) שאלת הוכחה.

(12) שאלת הוכחה.

$$-\frac{1519}{1681} \cdot \text{ד}$$

$$\frac{720}{1681} \cdot \text{ג}$$

$$4\frac{4}{9} \cdot \text{ב}$$

$$\frac{9}{41} \cdot \text{א (13)}$$

$$-\frac{720}{1519} \cdot \text{ה}$$

$$\frac{129}{169} \cdot \text{ד}$$

$$\frac{120}{169} \cdot \text{ג}$$

$$\frac{12}{13} \cdot \text{ב}$$

$$\frac{5}{13} \cdot \text{א (14)}$$

$$-\frac{123}{845} \cdot \text{ג}$$

$$-\frac{63}{65} \cdot \text{ב}$$

$$\frac{16}{65} \cdot \text{א (15)}$$

$$.0.44 \text{ (16)}$$

תרגול נוסף:

שאלות יסודיות עם פונקציות טריגונומטריות:

(1) קבע עבור כל אחד מהביטויים הבאים (ללא מחשבון) האם הוא חיובי או שלילי:

א. $\sin 70^\circ$	ב. $\cos 80^\circ$	ג. $\sin 140^\circ$
ד. $\sin 160^\circ$	ה. $\sin 240^\circ$	ו. $\cos 260^\circ$
ז. $\sin 310^\circ$	ח. $\cos 340^\circ$	ט. $\sin(-30^\circ)$
י. $\cos(-100^\circ)$	יא. $\sin(-210^\circ)$	יב. $\cos(-320^\circ)$
יג. $\sin 400^\circ$	יד. $\cos 480^\circ$	טו. $\sin 610^\circ$
טז. $\cos 700^\circ$	יז. $\sin(-420^\circ)$	יח. $\cos(-1080^\circ)$

(2) נתון ש- $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

קבעו לגבי כל אחד מהבאים האם הוא חיובי או שלילי:

א. $\sin \alpha$	ב. $\cos \alpha$	ג. $\tan \alpha$
------------------	------------------	------------------

(3) מצא באמצעות מעגל היחידה על ערכי הביטויים הבאים:

א. $\sin 0^\circ$	ב. $\cos 0^\circ$	ג. $\sin 90^\circ$
ד. $\cos 90^\circ$	ה. $\sin 180^\circ$	ו. $\cos 180^\circ$
ז. $\sin 270^\circ$	ח. $\cos 270^\circ$	ט. $\sin 360^\circ$
י. $\cos 360^\circ$	יא. $\sin(-90^\circ)$	יב. $\cos(-90^\circ)$
יג. $\sin(-180^\circ)$	יד. $\cos(-180^\circ)$	טו. $\cos(-270^\circ)$
טז. $\sin(-360^\circ)$	יז. $\sin 540^\circ$	יח. $\cos 630^\circ$
יט. $\cos 720^\circ$	כ. $\sin 900^\circ$	כא. $\sin 1350^\circ$
כב. $\cos(-450^\circ)$	כג. $\sin(-810^\circ)$	כד. $\cos(-1260^\circ)$

(4) ענה על השאלות הבאות:

- א. האם יש זווית α המקיימת $\sin \alpha = 1.5$? אם כן, מצאו אותה. אם לא נמקו.
 ב. האם יש זווית α המקיימת $\cos \alpha = -2$? אם כן, מצאו אותה. אם לא נמקו.

(5) הסבר מדוע $\tan(90^\circ)$ איננו מוגדר.

(6) נתון ש- k הוא מספר שלם. חשב ללא עזרת מחשבון את:

א. $\sin(90^\circ + 360^\circ k)$

ב. $\cos(180^\circ + 360^\circ k)$

(7) נתון $\cos(50^\circ) = t$. הבע על ידי t את:

א. $\cos(130^\circ)$ ב. $\sin(40^\circ)$

ג. $\cos(-50^\circ)$ ד. $\cos(410^\circ)$

ה. $\cos(3650^\circ)$ ו. $\cos(-310^\circ)$

ז. $\cos(-670^\circ)$

ח. $\cos(50^\circ + 360^\circ k)$ כאשר ידוע ש- k מספר שלם.

(8) נתון $\sin(20^\circ) = t$. הבע על ידי t את:

א. $\sin(160^\circ)$ ב. $\cos(70^\circ)$

ג. $\sin(-20^\circ)$ ד. $\sin(380^\circ)$

ה. $\sin(3620^\circ)$ ו. $\sin(-340^\circ)$

ז. $\sin(-700^\circ)$

ח. $\sin(20^\circ + 360^\circ k)$ כאשר ידוע ש- k מספר שלם.

(9) השלם את החסר:

א. $\sin(x + 45^\circ) = \sin_ \cos_ + \sin_ \cos_$

ב. $\sin(30^\circ - x) = \sin_ \cos_ - \sin_ \cos_$

ג. $\cos(60^\circ + x) = \cos_ \cos_ - \sin_ \sin_$

ד. $\cos(45^\circ - x) = \cos_ \cos_ + \sin_ \sin_$

ו. $\tan_ = \frac{\sin(3x)}{\cos(3x)}$

ה. $\tan x = \frac{\sin_}{\cos_}$

ז. $\cos^2(2x) = 1 - \sin^2_$

ח. $\cos^2_ + \sin^2(x) = 1$

$$\begin{array}{ll} \cos(90^\circ - 3x) = \sin _ . \text{ו} & \sin^2 _ = 1 - \cos^2(3x) . \text{ט} \\ \sin(180^\circ - x) = \sin _ . \text{ז} & \sin(90^\circ - _) = \cos(2x) . \text{יא} \\ \sin(6x) = 2 \sin _ \cos _ . \text{יג} & \cos(180^\circ - _) = -\cos(3x) . \text{יב} \\ \cos(4x) = 1 - 2 \sin^2 _ . \text{טו} & \sin _ = 2 \sin(2x) \cos(2x) . \text{יז} \\ \cos(2x) = 2 \cos^2 _ - 1 . \text{יח} & \cos _ = 1 - 2 \sin^2(3x) . \text{יז} \\ & \cos _ = 2 \cos^2\left(\frac{1}{2x}\right) - 1 . \text{יט} \end{array}$$

10 הוכיחו בעזרת 4 הנוסחאות הבאות :

$$\begin{array}{l} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{array}$$

את הזהויות הטריגונומטריות הבאות :

$$\begin{array}{ll} \cos(-\alpha) = \cos(\alpha) . \text{ב} & \sin(-\alpha) = -\sin(\alpha) . \text{א} \\ \cos(90 - \alpha) = \sin(\alpha) . \text{ד} & \sin(90 - \alpha) = \cos(\alpha) . \text{ג} \\ \cos(180 - \alpha) = -\cos(\alpha) . \text{ו} & \sin(180 - \alpha) = \sin(\alpha) . \text{ה} \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) חיובי: א, ב, ג, יא, יג, טז, יח. שלילי: ד, ה, ו, ז, ט, י, יד, טו, יז.
- (2) א. שלילי. ב. שלילי. ג. חיובי.
- (3) א. 0. ב. 1. ג. 1. ד. 0. ה. 0. ו. -1. ז. -1. ח. 0. ט. 0. י. 1. יא. -1. יב. 0. יג. 0. יד. -1. טו. -1. טז. 0. יז. 0. יח. 0. יט. 1. כ. 0. כא. -1. כב. 0. כג. -1. כד. -1.
- (4) א. אין פתרון כי $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. ב. אין פתרון כי $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.
- (5) חלוקה ב-0 איננה מוגדרת.
- (6) א. 1. ב. -1.
- (7) א. $-t$. ב. t . ג. t . ד. t . ה. t . ו. t . ז. t . ח. t .
- (8) א. t . ב. t . ג. $-t$. ד. t . ה. t . ו. t . ז. t . ח. t .
- (9) השלמה בגוף השאלה.
- (10) שאלת הוכחה.