

## סימן הסכימה (סיגמה)

### שאלות:

1) כתוב בפירוט את הסכומים הבאים:

א. $\sum_{n=0}^{10} 4^n$	ב. $\sum_{k=1}^4 2k$	ג. $\sum_{n=4}^{10} na_n$
ד. $\sum_{i=7}^{11} 4i^2 a_i$	ה. $\sum_{t=1}^8 tx^t$	ו. $\sum_{k=4}^{10} na_k$
ז. $\sum_{k=1}^{10} 4n$	ח. $\sum_{k=-1}^3 (k^2+1)$	ט. $\sum_{l=1}^3 (l^2 - x_l - 4)$

2) כתוב את הסכומים הבאים בעזרת סימן הסכימה:

א. $1+2+4+8+16+32+64+128$	ב. $2+4+6+8+10+12+14+16+18+20$	ג. $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$
ד. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8$	ה. $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \dots + 44 \cdot 45$	ו. $3 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 15 \cdot 6 + 18 \cdot 7 + 21 \cdot 8$
ז. $5^2 + 7^2 + \dots + 27^2$	ח. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{10 \cdot 11}$	ט. $\frac{2}{3} + \frac{6}{9} + \frac{10}{27} + \frac{14}{81} + \frac{18}{243}$
י. $4 + \frac{8}{5} + \frac{12}{25} + \frac{16}{125} + \frac{20}{625}$		

3) חשב את הסכומים הבאים:

א. $\sum_{k=1}^{10} 4k$	ב. $\sum_{k=1}^{10} (2k+4k^2)$	ג. $\sum_{k=10}^{24} k(k-1)$
ד. $\sum_{k=10}^{24} \frac{k^3 - k}{k+1}$	ה. $\sum_{k=4}^{10} (k-2)(k+2)$	ו. $\sum_{k=1}^{10} (2k^2+1)(k-2)$

\* תוכל להיעזר בנוסחאות הבאות:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

4) חשב את הסכומים הבאים :

א.  $\sum_{k=1}^{20} \frac{5 \cdot 4^k + 8^k}{2^k}$       ב.  $\sum_{k=1}^{11} \frac{2 \cdot 4^{k+2} + 10^k}{0.4^k}$       ג.  $\sum_{k=10}^{20} 2^{2k+10}$

\* תוכל להיעזר בנוסחה הבאה :  $\sum_{k=1}^n a^k = \frac{a(a^n - 1)}{a - 1}$  ( $a \neq 1$ )

5) חשב את הסכומים הבאים :

א.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$       ב.  $4^2 + 5^2 + 6^2 + \dots + 24^2$   
ג.  $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 22^2$       ד.  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 17^2$

6) הוכח כי :

א.  $\sum_{k=1}^n \frac{2^{2k+4}}{k+2} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{2^{2k+6}}{k+3}$   
ב.  $\sum_{k=4}^{n-3} \frac{4k+17+2^{2k}}{k+1} = \sum_{k=8}^{n+1} \frac{4k+1+2^{2k-8}}{k-3}$

7) חשב את הסכומים הבאים ללא פיצול הסכום :

א.  $\sum_4^{11} k^2$       ב.  $\sum_{10}^{20} 4^{2k}$

8) פתור את שני הסעיפים הבאים :

א. הוכח את הנוסחה :  $\sum_{k=1}^n (x_k + y_k)^2 = \sum_{k=1}^n (x_k)^2 + 2 \sum_{k=1}^n x_k y_k + \sum_{k=1}^n (y_k)^2$

ב. הוכח או הפרד :  $\sum_{k=1}^n x_k y_k = \sum_{k=1}^n x_k \cdot \sum_{k=1}^n x_k$

**תשובות סופיות:**

א.  $4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6 + 4^7 + 4^8 + 4^9 + 4^{10}$  (1)

ב.  $2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$

ג.  $4a_4 + 4a_5 + 4a_6 + 4a_7 + 4a_8 + 4a_9 + 4a_{10}$

ד.  $4 \cdot 7^2 a_7 + 4 \cdot 8^2 a_8 + 4 \cdot 9^2 a_9 + 4 \cdot 10^2 a_{10} + 4 \cdot 11^2 a_{11} + 4 \cdot 7^2 a_7$

ה.  $1x^1 + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5 + 6x^6 + 7x^7 + 8x^8$

ו.  $na_5 + na_6 + na_7 + na_8 + na_9 + na_{10} + na_{11}$

ז.  $4n + 4n + 4n + 4n + 4n + 4n + 4n + 4n + 4n + 4n$

ח.  $((-1)^2 + 1) + (0^2 + 1) + (1^2 + 1) + (2^2 + 1) + (3^2 + 1)$

ט.  $(1^2 - x_2 - 4) + (2^2 - x_4 - 4) + (3^2 - x_6 - 4)$

א.  $\sum_{k=0}^7 2^k$  א. (2)      ב.  $\sum_{k=1}^{10} 2k$       ג.  $\sum_{k=0}^9 (2k+1)$       ד.  $\sum_{k=1}^7 k(k+1)$

ה.  $\sum_{k=1}^{22} (2k-1)2k$       ו.  $\sum_{k=1}^7 3k(k+1)$       ז.  $\sum_{n=3}^{14} (2n-1)^2$

ח.  $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n(n+1)}$       ט.  $\sum_{k=1}^5 \frac{4k-2}{3^k}$       י.  $\sum_{k=1}^4 \frac{4k}{5^{k-1}}$

א. 220      ב. 1650      ג. 255      ד. 9160      ה. 28      ו. 4545 (3)

א.  $5 \cdot (2^{21} - 2) + \frac{4}{3}(4^{20} - 1)$  (4)      ב.  $32 \cdot \frac{10(10^{11} - 1)}{10 - 1} + \frac{25(25^{11} - 1)}{25 - 1}$

ג.  $2^{10} \left[ \frac{4(4^{20} - 1)}{4 - 1} - \frac{4(4^9 - 1)}{4 - 1} \right]$

א. 2870      ב. 2856      ג. 2024      ד. 969 (5)

ה. הוכחה. (6)

א.  $\frac{8(8+1)(2 \cdot 8+1)}{6} + 6 \cdot \frac{8(8+1)}{2} + 9 \cdot 8$  (7)      ב.  $4^{18} \cdot \frac{16(16^{11} - 1)}{16 - 1}$

ה. הוכחה. (8)