

תוכן העניינים:

- 2 קומבינטוריקה – דגימה ללא סדר ועם החזרה
- 2.....:רקע
- 3.....:שאלות
- 4.....:תשובות סופיות

לתשומת לבך, יש ללמוד לפי הסרטונים באתר. ייתכנו שאלות בספר הפרק אשר אינן חלק מחומר הלימוד שלך.

קומבינטוריקה – דגימה ללא סדר ועם החזרה

רקע:

מספר האפשרויות לבחור k עצמים (לא בהכרח שונים) מתוך n עצמים שונים, ללא חשיבות לסדר העצמים הנדגמים, ועצם יכול להיבחר יותר מפעם אחת: $\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$.

דוגמה:

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק 4 כדורים זהים לשלושה תאים שבכל תא יש מקום ליותר מכדור אחד (פתרון והסבר הרעיון בהקלטה)?

סיכום כללי של המצבים האפשריים לדגימה:

מספר האפשרויות לבחירת k עצמים מתוך אוכלוסייה של n עצמים שונים		
ללא התחשבות בסדר הבחירה	עם התחשבות בסדר הבחירה	ביצוע הדגימה
$\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$	n^k	עם החזרה
$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$(n)_k = \frac{n!}{(n-k)!}$	ללא החזרה

שאלות:

- (1) בכמה דרכים יש להכניס 8 כדורים זהים לחמישה תאים כאשר תא יכול להכיל יותר מכדור אחד?
- (2) בכמה אופנים ניתן להכניס 5 מחברות זהות ל-3 תיקים שונים?
- (3) בכמה אופנים ניתן להכניס 8 כדורים לתוך 3 תאים שונים כאשר:
 - א. הכדורים זהים.
 - ב. הכדורים שונים זה מזה.
- (4) בכמה דרכים יש לסדר 10 משחקים ב-4 מגירות כאשר:
 - א. המשחקים שונים זה מזה.
 - ב. במשחקים זהים זה לזה.
- (5) מהו מספר הפתרונות השלמים האי שליליים למשוואה הבאה: $X_1 + X_2 = 3$.
- (6) מהו מספר הפתרונות השלמים האי-שליליים למשוואה הבאה: $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 20$.
- (7) במכירה פומבית הוצגו 4 פמוטי זהב זהים לחלוטין. על קניית היצירות התחרו 3 אספנים. אספן יכול היה לרכוש יותר מפמוט אחד. בהנחה וכל הפמוטים נמכרו, כמה אפשרויות מכירה לאספנים השונים ישנן?
- (8) נתונות האותיות A, B, C ו-D. נרצה לבחור שתי אותיות מתוך קבוצת האותיות הללו כאשר מותר לבחור אותה יותר מפעם אחת אבל אין חשיבות לסדר האותיות שנבחרו. כמה דרכים ישנן לבחירה?
- (9) במשחק הלוטו החדש יש לבחור ארבעה מספרים מתוך המספרים 1-20. אין חשיבות לסדר הפנימי של המספרים, אלא רק לגלות אילו מספרים עלו בגורל. מה הסיכוי לגלות את המספרים שעלו בגורל אם:
 - א. אסור לבחור את אותו מספר יותר מפעם אחת.
 - ב. מותר לחזור על אותו מספר יותר מפעם אחת.

- (10)** ישנם 5 כדורים להכניס ל-6 תאים.
חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:
- הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

- (11)** ישנם k כדורים להכניס ל- n תאים ($n > k$).
חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:
- הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
 - הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

תשובות סופיות:

- | | | |
|-------|------------------|-------------------------|
| | 495 | (1) |
| | | 21 |
| | 6561 | א. 45 (3) |
| | 286 | א. 4^{10} (4) |
| | | 4 (5) |
| | | 1771 (6) |
| | | 15 (7) |
| | | 10 (8) |
| | $\frac{1}{8855}$ | א. $\frac{1}{4845}$ (9) |
| 720.ג | 252 | א. 7776 (10) |
| | | ב. 6 |

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1} \quad \text{ב.} \quad n^k \quad \text{א. (11)}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{ד.} \quad (n)_k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad \text{ג.}$$