

תוכן העניינים:

2	המשתנה המקרי הדו-ממדי – קומבינציות לינאריות
2	רקע:
2	שאלות:
4	תשובות סופיות:

לתשומת לבך, יש ללמוד לפי הסרטונים באתר. ייתכנו שאלות בספר הפרק אשר אינן חלק מחומר הלימוד שלך.

המשתנה המקרי הדו-ממדי – קומבינציות לינאריות

רקע:

יהיו שני משתנים מקריים X ו- Y .

1. התוחלת והשונות של סכומם היא:

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2 \cdot \text{cov}(X, Y)$$

2. התוחלת והשונות של הפרשם היא:

$$E(X - Y) = E(X) - E(Y)$$

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y) - 2 \cdot \text{cov}(X, Y)$$

3. קומבינציה ליניארית:

יוצרים משתנה חדש שהוא קומבינציה לינארית של שני משתנים אחרים:
 $W = (aX + b) + (cY + d)$. אזי:

$$\text{cov}[(aX + b), (cY + d)] = a \cdot c \cdot \text{cov}(X, Y)$$

$$E(W) = E((aX + b) + (cY + d)) = aE(X) + b + cE(Y) + d$$

$$V(W) = V((aX + b) + (cY + d)) = a^2V(X) + c^2V(Y) + 2 \cdot a \cdot c \cdot \text{cov}(X, Y)$$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נתונים שני משתנים מקריים X ו- Y המקיימים:

$$\mu_X = 80, \sigma_X = 15, \mu_Y = 70, \sigma_Y = 20, \text{cov}(X, Y) = 200$$

א. מצאו את התוחלת והשונות של סכום המשתנים.

ב. מצאו את התוחלת והשונות של X ו- Y .

ג. מצאו את השונות ומה התוחלת של המשתנה $W = 2X + 3Y$.

שאלות:

1) נתונה פונקציה ההסתברות המשותפת הבאה:

Y / X	1	2	3	$P(X)$
2		0.1	0.3	0.6
3	0.2		0.1	
$P(X)$				

א. השלימו את ההסתברויות החסרות.

ב. האם המשתנים תלויים?

ג. האם המשתנים בלתי מתואמים?

ד. חשבו את השונות המשותפת.

ה. חשבו את התוחלת והשונות של סכום המשתנים.

ו. חשבו את התוחלת והשונות של הפרש המשתנים.

(2) מבחן בנוי מחלק כמותי וחלק מילולי. תוחלת הציון בחלק הכמותי היא 100, עם סטיית תקן 20. תוחלת הציונים בחלק המילולי היא 90 עם סטיית תקן 15. מקדם המתאם בין הציון הכמותי לציון המילולי הוא 0.8.

א. חשבו את השונות המשותפת בין הציון הכמותי לציון המילולי.

ב. חשבו את התוחלת והשונות של סכום הציונים בחלק הכמותי ובחלק המילולי.

ג. חשבו את התוחלת והשונות של הפרש הציונים בין החלק הכמותי לחלק המילולי.

ד. עלות הבחינה 2000 שקלים. הוחלט לזכות שקל עבור כל נקודה שנצברה בחלק המילולי ושני שקלים עבור כל נקודה שנצברה בחלק הכמותי. מהי התוחלת ומהי השונות של עלות הבחינה נטו (העלות לאחר הזיכוי)?

(3) נתון: $\text{var}(X + 2Y) = 3$, $\text{var}(X - 2Y) = 2$.

חשבו: $\text{cov}(X, Y)$.

(4) מטילים קובייה n פעמים. נגדיר את המשתנים הבאים:

$X =$ מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 6.

$Y =$ מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 5.

בטאו את השונות המשותפת באמצעות n .

תשובות סופיות:

- (1) ג. תלויים
ג. מתואמים. ד. -0.1
ו. תוחלת: -0.4 , שונות: 1.24
ה. תוחלת: 4.4 , שונות: 0.84
- (2) א. 240
ב. תוחלת: 190 , שונות: 1105
ג. תוחלת: 10 , שונות: 145
ד. תוחלת: 1710 , שונות: 2785
- (3) -0.125
- (4) $-\frac{n}{36}$