

תוכן העניינים:

- 2 המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת, שונות וסטיית תקן
- 2..... רקע:
- 3..... שאלות:
- 4..... תשובות סופיות:

לתשומת לבך, יש ללמוד לפי הסרטונים באתר. ייתכנו שאלות בספר הפרק אשר אינן חלק מחומר הלימוד שלך.

המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת, שונות וסטיית תקן

רקע:

תוחלת:

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

$$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

שונות:

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

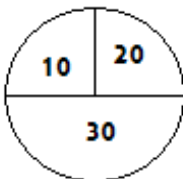
$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

סטיית תקן:

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים: $STD = \sigma$.

דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:



30	20	10	X
0.5	0.25	0.25	P(X)

$$E(X) = 10 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.25 + 30 \cdot 0.5 = 22.5 = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) =$$

$$= (10 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (20 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (30 - 22.5)^2 \cdot 0.5 = 68.75 = \sigma^2$$

$$: \sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.75} = 8.29.$$

שאלות:

40	20	0	-30	X
0.2	0.3	0.1	0.4	$P(X)$

- (1) אדם משחק במשחק מזל. נגדיר את X להיות סכום הזכייה. להלן פונקציית ההסתברות של X : מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של X ?

- (2) בישוב מסוים שני סניפי בנק: בנק פועלים ובנק לאומי. מתוך האוכלוסייה הבוגרת בישוב, ל-50% חשבון בנק בסניף הפועלים, ל-40% חשבון בנק בסניף לאומי ול-20% מהתושבים הבוגרים אין חשבון באף אחד מהסניפים. יהי X מס' סניפי הבנק שלבוגר בישוב יש בהם חשבון. חשבו את $E(X)$.

- (3) ידוע של-20% מהמשפחות יש חיבור לווייני בביתם. בסקר אדם מחפש לראיין משפחה המחוברת ללוויין. הוא מטלפן באקראי למשפחה וממשיך עד אשר הוא מגיע למשפחה המחוברת ללוויין. בכל מקרה הסוקר לא יתקשר ליותר מ-5 משפחות. נגדיר את X להיות מספר המשפחות שאליהן האדם יתקשר. א. בנו את פונקציית ההסתברות של X . ב. חשבו את התוחלת וסטית התקן של X .

- (4) לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי שלא ישתמש בו שוב. נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח. א. בנו את פונקציית ההסתברות של X . ב. חשבו את התוחלת והשונות של X .

- (5) נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :
 כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$.

8	6	4	2	X
0.2		0.3		$E(X)$

- ג. מצאו את ההסתברויות החסרות בטבלה.
 ד. חשבו את $V(X)$.

- (6) משתנה מקרי בדיד מקבל את הערכים 5, 0 ו 5. נתון שהתוחלת של המשתנה 0 ושהשונות היא 10. מצא את פונקציית ההסתברות.

X	P
1	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{2}$
K	$\frac{1}{4}$

- (7) להלן ההתפלגות של משתנה מקרי. מהו הערך שיינתן ערך מינימלי לשונות של X .

תשובות סופיות:

- (1) תוחלת: 2, שונות: 796

- (3) ב. תוחלת: 3.36, סטיית תקן: 1.603

(4) א. ראו טבלה:

X	5	4	3	2	1
$P(X)$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

- ב. תוחלת: 3, שונות: 2

(5) א. ראו טבלה:

X	8	6	4	2
$P(X)$	0.2	0.1	0.3	0.4

- ב. 5.16

(6) ראו טבלה:

X	5	0	-5
$P(X)$	0.2	0.6	0.2

- (7) 2.33