<u>סטודנטים יקרים</u>

לפניכם ספר תרגילים בקורס מתמטיקה בדידה. הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל <u>פתרונות מלאים</u> לספר התרגילים, וכן את התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה לחצו כאן.

את הקורס בנה מר טל פלדמן, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר www.gool.co.il.

אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול זה בול. בשבילך!

יחסים

שאלות מבוא

a. עבור כל אחת מהקבוצות הבאות R קבע האם היא יחס ובמידה התשובה חיובית מצא קבוצה קטנה ביותר A כך ש- R הוא יחס מעל A

א. $R=\{2,5,(7,8)\}$ ב. $R=\{(1,3),(3,7),(2,5)\}$ ג. $R=\{((1,2),(3,4)),((1,3),(2,4))\}$

b. חזור לשאלה קודמת ובכל אחד מהמקרים בהם הקבוצה היא יחס רשום את $dom(R)$ את $range(R)$ ורשום את היחס במטריצה.

c. רשום במפורש את היחסים כקבוצה של זוגות סדורים.

א. היחס R המוגדר מעל A באופן הבא: $aRb \Leftrightarrow b>a+3$ כאשר:

(i) $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ $\quad$ (ii) $A=\{3,5,19,103\}$ $\quad$ (iii) $A=\{5,6,7\}$

d. עבור $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ רשום את היחסים הבאים כקבוצה מפורשת של זוגות.

א. $R_1=\{\langle x,y\rangle | x^2+y^2<5\}$

ב. $R_2=\{\langle x,y\rangle | x^2+y^2>5\}$

ג. $R_3=\{\langle x,y\rangle | x<y+2\}$

ד. $R_4=\{\langle x,y\rangle | x\cdot y>8\}$

e. תהי $\mathbb{N}_+=\mathbb{N}\setminus\{0\}=\{1,2,3,4,5...\}$ נגדיר יחס R על $\mathbb{N}_+$ באופן הבא: $(a,b)\in R \Leftrightarrow \left[a=b^b \vee b=a^a\right]$

א. האם $1R1$? האם R רפלקסיבי?

ב. האם R אנטי סימטרי (חלש)?

ג. האם R טרנזיטיבי

f. נגדיר יחס R מעל הקבוצה $A=\{1,2,3,4,5\}$ ע"י $(x,y)\in R \Leftrightarrow |y-x|>2$

א. רשום את R רישום מפורש בעזרת $\langle\ \rangle$ ובעזרת דיגרף.

ב. מצא את היחס R^{-1} וחשב את כל החזקות השונות של R

ג. עבור כל אחת מהתכונות הבאות מצא אם היחס R מקיים אותה או לא. $R^2\subseteq R$, $I_A\subseteq R$, $R=R^{-1}$, $R\cap R^{-1}\subseteq I_A$

g. יהי R יחס מעל קבוצה A.

א. הוכח כי אם $I_A\subseteq R$ אז R רפלקסיבי.

ב. הוכח כי אם $R=R^{-1}$ אז R סימטרי.

ג. הוכח כי אם $R^2\subseteq R$ אז R טרנזיטיבי.

ד. הוכח כי אם $R\cap R^{-1}\subseteq I_A$ אז R אנטי סימטרי.

h. נתונים שני היחסים הבאים מעל $A=\{1,2,3\}$

$$R_1=\{(1,2),(2,1),(2,3)\} \qquad R_2\{(1,2),(2,2),(2,3)(2,1)\}$$

עבור כל אחד מארבעת היחסים $R_1\ ,\ R_2\ ,\ R_1\cap R_2\ ,\ R_1\cup R_2$ קבע האם הוא רפלקסיבי, סימטרי, טרנזיטיבי. (במקרה של הפרכה הבא דוגמה מתאימה)

i. עבור $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ נגדיר S מעל A באופן הבא: $S=\{\langle 1,1\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 1,5\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,6\rangle,\langle 3,1\rangle\langle 6,3\rangle\}$

א. בדוק האם S רפלקסיבי, סימטרי, אנטי סימטרי חלש, אנטי סימטרי חזק, וטרנזיטיבי.

ב. רשום את היחסים I_A ואת S^{-1}

ג. רשום את כל החזקות השונות של S.

ד. רשום את היחס $R=\{1,3,6\}^2\cup\{2,4\}^2\cup\{5\}^2$ כקבוצה של זוגות.

ה. היחס R הוא יחס שקילות. רשום את מחלקות השקילות השונות ואת קבוצת המנה.

j. לגבי כל אחד מהיחסים הבאים, רשום שלושה זוגות שנמצאים ביחס, ונמק מדוע הם ביחס. כתוב שלושה זוגות שאינם ביחס, ונמק מדוע אינם ביחס. כמו כן קבע האם היחס הוא רפלקסיבי, אנטי רפלקסיבי, סימטרי, א"ס חלש, א"ס חזק, וטרנזיטיבי.

א. יחס $@$ מעל $\mathbb{R}$ המוגדר באופן הבא: $|x-y|\le 100\Leftrightarrow (x,y)\in @$

ב. יחס $\clubsuit$ מעל $\mathbb{Z}$ המוגדר באופן הבא: $3|x-y\ \Leftrightarrow (x,y)\in\clubsuit$

ג. היחס $\subseteq$ מעל $P(\mathbb{N})$ המוגדר באופן הבא: $A\subseteq B\Leftrightarrow (A,B)\in\subseteq$

ד) היחס שרגא מעל $\mathbb{R}$ המוגדר באופן הבא: $x+y\ge x\cdot y\Leftrightarrow (x,y)\in$ שרגא

ה) יחס T מעל $\mathbb{Z}$ המוגדר באופן הבא: $(x,y)\in T\ \Leftrightarrow\ x^2+y\ge 1$

k. נגדיר יחס נתון R על הקבוצה $\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ ע"י fRg אם"ם קיימת $A\subseteq\mathbb{N}$ אינסופית כך ש- $f(n)=g(n)$ לכל $n\in A$

א. האם R רפלקסיבי?

ב. האם R אנטי סימטרי? (חלש)

ג. האם R טרנזיטיבי?

l. בכל אחר מהיחסים הבאים בדוק האם הוא רפלקסיבי, סימטרי, אנטי סימטרי, טרנזיטיבי.

א. נגדיר יחס T מעל $\mathbb{R}$ באופן הבא: $aTb\ \Leftrightarrow\ a<b+1$

ב. נגדיר יחס P מעל $P(\mathbb{N})$ באופן הבא: $APB\ \Leftrightarrow\ (A=B\vee A\cup\{1,2\}=B)$

m. מצא אלו מהתכונות: רפלקסיביות, אנטי רפלקסיביות, סימטריות, אנטי סימטריות חלשה, אנטי סימטריות חזקה וטרנזיטיביות מקיים כל אחד מהיחסים הבאים. מעל הקבוצות $A=\{3,5,7,9\}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$

א. $xRy\ \Leftrightarrow\ \exists m\in\mathbb{Z}_{odd}\ \ x=my$

ב. $xsy\ \Leftrightarrow\ \exists m\in\mathbb{Z}_{evevn}\ \ x=my$

ג. $xRy\ \Leftrightarrow\ \exists m\in\mathbb{Z}_{odd}\ (x=my\ \vee\ y=mx)$

n. עבור $A=\{1,2,3,4,5\}$ נגדיר יחס S על A באופן הבא: $xSy \Leftrightarrow x\cdot y\ge 2$

א. האם $S^2\setminus S=\varnothing$

ב. האם S יחס שקילות על A?

o. תהי $A=\{1,2,3,4\}$ ויהי R יחס מעל A אילו מהטענות הבאות נכונה?

א. $R=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ הוא יחס הזהות מעל A.

ב. $R=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\}$ הוא היחס המלא מעל A.

ג. אם R הוא היחס המלא מעל A אז R^{-1} הוא היחס המלא מעל A.

ד. אם R הוא יחס הזהות מעל A אז R^{-1} הוא יחס הזהות מעל A.

ה. יהי R יחס מעל הקבוצה $A=\{1,2\}$ האם יתכן כי R אינו טרנזיטיבי?

p. תהי $A=\{1,2,3,4\}$ ויהי R יחס מעל A אילו מהטענות הבאות נכונה?

א. ה- $Domain$ של $R=\{(1,1),(2,2),(1,3)\}$ הוא $\{1,2\}$

ב. ה- $Range$ של $R=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&2&3\end{pmatrix}$ הוא $\{2,3,1\}$

ג. ה- $Domain$ של $R=\{(1,1),(2,2),(1,3)\}$ שווה ל- $Range$ של R^{-1}.

q. תהי $A=\{1,2,5\}$ אילו מהטענות הבאות נכונה?

א. אם R הוא יחס הזהות כלומר $R=I_A$ אז $R=\{(1,1),(2,2),(5,5)\}$

ב. אם R הוא יחס המלא אז $R=\{(1,1),(1,2),(1,5),(2,1),(2,2),(2,5),(5,1),(5,2),(5,5)\}$

ג. אם R הוא יחס הזהות כלומר $R=I_A$ אז $\left(\left(IR\right)^{-1}\right)^{-1}=R$

r. עבור $A=\{1,2,3\}$ נגדיר R,S יחסים מעל A באופן הבא: $S=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,1\rangle\}$, $R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 3,2\rangle\}$

א. חשב את היחסים RS ו- SR ובדוק האם הם יחסי שקילות.

ב. האם היחסים S ו- S^2 הם אנטי סימטריים? נמק.

s. יהיו $C=\{5,6\}$, $B=\{A,B\}$, $A=\{1,2\}$ ויהי R יחס כך ש- $R\subseteq A\times B$ אילו מהטענות הבאות נכונה?

א. $SR=\varnothing$

ב. אם R ו- S יחסים מלאים אז ב- RS יש ארבעה איברים.

ג. אם R ו- S הוא היחס המלא אז $RS=S$.

ד. $dom(RS)=range\left(S^{-1}R^{-1}\right)$

t. תהי $A=\{1,2,5\}$ ויהי $R=\{(1,1),(1,2),(2,5)(5,5)\}$

א. הבע את R בצרה של גרף.

ב. הבע את R^{-1} בצרה של גרף.

ג. הבע את יחס הזהות $R=I_A$ בצרה של גרף.

ד. הבע את היחס המלא $R=A\times A$ בצרה של גרף.

ה. הבע את יחס הזהות $R=I_A$ בצרה של מטריצת סמיכויות.

ו. הבע את היחס הריק בצורת מטריצת סמיכויות

ז. הבע את RR^{-1} בצרה של גרף.

ח. הבע את $R\cup R^{-1}$ בצרה של גרף. (מצא תחילה את הזוגות ורק לאחר מכן בנה את הגרף.)

ט. הבע את יחס הזהות $\left(R^{-1}R\right)\cap\left(RR^{-1}\right)$ בצרה של מטריצת סמיכויות.

י. הבע את יחס הזהות $\left(R^{-1}R\right)\setminus\left(RR^{-1}\right)$ בצרה של גרף.

יא. הבע את יחס הזהות $\left(R^{-1}R\right)\Delta\left(RR^{-1}\right)$ בצרה של גרף.

. u. תהי $A=\{1,2,3,4\}$ ויהי $R=\{(1,2),(2,1),(1,3)\}$ יחס מעל A

א. רשום את הסגור הרפלקסיבי של R.

ב. רשום את הסגור הסימטרי של R

ג. רשום את הסגור הטרנזיטיבי של R

v. תהי $A=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ קבוצת כל הזוגות הסדורים של המספרים הטבעיים.

ויהי $R\subseteq A^2$ יחס המוגדר על ידי: $(m_1,n_1)R(m_2,n_2)\Leftrightarrow m_1-m_2=n_1-n_2$

א. הוכח כי R הינו יחס שקילות ב-A.

ב. תארו באופן גרפי את מחלקות השקילות הבאות. $[(1,1)]_R$, $[(1,2)]_R$, $[(2,1)]_R$

w. נתון היחס R מעל $\mathbb{N}$. $xRy\leftrightarrow(6\,|\,x-y)\vee(3\nmid x\cdot y)$ (אין צורך להוכיח כי R יחס שקילות)

מצא את מחלקות השקילות ואת קבוצת המנה.

x. תהי S קבוצה שאבריה הן קבוצות מגדירים יחס בינארי E מעל S באופן הבא: $AEB\Leftrightarrow(A\subseteq B\wedge B\subseteq A)$ הוכיחו או הפריכו: E יחס שקילות.

y. נגדיר יחס בינארי E מעל $\mathbb{Z}-\{0,1\}$ (קבוצת השלמים ללא 0 ו-1) באופן הבא: $aEb\Leftrightarrow ab\ge -1$ הוכח כי E יחס שקילות ותן תיאור מפורש של מחלקות השקילות שלו.

z. נגדיר יחס שקילות S מעל $\mathbb{R}$ באופן הבא: $xSy\Leftrightarrow(x=y=0)\vee(xy>0)$ נגדיר יחס שקילות T מעל $\mathbb{R}$ באופן הבא: $xTy\Leftrightarrow\left(x^2-9\right)S\left(y^2-9\right)$ אין צורך להוכיח כי מדובר ביחסי שקילות. כתוב במפורש את קבוצת המנה $\mathbb{R}/T$ ונמק בקצרה.

שאלות מחשבה

1. נתון R יחס שקילות על A כמו כן נתון $A \in P(B) \setminus \{B\}$ האם נובע מהנתונים כי R יחס שקילות על B? האם נובע מהנתונים כי R אינו יחס שקילות על B? נמקו.

2. יהי R יחס על קבוצה A. נאמר כי R הוא יחס אוקלידי אם התנאי הבא מתקיים לכל $x,y,x \in A$
$\left[(a,b) \in R \wedge (a,c) \in R\right] \Rightarrow (b,c) \in R$ הוכח או הפרך את הטענות הבאות.
א. אם R יחס שקילות אז הוא אוקלידי.
ב. אם R רפלקסיבי ואקלידי אז R יחס שקילות.

3. תהי $\boldsymbol{A}$ קבוצה ו- $\boldsymbol{R}$ יחס מעל $\boldsymbol{A}$ הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות.
בכל המקרים בהם בחרת להפריך תן דוגמה נגדית מינימלית. בדוק האם יש בדוגמתך פרטים מיותרים והסר אותם.
א. אם R סימטרי אז R טרנזיטיבי.
ב. אם R אנטי סימטרי חלש אז R טרנזיטיבי.
ג. אם R סימטרי וגם אנטי סימטרי חלש אז R טרנזיטיבי.
ד. אם R סימטרי וגם אנטי סימטרי חלש אז. $R = \varnothing$
ה. אם R סימטרי וגם אנטי סימטרי חזק אז $R = \varnothing$.
ו. אם R טרנזיטיבי וסימטרי אז R רפלקסיבי.
ז. אם R טרנזיטיבי ואנטי רפלקסיבי אז R אנטי סימטרי חזק.
ח. אם R טרנזיטיבי ולא סימטרי אז R אנטי סימטרי חלש.

4. תהי A קבוצה ויהיו R,S יחסים מעל A הוכח או הפרך את הטענות הבאות (הפרכה = דוגמה מינימלית)
א. אם R,S רפלקסיבים אז $R \cap S$ רפלקסיבי.
ב. אם R,S רפלקסיבים אז $R \cup S$ רפלקסיבי.
ג. אם R,S סימטרים אז $R \cap S$ סימטרי.
ד. אם R,S סימטרים אז $R \cup S$ סימטרי.
ה. אם R,S טרנזיטיבים אז $R \cap S$ טרנזיטיבי.
ו. אם R,S טרנזיטיבים אז $R \cup S$ טרנזיטיבי.
ז. אם R,S יחסי שקילות אז $R \cap S$ יחס שקילות.
ח. אם R,S יחסי שקילות אז $R \cup S$ יחס שקילות.
ט. אם R,S אנטי סימטרים חלש אז $R \cap S$ אנטי סימטרי חלש.
י. אם R,S אנטי סימטרים חלש אז $R \cup S$ אנטי סימטרי חלש.

5. רשום במפורש את כל יחסי השקילות E מעל $S=\{a,b,c,d\}$ המקיימים $\left|S/E\right|=2$ וכל מחלקות השקילות הן שוות עוצמה. יש להציג כל יחס כתת קבוצה מפורשת של $S\times S$.

6. יהי S יחס המוגדר מעל $P(\mathbb{N})$ קבוצת החזקה של $\mathbb{N}$ באופן הבא: $ASB \Leftrightarrow \min A=\min B$ כאשר $\min A$ הוא המספר הקטן ביותר ב- A.

א. הוכח כי S הינו יחס שקילות.

ב. נסמן ב- K את קבוצת מחלקות השקילות של היחס S.
בנה פונקציה $F:K\to\mathbb{N}$ חח"ע ועל.

7. יהי R יחס סימטרי וטרזיטיבי מעל A כך ש: $\forall a\in A\exists b\in A \quad aRb$ הוכח כי R רפלקסיבי.

8. הוכח או הפרך: לכל קבוצה A ולכל יחס רפלקסיבי R מעל A קיימות קבוצות $B,C\subseteq A$ כך ש- $R=B\times C$

9. יהיו R,S יחסי שקילות מעל A. הוכח כי $R\Delta S$ לא יחס שקילות מעל A.

10. הי S יחס אנטי רפלקסיבי וטרנזיטיבי מעל קבוצה A. ונניח שקיים $y\in A$ עבורו מתקיים: $\forall x\in A(x,y)\in S$ הוכח כי לכל $z\in A$ מתקיים: $(y,z)\notin S$

11. יחס R מעל A נקרא סוגר משולשים אם לכל $a,b,c\in A$ מתקיים: $(aRb\wedge bRc)\to cRa$

א. הוכח כי יחס רפלקסיבי וסוגר משולשים הוא יחס שקילות.

ב. הוכח כי אם R סימטרי, סוגר משולשים ואינו ריק אז R אינו אנטי רפלקסיבי.

12. יחס שקילות S מוגדר על $P(\mathbb{N})$ באופן הבא: $S=\{\langle A,B\rangle \mid A\cap\{1,2,3\}=B\cap\{1,2,3\}\}$

א. מה היא העוצמה של $[\{4,7,9\}]_S$

ב. כמה מחלקות שקילות יש?

13. יהי R יחס מעל קבוצה A. נתון $R\cap I_A=\varnothing$ יחס כזה נקרא אנטי רפלקסיבי. עוד נתון שקיימים $a,b\in A$ לא בהכרח שונים זה מזה כך ש- $(a,b)\in R^2$ וגם $(b,a)\in R^2$ הוכח כי קיימים $c,d\in A$ לא בהכרח שונים אבל אף אחד מהם לא שווה ל- a או ל- b כך ש- $(c,d)\in R^2$ וגם $(d,c)\in R^2$

יחסי סדר

14. הוכח כי היחס R המוגדר מעל הקבוצה $A=\left\{2^k \middle| k\in\mathbb{N}\right\}$ ע"י $aRb \Leftrightarrow a|b$ הוא יחס סדר מלא.

15. נגדיר יחס בינארי D מעל הקבוצה $\mathbb{R}^2=\left\{(a,b)\middle| a\in\mathbb{R}, b\in\mathbb{R}\right\}$ באופן הבא:
$(a_1,b_1)D(a_2,b_2)\Leftrightarrow(a_1\geq a_2)\wedge(a_1+b_1\geq a_2+b_2)$ הוכח כי D יחס סדר חלש שאינו מלא.

16. נגדיר יחס R מעל הקבוצה $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ באופן הבא: $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow(a\leq c\wedge b\leq d)$

א. הוכח כי R יחס סדר חלש שאינו מלא.

ב. מצא תת קבוצה של $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ שעליה היחס R הוא מלא.

17. נגדיר יחס סדר (חלש) S מעל $\mathbb{R}$ באופן הבא: $xSy\Leftrightarrow\neg\left(\left(\lfloor x\rfloor=\lfloor y\rfloor\rightarrow y<x\right)\right)$ אין צורך להוכיח שמדובר ביחס סדר.

כתוב במפורש את כל האיברים המינימלים של S.

18. יהי R יחס סדר חלש מעל A ויהי S יחס סדר חלש מעל B. הוכח כי אם $A\cap B=\varnothing$ אז $R\cup S$ יחס סדר חלש מעל $A\cap B$.

19. תהי A קבוצה לא ריקה ותהי K קבוצת כל יחסים השקילות מעל A. קבוצה K זו היא סדורה חלקית ביחס להכלה.

א. הראה כי יש ב-K איבר קטן ביותר ואיבר גדול ביותר. הוכח כי האיברים שציינת אכן נמצאים ב-K והם אכן מקיימים את נדרש.

ב. בהמשך לסעיף א' תהי $A=\{1,2,3,4\}$. נסלק מ-K את האיבר הגדול ביותר ואת האיבר הקטן ביותר שמצאנו בסעיף קודם.
הקבוצה החדשה שמתקבלת תסומן ב-L. גם L סדורה חלקית ביחס להכלה. תן דוגמה לשני איברים מקסימליים ב-L שונים זה מזה ותן דוגמה לשני איברים מינימלים שונים זה מזה.

ג. הוכח כי ב-L אין איבר קטן ביותר ואין איבר גדול ביותר.

פונקציות ויחסים משולב

20. יחס T מעל $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ מוגדר באופן הבא: $fTg\leftrightarrow f\circ g=g\circ f$ הוכח או הפרך: T יחס שקילות

21. תהיינה A,B שתי קבוצות לא ריקות ויהיו $<_A,<_B$ שני יחסי סדר חזקים ומלאים (משווים) מעל A,B בהתאמה. ותהי $f:A\to B$ פונקציה המקיימת אם $a_1<_A a_2$ אז $f(a_1)<_B f(a_2)$. הוכח כי f חח"ע אך אינה בהכרח על.

22. יהי היחס T המוגדר מעל הקבוצה $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ באופן הבא: $fTg\Leftrightarrow$ קיים $x\in\mathbb{R}$ כך ש-$f(x)=g(x)$ האם T יחס שקילות?

23. תהי $F:A\to A$ פונקציה. נגדיר יחס R מעל A באופן הבא: $aRb\Leftrightarrow f(a)=b$

נתון ש-R סימטרי וטרנזיטיבי. הוכח כי F היא פונקצית הזהות.

24. נגדיר יחס S על הקבוצה $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ באופן הבא: $(x_1,x_2)S(y_1,y_2)\Leftrightarrow x_1^{\,2}-x_2=y_1^{\,2}-y_2$ S יחס שקילות.

(אין צורך להוכיח). הוכח כי קבוצת המנה $\mathbb{R}\times\mathbb{R}/_S$ שוות עוצמה לקבוצה $\mathbb{R}$

25. תהי A קבוצה לא ריקה ותהי A^A קבוצת כל הפונקציות מ-A ל-A. מגדירים יחס E מעל A^A באופן הבא:
לכל $f,g \in A^A$ fEg אם ורק אם קיימת $h \in A^A$ הפיכה כך ש-$f = h \circ g$.
א. הוכח כי E יחס שקילות.
ב. יהי $c \in A$ כלשהוא. תהי $f_c : A \to A$ הפונקציה הקבועה המוגדרת ע"י $f_c(x) = c$ $\forall x \in A$ תאר
את מחלקת השקילות של f_c ביחס ל-E (תן תאור מפורש ככל הניתן.) נמק טענותיך.

26. תהי J קבוצת כל היחסים מעל A ו-E קבוצת כל יחסי השקילות מעל A.
נגדיר פונקציה $F : J \times E \to J$ באופן הבא: $F(R,S) = R \cap S$. הוכח כי F על.

27. תהי A קבוצה סופית ותהי B תת קבוצה של A. נסמן ב-F את קבוצת כל הפונקציות מ-A ל-$\{0,1\}$.
נגדיר יחס E מעל F באופן הבא: $F = \left\{ (f,g) \middle| B \subseteq \{ x | f(x) g(x) \} \right\}$
א. בהינתן $A = \{1,2,3\}$ ו-$B = \{1,2\}$ תנו דוגמא ל-$f,g,h \in F$ שונות כך ש-$(f,g) \in E, (f,h) \notin E$.
ב. הוכיחו כי E יחס שקילות.
ג. מה עוצמת קבוצת המנה F / E? נמקו תשובתכם.

28. תהי $A = \{1,2,3\}$ ותהי M קבוצת כל היחסים מעל A ותהי $t : M \to M$ הפונקציה המתאימה לכל יחס את הסגור הטרנזיטיבי שלו.
א. t היא חח"ע.
ב. t היא על M.
ג. לכל $R \in M$ מתקיים $t(R^2) = (t(R))^2$
ד. לכל $R \in M$ מתקיים: $t(t(R)) = t(R)$