

החלפת משתנים באינטגרלים משולשים (יעקוביאן)

שאלות:

(1) חשב את $\iiint_G (z-y)^2 xy dV$ כאשר G הוא הגוף המוגבל על ידי המשטחים

$$xy=4, \quad xy=2, \quad z=y+1, \quad z=y, \quad x=3, \quad x=1$$

(2) חשב את הנפח של האליפסואיד $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(3) חשב את $\iiint_G x^2 dV$, כאשר G הוא האליפסואיד $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(4) חשב את נפח התחום המוגבל על ידי המשטחים:

$$y=4z^2, \quad y=z^2, \quad y=4x-12, \quad y=4x, \quad y=2z, \quad y=z$$

(5) חשב את $\iiint_G \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2} dV$, כאשר G הוא הכדור שמרכזו

בנקודה $(1,2,4)$ ורדיוסו 1.

תשובות סופיות:

(1) $2 \ln 3$

(2) $\frac{4}{3} \pi abc$

(3) $\frac{4}{15} \pi a^3 bc$

(4) $\frac{105}{32}$

(5) π