

## אינטגרלים משולשים בקואורדינטות גליליות וכדוריות

שאלות:

(1) חשב:  $\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-(x^2+y^2)}^{x^2+y^2} 21xy^2 dz dy dx$

(2) חשב:  $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 dz dy dx$

(3) חשב את האינטגרלים הבאים:

א.  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} dz dy dx$

ב.  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} z \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz dy dx$

(4) גוף כלוא בגליל  $x^2 + y^2 = 9$  בין מישור  $xy$  מלמטה, לבין מחצית פני הכדור  $z = \sqrt{25-x^2-y^2}$  מלמעלה. חשב את הנפח של הגוף ואת המרכז שלו.

(5) חשב את הנפח ואת המרכז של גוף החסום על ידי פני הכדור  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  מלמעלה ועל ידי החרוט  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  מלמטה.

(6) מצא את הנפח של התחום מעל מישור- $xy$  החסום על ידי הפרבולואיד  $z = x^2 + y^2$  והגליל  $x^2 + y^2 = a^2$ .

**תשובות סופיות:**

4 (1)

$\frac{\pi}{3}$  (2)

א.  $\frac{24\pi - 32}{9}$  ב.  $\frac{32\pi}{5}$  (3)

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 1107 / 488)$ ,  $V = \frac{122}{3} \pi$  (4)

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 1.5 / (2 - \sqrt{2}))$ ,  $V = \frac{64}{3} \pi (2 - \sqrt{2})$  (5)

$\frac{\pi}{2} a^4$  (6)