

אינטגרלים משולשים ושימושיהם

שאלות:

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^1 \int_0^z \int_0^{x+z} 6xz dy dx dz \quad (1)$$

$$\int_0^3 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} z e^y dx dz dy \quad (2)$$

$$B = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3\}, \iiint_B xyz^2 dV \quad (3)$$

$$B = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq z \leq 1+x+y\}, \iiint_B 6xy dV \quad (4)$$

חשב את האינטגרלים הבאים על ידי שינוי סדר אינטגרציה:

$$\int_0^4 \int_0^1 \int_{2y}^2 \frac{4 \cos(x^2)}{2\sqrt{z}} dx dy dz \quad (5)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^1 12xz e^{zy^2} dy dx dz \quad (6)$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{z}}^1 \int_0^{\ln 3} \frac{\pi e^{2x} \sin \pi y^2}{y^2} dx dy dz \quad (7)$$

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \int_0^x \frac{\sin 2z}{4-z} dy dz dx \quad (8)$$

חשב את נפחי הגופים החסומים ע"י המשטחים הבאים:

$$z = 1+x+y, z = 0, x+y=1, x=0, y=0 \quad (9)$$

$$z = 0, z = x^2 + y^2, y = 1, y = x^2 \quad (10)$$

$$(x \geq 0) z = 0, z = x^2 + y, y = 0.5x, y = 2x, y = \frac{2}{x} \quad (11)$$

$$z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, 2y^2 = x \quad (12)$$

$$(z \geq 0) x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = y \quad (13)$$

$$z = x+y, z = 6, x = 0, y = 0, z = 0 \quad (14)$$

(15) חשב את המסה ואת מרכז הכובד של גליל שגובהו h ורדיוס הבסיס שלו r . הנח שהצפיפות בכל נקודה פרופורציונית למרחק הנקודה מבסיס הגליל, כלומר, פונקציית הצפיפות היא מהצורה $\delta(x, y, z) = kz$ ($k > 0$).

(16) חשב את מומנט ההתמד של התיבה ההומוגנית (פונקציית צפיפות קבועה) $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c\}$ סביב ציר ה- z . בטא את תשובתך באמצעות המסה, M , של התיבה.

תשובות סופיות:

- | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------|----------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------|-------|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
| | | | (4) $\frac{65}{28}$ | (3) $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$ | (2) 1 | (1) 1 | | | | |
| | | | (8) $\frac{\sin^2 4}{2}$ | (7) $3e - 6$ | (6) $2 \sin 4$ | (5) 4 | | | | |
| 36 | (14) $\frac{8}{3}$ | (13) $16\frac{1}{5}$ | (12) $\frac{17}{6}$ | (11) $\frac{88}{100}$ | (10) $\frac{5}{6}$ | (9) 5 | | | | |

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \left(0, 0, \frac{2h}{3}\right), M = \frac{1}{2} \pi k h^2 r^2 \quad \text{(15)}$$

$$\frac{1}{3} M (a^2 + b^2) \quad \text{(16)}$$