

החלפת משתנים באינטגרל כפול (יעקוביאן)

שאלות:

(1) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R \frac{x-y}{x+y} dA$ כאשר R הוא התחום המוגבל על ידי הישרים $y = 3-x$, $y = 1-x$, $y = x-1$, $y = x$.

(2) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R e^{xy} dA$ כאשר R הוא התחום המוגבל על ידי הפונקציות $y = x$, $y = 0.5x$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{2}{x}$.

(3) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R \sin \frac{1}{2}(x+y) \cos \frac{1}{2}(x-y) dA$ כאשר R הוא התחום בצורת משולש שקדקודיו הם: $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(1,1)$.

(4) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R (4x+8y) dA$ כאשר R הוא התחום בצורת מקבילית שקדקודיה הם: $A(-1,3)$, $B(1,-3)$, $C(3,-1)$, $D(1,5)$.

(5) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R \sqrt{16x^2+9y^2} dA$ כאשר R הוא התחום הכלוא בתוך האליפסה $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

(6) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R y^2 dA$ כאשר R הוא התחום המוגבל על ידי העקומות $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{2}{x}$, $xy^2 = 1$, $xy^2 = 2$.

(7) חשב את האינטגרל הכפול $\iint_R e^{x+y} dA$ כאשר $R = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

תשובות סופיות:

$$\frac{1}{4} \ln 3 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(e^2 - e) \ln 2 \quad (2)$$

$$1 - \frac{1}{2} \sin 2 \quad (3)$$

$$192 \quad (4)$$

$$96\pi \quad (5)$$

$$\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$e - \frac{1}{e} \quad (7)$$