

## שימושי האינטגרל הכפול

### שאלות:

(1) חשב את שטחי התחומים החסומים ע"י העקומים הבאים:

א.  $x + y = 2, x^2 - 4y = 4$

ב.  $(a > 0) xy = a^2, x + y = \frac{5}{2}a$

ג.  $y^2 = 9 - x, y^2 = 9 - 9x$

ד.  $x + y = 3, y^2 = 4x$

(2) חשב את נפחי הגופים החסומים ע"י המשטחים הבאים:

א.  $z = 1 + x + y, z = 0, x + y = 1, x = 0, y = 0$

ב.  $z = 0, z = x^2 + y^2, y = 1, y = x^2$

ג.  $(x > 0) z = 0, z = x^2 + y, y = 0.5x, y = 2x, y = \frac{2}{x}$

ד.  $z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, 2y^2 = x$

ה.  $(z \geq 0) x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = y$

ו.  $z = x + y, z = 6, x = 0, y = 0, z = 0$

(3) ללוח דק בצורת משולש, שקדקודיו הם  $(0,1), (0,0), (1,0)$ , יש פונקציית

צפיפות:  $\delta(x, y) = xy$ .

א. חשב את מסת הלוח.

ב. חשב את מרכז הכובד של הלוח.

(4) ללוח דק בצורת מלבן,  $R = \left\{ (x, y) \mid -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}, -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \right\}$ , יש פונקציית

צפיפות קבועה (הלוח הומוגני). חשב את מומנט ההתמד של הלוח סביב ציר ה- $z$ . בטא את תשובתך באמצעות המסה,  $M$ , של הלוח.

(5) מצא את שטח הפנים של חלק הגליל  $x^2 + z^2 = 4$ , הנמצא מעל למלבן

$R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 4\}$  שבמישור  $xy$ .

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $\frac{64}{3}$     ב.  $a^2\left(\frac{15}{8}-2\ln 2\right)$     ג. 32    ד.  $\frac{64}{3}$
- (2) א.  $\frac{5}{6}$     ב.  $\frac{88}{105}$     ג.  $\frac{17}{6}$     ד.  $16\frac{1}{5}$     ה.  $\frac{8}{3}$     ו. 36
- (3) א.  $\frac{1}{24}$     ב.  $\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$
- (4)  $\frac{M(a^2+b^2)}{12}$
- (5)  $\frac{1}{6}\pi(5\sqrt{5}-1)$