

## קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

### שאלות:

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, מצא נקודות קריטיות וסווג אותן למקסימום, מינימום או אוכף:

$$f(x, y) = 8x^3 + 12xy + 3y^2 - 18x \quad (1)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20 \quad (2)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 4 \quad (3)$$

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4 \quad (4)$$

$$f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2} \quad (5)$$

$$f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y \quad (6)$$

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2 - 8x + y}{xy} \quad (7)$$

$$f(x, y) = e^x \cos y \quad (8)$$

$$z = x^3 + y^3 - 3xy + 4 \quad (9)$$

מצא את משוואות המישורים המשיקים האופקיים למשטח.

(10) מבין כל התיבות הפתוחות שנפחן 32 סמ"ק, חשב את ממדי התיבה ששטח הפנים שלה הוא מינימלי.

(11) מצא את המרחק הקצר ביותר מהנקודה (1, 2, 3) למישור  $-2x - 2y + z = 0$  וכן את הנקודה על המישור הקרובה ביותר לנקודה הנ"ל.

(12) יצרן מוכר מחשבונים, בארץ ובסין. עלות הייצור של מחשבון בארץ היא \$6 ועלות ייצור מחשבון בסין היא \$8. מנהל השיווק עומד את הביקוש  $Q_1$  למחשבון בארץ ואת הביקוש  $Q_2$  למחשבון בסין על ידי:  $Q_1 = 116 - 30P_1 + 20P_2$ ,  $Q_2 = 144 - 16P_1 + 24P_2$ . כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבונים,  $P_1$  ו-  $P_2$ , על מנת למקסם את הרווח? מהו רווח זה?

**תשובות סופיות:**

- (1)  $(-0.5, 1)$  אוכף;  $(1.5, -3)$  מינימום.
- (2)  $(1, 2)$  מינימום;  $(-1, -2)$  מקסימום;  $(-1, 2)$ ,  $(1, -2)$  אוכף.
- (3)  $(0, 0)$  אוכף;  $(1, 1)$  מינימום.
- (4)  $(-1, -1)$ ,  $(-1, 1)$  מינימום;  $(1, 0)$  מקסימום;  $(-1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(1, -1)$  אוכף.
- (5)  $(0, 2)$  מקסימום.
- (6)  $(4, 4)$  מקסימום.
- (7)  $(-0.5, 4)$  מקסימום.
- (8) אין נקודות קריטיות.
- (9)  $z = 4$ ,  $z = 3$
- (10) רוחב 4 ס"מ, אורך 4 ס"מ, גובה 2 ס"מ.
- (11) מרחק מינימלי הוא 1 יחידות אורך. נקודה קרובה ביותר  $(1/3, 4/3, 10/3)$ .
- (12)  $P_1 = 10\$$ ,  $P_2 = 12\$$  רווח מקסימלי 288\$.