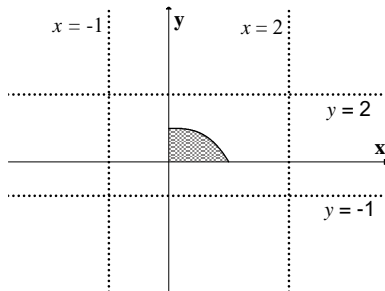


שימושי האינטגרל המסוים (נפח-שטח מעטפת)

שאלות העוסקות בנפח גוף סיבוב:

- (1) רשום את הנוסחאות לחישוב נפח גוף סיבוב, סביב ציר x וסביב ציר y , בשיטת הדיסקות (cavalieri) ובשיטת הקליפות הגליליות.
- (2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר x . חשב את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri). ב. שיטת הקליפות הגליליות.
- (3) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר y . חשב את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri). ב. שיטת הקליפות הגליליות.
- (4) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = 1 - x^3$ והצירים מסתובב סביב ציר כלשהו לפי המקרים הבאים. מצא את נפח הגוף המתקבל בכל מקרה:

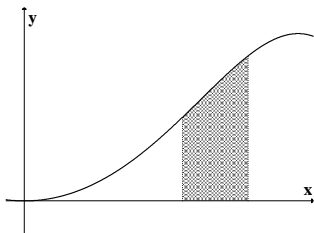


- א. ציר x .
ב. הישר $y = -1$.
ג. הישר $y = 2$.
ד. ציר y .
ה. הישר $x = -1$.
ו. הישר $x = 2$.

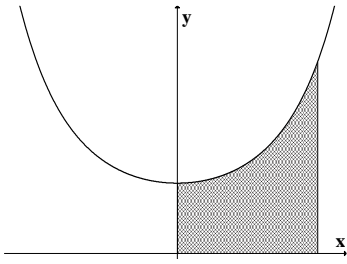
(5) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח גליל.

(6) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח חרוט.

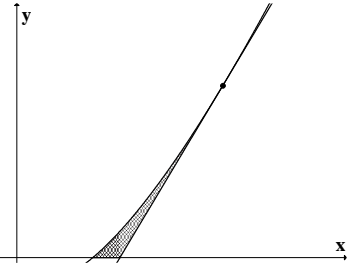
(7) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח כדור.



- (8) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = \sin(x^2)$ והישרים: $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $y = 0$ מסתובב סביב ציר y . מהו נפח הגוף המתקבל?



9) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = e^{x^2}$ והישרים: $y=0$, $x=0$, $x=1$ מסתובב סביב ציר ה- y . מהו נפח הגוף המתקבל?



10) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x \ln x$, המשיק לגרף בנקודה (e, e) וציר x מסתובב סביב ציר ה- x . מהו נפח הגוף המתקבל?

שאלות העוסקות בשטח מעטפת של גוף סיבוב:

11) רשום את הנוסחאות לחישוב שטח מעטפת של גוף סיבוב סביב ציר x וסביב ציר y .

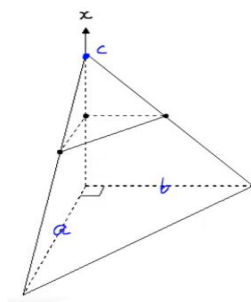
12) הפונקציה $y = \sqrt{4-x^2}$ עבור $-1 \leq x \leq 1$ מסתובבת סביב ציר ה- x . מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

13) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של חרוט.

14) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של כדור.

15) הפונקציה $x = \sqrt{9-y^2}$ עבור $-2 \leq y \leq 2$ מסתובבת סביב ציר ה- y . מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

16) מצא נוסחה לחישוב נפח פירמידה ישרה, אשר גובהה h ובסיסה הוא ריבוע שאורך צלעו a .



17) חשב את נפחה של פירמידה, שבסיסה הוא משולש ישר זווית (ראו איור).

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ ציר } x \text{ דסקיות: } V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

$$\text{קליפות: } V = 2\pi \int_c^d y(v(y) - u(y)) dy$$

$$(2) \text{ ציר } y \text{ דסקיות: } V = \pi \int_c^d [(v(y))^2 - (u(y))^2] dy$$

$$\text{קליפות: } V = 2\pi \int_a^b x(f(x) - g(x)) dx$$

$$(3) \text{ א. } \frac{64}{15}\pi \quad \text{ב. } \frac{64}{15}\pi$$

$$(4) \text{ א. } \frac{8}{3}\pi \quad \text{ב. } \frac{8}{3}\pi$$

$$(5) \text{ א. } \frac{9\pi}{14} \quad \text{ב. } \frac{15\pi}{7} \quad \text{ג. } \frac{33\pi}{14} \quad \text{ד. } \frac{3\pi}{5} \quad \text{ה. } 2.1\pi \quad \text{ו. } \frac{12\pi}{5}$$

$$(6) \text{ נוסחה: } V = \pi R^2 \cdot H$$

$$(7) \text{ נוסחה: } V = \frac{\pi R^2 \cdot H}{3}$$

$$(8) \text{ נוסחה: } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$(9) \frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$$

$$(10) \pi(e-1)$$

$$(11) \frac{e^3-4}{54}\pi$$

$$(12) S = 2\pi \int_a^b g(y) \sqrt{1+(g'(y))^2} dy, \quad S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1+(f'(x))^2} dx$$

$$(13) 8\pi$$

$$(14) S = \pi R \sqrt{H^2 + R^2}$$

$$(15) S = 4\pi R^2$$

$$(16) 24\pi$$

$$(17) V = \frac{a^2 h}{3}$$

$$\frac{abc}{6}$$