

קואורדינטות פולריות

שאלות

(1) ענה על הסעיפים הבאים :

א. המר את הנקודה הקוטבית $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.

ב. המר את הנקודה הקרטזית $(-1, -1)$ לנקודה קוטבית.

(2) ענה על הסעיפים הבאים :

א. א. המר את הנקודה הקוטבית $\left(10, -\frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.

ב. המר את הנקודה הקרטזית $(0, -4)$ לנקודה קוטבית.

ג. המר את הנקודה הקרטזית $(-2, 2)$ לנקודה קוטבית.

(3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. המר את המשוואה $4x - x^2 = 1 + xy$ לקואורדינטות קוטביות.

ב. המר את המשוואה $r = -4\cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

(4) ענה על הסעיפים הבאים :

א. המר את המשוואה $x^2 + y^2 = 4y$ לקואורדינטות פולריות.

ב. המר את המשוואה $x = 10$ לקואורדינטות פולריות.

ג. המר את המשוואה $y = 4$ לקואורדינטות פולריות.

(5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. המר את המשוואה $r = 4$ לקואורדינטות קרטזיות.

ב. המר את המשוואה $\theta = \pi/4$ לקואורדינטות קרטזיות.

ג. המר את המשוואה $r = 2\cos\theta + 4\sin\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

ד. המר את המשוואה $6r^3 \sin\theta = 4 - \cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

תשובות סופיות

$$(1) \quad (x, y) = (2, 2\sqrt{3}) \text{ א.} \quad (r, \theta) = \left(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4} \right) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad (x, y) = (5, -5\sqrt{3}) \text{ א.} \quad (r, \theta) = \left(4, \frac{3\pi}{2} \right) \text{ ב.} \quad (r, \theta) = \left(\sqrt{8}, \frac{3\pi}{4} \right) \text{ ג.}$$

$$(3) \quad 4r \cos \theta - r^2 \cos^2 \theta = 1 + r \cos \theta \cdot r \sin \theta \text{ א.} \quad (x+2)^2 + y^2 = 2^2 \text{ ב.}$$

$$(4) \quad r = 4 \sin \theta \text{ א.} \quad r \cos \theta = 10 \text{ ב.} \quad r \sin \theta = 4 \text{ ג.}$$

$$(5) \quad x^2 + y^2 = 4^2 \text{ א.} \quad y = x \text{ ב.} \quad (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \text{ ג.}$$

$$(6) \quad 6 \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^3 \cdot y = 4 \sqrt{x^2 + y^2} - x \text{ ד.}$$

הנגזרת ושימושיה

שאלות

- (1) מצא את משוואת המשיק לעקום $r = 3 + 8\sin \theta$ בנקודה $\theta = \frac{\pi}{6}$.
- (2) מצא את משוואת המשיק לעקום $r = 1 - 2\sin \theta$ בראשית הצירים.

תשובות סופיות

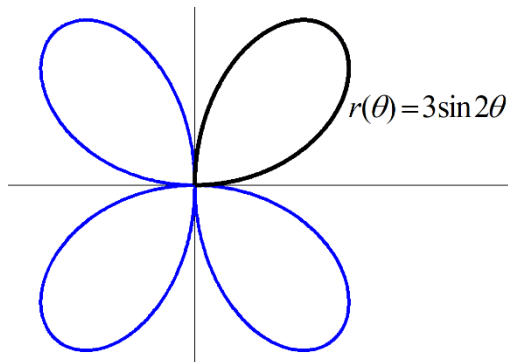
$$y = \frac{11\sqrt{3}}{5}x - \frac{98}{5} \quad (1)$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x \quad (2)$$

שימושי האינטגרל המסוים

שאלות

- (1) חשב את השטח של הלולאה הפנימית של $r = 2(1 + 2\cos\theta)$.
- (2) חשב את השטח הכלוא בתוך $r = 6 + 4\cos\theta$ ומשמאל לציר y .
- (3) חשב את השטח הכלוא בתוך $r = 3 + 2\sin\theta$.
- (4) חשב את השטח המוגבל בתוך $r = 3 + 2\sin\theta$ ומחוץ ל $r = 2$.
- (5) חשב את השטח המוגבל בתוך $r = 2$ ומחוץ ל- $r = 3 + 2\sin\theta$.
- (6) חשב את השטח המוגבל בתוך $r = 2$ ובתוך $r = 3 + 2\sin\theta$.
- (7) חשב את השטח הכלוא בתוך המעגל $r = 2\sin\theta$ ומחוץ למעגל $r = 1$.
- (8) מצא את אורך הקרדיואידה $r = 1 + \cos\theta$.
- (9) מצא את האורך של עלה אחד של הורד $r = 3\sin 2\theta$.
אין צורך לחשב את האינטגרל!



- (10) מצא את אורך העקום $r = \theta$, $0 \leq \theta \leq 1$.
- (11) העקום $r = \cos\theta$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$, מסתובב סביב ציר ה- x .
מהו שטח המעטפת של הגוף הנוצר?
- (12) העקום $r = 4 + 4\sin\theta$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$, מסתובב סביב ציר y .
מהו שטח המעטפת של הגוף הנוצר?

תשובות סופיות

$$S = 4\pi - 6\sqrt{3} = 2.174 \quad \text{(1)}$$

$$S = 22\pi - 48 \quad \text{(2)}$$

$$S = 11\pi \quad \text{(3)}$$

$$S = \frac{11\sqrt{3}}{2} + \frac{14\pi}{3} = 24.187 \quad \text{(4)}$$

$$S = \frac{11\sqrt{3}}{2} - \frac{7\pi}{3} = 2.196 \quad \text{(5)}$$

$$10.37 \quad \text{(6)}$$

$$S = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{(7)}$$

$$8 \quad \text{(8)}$$

$$\ell = 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + 3\cos^2 2\theta} d\theta \quad \text{(9)}$$

$$\ell = \frac{\sqrt{2} + \ln(\sqrt{2} + 1)}{2} \quad \text{(10)}$$

$$S_x = \pi \quad \text{(11)}$$

$$S_y = 102.4\pi \quad \text{(12)}$$

נספח - גרפים נפוצים בקואורדינטות פולריות

קווים

(1) $r \cos \theta = a$ - הישר $x = a$

(2) $r \sin \theta = b$ - הישר $y = b$

(3) $\theta = \beta$ - הישר העובר דרך הראשית $y = (\tan \beta)x$

מעגלים

1. $r = a$ - מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו a

2. $r = 2a \cos \theta$ - מעגל שמרכזו בנקודה $(a, 0)$ ורדיוסו $|a|$

3. $r = 2b \sin \theta$ - מעגל שמרכזו בנקודה $(0, b)$ ורדיוסו $|b|$

4. $r = 2a \cos \theta + 2b \sin \theta$ - מעגל שמרכזו בנק' (a, b) ורדיוסו $\sqrt{a^2 + b^2}$

קרדיודות ולמניסקטות

(1) קרדיודות $r = a \pm a \cos \theta$, $r = a \pm a \sin \theta$:
גרף בצורת לב שמכיל את הראשית.

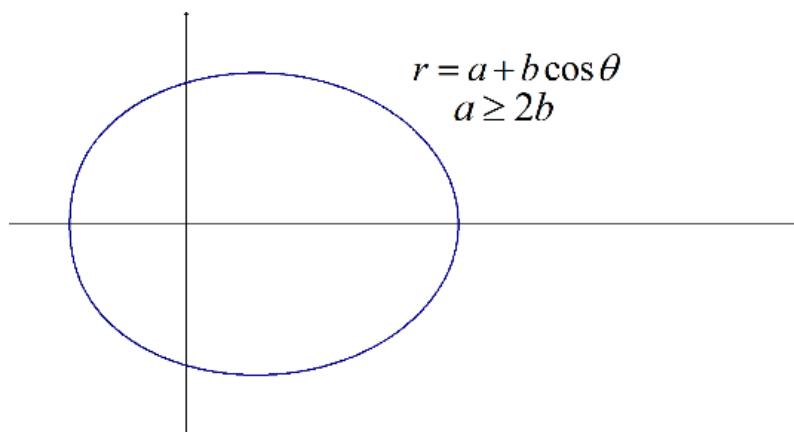
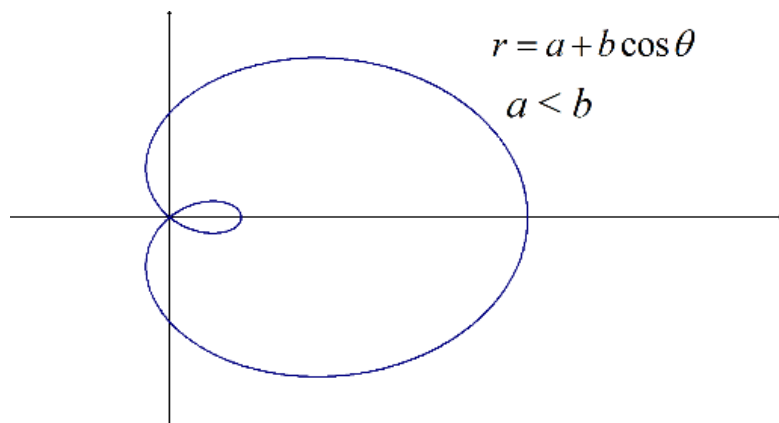
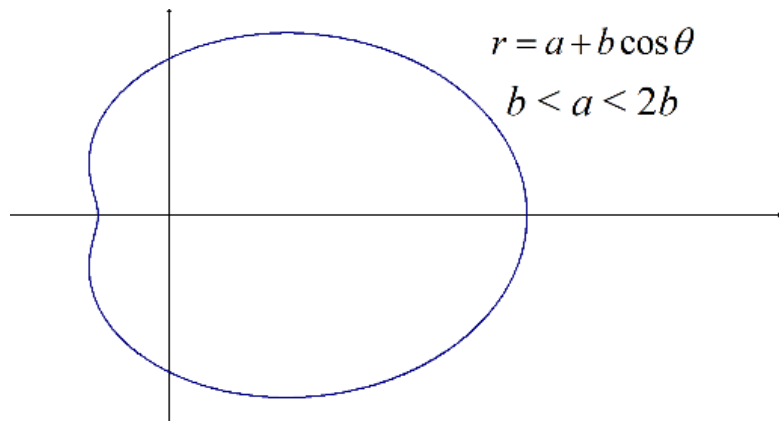
(2) למניסקטות עם לולאה פנימית $r = a \pm b \cos \theta$, $r = a \pm b \sin \theta$: $(a < b)$
גרף שיכיל לולאה פנימית ושתמיד יכיל את הראשית.

(3) למניסקטות ללא לולאה פנימית $r = a \pm b \cos \theta$, $r = a \pm b \sin \theta$: $(a > b)$
גרף ללא לולאה פנימית שאינו מכיל את הראשית.

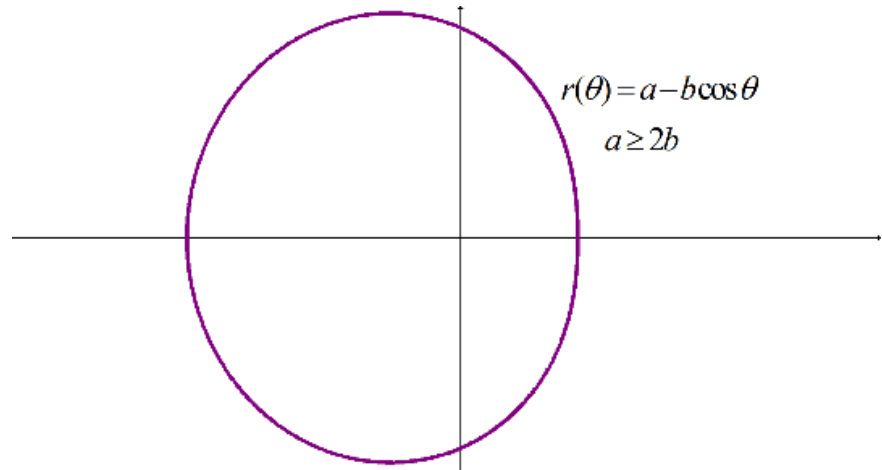
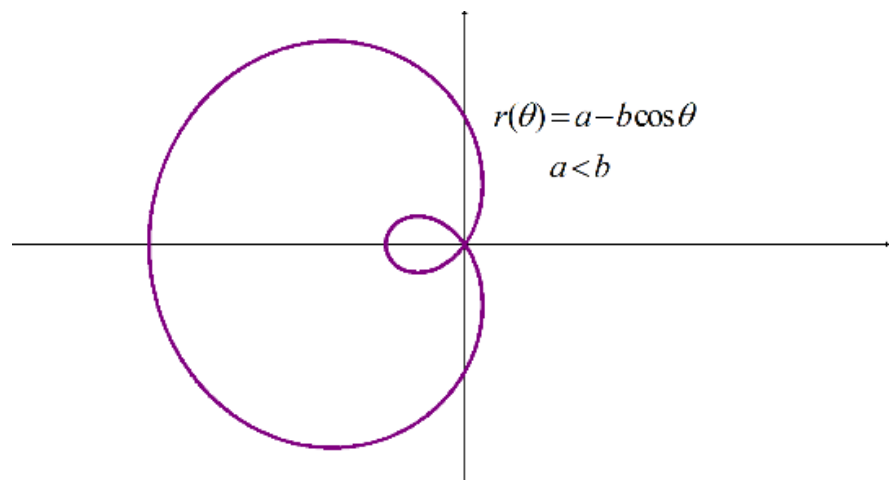
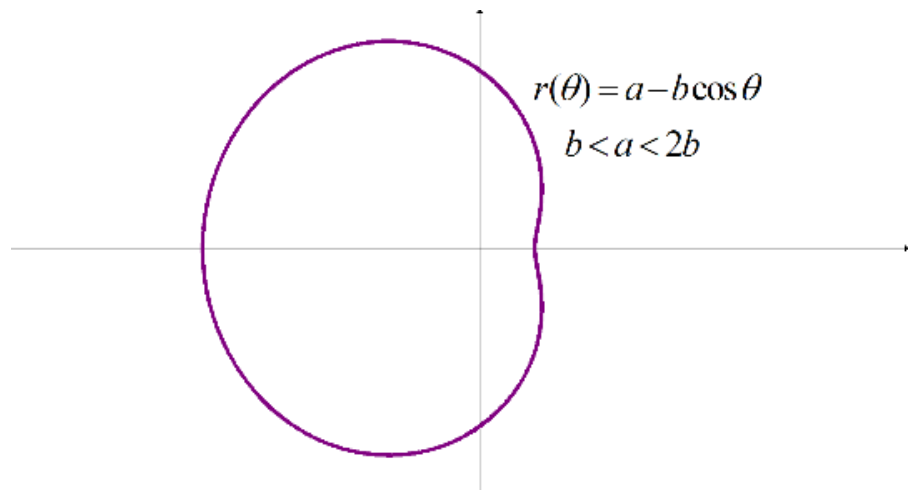
* נשרטט בדרך כלל עבור מחזור שלם $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

למינסקטות ביתר פירוט

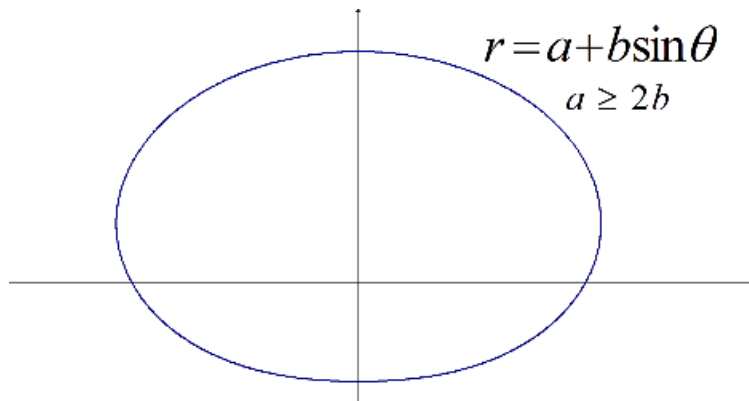
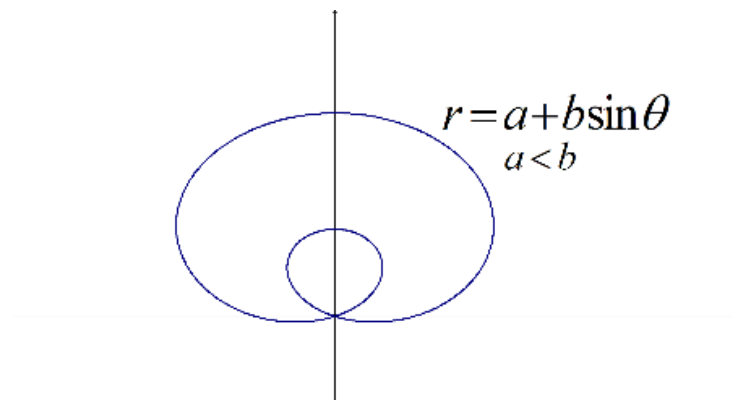
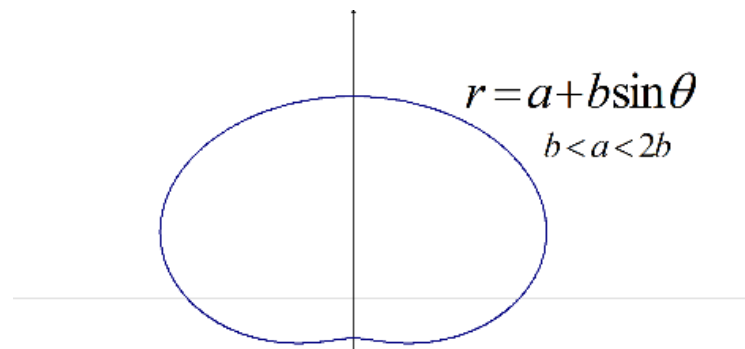
הגרף של $r = a + b \cos \theta$:



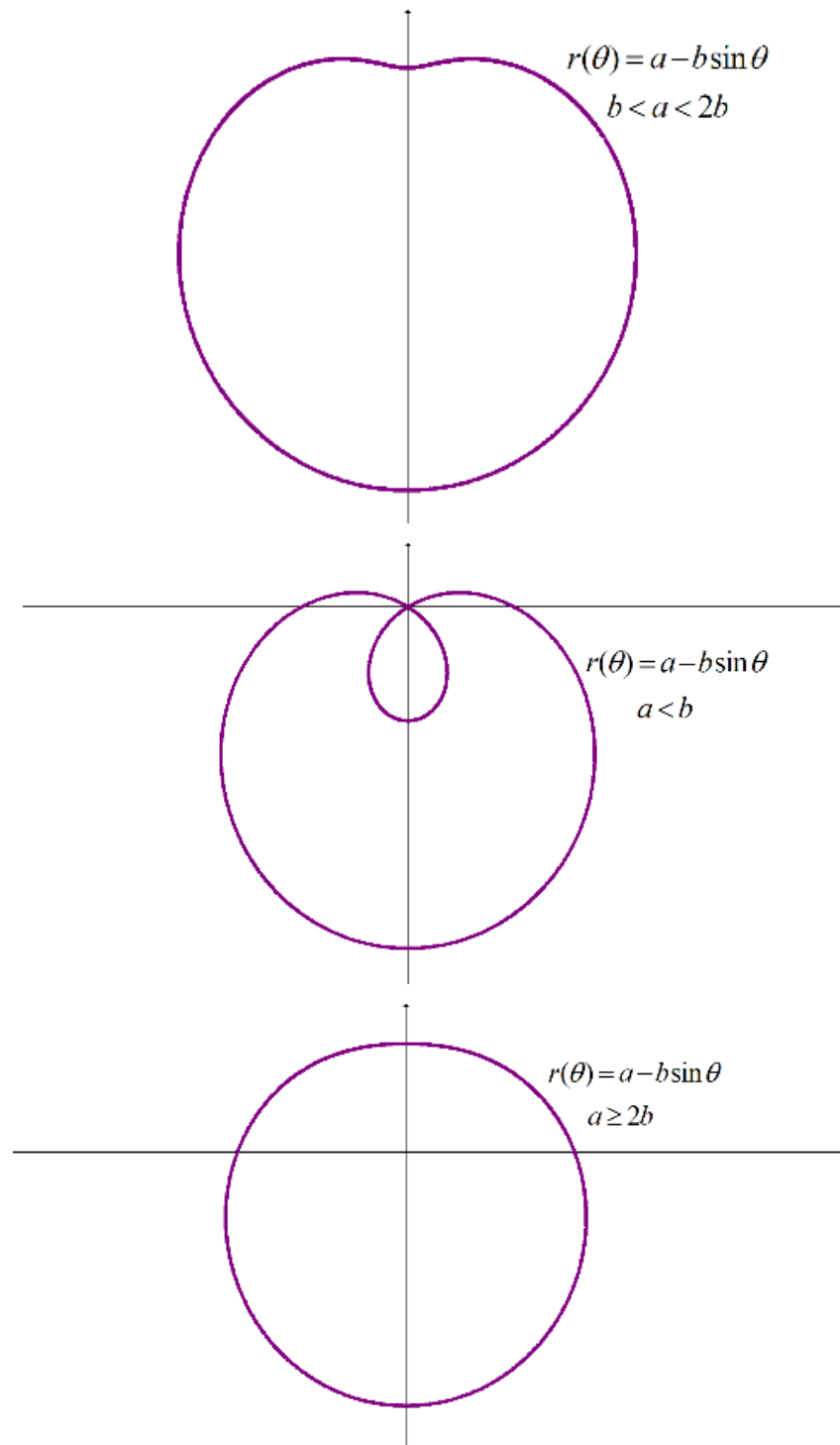
הגרף של $r = a - b \cos \theta$



הגרף של $r = a + b\sin\theta$



הגרף של $r = a - b \sin \theta$



גרפים נפוצים נוספים

