

מקסימום ומינימום מוחלטים של פונקציה

שאלות:

1) מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציות הבאות, בתחומים הרשומים לידן (אם יש כאלה):

א. $(-1 \leq x \leq 3) f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ ב. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$

ג. $(-1 \leq x \leq 20) f(x) = x^{2/3}(20-x)$ ד. $f(x) = \begin{cases} 4x-2 & x < 1 \\ (x-2)(x-3) & x \geq 1 \end{cases}$ $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right]$

ה. $(-5 \leq x \leq 1) f(x) = 1 + |9 - x^2|$ ו. $(-5 < x < -1) f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

ז. $(-\infty < x < \infty) f(x) = x^3 - 9x + 1$

2) הוכח את אי השוויונים שמימין לגבי התחום בסוגריים משמאל:

א. $(x \text{ לכל}), x^3 e^{-x} \leq \frac{27}{e^3}$ ב. $(x \geq 0), x e^{-\sqrt{x}} \leq 1$

ג. $(x \leq 1), 0 \leq x^2 e^{x-1} \leq 1$

הערת סימון: $[a, b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$; $(a, b) \Leftrightarrow a < x < b$; $[a, b) \Leftrightarrow a \leq x < b$

תשובות סופיות:

- 1** א. $(-1, -7)$ מינימום מוחלט, $(3, 9)$ מקסימום מוחלט.
ב. $(-1, 0)$ מינימום מוחלט, $(5, 0)$ מינימום מוחלט, $(2, 3)$ מקסימום מוחלט.
ג. $(0, 0)$ מינימום מוחלט, $(20, 0)$ מינימום מוחלט, $(8, 48)$ מקסימום מוחלט.
ד. $(2.5, -0.25)$ מינימום מוחלט, $(1, 2)$ מקסימום מוחלט.
ה. $(-3, 1)$ מינימום מוחלט, $(-5, 17)$ מקסימום מוחלט.
ו. $(-2, -4)$ מקסימום מוחלט. אין מינימום מוחלט.
ז. אין מקסימום ואין מינימום מוחלטים.
- 2** שאלת הוכחה.