

## גזירת האינטגרל

### שאלות:

(1) צטט את המשפט היסודי (השני) של החדו"א.

(2) על סמך המשפט היסודי, הוכח כי אם  $f(x)$  רציפה ו- $b(x)$ ,  $a(x)$  גזירות, אזי:

$$I(x) = \int_a^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) \quad \text{א.}$$

$$I(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x) \quad \text{ב.}$$

(3) גזור את הפונקציות הבאות:

$$I(x) = \int_1^{x^3} \frac{\ln t}{t^2} dt \quad \text{ב.}$$

$$I(x) = \int_2^x e^{-t^2} dt \quad \text{א.}$$

$$I(x) = \int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} \quad \text{ד.}$$

$$I(x) = \int_2^{x^3+x} t \ln t dt \quad \text{ג.}$$

(4) חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x-4} \int_4^x e^{t^2} dt \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{tdt}{\cos t}}{\sin^2 x} \quad \text{א.}$$

(5) חקור את הפונקציה  $F(x) = \int_0^x (t+1)^4 (t-1)^{10} dt$  לפי הפירוט הבא:

תחום הגדרה, נקודות קיצון ותחומי עליה וירידה, נקודות פיתול ותחומי קמירות וקעירות.

**תשובות סופיות:**

(1) אם  $f$  רציפה בקטע ו- $a$  נקודה כלשהי בקטע אז לכל  $x$  בקטע

$$\left. \left( \int_a^x f(t) dt \right)' = f(x) \right\} \text{מתקיים:}$$

(2) שאלת הוכחה.

ב.  $I'(x) = \frac{\ln(x)^3}{(x^3)^2} \cdot 3x^2$

(3) א.  $I'(x) = e^{-x^2}$

ד.  $I'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^8}} - \frac{3x^2}{\sqrt{1+x^{12}}}$

ג.  $I'(x) = (x^3 + x)(3x^2 + 1)\ln(x^3 + x)$

(4) א.  $\frac{1}{2}$       ב.  $\frac{2}{3}$       ג.  $4e^{16}$

(5) תחום הגדרה: כל  $x$ .

נקודות קיצון: אין קיצון, עולה לכל  $x$ .

נקודות פיתול:  $x = -1, 1, -\frac{3}{7}$ .

תחומי קמירות:  $x > 1, -1 < x < -\frac{3}{7}$ .

תחומי קעירות:  $-\frac{3}{7} < x < 1, x < -1$ .