הוכחות של משפטים נבחרים בקורס

הוכח את המשפטים הבאים:

גזירות גוררת רציפות

אם הפונקציה $f(x)$ גזירה בנקודה x_0, אזי היא רציפה בנקודה זו.

כלל השרשרת

תהי $y=g(x)$ פונקציה גזירה בנקודה x ותהי $f(g(x))$ גזירה בנקודה $g(x)$.

אזי הפונקציה המורכבת $f(g(x))$ גזירה בנקודה x, ומתקיים: $\left(f(g(x))\right)'=f'(g(x))\cdot g'(x)$.

כלל לופיטל

נניח ש- g ו- f פונקציות גזירות ובעלות נגזרות רציפות בנקודה x_0,

ונניח כי $f(x_0)=g(x_0)=0$ וכן $g'(x_0)\neq 0$, אז $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}$.

משפט לגרנז'

אם הפונקציה $f(x)$:

א. רציפה בקטע הסגור $[a,b]$;

ב. גזירה בקטע הפתוח (a,b);

אז קיימת נקודה $a<b<c$, כך ש- $f'(c)=\frac{f(b)-f(x)}{b-a}$.

משפט פרמה

נניח ש- f פונקציה המוגדרת בתחום המכיל את הנקודה x_0.

אם f גזירה בנקודה x_0 ואם x_0 נקודת מקסימום מקומית, אז $f'(x_0)=0$.

משפט רול

אם הפונקציה $f(x)$:

א. רציפה בקטע הסגור $[a,b]$;

ב. גזירה בקטע הפתוח (a,b);

ג. מקיימת $f(a)=f(b)$.

אז קיימת נקודה $a<b<c$, כך ש- $f'(c)$.

נגזרת הפונקציה ההפוכה

תהי $y=f(x)$ פונקציה הפיכה ורציפה בסביבת הנקודה x_0.

אם $f(x)$ גזירה בנקודה x_0 ואם $f'(x_0)\neq 0$, אז גם הפונקציה ההפוכה שלה, $x=g(y)$,

פונקציה גזירה בנקודה $y_0=f(x_0)$, ומתקיים השוויון $g'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$.

להוכחות המלאות היכנסו לאתר: GOOL.co.il