

האינטגרל הלא מסוים (אינטגרציה בחלקים)

שאלות:

(1) חשב את האינטגרלים הבאים:

$\int x \sin x dx$.ג	$\int x^4 \ln x dx$.ב	$\int x e^x dx$.א
$\int x^2 e^{-4x} dx$.ו	$\int x^2 \sin 4x dx$.ה	$\int (x^2 + 2x + 3) \ln x dx$.ד
$\int \arctan x dx$.ט	$\int \ln \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$.ח	$\int \ln x dx$.ז
$\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$.יב	$\int x \cdot \ln \sqrt[5]{x-2} dx$.יא	$\int \arcsin x dx$.י
$\int x^2 \ln(x^2 + 1) dx$.טו	$\int x \arctan x dx$.יד	$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$.יג
$\int e^x \cos x dx$.יח	$\int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx$.יז	$\int \ln^2 x dx$.טז
$\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx$.כא	$\int \sqrt{1-x^2} dx$.כ	$\int e^{2x} \sin 4x dx$.יט
	$\int (x+1)^4 \cdot \sqrt{x+2} dx$.כג	$\int x \tan^2 x dx$.כב

(2) ענה על השאלות הבאות:

א. מצא נוסחת נסיגה עבור $\int x^n e^x dx$ באשר n טבעי.

ב. חשב את $\int x^4 e^x dx$.

(3) ענה על השאלות הבאות:

א. מצא נוסחת נסיגה עבור $\int \cos^n x dx$ באשר n טבעי.

ב. חשב את $\int \cos^4 x dx$.

(4) ענה על השאלות הבאות:

א. מצא נוסחת נסיגה עבור $\int \sin^n x dx$ באשר n טבעי.

ב. חשב את $\int \sin^4 x dx$.

(5) ענה על השאלות הבאות:

א. מצא נוסחת נסיגה עבור $\int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$ באשר n טבעי.

ב. חשב את $\int \frac{1}{(1+x^2)^4} dx$.

תשובות סופיות:

(1)

א. $x e^x - e^x + c$ ב. $\frac{x^5}{5} \left(\ln x - \frac{1}{5} \right) + c$ ג. $x \cos x + \sin x + c$

ד. $\left(\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \ln x - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{2} + 3x + c$ ה. $-\frac{x^2}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{4} \sin x + \frac{1}{16} \cos 4x \right) + c$

ו. $-\frac{x^2}{4} e^{-4x} + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4} x e^{-4x} - \frac{1}{16} e^{-4x} \right) + c$ ז. $x \ln x - x + c$

ח. $-\frac{1}{3} (x \ln x - x) + c$ ט. $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + c$ י. $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$

יא. $\frac{1}{5} \left(\frac{x^2}{2} \ln(x-2) - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} + 2x + 4x \ln|x-2| \right) \right) + c$ יב. $x \tan x + \ln|\cos x| + c$

יג. $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + c$ יד. $\arctan x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} (x - \arctan x) + c$

טו. $\frac{x^3}{3} \ln(x^2+1) - \frac{2}{3} \left(\frac{x^3}{3} - x + \arctan x \right) + c$ טז. $x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x) + c$

יז. $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{2}{x} (\ln x - 1) + c$ יח. $-e^x \cos x + \frac{e^x (\sin x + \cos x)}{2} + c$

יט. $\frac{e^{2x} \left(-\cos 4x + \frac{1}{2} \sin 4x \right)}{5} + c$ כ. $\frac{x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x}{2} + c$

כא. $\frac{e^x}{x+1} + c$ כב. $x(\tan x - x) + \ln|\cos x| + \frac{x^2}{2} + c$

כג. $\frac{2}{9} (x+1)(x+2)^{\frac{9}{2}} - \frac{4}{99} (x+2)^{\frac{11}{2}} + c$

$$e^x (x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24) + c \quad \text{ב.} \qquad x^n e^x - n \int x^{n-1} e^x dx \quad \text{א. (2)}$$

$$\frac{1}{n} \left\{ (\cos x)^{n-1} \sin x + (n-1) \int (\cos x)^{n-2} dx \right\} \quad \text{א. (3)}$$

$$\frac{1}{4} (\cos^3 x \sin x + 3 \cdot 5 (\cos x \sin x + x)) + c \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{n} \left(-(\sin x)^{n-1} \cos x + (n-1) \int (\sin x)^{n-2} dx \right) \quad \text{א. (4)}$$

$$\frac{1}{4} (-\sin^3 x \cos x + 3 \cdot 5 (x - \sin x \cos x)) + c \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{2n} \left(\frac{x}{(1+x^2)^n} + \int \frac{dx}{(1+x^2)^n} (2n-1) \right) \quad \text{א. (5)}$$

$$\frac{1}{6} \left\{ \frac{x}{(1+x^2)^3} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{x}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{x}{1+x^2} + \arctan x \right\} \right\} \right\} \quad \text{ב.}$$