

סמסטר א' מועד א' תשע"ז

תאריך: 7.2.17

שעה: 9:00

משך הבחינה: שלוש שעות וחצי

אסור שימוש בכל חומר עזר

בחינה בקורס "מבוא ללוגיקה ולתורת הקבוצות"

מרצים: ד"ר כרמית בנבנישתי- שפילקה

ד"ר אלעזר גולדברג

ד"ר רומינה זיגדון

ד"ר זף סגל

- במבחן 16 עמודים כולל עמוד זה.
- במבחן ארבע שאלות. הניקוד על כל שאלה הוא 25 נקודות. עליכם להשיב על כולן.
- את התשובה לכל שאלה יש לכתוב מתחתיה בטופס המבחן במקום שיועד לכך.
- כל טיעון המובא על ידיכם חייב להיות מנומק באופן מלא ע"פ ההגדרות הרלוונטיות.
- המחברת לטיוטה בלבד ולא תיבדק.

1. תהי $F: N^N \times N^N \rightarrow N^N$ פונקציה המוגדרת באופן הבא: $F(g, h) = g \circ h$.

א. האם F חח"ע? נמקו. אם כן בנו לה הופכית שמאלית.

ב. האם F על? נמקו. אם כן בנו לה הופכית ימנית.

2. תהי A קבוצה לא ריקה ויהי R יחס המוגדר על A כל ש- R רפלקסיבי, סימטרי אך לא

טרנזיטיבי. לכל $a \in A$, נגדיר $\langle a \rangle = \{x \in A \mid aRx\}$

הוכיחו או הפריכו:

1. קיימת קבוצה $A' \subseteq A$ כך ש- $A = \bigcup_{a' \in A'} \langle a' \rangle$.

2. לכל $a, a' \in A$ מתקיים: $\langle a \rangle \cap \langle a' \rangle = \emptyset$ או $\langle a \rangle = \langle a' \rangle$.

3. א. הוכיחו או הפריכו $\{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\} \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

ב. מהי עוצמת הקבוצה $\{f \in \{0,1\}^{\mathbb{N}} \mid \forall x \geq 2 (f(x) = f(2))\}$

4. א. הוכיחו את הפסוק הבא:

$$(\exists x \forall y (Q(x, y) \wedge \forall x (Q(x, x) \rightarrow \exists y (R(y, x)))) \rightarrow \exists y \exists x R(x, y))$$

ב. תארו במפורש את אברי הקבוצה $\{x \mid \forall y \in \mathbb{R} ((y^2 = y) \rightarrow (xy - x \leq 0))\}$.