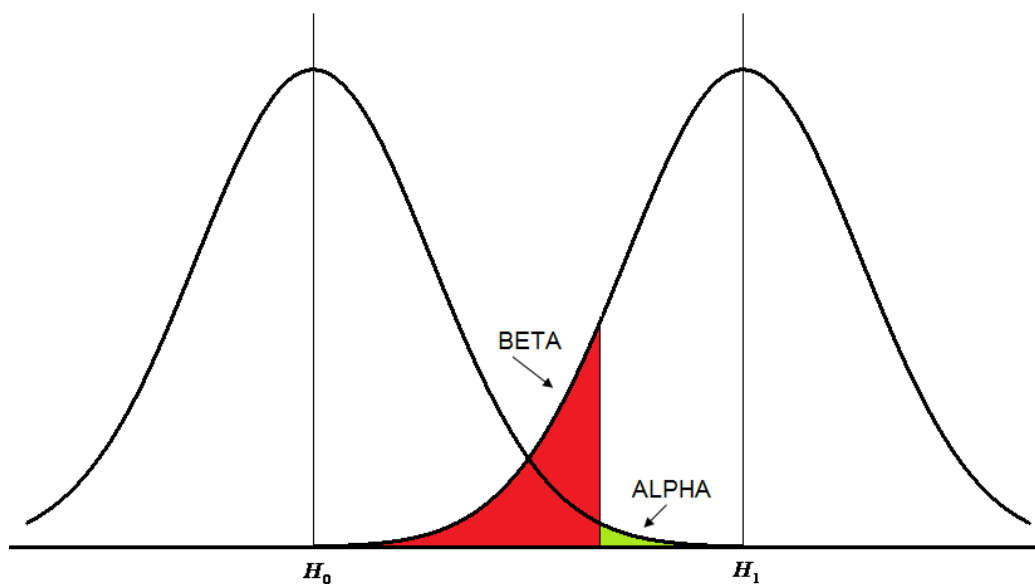


מבוא
לסטטיסטיקה
והסתברות
II

(הסקה סטטיסטית)



ברק קנדל

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בנושא סטטיסטיקה והסתברות 2 (הסקה סטטיסטית).

הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה לחצו כאן (www.gool.co.il/statb.html).

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר

www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התרגול...

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.Gool.co.il

כתב ופתר - ברק קנדל ©

תוכן העניינים

פרק 1 - התפלגות הדגימה - עמ' 4

התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי
 התפלגות מספר ההצלחות במדגם, פרופורציות ההצלחות במדגם, קירוב נורמאלי להתפלגות
 הבינומית
 תשובות סופיות

פרק 2 - רווחי סמך - עמ' 15

אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)
 רווח סמך לתוחלת (שונות ידועה/שונות לא ידועה)
 רווח סמך לפרופורציה
 רווח סמך לשונות וסטיית תקן
 רווח סמך להפרשים (הפרשי פרופורציות, הפרשי תוחלות)
 תשובות סופיות

פרק 3 - בדיקת השערות כללית, טעויות ועוצמה - עמ' 22

טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית
 תשובות סופיות

פרק 4 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים - עמ' 23

בדיקת השערות על תוחלת
 בדיקת השערות פרופורציה
 בדיקת השערות הפרש פרופורציות
 בדיקת השערות הפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים
 בדיקת השערות במדגמים מזווגים
 בדיקת השערות על שונות
 בדיקת השערות שתי שונות
 הגישה המעשית-מובהקות התוצאה p-value
 טעויות ועוצמה
 הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות
 תשובות סופיות

פרק 5 - מבחני חי בריבוע - עמ' 38

מבחן טיב התאמה

מבחן לאי תלות

תשובות סופיות

פרק 6- ניתוח פלטים SPSS - עמ' 41

תרגילים

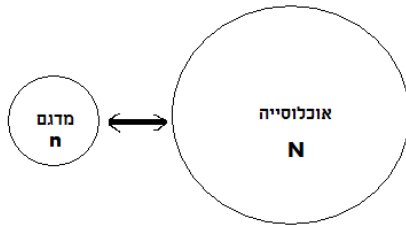
תשובות סופיות

פרק 7 - מבחן לדוגמא - עמ' 58**הערה: השאלות בצבע אפור - אינם בחומר הלימוד שלכם !**

פרק 1 - התפלגות הדגימה

התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

הקדמה כללית :



אוכלוסייה – קבוצה שאליה מפנים שאלה מחקרית.

למשל, חברת תרופות שמעוניינת לפתח תרופה למחלת

הסכרת מתעניינת באוכלוסיית חולי הסכרת בעולם.

מדגם – חלק מתוך האוכלוסייה.

למשל, אם נדגום באקראי 10 אנשים מתוך חולי הסכרת אז

זהו מדגם מתוך אוכלוסיית חולי הסכרת.

הקורס עוסק ביחסי הגומלין בין המדגם לבין האוכלוסייה :

במקרים רבים אין אפשרות לחקור את כל האוכלוסייה כיוון שאין גישה לכולה, היא גדולה מידי,

אנו מוגבלים בזמן ובאמצעים טכניים ולכן מבצעים מדגם במטרה לבצע הסקה סטטיסטית

מהמדגם לאוכלוסייה.

הדגימה בקורס תהייה דגימה מקרית הכוונה לדגימה שבה לכל תצפית באוכלוסייה יש את אותו

סיכויי להיכלל במדגם.

סטטיסטי – גודל המחושב על המדגם.

פרמטר – גודל המתאר את האוכלוסייה.

הסימונים לפרמטר וסטטיסטי בקורס הם שונים והדבר מאד משמעותי למשל,

סטטיסטי (מדגם)	פרמטר (אוכלוסייה)	
$\bar{X}$	μ	ממוצע
$\hat{p}$	P	פרופורציה (שכיחות יחסית)

הערה : פרמטר הוא גודל קבוע גם אם אנו לא יודעים אותו סטטיסטי הוא משתנה ממדגם למדגם

ולכן נדון בהתפלגות שלו שזה נושא המפגש.

תרגילים :

1. מתוך כלל הסטודנטים במכללה שסיימו סטטיסטיקה א נדגמו שני סטודנטים. נתון שממוצע הציונים של כלל הסטודנטים היה 78 עם סטיית תקן של 15.

א. מי האוכלוסייה?

ב. מה המשתנה?

ג. מהם הפרמטרים?

ד. מהו גודל המדגם?

2. 58% מאזרחי המדינה תומך בהצעת החוק של חבר כנסת מסוים. הוחלט לדגום 200 אזרחים ומתוכם לבדוק מהו אחוז התומכים בהצעת החוק.

א. מי האוכלוסייה?

ב. מה המשתנה?

ג. מה הפרמטרים?

ד. מהו גודל המדגם?

ה. מהו הסטטיסטי שמתכננים להוציא מהמדגם?

ו. האם הפרמטר או הסטטיסטי הוא משתנה מקרי?

א. התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \text{התפלגות ממוצע הדגימה}$$

ממוצע האוכלוסייה: μ

שונות אוכלוסייה: σ^2

סטיית תקן של אוכלוסייה: σ

א. תכונות התפלגות $\bar{x}$

תכונה 1:

ממוצע כל ממוצעי המדגם האפשריים שווה לממוצע האוכלוסייה.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

תכונה 2:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

שונות כל ממוצעי המדגם האפשריים שווה לשונות האוכלוסייה מחולק ב- n - תכונה זו נכונה רק במדגם מקרי.

יש יחס הפוך בין גודל המדגם לבין שונות ממוצעי המדגם.

אם נוציא שורש לשונות נקבל סטיית תקן:

$$\sigma(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ב. דגימה מהתפלגות נורמלית

אם נדגום מתוך אוכלוסייה שהמשתנה בה מתפלג נורמלית עם ממוצע μ ושונות σ^2 ממוצע המדגם גם יתפלג נורמלית:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

ג. משפט הגבול המרכזי

אם אוכלוסייה מתפלגת כלשהו עם ממוצע μ ושונות σ^2 אזי עבור מדגם מספיק גדול ($n \geq 30$)

ממוצע המדגם גם מתפלג נורמלית $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.

תרגילים :

1. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה בישוב מסוים :

מספר המקלטים	מספר המשפחות
0	500
1	2500
2	3500
3	3000
4	500
סך הכול $N = 10000$	

נגדיר את x להיות מספר המקלטים של משפחה אקראית.

- בנו את פונקציית ההסתברות של x .
- חשבו את התוחלת, השונות וסטיית התקן של x .
- אם נדגום 4 משפחות מהישוב מה תהיה התוחלת, מהי השונות ומהי סטיית התקן של ממוצע המדגם?

2. אם נטיל קובייה פעמיים ונתבונן בממוצע התוצאות שיתקבלו, מה תהיה התוחלת ומה תהיה סטיית התקן של ממוצע זה?

3. משקל תינוק ביום היוולדו מתפלג נורמאלית עם ממוצע 3400 גרם וסטיית תקן של 400 גרם.

א. מה ההסתברות שתינוק אקראי בעת הלידה ישקול פחות מ-3800 גרם?

נתון שביום מסוים נולדו 4 תינוקות.

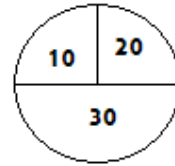
- מה ההסתברות שהמשקל הממוצע שלהם יעלה על 4 ק"ג ?
- מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה מתחת ל-2.5 ק"ג?
- מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה רחוק מהתוחלת בלא יותר מ-50 גרם?

4. הזמן הממוצע שלוקח לאדם להגיע לעבודתו 30 דקות עם שונות של 16 דקות רבועיות. האדם נוסע לעבודה במשך שבוע 5 פעמים. לצורך פתרון הניחו שזמן הנסיעה לעבודה מתפלג נורמאלי.
- א. מה ההסתברות שבמשך שבוע משך הנסיעה הממוצע יהיה מעל 33 דקות?
- ב. מהו הזמן שבהסתברות של 90% ממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה פחות ממנו?
- ג. מה ההסתברות שממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה מרוחק מ-30 דקות בלפחות 2 דקות?

5. נפח היין בבקבוק מתפלג נורמאלי עם תוחלת של 750 סמ"ק וסטיית תקן של 10 סמ"ק.
- א. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה בדיוק 755 סמ"ק?
- ב. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה יותר מ-755 סמ"ק?
- ג. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה לפחות 755 סמ"ק?
- ד. בקבוקי היין שבארגז נמזגים לקערה עם קיבולת של שלושה ליטר. מה ההסתברות שהיין יגלוש מהקערה?

6. משתנה מתפלג נורמאלי עם תוחלת 80 וסטיית תקן 4.
- א. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה כאשר גודל המדגם הוא 9?
- ב. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה שגודל המדגם הוא 16?
- ג. הסבר את ההבדל בתשובות של שני הסעיפים.

7. בקזינו ישנה רולטה. על הרולטה רשומים המס' הבאים כמוראה בשרטוט:



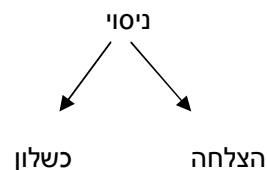
- אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה.
- א. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.
- ב. מה התוחלת ומה השונות של סכום הזכייה?
- ג. אם האדם ישחק את המשחק 5 פעמים מה התוחלת ומה השונות של ממוצע סכום הזכייה בחמשת המשחקים?
- ד. אם האדם משחק את המשחק 50 פעם מה ההסתברות שבסה"כ יזכה ב-1050 ₪ ומעלה?
8. לפי הערכות הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה השכר הממוצע במשק הוא 8000 ₪ עם סטיית תקן של 3000 ₪. מה ההסתברות שבמדגם מקרי של 100 עובדים השכר הממוצע יהיה יותר מ-8500 ₪?
9. מטילים קובייה 50 פעמים בכל פעם מתבוננים בתוצאה של הקובייה. מה ההסתברות שהממוצע של התוצאות יהיה לפחות 3.72 ב-50 ההטלות?
10. אורך צינור שמפעל מייצר הינו עם ממוצע של 70 ס"מ וסטיית תקן של 10 ס"מ
- א. נלקחו באקראי 100 מוטות, מה ההסתברות שממוצע אורך המוטות יהיה בין 68 ל-78 ס"מ?
- ב. יש לחבר 2 בניינים באמצעות מוטות. המרחק בין שני הבניינים הינו 7200 ס"מ. מה ההסתברות ש 100 המוטות יספיקו למלאכה?
- ג. מה צריך להיות גודל המדגם המינימאלי, כדי שבהסתברות של 5% ממוצע המדגם יהיה קטן מ-69 ס"מ. העזר במשפט הגבול המרכזי.

ב. התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציית ההצלחות במדגם

התפלגות מספר ההצלחות במדגם

כעת אנו רוצים לדון לא על ממוצע של משקלים או על ממוצע של ציונים במדגם כלשהו, אלא על סטטיסטי אחר:

מספר ההצלחות במדגם שנשמך אותו ב- Y . מחלקים כל אפשרות במדגם להצלחה וכישלון. כעת מה שמשנתנה מתצפית לתצפית הוא משנתנה דיכוטומי (משנתנה שיש לו שני ערכים)



הסיכוי להצלחה יסומן עם הפרמטר p וכישלון יסומן ע"י הפרמטר $q = 1 - p$. מבצעים מדגם אקראי בגודל n ו- y מספר ההצלחות במדגם (סטטיסטי – גודל המתאר את המדגם).

y מתפלג בינומית (מספר ההצלחות במדגם)

פונקציית ההסתברות של ההתפלגות הבינומית היא: $p(y = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

תוחלת של ההתפלגות הבינומית $E(y) = np$

שונות $V(y) = npq$

התפלגות פרופורציית ההצלחות במדגם

y מספר ההצלחות במדגם (למשל, מספר האקדמאים במדגם)

$\hat{p} = \frac{y}{n}$ פרופורציית ההצלחות במדגם (למשל, אחוז האקדמאים במדגם)

$n = 200$

מספר המובטלים: 20

פרופורציית המובטלים $\hat{p} = \frac{20}{200} = 0.1$

$$E(\hat{P}) = p$$

$$V(\hat{P}) = \frac{pq}{n}$$

$$\sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

משפט הגבול המרכזי עבור הפרופורציית המדגמית:

אם $np \geq 10$ & $nq \geq 10$ אזי $\hat{p} \sim N(p, \frac{pq}{n})$

$$Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

תרגילים:

1. נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.
 - א. מה ההסתברות ששלושה מהם אקדמאים?
 - ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמאי?
 - ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?
2. במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מקו הייצור.
 - א. מה ההסתברות שנדגמו לפחות 6 מוצרים פגומים?
 - ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?
3. ציוני פסיכומטרי בקרב הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמאלית עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקראיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?
4. במדינה יש 10% של אבטלה. נדגמו באקראי 140 אנשים מהמדינה.
 - א. מה התוחלת ומהי השונות של פרופורציות המובטלים שנדגמו?
 - ב. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 10% יהיו מובטלים?
 - ג. מה ההסתברות שלכל היותר 9% מהמדגם יהיו מובטלים?
5. נניח ש-30% מהאוכלוסייה תומכת בהצעת חוק מסוימת. אם נדגום מהאוכלוסייה 200 איש. חשבו את ההסתברויות הבאות:
 - א. לפחות 35% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ב. לכל היותר 25% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ג. יותר מ-27% יתמכו בהצעת החוק במדגם.

ג. תשובות סופיות להתפלגות הדגימה

פרק א' - התפלגות ממוצע מדגם ומשפט הגבול המרכזי

שאלה 2

שאלה 1

$$\mu_{\bar{x}} = 3.5$$

א.

$$\sigma(\bar{X}) = 1.208$$

4	3	2	1	0	x
0.05	0.3	0.35	0.25	0.05	P(x)

$$\sigma = 0.973 \quad \sigma^2 = 0.9475 \quad \mu = 2.05 \quad \text{ב.}$$

$$\sigma_x^2 = 0.237 \quad \mu_x = 2.05 \quad \text{ג.}$$

$$\sigma(\bar{X}) = 0.487$$

שאלה 4

שאלה 3

$$\text{א. } 0.0465$$

$$\text{א. } 0.8413$$

$$\text{ב. } 32.29$$

$$\text{ב. } 0.0013$$

$$\text{ג. } 0.2628$$

$$\text{ג. } 0$$

$$\text{ד. } 0.1974$$

שאלה 6

שאלה 5

$$\text{א. } 0.5468$$

$$\text{א. } 0$$

$$\text{ב. } 0.6826$$

$$\text{ב. } 0.1587$$

$$\text{ג. } 0.1587$$

$$\text{ד. } 0.5$$

שאלה 7

א.

30	20	10	X
0.5	0.25	0.25	P(x)

ב. התוחלת: 22.5

השונות: 68.75

ג. התוחלת: 22.5

השונות: 13.75

ד. 0.8997

שאלה 8

0.0475

שאלה 10

א. 0.9772

ב. 0.0228

ג. 271

שאלה 9

0.1814

פרק ב' - התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. 0.201	א. 0.9082
ב. 0.3758	ב. 0.6293
ג. התוחלת: 2	
סטיות התקן: 1.2649	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
0.1292	א. התוחלת: 0.1
	השונות: 0.00064
	ב. 0.5
	ג. 0.3483
	<u>שאלה 5</u>
	א. 0.0618
	ב. 0.0618
	ג. 0.8238

פרק 2 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו :
168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
- א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
- ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
- ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

התוצאות שהתקבלו :

- א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 - ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
 - ד. מהי טעות התקן של האומד?
2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את :
 - א. ממוצע המדגם.
 - ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
 - ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.

5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 5, 4, 2, 5, 4, 7. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלית. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף ב אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.

3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים.

להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת

סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.

א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסייה ברמת סמך של 95%.

ב. מהו האומדן לטעות התקן?

ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?

2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסייה (69%, 79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.

א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?

ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?

3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.

א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?

ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.

4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.

א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסייה.

ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסייה.

5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת

אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסייה ביותר מ-3%, וזאת

בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3.5, 4.6, 5.2, 4.7. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסיה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלי:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות לאמידה נקודתית ורווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ג. 177.9	א. 8.1
ד. 64.1	ב. 3.16
ה. 0.4	

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $223.42 < \mu < 236.58$	א. 102
ב. $222.16 < \mu < 237.84$	ב. 3
ד. 4	ג. 0.9544
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 139	א. $3.58 < \mu < 4.42$
ב. $21 < \mu < 25$	ב. יקטן פי 2
	ג. גדל
<u>שאלה 5</u>	
780	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$4.39 < \mu < 5.51$	א. $96.63 < \mu < 107.37$
	ב. $96.90 < \mu < 107.10$
<u>שאלה 3</u>	
$3.149 < \mu < 3.351$	

פרק ג' – רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$	א. 104
ב. 2.29%	ב. 0.9774
ג. יגדל	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423	א. $22.5\% < p < 30.9\%$
ב. 271	ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' – רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$
	ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' – רווח סמך להפרשים**הפרשי פרופורציות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%)
	ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772)
	ב. (6467, 7133)

פרק 3 - טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

1. אדם חשוד בביצוע פשע. מהן הטעויות האפשריות בהכרעת הדין?

2. ילד קנה שקית סוכריות אטומה שבה ציפה ל-10 סוכריות תות ו-5 לימון. ישנה שקית אחרת אותה הוא לא רצה בה 6 סוכריות תות ו-9 לימון. הוא החליט להוציא באקראי סוכרייה אם היא תהיה לימון הוא יחזיר את השקית לחנות. מה הסיכויים לכל סוג של טעות בהכרעתו?

3. יהי X מספר שלם הנבחר באקראי מבין המספרים השלמים. הסיכוי ש- X יקבל ערך

$$p(X = k) = \frac{1}{n} \quad \text{עבור } k = 1, 2, \dots, n$$

נתונות ההשערות הבאות לגבי התפלגות של X :

$$H_0: n = 4$$

$$H_1: n = 6$$

כמו כן נתון כלל ההכרעה הבא: נדחה את השערת האפס אם $X > 3$.

חשבו את הסיכוי לטעות מסוג ראשון וטעות מסוג שני ואת העוצמה?

4. איכות של מוצר מסווגת ל-4 רמות איכות: מצוין, טוב, בינוני וירוד. להלן התפלגות טיב המוצר בשני מפעלים:

מפעל	מצוין	טוב	בינוני	ירוד
"היוצר"	0.6	0.2	0.2	0
"שמשון"	0.1	0.2	0.3	0.4

בוחרים ממשלוח מוצר באקראי, אך לא יודעים מאיזה מפעל המשלוח הגיע. על סמך בדיקת האיכות מנסים להכריע האם מדובר במפעל "היוצר" (השערת האפס) או במפעל "שמשון" (השערה אלטרנטיבית).

א. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "טוב" נכריע שהמוצר בא ממפעל

"שמשון", מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ב. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "בינוני" וגרוע מכך נכריע שהמוצר בא

ממפעל "שמשון", מה מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ג. איזה כלל החלטה עדיף? נמק!

5. במטרה לבדוק האם מטבע תקין הטילו אותו 8 פעמים. הוחלט שאם מספר העצים יהיה בין 1 ל 7 כולל יוחלט שהמטבע תקין, אחרת נחליט שהמטבע מזויף.
- א. רשמו את השערות המחקר.
- ב. מה ההסתברות לטעות מסוג ראשון?
- ג. מהי עצמת המבחן אם במציאות אכן המטבע אינו תקין כי הסיכוי לעץ בו הוא 20%.

6. להלן השערות:

$$H_0 : X \approx t(5) \quad (\text{התפלגות } t \text{ עם 5 דרגות חופש})$$

$$H_1 : X \approx Z \quad (\text{התפלגות נורמאלית סטנדרטית})$$

כלל החלטה: נדחה את השערת האפס אם X גדול מ-2.015.

- א. מהי רמת המובהקות של כלל ההחלטה?
- ב. מהי העוצמה של כלל ההחלטה?
7. במפעל מסוים נפליטים לאוויר חומרים רעילים. במצב שיגרה העוצמה הממוצעת של החומר הרעיל אמורה להיות 6,000 יחידות עם סטיית תקן 900. במצב חירום העוצמה הממוצעת היא 7,000 עם סטיית תקן 900. במפעל מערכת ההתראה נתמכת על ידי 9 חיישנים. אם ממוצע העוצמה של החומר הרעיל לפי תשעת החיישנים עולה על 6600 יחידות מופעלת מערכת ההתראה. נתון שעוצמת הזיהום מתפלגת נורמאלית.
- א. מה הסיכוי להתראת שווא? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ב. מה הסיכוי שבמצב חירום מערכת ההתראה לא תפעל? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ג. מה ההסתברות שאם המצב הוא מצב חירום מערכת ההתראה תפעל? (איך קוראים להסתברות זו)?
- ד. בסעיפים הבאים נשנה בכל סעיף נתון מסוים. כל סעיף עומד בפני עצמו, כיצד השינוי ישנה את הסיכוי לטעות מסוג ראשון ושני?
1. המפעל יקנה עוד 4 חיישנים.
 2. מצב חרום מוגדר כעת בתוחלת של 7500 יחידות.
 3. מערכת ההתראה תופעל אם ממוצע של תשעת החיישנים יהיה מעל 6700.

תשובות לטעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
	$\beta = \frac{2}{5} \quad \alpha = \frac{1}{3}$
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
$\beta = 0.5 \quad \alpha = 0.25$	א. $\beta = 0.8 \quad \alpha = 0.2$ ב. $\beta = 0.3 \quad \alpha = 0.2$ ג. כלל ב'.
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
ב. 0.00781 ג. 0.1678	א. 0.05 ב. 0.022
<u>שאלה 7</u>	
א. 0.0228 ב. 0.0918 ג. 0.9082	

פרק 4 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.

א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?

ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?

3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.

2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$

האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?

2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.

3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדקו ברמת מובהקות של 5%.

2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.

א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?

ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.

2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים. האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100. אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	$\bar{x}$
72	80	$\hat{S}$
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים במוצא.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	506	470	420	640	670	390	500	590
אחרי	570	540	430	610	680	510	520	580

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע 171 וסטיית תקן מדגמית 23.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונות

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה - 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה - 118.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית – מובהקות התוצאה – $\alpha_{\min}$ -PVALUE-

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם כיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות :

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.

א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6% ?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
- א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
- ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
- ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
- ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
- ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהיה 5%?

3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
- א. נניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
- ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?

4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.
- א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .
- ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.
- ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.

ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסייה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות:

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא: (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

תשובות סופיות לבדיקת השערות

פרק א' – בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' – בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ג' – בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נדחה H_0 ב. נדחה H_0

פרק ד' – בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' – בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' – בדיקת השערות על שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	א. נדחה H_0

פרק ז' בדיקת השערות לשתי שוניות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ח' – מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ט' – טעויות ועוצמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. נדחה H_0	ב. 0.8051
ג. 1	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.4404	0.1446

פרק י' – הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64, 114.56)	(-0.241, 0.041)

פרק 5 - מבחנים חי בריבוע

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשרד החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

מספר הסוללות הפגומות	0	1	2	3 ומעלה
שכיחות	276	104	12	8

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן אי תלות

1. במפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה :

	יום	ערב	לילה
פגומים	50	60	70
תקינים	600	700	800

האם קיים קשר בין טיב המוצר למשמרת שלו? הסיקו עבור רמת מובהקות $\alpha = 0.05$.

2. בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

3. בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הפריטים	15	20	15	50

כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הכדורים	60	20	10	20

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 3:1:1:1 לטובת הכחול.
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החנויות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

תשובות סופיות למבחני חי בריבוע

פרק א' - מבחן טיב התאמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ב' - מבחן לאי תלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
א. נקבל H_0	
ב. נדחה H_0	

פרק 6 - SPSS-ניתוח פלטים

1. באוניברסיטה גדולה גיל הסטודנטים לתואר ראשון מתפלג נורמאלי. בעבר פורסם שהגיל הממוצע של הסטודנטים הינו 23. להלן פלט תוכנת SPSS על מדגם של 16 סטודנטים אקראים מתואר ראשון:

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
age	16	23.4375	2.50250	.62562

One-Sample Test

	Test Value = 23					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
age	.699	15	.495	.43750	-.8960	1.7710

- א. מהו המבחן הסטטיסטי שנעשה כאן?
 ב. מה ערכו של הפרמטר לפי השערת האפס?
 ג. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם הגיל הממוצע כיום שונה מבעבר?
 ד. רשום רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת גיל הסטודנטים באוניברסיטה לתואר ראשון.

2. קבוצת ילדים בגיל 6 קיבלה משימה לביצוע. עבור כל ילד בדקו כמה זמן לקח לו לסיים את המשימה בדקות. להלן תוצאות הניתוח הסטטיסטי:

One-Sample Test

	Test Value = 4.5					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
time	-1.853	24	.076	-.09200	-.1944	.0104

- א. כמה ילדים השתתפו במחקר?
 ב. מצא רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת זמן ביצוע המשימה עבור ילדים בני 6.
 ג. מה יש להניח כדי שרווח הסמך מסעיף א' יהיה תקף?
 ד. בדוק ברמת מובהקות של 5% שזמן ביצוע המשימה הממוצע נמוך מ-4.5 דקות.

3. לפניך פלט מחשב עבור ניתוח סטטיסטי שנעשה בתוכנת SPSS. הניתוח הוא עבור מדגם אקראי של קבוצת נבחנים בבגרות באנגלית.

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
grade	???	???	19.62787	2.95901

One-Sample Test

	Test Value = 75					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
grade	???	43	.017	-7.34091	-13.3083	???

א. השלם את הגדלים החסרים המסומנים בסמני שאלה בפלט.

ב. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים שונה מ-75?

ג. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים קטנה מ-75?

ד. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים גדולה מ-75?

4. קבוצת ילדים בגיל 6 קיבלה משימה לביצוע. עבור כל ילד בדקו כמה זמן לקח לו לסיים את המשימה בדקות. להלן תוצאות הניתוח הסטטיסטי:

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
time	25	100.0%	0	.0%	25	100.0%

Descriptives

			Statistic	Std. Error
time	Mean		4.4080	.04964
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	4.3056	
		Upper Bound	4.5104	

א. הסבר את המשמעות של הטבלה העליונה.

ב. האם ניתן לטעון ברמת מובהקות של 5% שתוחלת זמן ביצוע המשימה אצל ילדים בני 6 היא 4.5?

ג. חזור על סעיף ב' אם רמת המובהקות הייתה 1%.

ד. בדוק ידנית (ללא שימוש ברווח הסמך) את הטענה שהתוחלת גדולה מ-4 דקות ברמת מובהקות של 5%:

5. לפניך פלט מחשב עבור ניתוח סטטיסטי שנעשה בתוכנת SPSS. הניתוח הוא עבור מדגם אקראי של קבוצת נבחנים בבגרות באנגלית.

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
grade	44	100.0%	0	.0%	44	100.0%

Descriptives

			Statistic	Std. Error
grade	Mean		67.6591	2.95901
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	61.6917	
		Upper Bound	73.6265	
	5% Trimmed Mean		68.3030	
	Median		68.5000	
	Variance		385.253	
	Std. Deviation		19.62787	
	Minimum		25.00	
	Maximum		98.00	
	Range		73.00	
	Interquartile Range		22.75	
	Skewness		-.744	.357
	Kurtosis		-.014	.702

א. מצא את האומדנים חסרי ההטיה לתוחלת הציונים ושונוות הציונים באוכלוסייה.

ב. מצא את האומדן לטעות התקן של ממוצע הציונים.

ג. מהו טווח הציונים במדגם?

ד. חשב את $t_{0.025}^{43}$ מתוך הפלט (המאון ה-97.5 בהתפלגות t עם 43 דרגות חופש שמסומן

במקומות מסוימים כ- $t_{0.975}^{43}$)

6. בסקר שנערך בארה"ב בשנת 1993 נשאלו נסקרים על השכלת הוריהם, להלן הפלט שהתקבל:

Paired Samples Test									
		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Highest Year School Completed, Father - Highest Year School Completed, Mother	-.007	3.115	.100	-.203	.189	-.072	973	.943

א. תן אומדן להפרש הממוצעים.

ב. תן אומדן לטעות התקן של הפרש הממוצעים.

ג. האם קיים הבדל מובהק בין השכלת האבות להשכלת האמהות ברמת מובהקות של 5%?

7. בתחרות קפיצה למים שופטים באופן קבוע שופט איטלקי ושופט דרום קוריאני. להלן פלט המנתח את הציונים ששופטים אלה נתנו בתחרויות השונות:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Italy	???	300	.86742	.05008
	South Korea	8.9183	???	.81992	.04734

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Italy - South Korea	-.42233	.36153	.02087	-.46341	-.38126	-20.234	???	???

- א. השלימו את החלקים החסרים בפלט. (מסומנים בסימני שאלה).
 ב. בדוק את הטענה שהשופט הדרום קוריאני נותן בממוצע 0.2 נקודות יותר מאשר השופט האיטלקי ברמת מובהקות של 5%.
 ג. מהו רווח הסמך ברמת סמך של 95% לתוחלת פער הציונים בין השופטים.
 ד. בנה את הרווח כעת ברמת סמך של 98% לתוחלת פער בציונים בין השופטים.

8. בדקו את ציוניהם של 44 נבדקים אקראיים במבחן הפסיכומטרי. פעם אחת לפני הכנה (Before) ופעם אחת אחרי הכנה (After).

Paired Samples Test

		Paired Differences							
				Std. Error	95% Confidence Interval of the Difference				
					Mean	Lower			
Mean	Std. Deviation	Std. Error	Mean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)	
Pair 1	Before - After	-7.45455	19.28303	2.90703	-13.31712	-1.59197	-2.564	43	.014

- א. רשום מהו המבחן הסטטיסטי ונסח את ההשערות אליהם מתייחס הפלט.
 ב. בדוק את ההשערה שממוצע ציונים משתפרים לאחר ההכנה ברמת מובהקות של 5%.
 ג. בדוק את ההשערה שממוצע ציונים משתפרים לאחר ההכנה ביותר מ-5 נקודות ברמת מובהקות של 5%.
 ד. מצא רווח סמך לתוחלת שיפור ממוצע הציונים לאחר ההכנה ברמת ביטחון של 95%.

9. בסקר שנערך בארה"ב בשנת 1993 נשאלו נסקרים משני אזורים שונים במדינה על מס' האחים והאחיות שלהם. להלן הפלט שהתקבל:

Group Statistics

	Region of the United States	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Number of Brothers and Sisters	North East	676	3.76	2.939	.113
	South East	410	4.05	2.993	.148

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Number of Brothers and Sisters	Equal variances assumed	.173	.677	-1.583	1084	.114	-.293	.185	-.657	.070
	Equal variances not assumed			-1.576	850.945	.115	-.293	.186	-.658	.072

- א. מהו המבחן הסטטיסטי שנעשה כאן?
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם קיים שוויון שונויות בין שני האזורים?
- ג. בדוק האם קיים הבדל בין "South East" ל-"North East" ברמת מובהקות של 5% מבחינת מספר האחים והאחיות הממוצע.
- ד. בדוק את הטענה שההפרש הממוצע בין-"South East" לבין-"North East" הינו 0.1 מבחינת מספר האחים והאחיות. ברמת מובהקות של 5%.

10. להלן פלט מתוכנת SPSS מתוך מחקר שבחן את רמת האופטימיות של גברים ונשים.
רמת האופטימיות נמדדה בסקאלת ציונים של 1 עד 5.

Group Statistics

	GENDER	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
optimizm	MALE	633	2.6053	.49781	.01979
	FEMALE	568	2.5503	.48483	.02034

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
optimizm	Equal variances assumed	.383	.536	1.935	1199	.053	.05500	.02842	-.00076	?
	Equal variances not assumed			1.938	190.977	.053	.05500	.02838	-.00068	.11067

- א. האם ניתן להניח ששוונות האופטימיות של נשים וגברים שווה ברמת מובהקות של 5%?
- ב. ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין הנשים לגברים ברמת האופטימיות הממוצעת שלהם?
- ג. מצא את הגבול העליון של רווח הסמך המסומן בסימן שאלה בפלט. דייק עד 5 ספרות אחרי הנקודה.
- ד. בנה רווח סמך לתוחלת רמת האופטימיות של הגברים ברמת סמך של 95%.

11. בסקר שנעשה על ידי משרד ראש הממשלה נדגמו 60 אזרחים. כל אזרח נשאל על מינו והאם הוא בעד הקמת מדינה פלשתינאית. מצורף הפלט .
א. הסבירו מהי שאלת המחקר בפלט זה.

ב. הגדירו את המשתנה הבלתי תלוי ואת המשתנה התלוי.

ג. רשמו במונחי השאלה את ההנחות והתנאים הדרושים לביצוע המבחן הסטטיסטי הבודק את ההשפעה של המשתנה הבלתי תלוי על התלוי באוכלוסייה.

ד. האם ניתן להסיק כי באוכלוסייה יש השפעה של המשתנה הב"ת על התלוי ? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$ (נסחו השערות, ציינו כלל החלטה ונסחו מסקנה במונחי המשתנים)

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
gender * opinion	60	100.0%	0	.0%	60	100.0%

gender * opinion Crosstabulation

			opinion			Total
			yes	now	no opinion	
gender	male	Count	10	10	9	29
		Expected Count	12.6	9.2	7.3	29.0
		% within gender	34.5%	34.5%	31.0%	100.0%
		% within opinion	38.5%	52.6%	60.0%	48.3%
		% of Total	16.7%	16.7%	15.0%	48.3%
	female	Count	16	9	6	31
		Expected Count	13.4	9.8	7.8	31.0
		% within gender	51.6%	29.0%	19.4%	100.0%
		% within opinion	61.5%	47.4%	40.0%	51.7%
		% of Total	26.7%	15.0%	10.0%	51.7%
Total		Count	26	19	15	60
		Expected Count	26.0	19.0	15.0	60.0
		% within gender	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%
		% within opinion	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1.973 ^a	2	.373
Likelihood Ratio	1.987	2	.370
Linear-by-Linear Association	1.882	1	.170
N of Valid Cases	60		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7.25.

12. במחקר מסוים רצו לבדוק האם יש קשר בין המגדר להוצאה על לבוש במשך שנה.
 דגמו באופן מקרי גברים ונשים ובדקו את רמת ההוצאה שלהם על לבוש בשנה האחרונה.
 חוקר א' בדק האם קיים הבדל בתוחלות ההוצאה בין גברים לנשים.
 חוקר ב' קיבץ את ההוצאה לקטגוריות ובאופן הזה בדק האם קיים הבדל בהתפלגות
 ההוצאה בין גברים לנשים.
 הקטגוריות חולקו לשלוש קבוצות הוצאה .
 א. איזה פלט מתאים לאיזה אחד מהחוקרים? נמקו.

ב. מה מסקנתו של חוקר א'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות,
 ציינו כלל החלטה ותנו מסקנה במונחי המשתנים)

ג. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר א'? נסחו את הטעות במונחי השאלה.

ד. מהי מסקנתו של חוקר ב'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות,
 ציינו כלל החלטה ורשמו מסקנה במונחי המשתנים)

ה. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר ב'? נסחו זאת במונחי השאלה

ו. כיצד ניתן ליישב את מסקנות שני החוקרים?

פלט ראשון :

T-Test**Group Statistics**

gender	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
female	40	2.9000	1.15025	.18187
male	40	2.6000	2.52982	.40000

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
expose	Equal variances assumed	16.805	.000	.683	78	.497	.30000	.43941	-.57479	1.17479
	Equal variances not assumed			.683	54.464	.498	.30000	.43941	-.58078	1.18078

פלט שני:

Crosstabs**Case Processing Summary**

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
gender * category	80	100.0%	0	.0%	80	100.0%

gender * category Crosstabulation

			category			Total
			a	b	c	
gender	female	Count	2	30	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	5.0%	75.0%	20.0%	100.0%
		% within category	9.1%	71.4%	50.0%	50.0%
	male	Count	20	12	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	50.0%	30.0%	20.0%	100.0%
		% within category	90.9%	28.6%	50.0%	50.0%
Total		Count	22	42	16	80
		Expected Count	22.0	42.0	16.0	80.0
		% within gender	27.5%	52.5%	20.0%	100.0%
		% within category	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	22.442 ^a	2	.000
Likelihood Ratio	25.064	2	.000
N of Valid Cases	80		

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	22.442 ^a	2	.000
Likelihood Ratio	25.064	2	.000
N of Valid Cases	80		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 8.00.

13. במחקר בדקו את זמני ההמתנה למוקד טלפוני. מטרת המחקר הייתה לבדוק האם תוחלת זמני ההמתנה השתפרו כתוצאה משיפור תהליך העבודה בחברה. להלן פלט שנשעה על הנתונים:

Normality Kolmogorov-Smirnov Test

	Minutes to Respond
N	1963
Kolmogorov-Smirnov Z	5.776
Asymp. Sig. (2-tailed)	.000

א. איך קוראים למבחן הסטטיסטי שנעשה פה?

ב. מה מבחן זה בודק?

ג. מה המסקנה?

14. במחקר השתתפו אנשים שנשאלו האם הם מעשנים והאם הם חלו בחורף האחרון בשפעת. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיים קשר בין עישון לבין קיומה של מחלת השפעת. א. מה המשתנה התלוי ומהו המשתנה הבלתי תלוי?

ב. רשמו את השערות המחקר ובדקו האם הפלט מקיים את האילוצים הנדרשים.

ג. השלימו את כל סימני השאלה שבפלט (בסך הכול 5)

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
smoking * flu	30	100.0%	0	.0%	30	100.0%

smoking * flu Crosstabulation

			flu		Total
			yes	no	
smoking	smoking	Count	11	9	20
		Expected Count	?	?	20.0
not smoking	not smoking	Count	3	7	10
		Expected Count	?	?	10.0
Total		Count	14	16	30
		Expected Count	14.0	16.0	30.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	?	1	.196
Continuity Correction ^b	.820	1	.365
Likelihood Ratio	1.713	1	.191
Fisher's Exact Test			
Linear-by-Linear Association	1.618	1	.203
N of Valid Cases	30		

a. 1 cells (25.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4.67.

b. Computed only for a 2x2 table

תשובות סופיות ל-SPSS

<u>שאלה 2</u> א. 25 ב. (4.3056, 4.5104) ד. נדחה H_0	<u>שאלה 1</u> ב. 23 ג. נקבל H_0 ד. (22.104, 24.771)
<u>שאלה 4</u> ב. נקבל H_0 ג. נקבל H_0 ד. נדחה H_0	<u>שאלה 3</u> א. $n = 44$ $\bar{X} = 67.66$ $t = -2.48$
	ב. 0.017 ג. 0.0085 ד. 0.9915
<u>שאלה 6</u> א. (-0.007) ב. (0.1) ג. אין הבדל מובהק	<u>שאלה 5</u> ב. 2.959 ג. 73 ד. 2.017
<u>שאלה 8</u> ב. נדחה H_0 ג. נקבל H_0 ד. (1.592, 13.317)	<u>שאלה 7</u> א. $d.f = 299$ $n = 300$ $\bar{X} = 8.496$ Sig=0
	ב. נדחה H_0 ג. (-0.46341, -0.38126) ד. (-0.4708, -0.3738)
<u>שאלה 10</u> א. נקבל H_0 ב. נקבל H_0 ג. (0.11076)	<u>שאלה 9</u> ב. נקבל H_0 ג. נקבל H_0 ד. נקבל H_0

$$2.6053 \pm 0.0395. \text{ד}$$

שאלה 12

ב. נקבל H_0

ד. נדחה H_0

שאלה 11

ד. לא נקבל את הטענה שקיים קשר בין המין לדעה.

שאלה 14

ג. $\chi^2 = 1.74$

שאלה 13

נדחה H_0

פרק 7 - מבחן לדוגמה:

שאלה 1

השכר הממוצע במשק בינואר 2012 היה 8800 ₪ עם סטיית תקן 2000. במדגם של 100 עובדים שנעשה אתמול התקבל שכר ממוצע 8500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם כיום חלה שחיקה בשכר.

עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר.

שאלה 2

חברה מספקת שירותי גלישה באינטרנט. מנהל החברה חושב שהעובדים הוותיקים של החברה נותנים שירות מהיר יותר מאשר העובדים החדשים. לצורך בדיקת הטענה נלקח מדגם של 122 עובדי החברה הוותיקים ו- 65 עובדי החברה החדשים. התקבל במדגם אצל הוותיקים ממוצע זמן שירות של 6.5 דקות וסטיית תקן של 3 דקות ואצל החדשים התקבל במדגם ממוצע זמן שירות של 7 דקות עם סטיית תקן של 3.4 דקות.

א. רשמו את השערות המחקר. מה הן ההנחות הדרושות?

ב. חשבו את מובהקות התוצאה. מה המסקנה ברמת מובהקות של 5%?

ג. בתום קבלת השירות מתבקש כל לקוח לדרג את רמת המקצועיות של השירות שקיבל. אצל הוותיקים 55 קבל ט"מ 40 טוב ו- 27 סביר ואילו אצל החדשים 35 ט"מ 20 טוב והיתר סביר. ברמת מובהקות של 5% האם יש הבדל בין רמת המקצועיות של הוותיקים לעומת החדשים?
נסח השערות, רשום הנחה, בדוק אילוצים, חשב את הסטטיסטי, רשום כלל החלטה והסק מסקנה מילולית.

ד. בנו רווח סמך ברמת סך של 95% לסיכוי שעובד וותיק יקבל חו"ד טובה מאד על השירות.

שאלה 3

לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. ישנה טענה שכיום ממוצע מספר הילדים במשפחה קטן יותר ללא שינוי בסטיית התקן. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.

א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע המדגם ברמת מובהקות של 5%.

ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?

ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העצמה של הכלל מסעיף א?

שאלה 4

פסיכולוגים טוענים שאנשים שניגשים למבחן אינטליגנציה יותר מפעם אחת נוטים לקבל ציונים גבוהים יותר.

להלן פלט שהתקבל:

A- נבחנים שנגשו פעם ראשונה.

B- נבחנים שנגשו יותר מפעם אחת.

T-Test

Group Statistics

	time	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
grade	A	9	96.8889	9.40006	3.13335
	B	11	108.4545	11.46616	3.45718

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
grade	Equal variances assumed	.206	.656	-2.428	18	.026	-11.56566	4.76333	-21.57304	-1.55828
	Equal variances not assumed			-2.479	17.997	.023	-11.56566	4.66583	-21.36832	-1.76299

ב. מהו האומדן לגודל ההבדלים (גודל האפקט) באוכלוסיה, בין נבחנים שזו הפעם הראשונה שהם נבחנים במבחן אינטליגנציה לבין נבחנים שנבחנו בעבר, ביחס לתוצאות המדגם.

ג. רשמו את השערות המחקר והסבירו מהו המבחן שנעשה כאן.

ד. כיצד היתה צריכה להשתנות התשובה לסעיף הקודם אם היה מדובר על אותם אנשים שציונם נבדק פעם אחרי המבחן הראשון שעשו ופעם אחרי המבחן השני?

ה. האם ניתן לומר כי מידת הפיזור של ציוני אנשים הנבחרים בפעם הראשונה שונה ממידת הפיזור של ציוני האנשים, אשר נבחרים בפעם השנייה. בדוק ברמת מובהקות של $\alpha=0.05$.

ו. האם נכונה טענת הפסיכולוגים? בדוק ברמת מובהקות של $\alpha=0.01$.

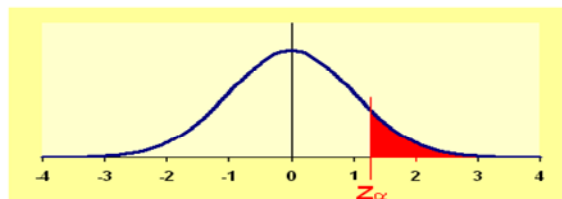
שאלה 5

חוזה דעתך על הטענות הבאות : נמק תשובתך.

1. רווח סמך ברמת סמך 98% המבוסס על מדגם בגודל n עדיף על רווח סמך ברמת סמך 95% המבוסס על אותו גודל מדגם.
2. שני חוקרים בנו באופן בלתי תלוי אחד בשני רווח סמך לאותו פרמטר μ , כאשר סטיית התקן נתונה. חוקר א' בדק מדגם של 50 מקרים וקבע רמת סמך 0.99. חוקר ב' בדק מדגם של 100 מקרים וקבע רמת סמך 0.99. נוכל להסיק כי לחוקר ב' ביטחון רב יותר, שמתוך כל המדגמים האפשריים, הרווח שלו יכיל את הפרמטר.
3. במדגם מסוים התקבל : $P\text{ VALUE}=0.04$. מכאן ניתן להסיק : ההסתברות ש H_0 נכונה היא 0.04.
4. במבחן חד צדדי שלילי על הפרמטר μ קיבל החוקר שציון התקן של הסטטיסטי $Z = -1.9$, לכן ברור כי החוקר דוחה את השערת האפס ברמת מובהקות 0.05 וגם ברמת מובהקות 0.01.
5. חוקר הגדיל את אזור הדחייה של כלל הכרעה שבנה לכן הסיכוי לטעות מסוג שני תקטן.
6. בהשערה חד צדדית ברמת מובהקות של 5% הוחלט לדחות את השערת האפס. לכן ברמת מובהקות גדולה יותר המסקנה לא תשתנה.

טבלאות

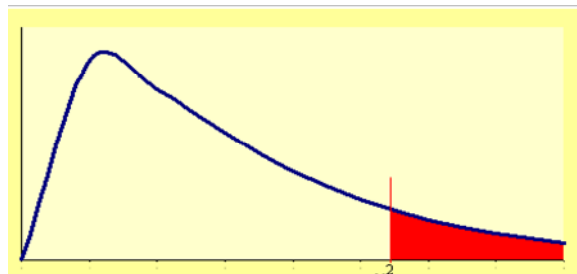
התפלגות נורמאלית סטנדרטית - לכל ערך z נתון השטח מימין לו, $P(Z > z)$ ראה איור מטה.										
Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
4	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002



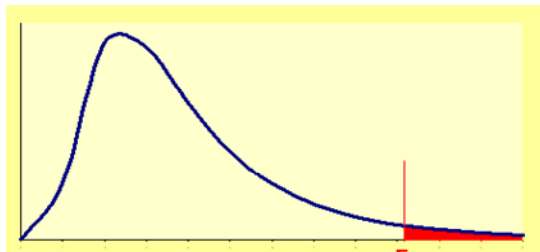
טבלת ערכים קריטיים לפי התפלגות t ראה איור מטה.							
דרגות חופש	$\alpha =$						
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291



טבלת ערכים קריטיים לפי התפלגות χ^2 ראה איור מטה.													
דרגות חופש	$\alpha =$												
	0.99	0.98	0.95	0.8	0.5	0.20	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	0.00016	0.00063	0.00393	0.064	0.455	1.642	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828	12.116
2	0.020	0.040	0.103	0.446	1.386	3.219	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	13.816	15.202
3	0.115	0.185	0.352	1.005	2.366	4.642	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	16.266	17.730
4	0.297	0.429	0.711	1.649	3.357	5.989	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.467	19.997
5	0.554	0.752	1.145	2.343	4.351	7.289	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750	20.515	22.105
6	0.872	1.134	1.635	3.070	5.348	8.558	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.458	24.103
7	1.239	1.564	2.167	3.822	6.346	9.803	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.322	26.018
8	1.646	2.032	2.733	4.594	7.344	11.030	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124	27.868
9	2.088	2.532	3.325	5.380	8.343	12.242	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877	29.666
10	2.558	3.059	3.940	6.179	9.342	13.442	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588	31.420
11	3.053	3.609	4.575	6.989	10.341	14.631	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	31.264	33.137
12	3.571	4.178	5.226	7.807	11.340	15.812	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909	34.821
13	4.107	4.765	5.892	8.634	12.340	16.985	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.528	36.478
14	4.660	5.368	6.571	9.467	13.339	18.151	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.123	38.109
15	5.229	5.985	7.261	10.307	14.339	19.311	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	37.697	39.719
16	5.812	6.614	7.962	11.152	15.338	20.465	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	39.252	41.308
17	6.408	7.255	8.672	12.002	16.338	21.615	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	40.790	42.879
18	7.015	7.906	9.390	12.857	17.338	22.760	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	42.312	44.434
19	7.633	8.567	10.117	13.716	18.338	23.900	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	43.820	45.973
20	8.260	9.237	10.851	14.578	19.337	25.038	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	45.315	47.498
21	8.897	9.915	11.591	15.445	20.337	26.171	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	46.797	49.011
22	9.542	10.600	12.338	16.314	21.337	27.301	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	48.268	50.511
23	10.196	11.293	13.091	17.187	22.337	28.429	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	49.728	52.000
24	10.856	11.992	13.848	18.062	23.337	29.553	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559	51.179	53.479
25	11.524	12.697	14.611	18.940	24.337	30.675	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	52.620	54.947
26	12.198	13.409	15.379	19.820	25.336	31.795	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	54.052	56.407
27	12.879	14.125	16.151	20.703	26.336	32.912	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645	55.476	57.858
28	13.565	14.847	16.928	21.588	27.336	34.027	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	56.892	59.300
29	14.256	15.574	17.708	22.475	28.336	35.139	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336	58.301	60.735
30	14.953	16.306	18.493	23.364	29.336	36.250	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	59.703	62.162



טבלת ערכים קריטיים לפי התפלגות F $\alpha = 0.01$ ראה איור מטה.																	
ד"ח מונה/ד"ח מכנה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	16	20	24	60	120	∞
1	4052.18	4999.50	5403.35	5624.58	5763.65	5858.99	5928.36	5981.07	6022.47	6055.85	6106.32	6170.10	6208.73	6234.63	6313.03	6339.39	6365.86
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.44	99.45	99.46	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.83	26.69	26.60	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.15	14.02	13.93	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.68	9.55	9.47	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.52	7.40	7.31	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.28	6.16	6.07	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.48	5.36	5.28	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.92	4.81	4.73	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.52	4.41	4.33	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.21	4.10	4.02	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	3.97	3.86	3.78	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.78	3.66	3.59	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.62	3.51	3.43	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.49	3.37	3.29	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.37	3.26	3.18	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.27	3.16	3.08	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.19	3.08	3.00	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.12	3.00	2.92	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.05	2.94	2.86	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	2.99	2.88	2.80	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.94	2.83	2.75	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.89	2.78	2.70	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.85	2.74	2.66	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.81	2.70	2.62	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.78	2.66	2.58	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.75	2.63	2.55	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.72	2.60	2.52	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.69	2.57	2.49	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.66	2.55	2.47	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.48	2.37	2.29	2.02	1.92	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.56	2.38	2.27	2.18	1.91	1.80	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.31	2.20	2.12	1.84	1.73	1.60
90	6.93	4.85	4.01	3.53	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.39	2.21	2.09	2.00	1.72	1.60	1.46
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.15	2.03	1.95	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.00	1.88	1.79	1.47	1.32	1.00



דף נוסחאות

תוספות	רווח סמך	התפלגות האומד :	התקנון	טעות התקן (או האומד שלו)	האומד (חסר הטייה)	התנאים	הפרמטר
$n \geq \left(\frac{2Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{L} \right)^2$	$\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$	$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$	$se = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{X}$	1. $x \sim N$ או $n \geq 30$ 2. σ^2 ידועה 3. מדגם מקרי.	ממוצע יחיד- μ
	$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}^{(n-1)} \cdot \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$	$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{S}/\sqrt{n}}$	$se = \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$	$\bar{X}$	1. $x \sim N$ 2. σ^2 אינה ידועה 3. מדגם מקרי	
$n \geq \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \hat{p} q}{\epsilon^2} \right)$	$\hat{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \hat{q}}{n}}$	$\hat{p} \sim N(p, \frac{pq}{n})$	$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$	$se = \sqrt{\frac{pq}{n}}$ $se = \sqrt{\frac{\hat{p} \hat{q}}{n}} \leq \sqrt{\frac{1}{4n}}$	$\hat{P}$	התנאי : $np \geq 10$ וגם $n(1-p) \geq 10$ מדגם מקרי	פרופורציה במדגם p יחיד
	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$	$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$se = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	1. סטיות התקן ידועות. 2. התפלגות נורמלית או מדגמים גדולים. 3. דגימה מקרית	הפרש ממוצעים במדגמים בלתי תלויים- $\mu_1 - \mu_2$
$\hat{s}_p^2 = \frac{(n_1-1)\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\hat{s}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ אומד חסר הטייה לשונות.	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}}^{n_1+n_2-2} \cdot \hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$	$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	$se = \hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	1. התפלגויות נורמליות 2. סטיות התקן אינן ידועות אך שוות. 3. מדגמים מקריים.	
	$\bar{D} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}^{n-1} \cdot \frac{\hat{S}_D}{\sqrt{n}}$	$\bar{D} \sim N(\mu_D, \frac{\sigma_D^2}{n})$	$T_{\bar{D}} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\hat{S}_D/\sqrt{n}}$	$se = \frac{\hat{S}_D}{\sqrt{n}}$	$\bar{D}$	1. התפלגות נורמלית. 2. מדגם מקרי 3. מדגם מזווג לבדוק שיש מתאם חיובי	תוחלת ההפרש במדגמים מזווגים. μ_D
			$\frac{\hat{S}_x^2}{\hat{S}_y^2} \stackrel{H_0}{\sim} F_{n_x-1, n_y-1}$			1. התפלגות נורמלית. 2. מדגמים מקריים. 3. שני מדגמים ב"ת	בדיקת השערות על שתי שונות במדגמים ב"ת

מבחן לאי תלות בין משתנים:

מבחן לאי תלות מטרתו לבדוק האם קיים קשר בין שני משתנים

השערות:

H_0 : אין תלות בין X ל-Y

H_1 : יש תלות בין X ל-Y

האילוצים: א. אין E קטן מ-1

ב. אין ביותר מ 20% מהתאים E קטן מ-5.

כלל הכרעה:

$$critical = \chi^2_{1-\alpha}(df) \quad df = (r-1)(c-1)$$

c = מספר הקטגוריות בעמודות

r = מספר הקטגוריות בשורות

נדחה את H_0 אם נקבל כי הערך הסטטיסטי גבוה מהערך הקריטי.

הסטטיסטי:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad O_i - \text{שכיחות נצפית של משבצת } i$$

$$E_i = \frac{f_{i.} \cdot f_{.j}}{n} \quad \text{שכיחות צפויה של משבצת } i$$

התפלגות ממוצע המדגם $\bar{x}$

1. $E(\bar{x}) = \mu$ - תוחלת ממוצע המדגם שווה לממוצע האוכלוסייה - כלומר ממוצע של כל ממוצעי המדגם האפשריים נותן את ממוצע האוכלוסייה האמיתי - הפרמטר.

2. $V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$ - השונות של ממוצעי המדגם שווה לשונות האוכלוסייה לחלק ל n - גודל המדגם.

אם האוכלוסייה מתפלגת נורמלית $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ ונדגום n תצפיות אז ממוצע המדגם גם מתפלג

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{ואז:} \quad Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

משפט הגבול המרכזי

אם x מתפלג כלשהו וידוע $E(x) = \mu$ אזי עבור מדגם מספיק גדול (לפחות 30) $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

התפלגות מספר ההצלחות במדגם-Y:

הסיכוי להצלחה p (גודל זה הוא פרמטר המתאר את האוכלוסייה) הסיכוי לכישלון $q=1-p$

$$y \sim B(n, p)$$

$$p(y=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \begin{aligned} E(Y) &= np \\ V(Y) &= npq \\ \sigma(Y) &= \sqrt{npq} \end{aligned}$$

התפלגות פרופורציית ההצלחות במדגם:

$$E(\hat{p}) = p, V(\hat{p}) = \frac{pq}{n}, \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$\hat{p} = \frac{y}{n}$$

אם באוכלוסייה פרופורציית ההצלחות היא P אזי עבור מדגם מספיק גדול ($np \geq 10$ וגם $n(1-p) \geq 10$) נאמר שהתפלגות פרופורציית ההצלחות במדגם היא נורמלית:

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{pq}{n}\right), \quad Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

$$\hat{S}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

הגדרות:

- **פרמטר** הוא גודל קבוע המאפיין את האוכלוסייה (כמו μ) ואילו **סטטיסטי** הוא משתנה המחושב על תוצאות המדגם (כמו $\bar{x}$)
- אם התוחלת של $\hat{\theta}$ תהיה שווה ל θ : יהיה **אומד חסר הטייה** ל θ כלומר $E(\hat{\theta}) = \theta$
- **טעות התקן** של אומד היא סטיית התקן שלו, כלומר: $\sigma(\hat{\theta}) = S.E$
- **שגיאת אמידה** הינו ההפרש בערך מוחלט בין האומד לפרמטר כלומר $|\hat{\theta} - \theta|$
- **רמת סמך** $1 - \alpha$ הסיכוי שהפרמטר נופל ברווח הסמך כלומר: $P(A \leq \theta \leq B) = 1 - \alpha$
- **טעות מסוג ראשון** - להכריע לדחות את H_0 למרות שבמציאות H_0 נכונה.
- **טעות מסוג שני** - להכריע לקבל את H_0 למרות שבמציאות H_1 נכונה.
- **אומד יעיל** הוא אומד אשר הגדלת גודל המדגם מקטינה את טעות התקן שלו.

α = **טעות מסוג ראשון** = $P(H_0 \text{ לדחות את } H_0)$

β = **טעות מסוג שני** = $P(H_0 \text{ לקבל את } H_1)$

$(1 - \alpha)$ = **רמת בטחון** = $P(H_0 \text{ לקבל את } H_0)$

$\pi = (1 - \beta)$ = **עוצמה** = $P(H_0 \text{ לדחות את } H_1)$

P_v = $P(H_0 \text{ נכונה} \mid \text{לקבל את תוצאות המדגם וקיצוני})$

אם $\alpha > P_v$ **דוחים את H_0** .

הערה: במבחן דו צדדי יש להכפיל את הסיכוי פי 2 כדי לקבל P_v .