

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס מבוא לסטטיסטיקה והסתברות א'.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,
המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את
התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

**הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה [לחצו כאן](#).**

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים
שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים
להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם
לחויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר
www.gool.co.il.



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התירגול...

תוכן

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית - הקדמה	3
פרק 2 - סטטיסטיקה תיאורית - הצגה של נתונים	6
פרק 3 - סטטיסטיקה תיאורית - גבולות מדומים וגבולות אמתיים	14
פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית - סכימה	16
פרק 5 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום מרכזי	19
פרק 6 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור: הטווח, השונות וסטיית התקן	29
פרק 7 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - טווח בין-רבעוני	34
פרק 8 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור: ממוצע סטיות מוחלטות מהחציון	37
פרק 9 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - ציון תקן	40
פרק 10 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - אחוזונים במחלקות	43
פרק 11 - סטטיסטיקה תיאורית - טרנספורמציה לינארית	48
פרק 12 - סטטיסטיקה תיאורית - מקדם ההשתנות	51
פרק 13 - סטטיסטיקה תיאורית - ניתוח פלטים	54
פרק 14 - סטטיסטיקה תיאורית - שאלות מסכמות	57
פרק 15 - אמידה נקודתית	66
פרק 16 - רווחי סמך	76
פרק 17 - טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית	83
פרק 18 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים	86
פרק 19 - מבחני חי בריבוע	99
פרק 20 - ניתוח שונות חד כיוונית	102
פרק 21 - ניתוח פלטים SPSS	108
פרק 22 - מדדי קשר - מדד הקשר הלינארי (פירסון)	123
פרק 23 - מדדי קשר - השפעת טרנספורמציה לינאריות על מדד הקשר של פירסון	131
פרק 24 - מדדי קשר - רגרסיה לינארית	134

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית - הקדמה

רקע:

בסטטיסטיקה תיאורית אנו חוקרים קבוצה מסוימת.
הקבוצה יכולה להיות קבוצת ילדים בגן, קבוצת מניות בתיק, כלל התושבים בעיר מסוימת וכולי.
בין ישות לישות בקבוצה ישנם גורמים היכולים לקבל מספר ערכים. גורמים אלה נקראים משתנים.
למשל, בין מניה למניה בתיק משתנה התשואה היומית של המניה, הוותק של המניה, תחום המניה וכדומה.

בסטטיסטיקה תיאורית אנחנו נתבונן בקבוצה מסוימת ובתוך הקבוצה הזו נאסוף נתונים לגבי משתנה מסוים ונלמד להציג את הנתונים ולנתח אותם מכל מיני אספקטים.

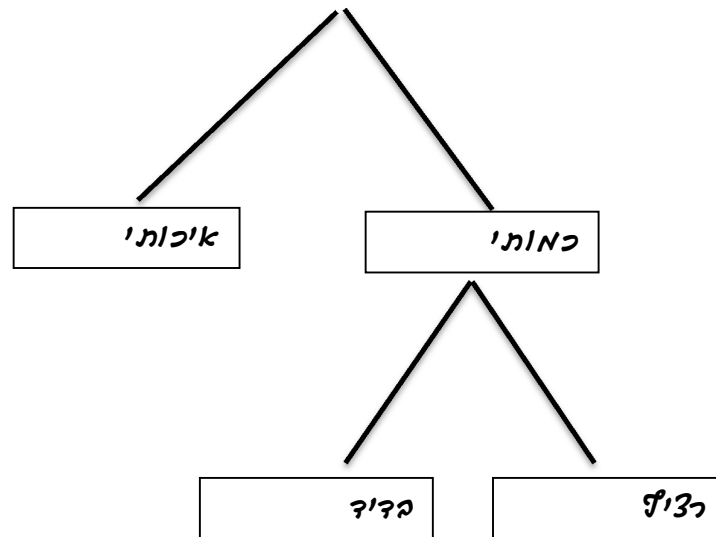
דוגמה:

בתיק מניות 10 מניות. מנהל התיק פרסם את התשואה של כל מניה בשנת 2011.

מי הקבוצה הנחקרת?

מה גודל הקבוצה?

מה המשתנה הנחקר?

סוגי משתנים:

משתנה איכותי הוא משתנה שלערכיו אין משמעות של יותר או פחות, אין עניין כמותי לערכים המתקבלים.

כמו: מקום מגורים של אדם (רעננה, תל אביב, אשדוד..)

מין האדם (זכר, נקבה)

מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן)

משתנה כמותי הוא משתנה שערכיו הם מספרים להם יש משמעות כמותית כמו: גובה אדם בס"מ, ציון בבחינה וכדומה.

את המשתנה הכמותי נסווג לשני סוגים:

משתנה בדיד: משתנה שערכיו מתקבלים מתוך סידרה של ערכים אפשריים. כמו: מספר ילדים למשפחה (1,2,3..)

ציון בבחינה (מ 0 ועד 100 בקפיצות של 1)

הערה:

משתנה רציף: משתנה שערכיו מתקבלים מתוך אינסוף ערכים בתחום מסוים, הערכים מתקבלים ברצף וללא קפיצות של ערכים.

כמו: גובה בס"מ – אם למשל, הגובה הנמוך ביותר הוא 150 ועד 190 ס"מ בקבוצה הגבהים הם ברצף. גם בין 160 ל 161 ס"מ יש רצף אינסופי של ערכים אפשריים לגובה (160.33 ס"מ הוא גם גובה אפשרי)

משקל בק"ג, מהירות בקמ"ש וכולי.

תרגילים:

1. סווג את המשתנים הבאים לפי: איכותי / כמותי בדיד / כמותי רציף:
 - א. מספר הדירות בבניין.
 - ב. גיל אדם בשנים.
 - ג. אחוז האבטלה בעיר.
 - ד. מקצוע לימוד מועדף.
2. להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר העובדים	מספר האיחורים
17	0
23	1
85	2
50	3
25	4

- א. מהו המשתנה הנחקר כאן?
- ב. האם מדובר במשתנה איכותי או כמותי? אם הוא כמותי האם הוא בדיד או רציף?
3. לפניכם רשימה של משתנים כמותיים. ציין ליד כל משתנה אם הוא רציף או בדיד.
 - א. שכר עובד בש"ח.
 - ב. ציון בחינת בגרות.
 - ג. תוצאה בהטלת קובייה.
 - ד. מהירות ריצה בתחרות.
 - ה. שיעור התמיכה בממשלה.

פרק 2 - סטטיסטיקה תיאורית - הצגה של נתונים

רקע:

דרכים להצגת נתונים שנאספו :

א. רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה. רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות. ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים. למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות :

3 4 3 5 4

ב. טבלת שכיחויות בדידה :

שם המשתנה - X	שכיחות - $f(X)$	שכיחות יחסית באחוזים
X_1	f_1	$\frac{f_1}{N} \times 100$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{N} \times 100$
X_3	f_3	$\frac{f_3}{N} \times 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
X_k	f_k	$\frac{f_k}{N} \times 100$
סה"כ	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	100%

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות. לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

למשל, להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

הציון X-	מספר התלמידים – השכיחות f-	F_i	$\frac{f_i}{n}$
5	2	2	$0.08=2/25$
6	4	6	$0.16=4/25$
7	8	14	$0.32=8/25$
8	5	19	$0.2=5/25$
9	4	23	$0.16=4/25$
10	2	25	$0.08=2/25$

שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחויות: F_i - השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

שכיחות יחסית (פרופורציה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי: $\frac{f_i}{n}$ - איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.

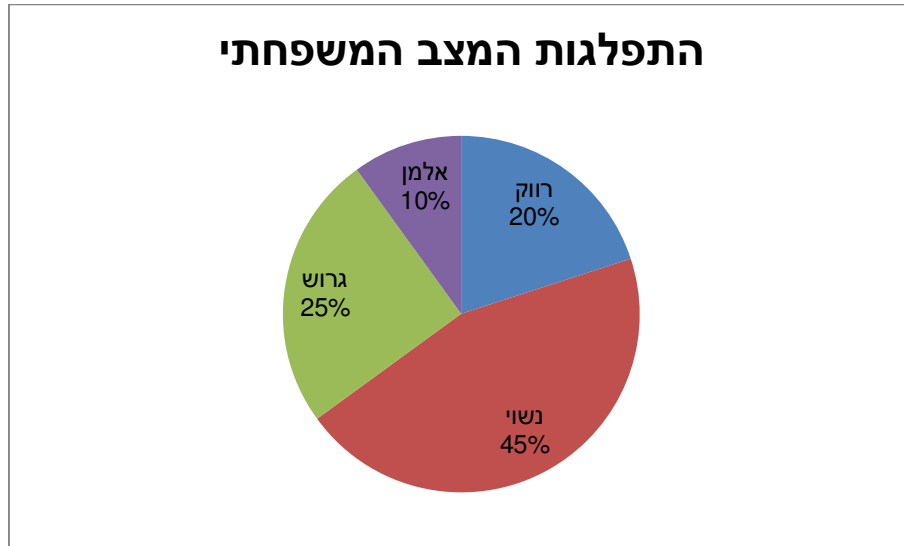
ג. טבלת שכיחויות במחלקות:

משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד וטבלת שכיחויות תהיה ארוכה מידי.
למשל, נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה מסוימת ובדקו את התפלגות זמן ביצוע המשימה בדקות.
להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

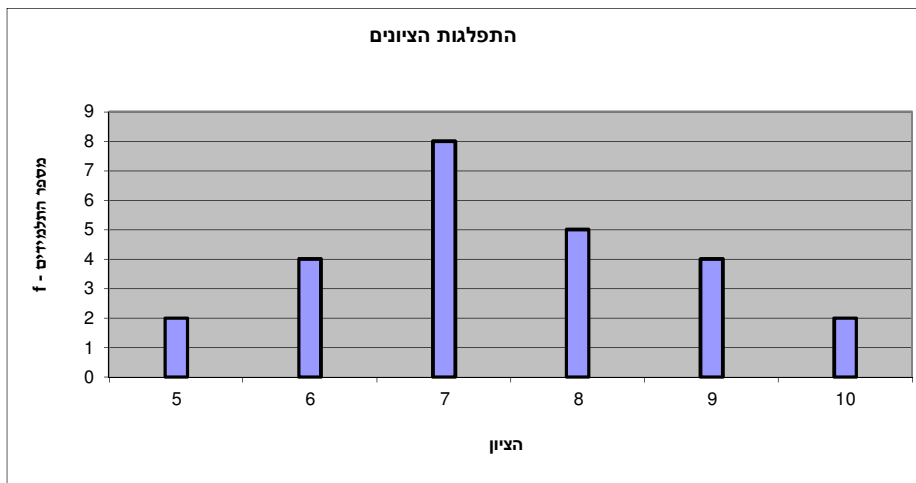
ד. דיאגרמת עוגה :

זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח" יחסי מהעוגה. הנתח בעוגה פרופורציוני לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.



ה. דיאגרמת מקלות :

הציר האופקי הוא הציר של המשתנה הציר האנכי של השכיחות – הגובה של המקל מעיד על השכיחות .
 רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף .
 כמו כן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.

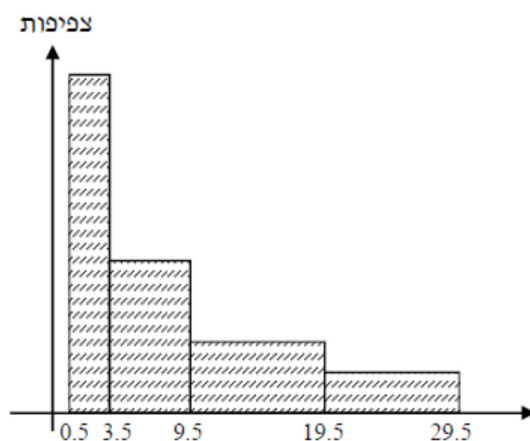


1. **היסטוגרמה :**

ההיסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות. רלבנטית למשתנה כמותי רציף.

בהיסטוגרמה ציר האופקי הוא הציר של המשתנה וציר האנכי הוא הציר של הצפיפות. הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה. אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

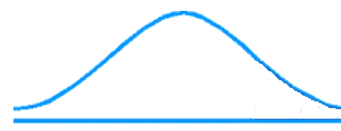
			X		
צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



פוליגון-מצולעון : אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות

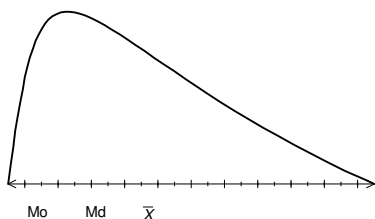
התפלגות סימטרית פעמונית- רוב התצפיות במרכז וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. למשל, ציוני IQ.



ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות:

התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) –רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. למשל, שכר במשק.

התפלגות א-סימטרית ימנית או חיובית



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית) רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. למשל, אורך חיים.

התפלגות א-סימטרית שמאלית או שלילית



תרגילים:

1. בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות: 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10, 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו - 25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.
א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.
ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף":

מספר התלמידים	המקצוע
44	מתמטיקה
20	תנ"ך
12	אנגלית
26	היסטוריה

- א. מהו המשתנה הנחקר?
ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תנ"ך?

3. להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים:

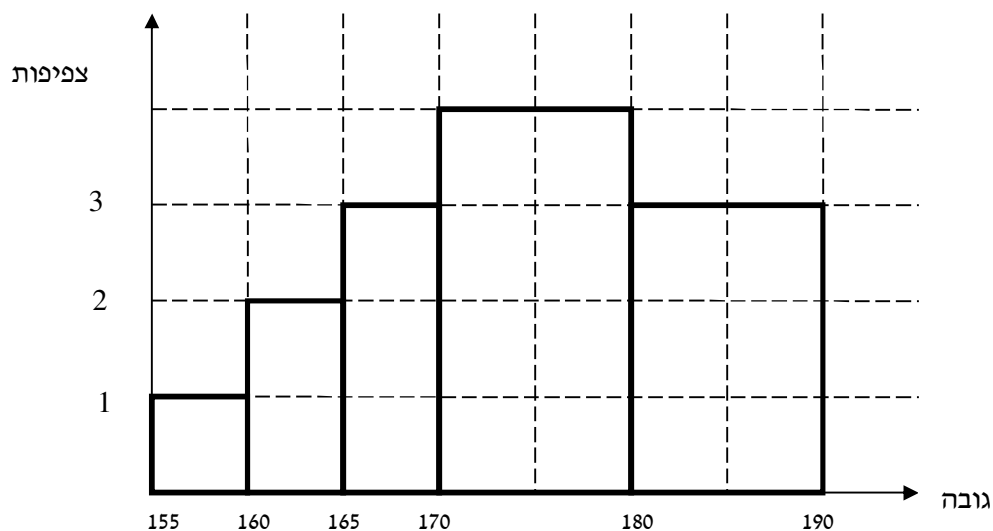
מספר העובדים	השכלה
60	נמוכה
120	תיכונית
20	אקדמאית

- א. מהו המשתנה הנחקר? מאיזה סולם הוא?
ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

4. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

- א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?
ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.
ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.
ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

5. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת :



- מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.
- הוסף שכיחות יחסית לטבלה.
- הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.
- מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

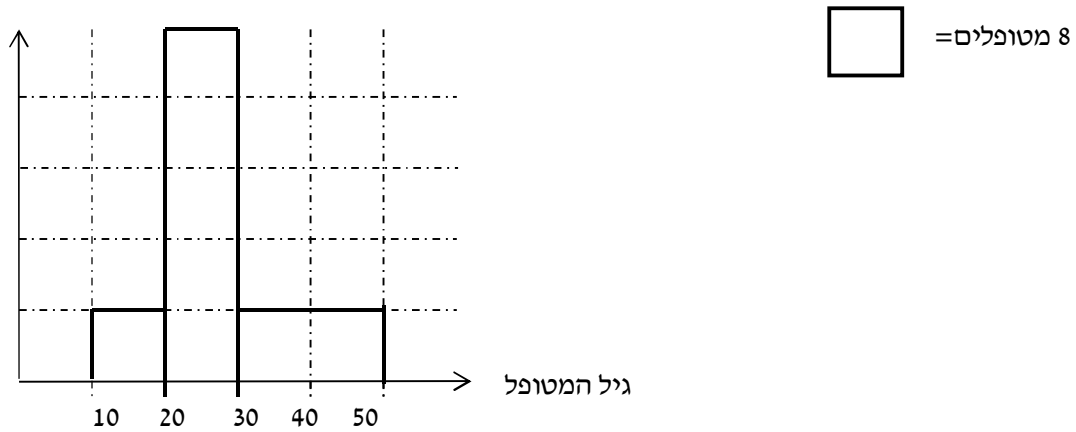
6. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג :

מספר מקרים	משקל
10	40-45
20	45-50
30	50-60
20	60-65
10	65-70

- תאר את ההתפלגות באופן גרפי.
- מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

7. להלן גיל המטופלים של ד"ר שוורץ בשנים :

קנה מידה :



א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?

ב. מהי הקבוצה הנחקרת?

ג. תרגמו את ההסיטוגרמה לטבלת שכיחות.

ד. מהי הפרופורציה של המטופלים של ד"ר שוורץ בגילאים 20-30?

פרק 3 - סטטיסטיקה תיאורית - גבולות מדומים וגבולות אמתיים

רקע:

עבור משתנה רציף נהוג לתאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות. הנתונים שנאספים הם ברמת דיוק מסוימת. לדוגמא משקל של בני אדם או משקל של יהלומים ישקלו ברמת דיוק שונה. **גבולות מדומים:** כאשר גבול עליון של מחלקה אחת שונה מגבול תחתון של המחלקה הבאה אז הגבולות הם גבולות מדומים. כשהגבולות מדומים ההפרש בין גבול תחתון של מחלקה לבין גבול עליון של המחלקה הקודמת יהיה רמת הדיוק. **רמת הדיוק חייבת להיות קבועה** אין אפשרות שחלק מהאנשים נדייק ברמה אחת ואת השאר ברמה אחרת. בגלל שהמשתנה הוא משתנה רציף כשננתח את הנתונים נעבור מגבולות מדומים לגבולות אמתיים. אם הנתונים יינתנו בגבולות מדומים נהפוך אותם תמיד לגבולות אמתיים. כיצד עוברים מגבולות מדומים לגבולות אמתיים? לוקחים את רמת הדיוק ומחלקים אותה ב-2 את התוצאה המתקבלת מוסיפים לגבולות העליונים ומפחיתים מהגבולות התחתונים. אם יתנו נתונים בגבולות מדומים אנחנו מוכרחים לעבור לגבולות אמתיים על מנת להמשיך ולנתח, אך אם הנתונים כבר יינתנו בגבולות אמתיים נשאיר אותם כמו שהם.

דוגמה: (פתרון בהקלטה)

להלן התפלגות הגבהים בס"מ של תלמידי כיתה ח'. יש להעביר את הנתונים לגבולות אמתיים.

$f(x)$	X
20	130-139
25	140-149
30	150-159
20	160-169
10	170-189

תרגילים:

1. להלן התפלגות של משתנה בהצגה של מחלקות. יש להעביר את הנתונים לגבולות אمتיים:

$f(x)$	X
542	500-590
32	600-690
154	700-790
254	800-890

2. להלן התפלגות המשקלים בק"ג של קבוצת אנשים מסוימת. יש לרשום את הנתונים בגבולות אמתיים.

מספר אנשים	משקל בק"ג
18	60-64
24	65-69
52	70-79
19	80-89

פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית - סכימה

רקע:

בסטטיסטיקה ישנה צורת רישום מקובלת כדי לרשום סכום של תצפיות:

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

נסביר את צורת הרישום על ידי הדוגמה הבאה:

i	X_i
1	5
2	0
3	1
4	3
5	2

תרגילים:

1. בבניין 5 דירות, לכל דירה רשמו את מספר החדרים שיש בדירה (X) ומספר הנפשות החיות בדירה (Y).

מספר דירה	X	Y
1	2	1
2	3	1
3	2	2
4	4	3
5	3	2

חשבו :

$$\sum_{i=1}^3 X_i$$

$$\sum_{i=1}^5 Y_i$$

$$\sum_{i=1}^4 X_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^4 X_i\right)^2$$

$$\sum X_i$$

$$\sum X_i Y_i$$

$$\sum (X_i) \sum (Y_i)$$

2. נתון לוח ערכי המשתנים x_i ו- y_i כאשר : $i=1,2,\dots,6$

i	1	2	3	4	5	6
x_i	3	2	4	-2	1	4
y_i	2	0	0	1	-5	2

ונתונים הקבועים : $a=2$ $b=5$ חשבו את הנוסחאות הבאות :

א. $\sum_{i=1}^4 y_i$

ב. $\sum_{i=1}^6 a$

ג. $\sum_{i=1}^6 x_i y_i$

ד. $\sum_{i=1}^6 (x_i + y_i)$

ה. $\sum_{i=1}^6 x_i + a$

3. קבע לכל זהות אם היא נכונה :

א. $\sum_{i=1}^n bX_i = b \cdot \sum_{i=1}^n X_i$

ב. $\sum_{i=1}^n a = a \cdot n$

ג. $(\sum_{i=1}^n X_i)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$

4. נתון : $\sum_{i=1}^{10} X_i = 80$ $\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 1640$

חשב : $\sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)^2$ (פתרון : 1160)

פרק 5 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום מרכזי

רקע:

המטרה במדדי המיקום המרכזי למדוד את מרכז ההתפלגות של התצפיות.

השכיח – MODE

השכיח הוא הערך הנפוץ ביותר בהתפלגות.

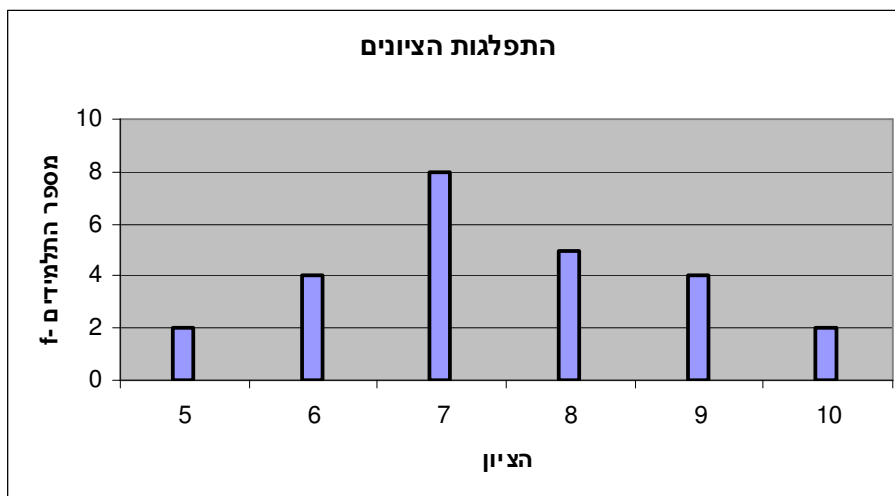
ברשימה : הערך החוזר על עצמו הכי הרבה פעמים .

7 9 4 8 4 10 6

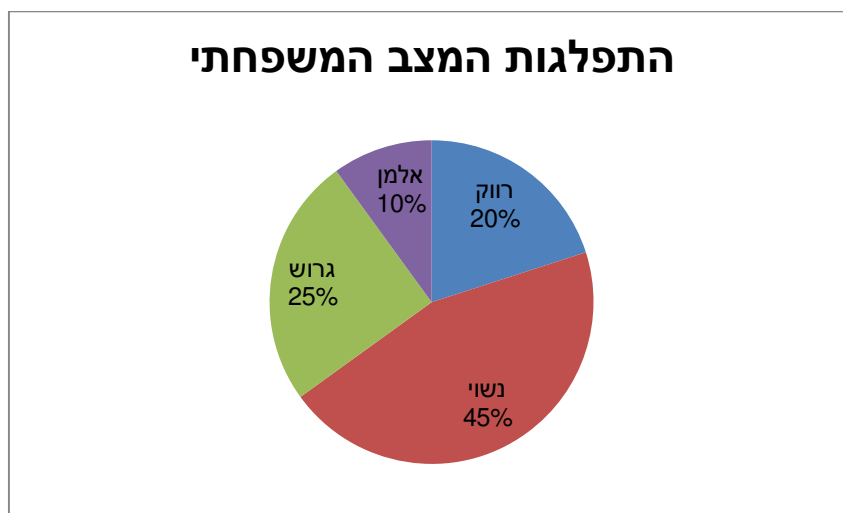
בטבלת שכיחויות בדידה : הערך שהשכיחות שלו היא הגבוהה ביותר.

# תכניות החיסכון	$f(x)$
0	100
1	75
2	25
3	25
4	25

בדיאגרמת מקלות : שיעור ה- X של המקל הגבוה ביותר.



בעוגה: הערך של הפלח הגדול ביותר.

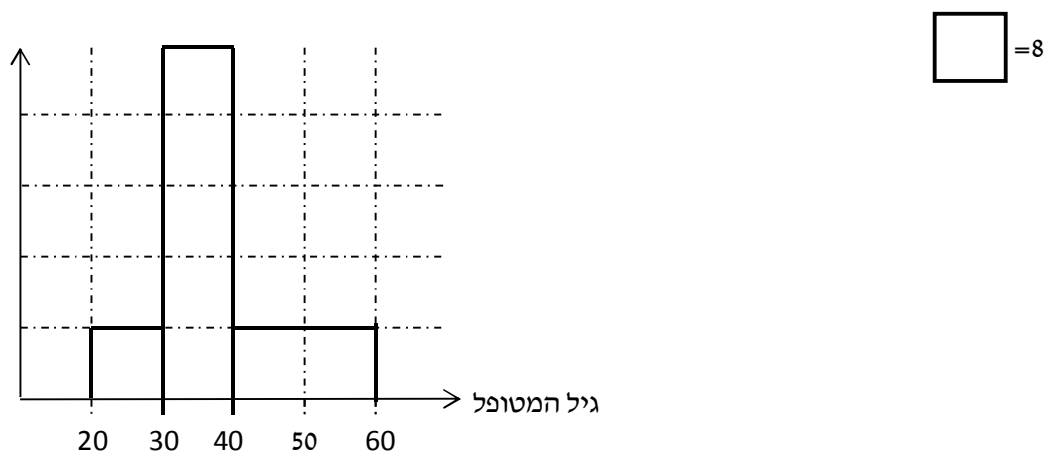


בטבלת שכיחויות במחלקות: אמצע המחלקה עם הצפיפות הגבוהה ביותר.
התפלגות הציונים בכיתה.

$f(x)$	X
20	0-60
10	60-70
18	70-80
15	80-90
15	90-100

בהיסטוגרמה: שיעור ה- X של אמצע המחלקה הגבוהה ביותר.

להלן גיל המטופלים של די"ר שוורץ בשנים:



כללי: יתכן שלהתפלגות יותר משכיח אחד.
השכיח הוא מדד הרלבנטי לכל סוגי המשתנים.

MIDRANGE – (טווח)

הממוצע בין התצפית הגבוהה ביותר לתצפית הנמוכה ביותר.

$$MR = \frac{X_{\min} + X_{\max}}{2}$$

MEDIAN - החציון

החציון הוא ערך שמחצית מהתצפיות קטנות או שוות לו ומחצית מהתצפיות גדולות או שוות לו .
ברשימה : נסדר את התצפיות בסדר עולה.

אם יש מספר אי זוגי של איברים מקומו של החציון יהיה התצפית שמיקומה : $\frac{n+1}{2}$

אם יש מספר זוגי של איברים החציון יהיה הממוצע של האיבר ה- $\frac{n}{2}$ והאיבר ה- $\frac{n}{2} + 1$

כלומר שיש מספר אי-זוגי של תצפיות החציון יהיה : $md = X_{\frac{n+1}{2}}$

ושיש מספר זוגי של תצפיות החציון יהיה : $md = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

בטבלת שכיחויות בדידה : נעשה תהליך דומה אך נעזר בשכיחות המצטברת.
דיאגרמת מקלות : נמיר לטבלת שכיחויות בדידה במטרה למצוא את החציון.
בטבלת שכיחויות במחלקות :

שלב א : נימצא את המחלקה החציונית שמיקומה יהיה $\frac{n}{2}$.

שלב ב : נציב בנוסחה הבאה : $Md = L_0 + \frac{\frac{n}{2} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$

$F(x_{m-1})$ - שכיחות מצטברת של מחלקה אחת לפני המחלקה החציונית.

$f(x_m)$ - השכיחות של המחלקה החציונית.

L_0 - גבול התחתון של המחלקה.

L_1 - גבול העליון של המחלקה.

היסטוגרמה : החציון הוא הערך על ציר ה- X שמחלק את ההיסטוגרמה לשני חלקים שווים בשטח.

כללי : החציון אינו רלבנטי למשתנה מסולם שמי ולא רלבנטי למשתנה איכותי.

הממוצע

הנו מרכז הכובד של ההתפלגות.

ברשימה : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

בטבלת שכיחויות : $\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{n}$

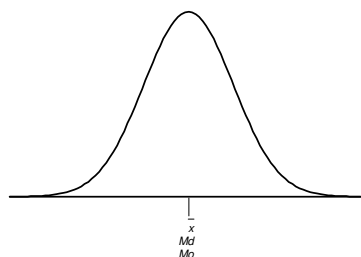
במחלקות : נשתמש באותה נוסחה רק נתייחס לאמצע המחלקה בתור ה- X . הממוצע הזה יהיה ממוצע מקורב.

כללי : הממוצע רלבנטי רק למשתנה כמותי.

מדדי המיקום המרכזי בהתפלגויות המיוחדות:

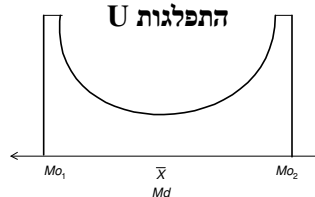
בהתפלגות סימטרית פעמונית כל מדדי המרכז שווים זה לזה:

התפלגות סימטרית



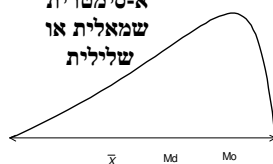
בהתפלגות סימטרית השכיח לא חייב להיות במרכז:

התפלגות U

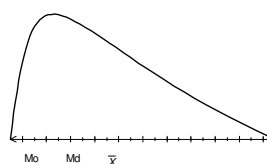


בהתפלגות אסימטרית

התפלגות א-סימטרית שמאלית או שלילית



התפלגות א-סימטרית ימנית או חיובית



תרגילים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :
 7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6
 חשב את החציון, השכיח, והממוצע של הציונים.

2. בדקו את מספר החדרים לדירה בבניין בן 5 דירות והתקבל ממוצע 3.8
 לגבי 4 דירות נמצא מספר חדרים : 4, 3, 4, 5.
 א. כמה חדרים יש בדירה החמישית?
 ב. מהו השכיח ומהו החציון?

3. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים :

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

ג. חשב את הממוצע, החציון והשכיח של ההתפלגות.
 ד. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלויזיה היו רוכשים מקלט אחד.

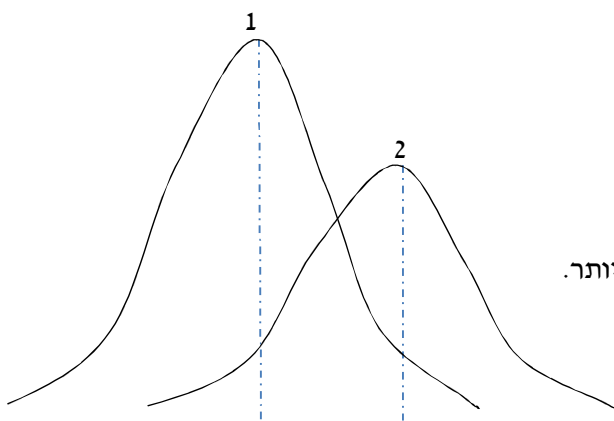
4. להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן"

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

א. כמה משפחות יש בישוב?
 ב. מה אחוז המשפחות בישוב עם לכל היותר 2 מכוניות?
 ג. חשבו את הממוצע, החציון והשכיח.
 הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם!

5. מורה לימד 2 כיתות, הוא תיאר באותה מערכת צירים את התפלגות הציונים בכל כיתה.

בחר בתשובה הנכונה :



א. בכיתה 1 השכיח גבוה יותר מכיתה 2.

ב. בכיתה 2 השכיח גבוה יותר מכיתה 1.

ג. בשתי הכיתות אותו שכיח.

ד. לא ניתן לדעת באיזו כיתה השכיח גדול יותר.

6. ביישוב מסוים בדקו לכל משפחה את מספר הטלוויזיות שיש לה בבית. ביישוב גרות 200

משפחות. בממוצע יש למשפחה 1.5 טלוויזיות.

מספר טלוויזיות	מספר משפחות
0	28
1	62
2	
3	

א. השלימו את הטבלה.

ב. מהו השכיח, אמצע טווח והחציון.

ג. חלק מהמשפחות להן הייתה טלוויזיה אחת בדיוק הוציאו את הטלוויזיה מביתם, כיצד כל

מדד ישתנה (יגדל, יקטן או לא ישתנה) הסבירו ללא חישוב.

7. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

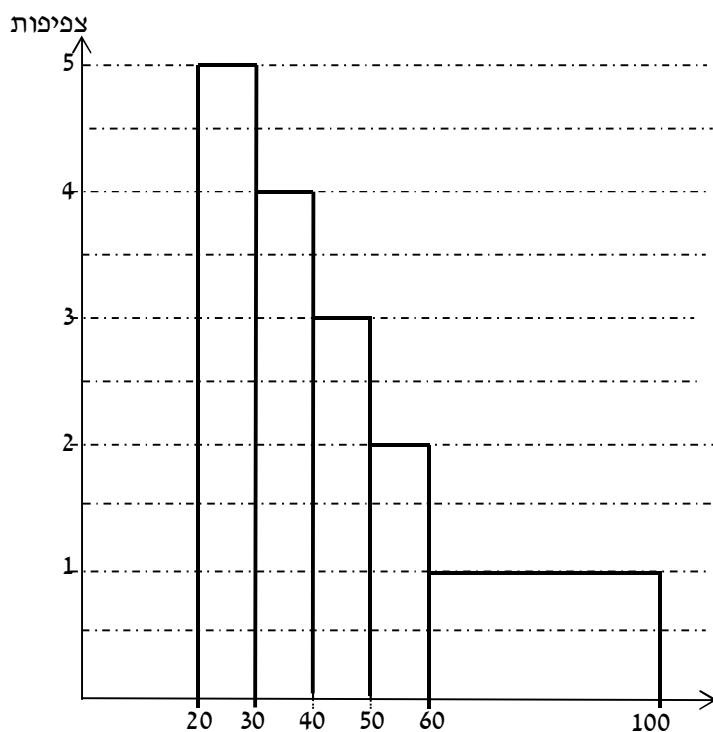
מה הממוצע והחציון של ההתפלגות?

8. להלן התפלגות הגבהים בס"מ בקבוצה מסוימת.

שכיחות	גובה בס"מ
30	150-160
40	160-170
60	170-175
70	175-180
40	180-190

חשב את הממוצע, החציון והשכיח של הגבהים בקבוצה זו.

9. בפקולטה מסוימת בדקו לסטודנטים העובדים בה את השכר לשעת עבודה. להלן התוצאות:



א. מצא את השכיח בהתפלגות.

ב. מצא את החציון בהתפלגות.

ג. הסבירו ללא חישוב האם הממוצע גדול/קטן/שווה לחציון.

ד. הסתבר שיש להוציא מספר תלמידים במחלקה בין 20-30 שקלים כיצד הדבר ישפיע על הממוצע, החציון והשכיח? הסבירו ללא חישוב.

פתרונות:**שאלה 1:**

החציון : 7

השכיח : 6

הממוצע : 6.9

שאלה 2:

א. 3

ב. שכיח : 3,4 חציון : 4

שאלה 3:

א. הממוצע : 1.7

החציון : 1.5

השכיח : 1

ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.

שאלה 4:

א. 630

ב. 34.13%

ג. שכיח וחציון : 3

ממוצע : 2.952

שאלה 5:

תשובה : ב

שאלה 6:

ב חציון : 2 שכיח : 2 אמצע טווח : 1.5

שאלה 7:

חציון וממוצע : 55

פרק 6 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור: הטווח, השונות וסטיית התקן

רקע:

המטרה : למדוד את הפיזור של הנתונים כלומר כמה הם רחוקים זה מזה ושונים זה מזה.

הטווחותחום RANGE:

ההפרש בין התצפית הגבוהה ביותר לנמוכה ביותר : $R = X_{\max} - X_{\min}$

שונות וסטיית תקן:

השונות היא ממוצע ריבועי הסטיות מהממוצע וסטיית התקן היא שורש של השונות.

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{עבור סדרת נתונים}$$

דוגמה : נחשב את השונות של סדרת המספרים הבאה : 5,4,9

$$s_x^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{n} = \frac{\sum x^2 \cdot f}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{עבור טבלת שכיחויות}$$

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת בה ממוצע הציונים הוא 7.44

הציון X-	השכיחות f-	$x^2 \cdot f$
5	2	50
6	4	144
7	8	392
8	5	320
9	4	324
10	2	200

סה"כ

1430

$$s_x^2 = \frac{\sum x^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1430}{25} - 7.44^2 = 1.8464$$

$$s = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{1.8464} = 1.3588$$

כשיש מחלקות נעזר באמצע המחלקה כדי לחשב את השונות.

תרגילים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6
חשבו את השונות, סטיית התקן והטווח של הציונים.

2. להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ב"הגורן"

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

א. חשבו סטיית התקן.

ב. חשבו את הטווח של הנתונים.

הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם!

3. בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.

א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?

ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני

עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?

4. נתונה רשימה של 5 תצפיות, אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע:

2, 3, 2, 1. חשב את השונות של חמש התצפיות.

5. בשכונה בדקו בכל דירה את מספר החדרים לדירה. בשכונה 200 דירות.

מספר חדרים	פרופורציה
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.15
5	

א. מה הממוצע של מספר החדרים לשכונה בדירה?

ב. חשבו את סטיית התקן של מספר החדרים לדירה.

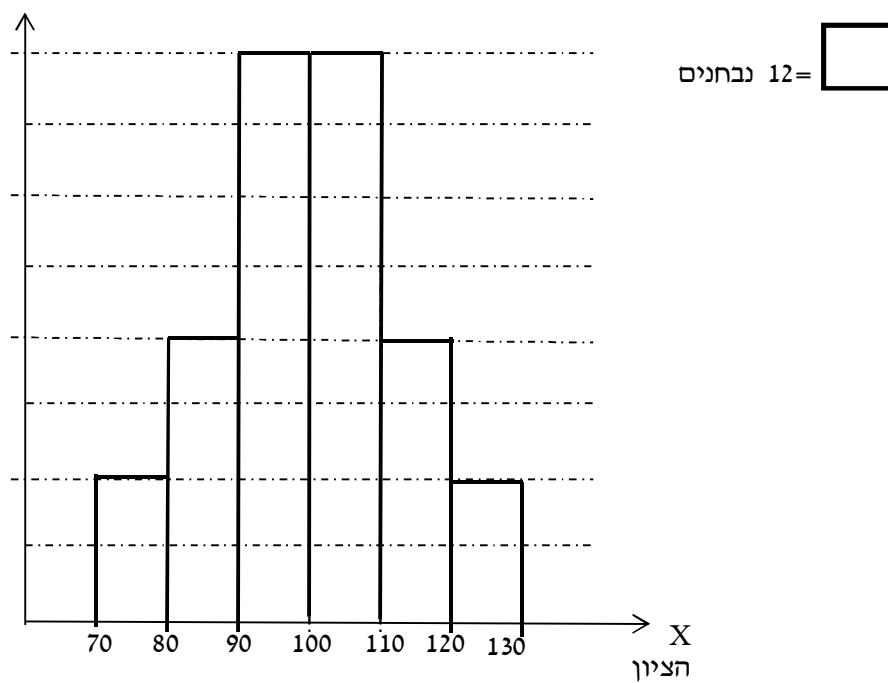
ג. חלק מבעלי הדירות בנות 2 החדרים הפכו את דירתם לדירת חדר. כיצד הדבר ישפיע (יקטין, יגדל, לא ישנה) כל מדד שחישבתם בסעיפים הקודמים.

6. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

מהי סטיית התקן של התפלגות המשקל?

7. להלן התפלגות הציונים במבחן אינטליגנציה:



א. מה הממוצע ומה החציון של ההתפלגות?

ב. חשבו את סטיית התקן של הציונים.

ג. מסתבר שיש להוסיף 20 תצפיות לכל אחת משתי המחלקות 90-100 ו-100-110. כיצד הדבר ישתנה את כל אחד מהמדדים של הסעיפים הקודמים?

פתרונות :**שאלה 1:**

השונות : 2.19

סטיית תקן : 1.48

טווח : 6

שאלה 2:

א. סטיית תקן : 1.106

ב. טווח 4

שאלה 3:

א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן.

ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל.

שאלה 4:

10.8

שאלה 5:

א. 3.05

ב. 1.16

שאלה 6:

7.73

שאלה 7 :

א. 100

ב. 12.96

פרק 7 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - טווח בין-רבעוני

רקע:

הטווח הבין-רבעוני נותן את הטווח בין הרבעונים בו נמצאים 50% מהתצפיות המרכזיות.

שלבים במציאת טווח בין-רבעוני במחלקות:

F	f מספר עובדים (שכיחות)	$L_1 - L_0$ רוחב	מספר שנות ותק
56	56	4	0.5 – 4.5
106	50	5	4.5 – 9.5
154	48	2	9.5 – 11.5
190	36	3	11.5 – 14.5
200	10	5	14.5 – 19.5

שלב א: נמצא את הרבעון התחתון (האחוזון ה-25) והרבעון העליון (האחוזון ה-75).

מיקום הרבעון התחתון יהיה: $\frac{n}{4}$

מיקום הרבעון העליון יהיה: $\frac{3n}{4}$

נוסחאות הרבעונים יהיו:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{n}{4} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0) \quad ; \quad Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3n}{4} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$$

שלב ב: נחסר את הרבעונים:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

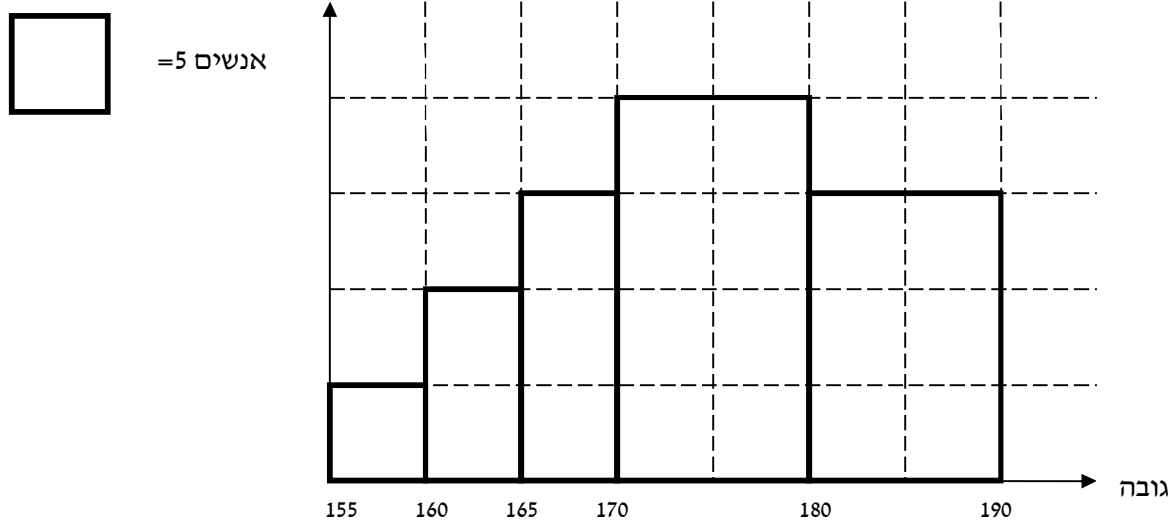
תרגילים:

1. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

מצא את הטווח הבין-רבעוני.

2. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת:



מצא את הטווח הבין-רבעוני.

פתרונות:

שאלה 1:

13.75

שאלה 2:

13.33

פרק 8 - סטטיסטיקה תיאורית- מדדי פיזור : ממוצע סטיות מוחלטות מהחציון

רקע:

מדד זה הוא מדד לפיזור בנוסף למדדים שנלמדו בפרקים הקודמים כמו סטיית התקן.

המדד בודק את הפיזור הממוצע סביב החציון.

הרעיון הוא למצוא בכמה בממוצע התצפיות סוטות בערך המוחלט מהחציון.

כדי לחשב את המדד יש לחשב קודם כל את החציון.

$$MAD = \frac{\sum_i |X_i - Md|}{n} \quad \text{אם מדובר ברשימה של תצפיות הנוסחה לחישוב המדד :}$$

$$MAD = \frac{\sum |X_i - Md| \cdot f(X)}{n} \quad \text{אם מדובר בטבלת שכיחויות, הנוסחה לחישוב המדד :}$$

כאשר מדובר על טבלת שכיחויות במחלקות ניקח בתור X את אמצע המחלקה.

דוגמה: (הפתרון בהקלטה)

נתונה רשימת המספרים הבאה : 2 8 7 6 3

מה ממוצע הסטיות המוחלטות מהחציון?

תרגילים:

1. נתונה רשימת המספרים הבאה : 3 5 6 9 12 8 . מה ממוצע הסטיות המוחלטות מהחציון?

2. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה ביישוב מסוים :

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

א. חשב את החציון.

ב. חשב את ממוצע הסטיות המוחלטות מהחציון.

ג. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת היה משתנה אם 5 ממשפחות שהיה להם מקלט יחיד היו מוכרים אותו.

פתרונות:**שאלה 1 :**

2.5

שאלה 2:

א. 1.5

ב. 1.14

ג. חציון לא ישתנה וממוצע סטיות מוחלטות מהחציון יגדל.

פרק 9 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - ציון תקן

רקע:

המטרה למדוד איך תצפית ממוקמות יחסית לשאר התצפיות בהתפלגות.

ציון תקן:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S} : \text{הנוסחה לציון תקן של תצפית היא}$$

ציון התקן נותן כמה סטיות תקן סוטה התצפית מהממוצע.

כלומר, ציון התקן מעיד על כמה סטיות תקן התצפית מעל או מתחת לממוצע.

ציון תקן חיובי אומר שהתצפית מעל הממוצע.

ציון תקן שלילי אומר שהתצפית מתחת לממוצע.

ציון תקן אפס אומר שהתצפית בדיוק בממוצע.

דוגמה : (פתרון בהקלטה)

במקום עבודה מסוים ממוצע המשכורות 8 אלפי ₪ עם סטית תקן של 2 אלפי ₪ באותו מקום עבודה ההשכלה הממוצעת של העובדים הנה 14 שנים עם סטית תקן של 1.5 שנים. ערן מרוויח במקום עבודה זה 11 אלף ₪ והשכלתו 16 שנים. מה ערן יותר באופן יחסי משכיל או משתכר ?

תרגילים:

1. תלמידי כיתה ח' ניגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה.
להלן התוצאות שהתקבלו:

המקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

- עודד קיבל: 68 בלשון ו70 במתמטיקה.
א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

2. במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום.
להלן טבלה המסכמת את האינפורמציה שנאספה על שני המשתנים:

	תפוקה	מספר פועלים
ממוצע	48	15
סטיית תקן	10	2

- באחד הימים מתוך כלל הימים שנבדקו התפוקה הייתה 50 מאות מצברים ובאותו היום עבדו 13 פועלים.
מה יותר חריג באותו היום יחסית לשאר הימים שנבדקו נתוני התפוקה או כמות הפועלים?
בחר בתשובה הנכונה.
א. התפוקה.
ב. כמות הפועלים.
ג. חריגים באותה מידה.
ד. חסרים נתונים כדי לדעת זאת.

3. הגובה הממוצע של המתגייסים לצבא הוא 175 סנטימטר עם סטיית תקן 10 סנטימטר. המשקל הממוצע 66 ק"ג עם סטיית תקן 8 ק"ג. ערן התגייס, גובהו 180 ס"מ ומשקלו 59 ק"ג.
א. במה ערן חריג יותר ביחס לשאר המתגייסים- גובהו או משקלו?
ב. כמה ערן אמור לשקול כדי שמשקלו יהיה שקול לגובהו?

פתרונות:**שאלה 1:**

א. לשון

ב. 72

שאלה 2:

תשובה ב

שאלה 3:

א. משקל

ב. 70

פרק 10 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - אחוזונים במחלקות

רקע:

האחוזון (המאון) ה- p הוא הערך בנתונים המחלק את הנתונים בצורה כזאת שעד אליו יש $p\%$

מהנתונים. מסמנים את האחוזון ה- p ב- X_p .

למשל, המאון ה-25 הוא האחוזון ה-25 או הרבעון התחתון: ערך ש-רבע מהתצפיות קטנות

ממנו והשאר גבוהות ממנו. מסומן: $X_{0.25}$

מצאת מאון במחלקות:

שלב א: נימצא את המחלקה הרלבנטית שמיקומה יהיה $\frac{np}{100}$.

שלב ב: נציב בנוסחה הבאה: $x_p = L_0 + \frac{\frac{n \cdot p}{100} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$

$F(x_{m-1})$ - שכיחות מצטברת של מחלקה אחת לפני המחלקה הרלבנטית.

$f(x_m)$ - השכיחות של המחלקה הרלבנטית.

L_0 - גבול התחתון של המחלקה.

L_1 - גבול העליון של המחלקה.

אם רוצים לחלץ את אחוז התצפיות שמתחת לערך מסוים נשתמש בנוסחה הבאה:

$$P_x = \left[\frac{(x - L_0)}{(L_1 - L_0)} \cdot f(x_m) + F(x_{m-1}) \right] \cdot \frac{100}{n}$$

דוגמה : (פתרון בהקלטה)

להלן התפלגות השכר של עובדים בחברה מסוימת :

שכר בש"ח	$f(x)$
4000-6000	140
6000-10000	128
10000-15000	60
15000-20000	54
20000-40000	18

א. מצאו את המאון ה-40.

ב. מהו אחוז העובדים שמשכרים מתחת ל-5,000 ₪?

תרגילים:

1. להלן התפלגות השכר (באלפי שקלים) בחברה:

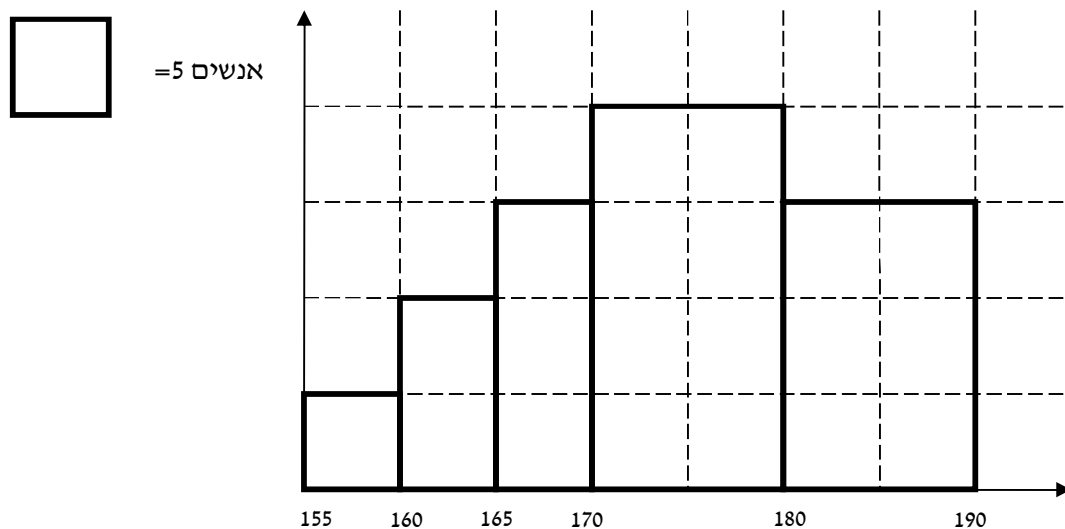
שכר X	שכיחות מצטברת
6-10	48
10-15	100
15-20	120
20-30	132
30-60	136

- א. חשבו את המאון ה-60.
- ב. מהו העשירון העליון?
- ג. 20% מהמשכורות הגבוהות ביותר הן משכורות של הבכירים, מהי המשכורת המינימאלית לבכיר?
- ד. מה אחוז האנשים שמשתכרים מתחת ל-7000 ₪?
- ה. איזה אחוז מהעובדים משתכרים מעל ל-25,000 ₪?
- ו. איזה אחוז מהעובדים משתכרים בין 7000 ל-25,000 ₪?

2. למבחן ניגשו 400 נבחנים. נתון שהעשירון התחתון הוא הציון 60. הרבעון העליון הוא הציון 80. כמו כן ההתפלגות של הציונים היא סימטרית. מלאו את השכיחות החסרות.

ציון X	$f(X)$
50-60	
60-70	
70-80	
80-90	
90-100	

3. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת :



א. העשירון התחתון.

ב. האחוזון ה-30.

ג. הגובה ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.

ד. את אחוז התצפיות מתחת לגובה 158 ס"מ.

ה. את אחוז התצפיות מעל לגובה 185 ס"מ.

ו. את אחוז התצפיות בין גובה 170 ס"מ ל-185 ס"מ.

פתרונות:**שאלה 1 :**

- א. 13.23
- ב. 22
- ג. 17.2
- ד. 8.82%
- ה. 7.36%
- ו. 83.82%

שאלה 3 :

- א. 162.5
- ב. 170
- ג. 183.33
- ד. 3%
- ה. 15%
- ו. 55% ת

פרק 11 - סטטיסטיקה תיאורית - טרנספורמציה לינארית

רקע:

מצב שבו מבצעים שינוי מסוג הוספה של קבוע (או החסרה) והכפלה של קבוע (או חילוק) לכל

$$y = a \cdot x + b \quad \text{התצפיות:}$$

וכך יושפעו המדדים השונים:

מדדי המרכז:

$$MR_y = a \cdot MR_x + b$$

$$Mo_y = a \cdot Mo_x + b$$

$$\bar{y} = a \cdot \bar{x} + b$$

$$Md_y = a \cdot Md_x + b$$

מדדי הפיזור:

$$R_y = |a| R_x$$

$$s_y = |a| s_x$$

$$s_y^2 = a^2 s_x^2$$

מדדי המיקום היחסי:

$$Y_p = a \cdot X_p + b$$

$$Z_y = \frac{a}{|a|} Z_x$$

שלבי העבודה:

1. נזהה שמדובר בטרנספורמציה לינארית (שינוי קבוע לכל התצפיות).
2. נרשום את כלל הטרנספורמציה לפי נתוני השאלה.
3. נפשט את הכלל ונזהה את ערכי a ו b .
4. נציב בנוסחאות שלעיל בהתאם למדדים שנשאלים.

דוגמה: (פתרון בהקלטה)

השכר הממוצע של עובדים הנו 9000 ₪ וטווח 6000 ₪ חשבו את המדדים הללו לאחר שהעלו את כל המשכורות ב-10% ואחר כך קנסו אותם ב100 ₪.

תרגילים:

1. עבור סדרת נתונים התקבל :

$$\bar{X} = 80$$

$$S = 15$$

$$MO = 70$$

הוחלט להכפיל את כל התצפיות פי-4 ולהחסיר מהתוצאה 5. חשב את המדדים הללו לאחר השינוי.

2. בחברה מסוימת השכר הממוצע הוא 40 ₪ לשעה עם סטיית תקן של 5 ₪ לשעה. הוחלט להעלות את כל המשכורות ב- 10%, אך זה לא סיפק את העובדים ולכן הם קיבלו לאחר מכן תוספת של 2 ₪ לשעה. מה הממוצע ומהי השונות של השכר לשעה לאחר כל השינויים.

3. במבחן הציון החציוני היה 73, טווח הציונים היה 40 נקודות. והעשירון העליון היה הציון 87. כיוון שהציונים בבחינה היו נמוכים, המורה החליט לתת פקטור של 4 נק' לכל התלמידים. חשבו את המדדים לאחר הפקטור.

4. דגמו מקו ייצור 50 קופסאות של גפרורים. בדקו בכל קופסא בה יש 40 גפרורים את כמות הגפרורים הפגומים. קבלו שבממוצע יש 3 גפרורים פגומים בקופסא. עם סטיית תקן של 1.5 גפרורים. מה יהיה הממוצע ומה תהיה סטיית התקן של מספר התקנים בקופסא?

5. חברת בזק הציעה את החבילה הבאה :
שלושים שקלים דמי מנוי חודשיים קבועים. ובנוסף 10 אגורות לכל דקה של שיחה יוצאת, אדם בדק במשך שנה את דקות השיחות היוצאות שלו, וקיבל שבממוצע בחודש יש לו 600 דקות שיחות יוצאות עם שונות 2500 דקות רבועות, כמו כן בחודש ינואר ציון התקן היה 2. חשבו את המדדים הללו עבור חשבון הטלפון החודשי של אותו אדם בשקלים אם היה משתמש בחבילה המוצעת לו על ידי בזק.

6. הוכח שאם כל התצפיות בהתפלגות עברו טרנספורמציה לינארית :

$$Y_i = a \cdot X_i + b$$

אזי הממוצע והשונות של כלל התצפיות לאחר הטרנספורמציה יהיו בהתאמה :

$$\bar{y} = a \cdot \bar{x} + b$$

$$s_y^2 = a^2 s_x^2$$

פתרונות :**שאלה 1 :**

הממוצע : 315

סטיית התקן : 60

השכיח : 275

שאלה 2 :

הממוצע : 46

השונות : 30.25

שאלה 3 :

טווח : 40

חציון : 77

עשירון עליון : 91

שאלה 4 :

ממוצע : 37

סטיית תקן : 1.5

שאלה 5 :

ממוצע : 90

שונות : 25

ציון תקן : 2

פרק 12 - סטטיסטיקה תיאורית - מקדם ההשתנות

רקע:

כאשר מחשבים סטיית תקן למספר קבוצות בעלי ממוצע שונה, השוואת מידת פיזור הנתונים אינה מתייחסת לערך מרכז הנתונים (לממוצע למשל). על מנת לתת מדד פיזור המתחשב בממוצע

הנתונים נחשב את **מקדם ההשתנות - Coefficient of Variation** :

$$CV = \frac{S(X)}{\bar{X}}$$

ככל שמקדם ההשתנות נמוך יותר המשתנה מרוכז יותר סביב הממוצע וככל שמקדם ההשתנות גבוהה יותר, מידת הפיזור סביב הממוצע גבוהה יותר.

תרגילים:

1. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון:

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

א. חשבו את מקדם ההשתנות בכל כיתה.

ב. מהי הכיתה הכי הטרוגנית?

2. נתונות שתי קבוצות:

הממוצע בקבוצה א 100 והשונות 100.

הממוצע בקבוצה ב 500 והשונות 400.

באיזו קבוצה מידת הפיזור יחסית קטן יותר?

3. במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים

במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום.

להלן טבלה המסכמת את האינפורמציה שנאספה על שני המשתנים:

מספר פועלים	תפוקה	
15	48	ממוצע
2	10	סטיית תקן

לפי קריטריון CV. בחר את התשובה הנכונה.

א. הפיזור באופן יחסי שווה בין התפוקה היומית לכמות הפועלים העובדים ביום.

ב. הפיזור יחסית יותר גדול עבור התפוקה היומית מאשר עבור מספר הפועלים ביום.

ג. הפיזור יחסית יותר גדול עבור מספר הפועלים ביום מאשר עבור התפוקה היומית.

ד. אין מספיק נתונים כדי לחשב את CV.

פתרונות:**שאלה 1:**

ב. כתה ב

שאלה 3:

תשובה ב

שאלה 2:

קבוצה 2

פרק 13 - סטטיסטיקה תיאורית - ניתוח פלטים

תרגילים:

1. להלן פלט על התפלגות הגילאים באוכלוסייה מסוימת.

		Statistic
Age of Respondent	Mean	45.63
	Median	41.00
	Variance	317.140
	Std. Deviation	a
	Minimum	18
	Maximum	b
	Range	71
	Interquartile Range	28

- א. מצא את הערכים בטבלה המסומנים ב a ו b .
 ב. נתון שההתפלגות היא אסימטרית האם היא נוטה ימינה או שמאלה?

2. להלן התפלגות ההשכלה של העובדים בחברת "מתאר":

years of education					
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	8.00	7	12.7	12.7	12.7
	9.00	4	7.3	7.3	20.0
	10.00	2	3.6	3.6	23.6
	11.00	14	25.5	25.5	49.1
	12.00	10	18.2	18.2	67.3
	13.00	2	3.6	3.6	70.9
	14.00	4	7.3	7.3	78.2
	15.00	7	12.7	12.7	90.9
	16.00	4	7.3	7.3	98.2
	18.00	1	1.8	1.8	100.0
	Total	55	100.0	100.0	

		Statistic
years of education	Mean	?
	Median	12.0000
	Variance	?
	Std. Deviation	2.54786
	Minimum	?
	Maximum	?
	Range	?
	Interquartile Range	?

מלא את הערכים המסומנים בסימני שאלה.

פתרונות:**שאלה 1**א. $a=17.81$ $b=89$

ב. אסימטרית ימנית

שאלה 2

הממוצע: 11.909

שונות: 6.492

טווח: 10

טב"ר: 3

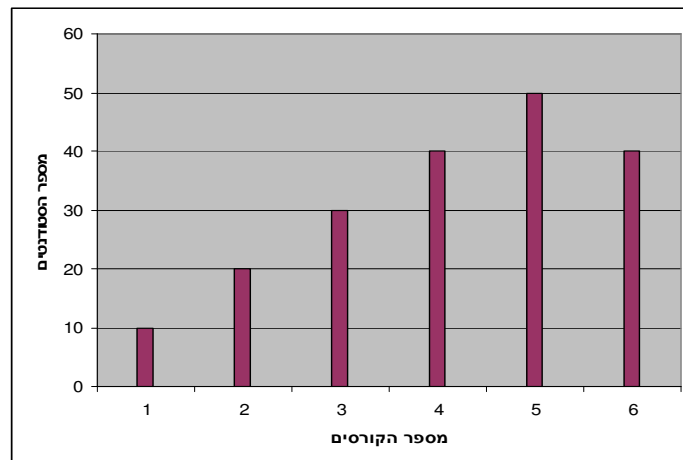
פרק 14 - סטטיסטיקה תיאורית - שאלות מסכמות

1. בדקו עבור 5 תלמידים את המשקל שלהם :

מספר תלמיד	משקל בק"ג
1	58
2	62
3	48
4	34
5	58

- מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- מהו המשקל החציוני, הממוצע והשכיח?
- מה הטווח וסטיית התקן של המשקל?
- לאותם תלמידים חישבו גם את הגובה בס"מ וקיבלו גובה ממוצע של 168 וסטיית תקן 6. במה תלמיד מספר 3 שגובהו 162 יותר חריג במשקל או בגובה?
- הוסיפו עוד תלמיד השוקל 52 ק"ג בדיוק. הסבירו ללא חישוב כיצד הדבר ישפיע על הממוצע וסטיית התקן? (יגדיל יקטין או לא ישנה)

2. בפקולטה להנדסה אספה מזכירות הסטודנטים נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008.
להלן התוצאות שהתקבלו :



- מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- מהי צורת ההתפלגות?
- תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות.
- חשב את השכיח, החציון והטווח.

3. להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'. השתתפו במחקר 150 תלמידים.

$$\text{ממוצע הציונים שהתקבל: } \bar{X} = 7 \frac{1}{15}$$

ציון	מספר התלמידים
4	12
5	16
6	
7	38
8	
9	14
10	10

- א. השלם את השכיחויות החסרות בטבלה.
- ב. חשב את הציון החציוני, השכיח.
- ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.

4. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדקה מידת שביעות הרצון של הלקוח מהחברה (1 – שביעות רצון נמוכה ועד 5 שביעות רצון גבוהה) להלן ההתפלגות שהתקבלה:

שביעות רצון	מספר האנשים
1	40
2	60
3	50
4	30
5	20

- א. מה אחוז האנשים עם רמת שביעות רצון נמוכה?
- ב. מה המשתנה הנחקר ומאיזה סוג הוא?
- ג. מהי הדרך הגרפית המתאימה ביותר לתיאור הנתונים?
- i. היסטוגרמה.
- ii. דיאגרמת מקלות.
- iii. דיאגרמת עוגה
- ד. חשבו את המדדים הבאים:
1. טווח
 2. שכיח
 3. חציון

5. להלן התפלגות מספר שעות העבודה לשבוע של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר שעות עבודה	שכיחות יחסית (פרופורציה)	שכיחות
10-20	15%	
20-30	20%	
30-40	30%	
40-50	20%	
50-60		

- א. השלם את הטבלה.
- ב. חשב את החציון, השכיח, והממוצע של התפלגות מס' שעות העבודה בחברה.
- ג. מהי סטיית התקן של מס' שעות העבודה?
- ד. מה העשירון העליון של ההתפלגות?
- ה. איזה אחוז מהעובדים עובדים מעל 45 שעות בשבוע?
- ו. מה ציון התקן של רינה שעובדת 30 שעות בשבוע?
- ז. כיצד ישתנה החציון, הממוצע וסטיית התקן אם מספר שעות העבודה המינימאלי אינו 10 אלא 15? הסבר.

6. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדק מס' המסרונים ששלח במשך חודש. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר המסרונים	מספר האנשים
0-50	40
50-100	60
100-150	50
150-250	30
250-ומעלה	20

- א. מה אחוז האנשים ששלחו פחות מ-80 מסרונים בחודש?
 ב. מה אחוז האנשים ששלחו בין 50 ל-120 מסרונים?
 ג. הוחלט להעניק מתנה עבור $\frac{1}{4}$ מהלקוחות שמשלמים במספר הרב ביותר של מסרונים בחודש. החל מאיזה כמות של מסרונים תחולק המתנה?
 ד. ציינו איזה מדד ניתן לחשב ואיזה לא ניתן. אם ניתן חשב:
1. ממוצע
 2. שכיח
 3. חציון
 4. שונות

7. נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה מסוימת ובדקו את התפלגות זמן ביצוע המשימה בדקות. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

זמן בדקות	מספר הילדים
0.5-3.5	20
3.5-9.5	18
9.5-19.5	14
19.5-29.5	8

- א. שרטט היסטוגרמה לתיאור התפלגות זמן ביצוע המשימה.
 ב. מתוך ההיסטוגרמה שבנית בסעיף א מהי צורת ההתפלגות?
 ג. חשב את השכיח והחציון של ההתפלגות.
 ד. הסבר, ללא חישובים, האם הזמן הממוצע לביצוע המשימה, קטן או גדול או שווה ביחס לשכיח ולחציון.

8. התפלגות ציוני מבחן אינטיליגנציה היא סימטרית .

הציון	מספר הנבחנים
50-70	
70-90	
90-100	
100-110	
110-130	
130-150	

נתון שהעשירון העליון הוא 130 והרבעון התחתון הוא 90.

נתון שלמבחן נגשו 500 מועמדים.

א. השלימו את הטבלה.

ב. מהו הממוצע והחציון של ההתפלגות?

ג. מהו הציון ש 40% מהתלמידים קיבלו מעליו? באיזה אחוזון מדובר?

ד. אם יוחלט להעלות את כל הציונים ב-10 נקודות . כיצד הדבר ישפיע על הממוצע וסטיית התקן של הציונים?

9. להלן מספר טענות , עבור כל טענה ציין אם היא נכונה או לא נכונה ונמקו .

א. בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו השונות הינה 0.

ב. ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.

ג. ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובי.

ד. אם נוסיף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.

ה. בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות אחת 79 ואחת 100 לכן החציון יגדל.

ו. אם נוסיף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.

ז. אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.

ח. אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.

פתרונות:**שאלה 1:**

- א. המשתנה הנחקר כאן הוא משקל תלמיד בק"ג והוא משתנה כמותי רציף.
 ב.

$$\bar{X} = 52$$

$$Md = X_{\frac{n+1}{2}} = X_3 = 58$$

השכיח הוא 58

$$R = 28 \quad \text{ג.}$$

$$s = 10.12$$

- ד. הוא חריג יותר בגובה כי שם ציון התקן בערך מוחלט יותר גבוה.
 ה. הממוצע לא ישתנה אך סטיית התקן תקטן .

שאלה 2:

- א. מספר הקורסים. בדיד.
 ב. התפלגות אסימטרית שמאלית
 ד. השכיח : 5
 הטווח : 5

שאלה 3:

- א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40
 תלמידים קיבלו ציון 8.
 החציון : 7
 השכיח : 8
 ג. השונות : 2.533
 סטיית התקן : 1.592

שאלה 4:

- א. 20%
 ב. שביעות רצון (סדר)
 ג. 2
 ד. טווח : 4 שכיח : 2 חציון : 2.5
 ה. חציון : 4

שאלה 5:

ב. החציון : 35

השכיח: 35

הממוצע: 35

ג. סטיית תקן : 12.65

ד. 53.333

ה. 25%

ו. -0.395

ז. חציון לא ישתנה, ממוצע יגדל סטיית התקן תקטן.

שאלה 6:

א. 38%

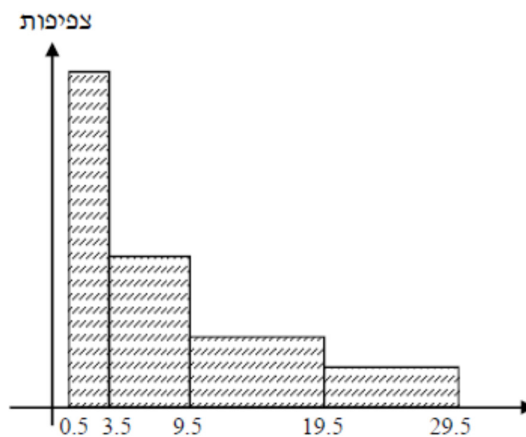
ב. 40%

ג. 150

ד. החציון : 100

שאלה 7:

א.



ב. ההתפלגות היא א-סימטרית ימנית .

ג. שכיח: 2 חציון: 6.83

ד. בהתפלגות א-סימטרית ימנית מתקיים $Mo < Md < \bar{X} < MR$

שאלה 8:

א.

ציון	מספר הנבחנים
50-70	50
70-90	75
90-100	125
100-110	125
110-130	75
130-150	50

ב. 100

ג. 104

ד. הממוצע יעלה ב-10 נקודות אך סטיית התקן לא תשתנה .

שאלה 9:

א. נכון

ב. לא נכון

ג. לא נכון

ד. לא נכון

ה. לא נכון

ו. נכון

ז. לא נכון

ח. לא נכון

פרק 15 - אמידה נקודתית

א. אומדים חסרי הטיה

1. הציון במבחן מסוים של תלמידי כיתה ח' הנו משתנה מקרי בעל תוחלת μ וסטיית תקן 10. כדי לאמוד את התוחלת - μ , נלקח מדגם של 5 ציונים $X_1, \dots, X_5$. שלושה חוקרים הציעו אומדים לתוחלת על סמך מדגם זה:

$$T_1 = \frac{X_1 + \dots + X_5}{5} \quad \text{חוקר א' הציע:}$$

$$T_2 = \frac{2X_1 - X_3 + X_4}{2} \quad \text{חוקר ב' הציע:}$$

$$T_3 = \frac{2X_1 + X_3}{2} \quad \text{חוקר ג' הציע:}$$

- (א) איזה מן האומדים הוא חסר הטיה?
 (ב) במדגם התקבלו הציונים הבאים: 65, 78, 58, 82, 100. חשבו את האומדנים המתקבלים עבור האומדים חסרי הטיה.
 (ג) איזה מבין שני האומדים חסרי ההטיה עדיף? נמקו.

2. כדי לאמוד את המשקל הממוצע של הנשים בארה"ב, נבחר מדגם של $2n$ נשים. נסמן את שונות הגובה ב- σ^2 . הוצעו שני אומדים לממוצע המשקל על סמך מדגם זה:

$$T_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad T_2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$$

- (א) בדקו לגבי כל אומד אם הוא בלתי מוטה.
 (ב) איזה אומד עדיף? נמקו.
3. $X \approx B(n, p)$ כלומר X הינו משתנה מקרי המתפלג בינומית עם פרמטר P (סיכוי להצלחה בניסיון בודד) במדגם בגודל n .

- (א) פתחו אומד חסר הטיה ל- P .
 (ב) מהו אומד חסר הטיה לסיכוי לכישלון בניסיון בודד.
 (ג) מהו אומד חסר הטיה ל- $E(X)$.

4. בתיק מניות שתי מניות . מספר המניות שיעלו ביום מסוים הוא משתנה מקרי התלוי בפרמטר פרמטר לא ידוע θ , $0 \leq \theta \leq 2$.

פונקציית ההסתברות של X – מספר המניות שיעלו ביום מסוים :

$$P(X=0)=1-\frac{\theta}{2} \quad P(X=1)=\frac{\theta}{3} \quad P(X=2)=\frac{\theta}{6}$$

- א. מצאו אומד בלתי מוטה ל- θ שמתבסס על מספר המניות שיעלו ביום מסוים.
 ב. מצאו אומד בלתי מוטה ל- θ שמתבסס על מספר המניות שעלו ביום במשך שלושה ימים X_1, X_2, X_3 (לכל אחד מהם אותה התפלגות כנ"ל והם בלתי תלויים).

5. בקרב המטפלות בת"א מספר התינוקות שבטיפולן הוא משתנה מיקרי בעל התפלגות התלויה בפרמטר θ באופן הבא :

הסיכוי שמטפלת תטפל בתינוק אחת בלבד הוא 3θ ,
 הסיכוי שמטפלת תטפל ב2 תינוקות הוא $1-4\theta$,
 הסיכוי שמטפלת תטפל ב 3 תינוקות הוא θ .

במדגם מיקרי של 4 מטפלות מת"א, נמצא כי שניים מהם מטפלות בתינוק אחד בלבד, אחת מהן בשניים ואחת השלושה תינוקות.

- א. מצא אומד חסר הטיה לפרמטר θ על סמך תצפית בודדת.
 ב. מצאו אומד חסר הטיה לפרמטר θ על סמך 4 תצפיות .
 ג. מהו האומדן לפרמטר θ על סמך תוצאות המדגם .
 ד. מצאו אומד חסר הטיה לסיכוי שלמטפלת בת"א תטפל בתינוק בודד אחד.
 ה. מצאו אומדים חסרי הטיה לתוחלת ולשונות של מספר התינוקות בטיפול אצל מטפלת מת"א.

ב. אומדי ניראות מכסימלית

1. הסיכוי של שחקן לנצח במשחק הוא p (לא ידוע). השחקן משחק במשחק עד אשר הוא מנצח בפעם הראשונה. נתון שהשחקן ניצח לראשונה רק במשחק השני.
 - (א) חשבו את פונקציית הנראות של p וציירו גרף שלה.
 - (ב) מצאו אומדן נראות מכסימלית עבור p .
 - (ג) מצאו אומדן נראות מכסימלית ל- p אם ביום אחד הוא נאלץ לשחק 4 פעמים וביום אחר הוא נאלץ לשחק 5 פעמים עד אשר ניצח.
2. מספר הלקוחות שנכנסים לחנות מסוימת, מתפלג פואסונית עם תוחלת של λ לקוחות ביום.
 - (א) מצאו אומד נראות מכסימלית ל- λ על סמך מספר הלקוחות שנכנסים ביום מסוים.
 - (ב) מצאו אומד נראות מכסימלית ל- λ על סמך מספר הלקוחות שנכנסים ב- n ימים מסוימים.
3. הזמן שלוקח לאדם לחכות בתור מתפלג מעריכית עם פרמטר λ . דגמו 4 אנשים מקריים שחיכו בתור ומדדו את זמני ההמתנה שלהם. התוצאות שהתקבלו בדקות הן: 3, 5, 7 ו-3.
 - (א) פתחו אומד נראות מכסימלית לפרמטר זה על סמך n תצפיות כלשהן.
 - (ב) מהו האומדן לפרמטר?
4. משך זמן הכנת שיעורי הבית (בשעות) של בני נוער ביום אחד מתפלג אחיד $U(0, \theta)$. כדי לאמוד את θ , נשאלו ביום מסוים מספר בני נוער כמה שעות הם הכינו שיעורי בית באותו יום.
 - (א) אלעד הכין ביום מסוים שיעורי בית במשך שעה שלמה. חשבו את פונקציית הנראות של θ המתבססת על תצפית זו, וציירו את הגרף שלה.
 - (ב) מצאו אומדן נראות מכסימלית ל- θ על סמך התצפית.
 - (ג) משכי הכנת שיעורי בית (שעות) של 3 בני נוער היו 1.5, 3, 1. מצאו אומדן נראות מכסימלית ל- θ על סמך המדגם הזה.
 - (ד) מצאו באופן כללי אומד נראות מכסימלית ל- θ על סמך מדגם של n בני נוער – $X_1, \dots, X_n$.
5. הגובה של אוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמאלית עם תוחלת ידועה של 170 ס"מ ושונות σ^2 לא ידועה.
 - א. מצאו אומד נראות מכסימלית עבור השונות על סמך מדגם $X_1, \dots, X_n$ של n תצפיות מהאוכלוסייה.
 - ב. נדגמו 5 אנשים בלתי תלויים בעלי הגבהים: 170, 182, 174, 165, 174. מהו האומדן לשונות הגבהים באוכלוסייה?

6. פתחו אומד נראות מכסימלי לפרמטר P בהתפלגות הבינומית על סמך מדגם בגודל n בו X הוא מספר ההצלחות במדגם.

7. X הוא משתנה מקרי בעל פונקצית הצפיפות:

$$f(x) = \begin{cases} 2\theta x e^{-\theta x^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

א. מצאו אומד נראות מכסימלית ל- θ על סמך n תצפיות בלתי תלויות $X_1, \dots, X_n$.

ב. מצאו אומד נראות מכסימלית ל- θ^2 .

8. בכד א 10 כדורים שחורים ו 10 לבנים בכד ב 5 כדורים שחורים ו- 15 לבנים. דוגמים באקראי כדור אך אינך יודע מאיזה כד.

א) מצא אומד נראות מכסימלי לכד שממנו הוצא הכדור על סמך הצבע של הכדור.

ב) מהו האומדן אם הצבע הוא שחור?

9. הזמן שלוקח ליוסי לפתור תשבץ מתפלג מעריכית עם תוחלת לא ידועה. נתנו ליוסי לפתור חמישה תשבצים ובממוצע לקח לו 32 דקות לפתור אותם.

א) מה אומדן הנראות המכסימלי לתוחלת זמן הפתרון של תשבץ על ידי יוסי (אין חובה לפתח).

ב) מה אומדן הנראות המכסימלי לסיכוי שייקח לו לפחות חצי שעה לפתור את התשבץ הבא?

10. מספר הלקוחות הממתינים בתור במוקד טלפוני הוא משתנה מיקרי X בעל התפלגות התלויה בפרמטר θ באופן הבא :

X	0	1	2
$P(X)$	$4\theta^2$	$4\theta - 8\theta^2$	$1 - 4\theta + 4\theta^2$

בחמישה זמנים שונים שנבחרו באקראי נמצאו : 0, 0, 0, 1, 0 לקוחות ממתינים בתור.

- (א) מצאו אומדן בשיטת הנראות המכסימלית עבור הפרמטר θ על-סמך המדגם הנתון.
- (ב) מצאו אומדן בשיטת הנראות המכסימלית לסיכוי שלא יהיו לקוחות בתור.

11. אדם מחזיק בידו שני מטבעות : מטבע הוגן ומטבע שאינו הוגן שהסיכוי בו לתוצאה עץ הוא 0.2. האדם מטיל את אחד המטבעות פעמיים ומודיע לך כמה פעמים הוא קיבל עץ. אתה צריך לנחש איזה מטבע הוא הטיל : את ההוגן או זה שאינו הוגן.
- (א) מצא אומדן בשיטת הנראות המכסימלית לסוג המטבע שהוטל.
- (ב) מהו האומדן אם האדם קיבל פעמיים עץ?

12. מעוניינים לאמוד את אחוז המובטלים באוכלוסייה. דוגמים 50 אנשים אקראיים ומתקבל ש 4 מהם מובטלים.
- (א) מצא אומדן נראות מכסימלית לשיעור המובטלים באוכלוסייה.
- (ב) מצא אומדן לשיעור העובדים באוכלוסייה.
- (א) מצא אומדן ליחס בין שיעור העובדים לשיעור המובטלים באוכלוסייה.

ג. שאלות מסכמות לאומדים חסרי הטיה ונראות מכסימלית

1. במפעל מייצרים מוצרים בשלוש מכונות שונות ובלתי תלויות. במכונה הראשונה הסיכוי שמוצר יהיה תקין הוא P , במכונה השנייה ההסתברות שמוצר יהיה תקין הוא P^2 ובמכונה השלישית הסיכוי הוא $2P$. דוגמים 20 מוצרים מכל מכונה. נסמן ב- X את מספר המוצרים התקינים שיוצרו במכונה א. נסמן ב- Y את מספר המוצרים התקינים שיוצרו במכונה השנייה וב- Z את מספר המוצרים התקינים שיוצרו במכונה השלישית.
 - (א) מהם הערכים האפשריים של הפרמטר P .
 - (ב) מצאו אומד בלתי מוטה עבור הפרמטר P על סמך X ו- Z .
 - (ג) אם התקבל ש- $Y=3$, $X=6$ מהו אומדן נראות מכסימלית ל- P .
2. מספר תאונות הדרכים בקטע כביש א' מתפלג פואסונית עם קצב של λ תאונות בחודש. מספר תאונות הדרכים בקטע כביש ב' מתפלג פואסונית עם קצב של 2λ תאונות בחודש. הוחלט לספור את מספר התאונות בחודש בכל אחד מקטעי הכביש.
 - (א) נסמן ב- X את מספר התאונות בחודש בקטע א' ו ב- Y בקטע ב'. מצאו אומד נראות מכסימלי לפרמטר λ על סמך X ו- Y .
 - (ב) מצאו אומד נראות מכסימלי לסיכוי שבקטע כביש א תהיה לפחות תאונה אחת בחודש?
 - (ג) האם האומד שמצאת בסעיף א הוא חסר הטיה ל- λ ?
3. זמן הייצור של מוצר מסוים בתהליך ייצור מתפלג נורמאלי עם תוחלת ושונות שאינן ידועות.
 - (א) הציעו אומדים חסרי הטיה לתוחלת והשונות של זמן הייצור של המוצר.
 - (ב) הציעו אומדי נראות מכסימלי לתוחלת ולשונות של זמן הייצור של המוצר.
 - (ג) הציעו אומד נראות מכסימלי לריבוע התוחלת של זמן הייצור.
 - (ד) האם האומד מהסעיף הקודם הוא גם חסר הטיה?

5. בקזינו משחק בו 4 תאים ממוספרים מ 1 עד 4 . מפעיל המשחק שם כסף באחד מארבעת התאים והאדם המשתתף צריך לנחש באיזה תא הכסף מוחבא. מפעיל הקזינו מודיע שהסיכוי להחביא את הכסף בכל אחד משלושת התאים הראשונים שווה אך לא בהכרח שווה לסיכוי להחביא אותו בתא הרביעי.

יש לאמוד את הסיכוי להחביא את הכסף בתא הראשון : P.

א) מצא את תחום ההגדרה של הפרמטר P.

יעל שיחקה את המשחק 3 פעמים וקיבלה שפעם אחת הכסף הוחבא בתא מספר 1 ובפעמים האחרות בתא מספר 2.

ב) מצאו אומדן ל-P על סמך התוצאות הללו בשיטת הנראות המכסימלית.

ג) מצאו אומדן חסר הטיה ל-P מהו האומדן לפי התוצאות של יעל?

ד) מצאו אומדן חסר הטיה ונראות מכסימלית לסיכוי שהכסף יוחבא בתא מספר 4 על סמך התוצאות של יעל.

פתרונות:פרק א' - תשובות לאומדים חסרי הטייהשאלה 1

א. $T_2 T_1$

ב. $T_2 = 110 T_1 = 76.6$

ג. T_1

שאלה 4

א. $\frac{3x}{2}$

ב. $\frac{3\bar{x}}{2}$

שאלה 3

א. $\frac{x}{n}$

ב. $1 - \frac{x}{n}$

ג. x

שאלה 5

א. $1 - \frac{x}{2}$

ג. 0.125

ה. לשונות 0.917

פרק ב' - תשובות לאומדי נראות מכסימליתשאלה 1א. X ב. $\bar{X}$ שאלה 2

א. 1

ג. 3

ד. $X_{\max}$ שאלה 3

$$\frac{x}{n}$$

שאלה 4

ב. כד א

שאלה 5

א. 0.45

ב. 0.81

שאלה 6

א. 0.08

ב. 0.92

ג. 11.5

שאלה 7

ב. 0.5

ג. $\frac{2}{9}$ שאלה 8א. $\frac{1}{\bar{X}}$ ב. $\frac{2}{9}$ שאלה 9

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 170)^2}{n}$$

ב. 40.2

שאלה 10

$$\frac{n}{\sum X_i^2}$$

$$\left(\frac{n}{\sum X_i^2}\right)^2$$

שאלה 11

א. 32

ב. 0.3916

שאלה 12

ב. הוגן

פרק ג' - תשובות לשאלות המסכמות לאומדים חסרי הטיה ונראות מכסימלית.

שאלה 1

א. $0.5 \leq P \leq 1$

ג. 0.345

שאלה 4

א. $0 \leq P \leq \frac{1}{3}$

ב.

$\frac{1}{3}$

ג. 0.389

שאלה 2

א. $\frac{x+y}{3}$

ג. כן

פרק 16 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו :
 $168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177$ ו-175.
 א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
 ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
 ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

התוצאות שהתקבלו :

- א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
 א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
 ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
 ד. מהי טעות התקן של האומד?
2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את :
 א. ממוצע המדגם.
 ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
 ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.

5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 4, 5, 6, 7, 4, 5, 2. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלי. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.

3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומד לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?
2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%, 79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.
 - א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?
3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.
4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.
5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3.5, 4.6, 5.2, 4.7. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסיה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלי:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

פתרונות:**פרק א' - אמידה נקודתית****שאלה 2**

א. 8.1

ב. 3.16

שאלה 1

ג. 177.9

ד. 64.1

ה. 0.4

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת**שונות האוכלוסיה ידועה**

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
א. 102	א. $223.42 < \mu < 236.58$
ב. 3	ב. $222.16 < \mu < 237.84$
ג. 0.9544	ד. 4
<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
א. $3.58 < \mu < 4.42$	א. 139
ב. יקטן פי 2	ב. $21 < \mu < 25$
ג. גדל	
	<u>שאלה 5</u>
	780

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
א. $96.63 < \mu < 107.37$	$4.39 < \mu < 5.51$
ב. $96.90 < \mu < 107.10$	
	<u>שאלה 3</u>
	$3.149 < \mu < 3.351$

פרק ג' - רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$ ב. 2.29% ג. יגדל	א. 104. ב. 0.9774
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423 ב. 271	א. $22.5\% < p < 30.9\%$ ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' - רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$ ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' - רווח סמך להפרשים**הפרשי פרופורציות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%) ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772) ב. (6467, 7133)

פרק 17 - טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

1. אדם חשוד בביצוע פשע. מהן הטעויות האפשריות בהכרעת הדין?

2. ילד קנה שקית סוכריות אטומה שבה ציפה ל-10 סוכריות תות ו-5 לימון. ישנה שקית אחרת אותה הוא לא רצה בה 6 סוכריות תות ו-9 לימון. הוא החליט להוציא באקראי סוכרייה אם היא תהיה לימון הוא יחזיר את השקית לחנות. מה הסיכויים לכל סוג של טעות בהכרעתו?

3. יהי X מספר שלם הנבחר באקראי מבין המספרים השלמים. הסיכוי ש- X יקבל ערך

$$p(X = k) = \frac{1}{n} \quad \text{עבור } k = 1, 2, \dots, n$$

נתונות ההשערות הבאות לגבי התפלגות של X :

$$H_0 : n = 4$$

$$H_1 : n = 6$$

כמו כן נתון כלל ההכרעה הבא: נדחה את השערת האפס אם $X > 3$.

חשבו את הסיכוי לטעות מסוג ראשון וטעות מסוג שני ואת העוצמה?

4. איכות של מוצר מסווגת ל-4 רמות איכות: מצוין, טוב, בינוני וירוד. להלן התפלגות טיב המוצר בשני מפעלים:

מפעל	מצוין	טוב	בינוני	ירוד
"היוצר"	0.6	0.2	0.2	0
"שמשון"	0.1	0.2	0.3	0.4

בוחרים ממשלוח מוצר באקראי, אך לא יודעים מאיזה מפעל המשלוח הגיע. על סמך בדיקת האיכות מנסים להכריע האם מדובר במפעל "היוצר" (השערת האפס) או במפעל "שמשון" (השערה אלטרנטיבית).

א. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "טוב" נכריע שהמוצר בא ממפעל

"שמשון", מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ב. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "בינוני" וגרוע מכך נכריע שהמוצר בא

ממפעל "שמשון", מה מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ג. איזה כלל החלטה עדיף? נמק!

5. במטרה לבדוק האם מטבע תקין הטילו אותו 8 פעמים. הוחלט שאם מספר העצים יהיה בין 1 ל 7 כולל יוחלט שהמטבע תקין, אחרת נחליט שהמטבע מזויף.
- א. רשמו את השערות המחקר.
- ב. מה ההסתברות לטעות מסוג ראשון?
- ג. מהי עצמת המבחן אם במציאות אכן המטבע אינו תקין כי הסיכוי לעץ בו הוא 20%.

6. להלן השערות:

$$H_0: X \sim t(5) \quad (\text{התפלגות } t \text{ עם 5 דרגות חופש})$$

$$H_1: X \sim Z \quad (\text{התפלגות נורמאלית סטנדרטית})$$

כלל החלטה: נדחה את השערת האפס אם X גדול מ-2.015.

א. מהי רמת המובהקות של כלל ההחלטה?

ב. מהי העוצמה של כלל ההחלטה?

7. במפעל מסוים נפלטים לאוויר חומרים רעילים. במצב שיגרה העוצמה הממוצעת של החומר הרעיל אמורה להיות 6,000 יחידות עם סטיית תקן 900. במצב חירום העוצמה הממוצעת היא 7,000 עם סטיית תקן 900. במפעל מערכת התראה נתמכת על ידי 9 חיישנים. אם ממוצע העוצמה של החומר הרעיל לפי תשעת החיישנים עולה על 6600 יחידות מופעלת מערכת ההתראה. נתון שעוצמת הזיהום מתפלגת נורמאלית.
- א. מה הסיכוי להתראת שווא? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ב. מה הסיכוי שבמצב חירום מערכת ההתראה לא תפעל? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ג. מה ההסתברות שאם המצב הוא מצב חירום מערכת ההתראה תפעל? (איך קוראים להסתברות זו)?
- ד. בסעיפים הבאים נשנה בכל סעיף נתון מסוים. כל סעיף עומד בפני עצמו, כיצד השינוי ישנה את הסיכוי לטעות מסוג ראשון ושני?
1. המפעל יקנה עוד 4 חיישנים.
 2. מצב חרום מוגדר כעת בתוחלת של 7500 יחידות.
 3. מערכת ההתראה תופעל אם ממוצע של תשעת החיישנים יהיה מעל 6700.

פתרונות:

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
	$\beta = \frac{2}{5} \quad \alpha = \frac{1}{3}$
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
$\beta = 0.5 \quad \alpha = 0.25$	א. $\beta = 0.8 \quad \alpha = 0.2$ ב. $\beta = 0.3 \quad \alpha = 0.2$ ג. כלל ב'.
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
ב. 0.00781 ג. 0.1678	א. 0.05 ב. 0.022
<u>שאלה 7</u>	
א. 0.0228 ב. 0.0918 ג. 0.9082	

פרק 18 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.
 - א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?
 - ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?
3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.
2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$
 האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדקו ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.

2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים. האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100. אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	$\bar{x}$
72	80	$\hat{S}$
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים בממוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	506	470	420	640	670	390	500	590
אחרי	570	540	430	610	680	510	520	580

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע 171 וסטיית תקן מדגמית 23.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.
- ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונויות

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונויות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה- 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה- 118.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.
- ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית - מובהקות התוצאה - P-VALUE - $\alpha_{\min}$

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות :

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.
א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוהה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6% ?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהיה 5%?
3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
א. נניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?
4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודדים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.
- א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .
- ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.
- ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.

ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסיה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות :

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא: (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות :

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

פתרונות:**פרק א' - בדיקת השערות לתוחלת****שונות האוכלוסיה ידועה**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' - בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ג' - בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נדחה H_0
	ב. נדחה H_0

פרק ד' - בדיקת השערות להפרש תוחלותשונויות האוכלוסייה ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שונויות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' - בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' - בדיקת השערות על שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	א. נדחה H_0

פרק ז' - בדיקת השערות לשתי שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ח' - מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ט' - טעויות ועוצמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. נדחה H_0	ב. 0.8051
ג. 1	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.4404	0.1446

פרק י' - הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64,114.56)	(-0.241,0.041)

פרק 19 - מבחני חי בריבוע

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשרד החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

מספר הסוללות הפגומות	0	1	2	3 ומעלה
שכיחות	276	104	12	8

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן אי תלות

1. במפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה :

	יום	ערב	לילה
פגומים	50	60	70
תקינים	600	700	800

- האם קיים קשר בין טיב המוצר למשמרת שלו? הסיקו עבור רמת מובהקות $\alpha = 0.05$.
2. בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

3. בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הפריטים	15	20	15	50

כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הכדורים	60	20	10	20

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 3:1:1:1 לטובת הכחול.
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החניות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

פתרונות:**פרק א' - מבחן טיב התאמה**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ב' - מבחן לאי תלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
ג. נקבל H_0	
ד. נדחה H_0	

פרק 20 - ניתוח שונות חד כיוונית

רקע תיאורטי:

ניתוח שונות (חד כיוונית) הוא מבחן להשוואת תוחלות ($\mu_1, \dots, \mu_k$) של k אוכלוסיות שונות.

ולכן בניתוח שונות השערות המחקר הן:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (\text{התוחלות של כל האוכלוסיות שוות})$$

$$H_1 : \quad \text{אחרת} \quad (\text{לפחות שתיים מהתוחלות שונות})$$

ההנחות הדרושות לביצוע התהליך הן:

1. בכל אוכלוסייה מתוך k האוכלוסיות ההתפלגות נורמלית.

2. כל האוכלוסיות הן עם אותה שונות σ^2 .

3. המדגמים בלתי תלויים זה בזה.

ישנו משתנה המבדיל בין הקבוצות השונות, הוא המשתנה הבלתי תלוי הנקרא גורם (factor)

משתנה זה הוא קטגוריאל עם k רמות (levels).

כדי לבצע את התהליך יש לבצע מדגם מכל אוכלוסייה:

נסמן ב- n_i את גודל המדגם בקבוצה i .

$$n = \sum_{i=1}^k n_i \quad \text{מספר התצפיות סך הכול (בכל המדגמים)}$$

$$\bar{X}_1 - \text{ממוצע המדגם הראשון, } \dots, \bar{X}_k - \text{ממוצע המדגם ה-}k\text{-י.}$$

$$\bar{X} - \text{ממוצע כללי (של כל המדגמים).}$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^k n_i [\bar{X}_i - \bar{X}]^2 \quad \text{סכום ריבועים בין הקבוצות}$$

$$SS_W = \sum_{i=1}^k [n_i - 1] \cdot \hat{S}_i^2 \quad \text{סכום ריבועים בתוך הקבוצות}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} [X_{ij} - \bar{X}]^2 : \quad \text{סכום ריבועים כללי}$$

$$SST = SSB + SSW$$

יש למלא את טבלת ניתוח השונות הבאה :

טבלת ניתוח שונות

מקור השונות	סכום הריבועים SS	דרגות חופש df	ממוצע הריבועים MS	F
B-בין הקבוצות	SSB	k - 1	$\frac{SSB}{k - 1}$	$\frac{MSB}{MSW}$
W-בתוך הקבוצות	SSW	n - k	$\frac{SSW}{n - k}$	
T-סה"כ	SST	n - 1		

$$F = \frac{SS_B / (k - 1)}{SS_W / (n - k)} \sim F(k - 1, n - k)$$

$$F > F_{(k-1), n-k; 1-\alpha} : H_0 \text{ איזור דחיית}$$

תרגילים:

1. מחקר מעוניין להשוות בין שלוש תרופות לשיכוך כאבים במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין התרופות מבחינת הזמן בדקות שלוקח עד שהתרופה משפיעה. לצורך הבדיקה נלקחו 15 אנשים שסובלים מכאבי ראש. אנשים אלה חולקו באקראי לשלוש : קבוצה 1 קיבלה "אקמול" קבוצה 2 קיבלה "אופטלגין" קבוצה 3 קיבלה "נורופן". כל אדם במחקר מסר את מספר הדקות עד שהתרופה השפיעה עליו.
 - א. מהו המשתנה התלוי ומהו המשתנה הבלתי תלוי במחקר? מהו ה"גורם" וכמה רמות יש לו?
 - ב. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים כאן? רשמו את ההשערות.
 - ג. מה הן ההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן הסטטיסטי שהצעת בסעיף הקודם?

2. בעיר מסוימת שלושה בתי ספר תיכון. ראש העיר התעניין לבדוק האם קיים הבדל בהצלחה של בתי הספר במקצוע מתמטיקה. לצורך כך הוא דגם מספר תלמידים שנבחנו במבחן הבגרות במתמטיקה ברמה של 3 יחידות בעירו ובדק עבור כל תלמיד מה ציון הבגרות שלו במתמטיקה. להלן הציונים שהתקבלו:

בית הספר	"המתמיד"	"רבין"	"הס"
	78	98	85
	65	62	83
	70	55	74
	90	80	85
	56		75

- א. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים? רשמו את ההשערות ואת ההנחות של המבחן.
- ב. מהו גודל המדגם? מהו המשתנה הבלתי תלוי (FACTOR) כמה רמות יש לו?
- ג. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים בכל אחד מהמדגמים.
- ד. מלאו את טבלת ANOVA.
- ה. רשמו את כלל ההכרעה למבחן שהוצע בסעיף א ברמת מובהקות של 5%.
- ו. האם קיים הבדל בין בתי הספר בעיר מבחינת רמת הצלחת התלמידים במקצוע המתמטיקה? ענה על סמך הסעיפים הקודמים.

3. מעוניינים לבדוק האם יש הבדל בהשפעה של שיטות טפול שונות על לחץ הדם הסיסטולי (SBP) באוכלוסייה של קשישים. נבדקו 4 שיטות שונות. בטבלה המצורפת מרוכזים ממצאי המחקר.

השיטה	A	B	C	D
גודל המדגם	12	14	8	12
הממוצע	178	172	180	182
סטיית התקן	4	8	5	3

- א. רשמו את השערות המחקר וההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן המתאים.
 ב. מה מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 5%?
 ג. האם יש צורך לבצע השוואות מרובות?

4. שלושה אופים נתבקשו להכין עוגת שוקולד. לכל אופה בדקו את משך זמן ההכנה בדקות.
 כל אופה נדרש לאפות בכל יום 4 עוגות.

האופה	ניר	מוזס	שלום
סכום הזמנים	206	212	182
סכום ריבועי הזמנים	10644	11250	8982

- האם קיים הבדל בין האופים מבחינת תוחלת זמני ההכנה של העוגות? בדקו ברמת מובהקות של 5%.

5. להלן טבלת ניתוח שונות חד כיוונית. במחקר בחנו 4 סוגי סוללות. רצו לבדוק האם לסוג הסוללה השפעה על תוחלת אורך החיים שלה. הפעילו את כל הסוללות על אותו מכשיר ובדקו את אורך החיים של כל סוללה בשעות.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	10.317	3	3.439	1.361	.279
Within Groups	60.648	24	2.527		
Total	70.964	27			

מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%? רשמו את ההשערות וההנחות הדרושות.

6. להלן טבלת ANOVA בטבלה הושמטו חלקים. השלם את החלקים בטבלה שהושמטו ומסומנים באותיות.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	357.450	ב	ג	ה	.000
Within Groups	א	17	ד		
Total	522.950	19			

פתרונות:

2. אם חישבת נכון ה F הסטטיסטי יוצא: 0.58

3. נדחה את השערת האפס.

4. להלן טבלת הניתוח השונות המתקבלת:

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Between Groups	126.000	2	63.000	.756
Within Groups	750.000	9	83.333	
Total	876.000	11		

5. נקבל את השערת האפס.

6. א. 165.5 ב. 2 ג. 178.725 ד. 9.375 ה. 18.36

פרק 21 - ניתוח פלטים SPSS

1. באוניברסיטה גדולה גיל הסטודנטים לתואר ראשון מתפלג נורמאלי. בעבר פורסם שהגיל הממוצע של הסטודנטים הינו 23. להלן פלט תוכנת SPSS על מדגם של 16 סטודנטים אקראיים מתואר ראשון:

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
age	16	23.4375	2.50250	.62562

One-Sample Test

	Test Value = 23					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
age	.699	15	.495	.43750	-.8960	1.7710

- א. מהו המבחן הסטטיסטי שנעשה כאן?
 ב. מה ערכו של הפרמטר לפי השערת האפס?
 ג. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם הגיל הממוצע כיום שונה מבעבר?
 ד. רשום רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת גיל הסטודנטים באוניברסיטה לתואר ראשון.

2. קבוצת ילדים בגיל 6 קיבלה משימה לביצוע. עבור כל ילד בדקו כמה זמן לקח לו לסיים את המשימה בדקות. להלן תוצאות הניתוח הסטטיסטי:

One-Sample Test

	Test Value = 4.5					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
time	-1.853	24	.076	-.09200	-.1944	.0104

- א. כמה ילדים השתתפו במחקר?
 ב. מצא רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת זמן ביצוע המשימה עבור ילדים בני 6.
 ג. מה יש להניח כדי שרווח הסמך מסעיף א' יהיה תקף?
 ד. בדוק ברמת מובהקות של 5% שזמן ביצוע המשימה הממוצע נמוך מ-4.5 דקות.

3. לפניך פלט מחשב עבור ניתוח סטטיסטי שנעשה בתוכנת SPSS. הניתוח הוא עבור מדגם אקראי של קבוצת נבחנים בבגרות באנגלית.

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
grade	???	???	19.62787	2.95901

One-Sample Test

	Test Value = 75					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
grade	???	43	.017	-7.34091	-13.3083	???

- א. השלם את הגדלים החסרים המסומנים בסמני שאלה בפלט.
- ב. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים שונה מ-75?
- ג. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים קטנה מ-75?
- ד. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת ההשערה שהתוחלת של הציונים גדולה מ-75?
4. קבוצת ילדים בגיל 6 קיבלה משימה לביצוע. עבור כל ילד בדקו כמה זמן לקח לו לסיים את המשימה בדקות. להלן תוצאות הניתוח הסטטיסטי:

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
time	25	100.0%	0	.0%	25	100.0%

Descriptives

	Statistic	Std. Error
time Mean	4.4080	.04964
95% Confidence Interval for Mean Lower Bound	4.3056	
Upper Bound	4.5104	

- א. הסבר את המשמעות של הטבלה העליונה.
- ב. האם ניתן לטעון ברמת מובהקות של 5% שתוחלת זמן ביצוע המשימה אצל ילדים בני 6 היא 4.5?
- ג. חזור על סעיף ב' אם רמת המובהקות הייתה 1%.
- ד. בדוק ידנית (ללא שימוש ברווח הסמך) את הטענה שהתוחלת גדולה מ-4 דקות ברמת מובהקות של 5%?

5. לפניך פלט מחשב עבור ניתוח סטטיסטי שנעשה בתוכנת SPSS. הניתוח הוא עבור מדגם אקראי של קבוצת נבחנים בבגרות באנגלית.

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
grade	44	100.0%	0	.0%	44	100.0%

Descriptives

			Statistic	Std. Error
grade	Mean		67.6591	2.95901
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	61.6917	
		Upper Bound	73.6265	
	5% Trimmed Mean		68.3030	
	Median		68.5000	
	Variance		385.253	
	Std. Deviation		19.62787	
	Minimum		25.00	
	Maximum		98.00	
	Range		73.00	
	Interquartile Range		22.75	
	Skewness		-.744	.357
	Kurtosis		-.014	.702

- א. מצא את האומדנים חסרי ההטיה לתוחלת הציונים ושונוות הציונים באוכלוסיה.
- ב. מצא את האומדן לטעות התקן של ממוצע הציונים.
- ג. מהו טווח הציונים במדגם?
- ד. חשב את $t_{0.025}^{43}$ מתוך הפלט (המאון ה-97.5 בהתפלגות t עם 43 דרגות חופש שמסומן במקומות מסוימים כ- $t_{0.975}^{43}$)

6. בסקר שנערך בארה"ב בשנת 1993 נשאלו נסקרים על השכלת הוריהם, להלן הפלט שהתקבל:

Paired Samples Test									
		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Highest Year School Completed, Father - Highest Year School Completed, Mother	-.007	3.115	.100	-.203	.189	-.072	973	.943

א. תן אומדן להפרש הממוצעים.

ב. תן אומדן לטעות התקן של הפרש הממוצעים.

ג. האם קיים הבדל מובהק בין השכלת האבות להשכלת האמהות ברמת מובהקות של 5%?

7. בתחרות קפיצה למים שופטים באופן קבוע שופט איטלקי ושופט דרום קוריאני. להלן פלט המנתח את הציונים ששופטים אלה נתנו בתחרויות השונות:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Italy	???	300	.86742	.05008
	South Korea	8.9183	???	.81992	.04734

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				Std. Error	95% Confidence Interval of the Difference				
					Mean	Lower			
Pair 1	Italy - South Korea	-.42233	.36153	.02087	-.46341	-.38126	-20.234	???	???

- א. השלימו את החלקים החסרים בפלט. (מסומנים בסימני שאלה).
 ב. בדוק את הטענה שהשופט הדרום קוריאני נותן בממוצע 0.2 נקודות יותר מאשר השופט האיטלקי ברמת מובהקות של 5%.
 ג. מהו רווח הסמך ברמת סמך של 95% לתוחלת פער הציונים בין השופטים.
 ד. בנה את הרווח כעת ברמת סמך של 98% לתוחלת פער בציונים בין השופטים.

8. בדקו את ציוניהם של 44 נבדקים אקראיים במבחן הפסיכומטרי. פעם אחת לפני הכנה (Before) ופעם אחת אחרי הכנה (After).

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Before - After	-7.45455	19.28303	2.90703	-13.31712	-1.59197	-2.564	43	.014

- א. רשום מהו המבחן הסטטיסטי ונסח את ההשערות אליהם מתייחס הפלט.
 ב. בדוק את ההשערה שממוצע ציונים משתפרים לאחר ההכנה ברמת מובהקות של 5%.
 ג. בדוק את ההשערה שממוצע ציונים משתפרים לאחר ההכנה ביותר מ-5 נקודות ברמת מובהקות של 5%.
 ד. מצא רווח סמך לתוחלת שיפור ממוצע הציונים לאחר ההכנה ברמת ביטחון של 95%.

9. בסקר שנערך בארה"ב בשנת 1993 נשאלו נסקרים משני אזורים שונים במדינה על מס' האחים והאחיות שלהם. להלן הפלט שהתקבל:

Group Statistics

	Region of the United States	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Number of Brothers and Sisters	North East	676	3.76	2.939	.113
	South East	410	4.05	2.993	.148

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Number of Brothers and Sisters	Equal variances assumed	.173	.677	-1.583	1084	.114	-.293	.185	-.657	.070
	Equal variances not assumed			-1.576	850.945	.115	-.293	.186	-.658	.072

- א. מהו המבחן הסטטיסטי שנעשה כאן?
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם קיים שוויון שונויות בין שני האזורים?
- ג. בדוק האם קיים הבדל בין "South East" ל-"North East" ברמת מובהקות של 5% מבחינת מספר האחים והאחיות הממוצע.
- ד. בדוק את הטענה שהפרש הממוצע בין-"South East" לבין-"North East" הינו 0.1 מבחינת מספר האחים והאחיות. ברמת מובהקות של 5%.

10. להלן פלט מתוכנת SPSS מתוך מחקר שבחן את רמת האופטימיות של גברים ונשים.
רמת האופטימיות נמדדה בסקאלת ציונים של 1 עד 5.

Group Statistics

	GENDER	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
optimizm	MALE	633	2.6053	.49781	.01979
	FEMALE	568	2.5503	.48483	.02034

Independent Samples Test

		Levene's Test for equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
optimizm	Equal variances assumed	.383	.536	1.935	1199	.053	.05500	.02842	-.00076	?
	Equal variances not assumed			1.938	190.977	.053	.05500	.02838	-.00068	.11067

- א. האם ניתן להניח ששוונות האופטימיות של נשים וגברים שווה ברמת מובהקות של 5%?
- ב. ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין הנשים לגברים ברמת האופטימיות הממוצעת שלהם?
- ג. מצא את הגבול העליון של רווח הסמך המסומן בסימן שאלה בפלט. דייק עד 5 ספרות אחרי הנקודה.
- ד. בנה רווח סמך לתוחלת רמת האופטימיות של הגברים ברמת סמך של 95%.

11. בסקר שנעשה על ידי משרד ראש הממשלה נדגמו 60 אזרחים. כל אזרח נשאל על מינו והאם הוא בעד הקמת מדינה פלשתינאית. מצורף הפלט.

א. הסבירו מהי שאלת המחקר בפלט זה.

ב. הגדירו את המשתנה הבלתי תלוי ואת המשתנה התלוי.

ג. רשמו במונחי השאלה את ההנחות והתנאים הדרושים לביצוע המבחן הסטטיסטי הבודק את ההשפעה של המשתנה הבלתי תלוי על התלוי באוכלוסייה.

ד. האם ניתן להסיק כי באוכלוסייה יש השפעה של המשתנה הבלתי תלוי על התלוי? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$ (נסחו השערות, ציינו כלל החלטה ונסחו מסקנה במונחי המשתנים)

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
gender * opinion	60	100.0%	0	.0%	60	100.0%

gender * opinion Crosstabulation

			opinion			Total
			yes	now	no opinion	
gender	male	Count	10	10	9	29
		Expected Count	12.6	9.2	7.3	29.0
		% within gender	34.5%	34.5%	31.0%	100.0%
		% within opinion	38.5%	52.6%	60.0%	48.3%
		% of Total	16.7%	16.7%	15.0%	48.3%
	female	Count	16	9	6	31
		Expected Count	13.4	9.8	7.8	31.0
		% within gender	51.6%	29.0%	19.4%	100.0%
		% within opinion	61.5%	47.4%	40.0%	51.7%
		% of Total	26.7%	15.0%	10.0%	51.7%
Total		Count	26	19	15	60
		Expected Count	26.0	19.0	15.0	60.0
		% within gender	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%
		% within opinion	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1.973 ^a	2	.373
Likelihood Ratio	1.987	2	.370
Linear-by-Linear Association	1.882	1	.170
N of Valid Cases	60		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7.25.

12. במחקר מסוים רצו לבדוק האם יש קשר בין המגדר להוצאה על לבוש במשך שנה. דגמו באופן מקרי גברים ונשים ובדקו את רמת ההוצאה שלהם על לבוש בשנה האחרונה. חוקר א' בדק האם קיים הבדל בתוחלות ההוצאה בין גברים לנשים. חוקר ב' קיבץ את ההוצאה לקטגוריות ובאופן הזה בדק האם קיים הבדל בהתפלגות ההוצאה בין גברים לנשים. הקטגוריות חולקו לשלוש קבוצות הוצאה.
- א. איזה פלט מתאים לאיזה אחד מהחוקרים? נמקו.
- ב. מה מסקנתו של חוקר א'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות, ציינו כלל החלטה ותנו מסקנה במונחי המשתנים)
- ג. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר א'? נסחו את הטעות במונחי השאלה.
- ד. מהי מסקנתו של חוקר ב'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות, ציינו כלל החלטה ורשמו מסקנה במונחי המשתנים)
- ה. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר ב'? נסחו זאת במונחי השאלה.
- ו. כיצד ניתן ליישב את מסקנות שני החוקרים?

פלט ראשון :

T-Test**Group Statistics**

gender	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
female	40	2.9000	1.15025	.18187
male	40	2.6000	2.52982	.40000

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
expose	Equal variances assumed	16.805	.000	.683	78	.497	.30000	.43941	-.57479	1.17479
	Equal variances not assumed			.683	54.464	.498	.30000	.43941	-.58078	1.18078

פלט שני:

Crosstabs**Case Processing Summary**

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
gender * category	80	100.0%	0	.0%	80	100.0%

gender * category Crosstabulation

			category			Total
			a	b	c	
gender	female	Count	2	30	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	5.0%	75.0%	20.0%	100.0%
		% within category	9.1%	71.4%	50.0%	50.0%
	male	Count	20	12	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	50.0%	30.0%	20.0%	100.0%
		% within category	90.9%	28.6%	50.0%	50.0%
Total	Count	22	42	16	80	
	Expected Count	22.0	42.0	16.0	80.0	
	% within gender	27.5%	52.5%	20.0%	100.0%	
	% within category	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	22.442 ^a	2	.000
Likelihood Ratio	25.064	2	.000
N of Valid Cases	80		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 8.00.

13. במחקר בדקו את זמני ההמתנה למוקד טלפוני. מטרת המחקר הייתה לבדוק האם תוחלת זמני ההמתנה השתפרו כתוצאה משיפור תהליך העבודה בחברה. להלן פלט שנשעה על הנתונים:

Normality Kolmogorov-Smirnov Test	
	Minutes to Respond
N	1963
Kolmogorov-Smirnov Z	5.776
Asymp. Sig. (2-tailed)	.000

א. איך קוראים למבחן הסטטיסטי שנעשה פה?

ב. מה מבחן זה בודק?

ג. מה המסקנה ?

14. במחקר השתתפו אנשים שנשאלו האם הם מעשנים והאם הם חלו בחורף האחרון בשפעת. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיים קשר בין עישון לבין קיומה של מחלת השפעת.

א. מה המשתנה התלוי ומהו המשתנה הבלתי תלוי?

ב. רשמו את השערות המחקר ובדקו האם הפלט מקיים את האילוצים הנדרשים.

ג. השלימו את כל סימני השאלה שבפלט (בסך הכול 5)

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
smoking * flu	30	100.0%	0	.0%	30	100.0%

smoking * flu Crosstabulation

			flu		Total
			yes	no	
smoking	smoking	Count	11	9	20
		Expected Count	?	?	20.0
	not smoking	Count	3	7	10
		Expected Count	?	?	10.0
Total		Count	14	16	30
		Expected Count	14.0	16.0	30.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	?	1	.196
Continuity Correction ^b	.820	1	.365
Likelihood Ratio	1.713	1	.191
Fisher's Exact Test			
Linear-by-Linear Association	1.618	1	.203
N of Valid Cases	30		

a. 1 cells (25.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4.67.

b. Computed only for a 2x2 table

פתרונות:שאלה 1

ב. 23

ג. נקבל H_0

ד. (22.104, 24.771)

שאלה 3א. $n = 44$ $\bar{X} = 67.66$ $t = -2.48$

ב. 0.017

ג. 0.0085

ד. 0.9915

שאלה 5

ב. 2.959

ג. 73

2.017

שאלה 7א. $d.f = 299$ $n = 300$ $\bar{X} = 8.496$

Sig=0

ב. נדחה H_0

ג. (-0.46341, -0.38126)

ד. (-0.4708, -0.3738)

שאלה 9ב. נקבל H_0 ג. נקבל H_0 ד. נקבל H_0 שאלה 2

א. 25

ב. (4.3056, 4.5104)

ד. נדחה H_0 שאלה 4ב. נקבל H_0 ג. נקבל H_0 ד. נדחה H_0 שאלה 6

א. (-0.007)

ב. (0.1)

ג. אין הבדל מובהק

שאלה 8ב. נדחה H_0 ג. נקבל H_0

ד. (1.592, 13.317)

שאלה 10א. נקבל H_0 ב. נקבל H_0

ג. (0.11076)

ד. 2.6053 ± 0.0395 שאלה 12ד. לא נקבל את הטענה שקיים קשר בין המין לדעה. ב. נקבל H_0 ד. נדחה H_0 שאלה 11

שאלה 14

$$\chi^2 = 1.74$$

שאלה 13

נדחה H_0

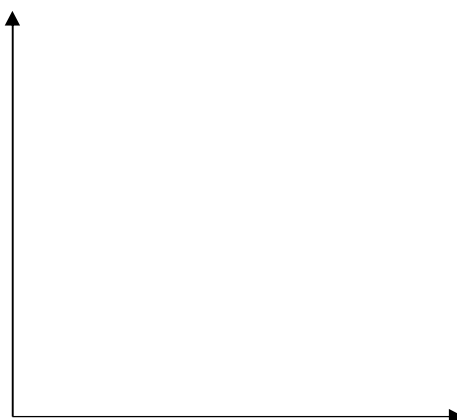
פרק 22 - מדדי קשר - מדד הקשר הלינארי (פירסון)

רקע:

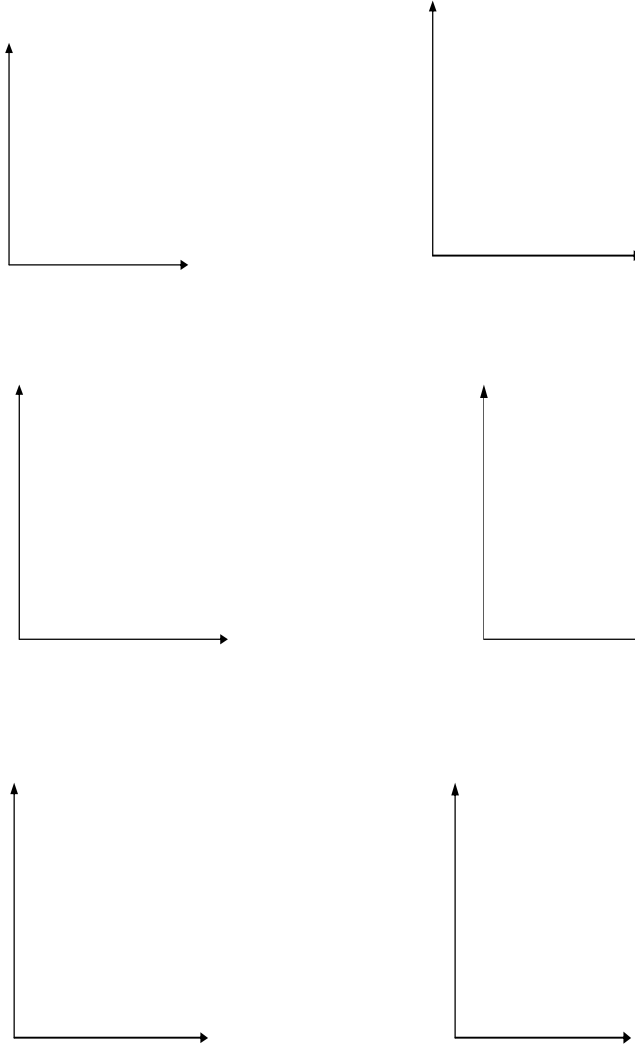
המטרה היא לבדוק האם קיים קשר (קורלציה, מתאם) של קו ישר בין שני משתנים כמותיים. מבחינת סולמות המדידה קשר בין סולמות רווחים ומנה. בדרך כלל, X הוא המשתנה המסביר (הבלתי תלוי) ו Y הוא המשתנה המוסבר (התלוי). למשל, נרצה להסביר כיצד השכלה של אדם הנמדדת בשנות לימוד X מסבירה את ההכנסה שלו Y . במקרה זה שנות ההשכלה זהו המשתנה המסביר (או הבלתי תלוי) ואנחנו מעוניינים לבדוק כיצד שינויים בשנות ההשכלה של אדם יכולים להסביר את השינויים שלו בהכנסה, ולכן רמת ההכנסה זהו המשתנה המוסבר התלוי במשתנה המסביר אותו. בשלב הראשון, נהוג לשרטט דיאגרמת פיזור. זו דיאגרמה שנותנת אינדיקציה ויזואלית על טיב הקשר בין שני המשתנים. למשל, בבניין של 5 דירות בדקו את הנתונים הבאים: X - מס' חדרים בדירה. Y - מס' נפשות הגרות בדירה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מס' דירה	X	Y
1	3	2
2	2	2
3	4	3
4	3	3
5	5	4

נשרטט מנתונים הללו דיאגרמת פיזור:



תבונן בכמה מקרים של דיאגרמות פיזור וננתח אותן :



בשלב השני, מחשבים את מקדם המתאם (מדד הקשר) שבדוק עד כמה קיים קשר לינארי בין שני המשתנים. הממד (ניקרא גם מדד הקשר של פירסון) מכמת את מה שנראה בשלב הראשון רק בעין.

המדד בודק את כיוון הקשר (חיובי או שלילי).

ואת עוצמת הקשר (חלש עד חזק).

מקדם מתאם זה מקבל ערכים בין -1 ל 1.

מקדם מתאם -1 או 1 אומר שקיים קשר לינארי מוחלט ומלא בין המשתנים שניתן לבטאו על ידי

$$y = bx + a$$

מתאם חיובי מלא (מקדם מתאם 1) אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b יהיה חיובי ואילו מתאם שלילי מלא אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b שלילי (מקדם מתאם -1).

מתאם חיובי חלקי אומר שככל שמשנתנה אחד עולה לשני יש נטייה לעלות בערכו אבל לא קיימת נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט ואילו מתאם שלילי חלקי אומר שככל שמשנתנה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אבל לא קיימת נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט.

ככל שערך מקדם המתאם קרוב לאפס נאמר שעוצמת הקשר חלשה יותר וככל שמקדם המתאם רחוק מהאפס נאמר שעוצמת הקשר חזקה יותר.



מקדם המתאם יסומן באות r .

כדי לחשב את מקדם המתאם, יש לחשב את סטיות התקן של כל משתנה ואת השונות המשותפת.

$$COV(x, y) = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} : \text{שונות משותפת}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 : \text{שונות של המשתנה X}$$

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2 : \text{שונות המשתנה Y}$$

$$r_{xy} = \frac{COV(x, y)}{s_x \cdot s_y} : \text{מקדם המתאם הלינארי}$$

תרגילים:

1. להלן נתונים לגבי שישה תלמידים שנגשו למבחן. בדקו לגבי כל תלמיד את הציון שלו בסוף הקורס וכמו כן את מספר החיסורים שלו מהקורס.

מספר חיסורים	ציון
2	80
1	90
0	90
2	70
3	70
4	50

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על טיב הקשר בין מספר החיסורים של תלמיד לציונו? מיהו המשתנה הבלתי תלוי ומיהו המשתנה התלוי?
- ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד מקדם המתאם היה משתנה אם היה מתווסף תלמיד שהחסיר 4 פעמים וקיבל ציון 80?

2. במחקר רפואי רצו לבדוק האם קיים קשר בין רמת ההורמון X בדם החולה לרמת ההורמון Y שלו. לצורך כך מדדו את רמת ההורמונים ההלו עבור חמישה חולים. להלן התוצאות שהתקבלו:

x	y
10	12
14	15
15	15
18	17
20	21

- א. מה הממוצע של כל רמת הורמון?
- ב. מהו מקדם המתאם בין ההורמונים? ומה משמעות התוצאה?

3. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪.

נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76 \quad \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?

ב. מה המשמעות של התוצאה שקיבלת בסעיף א?

4. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪.

נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i^2 = 2080 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 2960$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 2464$$

חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y .

5. במוסד אקדמי ציון ההתאמה מחושב כך : מכפילים את הציון הממוצע בבגרות ב- 3

ומפחיתים 2 נקודות. ידוע שעבור 40 מועמדים סטיית התקן של ממוצע הציון בבגרות הייתה 2.

מה מקדם המתאם בין ציון ההתאמה לציון הממוצע בבגרות שלהם ?

6. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק!

א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ₪. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.

ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ $S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.

ג. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

שאלות אמריקאיות:

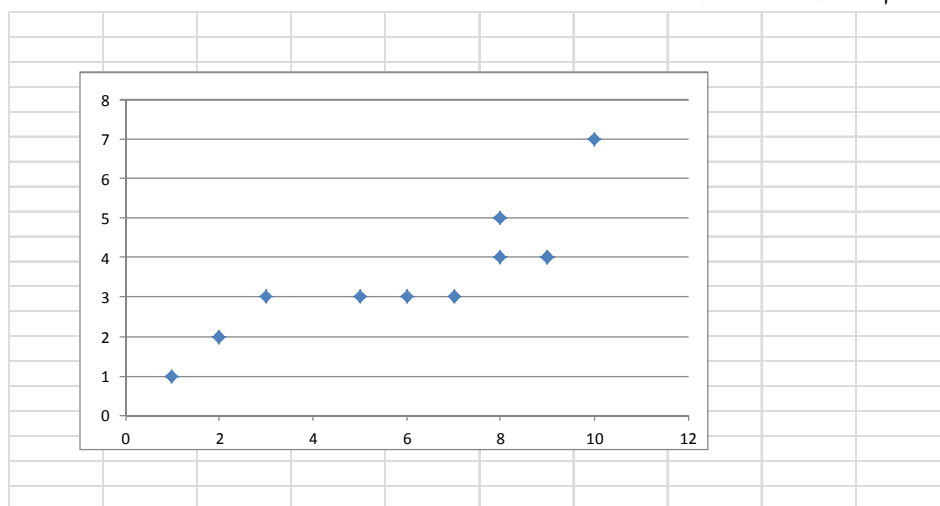
7. נמצא שקיים מקדם מתאם שלילי בין הציון בעברית לציון בחשבון בבחינה לכן :

- א. הדבר מעיד שהציונים בכתה היו שליליים.
- ב. ככל שהציון של תלמיד יורד בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
- ג. ככל שהציון של תלמיד עולה בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
- ד. אף אחת מהתשובות לא נכונה.

8. נלקחו 20 מוצרים וניבדק ביום מסוים המחיר שלהם בדולרים והמחיר שלהם בש"ח (באותו היום ערך הדולר היה - 4.2 ₪) מהו מקדם המתאם בין המחיר בדולר למחיר בש"ח?

- א. 1
- ב. 0
- ג. 4.2
- ד. לא ניתן לדעת.

9. להלן דיאגרמת פיזור :



מה יהיה מקדם המתאם בין שני המשתנים?

- א. 1
- ב. 0.85
- ג. 0.15
- ד. 0

פתרונות:**שאלה 1:**

א. בהקלטה

ב. -0.9325

שאלה 2:

$$\bar{x} = 15.4$$

$$\bar{y} = 16$$
 א.

$$r_{xy} = 0.96$$
 ב.

שאלה 3:

א : 0.8

שאלה 4:

0.8

שאלה 5:

1

שאלה 6:

א. נכון

ב. לא נכון

ג. נכון

שאלה 7:

התשובה : ג

שאלה 8:

התשובה : א

שאלה 9:

התשובה : ב

פרק 23 - מדדי קשר - השפעת טרנספורמציה לינאריות על מדד הקשר של פירסון

רקע:

טרנספורמציה לינארית בין אם נעשית על X ובין אם נעשית על y , או בין אם נעשית על שניהם, אינה משנה את עוצמת הקשר. היא עלולה רק לשנות את כיוונו אם השיפועים של שתי הטרנספורמציות שוני סימן.

$$r_{[(aX+b),(cY+d)]} = \begin{cases} r_{x,y} & \text{if } a \cdot c > 0 \\ -r_{x,y} & \text{if } a \cdot c < 0 \end{cases}$$

תרגילים:

1. מבחן בנוי מחלק כמותי ומילולי.
 מקדם המתאם בין שני הציונים של שני החלקים הוא 0.9.
 א. אם יעלו את כל הציונים בחלק המילולי ב-20%, מה יהיה מקדם המתאם בין הציון המילולי החדש לציון הכמותי ובין הציון המילולי הישן לציון המילולי החדש?
 ב. נגדיר משתנה חדש W להיות המרחק של הציון בחשיבה מילולית מהציון המקסימאלי בבחינה-150. מצא את מקדם המתאם בין הציון המילולי ל- W ובין W ל-ציון הכמותי.
 2. מקדם המתאם בין ההכנסה לבין ההוצאה של 10 משפחות חושב והתקבל 0.7. אם חל גידול של 5% בהכנסת האוכלוסייה כולה וגידול של 7% בהוצאה שלה, אז מה יהיה מקדם המתאם בין ההכנסה החדשה להוצאה החדשה?
 3. חברת "לק" המייצרת גלידה החליטה לערוך מחקר לבדיקת הקשר בין מספר חבילות הגלידה הנמכרות ביום לבין הטמפרטורה באותו יום. נבדקו 10 ימים והתקבל מתאם לינארי 0.85.
 חברת "לק" דואגת להתחיל כל יום עם מלאי של 150 חבילות גלידה. בנוסף, מעוניינים כי הטמפרטורה תבוטא במעלות פרנהייט במקום במעלות צלסיוס. מה ערכו של מקדם המתאם בין מספר חבילות הגלידה שנשארות בסוף היום לבין הטמפרטורה במעלות פרנהייט?
 הקשר בין מעלות צלסיוס (C°) למעלות פרנהייט (F°) נתון ע"י $F = \frac{9}{5}C + 32$.
- בחר בתשובה הנכונה:
- א. 0.85
 - ב. -0.85
 - ג. 1
 - ד. לא ניתן לדעת.

4. מקדם המתאם בין X ל- Y הנו 0.4 כל ערכי ה- X הוכפלו ב-2 לכן מקדם המתאם החדש בין

שני המשתנים יהיה :

בחר בתשובה הנכונה:

- א. 0.8
- ב. 0.4
- ג. -0.4
- ד. לא ניתן לדעת.

פתרונות :**שאלה 1:**

א. בין הציון המילולי הישן לחדש 1:

בין הציון המילולי החדש לכמותי: 0.9

ב. בין W ל ציון המילולי : -1

בין W לציון הכמותי: -0.9

שאלה 2:

0.7

שאלה 3:

התשובה: ב

שאלה 4:

התשובה: ב

פרק 24 - מדדי קשר - רגרסיה ליניארית

רקע:

במידה וקיים קשר חזק בין שני המשתנים הכמותיים נהוג לבצע ניבויי לבנות קו ניבויים הנקרא גם קו רגרסיה המנבא משתנה אחד על סמך האחר.

מדובר בקו שמנבא את Y על סמך X . השיטה למציאת הקו הנ"ל נקראת שיטת הריבועים הפחותים והקו המתקבל נקרא קו הרגרסיה או קו הניבויים או קו הריבועים הפחותים.

- a - בעצם נותן את ערך Y כאשר X הנו אפס על גבי קו הניבויים. הוא ניקרא החותך של הקו.
- b - הוא שיפוע הקו נותן בכמה בעצם Y משתנה כאשר X גדל ביחידה אחת על גבי קו הניבויים. להלן המשוואות למציאת הפרמטרים של קו הרגרסיה:

$$\tilde{Y} = bX + a$$

$$b = r \frac{S_y}{S_x}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

אם נרצה לבנות קו ניבויים לניבוי X על סמך Y נצטרך לעדכן את הנוסחאות בהתאם.

תרגילים:

1. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76 \quad \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

- א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה. הסבר את משמעות הפרמטרים של קו הרגרסיה.
 ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?

2. נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות למוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_y = 5 \quad S_x = 2$$

$$\bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 14$$

$$COV(X, Y) = 7.5$$

- א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
 ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
 ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?

3. חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון המבחן בסטטיסטיקה לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות: הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.
 א. על פי משוואת הרגרסיה שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן?
 ב. על פי משוואת הרגרסיה תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון?
 ג. מהו קו הרגרסיה לניבוי הציון לפי שעות ההכנה?

4. נתונים 2 משתנים Y, X . כמו כן נתון: X ממוצע = 1.5, שונות X = שונות Y = 4, וכן שקו הרגרסיה של Y על בסיס X הינו $Y = -0.2X + 0.5$. חשב מהו מקדם המתאם בין X ל- Y ?

פתרונות:**שאלה 1:**

א. 0.8

ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$

ג. 12.4

שאלה 2:

א. 0.75

ב. 4.25 אלפי ש"ח

ג. 14.6 שנים

שאלה 3:

א. 1.2

ב. 29

ג. $y = 1.2x + 29$

שאלה 4:

-0.2