

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס מבוא לסטטיסטיקה והסתברות. הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה לחצו כאן.

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר www.gool.co.il.



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התרגול...

תוכן

פרק ראשון - סטטיסטיקה תיאורית - עמ' 4

הצגת נתונים
מדדי מיקום מרכזי
מדדי פיזור
מדדי מיקום יחסי
ממוצע משוקלל ושונות מצורפת
טרנספורמציה לינארית
שאלות מסכמות
תשובות סופיות

פרק שני - יסודות ההסתברות עמ' 17

בעיות בסיסיות בהסתברות
פעולות בין מאורעות
קומבינטוריקה
הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים
תלות בין מאורעות
שאלות מסכמות
תשובות סופיות

פרק שלישי - המשתנה המיקרי הבדיד - עמ' 31

פונקצית ההסתברות
תוחלת, שונות וסטיית תקן
טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן)
תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים
ההתפלגות הבינומית
ההתפלגות הגיאומטרית
ההתפלגות הפואסונית
התפלגות אחידה
התפלגות היפרגאומטרית
התפלגות בינומית שלילית
שאלות מסכמות
תשובות סופיות

לתשומת לבכם: השאלות בצבע אפור אינן בחומר הלימוד שלכם.

פרק רביעי - התפלגות נורמלית עמ' 48

ההתפלגות הנורמלית

תשובות סופיות

פרק חמישי - רגרסיה לינארית- עמ' 51

מדד הקשר של פירסון

תשובות סופיות

פרק שישי - התפלגות הדגימה - עמ' 54

התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

התפלגות מספר ההצלחות במדגם, פרופורציות ההצלחות במדגם, קירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

תשובות סופיות

פרק שביעי - רווחי סמך - עמ' 60

אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

רווח סמך לתוחלת (שונות ידועה/שונות לא ידועה)

רווח סמך לפרופורציה

רווח סמך לשונות וסטיית תקן

רווח סמך להפרשים (הפרשי פרופורציות, הפרשי תוחלות)

תשובות סופיות

פרק שמיני - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים - עמ' 67

בדיקת השערות על תוחלת

בדיקת השערות פרופורציה

בדיקת השערות הפרש פרופורציות

בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

בדיקת השערות במדגמים מזווגים

בדיקת השערות על שונות

בדיקת השערות על שתי שונויות

הגישה המעשית-מובהקות התוצאה p-value

טעויות ועוצמה

הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

תשובות סופיות

פרק תשיעי - ניתוח שונות חד כיוונית - עמ' 80

רקע תיאורטי

תרגילים

פתרונות סופיים חלקיים

פרק ראשון - סטטיסטיקה תיאורית

א. הצגת נתונים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

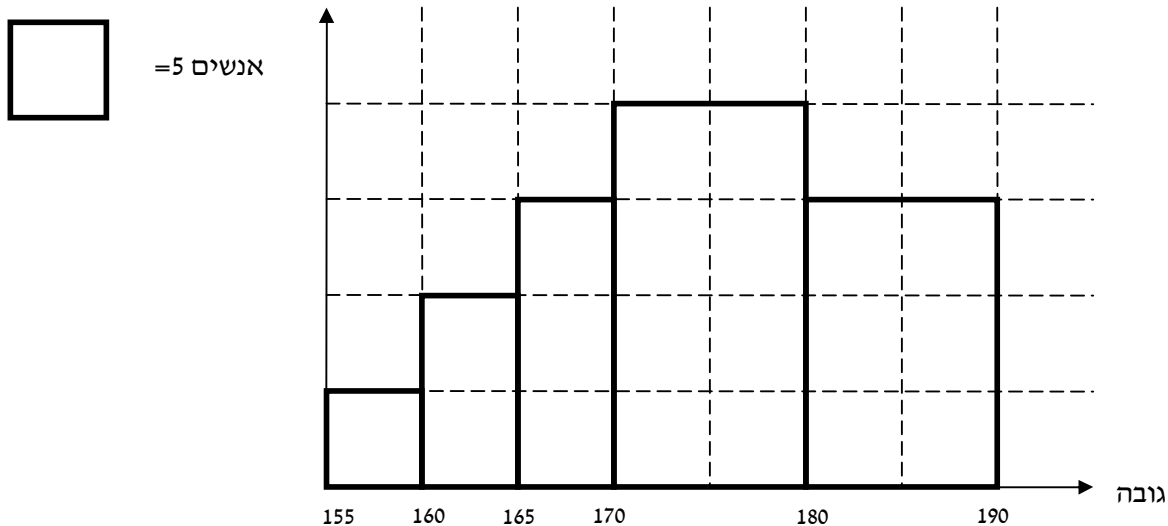
א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.

ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.

ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת:



א. מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.

ג. הוסף שכיחות יחסית לטבלה.

ד. הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.

ה. מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

3. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

- א. תאר את ההתפלגות באופן גרפי.
 ב. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ב. מדדי מיקום מרכזי:

1. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של שאלה 1 בפרק הקודם.
 2. על פי הנתונים של שאלה 2 בפרק הקודם:
 א. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של הגבהים.
 ב. האם היה ניתן לדעת על סמך הגרף בלבד האם הממוצע יהיה קטן מהחציון?
 3. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה ביישוב מסוים:

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- א. חשב את הממוצע, החציון, השכיח ואמצע הטווח של ההתפלגות.
 ב. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלוויזיה היו רוכשים מקלט אחד.
 4. על סמך הגרף בלבד וללא חישוב מפורש הסבר מה הם כל מדדי המרכז של שאלה 3 בפרק הקודם.

ג. מדדי פיזור:

1. חשב את השונות, סטיית התקן והטווח עבור הנתונים משאלה 1 פרק א'.
2. עבור הנתונים משאלה 2 פרק א' :
 - א. חשב את השונות, סטיית התקן.
 - ב. חשב את הטווח והטווח הבינרבעוני .
 - ג. אם יתווספו עוד 10 אנשים למחלקה שבה הגובה בין 155 ס"מ ל-160 ס"מ. כיצד ישתנו המדדים הבאים : הממוצע, החציון, השונות והטווח. הסבר ללא חישוב!
3. עבור נתוני שאלה 3 פרק ב' חשב את סטיית התקן.
4. נתונה רשימה של 5 תצפיות , אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע : 2, 3, 2, 1- . חשב את השונות של חמש התצפיות.

ד. מדדי מיקום יחסי:

1. תלמידי כיתה ח' נגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה. להלן התוצאות שהתקבלו :

המקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

עודד קיבל : 68 בלשון ו- 70 במתמטיקה.

- א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
- ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

2. בהמשך לנתוני שאלה 2 פרק א' חשב את :

- א. העשירון התחתון.
- ב. האחוזון ה-30.
- ג. הגובה ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.
- ד. את אחוז התצפיות מתחת לגובה 158 ס"מ.
- ה. את אחוז התצפיות מעל לגובה 185 ס"מ.
- ו. את אחוז התצפיות בין גובה 170 ס"מ ל-185 ס"מ.

ה. ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

1. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון :

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

- א. חשב את הממוצע המשוקלל בשכבה.
- ב. חשב את השונות המצורפת בשכבה.

2. נתונות שתי קבוצות :

- א. בקבוצה I פי שתיים תצפיות מאשר בקבוצה II.
- ב. הממוצע בשתי הקבוצות הוא 70.
- ג. השונות בקבוצה I היא 100.
- ד. השונות בקבוצה II היא 400.

- א. מצא את הממוצע של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.
- ב. מצא את סטיית התקן של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.

ו. טרנספורמציה לינארית:

1. עבור סדרת נתונים התקבל:

$$\bar{X} = 80$$

$$S = 15$$

$$MO = 70$$

הוחלט להכפיל את כל התצפיות פי-4 ולהחסיר מהתוצאה 5. חשב את המדדים הללו לאחר השינוי.

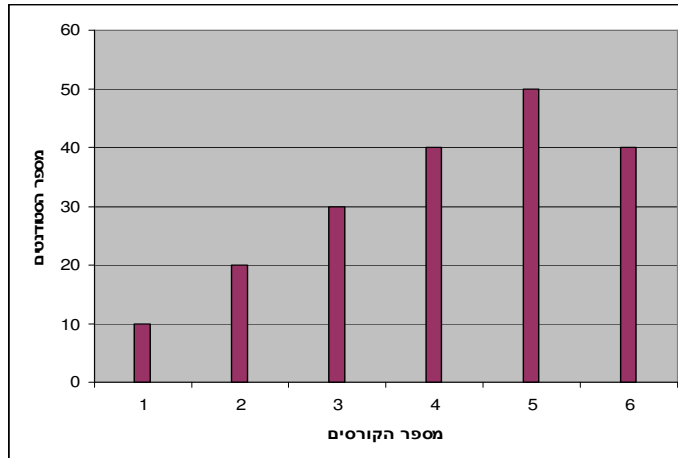
2. בחברה מסוימת השכר הממוצע הוא 40 ₪ לשעה עם סטיית תקן של 5 ₪ לשעה. הוחלט להעלות את כל המשכורות ב- 10%, אך זה לא סיפק את העובדים ולכן הם קיבלו לאחר מכן תוספת של 2 ₪ לשעה. מה הממוצע ומהי השונות של השכר לשעה לאחר כל השינויים.

3. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. הסתבר שנפלה טעות והוספו 5 ס"מ לכל התצפיות. מה הם החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון של התצפיות ללא הטעות.

4. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. מעוניינים להמיר את הגובה מס"מ למטרים. כיצד הדבר משפיע על החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון.

ז. שאלות מסכמות:

1. בפקולטה להנדסה אספה מזכירות הסטודנטים נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008.
להלן התוצאות שהתקבלו:



- א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
 ב. מהי צורת ההתפלגות?
 ג. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות.
 ד. חשב את השכיח, החציון וטווח הציונים.

2. להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'. השתתפו במחקר 150 תלמידים.

$$\text{ממוצע הציונים שהתקבל: } \bar{X} = 7 \frac{1}{15}$$

מספר התלמידים	ציון
12	4
16	5
	6
38	7
	8
14	9
10	10

- א. השלם את השכיחויות החסרות בטבלה.
- ב. חשב את הציון החציוני, השכיח ואמצע הטווח.
- ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.
- ד. הוחלט לשנות את סקלת הציונים ולהכפיל את הציון ב-10. למשל, ציון 8 יהפוך להיות 80. מה הממוצע ומהי השונות של הציונים בסקלה זו?

3. להלן התפלגות מספר שעות העבודה לשבוע של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר שעות עבודה	שכיחות יחסית (פרופורציה)	שכיחות
10-20	15%	
20-30	20%	
30-40	30%	
40-50	20%	
50-60		

- א. השלם את הטבלה.
- ב. חשב את החציון, השכיח, והממוצע של התפלגות מס' שעות העבודה בחברה.
- ג. מהי סטיית התקן של מס' שעות העבודה?
- ד. מה העשירון העליון של ההתפלגות?
- ה. איזה אחוז מהעובדים עובדים מעל 45 שעות בשבוע?
- ו. מה ציון התקן של רינה שעובדת 30 שעות בשבוע?
- ז. כיצד ישתנה החציון, הממוצע וסטיית התקן אם מספר שעות העבודה המינימאלי אינו 10 אלא 15? הסבר.

4. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדק מס' המסרונים ששלח במשך חודש. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר האנשים	מספר המסרונים
40	0-50
60	50-100
50	100-150
30	150-250
20	250-ומעלה

- א. מה אחוז האנשים ששלחו פחות מ-80 מסרונים בחודש?
 ב. מה אחוז האנשים ששלחו בין 50 ל-120 מסרונים?
 ג. הוחלט להעניק מתנה עבור $\frac{1}{4}$ מהלקוחות שמשתמשים במספר הרב ביותר של מסרונים בחודש. החל מאיזה כמות של מסרונים תחולק המתנה?
 ד. ציינו איזה מדד ניתן לחשב ואיזה לא ניתן. אם ניתן חשב:
1. ממוצע
 2. שכיח
 3. חציון
 4. שונות

5. בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.
- א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?
 ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
 ג. השכר בחברה מחושב על סמך הוותק. שכר בסיס של 5,000 ₪ ו-500 ₪ תוספת על כל שנת וותק לחודש.
 מה השכר הממוצע ומהי סטיית התקן של השכר לחודש?

6. להלן מספר טענות, עבור כל טענה ציין אם היא נכונה או לא נכונה ונמקו.

- א. בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו השונות הינה 0.
- ב. ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.
- ג. ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובית.
- ד. אם נוסיף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.
- ה. בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות אחת 79 ואחת 100 לכן החציון יגדל.
- ו. אם נוסיף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.
- ז. אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.
- ח. אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.

תשובות סופיות לסטטיסטיקה תיאורית

פרק א' - הצגת נתונים

שאלה 1

א. בדיד

שאלה 2

א. רציף

ה. התפלגות אסימטרית
שמאלית (שלילית)

שאלה 3

א. התפלגות סימטרית

פרק ב' - מדדי מיקום מרכזי

שאלה 1

החציון : 7

השכיח : 6

אמצע הטווח : 7

הממוצע : 6.9

שאלה 2

א. החציון : 175

השכיח : 175

אמצע הטווח : 172.5

הממוצע : 174.75

שאלה 3

א. הממוצע : 1.7

החציון : 1.5

השכיח : 1

אמצע הטווח : 2

שאלה 4

הממוצע : 55

החציון : 55

אמצע הטווח : 55

השכיח : 47.5 ו-62.5

ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.

פרק ג' - מדדי פיזור

שאלה 1

השונות : 2.19

סטיית תקן : 1.48

טווח : 6

שאלה 2

א. השונות : 69.3

סטיית תקן : 8.325

ב. טווח : 35

טווח בינרבעוני : 13.33

ג. ממוצע יקטן, חציון יקטן, שונות תגדל

וטווח לא ישתנה

שאלה 3

תשובה : 1.3

שאלה 4

תשובה : 10.8

פרק ד' - מדדי מיקום יחסי**שאלה 1**

א. לשון

ב. תשובה: 72

שאלה 2

א. תשובה: 162.5

ב. תשובה: 170

ג. תשובה: 183.33

ד. תשובה: 3%

ה. תשובה: 15%

ו. תשובה: 55%

פרק ה' - ממוצע משוקלל ושונות מצורפת**שאלה 1**

א. תשובה: 76.22

ב. תשובה: 173.5

שאלה 2

א. תשובה: 70

ב. תשובה: 14.14

פרק ו' - טרנספורמציה לינארית**שאלה 1**

הממוצע: 315

סטיית התקן: 60

השכיח: 275

שאלה 2

הממוצע: 46

השונות: 30.25

שאלה 3

החציון: 170

השונות: 69.3

הטווח: 35

שאלה 4

החציון: 1.75

השונות: 0.00693

הטווח: 0.35

העשירון התחתון: 1.625

העשירון התחתון: 157.5

פרק ז' - שאלות מסכמות**שאלה 1**

א. מספר הקורסים. בדיד.

ב. התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)

ד. השכיח: 5

הטווח: 5

החציון: 4

שאלה 2

א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40 תלמידים קיבלו ציון 8.

ב. החציון: 7

השכיח: 8

אמצע הטווח: 7

ג. השונות: 2.516

סטיית התקן: 1.586

ד. הממוצע: 70.67

השונות: 251.6

שאלה 3

ב. החציון: 35

השכיח: 35

הממוצע: 35

ג. סטיית תקן: 12.65

ד. תשובה: 53.333

ה. תשובה: 25%

ו. תשובה: -0.395

ז. חציון לא ישתנה, ממוצע יגדל וסטיית התקן תקטן.

שאלה 4

א. תשובה: 38%

ב. תשובה: 40%

ג. תשובה: 150

ד. החציון: 100

שאלה 5

א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן

ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל

ג. הממוצע: 7000 ₪, סטיית התקן: 1000 ₪

שאלה 6

א. נכון

ב. לא נכון

ג. לא נכון

ד. לא נכון

ה. לא נכון

ו. נכון

ז. לא נכון

ח. לא נכון

פרק שני - יסודות ההסתברות

א. בעיות בסיסיות בהסתברות

1. מהאותיות E, F ו-G יוצרים מילה בת 2 אותיות לא בהכרח בת משמעות.
 - א. הרכב את כל המילים האפשריות.
 - ב. רשום את המקרים למאורע:
 - A - במילה נמצאת האות E.
 - B - במילה האותיות שונות.
 - ג. רשום את המקרים למאורע $\bar{A}$.
2. מטילים זוג קוביות.
 - א. רשום את מרחב המדגם של הניסוי. האם המרחב מדגם הוא אחיד?
 - ב. רשום את כל האפשרויות למאורעות הבאים:
 - A - סכום התוצאות 7.
 - B - מכפלת התוצאות 12.
3. בוחרים באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.
 - א. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?
 - ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?
 - ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?
4. חשב את ההסתברויות למאורעות שהוגדרו בשאלה מספר 2.
5. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים:

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- נבחרה משפחה באקראי מהישוב.
- א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?
 - ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?
 - ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

ב. פעולות בין מאורעות

1. חזור לנתונים של שאלה מספר 1 בפרק הקודם.
 - א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.
 - ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

2. חזור לנתונים של שאלה מספר 2 בפרק הקודם.
 - א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.
 - ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

3. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. נגדיר את המאורעות הבאים:
 - A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 - B - לעבור את המבחן בכלכלה.
 העזר בפעולות חיתוך, איחוד ומשלים בלבד כדי להגדיר את המאורעות הבאים וסמן בדיאגרמת וון את השטח המתאים:
 - א. התלמיד עבר רק את המבחן בכלכלה.
 - ב. התלמיד עבר רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ג. התלמיד עבר את שני המבחנים.
 - ד. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד.
 - ה. התלמיד נכשל בשני המבחנים.
 - ו. התלמיד נכשל בכלכלה.

4. בהמשך לשאלה הקודמת נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. חשב את הסיכויים למאורעות הבאים:
 - א. לעבור לפחות את אחד המבחנים.
 - ב. לעבור רק את המבחן בכלכלה.
 - ג. לעבור רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ד. להיכשל בשני המבחנים.

5. הסיכוי של מניה A לעלות הנו 0.5 ביום מסוים והסיכוי של מניה B לעלות ביום מסוים הנו 0.4. בסיכוי של 0.7 לפחות אחת מהמניות תעלה ביום מסוים. חשב את ההסתברויות הבאות לגבי שתי המניות הללו ביום מסוים :

א. ששתי המניות תעלנה.

ב. שאף אחת מהמניות לא תעלנה.

ג. שמניה A בלבד תעלה.

6. מטילים זוג קוביות אדומה ושחורה. נגדיר את המאורעות הבאים :

A- בקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4 ובשחורה 2.

B- סכום התוצאות משתי הקוביות 6.

C- מכפלת התוצאות בשתי הקוביות 10.

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. האם המאורע B מכיל את המאורע A?

ג. האם A ו-C מאורעות זרים?

ד. האם A ו-C מאורעות משלימים?

7. עבור המאורעות A ו-B ידועות ההסתברויות הבאות :

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.1 \quad p(B) = 0.3 \quad p(A) = 0.6$$

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. חשב את $p(\bar{A} \cap B)$

8. מטבע הוטל פעמיים. נגדיר את המאורעות הבאים :

A- קיבלנו עץ בהטלה הראשונה.

B- קיבלנו לפחות עץ אחד בשתי ההטלות.

איזו טענה נכונה?

א. A ו-B מאורעות זרים.

ב. A ו-B מאורעות משלימים.

ג. B מכיל את A.

ד. A מכיל את B.

9. בהגרלה חולקו 100 כרטיסים על 3 מהם רשום חופשה ועל 2 מהם רשום מחשב שאר הכרטיסים ריקים. אדם קיבל כרטיס אקראי.

- א. מה הסיכוי לזכות בחופשה או במחשב? האם המאורעות הללו זרים?
 ב. מה ההסתברות לא לזכות בפרס?

10*. באוכלוסייה מסוימת בדקו את סוגי חשבונות הבנק שבידי האנשים הבוגרים. הנתונים שהתקבלו היו: 45% מהאנשים מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי", 55% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים", 20% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק דיסקונט", 15% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק הפועלים", 10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וגם ב"בנק דיסקונט" ו-10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק דיסקונט". כמו כן, 5% מחזיקים חשבון בנק בכל שלושת הבנקים הנ"ל.

- א. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב-"בנק לאומי" בלבד?
 ב. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וחשבון בנק ב"בנק לאומי" אך לא ב"בנק דיסקונט"?
 ג. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד בלבד?
 ד. מה אחוז מחזיקי שני חשבונות בנק בלבד?
 ה. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד לפחות?

ג. קומבינטוריקה

רמה א'

1. חשבו את מספר האפשרויות לתהליכים הבאים:
 א. הטלת קובייה פעמים.
 ב. מספר תלת ספרתי.
 ג. בחירת בן ובת מכתה שיש בה שבעה בנים ועשר בנות.
 ד. חלוקת שני פרסים שונים לעשרה אנשים שונים כאשר אדם לא יכול לקבל יותר מפרס אחד.

2. במסעדה מציעים ארוחה עסקית. בארוחה עסקית יש לבחור מנה ראשונה, מנה עיקרית ושתייה. האופציות למנה ראשונה הן: סלט ירקות, סלט אנטיפסטי ומרק היום. האופציות למנה עיקרית הן: סטייק אנטרקוט, חזה עוף בגריל, לזניה בשרית ולזניה צמחונית. האופציות לשתייה הן: קפה, תה ולימונדה.
- א. כמה ארוחות שונות ניתן להרכיב בעזרת התפריט הזה?
- ב. אדם מזמין ארוחה אקראית. חשב את ההסתברויות הבאות:
1. בארוחה סלט ירקות, לזניה בשרית ולימונדה.
 2. בארוחה סלט, לזניה ותה.
3. בוחרים באקראי מספר בין חמש ספרות. חשבו את ההסתברויות הבאות:
- א. המספר הוא זוגי.
- ב. במספר כל הספרות שונות.
- ג. במספר כל הספרות זהות.
- ד. במספר לפחות שתי ספרות שונות.
- ה. במספר לפחות שתי ספרות זהות.
- ו. המספר הוא פלינדרום (מספר הנקרא מימין ומשמאל באותה צורה).
4. חמישה אנשים אקראיים נכנסו למעלית בבנין בן 8 קומות. חשבו את ההסתברויות הבאות:
- א. כולם ירדו בקומה החמישית?
- ב. כולם ירדו באותה קומה?
- ג. כולם ירדו בקומה אחרת?
- ד. ערך ודני ירדו בקומה השישית והיתר בשאר הקומות?
5. במפלגה חמישה עשר חברי כנסת. יש לבחור שלושה חברי כנסת לשלושה תפקידים שונים. בכמה דרכים ניתן לחלק את התפקידים אם:
- א. חבר כנסת יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ב. חבר כנסת לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
6. מטילים קובייה 4 פעמים.
- א. מה ההסתברות שכל התוצאות תהינה זהות?
- ב. מה ההסתברות של התוצאות תהינה שונות?
- ג. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה זהות?
- ד. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה שונות?

7. בכמה דרכים :

- א. אפשר לסדר 4 ספרים שונים על מדף?
 - ב. בכמה דרכים אפשר לסדר חמישה חיילים בטור?
8. סידרו באקראי 10 דיסקים שונים על מדף שמתוכם שניים בשפה העברית.
- א. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית יהיו צמודים זה לזה?
 - ב. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית לא יהיו צמודים זה לזה?
 - ג. מה ההסתברות ששני הדיסקים בעברית יהיו כל אחד בקצה השני של המדף?

9. 4 בנים ו-4 בנות התיישבו באקראי בשורה של בית קולנוע בו 8 מקומות .

- א. מה ההסתברות שהבנים יישבו זה ליד זה?
- ב. מה ההסתברות שהבנות תשבנה זו ליד זו וגם הבנים יהיו זה ליד זה?
- ג. מה ההסתברות שהבנים יישבו במקומות הזוגיים?

רמה ב'

1. בכיתה 40 תלמידים. מעוניינים לבחור חמישה מהם לוועד כיתה. בכמה דרכים ניתן להרכיב את הוועד אם :

- א. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ב. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ג. אין תפקידים שונים בוועד.

2. בכיתה 30 תלמידים מתוכם 12 תלמידים ו-18 תלמידות. יש לבחור למשלחת 4

- תלמידים מהכיתה. התלמידים נבחרים באקראי.
- א. מה ההסתברות שהמשלחת תורכב רק מבנות?
 - ב. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה רק בת אחת?
 - ג. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה לפחות בת אחת?

3. מעוניינים להרכיב קוד סודי. הקוד מורכב מ-2 ספרות שונות ו-3 אותיות שונות באנגלית (26 אותיות אפשריות).

- א. כמה קודים שונים ניתן להרכיב?
- ב. כמה קודים שונים ניתן להרכיב אם הקוד מתחיל בספרה ונגמר בספרה?
- ג. כמה קודים ניתן להרכיב אם הספרות חייבות להיות צמודות זו לזו?
- ד. בכמה קודים הספרות לא מופיעות ברצף?

4. בארונית 4 מגירות. ילד התבקש ע"י אימו לסדר 6 משחקים בארונית. הילד מכניס את המשחקים באקראי למגירות השונות. כל מגירה יכולה להכיל גם את כל המשחקים יחד.

א. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים למגירה העליונה?

ב. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים לאותה מגירה?

ג. מה ההסתברות שה"דומינו" יוכנס למגירה העליונה ויתר המשחקים לשאר המגירות.

ד. מה ההסתברות שה"דומינו" לא יוכנס למגירה העליונה?

5. בעיר מסוימת מתמודדות למועצת העיר 4 מפלגות שונות: "הירוקים", "קדימה", "העבודה" ו"הליכוד". 6 אנשים אינם יודעים למי להצביע, ולכן בוחרים באקראי מפלגה כלשהי.

א. מה ההסתברות שכל ה-6 יבחרו באותה מפלגה?

ב. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" לא תקבל קולות?

ג. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" תקבל בדיוק 3 קולות וכל מפלגה אחרת תקבל קול 1 בלבד?

ד. מה ההסתברות שמפלגת "הירוקים" תקבל 2 קולות, מפלגת "העבודה" תקבל 2 קולות ומפלגת "הליכוד" תקבל 2 קולות?

ד. הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

1. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה :

נגדיר את המאורעות הבאים : A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה. B- לעבור את המבחן בכלכלה. כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. חשבו את הסיכויים למאורעות הבאים :

א. התלמיד עבר בסטטיסטיקה , מה ההסתברות שהוא עבר בכלכלה?

ב. התלמיד עבר בכלכלה , מה ההסתברות שהוא עבר בסטטיסטיקה?

ג. התלמיד עבר בכלכלה , מה ההסתברות שהוא נכשל בסטטיסטיקה?

ד. התלמיד נכשל בסטטיסטיקה מה ההסתברות שהוא נכשל בכלכלה?

ה. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד מה ההסתברות שהוא יעבור את שני המבחנים?

2. במדינה שתי חברות טלפון סלולארי "סופט" ו"בל". 30% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "בל". 60% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "סופט". ל-15% מהתושבים הבוגרים אין טלפון סלולארי בכלל.
- א. איזה אחוז מהתושבים הבוגרים רשומים אצל שתי החברות?
 ב. נבחר אדם שרשום אצל חברת "סופט", מה ההסתברות שהוא רשום גם אצל חברת "בל"?
 ג. אם אדם לא רשום אצל חברת "בל", מה ההסתברות שהוא כן רשום בחברת "סופט"?
 ד. אם אדם רשום אצל חברה אחת בלבד, מה ההסתברות שהוא רשום בחברת "סופט"?
3. בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 70% הם אקדמאים ומבין הזוטרים 20% הם אקדמאים. נבחר אדם באקראי מאותה חברה.
- א. מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמאי?
 ב. מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמאי?
 ג. מה הסיכוי שהוא אקדמאי?
4. בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו3 לימון. מוציאים באקראי סוכרייה אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוציאים סוכרייה נוספת, אך אם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוציאים סוכרייה נוספת.
- א. מה ההסתברות שהסוכרייה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון?
 ב. מה ההסתברות שהסוכרייה השנייה בטעם לימון?
5. באוכלוסייה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשישים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת במשך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת במשך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת במשך החורף הוא 70%.
- א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשישים שלא יחלו בשפעת במשך החורף?
 ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת במשך החורף?
 ג. נבחר אדם שחלה במשך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?
 ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת במשך החורף?

6. בכד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בכד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים.
- בוחרים באקראי כד, מוציאים ממנו כדור ומבלי להחזירו מוציאים כדור נוסף.
- א. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?
- ב. אם הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא יהיה בצבע אדום?

ה. תלות בין מאורעות

1. נתון :
- $$p(A) = 0.2$$
- $$P(B) = 0.5$$
- $$P(A \cup B) = 0.6$$
- האם המאורעות הללו בלתי תלויים?
2. חוקר מבצע שני ניסויים בלתי תלויים הסיכוי להצליח בניסוי הראשון הנו 0.7 והסיכוי להצליח בניסוי השני הוא 0.4.
- א. מה הסיכוי להצליח בשני הניסויים יחדו?
- ב. מה הסיכוי שניכשל בשני הניסויים ?
3. מוצר צריך לעבור בהצלחה ארבע בדיקות בלתי תלויות לפני שיווקו, אחרת הוא נפסל ולא יוצא לשוק. הסיכוי לעבור בהצלחה כל אחת מהבדיקות הוא 0.8. בכל מקרה מבוצעות כל 4 הבדיקות.
- א. מה הסיכוי שהמוצר יפסל?
- ב. מה ההסתברות שהמוצר יעבור בהצלחה לפחות בדיקה אחת?

ו. שאלות מסכמות

1. 70% מהנבחנים בסטטיסטיקה עוברים את מועד א'. כל מי שלא עובר את מועד א' ניגש לעשות מועד ב', מתוכם 80% עוברים אותו. מבין אלה שנכשלים בשני המועדים 50% נרשמים לקורס מחדש, והיתר פורשים מהתואר.
- א. מה הסיכוי שסטודנט אקראי עבר את הקורס?
- ב. אם סטודנט אקראי עבר הקורס, מה הסיכוי שעבר במועד ב'?
- ג. מה אחוז הסטודנטים שפורשים מהתואר?
- ד. נבחרו 2 סטודנטים אקראיים רונית וינאי, מה ההסתברות שרונית עברה במועד א' ושינאי עבר במועד ב'?

2. באוכלוסייה מסוימת 40% הם גברים והיתר הן נשים. מבין הגברים 10% מובטלים. בסך הכול 13% מהאוכלוסייה מובטלת.
- א. מה אחוז האבטלה בקרב הנשים?
- ב. נבחר אדם מובטל, מה ההסתברות שזו אישה?
- ג. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - נבחר אדם מובטל
- B - נבחר גבר
- האם המאורעות הללו זרים? והאם הם בלתי תלויים?
3. ערן מעוניין למכור את רכבו, הוא מפרסם מודעה באינטרנט ומודעה בעיתון. מבין אלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש 30% יראו את המודעה באינטרנט, 50% יראו את המודעה בעיתון ו-72% יראו את המודעה בלפחות אחת מהמדיות.
- א. מה אחוז האנשים מאלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש יראו את 2 המודעות?
- ב. אם אדם ראה את המודעה באינטרנט, מה ההסתברות שהוא לא ראה את המודעה בעיתון?
- ג. האם המאורעות: "לראות את המודעה באינטרנט" ו"לראות את המודעה באינטרנט" בלתי תלויים?
- ד. אדם שראה את המודעה באינטרנט בלבד יתקשר לערן בהסתברות של 0.7, אם הוא ראה את המודעה בעיתון בלבד הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.6. ואם הוא ראה את שתי המודעות הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.9.
1. מה ההסתברות שאדם המעוניין לרכוש רכב משומש יתקשר לערן?
2. אדם המעוניין לרכוש רכב משומש התקשר לערן. מה ההסתברות שהוא ראה את שתי המודעות?

תשובות סופיות ליסודות הסתברות:**פרק א' - בעיות בסיסיות בהסתברות**

<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.4	הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$
ב. תשובה: 0.4	הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$
ג. תשובה: 0.5	
<u>שאלה 5</u>	
א. תשובה: 0.22	
ב. תשובה: 0.78	
ג. תשובה: 0.32	

פרק ב' - פעולות בין מאורעות

<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 5</u>
א. תשובה: 0.95	א. תשובה: 0.2
ב. תשובה: 0.05	ב. תשובה: 0.3
ג. תשובה: 0.15	ג. תשובה: 0.3
ד. תשובה: 0.05	
<u>שאלה 6</u>	<u>שאלה 7</u>
א. לא	א. כן
ב. כן	ב. תשובה: 0.3
ג. כן	
ד. לא	
<u>שאלה 8</u>	<u>שאלה 9</u>
תשובה: ג'	א. תשובה: 0.05
	ב. תשובה: 0.95
<u>*שאלה 10</u>	
א. תשובה: 25%	
ב. תשובה: 10%	
ג. תשובה: 65%	
ד. תשובה: 20%	
ה. תשובה: 90%	

פרק ג' - קומבינטוריקה**רמה א'**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 36	א. 36
ב. תשובה: 900	ב. 1. $1/36$ 2. $1/9$
ג. תשובה: 70	
ד. תשובה: 90	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.5	א. 0.00003
ב. תשובה: 0.3024	ב. 0.00024
ג. תשובה: 0.0001	ג. 0.20508
ד. תשובה: 0.9999	ד. 0.01047
ה. תשובה: 0.6976	
ו. תשובה: 0.01	
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. תשובה: 3,375	א. תשובה: $1/216$
ב. תשובה: 2,730	ב. תשובה: $5/18$
	ג. תשובה: $13/18$
	ד. תשובה: $215/216$
<u>שאלה 7</u>	<u>שאלה 8</u>
א. תשובה: 24	א. תשובה: 0.2
ב. תשובה: 120	ב. תשובה: 0.8
	ג. תשובה: 0.022
<u>שאלה 9</u>	
א. תשובה: 0.0714	
ב. תשובה: 0.0286	
ג. תשובה: 0.0143	

רמה ב'

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 102,400,000	א. תשובה: 0.1117
ב. תשובה: 78,960,960	ב. תשובה: 0.1445
ג. תשובה: 658,008	ג. תשובה: 0.9819
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 14,040,000	א. תשובה: 0.00024
ב. תשובה: 1,404,000	ב. תשובה: 0.00098
ג. תשובה: 5,616,000	ג. תשובה: 0.05933
ד. תשובה: 8,424,000	ד. תשובה: 0.75000
<u>שאלה 5</u>	
א. תשובה: 0.00098	
ב. תשובה: 0.17798	
ג. תשובה: 0.02929	
ד. תשובה: 0.02197	

פרק ד' - הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.833	א. תשובה: 5%
ב. תשובה: 0.9375	ב. תשובה: 0.0833
ג. תשובה: 0.0625	ג. תשובה: 0.786
ד. תשובה: 0.5	ד. תשובה: 0.6875
ה. תשובה: 0.789	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.07	א. תשובה: 2/7
ב. תשובה: 0.72	ב. תשובה: 23/49
ג. תשובה: 0.25	
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. תשובה: 6%	א. תשובה: 0.544
ב. תשובה: 0.58	ב. תשובה: 0.5
ג. תשובה: 0.241	
ד. תשובה: 0.2	

פרק ה' - תלות בין מאורעות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
כן	א. תשובה: 0.28
	ב. תשובה: 0.18
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 0.5904	
ב. תשובה: 0.9984	

פרק ו' - שאלות מסכמות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.94	א. תשובה: 15%
ב. תשובה: 0.255	ב. תשובה: 0.692
ג. תשובה: 0.03	ג. תשובה: לא זרים ותלויים
ד. תשובה: 0.168	
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 8%	
ב. תשובה: 0.733	
ג. תלויים	

פרק שלישי- המשתנה המקרי הבדיד

א. פונקצית ההסתברות:

1. ברולטה הסיכוי לזכות ב- 30 ש"ח הוא חצי וב-10 ש"ח רבע כך גם ב- 20 ש"ח. נגדיר את X להיות סכום הזכייה במשחק בודד. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
2. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה:
נגדיר את המאורעות הבאים:
A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
B- לעבור את המבחן בכלכלה.
כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
3. הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ- 4 פעמים. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
4. חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7. הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8. הסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את x להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

ב. תוחלת, שונות וסטיית תקן:

1. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 1 בפרק א'.
2. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 2 בפרק א'.
3. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 3 בפרק א'.
4. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 4 בפרק א'.
5. נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

8	6	4	2	x
0.2		0.3		P(x)

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$

א. מצא את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשב את $V(X)$.

ג. טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן):

1. חזור לשאלה מספר 1 מפרק ב'. נניח שעלות השתתפות ברולטה היא 15 ₪ וסכום הזכייה הינו התוצאה שיצאה ברולטה. חשב את התוחלת והשונות של הרווח במשחק.
2. חזור לשאלה מספר 2 מפרק ב'. נניח שכל קורס שסטודנט מסיים מזכה אותו ב-4 נקודות אקדמאיות. חשב את התוחלת והשונות של סך הנקודות שצבר סטודנט שניגש ל-2 המבחנים.
3. חזור לשאלה מספר 3 מפרק ב'. נניח שזמן ההכנה לתהליך שמסופר בשאלה הינו 10 דקות, וכל משחק אורך 2 דקות. מה התוחלת ומהי השונות של זמן הפעילות הכוללת שעובר האדם בתהליך שתואר בשאלה?
4. חזור לשאלה מספר 4 מפרק ב'. נניח שעלות כל פרויקט הינה 5 אלף ₪. כל פרויקט שיצליח יכניס לחברה פדיון של 10 אלף ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח החברה מניהול הפרויקטים?
5. תוחלת של משתנה מקרי הינה 10 וסטיית התקן 5. הוחלט להוסיף 2 למשתנה ולאחר מכן לעלות אותו ב-10%. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן לאחר השינוי?
6. X הינו משתנה מקרי. כמו כן נתון ש- $E(X) = 4$ ו- $V(X) = 3$.
 Y הינו משתנה מקרי חדש עבורו $Y = 7 - X$.
חשב את: $E(Y)$ ו- $V(Y)$.

ד. תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן):

1. הרווח ממניה א' הוא עם תוחלת של 5 ושונות 10. הרווח ממניה ב' הוא עם תוחלת של 4 ושונות 5. ידוע שההשקעות של שתי המניות בלתי תלויות זו בזו. מה התוחלת והשונות של הרווח הכולל מהשקעה בשתי המניות יחד?
2. בהמשך לשאלה 3 מפרק א' ומפרק ב' מסופר שהאדם חוזר על התהליך שסופר כל 7 ימות השבוע. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר המשחקים הכולל שישחק בשבוע?
3. X ו- Y הם משתנים בלתי תלויים, סטיית התקן של X היא 3. סטיית התקן של Y היא 4. מהי סטיית התקן של $X+Y$?

ה. התפלגויות מיוחדות:

התפלגות בינומית

1. במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את X להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.
 - א. מהי ההתפלגות של X ?
 - ב. מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?
 - ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?
 - ד. מה ההסתברות ששלושה יעבדו במדגם?
 - ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?
 - ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?
2. בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונת מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב- 20 ₪, בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקעה היא 0.9 בכל מכונה. מהמר נכנס לבית הימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.
 - א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?
 - ב. מה ההסתברות שיזכה בדיוק בשתי מכונות?
 - ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר כסף מה- 30 ₪ שהשקיע?
 - ד. מהן התוחלת וסטיית התקן של הרווח נטו של המהמר (הזכיות בניכוי ההשקעה)?
3. במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:

השכלה	נמוכה	תיכונית	תואר I	תואר II ומעלה
פרופורציה	0.1	0.6	0.2	0.1

- נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30 מהמדינה הנ"ל.
- א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?
 - ב. מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

4. במכללה מסוימת 20% מהסטודנטים גרים בת"א. מבין הסטודנטים שגרים בת"א 30% מגיעים ברכבם ומבין הסטודנטים שלא גרים בת"א 50% מגיעים ברכבם למכללה.
- א. השומר בשער המכללה בודק לכל סטודנט את תיקו בהיכנסו למכללה. מה ההסתברות שבקרב 5 סטודנטים שנבדקו ע"י השומר רק 1 מתוכם הגיע למכללה ברכבו.
- ב. בהמשך לסעיף הקודם מה ההסתברות שרוב הסטודנטים בקרב ה-5 הגיעו למכללה ברכבם.
5. 5% מקו היצור פגום. המוצרים נארזים בתוך קופסת קרטון. בכל קופסא 10 מוצרים שונים. הקופסאות נארזות בתוך מכולה. בכל מכולה 20 קופסאות.
- א. מה ההסתברות שבקופסא אקראית לפחות מוצר פגום אחד?
- ב. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הקופסאות במכולה בהן לפחות מוצר פגום אחד?

התפלגות גיאומטרית

1. צילום שמבוצע במכון הרנטגן "X-RAY" יתקבל תקין בהסתברות של 0.9. אדם נכנס למכון כדי להצטלם. הוא ייצא מהמכון רק כאשר יש בידו תצלום תקין.
 - א. מה ההסתברות שיצטלם בסך הכול 3 פעמים?
 - ב. מה ההסתברות שהצטלם יותר מ-4 פעמים?
 - ג. מה התוחלת ומה השונות של מספר הצילומים שייבצע?
 - ד. כל צילום עולה למכון 50 ₪. אדם משלם על צילום תקין 100 ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח המכון מאדם שהגיע להצטלם?
2. מטילים מטבע עד אשר מתקבלת התוצאה "עץ".
 - א. מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 10 פעמים?
 - ב. מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 5 פעמים אם ידוע שהמטבע הוטל לפחות 3 פעמים?
 - ג. אם ידוע שבשתי ההטלות הראשונות התקבלה התוצאה "פלי" מה ההסתברות שהאדם הטיל את המטבע 7 פעמים?
 - ד. מה תוחלת מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה "פלי"?
3. 30% מהמכוניות בארץ הן בצבע לבן. בכל יום נכנסות לחניון 10 מכוניות אקראיות.
 - א. מה ההסתברות שביום מסוים בדיוק מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?
 - ב. מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום עד שלראשונה מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?

התפלגות פואסונית

1. במוקד טלפוני מתקבלות פניות בקצב של 5 פניות לדקה. מספר הפניות בדקה מתפלג פואסונית.
 - א. מה ההסתברות שבדקה תתקבל פניה 1?
 - ב. מה ההסתברות שבדקה תתקבל לפחות פניה 1?
 - ג. מה ההסתברות שבדקה יתקבלו לכל היותר 2 פניות?
 - ד. מה שונות מספר הפניות בדקה?
2. מספר הטעויות לעמוד בעיתון מתפלג פואסונית עם ממוצע של 4 טעויות לעמוד. בחלק מסוים של עיתון ישנם 5 עמודים.
 - א. מה ההסתברות שבחלק זה בדיוק 18 טעויות?
 - ב. אם בדף הראשון אין טעויות, מה ההסתברות שבסך הכול בחלק ישנן 15 טעויות?
 - ג. אם בחלק של העיתון נמצאו בסך הכול 18 טעויות, מה ההסתברות ש-5 מהן בדף הראשון?
3. מספר תאונות הדרכים הקטלניות במדינת ישראל מתפלג פואסונית עם סטיית תקן של 2 תאונות לשבוע.
 - א. מה תוחלת מספר התאונות בשבוע?
 - ב. מהי ההסתברות שבחודש (הנח שבחודש יש 4 שבועות) יהיה בדיוק שבוע אחד בו יהיו 3 תאונות דרכים קטלניות?

התפלגות אחידה :

1. במשחק הלוטו 45 כדורים ממוספרים מ-1 ועד -45 . נתבונן במשתנה X המספר של הכדור הראשון שנשלף על ידי המכונה.
 - א. חשבו את $P(X = 2)$
 - ב. חשבו את $P(X \leq 30)$
 - ג. חשבו את $P(X > 4 | X \leq 10)$
 - ד. חשבו את $P(X = k)$

2. קוסם מבקש לבחור מספר שלם אקראי בין 1 ל-100. בהנחה שאין כאן מניפולציות של הקוסם.
 - א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של המספר שיבחר?
 - ב. הקוסם ביקש משישה אנשים לבחור מספר :
 1. מה ההסתברות ששלושה מהם יבחרו מספר הגדול מ 80?
 2. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום המספרים שהאנשים בחרו?

התפלגות היפרגאומטרית:

1. בכד 5 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים מוציאים באקראי שלושה כדורים מהכד.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו.
 - ב. חשבו את התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו. פעם מתוך פונקציית ההסתברות ופעם מתוך הנוסחאות להתפלגות היפרגאומטרית.
 - ג. מה הייתה התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים אם ההוצאה הייתה עם החזרה?

2. בחידון 10 שאלות משלושה תחומים שונים: 3 בתחום הספורט, 4 בתחום הבידור והיתר בתחום המדעים. משתתף בחידון שולף באקראי 4 שאלות. נגדיר את X להיות מספר השאלות מתחום הספורט שנשלפו.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות של X בנוסחא ולא בטבלה.
 - ב. מה התוחלת וסטיית התקן של X ?
 - ג. חשבו את ההסתברות הבאה: $P(X = 2 | X > 1)$

התפלגות בינומית שלילית :

1. בכד 4 כדורים שחורים ו-6 כדורים לבנים. אדם מוציא כדור באקראי פעם אחר פעם ומחזיר בין הוצאה להוצאה את הכדור. נסמן ב- X את מספר הכדורים שהוא הוציא עד אשר הוא קיבל 2 כדורים לבנים בסך הכול אך לא בהכרח ברצף.

א. חשבו את $P(X = 2)$

ב. חשבו את $P(X = 3)$

ג. חשבו את $P(X = 4)$

ד. חשבו את $P(X = k)$

2. הראה שההתפלגות הגאומטרית היא מקרה פרטי של ההתפלגות הבינומית השלילית.

3. מטילים מטבע שוב ושוב עד אשר מקבלים שלוש פעמים עץ בסך בכול.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר ההטלות הכולל.

ב. מהי התוחלת ומהי השונות של מספר ההטלות הכולל?

ג. חוזרים על התהליך שלעיל 5 פעמים. מה ההסתברות שפעמיים מתוך ה-5 חזרות נאלץ להטיל את המטבע בדיוק 4 פעמים?

ו. שאלות מסכמות:

1. נתון ש:

$$X \sim B(4, \frac{1}{2})$$

$$Y \sim B(10, \frac{1}{4})$$

א. חשב את התוחלת וסטיית התקן של X .

ב. $W = 2X - 4$, חשב את התוחלת וסטיית התקן של W .

ג. $T = X + Y$, חשב את התוחלת של T . האם ניתן לדעת מה סטיית התקן של T ?

2. ערן משחק בקזינו בשתי מכוונות הימורים. משחק אחד בכל מכוונה (במכוונה א' ובמכוונה

ב'). הסיכוי שלו לנצח במשחק במכוונה א' הינו 0.08 והסיכוי שלו לנצח רק במכוונה א'

הינו 0.05. הסיכוי שלו להפסיד בשני המשחקים ביום מסוים הוא 0.88.

א. מה הסיכוי שערן ינצח בשני המשחקים?

ב. מה התוחלת ומה השונות של מספר הניצחונות של ערן?

ג. אם ערן נכנס לקזינו 5 פעמים ובכל פעם שיחק את שני המשחקים, מה

ההסתברות שערן ינצח בשני המשחקים בדיוק פעם אחת מתוך חמשת הפעמים?

3. לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם

מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו

מהצרור כדי לא להשתמש בו שוב. נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.

א. בנה את פונקציית ההסתברות של X .

ב. חשב את התוחלת והשונות של X .

ג. כל ניסיון לפתוח הדלת אורך חצי דקה. מה התוחלת ומה השונות של הזמן

הכולל לפתיחת הדלת?

4. מספר התקלות בשידור "בערוץ 1" מתפלג פואסונית בקצב של 6 תקלות ביום.

א. מה ההסתברות שביום מסוים הייתה לפחות תקלה אחת?

ב. מה ההסתברות שבשבוע (7 ימי שידור) יהיו בדיוק 6 ימים בהם לפחות תקלה אחת?

ג. מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום ועד היום הראשון בו לפחות תהיה תקלה אחת?

5. בעל חנות גדולה בקניון שם לב ש-40% מהמוצרים בחנותו נרכשים עבור ילדים, 35% נרכשים עבור נשים ו-25% נרכשים עבור גברים. 10% מהמוצרים הנרכשים עבור ילדים הם מתוצרת חוץ, וכך גם 60% מהמוצרים הנרכשים עבור נשים ו-50% מאלה הנרכשים עבור גברים.

א. מה ההסתברות למכור בחנות זו מוצר מתוצרת חוץ?

ב. יהי X - מספר המוצרים שימכרו בחנות זו מפתיחתה ביום א' בבוקר, עד (וכולל) שלראשונה יימכר מוצר מתוצרת הארץ. מהי פונקציית

ההסתברות של X ?

ג. מהי תוחלת מס' המוצרים **מתוצרת חוץ** שימכרו, עד שלראשונה יימכר מוצר מתוצרת הארץ?

ד. ביום ב' נמכרו בחנות 7 מוצרים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם מתוצרת חוץ?

תשובות סופיות למשתנה המקרי הבדיד

פרק א' - פונקציות ההסתברות

שאלה 1

x	10	20	30
P(x)	0.25	0.25	0.5

שאלה 2

x	0	1	2
P(x)	0.05	0.20	0.75

שאלה 3

x	1	2	3	4
P(x)	0.3	0.21	0.147	0.343

שאלה 4

x	0	1	2	3
P(x)	0.006	0.092	0.398	0.504

פרק ב' - תוחלת, שונות וסטיית תקן

שאלה 1

תוחלת: 22.5

שונות: 68.75

סטיית תקן: 8.29

שאלה 2

תוחלת: 1.7

שונות: 0.31

סטיית תקן: 0.557

שאלה 3

תוחלת: 2.533

שונות: 1.535

סטיית תקן: 1.239

שאלה 4

תוחלת: 2.4

שונות: 0.46

סטיית תקן: 0.678

שאלה 5

א.

x	2	4	6	8
P(x)	0.4	0.3	0.1	0.2

ב. תשובה: 5.16

פרק ג' - טרנספורמציה לינארית (תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

שאלה 1

תוחלת: 7.5

שונות: 68.75

שאלה 2

תוחלת: 6.8

שונות: 4.96

שאלה 3

תוחלת: 15.066

שונות: 6.14

שאלה 4

תוחלת: 9

שונות: 46

שאלה 5

תוחלת: 13.2

סטיית תקן: 5.5

שאלה 6

תוחלת: 3

שונות: 3

פרק ד' - תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
תוחלת: 9	תוחלת: 17.731
שונות: 15	סטיית תקן: 3.28
<u>שאלה 3</u>	
תשובה: 5	

פרק ה' - התפלגויות מיוחדות

התפלגות בינומית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $X \sim B(5, 0.1)$	א. תשובה: 0.5314
ב. תשובה: 0.32805	ב. תשובה: 0.0984
ג. תשובה: 0.59049	ג. תשובה: 0.1143
ד. תשובה: 0.0729	ד. תוחלת: -18
ה. תשובה: 0.40954	סטיית תקן: 14.697
ו. תוחלת: 0.5	
שונות: 0.45	

<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.1789	א. תשובה: 0.1956
ב. תשובה: 2	ב. תשובה: 0.4506

<u>שאלה 5</u>
א. תשובה: 0.401
ב. תוחלת: 8.025
סטיית תקן: 2.193

התפלגות גיאומטרית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.009	א. תשובה: 0.001
ב. תשובה: 0.0001	ב. תשובה: 0.875
ג. תוחלת: 1.111	ג. תשובה: 0.03125
שונות: 0.1234	ד. תשובה: 1
ד. תוחלת: 44.4	
שונות: 308.5	
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 0.1029	
ב. תשובה: 9.72	

התפלגות פואסוניתשאלה 1

א. תשובה: 0.0337

ב. תשובה: 0.9933

ג. תשובה: 0.1246

ד. תשובה: 5

שאלה 3

א. תשובה: 4

ב. תשובה: 0.4077

התפלגות אחידהשאלה 1א. תשובה: $\frac{1}{45}$ ב. תשובה: $\frac{30}{45}$

ג. תשובה: 0.6

שאלה 2

א. תשובה: 0.084

ב. תשובה: 0.099

ג. תשובה: 0.151

שאלה 2

א. תוחלת: 50.5

סטיית התקן: 28.87

ב. 1. תשובה: 0.08192

ב. 2 תוחלת: 303 סטיית תקן: 70.71

התפלגות הפרגאומטריתשאלה 1ב. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{5}{9}$ ג. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{20}{27}$ שאלה 2

ב. תוחלת: 1.5

סטיית תקן: 0.748

ג. תשובה: 0.9

התפלגות בינומית שליליתשאלה 1

א. תשובה: 0.36

ב. תשובה: 0.288

שאלה 3

ב. תוחלת: 6 שונות: 6

ג. תשובה: 0.1886

פרק ו' - שאלות מסכמות**שאלה 1**

א. תוחלת: 2

סטיית תקן: 1

ב. תוחלת: 0

סטיית תקן: 2

ג. תוחלת: 4.5

סטיית תקן: לא ניתן

שאלה 3

א.

5	4	3	2	1	x
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	P(x)

ב. תוחלת: 3

שונות: 2

ג. תוחלת: 1.5

שונות: 1/2

שאלה 5

א. תשובה: 0.375

ג. תשובה: 0.6

ד. תשובה: 0.282

שאלה 2

א. תשובה: 0.01

ב. תוחלת: 0.13

שונות: 0.1331

ג. תשובה: 0.048

שאלה 4

א. תשובה: 0.9975

ב. תשובה: 0.0172

ג. תשובה: 1.0025

פרק רביעי - התפלגות נורמלית

1. הגובה של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 170 ס"מ וסטית תקן של 10 ס"מ.
 - א. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-182.4 ס"מ?
 - ב. מה אחוז האנשים שגובהם מעל 190 ס"מ?
 - ג. מה אחוז האנשים שגובהם בדיוק 173.6 ס"מ?
 - ד. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-170 ס"מ?
 - ה. מה אחוז האנשים שגובהם לכל היותר 170 ס"מ?

2. המשקל של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטית תקן של 8 ק"ג.
 - א. מה אחוז האנשים שמשקלם נמוך מ-55 ק"ג?
 - ב. מהי פרופורציית האנשים באוכלוסייה שמשקלם לפחות 50 ק"ג?
 - ג. מהי השכיחות היחסית של האנשים באוכלוסייה שמשקלם בין 60 ל-70 ק"ג?
 - ד. לאיזה חלק מהאוכלוסייה משקל הסוטה מהמשקל הממוצע בלא יותר מ-4 ק"ג?
 - ה. מה אחוז האנשים באוכלוסייה הזו ששוקלים מתחת ל-140 ק"ג?

3. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלג נורמלית עם ממוצע 100 ושונויות 225.
 - א. מה העשירון העליון של הציונים במבחן האינטליגנציה?
 - ב. מה העשירון התחתון של ההתפלגות?
 - ג. מהו הציון ש-20% מהנבחנים מקבלים מעליו?
 - ד. מהו האחוזון ה-20?
 - ה. מה הרבעון התחתון?

4. אורך חיים של מכשיר מתפלג נורמלית. ידוע שמחצית מהמכשירים חיים פחות מ-500 שעות, כמו כן ידוע ש-67% מהמכשירים חיים פחות מ-544 שעות.
 - א. מהו ממוצע אורך חיי מכשיר?
 - ב. מהי סטית בתקן של אורך חיי מכשיר?
 - ג. מה הסיכוי שמכשיר אקראי יחיה פחות מ-460 שעות?
 - ד. מהו המאיון העליון של אורך חיי מכשיר?
 - ה. 1% מהמכשירים בעלי אורך החיים הקצר ביותר נשלח למעבדה לבדיקה מעמיקה. מהו אורך החיים המקסימלי לשליחת מכשיר למעבדה?

5. הזמן שלוקח לאדם להגיע לעבודתו מתפלג נורמלית עם ממוצע של 40 דקות וסטית תקן של 5 דקות.
- א. מה ההסתברות שמשך הנסיעה של האדם לעבודתו יהיה לפחות שלושת רבעי השעה?
- ב. אדם יצא לעבודתו בשעה 08:10 מביתו. הוא צריך להגיע לעבודתו בשעה 09:00. מה הסיכוי שיאחר לעבודתו?
- ג. אם ידוע שזמן נסיעתו לעבודה היה יותר משלושת רבעי השעה. מה ההסתברות שזמן הנסיעה הכולל יהיה פחות מ- 50 דקות?
- ד. מה הסיכוי שבשבוע (חמישה ימי עבודה) בדיוק פעם אחת יהיה זמן הנסיעה לפחות שלושת רבעי השעה?
6. ההוצאה החודשית לבית אב בעיר "טרירה" מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 2000 דולר וסטית תקן של 300 דולר. בחרו באקראי 5 בתי אב. ההסתברות שלפחות אחד מהם מוציא בחודש מעל ל- T דולר היא 0.98976.
- א. מה ערכו של T.
- ב. מה הסיכוי שההוצאה החודשית של בית אב בעיר תהיה לפחות סטיית תקן אחת מעל T?
- ג. אם זוז שווה ל \$ 2, מצא את סטית התקן של ההוצאה החודשית לבית אב בזוים.

תשובות סופיות התפלגות נורמלית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. 89.25%	א. 26.43%
ב. 2.28%	ב. 89.44%
ג. 0	ג. 39.44%
ד. 50%	ד. 0.383
ה. 50%	ה. 100%
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 119.23	א. 500
ב. 80.77	ב. 100
ג. 112.63	ג. 0.3446
ד. 87.37	ד. 732.6
ה. 89.89	ה. 267.4
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. 0.1587	א. 1924.1
ב. 0.0228	ב. 0.2266
ג. 0.8563	ג. 600
ד. 0.3975	

פרק חמישי - רגרסיה ליניארית

מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי (כולל רגרסיה לינארית

פשוטה):

1. להלן נתונים לגבי חמישה תלמידים שנגשו למבחן אמצע סמסטר ולמבחן סוף סמסטר:

ציון אמצע סמסטר	7	6	7	8	8
ציון סוף סמסטר	8	7	7	9	10

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על הקשר בין ציון אמצע סמסטר לבין ציון סוף סמסטר?
- ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?

2. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{20} Y_i &= 200 & \sum_{i=1}^{20} X_i &= 240 \\ \sum_{i=1}^{20} Y_i^2 &= 2080 & \sum_{i=1}^{20} X_i^2 &= 2960 \\ \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i &= 2464\end{aligned}$$

- א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y .
- ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה.
- ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?
3. נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות למוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪.

במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}S_y &= 5 & S_x &= 2 \\ \bar{Y} &= 8 & \bar{X} &= 14 \\ COV(X, Y) &= 7.5\end{aligned}$$

- א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
- ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
- ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?
- ד. איזה אחוז משוונות ההכנסה מוסבר באמצעות ההשכלה של האדם?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

4. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק:
- א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ש. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ $S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- ג. אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
- ד. אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 1.
- ה. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

פתרונות**מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. א.	א. 0.8
ב. 0.871	ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$
	ג. 12.4
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.75	א. נכון
ב. 4.25 אלפי ש"ח	ב. לא נכון
ג. 14.6 שנים	ג. לא נכון
ד. 56.25%	ד. נכון
	ה. נכון

פרק שישי - התפלגות הדגימה

א. התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

1. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה בישוב מסוים:

מספר המקלטים	מספר המשפחות
0	500
1	2500
2	3500
3	3000
4	500
סך הכול $N = 10000$	

נגדיר את x להיות מספר המקלטים של משפחה אקראית.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של x .
- ב. חשבו את התוחלת, השונות וסטיית התקן של x .
- ג. אם נדגום 4 משפחות מהישוב מה תהיה התוחלת, מהי השונות ומהי סטיית התקן של ממוצע המדגם?

2. אם נטיל קובייה פעמיים ונתבונן בממוצע התוצאות שיתקבלו, מה תהיה התוחלת ומה תהיה סטיית התקן של ממוצע זה?

3. משקל תינוק ביום היוולדו מתפלג נורמאלית עם ממוצע 3400 גרם וסטיית תקן של 400 גרם.

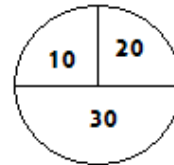
א. מה ההסתברות שתינוק אקראי בעת הלידה ישקול פחות מ-3800 גרם?

נתון שביום מסוים נולדו 4 תינוקות.

- ב. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע שלהם יעלה על 4 ק"ג?
- ג. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה מתחת ל-2.5 ק"ג?
- ד. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה רחוק מהתוחלת בלא יותר מ-50 גרם?

4. הזמן הממוצע שלוקח לאדם להגיע לעבודתו 30 דקות עם שונות של 16 דקות רבועיות. האדם נוסע לעבודה במשך שבוע 5 פעמים. לצורך פתרון הניחו שזמן הנסיעה לעבודה מתפלג נורמאלי.
- א. מה ההסתברות שבמשך שבוע משך הנסיעה הממוצע יהיה מעל 33 דקות?
- ב. מהו הזמן שבהסתברות של 90% ממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה פחות ממנו?
- ג. מה ההסתברות שממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה מרוחק מ-30 דקות בלפחות 2 דקות?
5. נפח היין בבקבוק מתפלג נורמאלי עם תוחלת של 750 סמ"ק וסטיית תקן של 10 סמ"ק.
- א. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה בדיוק 755 סמ"ק?
- ב. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה יותר מ-755 סמ"ק?
- ג. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה לפחות 755 סמ"ק?
- ד. בקבוקי היין שבארגז נמזגים לקערה עם קיבולת של שלושה ליטר. מה ההסתברות שהיין יגלוש מהקערה?
6. משתנה מתפלג נורמאלי עם תוחלת 80 וסטיית תקן 4.
- א. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה כאשר גודל המדגם הוא 9?
- ב. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה שגודל המדגם הוא 16?
- ג. הסבר את ההבדל בתשובות של שני הסעיפים.

7. בקזינו ישנה רולטה. על הרולטה רשומים המס' הבאים כמוראה בשרטוט :



- אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה.
- א. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.
- ב. מה התוחלת ומה השונות של סכום הזכייה?
- ג. אם האדם ישחק את המשחק 5 פעמים מה התוחלת ומה השונות של ממוצע סכום הזכייה בחמשת המשחקים?
- ד. אם האדם משחק את המשחק 50 פעם מה ההסתברות שבסה"כ יזכה ב-1050 ₪ ומעלה?
8. לפי הערכות הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה השכר הממוצע במשק הוא 8000 ₪ עם סטיית תקן של 3000 ₪. מה ההסתברות שבמדגם מקרי של 100 עובדים השכר הממוצע יהיה יותר מ-8500 ₪?
9. מטילים קובייה 50 פעמים בכל פעם מתבוננים בתוצאה של הקובייה. מה ההסתברות שהממוצע של התוצאות יהיה לפחות 3.72 ב-50 ההטלות?
10. אורך צינור שמפעל מייצר הינו עם ממוצע של 70 ס"מ וסטיית תקן של 10 ס"מ
- א. נלקחו באקראי 100 מוטות, מה ההסתברות שממוצע אורך המוטות יהיה בין 68 ל 78 ס"מ?
- ב. יש לחבר 2 בניינים באמצעות מוטות. המרחק בין שני הבניינים הינו 7200 ס"מ. מה ההסתברות ש 100 המוטות יספיקו למלאכה?
- ג. מה צריך להיות גודל המדגם המינימאלי, כדי שבהסתברות של 5% ממוצע המדגם יהיה קטן מ-69 ס"מ. העזר במשפט הגבול המרכזי.

ב. התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

1. נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.
 - א. מה ההסתברות שלושה מהם אקדמאים?
 - ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמאי?
 - ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?
2. הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת בחורף מוערך ב-0.4. נדגמו 30 מבוגרים אקראיים.
 - א. חשבו את הסיכוי שבדיוק 15 יחלו בשפעת (1) לפי ההתפלגות הבינומית ; (2) לפי הקירוב הנורמאלי.
 - ב. חשבו את הסיכוי לכל היותר 14 יחלו בשפעת.
 - ג. חשבו את הסיכוי שלפחות 11 יחלו בשפעת.
3. במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מקו הייצור.
 - א. מה ההסתברות שנדגמו לכל היותר 6 מוצרים פגומים?
 - ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?
 - ג. מה ההסתברות שיהיו בדיוק 11 פגומים?
4. ציוני פסיכומטרי בקרב הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמאלי עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקראיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?
5. במדינה יש 10% של אבטלה. נדגמו באקראי 140 אנשים מהמדינה.
 - א. מה התוחלת ומהי השונות של פרופורציות המובטלים שנדגמו?
 - ב. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 10% יהיו מובטלים?
 - ג. מה ההסתברות שלכל היותר 9% מהמדגם יהיו מובטלים?
6. נניח ש-30% מהאוכלוסייה תומכת בהצעת חוק מסוימת. אם נדגום מהאוכלוסייה 200 איש. חשבו את ההסתברויות הבאות :
 - א. לפחות 35% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ב. לכל היותר 25% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 - ג. יותר מ – 27% יתמכו בהצעת החוק במדגם.

תשובות סופיות - התפלגות הדגימה

פרק א' - התפלגות ממוצע מדגם ומשפט הגבול המרכזי

שאלה 1

א.

$$E(\bar{X}) = 3.5$$

$$\sigma(\bar{X}) = 1.208$$

4	3	2	1	0	x
0.05	0.3	0.35	0.25	0.05	P(x)

ב. $\sigma = 0.973 \quad \sigma^2 = 0.9475 \quad \mu = 2.05$

ג. $V(\bar{X}) = 0.237 \quad E(\bar{X}) = 2.05$

$\sigma(\bar{X}) = 0.487$

שאלה 3

א. 0.8413

ב. 0.0013

ג. 0

ד. 0.1974

שאלה 4

א. 0.0465

ב. 32.29

ג. 0.2628

שאלה 5

א. 0

ב. 0.1587

ג. 0.1587

ד. 0.5

שאלה 6

א. 0.5468

ב. 0.6826

שאלה 7

א.

30	20	10	
0.5	0.25	0.25	P(x)

0.0475

ב. התוחלת: 22.5

השונות: 68.75

שאלה 8

ג. התוחלת: 22.5

השונות: 13.75

ד. 0.8997

שאלה 10

א. 0.9772

ב. 0.0228

ג. 271

שאלה 9

0.1814

פרק ב' - התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

שאלה 2

א. 0.0783 (1) ; 0.0794 (2)

ב. 0.8238

ג. 0.7123

שאלה 1

א. 0.201

ב. 0.3758

ג. התוחלת: 2

סטיית התקן: 1.2649

שאלה 4

0.1611

שאלה 3

א. 0.121

ב. 0.6915

ג. 0.124

שאלה 6

א. 0.0618

ב. 0.0618

ג. 0.8238

שאלה 5

א. התוחלת: 0.1

השונות: 0.00064

ב. 0.5

ג. 0.3446

פרק שביעי - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו :
168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
- א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
- ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
- ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן

$$\text{התוצאות שהתקבלו : } \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

- א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
- א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
- ד. מהי טעות התקן של האומד?

2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את :
 - א. ממוצע המדגם.
 - ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
 - ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.
5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 4.7, 5.2, 4.6, 5.3. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלי. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.
3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומד לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?
2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%, 79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.
 - א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?
3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.
4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.
5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן * ייתכן שפרק זה אינו בחומר הלימוד שלכם.

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 4.5, 4.6, 5.2, 4.7. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסיה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלי:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים * ייתכן שפרק זה אינו בחומר הלימוד שלכם.
ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות - רווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ג. 177.9	א. 8.1
ד. 64.1	ב. 3.16
ה. 0.4	

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $223.42 < \mu < 236.58$	א. 102
ב. $222.16 < \mu < 237.84$	ב. 3
ד. 4	ג. 0.9544
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 139	א. $3.58 < \mu < 4.42$
ב. $21 < \mu < 25$	ב. יקטן פי 2
	ג. גדל
<u>שאלה 5</u>	
780	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$4.39 < \mu < 5.51$	א. $96.63 < \mu < 107.37$
	ב. $96.90 < \mu < 107.10$
<u>שאלה 3</u>	
$3.149 < \mu < 3.351$	

פרק ג' - רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$ ב. 2.29% ג. יגדל	א. 104 ב. 0.9774
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423 ב. 271	א. $22.5\% < p < 30.9\%$ ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' - רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$ ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' - רווח סמך להפרשים**הפרשי פרופורציות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%) ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772) ב. (6467, 7133)

פרק שמיני - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.

א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?

ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?

3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.

2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$

האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות * ייתכן שפרק זה אינו בחומר הלימוד שלכם

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדוק ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.

2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים. האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100. אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	$\bar{x}$
72	80	$\hat{S}$
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים בממוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	590	500	390	670	640	420	470	506
אחרי	580	520	510	680	610	430	540	570

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות * ייתכן שפרק זה אינו בחומר הלימוד שלכם

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע 171 וסטיית תקן מדגמית 23.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.
- ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונויות * ייתכן שפרק זה אינו בחומר הלימוד שלכם

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונויות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה- 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה- 118.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.
- ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית - מובהקות התוצאה - P-VALUE - $\alpha_{\min}$

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם כיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות:

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.
א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוהה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6%?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהיה 5%?

3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
א. נניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?

4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודדים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.
- א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .
- ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.
- ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.

ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסיה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות :

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא : (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות :

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

תשובות סופיות - בדיקת השערות

פרק א' - בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' - בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ג' - בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נדחה H_0
	ב. נדחה H_0

פרק ד' - בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' - בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' - בדיקת השערות על שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	א. נדחה H_0

פרק ז' - בדיקת השערות לשתי שוניות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ח' - מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ט' - טעויות ועוצמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. נדחה H_0	ב. 0.8051
ג. 1	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.4404	0.1446

פרק י' - הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64,114.56)	(-0.241,0.041)

פרק תשיעי - ניתוח שונות חד כיוונית

רקע תיאורטי:

ניתוח שונות (חד כיוונית) הוא מבחן להשוואת תוחלות ($\mu_1, \dots, \mu_k$) של k אוכלוסיות שונות.

ולכן בניתוח שונות השערות המחקר הן:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (\text{התוחלות של כל האוכלוסיות שוות})$$

$$H_1: \quad \text{אחרת} \quad (\text{לפחות שתיים מהתוחלות שונות})$$

ההנחות הדרושות לביצוע התהליך הן:

1. בכל אוכלוסייה מתוך k האוכלוסיות ההתפלגות נורמלית.

2. כל האוכלוסיות הן עם אותה שונות σ^2 .

3. המדגמים בלתי תלויים זה בזה.

ישנו משתנה המבדיל בין הקבוצות השונות, הוא המשתנה הבלתי תלוי הנקרא גורם (factor)

משתנה זה הוא קטגוריאל עם k רמות (levels).

כדי לבצע את התהליך יש לבצע מדגם מכל אוכלוסייה:

נסמן ב- n_i את גודל המדגם בקבוצה i .

$$n = \sum_{i=1}^k n_i \quad \text{- מספר התצפיות סך הכול (בכל המדגמים)}$$

$$\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_k \quad \text{- ממוצע המדגם הראשון, ..., ממוצע המדגם ה-} k \text{-י.}$$

$$\bar{X} \quad \text{- ממוצע כללי (של כל המדגמים).}$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^k n_i [\bar{X}_i - \bar{X}]^2 \quad \text{סכום ריבועים בין הקבוצות}$$

$$SS_W = \sum_{i=1}^k [n_i - 1] \cdot \hat{S}_i^2 \quad \text{סכום ריבועים בתוך הקבוצות}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} [X_{ij} - \bar{X}]^2 \quad \text{סכום ריבועים כללי:}$$

$$SST = SSB + SSW$$

www.GooL.co.il לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל-

כתב ופתר - ברק קנדל ©

יש למלא את טבלת ניתוח השונות הבאה :

טבלת ניתוח שונות

מקור השונות	סכום הריבועים SS	דרגות חופש df	ממוצע הריבועים MS	F
B-בין הקבוצות	SSB	k - 1	$\frac{SSB}{k-1}$	$\frac{MSB}{MSW}$
W-בתוך הקבוצות	SSW	n - k	$\frac{SSW}{n-k}$	
T-סה"כ	SST	n - 1		

$$F = \frac{SS_B / (k-1)}{SS_W / (n-k)} \sim F(k-1, n-k)$$

$$F > F_{(k-1), (n-k); 1-\alpha} : H_0 \text{ איזור דחיית}$$

תרגילים:

1. מחקר מעוניין להשוות בין שלוש תרופות לשיכוך כאבים במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין התרופות מבחינת הזמן בדקות שלוקח עד שהתרופה משפיעה.
לצורך הבדיקה נלקחו 15 אנשים שסובלים מכאבי ראש. אנשים אלה חולקו באקראי לשלוש : קבוצה 1 קיבלה "אקמול" קבוצה 2 קיבלה "אופטלגין" קבוצה 3 קיבלה "נורופן".
כל אדם במחקר מסר את מספר הדקות עד שהתרופה השפיעה עליו.
א. מהו המשתנה התלוי ומהו המשתנה הבלתי תלוי במחקר? מהו ה"גורם" וכמה רמות יש לו?
ב. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים כאן? רשמו את ההשערות.
ג. מה הן ההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן הסטטיסטי שהצעת בסעיף הקודם?

2. בעיר מסוימת שלושה בתי ספר תיכון. ראש העיר התעניין לבדוק האם קיים הבדל בהצלחה של בתי הספר במקצוע מתמטיקה. לצורך כך הוא דגם מספר תלמידים שנבחנו במבחן הבגרות במתמטיקה ברמה של 3 יחידות בעירו ובדק עבור כל תלמיד מה ציון הבגרות שלו במתמטיקה.
להלן הציונים שהתקבלו:

בית הספר	"המתמיד"	"רבין"	"הס"
	78	98	85
	65	62	83
	70	55	74
	90	80	85
	56		75

- א. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים? רשמו את ההשערות ואת ההנחות של המבחן.
- ב. מהו גודל המדגם? מהו המשתנה הבלתי תלוי (FACTOR) כמה רמות יש לו?
- ג. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים בכל אחד מהמדגמים.
- ד. מלאו את טבלת ANOVA.
- ה. רשמו את כלל ההכרעה למבחן שהוצע בסעיף א ברמת מובהקות של 5%.
- ו. האם קיים הבדל בין בתי הספר בעיר מבחינת רמת הצלחת התלמידים במקצוע המתמטיקה? ענה על סמך הסעיפים הקודמים.

3. מעוניינים לבדוק האם יש הבדל בהשפעה של שיטות טפול שונות על לחץ הדם הסיסטולי (SBP) באוכלוסייה של קשישים. נבדקו 4 שיטות שונות. בטבלה המצורפת מרוכזים ממצאי המחקר.

השיטה	A	B	C	D
גודל המדגם	12	14	8	12
הממוצע	178	172	180	182
סטיית התקן	4	8	5	3

א. רשמו את השערות המחקר וההנחות הדרושות כדי לבצע את המבחן המתאים.

ב. מה מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 5%?

ג. האם יש צורך לבצע השוואות מרובות?

4. שלושה אופים נתבקשו להכין עוגת שוקולד. לכל אופה בדקו את משך זמן ההכנה בדקות. כל אופה נדרש לאפות בכל יום 4 עוגות.

האופה	ניר	מוזס	שלום
סכום הזמנים	206	212	182
סכום ריבועי הזמנים	10644	11250	8982

האם קיים הבדל בין האופים מבחינת תוחלת זמני ההכנה של העוגות? בדקו ברמת מובהקות של 5%.

5. להלן טבלת ניתוח שונות חד כיוונית. במחקר בחנו 4 סוגי סוללות. רצו לבדוק האם לסוג הסוללה השפעה על תוחלת אורך החיים שלה. הפעילו את כל הסוללות על אותו מכשיר ובדקו את אורך החיים של כל סוללה בשעות.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	10.317	3	3.439	1.361	.279
Within Groups	60.648	24	2.527		
Total	70.964	27			

מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%? רשמו את ההשערות וההנחות הדרושות.

6. להלן טבלת ANOVA בטבלה הושמטו חלקים. השלם את החלקים בטבלה שהושמטו ומסומנים באותיות.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	357.450	ב	ג	ה	.000
Within Groups	א	17	ד		
Total	522.950	19			

7. חברת תרופות לקחה 15 אנשים ברמת בריאות דומה. החברה חילקה את האנשים ל שלוש קבוצות שוות בגודלן. לכל קבוצה ניתנה אותה תרופה במינון שונה (dosage). המינונים שניתנו הם: 10 מ"ג, 20 מ"ג ו- 30 מ"ג. לאחר שעה מזמן לקיחת התרופה נבדק קצב פעימות הלב של כל אדם (pulse).
הנתונים הוזנו לתוכנה סטטיסטית והתקבלו התוצאות הבאות:

ANOVA

pulse

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	414.400	2	207.200	19.733	.000
Within Groups	126.000	12	10.500		
Total	540.400	14			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

pulse
TukeyHSD

(I) dosage	(J) dosage	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
10.00	20.00	3.20000	2.04939	.299	-2.2675	8.6675
	30.00	12.40000*	2.04939	.000	6.9325	17.8675
20.00	10.00	-3.20000	2.04939	.299	-8.6675	2.2675
	30.00	9.20000*	2.04939	.002	3.7325	14.6675
30.00	10.00	-12.40000*	2.04939	.000	-17.8675	-6.9325
	20.00	-9.20000*	2.04939	.002	-14.6675	-3.7325

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Homogeneous Subsets

pulse

Tukey HSD^a

dosage	N	Subset for alpha = 0.05	
		1	2
30.00	5	71.0000	
20.00	5		80.2000
10.00	5		83.4000
Sig.		1.000	.299

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 5.000.

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין המינונים השונים מבחינת תוחלת הדופק של האנשים? רשמו את ההשערות וההנחות הדרושות לצורך פתרון.
- ב. הסבירו ללא חישוב כיצד הייתה משתנה התשובה לסעיף הקודם אם הינו מעלים את הדופק של כל התצפיות במחקר ב- 2.
- ג. האם יש צורך במחקר בהשוואת מרובות. נמק!
- ד. לטבלת ה ANOVA צורפו טבלאות של השוואות מרובות בשיטה הנקראת "טוקי". ברמת בטחון של 95% מה הם הממצאים לפי שיטה זו?

8. בעיר מסוימת רצו לבדוק האם קיים הבדל ברמה של התלמידים בין בתי הספר השונים בעיר. ביצעו מדגם מכל בית ספר ונתנו מבחן זהה לכל הנדגמים. לאחר מכן ריכזו את הנתונים בתוכנה סטטיסטית והפעילו ניתוח שונות. מצורפים הפלטים שהתקבלו.
- ענו על הסעיפים הבאים:
- א. כמה בתי ספר יש בעיר?
- ב. כמה תלמידים השתתפו בסך הכול במחקר?
- ג. האם קיים הבדל בין בתי הספר בעיר מבחינה רמת הציונים? בדקו ברמת מובהקות של 1%
- ד. בביטחון של 95% אילו בתי ספר שונים זה מזה ברמת התלמידים? נמקו והסבירו.

Oneway

ANOVA

grade					
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	7799.600	4	1949.900	13.586	.000
Within Groups	2870.400	20	143.520		
Total	10670.000	24			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

grade

Scheffe

(I) school	(J) school	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	5.40000	7.57681	.971	-20.2543	31.0543
	3.00	36.80000*	7.57681	.003	11.1457	62.4543
	4.00	36.40000*	7.57681	.003	10.7457	62.0543
	5.00	-2.60000	7.57681	.998	-28.2543	23.0543
2.00	1.00	-5.40000	7.57681	.971	-31.0543	20.2543
	3.00	31.40000*	7.57681	.011	5.7457	57.0543
	4.00	31.00000*	7.57681	.013	5.3457	56.6543
	5.00	-8.00000	7.57681	.888	-33.6543	17.6543
3.00	1.00	-36.80000*	7.57681	.003	-62.4543	-11.1457
	2.00	-31.40000*	7.57681	.011	-57.0543	-5.7457
	4.00	-.40000	7.57681	1.000	-26.0543	25.2543
	5.00	-39.40000*	7.57681	.001	-65.0543	-13.7457
4.00	1.00	-36.40000*	7.57681	.003	-62.0543	-10.7457
	2.00	-31.00000*	7.57681	.013	-56.6543	-5.3457
	3.00	.40000	7.57681	1.000	-25.2543	26.0543
	5.00	-39.00000*	7.57681	.001	-64.6543	-13.3457
5.00	1.00	2.60000	7.57681	.998	-23.0543	28.2543
	2.00	8.00000	7.57681	.888	-17.6543	33.6543
	3.00	39.40000*	7.57681	.001	13.7457	65.0543
	4.00	39.00000*	7.57681	.001	13.3457	64.6543

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Homogeneous Subsets

grade

Scheffe^a

school	N	Subset for alpha = 0.05	
		1	2
3.00	5	45.0000	
4.00	5	45.4000	
2.00	5		76.4000
1.00	5		81.8000
5.00	5		84.4000
Sig.		1.000	.888

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 5.000.

פתרונות סופיים חלקיים - ניתוח שונות חד כיוונית

2. אם חישבת נכון ה F הסטטיסטי יוצא: 0.58

3. נדחה את השערת האפס.

4. להלן טבלת הניתוח השונות המתקבלת:

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Between Groups	126.000	2	63.000	.756
Within Groups	750.000	9	83.333	
Total	876.000	11		

5. נקבל את השערת האפס.

6. א. 165.5 ב. 2 ג. 178.725 ד. 9.375 ה. 18.36

7. א. נדחה את השערת האפס. ב. לא משתנה. ג. כן

8. א. 5 ב. 25 ג. כן