

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס מבוא לסטטיסטיקה והסתברות א'.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,
המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את
התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

**הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה ליחצו כאן.**

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים
שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים
להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם
לחויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר
www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התרגול...

תוכן

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית - עמ' 5

סיווג משתנים (סולמות מדידה וסוגי משתנים)

הצגת נתונים (טבלאות וגרפים)

הצגת נתונים

מדדי מיקום מרכזי

מדדי פיזור

מדדי מיקום יחסי

ממוצע משוקלל ושונות מצורפת

טרנספורמציה לינארית

שאלות מסכמות

תשובות סופיות

פרק 2 - מדדי קשר - עמ' 29

מדדי קשר למשתנים שמיים

מדד הקשר של ספירמן

מדד הקשר של פירסון

תשובות סופיות

* תשומת ליבכם, כי מדד הקשר הלינארי קיים בוודאות בחומר הלימוד שלכם, היתר לא ברור.

פרק 3 - יסודות ההסתברות - עמ' 34

בעיות בסיסיות בהסתברות

פעולות בין מאורעות

קומבינטוריקה

הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

תלות בין מאורעות

שאלות מסכמות

תשובות סופיות

פרק 4 - המשתנה המיקרי הבדיד - עמ' 48

פונקציית ההסתברות

תוחלת, שונות וסטיית תקן

טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן)

תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים

ההתפלגות הבינומית

ההתפלגות הגיאומטרית

ההתפלגות הפואסונית

התפלגות אחידה
התפלגות היפרגאומטרית
התפלגות בינומית שלילית
שאלות מסכמות
תשובות סופיות

פרק 5 - המשתנה הדו-מימדי הבדיד - עמ' 65

תרגילים שונים
תשובות סופיות

פרק 6 - המשתנה הרציף (שימוש באינטגרלים) - עמ' 69

פרק 7 - המשתנה המקרי הרציף - עמ' 74

פונקציית הצפיפות וההתפלגות המצטברת ההתפלגות הנורמלית
ההתפלגות האחידה
ההתפלגות המעריכית
תשובות סופיות

פרק 8 - התפלגות הדגימה - עמ' 81

התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי
התפלגות מספר ההצלחות במדגם, פרופורציות ההצלחות במדגם, קירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית
תשובות סופיות

פרק 9 - רווחי סמך - עמ' 87

אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)
רווח סמך לתוחלת (שונות ידועה/שונות לא ידועה)
רווח סמך לפרופורציה
רווח סמך לשונות וסטיית תקן
רווח סמך להפרשים (הפרשי פרופורציות, הפרשי תוחלות)
תשובות סופיות

פרק 10 - בדיקת השערות כללית, טעויות ועוצמה - עמ' 94

טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית
תשובות סופיות

פרק 11 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים - עמ' 97

בדיקת השערות על תוחלת
 בדיקת השערות פרופורציה
 בדיקת השערות הפרש פרופורציות
 בדיקת השערות הפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים
 בדיקת השערות במדגמים מזווגים
 בדיקת השערות על שונות
 בדיקת השערות שתי שונויות
 הגישה המעשית-מובהקות התוצאה p-value
 טעויות ועוצמה
 הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות
 תשובות סופיות

פרק 12 - מבחני חי בריבוע - עמ' 110

מבחן טיב התאמה
 מבחן לאי תלות
 תשובות סופיות

פרק 13 - תרגול שאלות אמריקאיות על כל החומר - עמ' 113

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית

א. סיווג משתנים :

רקע:

סטטיסטיקה תיאורית הוא ענף בו לומדים כיצד לאסוף נתונים, להציג אותם ולנתח אותם. בסטטיסטיקה תיאורית אנו פונים לקבוצה מסוימת. באותה קבוצה אנו אוספים נתונים על הישויות באותה קבוצה.

משתנה – תכונה שיכולה לקבל מספר ערכים : דעה פוליטית, מקום מגורים, גובה של אדם וכדומה.

חלוקה אחת של המשתנים הנמדדים היא לפי סולמות מדידה :

מיון משתנים לפי סולמות המדידה :

1. **סולם שמי** (נומינאלי) – משתנה שלערכיו יש משמעות רק מבחינת הזהות ואין עניין של יותר או פחות לדוגמה : מצב משפחתי רווק/נשוי/אלמן/גרש ; אזור מגורים. משתנה דיכוטומי (הינו מסולם שמי) אותם משתנים שיש להם רק שני ערכים אפשריות זכר/נקבה. מעשן/לא מעשן.
2. **סולם סדר** (אורדינאלי) – כאשר לערכים של המשתנה בנוסף לשם ישנה גם משמעות לסדר אבל אין משמעות לגודל ההפרש. למשל, דרגה בצבא.
3. **סולם רווחים** (אינטרוואלי) – משתנה שלערכים שלו בנוסף לשם ולסדר בניהם יש משמעות לרווחים בין הערכים אבל אין משמעות ליחס בין הערכים. למשל, קומה בבניין. סולם לא כל כך פופולרי.
4. **סולם מנה/יחס** – משתנה שלערכיו בנוסף לשם, לסדר ולרווח יש משמעות גם ליחס בין הערכים. למשל, מספר מכוניות למשפחה, משקל אדם בק"ג. הדרך הקלה ביותר כדי לזהות עם הסולם הוא סולם מנה היא על ידי מבחן האפס. בסולם מנה האפס הוא מוחלט, אבסולוטי, ומייצג אין.

סוגי משתנים:

נבצע סיווג של המשתנים :

משתנה איכותי הוא משתנה שלערכיו אין משמעות של יותר או פחות , אין עניין כמותי לערכים המתקבלים.

כמו : מקום מגורים של אדם (רעננה, תל אביב, אשדוד..)

מין האדם (זכר, נקבה)

מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן)

משתנה כמותי הוא משתנה שערכיו הם מספרים להם יש משמעות כמותית כמו : גובה אדם בס"מ, ציון בבחינה וכדומה.

את המשתנה הכמותי נסווג לשני סוגים :

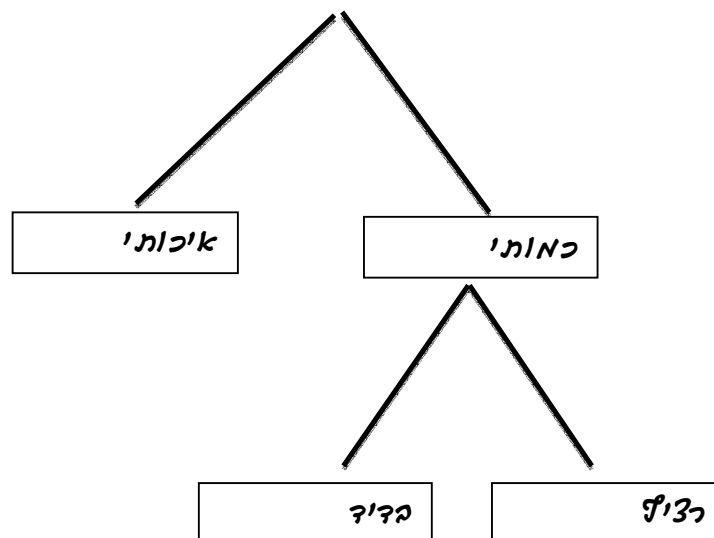
משתנה בדיד : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך סידרה של ערכים אפשריים. כמו : מספר ילדים למשפחה (1,2,3..)

ציון בבחינה (מ 0 ועד 100 בקפיצות של 1)

משתנה רציף : משתנה שערכיו מתקבלים מתוך אינסוף ערכים בתחום מסוים , הערכים מתקבלים ברצף וללא קפיצות של ערכים .

כמו : גובה בס"מ – אם למשל, הגובה הנמוך ביותר הוא 150 ועד 190 ס"מ בקבוצה הגבהים הם ברצף. גם בין 160 ל 161 ס"מ יש רצף אינסופי של ערכים אפשריים לגובה (16.233 ס"מ הוא גם גובה אפשרי)

משקל בק"ג , מהירות בקמ"ש וכולי.



תרגילים:

1. לפניכם רשימה של משתנים :
 - א. גובה אדם בס"מ.
 - ב. מספר ילדים למשפחה.
 - ג. מידת חרדה לפני מבחן .
 - ד. שביעות רצון משירות לקוחות בסקלה מ 1 עד 7 (1 כלל לא מרוצה עד 7 מרוצה מאוד)
 - ה. השכלה .
 - ו. מספר אוטובוס.
 - ז. מקום מגורים.
 - ח. מין (1=גבר ו-2=אישה).
 - ט. מידת נעליים.

ציינו באיזה סולם מדידה המשתנה הנחקר (שמי , סדר , רווחים או מנה)

2. להלן התפלגות מספר האיחורים לעבודה בחודש של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר העובדים	מספר האיחורים
17	0
23	1
85	2
50	3
25	4

- א. מהו המשתנה הנחקר כאן?
- ב. האם מדובר במשתנה איכותי או כמותי ? אם הוא כמותי האם הוא בדיד או רציף? באיזה סולם מדידה המשתנה?

3. לפניכם רשימה של משתנים כמותיים . ציין ליד כל משתנה אם הוא רציף או בדיד.

- א. שכר עובד בש"ח.
- ב. ציון בחינת בגרות.
- ג. תוצאה בהטלת קובייה.
- ד. מהירות ריצה בתחרות.
- ה. שיעור התמיכה בממשלה.

הצגת נתונים:**רקע:**

דרכים להצגת נתונים שנאספו:

א. רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה.

רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות.

ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים.

למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות:

3 4 3 5 4

ב. טבלת שכיחויות בדידה:

שם המשתנה - X	שכיחות - $f(X)$	שכיחות יחסית באחוזים
X_1	f_1	$\frac{f_1}{N} \times 100$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{N} \times 100$
X_3	f_3	$\frac{f_3}{N} \times 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
X_k	f_k	$\frac{f_k}{N} \times 100$
סה"כ	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	100%

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את

השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות.

לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

למשל, להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת :

הציון X-	מספר התלמידים – השכיחות f-	F_i	$\frac{f_i}{n}$
5	2	2	$0.08=2/25$
6	4	6	$0.16=4/25$
7	8	14	$0.32=8/25$
8	5	19	$0.2=5/25$
9	4	23	$0.16=4/25$
10	2	25	$0.08=2/25$

שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחויות: F_i - השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

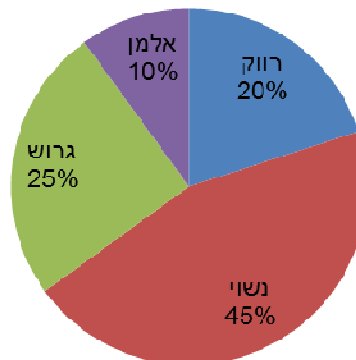
שכיחות יחסית (פרופורצייה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי: $\frac{f_i}{n}$ - איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.

ג. טבלת שכיחויות במחלקות: משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד וטבלת שכיחויות תהיה ארוכה מידי. למשל, נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה מסוימת ובדקו את התפלגות זמן ביצוע המשימה בדקות. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

ד. דיאגרמת עוגה: זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח" יחסי מהעוגה. הנתח בעוגה פרופורציוני לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.

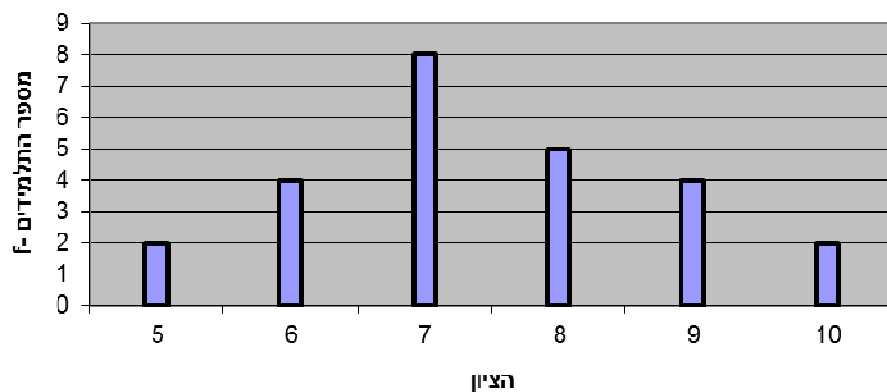
התפלגות המצב המשפחתי



ה. דיאגרמת מקלות:

הציר האופקי הוא הציר של המשתנה הציר האנכי של השכיחות – הגובה של המקל מעיד על השכיחות.
 רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף.
 כמו כן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.

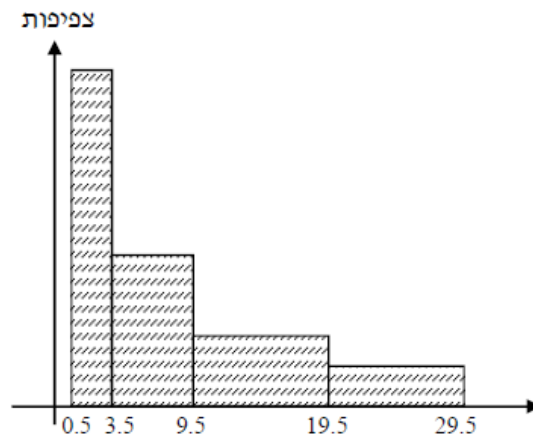
התפלגות הציונים



ו. היסטוגרמה:

ההיסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות.
 רלבנטי למשתנה כמותי רציף.
 בהיסטוגרמה ציר האופקי הוא הציר של המשתנה וציר האנכי הוא הצפיפות.
 הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה.
 אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

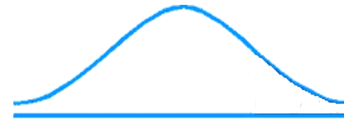
			X		
צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



פוליגון- מצולעון : אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות

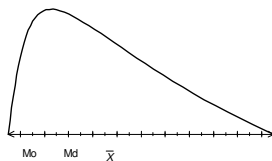
התפלגות סימטרית פעמונית- רוב התצפיות במרכז וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. למשל, ציוני IQ.



ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות:

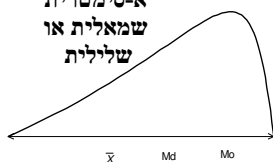
התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) – רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. למשל, שכר במשק.

התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית) רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. למשל, אורך חיים

התפלגות
א-סימטרית
שמאלית או
שלילית



תרגילים:

1. בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות : 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10 , 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו - 25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.

א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.

ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף"

מספר התלמידים	המקצוע
44	מתמטיקה
20	תנ"ך
12	אנגלית
26	היסטוריה

א. מהו המשתנה הנחקר?

ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תנ"ך?

3. להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים :

מספר העובדים	השכלה
60	נמוכה
120	תיכונית
20	אקדמאית

א. מהו המשתנה הנחקר? מאיזה סולם הוא?

ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

4. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?

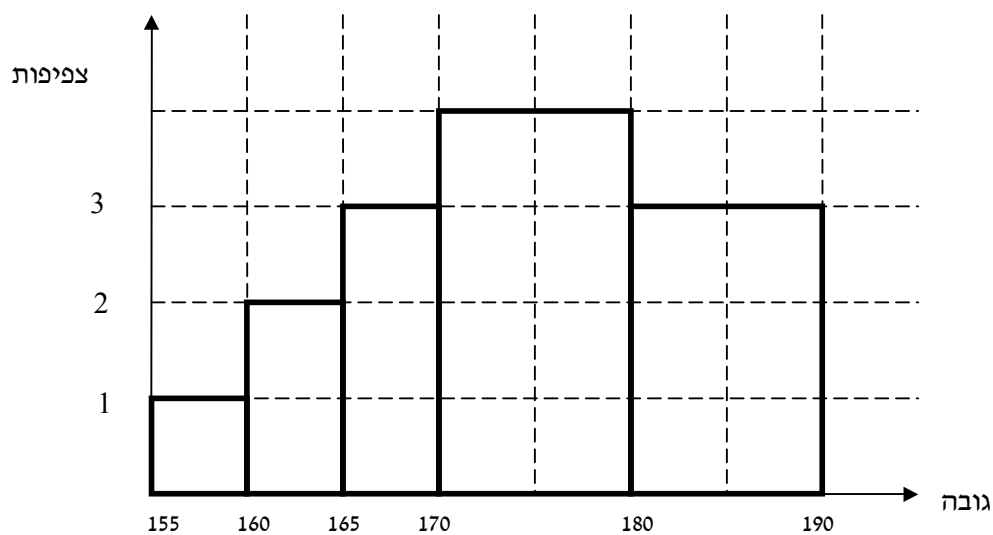
ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.

ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.

ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

5. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת :

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



- א. מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
 ב. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.
 ג. הוסף שכיחות יחסית לטבלה.
 ד. הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.
 ה. מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

6. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

- א. תאר את ההתפלגות באופן גרפי.
 ב. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ב. הצגת נתונים:

1. להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא :

7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 5, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 6

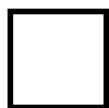
א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הרשימה בטבלת שכיחויות.

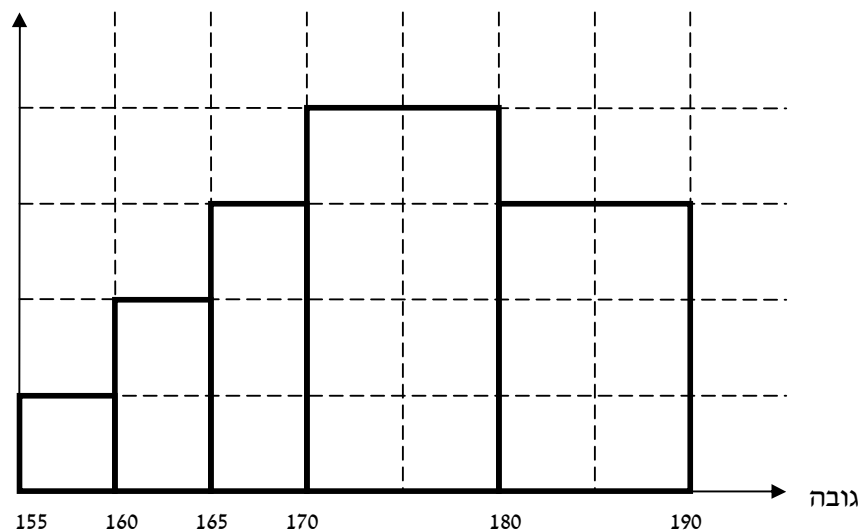
ג. הוסף שכיחויות יחסיות לטבלה.

ד. תאר את הנתונים באופן גרפי.

2. להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת :



אנשים = 5



א. מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?

ב. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.

ג. הוסף שכיחות יחסית לטבלה.

ד. הוסף את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.

ה. מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

3. להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

- א. תאר את ההתפלגות באופן גרפי.
 ב. מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

ג. מדדי מיקום מרכזי:

1. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של שאלה 1 בפרק הקודם.
 2. על פי הנתונים של שאלה 2 בפרק הקודם:
 א. חשב את החציון, השכיח, אמצע הטווח והממוצע של הגבהים.
 ב. האם היה ניתן לדעת על סמך הגרף בלבד האם הממוצע יהיה קטן מהחציון?
 3. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה שנספרו עבור כל משפחה ביישוב מסוים:

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- א. חשב את הממוצע, החציון, השכיח ואמצע הטווח של ההתפלגות.
 ב. הסבר ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלוויזיה היו רוכשים מקלט אחד.
 4. על סמך הגרף בלבד וללא חישוב מפורש הסבר מה הם כל מדדי המרכז של שאלה 3 בפרק הקודם.

ד. מדדי פיזור:

1. חשב את השונות, סטיית התקן והטווח עבור הנתונים משאלה 1 פרק א'.
2. עבור הנתונים משאלה 2 פרק א' :
 - א. חשב את השונות, סטיית התקן.
 - ב. חשב את הטווח והטווח הבינרבעוני .
 - ג. אם יתווספו עוד 10 אנשים למחלקה שבה הגובה בין 155 ס"מ ל-160 ס"מ. כיצד ישתנו המדדים הבאים : הממוצע, החציון, השונות והטווח. הסבר ללא חישוב!
3. עבור נתוני שאלה 3 פרק ב' חשב את סטיית התקן.
4. נתונה רשימה של 5 תצפיות , אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע : 2, 3, 2, 1- . חשב את השונות של חמש התצפיות.

ה. מדדי מיקום יחסי:

1. תלמידי כיתה ח' נגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה. להלן התוצאות שהתקבלו :

המקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

עודד קיבל : 68 בלשון ו- 70 במתמטיקה.

- א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
- ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

2. בהמשך לנתוני שאלה 2 פרק א' חשב את :

- א. העשירון התחתון.
- ב. האחוזון ה-30.
- ג. הגובה ש-20% מהתצפית גדולות ממנו.
- ד. את אחוז התצפיות מתחת לגובה 158 ס"מ.
- ה. את אחוז התצפיות מעל לגובה 185 ס"מ.
- ו. את אחוז התצפיות בין גובה 170 ס"מ ל-185 ס"מ.

ו. ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

1. להלן נתונים לגבי ציונים במבחן באנגלית ב-3 כיתות מתוך שכבה י' בתיכון :

כיתה	ממוצע	מס' תלמידים	סטיית תקן
1	76	40	12
2	68	20	15
3	82	30	10

- א. חשב את הממוצע המשוקלל בשכבה.
- ב. חשב את השונות המצורפת בשכבה.

2. נתונות שתי קבוצות :

- בקבוצה I פי שתיים תצפיות מאשר בקבוצה II.
- הממוצע בשתי הקבוצות הוא 70.
- השונות בקבוצה I היא 100.
- השונות בקבוצה II היא 400.

- א. מצא את הממוצע של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.
- ב. מצא את סטיית התקן של התצפיות לאחר שאוחדו שתי הקבוצות לקבוצה אחת.

ז. טרנספורמציה לינארית:

1. עבור סדרת נתונים התקבל:

$$\bar{X} = 80$$

$$S = 15$$

$$MO = 70$$

הוחלט להכפיל את כל התצפיות פי-4 ולהחסיר מהתוצאה 5. חשב את המדדים הללו לאחר השינוי.

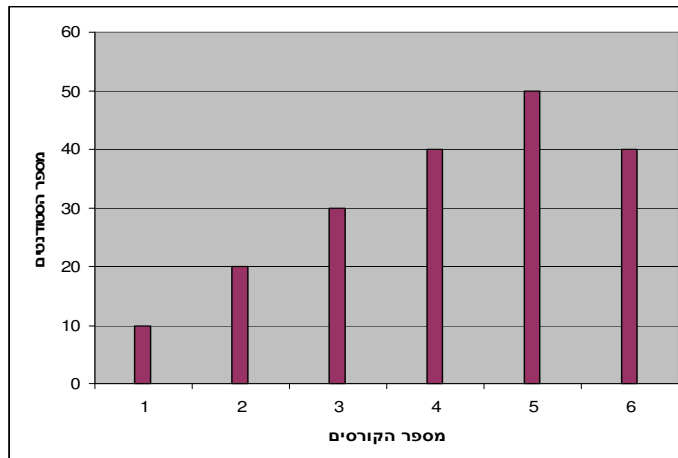
2. בחברה מסוימת השכר הממוצע הוא 40 ₪ לשעה עם סטיית תקן של 5 ₪ לשעה. הוחלט להעלות את כל המשכורות ב-10%, אך זה לא סיפק את העובדים ולכן הם קיבלו לאחר מכן תוספת של 2 ₪ לשעה. מה הממוצע ומהי השונות של השכר לשעה לאחר כל השינויים.

3. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. הסתבר שנפלה טעות והוספו 5 ס"מ לכל התצפיות. מה הם החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון של התצפיות ללא הטעות.

4. בהמשך לשאלה 2 פרקים א', ב', ג', ו-ד'. מעוניינים להמיר את הגובה מס"מ למטרים. כיצד הדבר משפיע על החציון, השונות, הטווח והעשירון התחתון.

ח. שאלות מסכמות:

1. בפקולטה להנדסה אספה מזכירות הסטודנטים נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008.
להלן התוצאות שהתקבלו:



- א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
 ב. מהי צורת ההתפלגות?
 ג. תאר את הנתונים בטבלת שכיחויות.
 ד. חשב את השכיח, החציון וטווח הציונים.

2. להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'. השתתפו במחקר 150 תלמידים.

$$\text{ממוצע הציונים שהתקבל: } \bar{X} = 7 \frac{1}{15}$$

מספר התלמידים	ציון
12	4
16	5
	6
38	7
	8
14	9
10	10

- א. השלם את השכיחויות החסרות בטבלה.
- ב. חשב את הציון החציוני, השכיח ואמצע הטווח.
- ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.
- ד. הוחלט לשנות את סקלת הציונים ולהכפיל את הציון ב-10. למשל, ציון 8 יהפוך להיות 80. מה הממוצע ומהי השונות של הציונים בסקלה זו?

3. להלן התפלגות מספר שעות העבודה לשבוע של העובדים בחברת "סטאר".
בחברה 200 עובדים.

מספר שעות עבודה	שכיחות יחסית (פרופורציה)	שכיחות
10-20	15%	
20-30	20%	
30-40	30%	
40-50	20%	
50-60		

- א. השלם את הטבלה.
- ב. חשב את החציון, השכיח, והממוצע של התפלגות מס' שעות העבודה בחברה.
- ג. מהי סטיית התקן של מס' שעות העבודה?
- ד. מה העשירון העליון של ההתפלגות?
- ה. איזה אחוז מהעובדים עובדים מעל 45 שעות בשבוע?
- ו. מה ציון התקן של רינה שעובדת 30 שעות בשבוע?
- ז. כיצד ישתנה החציון, הממוצע וסטיית התקן אם מספר שעות העבודה המינימאלי אינו 10 אלא 15? הסבר.

4. חברה סלולארית דגמה 200 אנשים. עבור כל אדם נבדק מס' המסרונים ששלח במשך חודש. להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר האנשים	מספר המסרונים
40	0-50
60	50-100
50	100-150
30	150-250
20	250-ומעלה

- א. מה אחוז האנשים ששלחו פחות מ-80 מסרונים בחודש?
 ב. מה אחוז האנשים ששלחו בין 50 ל-120 מסרונים?
 ג. הוחלט להעניק מתנה עבור $\frac{1}{4}$ מהלקוחות שמשתמשים במספר הרב ביותר של מסרונים בחודש. החל מאיזה כמות של מסרונים תחולק המתנה?
 ד. ציינו איזה מדד ניתן לחשב ואיזה לא ניתן. אם ניתן חשב:
1. ממוצע
 2. שכיח
 3. חציון
 4. שונות

5. בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.
- א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?
 ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
 ג. השכר בחברה מחושב על סמך הוותק. שכר בסיס של 5,000 ₪ ו-500 ₪ תוספת על כל שנת וותק לחודש.
 מה השכר הממוצע ומהי סטיית התקן של השכר לחודש?

6. להלן מספר טענות , עבור כל טענה ציין אם היא נכונה או לא נכונה ונמקו .

- א. בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו השונות הינה 0.
- ב. ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.
- ג. ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובית.
- ד. אם נוסיף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.
- ה. בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות אחת 79 ואחת 100 לכן החציון יגדל.
- ו. אם נוסיף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.
- ז. אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.
- ח. אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.

ט. תשובות סופיות לסטטיסטיקה תיאורית

פרק ג' – הצגת נתונים

שאלה 1

א. בדיד

שאלה 2

א. רציף

ה. התפלגות אסימטרית
שמאלית (שלילית)

שאלה 3

א. התפלגות סימטרית

פרק ד' – מדדי מיקום מרכזי

שאלה 1

החציון: 7

השכיח: 6

אמצע הטווח: 7

הממוצע: 6.9

שאלה 2

א. החציון: 175

השכיח: 175

אמצע הטווח: 172.5

הממוצע: 174.75

שאלה 3

א. הממוצע: 1.7

החציון: 1.5

השכיח: 1

אמצע הטווח: 2

שאלה 4

הממוצע: 55

החציון: 55

אמצע הטווח: 55

השכיח: 47.5 ו-62.5

ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.

פרק ה' – מדדי פיזור

שאלה 1

השונות: 2.19

סטיית תקן: 1.48

טווח: 6

שאלה 2

א. השונות: 69.3

סטיית תקן: 8.325

ב. טווח: 35

טווח בינרבעוני: 13.33

ג. ממוצע יקטן, חציון יקטן, שונות תגדל

וטווח לא ישתנה

שאלה 3

תשובה: 1.3

שאלה 4

תשובה: 10.8

פרק ו' – מדדי מיקום יחסי**שאלה 1**

א. לשון

ב. תשובה: 72

שאלה 2

א. תשובה: 162.5

ב. תשובה: 170

ג. תשובה: 183.33

ד. תשובה: 3%

ה. תשובה: 15%

ו. תשובה: 55%

פרק ז' – ממוצע משוקלל ושונות מצורפת**שאלה 1**

א. תשובה: 76.22

ב. תשובה: 173.5

שאלה 2

א. תשובה: 70

ב. תשובה: 14.14

פרק ח' – טרנספורמציה לינארית**שאלה 1**

הממוצע: 315

סטיית התקן: 60

השכיח: 275

שאלה 2

הממוצע: 46

השונות: 30.25

שאלה 3

החציון: 170

השונות: 69.3

הטווח: 35

שאלה 4

החציון: 1.75

השונות: 0.00693

הטווח: 0.35

העשירון התחתון: 1.625

העשירון התחתון: 157.5

פרק ט' – שאלות מסכמות**שאלה 1**

א. מספר הקורסים. בדיד.

שאלה 2

א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40 תלמידים קיבלו ציון 8.

ב. התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)

ד. השכיח: 5

הטווח: 5

החציון: 4

ג. השונות: 2.516

סטיות התקן: 1.586

ד. הממוצע: 70.67

השונות: 251.6

שאלה 3

ב. החציון: 35

השכיח: 35

הממוצע: 35

ג. סטיית תקן: 12.65

ד. תשובה: 53.333

ה. תשובה: 25%

ו. תשובה: -0.395

ז. חציון לא ישתנה, ממוצע יגדל וסטיות התקן תקטן.

שאלה 4

א. תשובה: 38%

ב. תשובה: 40%

ג. תשובה: 150

ד. החציון: 100

שאלה 5

א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן

ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל

ג. הממוצע: 7000 ₪, סטיית התקן: 1000 ₪

א. נכון

ב. לא נכון

ג. לא נכון

ד. לא נכון

ה. לא נכון

ו. נכון

ז. לא נכון

ח. לא נכון

פרק 2 - מדדי קשר

א. מדדי קשר למשתנים שמייים:

1. להלן תוצאות מחקר שבדק את הקשר בין מין לדעה מסוימת. לגבי כל נחקר נבדק המין שלו ודעתו האישית בדבר סוגיה מסוימת. הנחקרים היו צריכים לענות האם הם בעד, נמנעים או נגד הדעה שהוצגה להם. להלן התוצאות:

דעה	מין	בעד	נמנע	נגד
		גבר	אישה	
		120	40	20
		20	20	80

- א. חשב את מדד הקשר של למדא לניבוי דעה על סמך מין.
 ב. חשב את מדד הקשר של למדא לניבוי מין על סמך דעה.
 ג. חשב את מדד הקשר של קרמר.
 בכל סעיף הסבר את משמעות התוצאה בהקשר של ממצאי המחקר.

2. בעיר 4 שכונות. בכל שכונה נבדק המצב הכלכלי של כל משפחה. להלן טבלת השכיחות המשותפת שהתקבלה:

מצב כלכלי	השכונה	נמוך	בינוני	גבוה
A		40		
B			70	
C			80	
D				40

חשב את מדדי הקשר של למדא והסבר את הממצאים.

3. נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.
- א. בנה טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.
- ב. האם קיים קשר בין פעילות גופנית למצב בריאותי? חשב לפי מדד הקשר של קרמר.

4. א. האם ניתן לחשב את מדד הקשר של ϕ על נתוני שאלה 1? אם כן חשב!
- ב. האם ניתן לחשב את מדד הקשר של ϕ על נתוני שאלה 3? אם כן חשב!

ב. מדד הקשר של ספירמן:

1. בתוכנית "רוקדים עם כוכבים" שני שופטים נתנו ציון ל-7 הזוגות שהשתתפו בתוכנית:

מספר זוג	1	2	3	4	5	6	7
ציון שופט א'	7	8	6	8	9	5	6
ציון שופט ב'	8	8	7	8	9	5	7

האם קיים קשר בין שתי הערכות השופטים? נמק והסבר!

2. משרד רצה לבחון האם קיים קשר בין מידת המוטיבציה של העובדים שלו לבין מספר החיסורים של העובדים בחודש עבודה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר חיסורים	מידת מוטיבציה
0	גבוהה
4	נמוכה
2	בינונית
5	נמוכה
1	גבוהה

האם קיים קשר בין רמת המוטיבציה של העובד ומספר החיסורים שלו? חשב באמצעות מדד הקשר המתאים והסבר.

3. אם $r_s = 1$ הדבר אומר שערכי X תמיד שווים לערכי Y. האם הטענה נכונה? הסבר.

ג. מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלנארי (כולל רגרסיה לנארית

פשוטה):

1. להלן נתונים לגבי חמישה תלמידים שנגשו למבחן אמצע סמסטר ולמבחן סוף סמסטר:

ציון אמצע סמסטר	7	6	7	8	8
ציון סוף סמסטר	8	7	7	9	10

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על הקשר בין ציון אמצע סמסטר לבין ציון סוף סמסטר?
- ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?

2. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{20} Y_i &= 200 & \sum_{i=1}^{20} X_i &= 240 \\ \sum_{i=1}^{20} Y_i^2 &= 2080 & \sum_{i=1}^{20} X_i^2 &= 2960 \\ \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i &= 2464\end{aligned}$$

- א. חשב את מדד הקשר הלנארי בין X ל- Y .
- ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה.
- ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?

3. נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות למוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}S_y &= 5 & S_x &= 2 \\ \bar{Y} &= 8 & \bar{X} &= 14 \\ COV(X, Y) &= 7.5\end{aligned}$$

- א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
- ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
- ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?
- ד. איזה אחוז משוונות ההכנסה מוסבר באמצעות ההשכלה של האדם?

4. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק:
- א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ש. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ $S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- ג. אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
- ד. אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 1.
- ה. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

א. תשובות סופיות למדדי קשר**פרק א' – מדדי קשר למשתנים שמייים**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. 0.375	1
ב. 0.5	0.533
ג. 0.595	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א.	א. לא ניתן
ב. 0.19	ב. 0.19

פרק ב' – מדד הקשר של ספירמן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
0.973	-0.85
<u>שאלה 3</u>	
לא נכון	

פרק ג' – מדד הקשר של פירסון – מדד הקשר הלינארי

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א.	א. 0.8
ב. 0.871	ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$
	ג. 12.4
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.75	א. נכון
ב. 4.25 אלפי ש"ח	ב. לא נכון
ג. 14.6 שנים	ג. לא נכון
ד. 56.25%	ד. נכון
	ה. נכון

פרק 3 - יסודות ההסתברות

א. בעיות בסיסיות בהסתברות

1. מהאותיות E, F ו-G יוצרים מילה בת 2 אותיות לא בהכרח בת משמעות.
 - א. הרכב את כל המילים האפשריות.
 - ב. רשום את המקרים למאורע:
 - A - במילה נמצאת האות E.
 - B - במילה האותיות שונות.
 - ג. רשום את המקרים למאורע $\bar{A}$.
2. מטילים זוג קוביות.
 - א. רשום את מרחב המדגם של הניסוי. האם המרחב מדגם הוא אחיד?
 - ב. רשום את כל האפשרויות למאורעות הבאים:
 - A - סכום התוצאות 7.
 - B - מכפלת התוצאות 12.
3. בוחרים באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.
 - א. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?
 - ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?
 - ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?
4. חשב את ההסתברויות למאורעות שהוגדרו בשאלה מספר 2.
5. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה בישוב מסוים:

מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- נבחרה משפחה באקראי מהישוב.
- א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?
 - ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?
 - ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

ב. פעולות בין מאורעות

1. חזור לנתונים של שאלה מספר 1 בפרק הקודם.
 - א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.
 - ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

2. חזור לנתונים של שאלה מספר 2 בפרק הקודם.
 - א. רשום את כל האפשרויות לחיתוך A עם B.
 - ב. רשום את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B.

3. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. נגדיר את המאורעות הבאים:
 - A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 - B - לעבור את המבחן בכלכלה.
 העזר בפעולות חיתוך, איחוד ומשלים בלבד כדי להגדיר את המאורעות הבאים וסמן בדיאגרמת וון את השטח המתאים:
 - א. התלמיד עבר רק את המבחן בכלכלה.
 - ב. התלמיד עבר רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ג. התלמיד עבר את שני המבחנים.
 - ד. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד.
 - ה. התלמיד נכשל בשני המבחנים.
 - ו. התלמיד נכשל בכלכלה.

4. בהמשך לשאלה הקודמת נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. חשב את הסיכויים למאורעות הבאים:
 - א. לעבור לפחות את אחד המבחנים.
 - ב. לעבור רק את המבחן בכלכלה.
 - ג. לעבור רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ד. להיכשל בשני המבחנים.

5. הסיכוי של מניה A לעלות הנו 0.5 ביום מסוים והסיכוי של מניה B לעלות ביום מסוים הנו 0.4. בסיכוי של 0.7 לפחות אחת מהמניות תעלה ביום מסוים. חשב את ההסתברויות הבאות לגבי שתי המניות הללו ביום מסוים :

א. ששתי המניות תעלנה.

ב. שאף אחת מהמניות לא תעלנה.

ג. שמניה A בלבד תעלה.

6. מטילים זוג קוביות אדומה ושחורה. נגדיר את המאורעות הבאים :

A- בקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4 ובשחורה 2.

B- סכום התוצאות משתי הקוביות 6.

C- מכפלת התוצאות בשתי הקוביות 10.

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. האם המאורע B מכיל את המאורע A?

ג. האם A ו-C מאורעות זרים?

ד. האם A ו-C מאורעות משלימים?

7. עבור המאורעות A ו-B ידועות ההסתברויות הבאות :

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.1 \quad p(B) = 0.3 \quad p(A) = 0.6$$

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. חשב את $p(\bar{A} \cap B)$

8. מטבע הוטל פעמיים. נגדיר את המאורעות הבאים :

A- קיבלנו עץ בהטלה הראשונה.

B- קיבלנו לפחות עץ אחד בשתי ההטלות.

איזו טענה נכונה?

א. A ו-B מאורעות זרים.

ב. A ו-B מאורעות משלימים.

ג. B מכיל את A.

ד. A מכיל את B.

9. בהגרלה חולקו 100 כרטיסים על 3 מהם רשום חופשה ועל 2 מהם רשום מחשב שאר הכרטיסים ריקים. אדם קיבל כרטיס אקראי.

- א. מה הסיכוי לזכות בחופשה או במחשב? האם המאורעות הללו זרים?
 ב. מה ההסתברות לא לזכות בפרס?

10*. באוכלוסיה מסוימת בדקו את סוגי חשבונות הבנק שבידי האנשים הבוגרים. הנתונים שהתקבלו היו: 45% מהאנשים מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי", 55% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים", 20% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק דיסקונט", 15% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק הפועלים", 10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וגם ב"בנק דיסקונט" ו-10% מחזיקים חשבון בנק ב"בנק לאומי" וגם ב"בנק דיסקונט". כמו כן, 5% מחזיקים חשבון בנק בכל שלושת הבנקים הנ"ל.

- א. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב-"בנק לאומי" בלבד?
 ב. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק ב"בנק הפועלים" וחשבון בנק ב"בנק לאומי" אך לא ב"בנק דיסקונט"?
 ג. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד בלבד?
 ד. מה אחוז מחזיקי שני חשבונות בנק בלבד?
 ה. מה אחוז מחזיקי חשבון בנק אחד לפחות?

ג. קומבינטוריקה

רמה א'

1. חשבו את מספר האפשרויות לתהליכים הבאים:
- א. הטלת קובייה פעמים.
 ב. מספר תלת ספרתי.
 ג. בחירת בן ובת מכתה שיש בה שבעה בנים ועשר בנות.
 ד. חלוקת שני פרסים שונים לעשרה אנשים שונים כאשר אדם לא יכול לקבל יותר מפרס אחד.

2. במסעדה מציעים ארוחה עסקית. בארוחה עסקית יש לבחור מנה ראשונה, מנה עיקרית ושתייה. האופציות למנה ראשונה הן: סלט ירקות, סלט אנטיפסטי ומרק היום. האופציות למנה עיקרית הן: סטייק אנטרקוט, חזה עוף בגריל, לזניה בשרית ולזניה צמחונית. האופציות לשתייה הן: קפה, תה ולימונדה.
- א. כמה ארוחות שונות ניתן להרכיב בעזרת התפריט הזה?
- ב. אדם מזמין ארוחה אקראית. חשב את ההסתברויות הבאות:
1. בארוחה סלט ירקות, לזניה בשרית ולימונדה.
 2. בארוחה סלט, לזניה ותה.
3. בוחרים באקראי מספר בין חמש ספרות. חשבו את ההסתברויות הבאות:
- א. המספר הוא זוגי.
- ב. במספר כל הספרות שונות.
- ג. במספר כל הספרות זהות.
- ד. במספר לפחות שתי ספרות שונות.
- ה. במספר לפחות שתי ספרות זהות.
- ו. המספר הוא פלינדרום (מספר הנקרא מימין ומשמאל באותה צורה).
4. חמישה אנשים אקראיים נכנסו למעלית בבנין בן 8 קומות. חשבו את ההסתברויות הבאות:
- א. כולם ירדו בקומה החמישית?
- ב. כולם ירדו באותה קומה?
- ג. כולם ירדו בקומה אחרת?
- ד. ערך ודני ירדו בקומה השישית והיתר בשאר הקומות?
5. במפלגה חמישה עשר חברי כנסת. יש לבחור שלושה חברי כנסת לשלושה תפקידים שונים. בכמה דרכים ניתן לחלק את התפקידים אם:
- א. חבר כנסת יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ב. חבר כנסת לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
6. מטילים קובייה 4 פעמים.
- א. מה ההסתברות שכל התוצאות תהינה זהות?
- ב. מה ההסתברות של התוצאות תהינה שונות?
- ג. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה זהות?
- ד. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה שונות?

7. בכמה דרכים :

- א. אפשר לסדר 4 ספרים שונים על מדף?
 - ב. בכמה דרכים אפשר לסדר חמישה חיילים בטור?
8. סידרו באקראי 10 דיסקים שונים על מדף שמתוכם שניים בשפה העברית.
- א. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית יהיו צמודים זה לזה?
 - ב. מה ההסתברות שהדיסקים בעברית לא יהיו צמודים זה לזה?
 - ג. מה ההסתברות ששני הדיסקים בעברית יהיו כל אחד בקצה השני של המדף?

9. 4 בנים ו-4 בנות התיישבו באקראי בשורה של בית קולנוע בו 8 מקומות .

- א. מה ההסתברות שהבנים יישבו זה ליד זה?
- ב. מה ההסתברות שהבנות תשבנה זו ליד זו וגם הבנים יהיו זה ליד זה?
- ג. מה ההסתברות שהבנים יישבו במקומות הזוגיים?

רמה ב'

1. בכיתה 40 תלמידים. מעוניינים לבחור חמישה מהם לוועד כיתה. בכמה דרכים ניתן להרכיב את הוועד אם :

- א. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ב. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- ג. אין תפקידים שונים בוועד.

2. בכיתה 30 תלמידים מתוכם 12 תלמידים ו-18 תלמידות. יש לבחור למשלחת 4

- תלמידים מהכיתה. התלמידים נבחרים באקראי.
- א. מה ההסתברות שהמשלחת תורכב רק מבנות?
 - ב. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה רק בת אחת?
 - ג. מה ההסתברות שבמשלחת תהיה לפחות בת אחת?

3. מעוניינים להרכיב קוד סודי. הקוד מורכב מ-2 ספרות שונות ו-3 אותיות שונות באנגלית (26 אותיות אפשריות).

- א. כמה קודים שונים ניתן להרכיב?
- ב. כמה קודים שונים ניתן להרכיב אם הקוד מתחיל בספרה ונגמר בספרה?
- ג. כמה קודים ניתן להרכיב אם הספרות חייבות להיות צמודות זו לזו?
- ד. בכמה קודים הספרות לא מופיעות ברצף?

4. בארונית 4 מגירות. ילד התבקש ע"י אימו לסדר 6 משחקים בארונית. הילד מכניס את המשחקים באקראי למגירות השונות. כל מגירה יכולה להכיל גם את כל המשחקים יחד.

א. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים למגירה העליונה?

ב. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים לאותה מגירה?

ג. מה ההסתברות שה"דומינו" יוכנס למגירה העליונה ויתר המשחקים לשאר המגירות.

ד. מה ההסתברות שה"דומינו" לא יוכנס למגירה העליונה?

5. בעיר מסוימת מתמודדות למועצת העיר 4 מפלגות שונות: "הירוקים", "קדימה", "העבודה" ו"הליכוד". 6 אנשים אינם יודעים למי להצביע, ולכן בוחרים באקראי מפלגה כלשהי.

א. מה ההסתברות שכל ה-6 יבחרו באותה מפלגה?

ב. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" לא תקבל קולות?

ג. מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" תקבל בדיוק 3 קולות וכל מפלגה אחרת תקבל קול 1 בלבד?

ד. מה ההסתברות שמפלגת "הירוקים" תקבל 2 קולות, מפלגת "העבודה" תקבל 2 קולות ומפלגת "הליכוד" תקבל 2 קולות?

ד. הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

1. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה :

נגדיר את המאורעות הבאים : A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה. B- לעבור את המבחן בכלכלה. כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. חשבו את הסיכויים למאורעות הבאים :

א. התלמיד עבר בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא עבר בכלכלה?

ב. התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא עבר בסטטיסטיקה?

ג. התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא נכשל בסטטיסטיקה?

ד. התלמיד נכשל בסטטיסטיקה מה ההסתברות שהוא נכשל בכלכלה?

ה. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד מה ההסתברות שהוא יעבור את שני המבחנים?

2. במדינה שתי חברות טלפון סלולארי "סופט" ו"בל". 30% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "בל". 60% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "סופט". ל-15% מהתושבים הבוגרים אין טלפון סלולארי בכלל.
- א. איזה אחוז מהתושבים הבוגרים רשומים אצל שתי החברות?
 ב. נבחר אדם שרשום אצל חברת "סופט", מה ההסתברות שהוא רשום גם אצל חברת "בל"?
 ג. אם אדם לא רשום אצל חברת "בל", מה ההסתברות שהוא כן רשום בחברת "סופט"?
 ד. אם אדם רשום אצל חברה אחת בלבד, מה ההסתברות שהוא רשום בחברת "סופט"?
3. בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 70% הם אקדמאים ומבין הזוטרים 20% הם אקדמאים. נבחר אדם באקראי מאותה חברה.
- א. מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמאי?
 ב. מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמאי?
 ג. מה הסיכוי שהוא אקדמאי?
4. בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו3 לימון. מוציאים באקראי סוכרייה אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוציאים סוכרייה נוספת, אך אם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוציאים סוכרייה נוספת.
- א. מה ההסתברות שהסוכרייה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון?
 ב. מה ההסתברות שהסוכרייה השנייה בטעם לימון?
5. באוכלוסייה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשישים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת במשך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת במשך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת במשך החורף הוא 70%.
- א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשישים שלא יחלו בשפעת במשך החורף?
 ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת במשך החורף?
 ג. נבחר אדם שחלה במשך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?
 ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת במשך החורף?

6. בכד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בכד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים.
- בוחרים באקראי כד, מוציאים ממנו כדור ומבלי להחזירו מוציאים כדור נוסף.
- א. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?
- ב. אם הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא יהיה בצבע אדום?

ה. תלות בין מאורעות

1. נתון :
- $$p(A) = 0.2$$
- $$P(B) = 0.5$$
- $$P(A \cup B) = 0.6$$
- האם המאורעות הללו בלתי תלויים?
2. חוקר מבצע שני ניסויים בלתי תלויים הסיכוי להצליח בניסוי הראשון הנו 0.7 והסיכוי להצליח בניסוי השני הוא 0.4.
- א. מה הסיכוי להצליח בשני הניסויים יחדו?
- ב. מה הסיכוי שניכשל בשני הניסויים ?
3. מוצר צריך לעבור בהצלחה ארבע בדיקות בלתי תלויות לפני שיווקו, אחרת הוא נפסל ולא יוצא לשוק. הסיכוי לעבור בהצלחה כל אחת מהבדיקות הוא 0.8. בכל מקרה מבוצעות כל 4 הבדיקות.
- א. מה הסיכוי שהמוצר יפסל?
- ב. מה ההסתברות שהמוצר יעבור בהצלחה לפחות בדיקה אחת?

ו. שאלות מסכמות

1. 70% מהנבחנים בסטטיסטיקה עוברים את מועד א'. כל מי שלא עובר את מועד א' ניגש לעשות מועד ב', מתוכם 80% עוברים אותו. מבין אלה שנכשלים בשני המועדים 50% נרשמים לקורס מחדש, והיתר פורשים מהתואר.
- א. מה הסיכוי שסטודנט אקראי עבר את הקורס?
- ב. אם סטודנט אקראי עבר הקורס, מה הסיכוי שעבר במועד ב'?
- ג. מה אחוז הסטודנטים שפורשים מהתואר?
- ד. נבחרו 2 סטודנטים אקראיים רונית וינאי, מה ההסתברות שרונית עברה במועד א' ושינאי עבר במועד ב'?

2. באוכלוסייה מסוימת 40% הם גברים והיתר הן נשים. מבין הגברים 10% מובטלים. בסך הכול 13% מהאוכלוסייה מובטלת.
- א. מה אחוז האבטלה בקרב הנשים?
- ב. נבחר אדם מובטל, מה ההסתברות שזו אישה?
- ג. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - נבחר אדם מובטל
- B - נבחר גבר
- האם המאורעות הללו זרים? והאם הם בלתי תלויים?
3. ערן מעוניין למכור את רכבו, הוא מפרסם מודעה באינטרנט ומודעה בעיתון. מבין אלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש 30% יראו את המודעה באינטרנט, 50% יראו את המודעה בעיתון ו-72% יראו את המודעה בלפחות אחת מהמדיות.
- א. מה אחוז האנשים מאלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש יראו את 2 המודעות?
- ב. אם אדם ראה את המודעה באינטרנט, מה ההסתברות שהוא לא ראה את המודעה בעיתון?
- ג. האם המאורעות: "לראות את המודעה באינטרנט" ו"לראות את המודעה באינטרנט" בלתי תלויים?
- ד. אדם שראה את המודעה באינטרנט בלבד יתקשר לערן בהסתברות של 0.7, אם הוא ראה את המודעה בעיתון בלבד הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.6. ואם הוא ראה את שתי המודעות הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.9.
1. מה ההסתברות שאדם המעוניין לרכוש רכב משומש יתקשר לערן?
2. אדם המעוניין לרכוש רכב משומש התקשר לערן. מה ההסתברות שהוא ראה את שתי המודעות?

ז. תשובות סופיות ליסודות הסתברות:

פרק א' - בעיות בסיסיות בהסתברות

<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.4	הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$
ב. תשובה: 0.4	הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$
ג. תשובה: 0.5	
<u>שאלה 5</u>	
א. תשובה: 0.22	
ב. תשובה: 0.78	
ג. תשובה: 0.32	

פרק ב' - פעולות בין מאורעות

<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 5</u>
א. תשובה: 0.95	א. תשובה: 0.2
ב. תשובה: 0.05	ב. תשובה: 0.3
ג. תשובה: 0.15	ג. תשובה: 0.3
ד. תשובה: 0.05	
<u>שאלה 6</u>	<u>שאלה 7</u>
א. לא	א. כן
ב. כן	ב. תשובה: 0.3
ג. כן	
ד. לא	
<u>שאלה 8</u>	<u>שאלה 9</u>
תשובה: ג'	א. תשובה: 0.05
	ב. תשובה: 0.95
<u>*שאלה 10</u>	
א. תשובה: 25%	
ב. תשובה: 10%	
ג. תשובה: 65%	
ד. תשובה: 20%	
ה. תשובה: 90%	

פרק ג' - קומבינטוריקה**רמה א'**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 36	א. 36
ב. תשובה: 900	ב. 1. $1/36$ 2. $1/9$
ג. תשובה: 70	
ד. תשובה: 90	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.5	א. 0.00003
ב. תשובה: 0.3024	ב. 0.00024
ג. תשובה: 0.0001	ג. 0.20508
ד. תשובה: 0.9999	ד. 0.01047
ה. תשובה: 0.6976	
ו. תשובה: 0.01	
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. תשובה: 3,375	א. תשובה: $1/216$
ב. תשובה: 2,730	ב. תשובה: $5/18$
	ג. תשובה: $13/18$
	ד. תשובה: $215/216$
<u>שאלה 7</u>	<u>שאלה 8</u>
א. תשובה: 24	א. תשובה: 0.2
ב. תשובה: 120	ב. תשובה: 0.8
	ג. תשובה: 0.022
<u>שאלה 9</u>	
א. תשובה: 0.0714	
ב. תשובה: 0.0286	
ג. תשובה: 0.0143	

רמה ב'

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 102,400,000	א. תשובה: 0.1117
ב. תשובה: 78,960,960	ב. תשובה: 0.1445
ג. תשובה: 658,008	ג. תשובה: 0.9819
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 14,040,000	א. תשובה: 0.00024
ב. תשובה: 1,404,000	ב. תשובה: 0.00098
ג. תשובה: 5,616,000	ג. תשובה: 0.05933
ד. תשובה: 8,424,000	ד. תשובה: 0.75000
<u>שאלה 5</u>	
א. תשובה: 0.00098	
ב. תשובה: 0.17798	
ג. תשובה: 0.02929	
ד. תשובה: 0.02197	

פרק ד' - הסתברות מותנה ודיאגרמת עצים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.833	א. תשובה: 5%
ב. תשובה: 0.9375	ב. תשובה: 0.0833
ג. תשובה: 0.0625	ג. תשובה: 0.786
ד. תשובה: 0.5	ד. תשובה: 0.6875
ה. תשובה: 0.789	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.07	א. תשובה: 2/7
ב. תשובה: 0.72	ב. תשובה: 23/49
ג. תשובה: 0.25	
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. תשובה: 6%	א. תשובה: 0.544
ב. תשובה: 0.58	ב. תשובה: 0.5
ג. תשובה: 0.241	
ד. תשובה: 0.2	

פרק ה' - תלות בין מאורעות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
כן	א. תשובה: 0.28
	ב. תשובה: 0.18
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 0.5904	
ב. תשובה: 0.9984	

פרק ו' - שאלות מסכמות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.94	א. תשובה: 15%
ב. תשובה: 0.255	ב. תשובה: 0.692
ג. תשובה: 0.03	ג. תשובה: לא זרים ותלויים
ד. תשובה: 0.168	
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 8%	
ב. תשובה: 0.733	
ג. תלויים	

פרק 4 - המשתנה המקרי הבדיד

א. פונקצית ההסתברות:

1. ברולטה הסיכוי לזכות ב- 30 ₪ הוא חצי וב-10 ₪ רבע כך גם ב- 20 ₪. נגדיר את X להיות סכום הזכייה במשחק בודד. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
2. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה:
נגדיר את המאורעות הבאים:
A- לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
B- לעבור את המבחן בכלכלה.
כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
3. הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ- 4 פעמים. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנה את פונקצית ההסתברות של X .
4. חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7. הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8. הסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את x להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנה את פונקצית ההסתברות של X .

ב. תוחלת, שונות וסטיית תקן:

1. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 1 בפרק א'.
2. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 2 בפרק א'.
3. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 3 בפרק א'.
4. חשב את התוחלת, השונות וסטיית התקן של שאלה מספר 4 בפרק א'.
5. נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

8	6	4	2	x
0.2		0.3		P(x)

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$

א. מצא את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשב את $V(X)$.

ג. טרנספורמציה לינארית (תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן):

1. חזור לשאלה מספר 1 מפרק ב'. נניח שעלות השתתפות ברולטה היא 15 ₪ וסכום הזכייה הינו התוצאה שיצאה ברולטה. חשב את התוחלת והשונות של הרווח במשחק.
2. חזור לשאלה מספר 2 מפרק ב'. נניח שכל קורס שסטודנט מסיים מזכה אותו ב-4 נקודות אקדמאיות. חשב את התוחלת והשונות של סך הנקודות שצבר סטודנט שניגש ל-2 המבחנים.
3. חזור לשאלה מספר 3 מפרק ב'. נניח שזמן ההכנה לתהליך שמסופר בשאלה הינו 10 דקות, וכל משחק אורך 2 דקות. מה התוחלת ומהי השונות של זמן הפעילות הכוללת שעובר האדם בתהליך שתואר בשאלה?
4. חזור לשאלה מספר 4 מפרק ב'. נניח שעלות כל פרויקט הינה 5 אלף ₪. כל פרויקט שיצליח יכניס לחברה פדיון של 10 אלף ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח החברה מניהול הפרויקטים?
5. תוחלת של משתנה מקרי הינה 10 וסטיית התקן 5. הוחלט להוסיף 2 למשתנה ולאחר מכן לעלות אותו ב-10%. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן לאחר השינוי?
6. X הינו משתנה מקרי. כמו כן נתון ש- $E(X) = 4$ ו- $V(X) = 3$.
 Y הינו משתנה מקרי חדש עבורו $Y = 7 - X$.
חשב את: $E(Y)$ ו- $V(Y)$.

ד. תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות התוחלת, השונות וסטיית התקן):

1. הרווח ממניה א' הוא עם תוחלת של 5 ושונות 10. הרווח ממניה ב' הוא עם תוחלת של 4 ושונות 5. ידוע שההשקעות של שתי המניות בלתי תלויות זו בזו. מה התוחלת והשונות של הרווח הכולל מהשקעה בשתי המניות יחד?
2. בהמשך לשאלה 3 מפרק א' ומפרק ב' מסופר שהאדם חוזר על התהליך שסופר כל 7 ימות השבוע. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר המשחקים הכולל שישחק בשבוע?
3. X ו- Y הם משתנים בלתי תלויים, סטיית התקן של X היא 3. סטיית התקן של Y היא 4. מהי סטיית התקן של $X+Y$?

ה. התפלגויות מיוחדות:

התפלגות בינומית

1. במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את X להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.
 - ב. מהי ההתפלגות של X ?
 - ג. מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?
 - ד. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?
 - ה. מה ההסתברות ששלושה יעבדו במדגם?
 - ו. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?
 - ז. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?
2. בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונת מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב- 20 ₪, בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקעה היא 0.9 בכל מכונה. מהמר נכנס לבית הימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.
 - א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?
 - ב. מה ההסתברות שיזכה בדיוק בשתי מכונות?
 - ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר כסף מה- 30 ₪ שהשקיע?
 - ד. מהן התוחלת וסטיית התקן של הרווח נטו של המהמר (הזכיות בניכוי ההשקעה)?
3. במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:

השכלה	נמוכה	תיכונית	תואר I	תואר II ומעלה
פרופורציה	0.1	0.6	0.2	0.1

- נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30 מהמדינה הנ"ל.
- א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?
 - ב. מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

4. במכללה מסוימת 20% מהסטודנטים גרים בת"א. מבין הסטודנטים שגרים בת"א 30% מגיעים ברכבם ומבין הסטודנטים שלא גרים בת"א 50% מגיעים ברכבם למכללה.
- א. השומר בשער המכללה בודק לכל סטודנט את תיקו בהיכנסו למכללה. מה ההסתברות שבקרב 5 סטודנטים שנבדקו ע"י השומר רק 1 מתוכם הגיע למכללה ברכבו.
- ב. בהמשך לסעיף הקודם מה ההסתברות שרוב הסטודנטים בקרב ה-5 הגיעו למכללה ברכבם.
5. 5% מקו היצור פגום. המוצרים נארזים בתוך קופסת קרטון. בכל קופסא 10 מוצרים שונים. הקופסאות נארזות בתוך מכולה. בכל מכולה 20 קופסאות.
- א. מה ההסתברות שבקופסא אקראית לפחות מוצר פגום אחד?
- ב. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הקופסאות במכולה בהן לפחות מוצר פגום אחד?

התפלגות גיאומטרית

1. צילום שמבוצע במכון הרנטגן "X-RAY" יתקבל תקין בהסתברות של 0.9. אדם נכנס למכון כדי להצטלם. הוא ייצא מהמכון רק כאשר יש בידו תצלום תקין.
 - א. מה ההסתברות שיצטלם בסך הכול 3 פעמים?
 - ב. מה ההסתברות שהצטלם יותר מ-4 פעמים?
 - ג. מה התוחלת ומה השונות של מספר הצילומים שייבצע?
 - ד. כל צילום עולה למכון 50 ₪. אדם משלם על צילום תקין 100 ₪. מה התוחלת ומה השונות של רווח המכון מאדם שהגיע להצטלם?
2. מטילים מטבע עד אשר מתקבלת התוצאה "עץ".
 - א. מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 10 פעמים?
 - ב. מה ההסתברות להטיל את המטבע לכל היותר 5 פעמים אם ידוע שהמטבע הוטל לפחות 3 פעמים?
 - ג. אם ידוע שבשתי ההטלות הראשונות התקבלה התוצאה "פלי" מה ההסתברות שהאדם הטיל את המטבע 7 פעמים?
 - ד. מה תוחלת מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה "פלי"?
3. 30% מהמכוניות בארץ הן בצבע לבן. בכל יום נכנסות לחניון 10 מכוניות אקראיות.
 - א. מה ההסתברות שביום מסוים בדיוק מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?
 - ב. מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום עד שלראשונה מחצית מהמכוניות בחניון יהיו לבנות?

התפלגות פואסונית

1. במוקד טלפוני מתקבלות פניות בקצב של 5 פניות לדקה. מספר הפניות בדקה מתפלג פואסונית.
 - א. מה ההסתברות שבדקה תתקבל פניה 1?
 - ב. מה ההסתברות שבדקה תתקבל לפחות פניה 1?
 - ג. מה ההסתברות שבדקה יתקבלו לכל היותר 2 פניות?
 - ד. מה שונות מספר הפניות בדקה?
2. מספר הטעויות לעמוד בעיתון מתפלג פואסונית עם ממוצע של 4 טעויות לעמוד. בחלק מסוים של עיתון ישנם 5 עמודים.
 - א. מה ההסתברות שבחלק זה בדיוק 18 טעויות?
 - ב. אם בדף הראשון אין טעויות, מה ההסתברות שבסך הכול בחלק ישנן 15 טעויות?
 - ג. אם בחלק של העיתון נמצאו בסך הכול 18 טעויות, מה ההסתברות ש-5 מהן בדף הראשון?
3. מספר תאונות הדרכים הקטלניות במדינת ישראל מתפלג פואסונית עם סטיית תקן של 2 תאונות לשבוע.
 - א. מה תוחלת מספר התאונות בשבוע?
 - ב. מהי ההסתברות שבחודש (הנח שבחודש יש 4 שבועות) יהיה בדיוק שבוע אחד בו יהיו 3 תאונות דרכים קטלניות?

התפלגות אחידה :

1. במשחק הלוטו 45 כדורים ממוספרים מ-1 ועד 45. נתבונן במשתנה X המספר של הכדור הראשון שנשלף על ידי המכונה.
 - א. חשבו את $P(X = 2)$
 - ב. חשבו את $P(X \leq 30)$
 - ג. חשבו את $P(X > 4 | X \leq 10)$
 - ד. חשבו את $P(X = k)$

2. קוסם מבקש לבחור מספר שלם אקראי בין 1 ל-100. בהנחה שאין כאן מניפולציות של הקוסם.
 - א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של המספר שיבחר?
 - ב. הקוסם ביקש משישה אנשים לבחור מספר :
 1. מה ההסתברות ששלושה מהם יבחרו מספר הגדול מ-80?
 2. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום המספרים שהאנשים בחרו?

התפלגות היפרגאומטרית:

1. בכד 5 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים מוציאים באקראי שלושה כדורים מהכד.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו.
 - ב. חשבו את התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו. פעם מתוך פונקציית ההסתברות ופעם מתוך הנוסחאות להתפלגות היפרגאומטרית.
 - ג. מה הייתה התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים אם ההוצאה הייתה עם החזרה?

2. בחידון 10 שאלות משלושה תחומים שונים: 3 בתחום הספורט, 4 בתחום הבידור והיתר בתחום המדעים. משתתף בחידון שולף באקראי 4 שאלות. נגדיר את X להיות מספר השאלות מתחום הספורט שנשלפו.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות של X בנוסחא ולא בטבלה.
 - ב. מה התוחלת וסטיית התקן של X ?
 - ג. חשבו את ההסתברות הבאה: $P(X = 2 | X > 1)$

התפלגות בינומית שלילית :

1. בכד 4 כדורים שחורים ו-6 כדורים לבנים. אדם מוציא כדור באקראי פעם אחר פעם ומחזיר בין הוצאה להוצאה את הכדור. נסמן ב- X את מספר הכדורים שהוא הוציא עד אשר הוא קיבל 2 כדורים לבנים בסך הכול אך לא בהכרח ברצף.

ה. חשבו את $P(X = 2)$

ו. חשבו את $P(X = 3)$

ז. חשבו את $P(X = 4)$

ח. חשבו את $P(X = k)$

2. הראה שההתפלגות הגאומטרית היא מקרה פרטי של ההתפלגות הבינומית השלילית.

3. מטילים מטבע שוב ושוב עד אשר מקבלים שלוש פעמים עץ בסך בכול.

ג. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר ההטלות הכולל.

ד. מהי התוחלת ומהי השונות של מספר ההטלות הכולל?

ה. חוזרים על התהליך שלעיל 5 פעמים. מה ההסתברות שפעמיים מתוך ה-5 חזרות נאלץ להטיל את המטבע בדיוק 4 פעמים?

ו. שאלות מסכמות:

1. נתון ש:

$$X \sim B(4, \frac{1}{2})$$

$$Y \sim B(10, \frac{1}{4})$$

א. חשב את התוחלת וסטיית התקן של X .

ב. $W = 2X - 4$, חשב את התוחלת וסטיית התקן של W .

ג. $T = X + Y$, חשב את התוחלת של T . האם ניתן לדעת מה סטיית התקן של T ?

2. ערן משחק בקזינו בשתי מכוונות הימורים. משחק אחד בכל מכוונה (במכוונה א' ובמכוונה

ב'). הסיכוי שלו לנצח במשחק במכוונה א' הינו 0.08 והסיכוי שלו לנצח רק במכוונה א'

הינו 0.05. הסיכוי שלו להפסיד בשני המשחקים ביום מסוים הוא 0.88.

א. מה הסיכוי שערן ינצח בשני המשחקים?

ב. מה התוחלת ומה השונות של מספר הניצחונות של ערן?

ג. אם ערן נכנס לקזינו 5 פעמים ובכל פעם שיחק את שני המשחקים, מה

ההסתברות שערן ינצח בשני המשחקים בדיוק פעם אחת מתוך חמשת הפעמים?

3. לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם

מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו

מהצרור כדי לא להשתמש בו שוב. נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.

א. בנה את פונקציית ההסתברות של X .

ב. חשב את התוחלת והשונות של X .

ג. כל ניסיון לפתוח הדלת אורך חצי דקה. מה התוחלת ומה השונות של הזמן

הכולל לפתיחת הדלת?

4. מספר התקלות בשידור "בערוץ 1" מתפלג פואסונית בקצב של 6 תקלות ביום.

א. מה ההסתברות שביום מסוים הייתה לפחות תקלה אחת?

ב. מה ההסתברות שבשבוע (7 ימי שידור) יהיו בדיוק 6 ימים בהם לפחות תקלה אחת?

ג. מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום ועד היום הראשון בו לפחות תהיה תקלה אחת?

5. בעל חנות גדולה בקניון שם לב ש-40% מהמוצרים בחנותו נרכשים עבור ילדים, 35% נרכשים עבור נשים ו-25% נרכשים עבור גברים. 10% מהמוצרים הנרכשים עבור ילדים הם מתוצרת חוץ, וכך גם 60% מהמוצרים הנרכשים עבור נשים ו-50% מאלה הנרכשים עבור גברים.

א. מה ההסתברות למכור בחנות זו מוצר מתוצרת חוץ?

ב. יהי X - מספר המוצרים שימכרו בחנות זו מפתחתה ביום א' בבוקר, עד (וכולל) שלראשונה יימכר מוצר מתוצרת הארץ. מהי פונקציית

ההסתברות של X ?

ג. מהי תוחלת מס' המוצרים **מתוצרת חוץ** שימכרו, עד שלראשונה יימכר מוצר מתוצרת הארץ?

ד. ביום ב' נמכרו בחנות 7 מוצרים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם מתוצרת חוץ?

ח. תשובות סופיות למשתנה המקרי הבדיד

פרק א' – פונקציות ההסתברות

שאלה 1

x	10	20	30
P(x)	0.25	0.25	0.5

שאלה 2

x	0	1	2
P(x)	0.05	0.20	0.75

שאלה 3

x	1	2	3	4
P(x)	0.3	0.21	0.147	0.343

שאלה 4

x	0	1	2	3
P(x)	0.006	0.092	0.398	0.504

פרק ב' – תוחלת, שונות וסטיית תקן

שאלה 1

תוחלת: 22.5

שונות: 68.75

סטיית תקן: 8.29

שאלה 2

תוחלת: 1.7

שונות: 0.31

סטיית תקן: 0.557

שאלה 3

תוחלת: 2.533

שונות: 1.535

סטיית תקן: 1.239

שאלה 4

תוחלת: 2.4

שונות: 0.46

סטיית תקן: 0.678

שאלה 5

א.

x	2	4	6	8
P(x)	0.4	0.3	0.1	0.2

ב. תשובה: 5.16

פרק ג' – טרנספורמציה לינארית (תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

שאלה 1

תוחלת: 7.5

שונות: 68.75

שאלה 2

תוחלת: 6.8

שונות: 4.96

שאלה 3

תוחלת: 15.066

שונות: 6.14

שאלה 4

תוחלת: 9

שונות: 46

שאלה 5

תוחלת: 13.2

סטיית תקן: 5.5

שאלה 6

תוחלת: 3

שונות: 3

פרק ד' – תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים (המשך תכונות תוחלת, שונות וסטיית תקן)

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
תוחלת: 9	תוחלת: 17.731
שונות: 15	סטיית תקן: 3.28
<u>שאלה 3</u>	
תשובה: 5	

פרק ה' – התפלגויות מיוחדות

התפלגות בינומית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $X \sim B(5, 0.1)$	א. תשובה: 0.5314
ב. תשובה: 0.32805	ב. תשובה: 0.0984
ג. תשובה: 0.59049	ג. תשובה: 0.1143
ד. תשובה: 0.0729	ד. תוחלת: -18
ה. תשובה: 0.40954	סטיית תקן: 14.697
ו. תוחלת: 0.5	
שונות: 0.45	

<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. תשובה: 0.1789	א. תשובה: 0.1956
ב. תשובה: 2	ב. תשובה: 0.4506

<u>שאלה 5</u>
א. תשובה: 0.401
ב. תוחלת: 8.025
סטיית תקן: 2.193

התפלגות גיאומטרית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תשובה: 0.009	א. תשובה: 0.001
ב. תשובה: 0.0001	ב. תשובה: 0.875
ג. תוחלת: 1.111	ג. תשובה: 0.03125
שונות: 0.1234	ד. תשובה: 1
ד. תוחלת: 44.4	
שונות: 308.5	
<u>שאלה 3</u>	
א. תשובה: 0.1029	
ב. תשובה: 9.72	

התפלגות פואסוניתשאלה 1

א. תשובה: 0.0337

ב. תשובה: 0.9933

ג. תשובה: 0.1246

ד. תשובה: 5

שאלה 3

א. תשובה: 4

ב. תשובה: 0.4077

שאלה 2

א. תשובה: 0.084

ב. תשובה: 0.099

ג. תשובה: 0.151

התפלגות אחידהשאלה 1א. תשובה: $\frac{1}{45}$ ב. תשובה: $\frac{30}{45}$

ג. תשובה: 0.6

שאלה 2

א. התוחלת: 50.5

סטיית התקן: 28.87

ב. 1. תשובה: 0.08192

ב. 2 תוחלת: 303 סטיית תקן: 70.71

התפלגות היפרגאומטריתשאלה 1ב. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{5}{9}$ ג. תוחלת: $1\frac{2}{3}$ שונות: $\frac{20}{27}$ שאלה 2

ב. תוחלת: 1.5

סטיית תקן: 0.748

ג. תשובה: 0.9

התפלגות בינומית שליליתשאלה 1

א. תשובה: 0.36

ב. תשובה: 0.288

שאלה 3

ב. תוחלת: 6 שונות: 6

ג. תשובה: 0.1886

פרק ו' – שאלות מסכמות**שאלה 1**

א. תוחלת: 2

סטיית תקן: 1

ב. תוחלת: 0

סטיית תקן: 2

ג. תוחלת: 4.5

סטיית תקן: לא ניתן

שאלה 3

א.

5	4	3	2	1	x
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	P(x)

ב. תוחלת: 3

שונות: 2

ג. תוחלת: 1.5

שונות: 1/2

שאלה 5

א. תשובה: 0.375

ג. תשובה: 0.6

ד. תשובה: 0.282

שאלה 2

א. תשובה: 0.01

ב. תוחלת: 0.13

שונות: 0.1331

ג. תשובה: 0.048

שאלה 4

א. תשובה: 0.9975

ב. תשובה: 0.0172

ג. תשובה: 1.0025

פרק 5 - המשתנה הדו מימדי הבדיד

1. תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. הסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8 והסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9. הסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר הקורסים שהסטודנט עבר. יהי Y משתנה אינדיקטור המקבל את הערך אחד אם הסטודנט עבר את הבחינה בכלכלה ואפס אחרת.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו Y ואת השוליות.
 - ב. האם X ו- Y הם משתנים בלתי תלויים?
 - ג. מהו מקדם המתאם בין X ל- Y . האם המשתנים מתואמים?

2. מטילים מטבע שלוש פעמים. נגדיר את X להיות מספר העצים המתקבלים בשתי ההטלות הראשונות ואת Y להיות מספר העצים המתקבלים בשתי ההטלות האחרונות.
 - א. בנו את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו Y ואת פונקציות ההסתברות השוליות.
 - ב. האם X ו- Y הם משתנים בלתי תלויים?
 - ג. מהו מקדם המתאם בין X ל- Y . האם המשתנים מתואמים?
 - ד. אם בשתי ההטלות הראשונות יצא בדיוק עץ אחד, מה ההסתברות שבשתי ההטלות האחרונות יצאו שני עצים?
 - ה. אם בשתי ההטלות האחרונות יצא לפחות פעם אחת עץ, מה ההסתברות שבשתי ההטלות הראשונות יצא עץ אחד?

3. אדם נכנס לקזינו עם 75 דולר. הוא ישחק במכונת מזל בה יש סיכוי של 03 לנצח. במקרה של ניצחון במשחק הוא יקבל מהקזינו 25 דולר ובמקרה של הפסד הוא ישלם 25 דולר. אותו אדם החליט שיפסיק לשחק ברגע שיהיה לו 100 דולר, אך בכל מקרה לא ישחק יותר מ- 3 משחקים. נגדיר את X להיות הכסף שברשות האדם בצאתו מהקזינו ואת Y מספר המשחקים שהאדם שיחק.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות המשותפת.
- ב. מה תוחלת מספר המשחקים שישחק האדם?
- ג. אם האדם יצא מהקזינו שברשותו 100 דולר, מה התוחלת ומהי השונוות של מספר המשחקים שישחק?

4. מפעל משווק מוצר הנארו בחבילות בגדלים שונים. ישנו מספר שווה של חבילות בנות שני מוצרים ושלושה מוצרים. ההסתברות שמוצר מסוים יהיה פגום היא $1/10$. מהנדס הייצור בוחר באקראי חבילת מוצרים לשם בקורת איכות. יהיו: X – מספר המוצרים בחבילה, Y – מספר המוצרים הפגומים בחבילה.

א. מה ההתפלגות של המשתנה Y בהינתן X הינו 3.

ב. מה ההתפלגות של המשתנה Y בהינתן X הינו K כלשהו.

ג. מהי תוחלת מספר המוצרים הפגומים בחבילות בנות 3 מוצרים? נמקו.

ד. בנה את פונקציית ההסתברות המשותפת.

5. מתוך כד עם שלושה כדורים ממוספרים במספרים 2, 4, 8 שולפים באקראי שני כדורים ללא

החזרה. נגדיר: X – המספר הקטן מבין השניים; Y – המספר הגדול מבין השניים.

א. חשבו את ההתפלגות של (X, Y) .

ב. אם המספר המינימאלי שנבחר הוא 2, מה הסיכוי שהמספר המקסימאלי 8?

ג. חשבו את ההתפלגות המותנית של X בהינתן $Y = 4$. מצאו $E(X / Y = 4)$.

6. מבחן בנוי מחלק כמותי ומחלק מילולי. תוחלת הציון בחלק המילולי הנו 100 עם סטית תקן 20

ובחלק הכמותי תוחלת הציון 90 עם סטיית תקן 15. מקדם המתאם בין שני הציונים הוא 0.9.

א. חשבו את השונות המשותפת בין ציוני שני חלקי הבחינה.

ב. אם יעלו את כל הציונים בחלק המילולי ב-20%, מה יהיה מקדם המתאם בין הציון

המילולי החדש לציון הכמותי ובין הציון המילולי הישן לציון המילולי החדש?

ג. נגדיר משתנה חדש W להיות המרחק של הציון בחשיבה מילולית מהציון המקסימאלי

בבחינה-150. מצא את מקדם המתאם בין הציון המילולי ל- W ובין W ל-לציון הכמותי.

ד. מה התוחלת ומהי השונות של סכום הציונים?

ה. מה התוחלת ומה השונות של פער הציונים בין החשיבה המילולית לחשיבה הכמותית?

7. נתונה פונקציית ההסתברות המשותפת הבאה :

$Y \backslash X$	1	2	3	$P(Y)$
2		0.1	0.3	0.6
3	0.2		0.1	
$P(X)$				

ה. השלם את ההסתברויות החסרות.

ו. האם המשתנים תלויים?

ז. האם המשתנים בלתי מתואמים?

ח. חשב את השונות המשותפת.

ט. חשב את התוחלת והשונות של סכום המשתנים.

י. חשב את התוחלת והשונות של הפרש המשתנים.

תשובות סופיות למשתנה המקרי הדו מימדי הבדיד

שאלה 1	שאלה 2
ב. תלויים	ב. תלויים.
ג. מקדם המתאם: 0.853 . מתואמים.	ג. מקדם המתאם : 0.5 . מתואמים.
	ד. 0.25 ה. 0.5
שאלה 3	שאלה 4
ב. 2.4	ג. 0.3
ג. התוחלת 1.348 והשונות 0.575	
שאלה 5	שאלה 6
ב. 0.5	א. 270
ג. תוחלת 2	ב. 1, 0.9
	ג. -1, -0.9
	ד. תוחלת 190 ושונות 1165
	ה. תוחלת 10 ושונות 85
שאלה 7	
ב. תלויים	
ג. מתואמים	
ד. תשובה: -0.1	
ה. תוחלת: 4.4 שונות: 0.84	
ו. תוחלת: -0.4 שונות: 1.24	

פרק 6 - המשתנה הרציף (שימוש באינטגרלים)

באופן כללי נסמן פונקציית צפיפות של משתנה רציף כלשהו ב $f(x)$.
השטח שמתחת לפונקציית הצפיפות נותן את ההסתברות.
פונקציית צפיפות חייבת להיות לא שלילית והשטח הכולל שמתחת לפונקציה יהיה תמיד 1.

פונקציית התפלגות מצטברת :

$$F(t) = p(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$

תוחלת של משתנה רציף כלשהו :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot f(x) dx = \mu$$

שונות של משתנה רציף כלשהו :

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X^2 \cdot f(x) dx - \mu^2 = \sigma^2$$

כמו כן :

$$p(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

$$p(X > t) = 1 - F(t)$$

שאלה 1

נתונה פונקציית צפיפות $f(X) = \frac{2}{x}$ פונקציה זו מוגדרת מ-1 ועד K.

- א. מצא את ערכו של K.
- ב. בנה את פונקציית ההתפלגות המצטברת.
- ג. חשב את הסיכוי ש X לפחות 1.5.
- ד. מצא את העשירון התחתון של ההתפלגות.
- ה. מה התוחלת של X?

שאלה 2

נתונה פונקציית צפיפות הבאה: $f(X) = AX^2(10 - X)$ $0 < X < 10$ A הינו קבוע חיובי.

- א. מצא את A.
- ב. חשב את $P(x > 5 | x > 2)$.
- ג. מה התוחלת ומהי השונות של X?

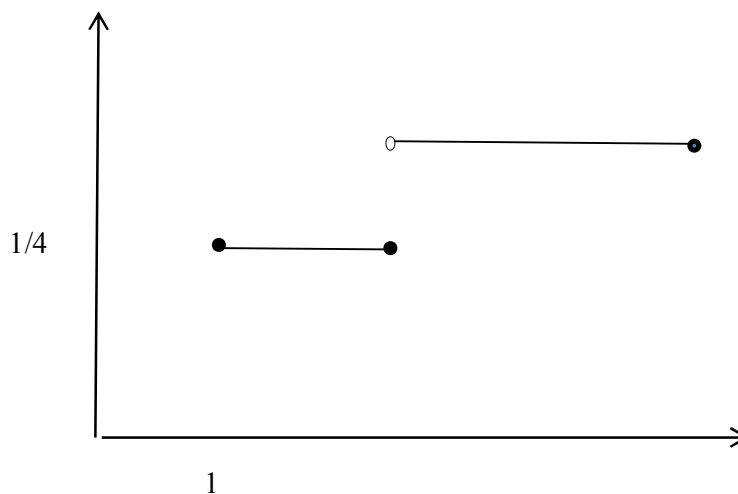
שאלה 3

פונקציית הצפיפות של משתנה מקרי רציף X : $f(x) = 0.5 \cdot e^{2x}$
 $-\infty \leq X \leq \ln(c)$

- א. מצא את ערכו של c.
- ב. מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת של ההתפלגות.
- ג. חשב $P(X > 0)$.
- ד. מהו הרבעון העליון של ההתפלגות?

שאלה 4

נתונה פונקציית הצפיפות הבאה של משתנה מקרי X :



- א. רשום את נוסחת פונקציית הצפיפות.
- ב. בנה את פונקציית ההתפלגות המצטברת.
- ג. מצא את החציון של ההתפלגות.
- ד. חשב את התוחלת והשונות של המשתנה.
- ה. חשב את $E(X^3)$.

שאלה 5

במפעל מייצרים מוצר A. זמן תהליך הייצור של המוצר בשעות הוא בעל פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f(x) = 6x(1-x) \quad 0 \leq x \leq 1$$

- א. מה ההסתברות שזמן הייצור של מוצר A אקראי יהיה קטן מ 20 דקות?
- ב. מה ההסתברות שזמן הייצור של מוצר A אקראי יהיה בדיוק חצי שעה?
- ג. נבחרו חמישה מוצרים אקראיים מסוג A. מה תוחלת מספר המוצרים שזמן הייצור שלהם יהיה גדול מ 20 דקות?

שאלה 6

זמן ההמתנה בדקות של לקוח בתור למכולת השכונתית מתפלג עם פונקציית ההתפלגות המצטברת הבאה :

$$F(t) = 1 - e^{-0.2t}$$

- א. שרטט את פונקציית ההתפלגות המצטברת.
- ב. מה הסיכוי שזמן ההמתנה יהיה לפחות רבע שעה?
- ג. אם חיכיתי בתור כבר 10 דקות מה ההסתברות שאאלץ לחכות בסך הכול פחות מרבע שעה?
- ד. מהו הזמן ש-90% מהלקוחות מחכים מתחתיו?

שאלה 7

פונקציית הצפיפות של משתנה מקרי נתונה על ידי הנוסחה הבאה :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 4 \\ bx - 4b & 4 \leq x \leq 5 \\ b & 5 < x \leq 6 \\ 0 & x > 6 \end{cases}$$

- א. מצאו את b.
- ב. חשבו את התוחלת של X.
- ג. Y הוא משתנה אינדיקטור המקבל את הערך 1 אם X קטן מ-5. מהי השונות של Y?

פתרונותשאלה 1

ז. $e^{0.5}$

ח.

ט. 0.189

י. 1.051

יא. 1.297

שאלה 2

ה. 0.0012

ו. 0.7067

ז. תוחלת : 6 שונות : 4

שאלה 3

א. 2

ב.

ג. $3/4$

ד. 0.549

שאלה 4

ג. $2\frac{2}{3}$

ד. תוחלת : 2.625 שונות : 0.6927

ה. 23.4375

שאלה 5

א. $\frac{7}{27}$

ב. 0

ג. 3.704

שאלה 6

ב. 0.0498

ג. 0.6321

ד. 11.51

שאלה 7

א. $\frac{2}{3}$

ב. 5.22

ג. $\frac{2}{9}$

פרק 7 - המשתנה המקרי הרציף

א. פונקציית הצפיפות וההתפלגות המצטברת של המשתנה הרציף

1. נתון משתנה מקרי רציף X שפונקציית הצפיפות שלו היא:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x \leq b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

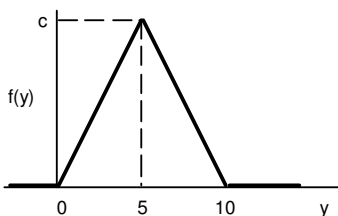
ידוע ש- $P(0 < X < 1) = 1/4$.

א. מצאו במפורש את פונקציית הצפיפות של X .

ב. מצאו את החציון של X .

ג. מה הסיכוי ש- X קטן מ- 0.5 ?

2. נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי Y



א. מצאו את c .

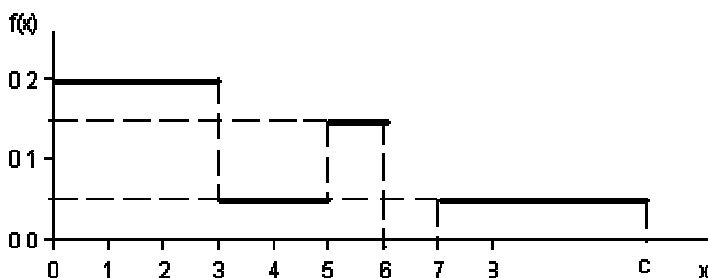
ב. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y .

ג. חשבו את ההסתברויות: $P(Y > 4)$, $P(7.5 \leq Y \leq 15.5)$, $P(Y \leq 3.0)$, $P(Y = 7.0)$.

ד. מצאו את העשירון התחתון $y_{0.1}$, הרבעון התחתון $y_{0.25}$ והחציון של Y . הסיקו מהו העשירון

עליון $y_{0.9}$.

3. נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי X :



א. מצאו ערך c שעבורו תתקבל פונקציית צפיפות.

ב. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת.

ג. חשבו את ההסתברויות הבאות: $P(1.0 < X \leq 5.0)$, $P(X \geq -2.0)$, $P(X \geq 4)$.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתב ופתר - ברק קנדל ©

ב. התפלגויות מיוחדות:**התפלגות נורמלית**

1. הגובה של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 170 ס"מ וסטית תקן של 10 ס"מ.
 - א. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל- 182.4 ס"מ?
 - ב. מה אחוז האנשים שגובהם מעל 190 ס"מ?
 - ג. מה אחוז האנשים שגובהם בדיוק 173.6 ס"מ?
 - ד. מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל- 170 ס"מ?
 - ה. מה אחוז האנשים שגובהם לכל היותר 170 ס"מ?

2. המשקל של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטיית תקן של 8 ק"ג.
 - א. מה אחוז האנשים שמשקלם נמוך מ- 55 ק"ג?
 - ב. מהי פרופורציית האנשים באוכלוסייה שמשקלם לפחות 50 ק"ג?
 - ג. מהי השכיחות היחסית של האנשים באוכלוסייה שמשקלם בין 60 ל- 70 ק"ג?
 - ד. לאיזה חלק מהאוכלוסייה משקל הסוטה מהמשקל הממוצע בלא יותר מ- 4 ק"ג?
 - ה. מה אחוז האנשים באוכלוסייה הזו ששוקלים מתחת ל- 140 ק"ג?

3. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלג נורמלית עם ממוצע 100 ושונות 225.
 - א. מה העשירון העליון של הציונים במבחן האינטליגנציה?
 - ב. מה העשירון התחתון של ההתפלגות?
 - ג. מהו הציון ש- 20% מהנבחנים מקבלים מעליו?
 - ד. מהו האחוזון ה- 20?
 - ה. מה הרבעון התחתון?

4. אורך חיים של מכשיר מתפלג נורמלית. ידוע שמחצית מהמכשירים חיים פחות מ- 500 שעות, כמו כן ידוע ש- 67% מהמכשירים חיים פחות מ- 544 שעות.
 - א. מהו ממוצע אורך חיי מכשיר?
 - ב. מהי סטיית בתקן של אורך חיי מכשיר?
 - ג. מה הסיכוי שמכשיר אקראי יחיה פחות מ- 460 שעות?
 - ד. מהו המאיון העליון של אורח חיי מכשיר?
 - ה. 1% מהמכשירים בעלי אורך החיים הקצר ביותר נשלח למעבדה לבדיקה מעמיקה. מהו אורך החיים המקסימלי לשליחת מכשיר למעבדה?

5. ¹ הזמן שלוקח לאדם להגיע לעבודתו מתפלג נורמלית עם ממוצע של 40 דקות וסטית תקן של 5 דקות.

א. מה ההסתברות שמשך הנסיעה של האדם לעבודתו יהיה לפחות שלושת רבעי השעה?

ב. אדם יצא לעבודתו בשעה 08:10 מביתו. הוא צריך להגיע לעבודתו בשעה 09:00. מה הסיכוי שיאחר לעבודתו?

ג. אם ידוע שזמן נסיעתו לעבודה היה יותר משלושת רבעי השעה. מה ההסתברות שזמן הנסיעה הכולל יהיה פחות מ- 50 דקות?

ד. מה הסיכוי שבשבוע (חמישה ימי עבודה) בדיוק פעם אחת יהיה זמן הנסיעה לפחות שלושת רבעי השעה?

6. ¹ ההוצאה החודשית לבית אב בעיר "טרירה" מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 2000 דולר וסטית תקן של 300 דולר. בחרו באקראי 5 בתי אב. ההסתברות שלפחות אחד מהם מוציא בחודש מעל ל- T דולר היא 0.98976.

א. מה ערכו של T.

ב. מה הסיכוי שההוצאה החודשית של בית אב בעיר תהיה לפחות סטיית תקן אחת מעל T?

ג. אם זוז שווה ל \$ 2, מצא את סטית התקן של ההוצאה החודשית לבית אב בזוים.

¹ השאלה רלבנטית רק למי שכבר למד הסתברות והתפלגות בינומית.

התפלגות אחידה

1. משך (בדקות) הפסקה בשיעור, X , מתפלג $U(13, 16)$.
 - א. מהי התוחלת ומהי סטית התקן של משך ההפסקה?
 - ב. מהי ההסתברות שהפסקה תמשך יותר מ-15 דקות?
 - ג. מהי ההסתברות שמשך ההפסקה יסטה מהתוחלת בפחות מדקה?
2. רכבת מגיעה לתחנה בשעות היום כל עשר דקות. אדם הגיע לתחנה בזמן אקראי.
 - א. הסבר כיצד מתפלג זמן ההמתנה לרכבת?
 - ב. אם זמן ההמתנה לרכבת ארך יותר מ-5 דקות, מהי ההסתברות שבסך הכל האדם ימתין לרכבת פחות מ-8 דקות?
 - ג. מה תוחלת מספר הימים שיעברו עד הפעם הראשונה שהאדם ימתין לרכבת יותר מ-9 דקות?
3. מתקן המילוי במפעל ממלא בקבוקים באופן אחיד לפי פונקציה הצפיפות (סמ"ק):

$$f(x) = \begin{cases} 0.8 & 120 \leq x \leq 121.25 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$
 - א. מה אחוז הבקבוקים שתכולתם מעל 120.4 סמ"ק?
 - ב. דרישות התקן הן לדחות כל בקבוק עם תכולה השונה מן התכולה המוצהרת (121 סמ"ק) ביותר מחמישית סמ"ק. מהו אחוז הבקבוקים שלא יעמדו בתקן? (בקבוק כזה יושמד).
 - ג. בקבוק תקני יימכר ב-8 שקלים. עלות הייצור לבקבוק היא 2 שקל. מה הרווח הממוצע במכירת בקבוק?

התפלגות מעריכית (אקספוננציאלית)

1. הזמן שעובר בכביש מסוים עד להתרחשות תאונה מתפלג מעריכית עם תוחלת של 24 שעות.
 - א. מהי סטיית התקן של הזמן עד להתרחשות תאונה?
 - ב. מה ההסתברות שהתאונה הבאה תתרחש תוך פחות מיממה?
 - ג. מהי ההסתברות שהתאונה הבאה תתרחש תוך לפחות יומיים?

2. משך הזמן X (בדקות) שסטודנטים יושבים ליד מסוף מחשב מתפלג מעריכית עם תוחלת של 30 דקות.
 - א. מה הסיכוי שעבודת סטודנט על המחשב תארך פחות מרבע שעה?
 - ב. מה הסיכוי שעבודת סטודנט על המחשב תארך בין רבע שעה לחצי שעה?
 - ג. אם סטודנט עובד ליד המסוף כבר יותר מ- 10 דקות, מה ההסתברות שמשך כל עבודתו ליד המסוף יעלה על 30 דקות?

3. בממוצע מגיעים לחדר מיון 4 חולים בשעה בזרם פואסוני.
 - א. שולה המזכירה הגיעה לחדר המיון. מה ההסתברות שזמן ההמתנה שלה לחולה הבא יהיה יותר מ- 20 דקות?
 - ב. אם שולה המתונה יותר מרבע שעה לחולה הבא. מה ההסתברות שתמתין בסך הכל יותר מחצי שעה?
 - ג. מה ההסתברות שבין החולה הראשון לשני יש להמתין יותר מרבע שעה ובין החולה השני לשלישי יש להמתין פחות מרבע שעה?

ג. תשובות סופיות למשתנה המקרי הרציף

פרק א' – פונקציות צפיפות והתפלגות מצטברת

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $b=2$ $c=0.5$	א. 0.2
ב. 1.41	ג. 0, 0.18, 0.125, 0.32
ג. 0.0625	ד. העשירון התחתון: 2.24 הרבעון התחתון: 3.54 החציון: 5 העשירון העליון: 7.76
<u>שאלה 3</u>	
א. 10	
ג. 0.5, 1, 0.35	

פרק ב' – התפלגויות מיוחדות

התפלגות נורמלית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. 89.25%	א. 26.43%
ב. 2.28%	ב. 89.44%
ג. 0	ג. 39.44%
ד. 50%	ד. 0.383
ה. 50%	ה. 100%
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 119.23	א. 500
ב. 80.77	ב. 100
ג. 112.63	ג. 0.3446
ד. 87.37	ד. 732.6
ה. 89.89	ה. 267.4
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
א. 0.1587	א. 1924.1
ב. 0.0228	ב. 0.2266
ג. 0.8563	ג. 600
ד. 0.3975	

התפלגות אחידה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. תוחלת: 14.5	א. $X \sim U(0,10)$
שונות: 0.866	ב. 0.6
ב. $1/3$	ג. 10
א. $2/3$	
<u>שאלה 3</u>	
א. 68%	
ב. 68%	
ג. 0.56	

התפלגות מעריכית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. 24 שעות	א. 0.632
ב. 0.632	ב. 0.239
ג. 0.135	ג. 0.513
<u>שאלה 3</u>	
א. 0.264	
ב. 0.368	
ג. 0.233	

פרק 8 - התפלגות הדגימה

א. התפלגות ממוצע המדגם ומשפט הגבול המרכזי

1. להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה למשפחה בישוב מסוים:

מספר המקלטים	מספר המשפחות
0	500
1	2500
2	3500
3	3000
4	500
סך הכול $N = 10000$	

נגדיר את x להיות מספר המקלטים של משפחה אקראית.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של x .
- ב. חשבו את התוחלת, השונות וסטיית התקן של x .
- ג. אם נדגום 4 משפחות מהישוב מה תהיה התוחלת, מהי השונות ומהי סטיית התקן של ממוצע המדגם?

2. אם נטיל קובייה פעמיים ונתבונן בממוצע התוצאות שיתקבלו, מה תהיה התוחלת ומה תהיה סטיית התקן של ממוצע זה?

3. משקל תינוק ביום היוולדו מתפלג נורמאלית עם ממוצע 3400 גרם וסטיית תקן של 400 גרם.

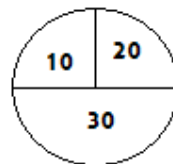
א. מה ההסתברות שתינוק אקראי בעת הלידה ישקול פחות מ-3800 גרם?

נתון שביום מסוים נולדו 4 תינוקות.

- ב. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע שלהם יעלה על 4 ק"ג?
- ג. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה מתחת ל-2.5 ק"ג?
- ד. מה ההסתברות שהמשקל הממוצע של התינוקות יהיה רחוק מהתוחלת בלא יותר מ-50 גרם?

4. הזמן הממוצע שלוקח לאדם להגיע לעבודתו 30 דקות עם שונות של 16 דקות רבועיות. האדם נוסע לעבודה במשך שבוע 5 פעמים. לצורך פתרון הניחו שזמן הנסיעה לעבודה מתפלג נורמאלי.
- א. מה ההסתברות שבמשך שבוע משך הנסיעה הממוצע יהיה מעל 33 דקות?
- ב. מהו הזמן שבהסתברות של 90% ממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה פחות ממנו?
- ג. מה ההסתברות שממוצע משך הנסיעה השבועי יהיה מרוחק מ-30 דקות בלפחות 2 דקות?
5. נפח היין בבקבוק מתפלג נורמאלי עם תוחלת של 750 סמ"ק וסטיית תקן של 10 סמ"ק.
- א. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה בדיוק 755 סמ"ק?
- ב. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה יותר מ-755 סמ"ק?
- ג. בארגז 4 בקבוקי יין. מה ההסתברות שהנפח הממוצע של הבקבוקים בארגז יהיה לפחות 755 סמ"ק?
- ד. בקבוקי היין שבארגז נמזגים לקערה עם קיבולת של שלושה ליטר. מה ההסתברות שהיין יגלוש מהקערה?
6. משתנה מתפלג נורמאלי עם תוחלת 80 וסטיית תקן 4.
- א. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה כאשר גודל המדגם הוא 9?
- ב. מה ההסתברות שממוצע המדגם יסטה מתוחלתו בלא יותר מיחידה שגודל המדגם הוא 16?
- ג. הסבר את ההבדל בתשובות של שני הסעיפים.

7. בקזינו ישנה רולטה. על הרולטה רשומים המס' הבאים כמוראה בשרטוט :



- אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה.
- א. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.
- ב. מה התוחלת ומה השונות של סכום הזכייה?
- ג. אם האדם ישחק את המשחק 5 פעמים מה התוחלת ומה השונות של ממוצע סכום הזכייה בחמשת המשחקים?
- ד. אם האדם משחק את המשחק 50 פעם מה ההסתברות שבסה"כ יזכה ב-1050 ₪ ומעלה?
8. לפי הערכות הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה השכר הממוצע במשק הוא 8000 ₪ עם סטיית תקן של 3000 ₪. מה ההסתברות שבמדגם מקרי של 100 עובדים השכר הממוצע יהיה יותר מ-8500 ₪?
9. מטילים קובייה 50 פעמים בכל פעם מתבוננים בתוצאה של הקובייה. מה ההסתברות שהממוצע של התוצאות יהיה לפחות 3.72 ב-50 ההטלות?
10. אורך צינור שמפעל מייצר הינו עם ממוצע של 70 ס"מ וסטיית תקן של 10 ס"מ
- א. נלקחו באקראי 100 מוטות, מה ההסתברות שממוצע אורך המוטות יהיה בין 68 ל 78 ס"מ?
- ב. יש לחבר 2 בניינים באמצעות מוטות. המרחק בין שני הבניינים הינו 7200 ס"מ. מה ההסתברות ש 100 המוטות יספיקו למלאכה?
- ג. מה צריך להיות גודל המדגם המינימאלי, כדי שבהסתברות של 5% ממוצע המדגם יהיה קטן מ-69 ס"מ. העזר במשפט הגבול המרכזי.

ב. התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירוב נורמאלי להתפלגות הבינומית

1. נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.

- א. מה ההסתברות ששלושה מהם אקדמאים?
 ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמאי?
 ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?
2. הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת בחורף מוערך ב- 0.4. נדגמו 30 מבוגרים אקראיים.
 א. חשבו את הסיכוי שבדיוק 15 יחלו בשפעת (1) לפי ההתפלגות הבינומית ; (2) לפי הקירוב הנורמאלי.
 ב. חשבו את הסיכוי לכל היותר 14 יחלו בשפעת.
 ג. חשבו את הסיכוי שלפחות 11 יחלו בשפעת.
3. במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מקו הייצור.
 א. מה ההסתברות שנדגמו לכל היותר 6 מוצרים פגומים?
 ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?
 ג. מה ההסתברות שיהיו בדיוק 11 פגומים?
4. ציוני פסיכומטרי בקרב הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמאלית עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקראיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?
5. במדינה יש 10% של אבטלה. נדגמו באקראי 140 אנשים מהמדינה.
 א. מה התוחלת ומהי השונות של פרופורציות המובטלים שנדגמו?
 ב. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 10% יהיו מובטלים?
 ג. מה ההסתברות שלכל היותר 9% מהמדגם יהיו מובטלים?
6. נניח ש-30% מהאוכלוסייה תומכת בהצעת חוק מסוימת. אם נדגום מהאוכלוסייה 200 איש. חשבו את ההסתברויות הבאות :
 א. לפחות 35% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 ב. לכל היותר 25% יתמכו בהצעת החוק במדגם.
 ג. יותר מ – 27% יתמכו בהצעת החוק במדגם.

תשובות סופיות להתפלגות הדגימה

פרק א' - התפלגות ממוצע מדגם ומשפט הגבול המרכזי

שאלה 1

שאלה 2

א. $E(\bar{X}) = 3.5$

$\sigma(\bar{X}) = 1.208$

x	0	1	2	3	4
P(x)	0.05	0.25	0.35	0.3	0.05

ב. $\mu = 2.05 \quad \sigma^2 = 0.9475 \quad \sigma = 0.973$

ג. $E(\bar{X}) = 2.05 \quad V(\bar{X}) = 0.237$

$\sigma(\bar{X}) = 0.487$

שאלה 3

שאלה 4

א. 0.8413

א. 0.0465

ב. 0.0013

ב. 32.29

ג. 0

ג. 0.2628

ד. 0.1974

שאלה 5

שאלה 6

א. 0

א. 0.5468

ב. 0.1587

ב. 0.6826

ג. 0.1587

ד. 0.5

שאלה 7

שאלה 8

א.

0.0475

	10	20	30
P(x)	0.25	0.25	0.5

ב. התוחלת: 22.5

השונות: 68.75

ג. התוחלת: 22.5

השונות: 13.75

ד. 0.8997

שאלה 10

א. 0.9772

ב. 0.0228

ג. 271

שאלה 9

0.1814

פרק ב' - התפלגות מספר ההצלחות במדגם ופרופורציות ההצלחות במדגם וקירובנורמאלי להתפלגות הבינומיתשאלה 2

א. 0.0783 (1) ; 0.0794 (2)

ב. 0.8238

ג. 0.7123

שאלה 1

א. 0.201

ב. 0.3758

ג. התוחלת: 2

סטיית התקן: 1.2649

שאלה 4

0.1611

שאלה 3

א. 0.121

ב. 0.6915

ג. 0.124

שאלה 6

א. 0.0618

ב. 0.0618

ג. 0.8238

שאלה 5

א. התוחלת: 0.1

השונות: 0.00064

ב. 0.5

ג. 0.3446

פרק 9 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו :
168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
- א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
- ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
- ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן

$$\text{התוצאות שהתקבלו : } \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

- א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
- א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
- ד. מהי טעות התקן של האומד?

2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את :
 - א. ממוצע המדגם.
 - ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
 - ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.
5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 4.7, 5.2, 4.6, 5.3. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלי. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.
3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומד לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?
2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%, 79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.
 - א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?
3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.
4. במדגם של 300 נשים בגילאי 35-40 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.
5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלי. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3.5, 4.2, 4.7, 5.4. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסיה.
2. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלי:
 - א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
 - ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

1. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
2. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
 - א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
 - ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונויות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות לאמידה נקודתית ורווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ג. 177.9	א. 8.1
ד. 64.1	ב. 3.16
ה. 0.4	

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $223.42 < \mu < 236.58$	א. 102
ב. $222.16 < \mu < 237.84$	ב. 3
ד. 4	ג. 0.9544
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 139	א. $3.58 < \mu < 4.42$
ב. $21 < \mu < 25$	ב. יקטן פי 2
	ג. גדל
<u>שאלה 5</u>	
780	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$4.39 < \mu < 5.51$	א. $96.63 < \mu < 107.37$
	ב. $96.90 < \mu < 107.10$
<u>שאלה 3</u>	
$3.149 < \mu < 3.351$	

פרק ג' – רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$ ב. 2.29% ג. יגדל	א. 104 ב. 0.9774
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423 ב. 271	א. $22.5\% < p < 30.9\%$ ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' – רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$ ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' – רווח סמך להפרשים**הפרשי פרופורציות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%) ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772) ב. (6467, 7133)

פרק 10 - טעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

1. אדם חשוד בביצוע פשע. מהן הטעויות האפשריות בהכרעת הדין?

2. ילד קנה שקית סוכריות אטומה שבה ציפה ל-10 סוכריות תות ו-5 לימון. ישנה שקית אחרת אותה הוא לא רצה בה 6 סוכריות תות ו-9 לימון. הוא החליט להוציא באקראי סוכרייה אם היא תהיה לימון הוא יחזיר את השקית לחנות. מה הסיכויים לכל סוג של טעות בהכרעתו?

3. יהי X מספר שלם הנבחר באקראי מבין המספרים השלמים. הסיכוי ש- X יקבל ערך

$$p(X = k) = \frac{1}{n} \quad \text{עבור } k = 1, 2, \dots, n$$

נתונות ההשערות הבאות לגבי התפלגות של X :

$$H_0 : n = 4$$

$$H_1 : n = 6$$

כמו כן נתון כלל ההכרעה הבא: נדחה את השערת האפס אם $X > 3$.
חשבו את הסיכוי לטעות מסוג ראשון וטעות מסוג שני ואת העוצמה?

4. איכות של מוצר מסווגת ל-4 רמות איכות: מצוין, טוב, בינוני וירוד. להלן התפלגות טיב המוצר בשני מפעלים:

מפעל	מצוין	טוב	בינוני	ירוד
"היוצר"	0.6	0.2	0.2	0
"שמשון"	0.1	0.2	0.3	0.4

בוחרים ממשלוח מוצר באקראי, אך לא יודעים מאיזה מפעל המשלוח הגיע. על סמך בדיקת האיכות מנסים להכריע האם מדובר במפעל "היוצר" (השערת האפס) או במפעל "שמשון" (השערה אלטרנטיבית).

א. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "טוב" נכריע שהמוצר בא ממפעל "שמשון", מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ב. להלן כלל החלטה: אם מדובר במוצר שטיבו "בינוני" וגרוע מכך נכריע שהמוצר בא ממפעל "שמשון", מה מהן ההסתברויות לסוגי הטעויות השונים?

ג. איזה כלל החלטה עדיף? נמק!

5. במטרה לבדוק האם מטבע תקין הטילו אותו 8 פעמים. הוחלט שאם מספר העצים יהיה בין 1 ל 7 כולל יוחלט שהמטבע תקין, אחרת נחליט שהמטבע מזויף.
- א. רשמו את השערות המחקר.
- ב. מה ההסתברות לטעות מסוג ראשון?
- ג. מהי עצמת המבחן אם במציאות אכן המטבע אינו תקין כי הסיכוי לעץ בו הוא 20%.

6. להלן השערות:

$$H_0 : X \approx t(5) \quad (\text{התפלגות } t \text{ עם 5 דרגות חופש})$$

$$H_1 : X \approx Z \quad (\text{התפלגות נורמאלית סטנדרטית})$$

כלל החלטה: נדחה את השערת האפס אם X גדול מ-2.015.

- א. מהי רמת המובהקות של כלל ההחלטה?
- ב. מהי העוצמה של כלל ההחלטה?

7. במפעל מסוים נפלטים לאוויר חומרים רעילים. במצב שיגרה העוצמה הממוצעת של החומר הרעיל אמורה להיות 6,000 יחידות עם סטיית תקן 900. במצב חירום העוצמה הממוצעת היא 7,000 עם סטיית תקן 900. במפעל מערכת ההתראה נתמכת על ידי 9 חיישנים. אם ממוצע העוצמה של החומר הרעיל לפי תשעת החיישנים עולה על 6600 יחידות מופעלת מערכת ההתראה. נתון שעוצמת הזיהום מתפלגת נורמאלית.
- א. מה הסיכוי להתראת שווא? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ב. מה הסיכוי שבמצב חירום מערכת ההתראה לא תפעל? (באיזה סוג טעות מדובר)?
- ג. מה ההסתברות שאם המצב הוא מצב חירום מערכת ההתראה תפעל? (איך קוראים להסתברות זו)?
- ד. בסעיפים הבאים נשנה בכל סעיף נתון מסוים. כל סעיף עומד בפני עצמו, כיצד השינוי ישנה את הסיכוי לטעות מסוג ראשון ושני?
1. המפעל יקנה עוד 4 חיישנים.
 2. מצב חירום מוגדר כעת בתוחלת של 7500 יחידות.
 3. מערכת ההתראה תופעל אם ממוצע של תשעת החיישנים יהיה מעל 6700.

תשובות לטעויות ועוצמה בבדיקת השערות כללית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
	$\beta = \frac{2}{5} \quad \alpha = \frac{1}{3}$
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
$\beta = 0.5 \quad \alpha = 0.25$	א. $\beta = 0.8 \quad \alpha = 0.2$
	ב. $\beta = 0.3 \quad \alpha = 0.2$
	ג. כלל ב'.
<u>שאלה 5</u>	<u>שאלה 6</u>
ב. 0.00781	א. 0.05
ג. 0.1678	ב. 0.022
<u>שאלה 7</u>	
א. 0.0228	
ב. 0.0918	
ג. 0.9082	

פרק 11 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.

א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?

ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?

3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.

2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$

האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדוק ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון נהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.

2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים. האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100. אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	$\bar{x}$
72	80	$\hat{S}$
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות בממוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים בממוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	506	470	420	640	670	390	500	590
אחרי	570	540	430	610	680	510	520	580

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שונות

1. זמן ההחלמה ממחלה מסוימת כאשר משתמשים בטיפול מסוים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 80 שעות. תרופה חדשה נוסתה על 5 חולים. זמני ההחלמה שלהם בשעות היו 38,72,90,110,50. ברמת מובהקות של 5% בדקו האם סטיית התקן של זמן החלמה של התרופה החדשה נמוכה מהתרופה המקורית.

2. הגובה של אוכלוסייה מסוימת נחשב כמתפלג נורמלית על ממוצע של 174 ס"מ וסטיית תקן 12. במדגם של 20 אנשים מהאוכלוסייה התקבל ממוצע 171 וסטיית תקן מדגמית 23.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בשונות הגבהים באוכלוסייה.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם חל שינוי בתוחלת הגבהים באוכלוסייה.

ז. בדיקת השערות על שתי שונויות

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונויות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה- 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה- 118.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ח. הגישה המעשית – מובהקות התוצאה – P-VALUE – $\alpha_{\min}$

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם כיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות :

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.

א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוהה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6% ?

ט. טעויות ועוצמה

1. לפי נתוני משרד הפנים בשנת 1980 למשפחה ממוצעת היה 2.3 ילדים למשפחה עם סטיית תקן 0.4. מעוניינים לבדוק אם כיום ממוצע מספר הילדים למשפחה קטן יותר. לצורך כך הוחלט לדגום 121 משפחות. במדגם התקבל ממוצע 2.17 ילדים למשפחה.
א. רשמו כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי ברמת מובהקות של 5%.
ב. בהמשך לסעיף א מה תהיה המסקנה ומהי הטעות האפשרית במסקנה?
ג. אם באמת ממוצע מספר הילדים במשפחה פחת לכדי 2.1 מהי העוצמה של הכלל מסעיף א?

2. להלן נתונים על תהליך של בדיקת השערות על תוחלת:

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\sigma = 30$$

$$n = 225$$

- א. רשום כלל הכרעה במונחי ממוצע מדגם קריטי וברמת מובהקות של 10%.
ב. בהמשך לסעיף א מהי העוצמה אם התוחלת שווה ל-195?
ג. הסבר ללא חישוב איך העוצמה תשתנה אם רמת המובהקות תהיה 5%?

3. אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת.
א. נניח שהתרופה נבדקת אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%. מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
ב. אם המדגם יתבסס על יותר תצפיות כיצד הדבר ישנה את התשובה לשל סעיף א'?

4. בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פתיחת מכללה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדל. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסוג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.

5. מפעל לייצור צינורות מייצר צינור שקוטרו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 מ"מ וסטית תקן של 6 מ"מ. במחלקת ביקורת האיכות דוגמים בכל יום 81 צינורות ומוודדים את קוטרם, בכדי לבדוק, בעזרת מבחן סטטיסטי, האם מכונת הייצור מכוילת כנדרש או שקוטר הצינורות קטן מהדרוש.
- א. רשום את ההשערות ואת ככל ההכרעה ברמת מובהקות של 5% .
- ב. אם ביום כלשהו מכונת הייצור התקלקלה והיא מייצרת את הצינורות בקוטר שתוחלתו 48 מ"מ בלבד (סטית התקן לא השתנתה), מה ההסתברות שהתקלה לא תתגלה בביקורת האיכות? כיצד נקראת הסתברות זו?
- ג. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם רמת המובהקות תגדל.
- ד. הסבר ללא חישוב כיצד התשובה לסעיף ב תשתנה אם התוחלת האמיתית היא 47 ולא 48 מ"מ.

י. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו. א.

ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסיה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר. ב.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות :

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא : (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות :

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

תשובות סופיות לבדיקת השערות

פרק א' – בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נדחה H_0	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' – בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
נקבל H_0	

פרק ג' – בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נדחה H_0
	ב. נדחה H_0

פרק ד' – בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' – בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' – בדיקת השערות על שונות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נדחה H_0	א. נדחה H_0

פרק ז' בדיקת השערות לשתי שוניות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ח' – מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ט' – טעויות ועוצמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ב. נדחה H_0	ב. 0.8051
ג. 1	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 0.4404	0.1446

פרק י' – הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64,114.56)	(-0.241,0.041)

פרק 12 - מבחני חי בריבוע

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשרד החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

מספר הסוללות הפגומות	0	1	2	3 ומעלה
שכיחות	276	104	12	8

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן אי תלות

1. במפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה :

	יום	ערב	לילה
פגומים	50	60	70
תקינים	600	700	800

- האם קיים קשר בין טיב המוצר למשמרת שלו? הסיקו עבור רמת מובהקות $\alpha = 0.05$.
2. בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

3. בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הפריטים	15	20	15	50

כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B :

צבע	שחור	לבן	אדום	כחול
מספר הכדורים	60	20	10	20

- א. בדוק ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 3:1:1:1 לטובת הכחול.
- ב. בדוק ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החנויות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

תשובות סופיות למבחני חי בריבוע

פרק א' - מבחן טיב התאמה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ב' - מבחן לאי תלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0
<u>שאלה 3</u>	
א. נקבל H_0	
ב. נדחה H_0	

פרק 13 - שאלות אמריקאיות על כל חומר הלימוד.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 1-4

פסיכולוגים צפו במשך שבוע שלם בהתנהגותם של 28 ילדים בגן חובה. לאחר מכן נאלצו לדווח על רמת הביטחון העצמי של כל ילד בסקלה של 1 עד 5. כאשר 5 נחשב לרמת בטחון עצמי גבוהה ו-1 לרמת בטחון עצמי נמוכה. להלן סיכום התוצאות:

מספר הילדים	בטחון עצמי
6	1
7	2
10	3
4	4
1	5

שאלה 1

מהו סולם המדידה של המשתנה הנחקר?

- א. שמי.
- ב. סדר.
- ג. רווח.
- ד. מנה.

שאלה 2

מהי הדרך הגרפית המתאימה ביותר כדי לתאר את הנתונים?

- א. טבלת שכיחויות.
- ב. דיאגרמת מקלות.
- ג. היסטוגרמה.
- ד. דיאגרמת עוגה.

שאלה 3

מהו השכיח של התפלגות הנתונים שנאספו?

- א. 2
- ב. 1
- ג. 3
- ד. 10

שאלה 4

התווסף עוד ילד עם רמת בטחון עצמי נמוכה לכן סטיית התקן של המשתנה הנחקר כתוצאה מההוספה:

- א. תגדל
- ב. תקטן
- ג. לא תשתנה
- ד. אין לדעת

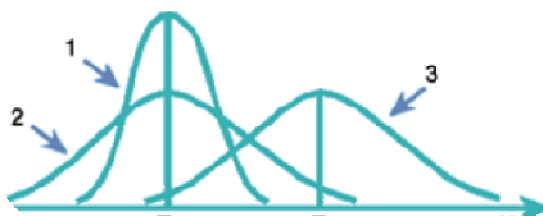
שאלה 5

אם נרצה לבדוק האם המוצא (אסיה, אירופה, אפריקה, אמריקה) משפיע על ההשכלה בשנים של העובדים נעשה זאת על ידי.

- א. מדד הקשר הלינארי.
- ב. טבלת שכיחות משותפת.
- ג. תרשימי קופסא.
- ד. דיאגרמת פיזור.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 6-10

להלן שלוש התפלגויות נורמליות של שלוש קבוצות שונות ששורטטו באותה מערכת צירים. ההתפלגויות מוספרו כדי להבדיל בניהן.

**שאלה 6**

לאיזו התפלגות הממוצע הגבוה ביותר?

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. אין לדעת.

שאלה 7

לאיזו התפלגות השכיח הגדול ביותר?

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. אין לדעת

שאלה 8

במה התפלגות 1 ו 2 זהות?

- א. בעשירון העליון.
- ב. בממוצע.
- ג. בשונות.
- ד. אף אחת מהתשובות אינה נכונה.

שאלה 9

איזה מהמשפטים הבאים נכון לגבי התפלגות מספר 3?

- א. הממוצע שווה לחציון בהתפלגות.
- ב. הטווח שווה לטווח הבין רבעוני.
- ג. העשירון התחתון שווה לעשירון העליון.
- ד. סטיית התקן היא אפס.

שאלה 10

לאיזו התפלגות סטיית התקן הקטנה ביותר?

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. אין לדעת.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 11-15 :

מוכר החליט לתת 20% הנחה לכל המוצרים שבחנות שלו.

נסמן ב- X המחיר של מוצר לפני ההנחה בש"ח וב- Y את המחיר של המוצר אחרי ההנחה בש"ח.

המוכר חישב את המדדים הבאים לפני ההנחה :

ממוצע	80
חציון	70
שונות	300
טווח	48

כמו כן הוא חישב גם את כל הנתונים לגבי המשתנה Y .

שאלה 11

מה יהיה הממוצע של המחירים בש"ח אחרי ההנחה?

א. 16

ב. 64

ג. 80

ד. 70

שאלה 12

מה יהיה טווח המחירים בש"ח אחרי ההנחה?

א. 9.6

ב. 38.4

ג. 48

ד. 70

שאלה 13

מה תהיה השונות של המחירים אחרי ההנחה?

א. 300

ב. 60

ג. 240

ד. 192

שאלה 14

מהו מקדם ההשתנות (CV) של המחירים לפני ההנחה?

- א. 3.75
- ב. 0.267
- ג. 0.2165
- ד. 4.619

שאלה 15

אם המוכר יחשב את מקדם המתאם על X ו Y התוצאה שתתקבל תהיה?

- א. 0
- ב. 1
- ג. -1
- ד. אין לדעת.

שאלה 16

בהתפלגות אסמטרית ימנית סטיית התקן יותר גדולה מאשר בהתפלגות אסמטרית שמאלית.

- א. הטענה תמיד נכונה.
- ב. הטענה תמיד אינה נכונה בהכרח.
- ג. אין מספיק נתונים כדי לדעת.

שאלה 17

ביחס לציר המספרים רוב הערכים בהתפלגות א-סימטרית ימנית נמצאים:

- א. בערכים הגבוהים.
- ב. בחלוקה זהה בין הערכים הגבוהים והנמוכים.
- ג. בערכים הנמוכים.
- ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 18

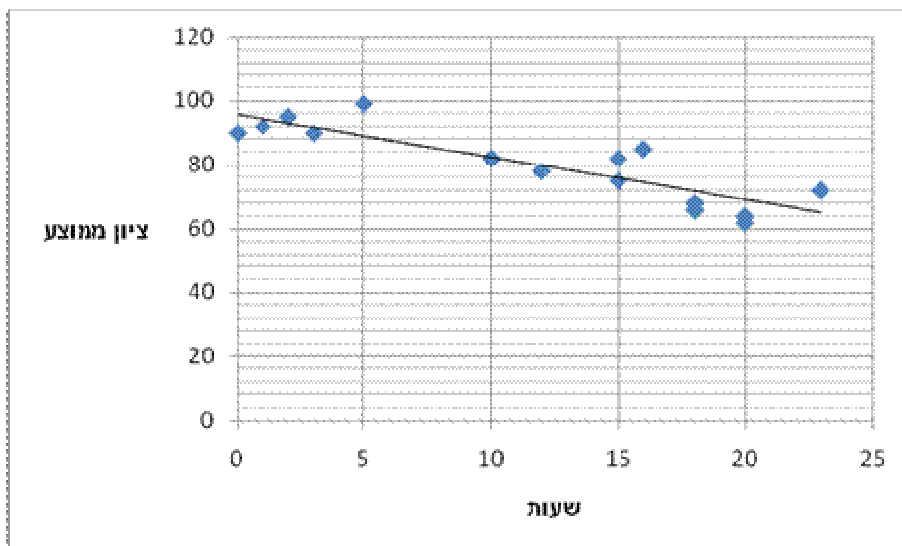
הוספת גודל קבוע לכל תצפיות סדרת נתונים.

- א. תגדיל את סטיית התקן.
- ב. תקטין את סטיית התקן.
- ג. לא תשנה את סטיית התקן.

ד. לא ניתן לדעת.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 19-21

חוקר רצה לאפיין את הקשר בין מספר השעות בשבוע שסטודנט מקדיש לבילויים לבין הציון הממוצע שלו בסוף הסמסטר. לשם כך הוא אסף נתונים של 15 סטודנטים ויצר בעזרת האקסל דיאגרמת פיזור. החוקר אף הוסיף לדיאגרמה את קו המגמה המתאים לנתונים.



שאלה 19

מיהו המשתנה הבלתי תלוי?

- א. ציון ממוצע.
- ב. מספר שעות לבילוי.
- ג. מספר הסטודנטים.

שאלה 20

מה ניתן לומר על כיוון הקשר בין מספר שעות הבילוי השבועיות לבין הציון הממוצע של הסמסטר?

(הסתמכו על הנתונים ולא על דעתכם האישית...)

- א. ככל שמבליים יותר הציון נוטה לרדת.
- ב. אין קשר בין שעות הבילוי לציון.
- ג. ככל שמבליים פחות הציון נוטה לרדת.
- ד. ככל שהציון יורד הסטודנט מבלה פחות.

שאלה 21

איזה מהמתאמים הבאים הוא המתאים ביותר לתיאור הקשר בין שני המשתנים?

- א. 0.85
- ב. 0.15
- ג. - 0.85
- ד. - 0.15

שאלה 22

סטיית התקן של משתנה מסוים X הייתה 2. הוחלט לבצע טרנספורמציה למשתנה לפי הקשר הבא: $Y = 3X - 2$. שונות Y אחרי הטרנספורמציה היא:

- א. 4
- ב. 6
- ג. 10
- ד. 12
- ה. 36

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 23-25

בכיתה 30 סטודנטים אותם 30 נבחנו במבחן באנגלית ובמבחן בסטטיסטיקה. להלן פלט לגבי ציונים:

סטטיסטיקה	אנגלית	
80	90	ממוצע
100	121	שונות

שאלה 23

באיזה מקצוע להתפלגות הציונים פיזור יחסית יותר גבוה?

- א. אנגלית.
- ב. סטטיסטיקה
- ג. אותו פיזור בשני המקצועות באופן יחסי.
- ד. אין מספיק נתונים כדי לענות על השאלה.

שאלה 24

יערה קיבלה 92 באנגלית ו82 בסטטיסטיקה. באיזה מקצוע היא יותר טובה יחסית לכיתה?

- א. אנגלית.
- ב. סטטיסטיקה
- ג. אותו דבר יחסית.

ד. אין מספיק נתונים כדי לענות על השאלה.

שאלה 25

עודד שקיבל 80 בסטיסטיקה העתיק בבחינה. הוחלט לחשב מחדש את השונות של הציונים בסטיסטיקה בלעדיו. השונות החדשה :

- א. תקטן
- ב. תגדל
- ג. לא תשתנה
- ד. אין לדעת

שאלה 26

חושב הטווח הבין רבעוני עבור התפלגות מסוימת והתקבלה התוצאה אפס. לכן :

- א. לפחות 50% מהתצפיות זהות.
- ב. סטיית התקן היא אפס.
- ג. ההתפלגות היא סימטרית.
- ד. מצב זה כלל לא יתכן.

שאלה 27

נתונה התפלגות של משתנה כלשהו.

- א. הטווח של 20% התצפיות הגבוהות ביותר שווה לטווח של 20% התצפיות הנמוכות ביותר.
- ב. הטווח של 50% התצפיות המרכזיות הינו הטווח הבין רבעוני.
- ג. הרבעון העליון שווה לרבעון התחתון.
- ד. הטווח הבין רבעוני הוא מחצית מהטווח.

הנתונים הבאים מתייחסים לכל השאלות 28-29

חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון במבחן הרשות בסטטיסטיקה ומימון לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות : הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.

שאלה 28

על פי משוואת הרגרסיה של שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן ב :

- א. 1.5 נקודות.
- ב. 0.53 נקודות.
- ג. 0.66 נקודות.
- ד. 1.20 נקודות.
- ה. 0.96 נקודות.

שאלה 29

על פי משוואת הרגרסיה תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון :

- א. 29.
- ב. 0.
- ג. 33.
- ד. 24.
- ה. 26.

שאלה 30

אם מקדם המתאם בין שני משתנים הוא שלילי אזי :

- א. הערכים של המשתנים הם שליליים.
- ב. ככל שמשנתנה אחד עולה השני עולה.
- ג. ככל שמשנתנה אחד יורד השני יורד.
- ד. קיימת טרנספורמציה לינארית שלילית בין שני המשתנים.
- ה. אף טענה אינה נכונה.

שאלה 31

בתיק 10 מניות . בהנחה שהמניות לא תלויות זו בזו והסיכוי שביום מסוים מניה תעלה 0.6. מה סטית התקן של מספר המניות שייעלו ביום מסוים?

- א. 6
- ב. 2.4
- ג. 1.55
- ד. 2.46

שאלה 32

הסטטיסטיקאית המפורסמת זהבה טוענת כי כאשר מאורעות E ו-F הינם זרים, ניתן לומר כי הסתברות שמאורע E וגם מאורע F יתקיימו, שווה למכפלת ההסתברות כי מאורע E לבדו יתקיים בהסתברות כי מאורע F לבדו יתקיים (או בכתוב מתמטי) $P(E \cap F) = P(E) \times P(F)$ האם זהבה צודקת בטענתה?

- א. לא ניתן לדעת
- ב. לא
- ג. כן
- ד. המונח "מאורעות זרים" לא קיים בסטטיסטיקה
- ה. אף תשובה לא נכונה

שאלה 33

ככל שההתפלגות הנורמאלית חדה וצרה יותר במרכז אזי:

- א. השונות שלה יותר גבוהה
- ב. הממוצע שלה יותר גבוה
- ג. היא מייצגת אנשים גבוהים יותר
- ד. השונות שלה נמוכה יותר
- ה. החציון שלה גבוה יותר

שאלה 34

נתונה סדרה של N מדידות שלא כולן זהות. נניח ששתי מדידות נוספות צורפו לסדרה ושתייהן זהות לממוצע הסדרה. האם וכיצד תשנה הוספת שני הערכים החדשים את שונות הסדרה?

- א. שונות הסדרה תקטן
- ב. שונות הסדרה תגדל
- ג. לא ניתן לדעת, זה תלוי במספר התצפיות

ד. לא ניתן לדעת, זה תלוי בערכו של הממוצע

שאלה 35

הוותק הממוצע של עובדי מפעל מסוים הוא 12 שנים וסטיית התקן של הוותק 8 שנים. בעוד 3 שנים – אם כל העובדים ימשיכו לעבוד במפעל ולא יתווספו עובדים חדשים – נקבל כי :

- א. הממוצע 15 שנים וסטיית התקן 8 שנים
- ב. הממוצע 12 שנים וסטיית התקן 11 שנים
- ג. הממוצע 15 שנים וסטיית התקן 11 שנים
- ד. הממוצע 12 שנים וסטיית התקן 8 שנים

שאלה 36

שני סטודנטים עזבו את החוג לכלכלה. הציון של כל אחד מהם היה שווה לציון הממוצע. כיצד תשפיע עזיבתם על הממוצע ושונות ציוני התלמידים הנותרים ? אם הממוצע לפני העזיבה היה 80 והשונות 100.

- א. הממוצע לא ישתנה והשונות תגדל.
- ב. הממוצע לא ישתנה והשונות תקטן.
- ג. הממוצע לא ישתנה והשונות לא תשתנה.
- ד. הממוצע יקטן והשונות תגדל.
- ה. הממוצע יגדל והשונות תקטן.

שאלה 37

החציון של סדרת נתונים מסוימת הוא 90. הוסיפו שתי תצפיות נוספות : 100 ו-20, לכן החציון :

- א. יקטן.
- ב. יגדל.
- ג. לא ישתנה.
- ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 38

סטיית התקן של המשכורות בחברה הנה 3000 ₪ אם נוסיף לכל עובדי החברה 200 ₪ לשכר אז :

- א. סטיית התקן תגדל אך אין לדעת בכמה.
- ב. סטיית התקן תגדל בהכרח ב – 200 ₪.
- ג. סטיית התקן לא תשתנה.
- ד. סטיית התקן תקטן.
- ה. לא ניתן לדעת .

שאלה 39

בתיק השקעות 5 מניות. נגדיר את המאורע : אף מניה לא תעלה מחר מבין מניות התיק. המאורע המשלים למאורע זה הוא (הנח שמניה יכולה או לעלות או לרדת בלבד).

- א. לפחות מניה אחת תעלה. ב. לפחות מניה אחת תרד ג. כל המניות יעלו. ד. בדיוק מניה אחת תעלה.

שאלה 40

ממוצע של סידרת נתונים הנה 50 וסטיית התקן 10. אם נוסיף עוד שתי תצפיות שערכן 50 סטיית התקן :

- א. תקטן. ב. תגדל. ג. לא תשתנה. ד. אין לדעת.

שאלה 41

בהתפלגות אסימטרית עם זנב ימני ציון התקן של הרבעון התחתון :

- א. בהכרח שלילי. ב. בהכרח חיובי. ג. אפס. ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 42

אם השונות של המשתנה שווה אפס. מה ניתן לומר על המשתנה?
א. עולה. ב. יורד. ג. קבוע. ד. נורמלי. ה. לא ניתן לדעת

שאלה 43

נתון משתנה מקרי W עם שונות 10 .
מה תהיה השונות אם נכפיל את ערכי המשתנה W פי 2 ?
א. 20 ב. 10 ג. 400 ד. 40 ה. 0

שאלה 44

נמצא שקיים מקדם מתאם חיובי בין הציון בעברית לציון בחשבון בבחינה לכן :

- א. הדבר מעיד שהציונים בכתה היו חיוביים.
- ב. ככל שהציון של תלמיד יורד בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
- ג. ככל שהציון של תלמיד עולה בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
- ד. אף אחת מהתשובות לא נכונה.

שאלה 45

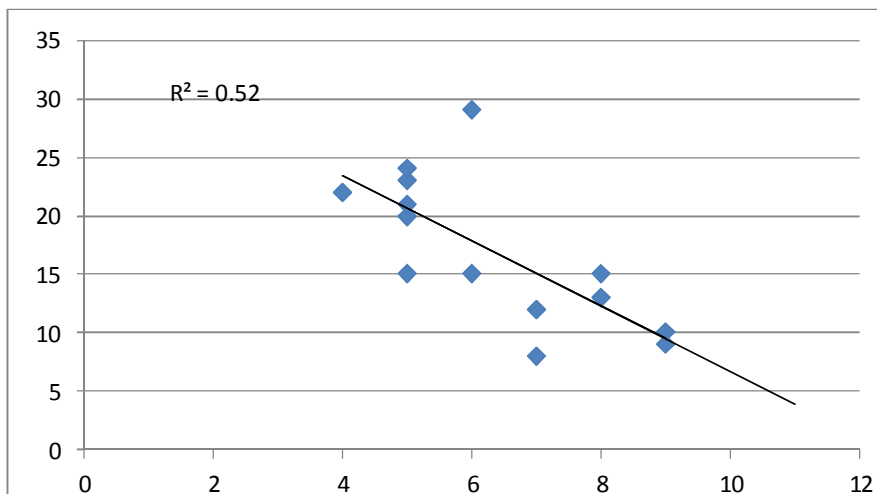
נתונים שני מאורעות המקיימים : $P(A) = 0.45$ $P(B) = 0.5$ $P(A \cup B) = 0.95$

איזו טענה נכונה לגבי המאורעות הללו ?

- א. המאורעות בלתי תלויים.
- ב. המאורעות זרים.
- ג. המאורע B מכיל את המאורע A .
- ד. המאורעות משלימים .

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 46-48

בגרף הבא מתוארת דיאגרמת פיזור של שני משתנים X (משתנה בלתי תלוי-בציר האופקי) ו- Y (משתנה תלוי), כמו כן הועבר קו הרגרסיה וחושב ריבוע מקדם המתאם.



שאלה 46

לאור הנתונים המופיעים בדיאגרמה איזה מבין הערכים הבאים מתאים להיות התוצאה של מקדם המתאם שתופעל על הנתונים?

- א. 0.52
- ב. -0.52
- ג. -0.72
- ד. 0.72

שאלה 47

מה תהיה התוצאה הכי מתאימה לפרמטר b ברגרסיה?

- א. 0.52
- ב. 2.79
- ג. -2.79
- ד. -0.52

שאלה 48

מהו טווח התפלגות התצפיות של המשתנה הבלתי תלוי X ?

- א. 5
- ב. 12
- ג. 6.5
- ד. 7

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 49-51

במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום. להלן טבלה המסכמת את האינפורמציה שנאספה על שני המשתנים:

מספר פועלים	תפוקה	
15	48	ממוצע
2	10	סטיית תקן

שאלה 49

איזו טענה מהטענות הבאות נכונה?

- א. המספר המקסימלי של העובדים במפעל הוא 17 עובדים.
- ב. התפוקה הכוללת במשך ה- 40 ימים הללו הייתה 192,000 מצברים.
- ג. הטווח של התפלגות תפוקת המצברים הוא 20 מאות.

ד. אף אחת מהטענות לא נכונה.

שאלה 50

לפי קריטריון CV (מקדם ההשתנות)

- הפיזור באופן יחסי שווה בין התפוקה היומית לכמות הפועלים העובדים ביום.
- הפיזור יחסית יותר גדול עבור התפוקה היומית מאשר עבור מספר הפועלים ביום.
- הפיזור יחסית יותר גדול עבור מספר הפועלים ביום מאשר עבור התפוקה היומית.
- אין מספיק נתונים כדי לחשב את CV.

שאלה 51

באחד הימים מתוך כלל הימים שנבדקו התפוקה הייתה 50 מאות מצברים ובאותו היום עבדו 13 פועלים.

מה יותר חריג באותו היום יחסית לשאר הימים שנבדקו נתוני התפוקה או כמות הפועלים?

- חריגים באותה מידה.
- כמות הפועלים.
- התפוקה.
- חסרים נתונים כדי לדעת זאת.

שאלה 52

התפלגות הציונים במבחן מסוים היא סימטרית לכן :

- סטיית התקן של הציונים היא אפס.
- הציון החציוני שווה לציון הממוצע.
- העשירון העליון שווה לעשירון התחתון של הציונים.
- כל הטענות בשאר הסעיפים לא נכונות.

שאלה 53

מקדם המתאם בין ההכנסה לבין ההוצאה של 10 משפחות חושב והתקבל 0.7 . אם חל גידול של 5% בהכנסת האוכלוסייה כולה וגידול של 7% בהוצאה שלה, אזי מקדם המתאם בין ההכנסה החדשה של 10 המשפחות הני"ל:

- לא ישתנה וישאר 0.7.
- יהפוך להיות 0.7 - .
- אין מספיק נתונים כדי לדעת מה יהיה מקדם המתאם.
- אפשר לדעת רק מה יהיה מקדם המתאם באוכלוסייה כולה.
- בין 0.7 ל- 0.7-.

שאלה 54

איזה מהמשפטים הבאים אינו נכון?

- א. אם מוסיפים קבוע לתצפיות הדבר לא משפיע על פיזור הנתונים.
- ב. בהתפלגות סימטרית הממוצע שווה לשכיח.
- ג. אם כל התצפיות זהות סטיית התקן בהכרח אפס.
- ד. הכפלה בקבוע משנה את סטיית התקן.

שאלה 55

איזה מהמשפטים הבאים נכון?

- א. הטווח הבין רבעוני הוא אפס רק אם כל הצפיות זהות.
- ב. הרבעון העליון שווה לרבעון התחתון בהתפלגות סימטרית.
- ג. בהתפלגות סימטרית החציון שווה לממוצע.
- ד. 90% מהתצפיות נמצאות מעל האחוזון התשעים.

שאלה 56

מעוניינים למצוא את הסיכוי לאיחוד שני מאורעות. מותר לחבר הסתברויות אלה בשביל זה, רק אם המאורעות:

- א. זרים.
- ב. לא זרים
- ג. תלויים
- ד. בלתי תלויים

שאלה 57

במכון לשטיפת מכוניות זמן שטיפת המכונית מתפלג נורמלית עם תוחלת של 25 דקות וסטיית תקן של 5 דקות. מחיר שטיפת מכונית הוא 40 ₪ אם זמן שטיפת המכונית הוא עד 25 דקות. אם זמן שטיפת המכונית עובר את 25 הדקות משלמים 20 שקלים בלבד. עידן הכניס את המכונית לשטיפה. מהי תוחלת התשלום של השטיפה?

- א. 30 ₪
- ב. 32.5 ₪
- ג. 35 ₪
- ד. 25 ₪

ה. לא ניתן לחשב ללא נתונים נוספים

שאלה 58

הכפלה בגודל קבוע לכל תצפיות סדרת נתונים.

- א. תגדיל את סטיית התקן.
- ב. תקטין את סטיית התקן.
- ג. לא תשנה את סטיית התקן.
- ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 59

בעיר "חולית", בקיץ, כמות הגשם היורד בחודש מתפלג נורמלית עם תוחלת 10 מ"מ וסטיית התקן 2, ובחורף עם תוחלת 10 מ"מ וסטיית התקן 3. איפה יש יותר סיכוי שירד יותר מ 12 מ"מ גשם?

- א. בקיץ
- ב. בחורף
- ג. סיכוי שווה.
- ד. לא ניתן לדעת.

שאלה 60

בהתפלגות שבה המאון 40 שווה לממוצע. ציון התקן של הממוצע יהיה :

- א. חיובי.
- ב. שלילי.
- ג. אפס.
- ד. לא ניתן לדעת.

דף פתרונות:

1	ב	11	ב	21	ג	31	ג	41	א	51	ב
2	ב	12	ב	22	ה	32	ב	42	ג	52	ב
3	ג	13	ד	23	ב	33	ד	43	ד	53	א
4	א	14	ג	24	ב	34	א	44	ב	54	ב
5	ג	15	ב	25	ב	35	א	45	ב	55	ג
6	ג	16	ג	26	א	36	א	46	ג	56	א
7	ג	17	ג	27	ב	37	ג	47	ג	57	א
8	ב	18	ג	28	ד	38	ג	48	א	58	ד
9	א	19	ב	29	א	39	א	49	ב	59	ב
10	א	20	א	30	ה	40	א	50	ב	60	ג