

GOOL

בשביל התירגול

קורסים ברשת שבאמת עובדים!



בואו לגלות את
סודות ההצלחה בלימודים

תוכן עניינים

פרק 1 – משוואות מסוגים שונים	3
פרק 2 – אי-שוויונים מסוגים שונים	22
פרק 3 – גיאומטריה אנליטית	29
פרק 4 – חוקי חזקות ומשוואות מעריכיות	32
פרק 5 – חוקי לוגריתמים ומשוואות לוגריתמיות	35
פרק 6 – טריגונומטריה במשולש ישר זווית	39
פרק 7 – זהויות טריגונומטריות	43
פרק 8 – משוואות טריגונומטריות	47
פרק 9 – טריגונומטריה במישור	51
פרק 10 – חוקי הגזירה, משמעות גיאומטרית של הנגזרת (משיקים)	57
פרק 11 – חקירת פונקציות – חקירת פולינום	63

פרק 1 – משוואות מסוגים שונים

משוואה ממעלה ראשונה

- בסרטון זה מוסבר מהי משוואה.

1. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & 6x + 2 = 8 & \text{ב.} & 7 - 2x = 7 & \text{ג.} & 2x + x = 24 \\ \text{ד.} & 2x + 6 = 8 + x & \text{ה.} & -7x + 5 + 2x = 4x - 13 & \text{ו.} & 6x - 3 + 5 - 7x = x - 5x - 7 \\ \text{ז.} & 2 - 5x + 7 = -3x + 8 & & & & \end{array}$$

2. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & 3(x-1) - 4 = 2 & \text{ב.} & 7x - 4(3-4x) = -x & \text{ג.} & 6(4-x) - (6-x) = 3x \\ \text{ד.} & 5x - (3x-7)4 = 21 & \text{ה.} & x(x-5) = x^2 - 7x + 8 & \text{ו.} & (7-x)(1-x) - (x-3)^2 = 0 \end{array}$$

פתרונות

$$\begin{array}{l} \text{(1) א. } x=1 \text{ ב. } x=0 \text{ ג. } x=8 \text{ ד. } x=2 \text{ ה. } x=2 \text{ ו. } x=-3 \text{ ז. } x=\frac{1}{2} \text{ ח. } x=3 \\ \text{ב. } x=\frac{1}{2} \text{ ג. } x=2\frac{1}{4} \text{ ד. } x=1 \text{ ה. } x=4 \text{ ו. } x=-1 \end{array}$$

שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה

1. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \\ \text{ד.} & \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} & \text{ה.} & \begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} & & \end{array}$$

2. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} 3y - x + 2 = 4x + 2 - 3y \\ 2x - 3 - y = 5y - 4x + 3 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} \frac{x-3}{8} - \frac{x+y}{16} = \frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y) - 4x - 11 = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{2}{5}(x-y) = \frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

3. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{9}{x} - \frac{4}{y} = -7 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 4 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 4x - \frac{7}{y} = -3 \\ 5x + \frac{2}{y} = 7 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

4. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} xy = 20 \\ y(3x-4) = 20 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} x(y+2) + y = xy - 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 5x - 4xy = 22 \\ 6x + xy = -20 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

5. פתור את המשוואות הבאות:

$$5x - 3 + x = 4x + 2x - 3 \quad \text{ב.}$$

$$6(x-2) = 2x + 5 + 4x \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 2(x-y) + 4y = 1 + x \\ 2 - 7y + x = 3(x-y) \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x + 8y = 5 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

6. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$$

פתרונות

(1) א. $(2,5)$ ב. $(4,-2)$ ג. $(0,1)$ ד. $(-2,3)$ ה. $(-7,-10)$ ו. $x = -3$ ז. $x = \frac{1}{2}$

(2) א. $(6,5)$ ב. $(7,1)$ ג. $(7,2)$ (3) א. $(1,1)$ ב. $(-3,1)$ ג. $(1,1)$ (4) א. $(-1,-3)$ ב. $(2,10)$

ג. $(-2,4)$ (5) א. אין פתרון ב. אינסוף פתרונות ג. אין פתרון למערכת המשוואות ד. אינסוף

פתרונות (6) א. $\left(4, \frac{1}{3}\right)$ ב. $\left(-\frac{4}{5}, 9\right)$

משוואה ממעלה שנייה

1. פתור את המשוואות הבאות:

א. $x^2 - 36 = 0$

ב. $32x^2 - 18 = 0$

2. פתור את המשוואות הבאות:

א. $-7x^2 - 14x = 0$

ב. $5x^2 - x = 0$

3. פתור את המשוואות הבאות:

א. $x^2 + 3x - 10 = 0$

ב. $-x^2 + 10x - 16 = 0$

ג. $25x^2 - 20x + 4 = 0$

ד. $2x^2 - 6x + 5 = 0$

4. פתור את המשוואות הבאות:

א. $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 3$

ב. $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

ג. $2(x-5)^2 - (2x-3)^2 = 10x + 21$

פתרונות

(1) א. $x = \pm 6$ ב. $x = \pm \frac{3}{4}$ (2) א. $x_1 = 0, x_2 = -2$ ב. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{5}$

(3) א. $x_1 = 2, x_2 = -5$ ב. $x_1 = 2, x_2 = 8$ ג. $x = \frac{2}{5}$ ד. אין פתרון למשוואה

(4) א. $x_1 = 0, x_2 = 1$ ב. $x_1 = -1, x_2 = -1\frac{1}{4}$ ג. $x_1 = 1, x_2 = -10$

משוואות עם מכנה

1. פתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4$

ב. $\frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1$

ג. $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15}$

ד. $\frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1$

$$\frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 \quad .\eta$$

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \quad .\text{ב}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 \quad .\mathcal{N}$$

$$\frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \quad .7$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} \quad .2$$

$$\frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} \quad .\eta$$

$$\frac{7}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2-2x} = 0 \quad \text{.} \quad \square$$

$$\frac{x^2+2}{3x^2+5x} = \frac{3x-1}{9x+15} \quad .\mathcal{N}$$

$$\frac{4x^2 - 24x + 36}{x - 3} = 12 \quad \cdot 7$$

$$\frac{3}{(2-x)^2} + \frac{5}{12-3x^2} = 0 \quad \text{.} \lambda$$

$$\frac{x^2-9}{x+3}+x=x^2-18 \quad \blacksquare$$

$$\frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x} \quad .\mathcal{N}$$

$$\frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0 \quad \text{.}$$

$$x=8 \text{ .8 (2 } x=-21 \text{ .1 } x=-10 \text{ .7 } x=1 \text{ .7 } x=-1 \text{ .3 } x=-30 \text{ .2 } x=-18 \text{ .8 (1}$$

$$x=-7 \text{ .3 } x=-7 \text{ .2 } x=-6 \text{ .8 (3 } x=2 \text{ .7 } x=-2 \text{ .7 } x=-3 \text{ .3 } x=-1 \text{ .2}$$

$$x_1=0, x_2=-5 \text{ .3 } x=5, x \neq -3 \text{ .2 } x_1=2, x_2=-1.2 \text{ .8 (4 } x=6, x \neq 3 \text{ .7}$$

משוואות ממעלה שלישית ומעלה

1. פתור את המשוואה $5x^4 + 3x^2 - 8 = 0$.

2. פתור את המשוואה $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

3. פתור את המשוואה $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$.

4. פתור את המשוואה $2x^3 + 5x^2 - 2x - 5 = 0$.

פתרונות

(1) $x = \pm 1$ (2) $x = \pm 1$ (3) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = \frac{1}{2}$ (4) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = -2\frac{1}{2}$

משוואות מעריכיות

- בסרטון זה הסבר על חוקי החזקות.
- בסרטון זה הסבר על משוואות מעריכיות.
- בסרטון זה הסבר על משוואות מעריכיות עם חיבור וחסור.

פתור את המשוואות הבאות:

1. $(25 \cdot 0.2^{2x})^2 = \left(\frac{1}{125}\right)^{1-x}$

2. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{16}\right)^{7+x}$

3. $\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 9\sqrt{3}$

4. פתור את המשוואות הבאות:

א. $3^x = 5^x$

ב. $5^{3-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)^{\frac{2x}{3}-2}$

5. פתור את המשוואה $e^x \cdot \sqrt{e^{3x-1}} = \left(\frac{1}{e^x}\right)^{1-3x}$

6. פתור את המשוואות הבאות:

א. $5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162$

ב. $2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227$

7. פתור את המשוואה $5^{-x} + 25^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - 5^{-x-1} = 145$

8. פתור את המשוואה $e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1$

9. פתור את המשוואה $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

10. פתור את המשוואות הבאות:

א. $6^x - 4 \cdot 6^{-x} + 3 = 0$

ב. $\left(\frac{4}{9}\right)^x - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1} = -\frac{2}{3}$

11. פתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{20}{9^x + 1} = 3 - \frac{8}{9^x - 1}$

ב. $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

12. פתור את המשוואה $e^{1+x} + e^{1-x} = e^2 + 1$

פתרונות

1) $x=1$ (2) $x=-2$ (3) $x=-\frac{1}{2}$ (4) א. $x=0$ ב. $x=3$ (5) $x_1=1, x_2=\frac{1}{6}$ (6) א. $x=4$

ב. $x=1$ (7) $x=-2$ (8) $x=-1$ (9) $x=\pm 1$ (10) א. $x=0$ ב. $x_1=0, x_2=1$

11) א. $x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}$ ב. $x=0$ (12) $x=\pm 1$

משוואות לוגריתמיות

- בסרטון זה הסבר על הגדרת הלוגריתמים.
- בסרטונים 2-4 הסבר על כללי הלוגריתמים.
- בסרטון זה הסבר על הגדרת הלן.
- בסרטון זה הסבר על משוואות לוגריתמיות מסוג 1.
- בסרטון זה הסבר על משוואות לוגריתמיות מסוג 2.
- בסרטון זה הסבר על משוואות לוגריתמיות מסוג 3.
- בסרטון זה הסבר על משוואות לוגריתמיות מסוג 4.

1. מצא את ערכו של x :

ב. $\log_2 x = 16$

א. $\log_{36} 6 = x$

ד. $\log_x 64 = 3$

ג. $\log_{\frac{1}{9}} x = -1.5$

ו. $\log_x (3x+4) = 2$

ה. $\log_x 25 = 2$

ח. $\ln x = -\frac{1}{2}$

ז. $\ln x = 2$

2. פתור את המשוואות הבאות:

ב. $\log_3 (\log_x (x^2 + 6x)) = 1$

א. $\log_x (x^2 + 6x) = 3$

3. פתור את המשוואות הבאות:

ב. $\ln \left(e^{2x} - \frac{1}{2} \right) + \ln 2 = x$

א. $\log_5 (25^x - 20) = x$

4. פתור את המשוואה $\log_4 x + \log_x 4 = 2\frac{1}{2}$.

5. פתור את המשוואות הבאות:

ב. $\ln(e^2 x^3) \cdot \ln \frac{1}{x} = \ln(ex^2)$

א. $\log x \cdot \log(10x) = 2$

6. פתור את המשוואות הבאות:

ב. $x^{\ln x} = e^6 x$

א. $x^{\log_5 x} = \frac{25}{x}$

7. מצא את ערכו של x :

ב. $5^x = 8$

א. $2^x = 5$

ד. $e^x = \frac{1}{2}$

ג. $e^x = 2$

ה. $e^x = -1$

8. פתור את המשוואה $x^{\frac{\log_2 x - 6}{4}} = \frac{4}{x}$

9. פתור את המשוואה $\frac{\log_{5-x}(x+1)}{\log_{5-x}(x-1)} - 1 = \frac{1}{\log_{5-x}(x-1)}$

10. פתור את המשוואה $\left(\frac{1}{x}\right)^{2-3\ln x} = \frac{1}{e} \cdot x^{1+\ln x}$

פתרונות

1) א. $x = \frac{1}{2}$ ב. $x = 65,536$ ג. $x = 27$ ד. $x = 4$ ה. $x = 5$ ו. $x = 4$ ז. $x = e^2$

ח. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ 2) א. $x = 3$ ב. $x = 3$ 3) א. $x = 1$ ב. $x = 0$ 4) $x_1 = 16, x_2 = 2$

5) א. $x_1 = \frac{1}{100}, x_2 = 10$ ב. $x_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}, x_2 = \frac{1}{e}$ 6) א. $x_1 = \frac{1}{25}, x_2 = 5$

ב. $x_1 = e^3, x_2 = \frac{1}{e^2}$ 7) א. $x = 2.322$ ב. $x = 1.292$ ג. $x = 0.693$ ד. $x = -0.693$

ה. אין פתרון 8) $x_1 = 16, x_2 = \frac{1}{4}$ 9) $x = 3$ 10) $x_1 = \sqrt{e}, x_2 = e$

משוואות עם פרמטרים

1. פתור את המשוואה הבאה: $mx - 3m = 5x + 1$

2. פתור את המשוואה הבאה: $\frac{1}{3}(a - 3x) = \frac{1}{a}(ax - 3)$

3. פתור את המשוואה הבאה: $(x - 2a)(x - 2b) = x^2 - 2(a^2 + b^2)$

4. פתור את המשוואה הבאה: $\frac{m+1}{x-1} = \frac{m-1}{x+1}$

5. פתור את המשוואה הבאה: $\frac{x}{a^2 - a} - \frac{1}{2a} = \frac{ax + x}{2a^3 - 4a^2 + 2a} - \frac{2}{a^3 - 2a^2 + a}$

6. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases}$$

7. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} ax + y = 2 \\ x + ay = 4 \end{cases}$$

8. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} \frac{x}{m} + y = m \\ x - m^2 y = 1 \end{cases}$$

9. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} (m-1)x - (2m+3)y = 5 \\ (m+2)x - (2m-1)y = 10m \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2a+b)x - (2a-b)y = 8ab \\ (2a-b)x - (2a+b)y = 8a^2 - 2b^2 \end{cases} \quad \text{10. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad \text{11. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$x^2 - 2x + 4a = a^2 + 3 \quad \text{12. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$x^2 + m(x+10) = 2m^2 - 5x \quad \text{13. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$\frac{1}{a-x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+x} = 0 \quad \text{14. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$(m^2 + 1)x^2 - m^2x - 1 = 0 \quad \text{15. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$\frac{a}{x} + \frac{1}{b} = \frac{x}{a} + b \quad \text{16. פתור את המשוואה הבאה:}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} \quad \text{17. פתור את המשוואה הבאה:}$$

פתרונות

$$x = a + 1 \quad \text{(5)} \quad x = -m \quad \text{(4)} \quad x = a + b \quad \text{(3)} \quad x = \frac{a^2 + 9}{6a} \quad \text{(2)} \quad x = \frac{3m + 1}{m - 5} \quad \text{(1)}$$

$$\text{(9)} \quad \left(m^2 - m + 1, \frac{m-1}{m}\right) \quad \text{(8)} \quad \left(\frac{2a-4}{a^2-1}, \frac{4a-2}{a^2-1}\right) \quad \text{(7)} \quad (m+1, -1) \quad \text{(6)}$$

$$x = a - 1, 3 - a \quad \text{(12)} \quad x = m + 1, m - 1 \quad \text{(11)} \quad (2a + b, 2a - b) \quad \text{(10)} \quad (2m + 1, m - 2)$$

$$x = \frac{a}{b}, -ab \quad (16) \quad x = 1, -\frac{1}{m^2 + 1} \quad (15) \quad x = \pm a\sqrt{3} \quad (14) \quad x = m - 5, -2m \quad (13)$$

$$x = \frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{a+b} \quad (17)$$

משוואות עם שורשים

1. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{4x-3} = 5$

2. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{x+2} = x$

3. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{3x+1} + x = 13$

4. פתור את המשוואה הבאה: $2x = 16 - 3\sqrt{x-1}$

5. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{3x+5} = \sqrt{x+17}$

6. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{x^2-5x+12} = 2\sqrt{6-x}$

7. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x-5} = \sqrt{11-x^2}$

8. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{2x-1} + 3 = \sqrt{7x+1}$

9. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{9x-8} - 3\sqrt{x+4} = -2$

10. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{2x-3} + \sqrt{3-x} = 2$

11. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{4x+1}$

12. פתור את המשוואה הבאה: $\sqrt{2x-2} + \sqrt{5x-4} = \sqrt{3x-2}$

13. פתור את המשוואה הבאה: $3\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3} = 2\sqrt{x+2}$

פתרונות

(1 $x = 7$ (2 $x = 2$ (3 $x = 8$ (4 $x = 5$ (5 $x = 6$ (6 $x = 4, -3$ (7 $x = 3$ (8 $x = 5$
 (9 $x = 12$ (10 $x = 2, 2\frac{8}{9}$ (11 $x = 6$ (12 $x = 1$ (13 $x = 2$

משוואות עם ערך מוחלט

1. פתור את המשוואה הבאה: $|2x - 11| = 7$

2. פתור את המשוואה הבאה: $|3x - 24| = x$

3. פתור את המשוואה הבאה: $|12 - x| = 3x$

4. פתור את המשוואה הבאה: $2x - |8 - x| = 10$

5. פתור את המשוואה הבאה: $|4x - 5| = |2x + 13|$

6. פתור את המשוואה הבאה: $|14 - 3x| = 2|x + 5|$

7. פתור את המשוואה הבאה: $|x| + 7 = |2x|$

8. פתור את המשוואה הבאה: $|x + 2| + 6 = |2x - 4|$

9. פתור את המשוואה הבאה: $|x+2| + |2x-6| = |4x+8|$

10. פתור את המשוואה הבאה: $|10-3x| - |x+4| = |2x-6|$

פתרונות

(1) $x = 2, 9$ (2) $x = 6, 12$ (3) $x = 3$ (4) $x = 6$ (5) $x = 9, -1\frac{1}{3}$ (6) $x = 24, \frac{4}{5}$

(7) $x = \pm 7$ (8) $x = 12, -1\frac{1}{3}$ (9) $x = 0, -12$ (10) $x = 0$

מערכת משוואות ממעלה שנייה

1. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

2. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ x^2 + 3y = 10 \end{cases}$$

3. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x^2 - 3y^2 = 17 \end{cases}$$

4. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 17 \\ xy = -10 \end{cases}$$

5. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} x^2 - xy - 20y^2 = 0 \\ x + 6y = 1 \end{cases}$$

6. פתור את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 8y^2 = 8 \\ 3xy - 2y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 33 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad \text{7. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 16x^2 - y^2 = 391 \\ 4x - y = 23 \end{cases} \quad \text{8. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 243 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad \text{9. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 91 \\ x^2 y - xy^2 = 30 \end{cases} \quad \text{10. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 21 \\ \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = 13 \end{cases} \quad \text{11. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} xy = 24 \\ (y-x)^2 - 7(y-x) + 10 = 0 \end{cases} \quad \text{12. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} x^2 y - xy^2 = 84 \\ x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y = 24 \end{cases} \quad \text{13. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3} \\ x^2 + y^2 = 9xy + 25 \end{cases} \quad \text{14. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

פתרונות

$$(5, -2), (-5, 2) \quad \text{(4)} \quad (\pm 2, \pm 1) \quad \text{(3)} \quad (\pm 4, -2) \quad \text{(2)} \quad (2, 4), (4, 2) \quad \text{(1)}$$

$$(7, 4) \quad \text{(7)} \quad \left(3, \frac{1}{2}\right), \left(-3, -\frac{1}{2}\right), (2, 1), (-2, -1) \quad \text{(6)} \quad \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{11}\right) \quad \text{(5)}$$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) \quad \text{(11)} \quad (6, 5), (-5, -6) \quad \text{(10)} \quad (3, 6), (6, 3) \quad \text{(9)} \quad (5, -3) \quad \text{(8)}$$

$$(7,4),(-4,-7) \quad (13) \quad (4,6),(-6,-4),(3,8),(-8,-3) \quad (12)$$

$$(5,45),(-5,-45),(45,5),(-45,-5) \quad (14) \quad (-1.65,6.35),(-6.35,1.65)$$

מערכת משוואות מעריכיות

$$\begin{cases} y = 3^x \\ y = 18 - 3^x \end{cases} \quad 1. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 5^{2x} - 5^y = 5^x - 25 \\ y - x = 2 \end{cases} \quad 2. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3^y - 4} + \frac{3}{3^x - 2} - \frac{1}{3^x + 2} = 3 \\ 4^y = \sqrt{256^x} \end{cases} \quad 3. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 5^x + 2^y = 13 \\ 2 \cdot 5^x - 2^y = 2 \end{cases} \quad 4. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^x = 42 \\ 3^{x+1} - 2^{y+1} = 73 \end{cases} \quad 5. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 5^{2x+1} + 8 \cdot 10^x - 2^{2y+4} = 0 \\ (\sqrt{3})^y = 27^{\frac{x-1}{6}} \end{cases} \quad 6. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 6 \cdot 4^x - 7 \cdot 6^{y-1} + 2 \cdot 3^{x+y} = 6^y \\ \sqrt[4]{5^x} \cdot \sqrt{(5\sqrt{5})^y} = \sqrt[4]{125} \cdot 5^x \end{cases} \quad 7. \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

פתרונות

$$(-1,-2) \quad (6) \quad (3,2) \quad (5) \quad (1,3) \quad (4) \quad (1,2) \quad (3) \quad (0,2),(2,4) \quad (2) \quad (2,9) \quad (1)$$

$$(1,2),(-1,0) \quad (7)$$

מערכת משוואות לוגריתמיות

1. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = 6 - \log_2 x \end{cases}$$
2. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_6^2 x - \log_6 (2y - 2) = 2 \\ \frac{1}{2}x = y - 1 \end{cases}$$
3. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_3 (x + y) = \log_3 (4x + y) - 2 \\ \log_5 (5x + 3y) = 2 \end{cases}$$
4. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_2 (\log_3 (x - y)) = 1 \\ \log_5 (x + y - 11) = \log_{25} x + \frac{1}{2} \log_5 (y + 2) \end{cases}$$
5. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_5 x + 6 \log_4 y = 11 \\ 10 \log_5 x - 2 \log_4 y = 17 \end{cases}$$
6. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_2 x^2 + \log_3 \frac{1}{y} = 9 \\ \log_2 \sqrt{x} + \log_{\sqrt[3]{3}} y = -1 \end{cases}$$
7. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \log_5 x + 2^{\log_2 y} = 6 \\ x^y = 5^8 \end{cases}$$
8. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} xy = 27 \\ x^{\log_3 y} = 9 \end{cases}$$
9. פתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 2^{\frac{\log_1 (2x-y)}{2}} = 7^{\log_7 \frac{2x+y}{15}} \\ \log_3 x + \log_3 y = \frac{1}{\log_{28} 3} \end{cases}$$

פתרונות

$$\begin{aligned} & \left(16, \frac{1}{3}\right) \text{ (6) } (25, 8) \text{ (5) } (16, 7) \text{ (4) } (8, -5) \text{ (3) } (36, 19), \left(\frac{1}{6}, 1\frac{1}{12}\right) \text{ (2) } (8, 3) \text{ (1)} \\ & (4, 7) \text{ (9) } (3, 9), (9, 3) \text{ (8) } (25, 4), (625, 2) \text{ (7)} \end{aligned}$$

מערכת משוואות מעריכיות לוגריתמיות

$$\begin{cases} y = \log_2(4^x - 2) \\ y = 2x - 1 \end{cases} \quad \text{1. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 25^y = (5\sqrt{5})^{x+1} \\ \log_5 \sqrt{x} + \log_5 \sqrt{y} = \log_5 3 \end{cases} \quad \text{2. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} 3y + 5\log_6 x = 1 \\ 216 \cdot x^{2-y} = 6^{1-4y} \end{cases} \quad \text{3. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} x \cdot \log_2 3 = \frac{y}{\log_9 2} \\ \log_3(9^x + 27) = 2y + \log_3 12 \end{cases} \quad \text{4. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} (2^x - 1)^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = \log_2(y + 1) \end{cases} \quad \text{5. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\begin{cases} x = \log_4(5 - 9^y) \\ \log_2(2^x + 3) = \log_4(29 - (3^y - 3)^2) \end{cases} \quad \text{6. פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

פתרונות

$$\begin{aligned} & (1, 1), (2, 3) \text{ (5) } \left(1, \frac{1}{2}\right), (2, 1) \text{ (4) } (36, -3), \left(6, -1\frac{1}{3}\right) \text{ (3) } (3, 3) \text{ (2) } (1, 1) \text{ (1)} \\ & (1, 0) \text{ (6)} \end{aligned}$$

פרק 2 – אי-שוויונים מסוגים שונים

אי-שוויונים

- בסרטונים 1-5 מוסבר מהו אי שוויון.

אי-שוויון ממעלה ראשונה

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$\begin{array}{ll} 1. & 45x - 26 > 109 \\ 2. & 6x > 2(3x - 1) \\ 3. & 2(x - 5) \geq \frac{1}{2}(4x + 6) \\ 4. & (x - 2)^2 + 4 < (x + 2)^2 + 20 \\ 5. & \frac{8x - 4}{2} < \frac{9(x + 1)}{3} \\ 6. & 4(6x - 8) < 8(3x - 4) \\ 7. & \frac{x - 6}{3} - \frac{x - 4}{4} \geq 12 - x \\ 8. & \frac{7 - x}{10} - \frac{3x - 1}{5} + \frac{x + 4}{3} < 7 \end{array}$$

פתרונות

$$1) \ x > 3 \quad 2) \text{ כל } x \quad 3) \text{ אף } x \quad 4) \ x > -2 \quad 5) \ x < 5 \quad 6) \text{ אף } x \quad 7) \ x \geq 12 \quad 8) \ x > -13$$

אי-שוויון ממעלה שנייה

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$\begin{array}{ll} 1. & x^2 < 144 \\ 2. & x^2 - 12x > -32 \\ 3. & (x + 2)(x + 5) < 0 \\ 4. & (x + 2)(x + 4) < 35 \\ 5. & -x^2 + 13x + 30 < 0 \\ 6. & (x - 3)(x - 7) \geq 8x - 56 \\ 7. & (x - 5)^2 + x(x + 2) < 89 \\ 8. & (5x + 6)^2 \leq 4(x - 3)^2 \\ 9. & -3x^2 + 12x > 0 \\ 10. & x^2 - 10x + 25 > 0 \\ 11. & (x - 3)^2 > (x - 1)(x + 6) - x^2 - 3x \\ 12. & 2x^2 + 2x + 24 \geq 0 \end{array}$$

פתרונות

- (1 $-12 < x < 12$ (2 $x > 8$ או $x < 4$ (3 $-5 < x < -2$ (4 $-9 < x < 3$ (5 $x > 15$ או $x < -2$ (6 $x \geq 11$ או $x \leq 7$ (7 $-4 < x < 8$ (8 $-4 \leq x \leq 0$ (9 $0 < x < 4$ (10 $x < 5$ או $x > 5$ (11 $x > 5$ או $x < 3$ (12 כל x

אי-שוויון ממעלה שלישית

פתור את אי-השוויונים הבאים:

1. $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$
2. $x(x^2 + x + 1) > 0$
3. $(-2x^2 - 3x + 2)(x+1) \leq 0$
4. $x^3 - 25x \geq 0$
5. $(x^2 + 3x + 5)(x-2) > 0$
6. $(x^2 + 8x + 20)(3x-5) \leq 0$
7. $(x^2 - x - 6)(x-1) < 0$
8. $x^3 - 6x^2 + 9x \leq 0$
9. $(x^2 + 6)(x+3) > 0$
10. $(x-2)(x-4)(x-1) < 0$

פתרונות

- (1 $x > 3$ או $1 < x < 2$ (2 $x > 0$ (3 $x \geq \frac{1}{2}$ או $-2 \leq x \leq -1$ (4 $x \geq 5$ או $-5 \leq x \leq 0$ (5 $x > 2$ (6 $x \leq 1\frac{2}{3}$ (7 $1 < x < 3$ או $x < -2$ (8 $x = 3$ או $x \leq 0$ (9 $x > -3$ (10 $2 < x < 4$ או $x < 1$

אי-שוויון עם מנה

פתור את אי-השוויונים הבאים:

1. $\frac{x-1}{x^2-9} > 0$
2. $\frac{x-1}{3x+2} \geq -3$
3. $\frac{1}{x^2-16} > 0$
4. $\frac{x-3}{2x^2-10x+12} > 0$
5. $\frac{2x-1}{x-5} \leq 0$
6. $\frac{1}{-3(x-1)} < 0$

$$\frac{1}{x^2-5x+6} < 0 \quad .8$$

$$\frac{x-1}{x+2} \leq 1 \quad .7$$

$$\frac{1}{x^2-8x+12} \geq 0 \quad .10$$

$$\frac{x^2-7x+6}{-x^2+3x-7} \geq 0 \quad .9$$

פתרונות

$$(1) \quad x > 3 \text{ או } -3 < x < 1 \quad (2) \quad x \geq \frac{1}{2} \text{ או } x < -\frac{2}{3} \quad (3) \quad x > 4 \text{ או } x < -4 \quad (4) \quad x > 3 \text{ או } 2 < x < 3$$

$$(5) \quad \frac{1}{2} \leq x < 5 \quad (6) \quad x > 1 \quad (7) \quad x > -2 \quad (8) \quad 2 < x < 3 \quad (9) \quad 1 \leq x \leq 6 \quad (10) \quad x > 6 \text{ או } x < 2$$

מערכת וגם

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$0 < \frac{1}{x+4} < 2 \quad .2$$

$$3 < x+1 < 5 \quad .1$$

$$0 < \frac{8-3x}{5-2x} < 4 \quad .4$$

$$-1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \quad .3$$

$$6 < \frac{2x+10}{3} \leq \frac{7x-20}{5} \quad .6$$

$$6x-38 \leq x-3 \leq 5x+7 \quad .5$$

$$\frac{4x+5}{15} > \frac{3x-8}{5} + \frac{9-x}{3} > 11 \quad .8$$

$$-1 \leq \frac{2x-6}{4} < \frac{x+2}{3} \quad .7$$

פתרונות

$$(1) \quad 2 < x < 4 \quad (2) \quad x > -3 \frac{1}{2} \quad (3) \quad x > 0 \quad (4) \quad x > 2 \frac{2}{3} \text{ או } x < 2 \frac{2}{5} \quad (5) \quad -\frac{5}{3} \leq x \leq 7 \quad (6) \quad x \geq 10$$

$$(7) \quad 1 \leq x \leq 13 \quad (8) \quad \emptyset$$

אי-שוויונים מעריכיים

- בסרטונים זה מוסבר מהו אי-שוויון מעריכי.

1. פתור את אי השוויון הבא: $3^{2x+1} < 27^{1-\frac{1}{3}x}$

2. פתור את אי השוויון הבא: $\sqrt{2^x} \leq 4^{x^2-1\frac{1}{4}}$

3. פתור את אי השוויון הבא: $e^{\sqrt{x}+1} > e^{2x}$

4. פתור את אי השוויון הבא: $e^x > 3$

5. פתור את אי השוויון הבא: $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x}$

6. פתור את אי השוויון הבא: $25^x + 5 < 6 \cdot 5^x$

7. פתור את אי השוויון הבא: $e^{2x} - 5e^x + 4 > 0$

8. פתור את אי השוויון הבא: $e^{2x} - 2e^x + 1 \leq 0$

פתרונות

(1) $x < \frac{2}{3}$ (2) $1\frac{1}{4} \leq x \cup x \leq -1$ (3) $0 \leq x < 1$ (4) $x > \ln 3$ (5) $x \leq \frac{1}{8}$ (6) $0 < x < 1$
(7) $x < 0 \cup \ln 4 < x$ (8) $x = 0$

אי-שוויונים לוגריתמיים

- בסרטונים זה מוסבר מהו אי-שוויון לוגריתמי.

פתור את אי-השוויונים הבאים:

$$\begin{array}{ll} \log_2 x < \log_2 (5x - 20) & 1. \\ \log_3 x > \log_9 (15 - 2x) & 3. \\ \ln x \geq \ln(x^2 - 12) & 5. \\ \ln^2 x - 6 \ln x < 7 & 7. \\ \log_6 (x^2 - 5x) < 1 & 2. \\ \log_{\frac{1}{2}} (1 - 3x) \geq \log_{\frac{1}{2}} (7 - x) & 4. \\ \ln x < 3 & 6. \\ \frac{6}{\ln^2 x} \geq 2 - \frac{1}{\ln x} & 8. \end{array}$$

פתרונות

$$\begin{array}{l} (1) \ x > 5 \quad (2) \ x < 0 \text{ או } x > 5 \quad (3) \ 3 < x < 7\frac{1}{2} \quad (4) \ -3 \leq x < \frac{1}{3} \quad (5) \ 2\sqrt{3} < x \leq 4 \quad (6) \ 0 < x < e^3 \\ (7) \ \frac{1}{e} < x < e^7 \quad (8) \ \frac{1}{\sqrt{e^3}} \leq x \leq e^2 \text{ וגם } x \neq 1 \end{array}$$

תחום הגדרה

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = \sqrt{x} & \text{ב. } f(x) = 2\sqrt{x-3} \\ \text{ג. } f(x) = 3x\sqrt{1-2x} & \text{ד. } f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x+4}} \\ \text{ה. } f(x) = \sqrt{x^2+3x-10} & \text{ו. } f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^3-9x}} \\ \text{ז. } f(x) = \frac{x+1}{x-\sqrt{2-x}} & \end{array}$$

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x+2}-3} \quad .2 \quad \frac{1}{x+\sqrt{x+6}} \quad .3$$

$$\sqrt{\frac{2x^2+x-3}{x^2+5x+9}} \quad .4 \quad \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{x-1} \quad .5$$

6. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{2x-1}{e^x} \quad .א. \quad f(x) = \frac{3}{e^x-1} \quad .ב.$$

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x-5} \quad .ג. \quad f(x) = \frac{1}{e^{2x}-3e^x+2} \quad .ד.$$

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad .ה. \quad f(x) = \frac{\sqrt{e^x-1}}{5x-2} \quad .ו.$$

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - 4e^x + 3} \quad .ז.$$

7. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \ln x \quad .א. \quad f(x) = \ln(x^2) \quad .ב.$$

$$f(x) = \log_3(x^2 - 8x - 20) \quad .ג. \quad f(x) = \ln(e^x - 4) \quad .ד.$$

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln x - 1} \quad .ה. \quad f(x) = \frac{1}{\ln^2 x - 2\ln x - 3} \quad .ו.$$

$$f(x) = \sqrt{\ln x - 1} \quad .ז.$$

פתרונות

$$(1) \quad א. \quad x \geq 0 \quad ב. \quad x \geq 3 \quad ג. \quad x \leq \frac{1}{2} \quad ד. \quad x > -4 \quad ה. \quad x > 2 \quad ו. \quad x < -5 \quad ז. \quad x > 3 \quad ח. \quad -3 < x < 0$$

$$ט. \quad 1 < x \leq 2 \quad י. \quad -2 < x < 1 \quad יא. \quad x < -2 \quad יב. \quad x \geq 7 \quad יג. \quad -6 \leq x \neq -2 \quad יד. \quad x \geq 1 \quad יה. \quad x \leq -1 \frac{1}{2}$$

$$(5) \quad א. \quad x \leq -3 \quad ב. \quad x \neq 0 \quad ג. \quad x \neq \ln 5 \quad ד. \quad x \neq 0, \ln 2 \quad ה. \quad \text{כל } x$$

ג. $x < -2$ או $x > 10$ ד. $x \neq 0$ ה. $x > 0$ ו. $x \leq 0$ או $x \geq \ln 3$ ז. $0 \leq x \neq \frac{2}{5}$

ח. $x > \ln 4$ ט. $0 < x \neq e$ י. $x > 0$ וגם $x \neq e^3, \frac{1}{e}$ יא. $x > e$

פרק 3 – גיאומטריה אנליטית

• בסרטון זה הסבר על מיקום הנקודות על מערכת הצירים ורביעים.

• בסרטון זה הסבר על הנוסחה לאמצע קטע בין שתי נקודות.

1. הנקודות $A(2, -7)$, $B(-10, 4)$ ו- $C(6, 11)$ הן שלושה קדקודים של מקבילית. מצא את שיעורי הקדקוד הרביעי.

• בסרטון זה הסבר על הנוסחה למרחק בין שתי נקודות.

2. נתונה נקודה B ברביע השלישי, ששיעור ה- y שלה גדול פי 3 משיעור ה- x שלה ומרחקה מהנקודה $A(-4, 1)$ הוא 5. מצא את שיעורי הנקודה B .

• בסרטון זה הסבר על הנוסחה לשיפוע בין שתי נקודות.

• בסרטון זה הסבר על משמעות מושג השיפוע בין שתי נקודות.

• בסרטון זה הסבר על שיפועי קטעים המקבילים לצירים.

• בסרטון זה הסבר על משוואת הישר $y = mx + n$.

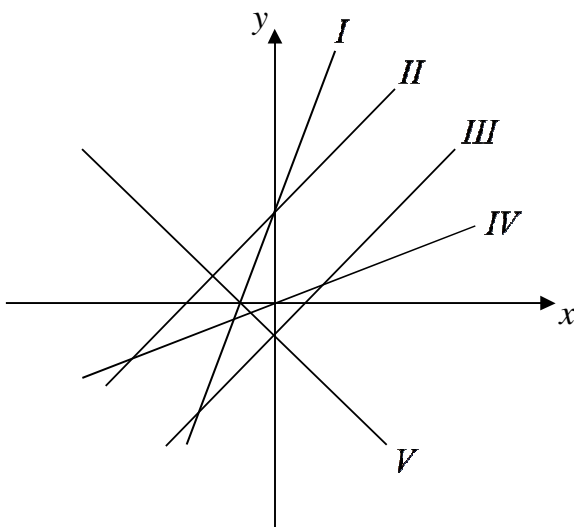
• בסרטון זה המשך ההסבר על משוואת הישר $y = mx + n$.

• בסרטון זה הסבר על כיצד ניתן לקבוע האם נקודה נמצאת על ישר.

• בסרטון זה הסבר על מציאת נקודת חיתוך בין שני ישרים.

• בסרטון זה הסבר על מצב הדדי בין ישרים.

3. התאם בין משוואות הישרים הבאים לישרים בשרטוט:



1) $y = x + 3$

2) $y = -x - 1$

3) $y = 2x + 3$

4) $y = x - 1$

5) $y = \frac{1}{2}x$

4. במשולש $\triangle ABC$ נתונים שיעורי הקדקודים: $A(5, -1)$, $B(3, 7)$, $C(-5, 5)$. הוכח שהמשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

• בסרטון זה הסבר על ישרים המקבילים לצירים.

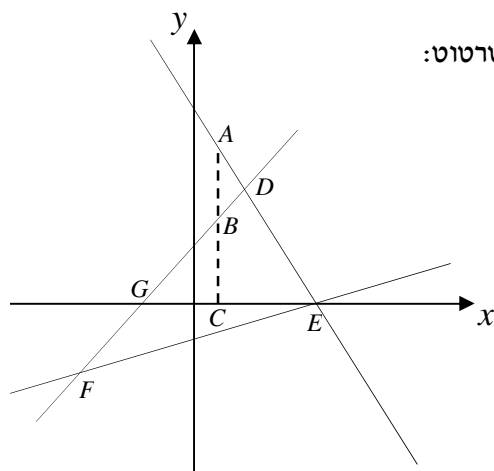
• בסרטון זה הסבר על הנוסחה למציאת משוואת ישר $y - y_1 = m(x - x_1)$.

5. נתון מעוין $ABCD$ שבו נתונים הקדקודים $A(-9, 1)$ ו- $B(5, -7)$. משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא $x + 3y + 6 = 0$.

א. מצא את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD .

ב. מצא את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC .

• בסרטון זה הסבר על הנוסחה $m = \tan \alpha$.



6. שלוש המשוואות הבאות מייצגות את הישרים המופיעים בשרטוט:

$$2x + y - 8 = 0, \quad x - y + 2 = 0, \quad x - 4y - 4 = 0$$

א. חשב את שטח המשולש $\triangle DEF$.

ב. נתון: $BC = 3$. חשב את אורך הקטע AB .

7. BD הוא התיכון לצלע AC במשולש $\triangle ABC$ שבו נתון הקודקוד $A(-6, 1)$. משוואת

התיכון BD היא $x - y = 1$ ומשוואת הצלע BC היא $3x + 5y = 67$.

מצא את שיעורי הקודקוד C .

פתרונות

1. $D(18, 0)$ 2. $B(-1, -3)$ 3. (1 II, (2 V, (3 I, (4 III, (5 IV.

5. א. $l_{BD}: y = 3x - 22$ ב. $l_{BC}: y = -\frac{1}{8}x - 6\frac{3}{8}$ 6. א. 18 יח"ש S_{DEF} .

ב. $AB = 3$ יחידות אורך 7. $C(14, 5)$.

סיכום ההגדרות והמשפטים

המרחק בין שתי נקודות: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

אמצע קטע בין שתי נקודות: $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

שיפוע בין שתי נקודות: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר: $y = mx + n$ (m הוא שיפוע הישר, n הוא ערך ה- y של נקודת החיתוך של

הישר עם ציר ה- y)

ישרים מקבילים מקיימים: $m_1 = m_2$, $n_1 \neq n_2$

ישרים חותכים מקיימים: $m_1 \neq m_2$

ישרים מתלכדים מקיימים: $m_1 = m_2$, $n_1 = n_2$

שיפועי ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$

נוסחה למציאת משוואת ישר: $y - y_1 = m(x - x_1)$

הקשר בין שיפוע ישר לזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x : $m = \tan \alpha$

פרק 4 – חוקי חזקות ומשוואות מעריכיות

- בסרטון זה הסבר על חוקי החזקות.

$$\begin{array}{ll} \frac{9^3 \cdot 27^2}{3^9 \cdot 81} = & .2 \\ \frac{2^3 \cdot 2^7}{2^4 \cdot 2^5} = & .1 \\ \frac{10^9 \cdot 25^5 \cdot 8^{-1}}{40^3 \cdot 125^5} = & .3 \\ 2^3 + 2^5 = & .4 \\ \frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}} = & .6 \\ \frac{(2a^2b)^3 \cdot (ab^{-3})^2}{4ab^{-2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^4} = & .5 \\ \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^{n+3} + x^{n+5}}{x^{n+2}} = & .8 \\ \frac{4^{b+3}}{4^{b+1} + 4^{b+2}} = & .7 \end{array}$$

- בסרטון זה הסבר על חוקי השורשים.

$$\begin{array}{lll} \frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}} = & .9 & \\ \text{הכנס לשורש:} & & \\ 3\sqrt{2} = & \text{א.} & 5\sqrt{3} = \text{ב.} \\ \frac{\sqrt{36}}{2} = & \text{ג.} & x\sqrt{x} = \text{ה.} \\ 2\sqrt[3]{3} = & \text{ד.} & \\ \text{הוצא מהשורש כמה שיותר:} & & \\ \sqrt{12} = & \text{א.} & \sqrt{48} = \text{ב.} \\ \sqrt{63} = & \text{ג.} & \sqrt{x^5} = \text{ה.} \\ \sqrt[3]{54} = & \text{ד.} & \end{array}$$

- פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} 2^{2x} = 32 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x & .13 \\ 3^{5x-3} = 3^{3x+7} & .12 \end{array}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{16}\right)^{7+x} \quad .15$$

$$(25 \cdot 0.2^{2x})^2 = \left(\frac{1}{125}\right)^{1-x} \quad .14$$

$$3^x = 5^x \quad .17$$

$$\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 9\sqrt{3} \quad .16$$

$$e^x \cdot \sqrt{e^{3x-1}} = \left(\frac{1}{e^x}\right)^{1-3x} \quad .19$$

$$5^{3-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)^{\frac{2x}{3}-2} \quad .18$$

$$e^x + 2e^x = 3e^4 \quad .21$$

$$2^x + 2^x = 16 \quad .20$$

$$2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227 \quad .23$$

$$5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162 \quad .22$$

$$e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1 \quad .25$$

$$5^{-x} + 25^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - 5^{-x-1} = 145 \quad .24$$

$$5 \cdot 25^x - 26 \cdot 5^x + 5 = 0 \quad .27$$

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \quad .26$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^x - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1} = -\frac{2}{3} \quad .29$$

$$6^x - 4 \cdot 6^{-x} + 3 = 0 \quad .28$$

$$e^{2x} + e^x - 2 = 0 \quad .31$$

$$\frac{20}{9^x + 1} = 3 - \frac{8}{9^x - 1} \quad .30$$

$$e^{1+x} + e^{1-x} = e^2 + 1 \quad .32$$

פתרונות

$$.1 \quad .2 \quad .\frac{1}{3} \quad .3 \quad .\frac{5}{8} \quad .4 \quad .40 \quad .5 \quad .\frac{2b^3}{a} \quad .6 \quad .k \quad .7 \quad .3\frac{1}{5} \quad .8 \quad .\frac{1}{x} + x \quad .9 \quad .\frac{1}{2}$$

$$.10 \quad .א. \quad \sqrt{18} \quad .ב. \quad \sqrt{75} \quad .ג. \quad \sqrt{9} \quad .ד. \quad \sqrt[3]{24} \quad .ה. \quad \sqrt{x^3} \quad .11 \quad .א. \quad 2\sqrt{3} \quad .ב. \quad 4\sqrt{3}$$

$$.ג. \quad 3\sqrt{7} \quad .ד. \quad 3\sqrt[3]{2} \quad .ה. \quad x^2\sqrt{x} \quad .12 \quad .x=5 \quad .13 \quad .x=1 \quad .14 \quad .x=1 \quad .15 \quad .x=-2$$

$$.16 \quad .x=-\frac{1}{2} \quad .17 \quad .x=0 \quad .18 \quad .x=3 \quad .19 \quad .x=1, \frac{1}{6} \quad .20 \quad .x=3 \quad .21 \quad .x=4$$

$$.22 \quad .x=4 \quad .23 \quad .x=1 \quad .24 \quad .x=-2 \quad .25 \quad .x=-1 \quad .26 \quad .x=1, 2 \quad .27 \quad .x=\pm 1$$

$$.28 \quad .x=0 \quad .29 \quad .x=0, 1 \quad .30 \quad .x=1, -\frac{1}{2} \quad .31 \quad .x=0 \quad .32 \quad .x=1 \pm$$

חוקי חזקות ומשוואות מעריכיות

חוקי חזקות

$$a^0 = 1 \quad .1$$

$$a^1 = a \quad .2$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad .3$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad .4$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad .5$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad .6$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad .7$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad .8$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m \quad .9$$

חוקי השורשים

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \quad .1$$

$$\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}} \quad .2$$

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \quad .3$$

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b} \quad .4$$

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}} \quad .5$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad .6$$

פרק 5 – חוקי לוגריתמים ומשוואות לוגריתמיות

- בסרטון זה הסבר על הגדרת ה- $\log$ ותחום הגדרתו.

- בסרטון זה המשך ההסבר על הגדרת ה- $\log$ ותחום הגדרתו.

1. חשב בלי מחשבון:

$$\log_2 32 = \text{א.} \quad \log 1000 = \text{ב.} \quad \log_{25} 5 = \text{ג.}$$

$$\log_8 4 = \text{ד.} \quad \log_4 \frac{1}{16} = \text{ה.} \quad \log_a a^4 = \text{ו.}$$

$$\log_a \frac{1}{a\sqrt{a}} = \text{ז.}$$

- בסרטון זה הסבר על הגדרת ה- $\ln$.

2. חשב בלי מחשבון:

$$\ln e^2 = \text{א.} \quad \ln \frac{1}{e^4} = \text{ב.} \quad \ln \frac{1}{e\sqrt{e}} = \text{ג.}$$

3. מצא את ערכו של x :

$$\log_{36} 6 = x \quad \text{א.} \quad \log_2 x = 16 \quad \text{ב.} \quad \log_{\frac{1}{9}} x = -1.5 \quad \text{ג.}$$

$$\log_x 64 = 3 \quad \text{ד.} \quad \log_x 25 = 2 \quad \text{ה.} \quad \log_x (3x+4) = 2 \quad \text{ו.}$$

$$\ln x = 2 \quad \text{ז.} \quad \ln x = -\frac{1}{2} \quad \text{ח.}$$

- בסרטון זה הסבר על חוקי הלוגריתמים.

4. חשב בלי מחשבון:

$$\log_6 8 + \log_6 9 - \log_6 2 = \text{א.} \quad 2 \log 2 + \log 25 = \text{ב.}$$

$$\frac{\log_3 2 + \log_3 4}{3 \log_3 6 - (2 + \log_3 12)} = \text{ג.}$$

5. נתון: $\log_3 2 = a$. הבע באמצעות a :

$$\log_3 6 = \text{ב.}$$

$$\log_3 16 = \text{א.}$$

$$\log_3 1.5 = \text{ד.}$$

$$\log_3 24 = \text{ג.}$$

6. נתון: $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. הבע באמצעות a ו- b :

$$\log_2 \sqrt{7.5} = \text{ג.}$$

$$\log_2 60 = \text{ב.}$$

$$\log_2 45 = \text{א.}$$

7. חשב בלי מחשבון:

$$e^{\ln 3} = \text{ג.}$$

$$4^{\log_2 5} = \text{ב.}$$

$$6^{\log_6 8} = \text{א.}$$

$$e^{2 \ln 3} = \text{ד.}$$

• בסרטון זה המשך ההסבר על חוקי הלוגריתמים.

8. נתון: $\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$. הבע באמצעות a ו- b :

$$\log_5 22.5 = \text{ג.}$$

$$\log_2 \sqrt{30} = \text{ב.}$$

$$\log_3 50 = \text{א.}$$

• בסרטון זה הסבר על משוואות לוגריתמיות.

• פתור את המשוואות הבאות:

$$\log_3 \left(\log_x (x^2 + 6x) \right) = 1 \quad .10$$

$$\log_x (x^2 + 6x) = 3 \quad .9$$

$$\log_5 (25^x - 20) = x \quad .12$$

$$\log_5 \left(\log_2 (x^2 - 7) \right) = 0 \quad .11$$

$$\log_5 (4x - 3) = \log_5 7 \quad .14$$

$$\ln \left(e^{2x} - \frac{1}{2} \right) + \ln 2 = x \quad .13$$

$$\log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0 \quad .16$$

$$2 \log_2 (2x - 2) - \log_2 (16 - x) = \log_2 (x - 1) + 1 \quad .15$$

$$\log_4 x + \log_x 4 = 2 \frac{1}{2} \quad .18$$

$$3 \ln^2 x + \ln x = 2 \quad .17$$

$$\log x \cdot \log(10x) = 2 \quad .19$$

$$x^{\log_3 x} = 81 \quad .21$$

$$x^{\ln x} = e^6 x \quad .23$$

$$e^x = 2 \quad \text{. . .}$$

$$5^x = 8 \quad \text{b.}$$

$$2^x = 5$$

$$e^x = -1 \quad .\eta$$

$$e^x = \frac{1}{2} \quad .7$$

$$x^{\frac{\log_2 x - 6}{4}} = \frac{4}{x} \quad .25$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{2-3\ln x} = \frac{1}{e} \cdot x^{1+\ln x} \quad .27$$

$$.8.3 \quad .-1.5 \text{ ג} \quad .-4 \text{ ב} \quad .2 \text{ א} \quad .2 \quad .-1.5 \text{ ז} \quad .4 \text{ ו} \quad .-2 \text{ ה} \quad .\frac{2}{3} \text{ ד} \quad .\frac{1}{2} \text{ ג} \quad .3 \text{ ב} \quad .5 \text{ א} \quad .1$$

۲. $x = e^2$ ۳. $x = 4$ ۴. $x = 5$ ۵. $x = 4$ ۶. $x = 27$ ۷. $x = 65,536$ ۸. $x = \frac{1}{2}$

$$.1-a \quad .7 \quad .3a+1 \quad .9 \quad .a+1 \quad .1 \quad .4a \quad .8 \quad .5 \quad .3 \quad .9 \quad .2 \quad .1 \quad .2 \quad .8 \quad .4 \quad .x = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

9.7 **3.3** **.25.1** **.8.8.7** **$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}$** **3** **$.2 + a + b$** **1** **$.2a + b$** **8.6**

.12 $x = \pm 3$ **.11** $x = 3$ **.10** $x = 3$ **.9** $\frac{2}{b} + 1 - \frac{1}{ab}$ **.8** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.7** $2b + \frac{1}{a}$ **.6** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.5** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.4** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.3** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.2** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$ **.1** $\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{ab}{2}$

$$.x = \sqrt[3]{e^2}, \frac{1}{e} \quad \mathbf{.17} \quad .x = 4, \frac{1}{2} \quad \mathbf{.16} \quad .x = 6 \quad \mathbf{.15} \quad .x = 2.5 \quad \mathbf{.14} \quad .x = 0 \quad \mathbf{.13} \quad .x = 1$$

$$.x = \frac{1}{25}, 5 \quad \mathbf{.22} \quad .x = 9, \frac{1}{9} \quad \mathbf{.21} \quad .x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}, \frac{1}{e} \quad \mathbf{.20} \quad .x = \frac{1}{100}, 10 \quad \mathbf{.19} \quad .x = 16, 2 \quad \mathbf{.18}$$

$$.23 \quad x = e^3, \frac{1}{e^2} \quad .24 \quad x = 2.322 \quad .\text{א} \quad x = 1.292 \quad .\text{ב} \quad x = 0.693 \quad .\text{ג} \quad x = -0.693 \quad .\text{ד}$$

$$\text{ה. } \Phi \quad .25 \quad x = 16, \frac{1}{4} \quad .26 \quad x = 3 \quad .27 \quad x = \sqrt{e}, e$$

סיכום לוגריתמים

הגדרת הלוג: $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$ ת.ה.: $a, b > 0, a \neq 1$

חוקי הלוגריתמים

$$1. \quad \log_a a = 1$$

$$2. \quad \log_a 1 = 0$$

$$3. \quad \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$4. \quad \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$5. \quad \log_a b^n = n \log_a b$$

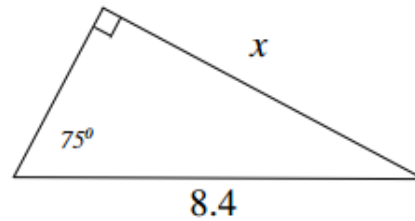
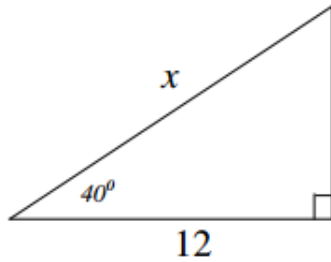
$$6. \quad a^{\log_a x} = x$$

$$7. \quad \log_a b = \frac{\log_m b}{\log_m a}$$

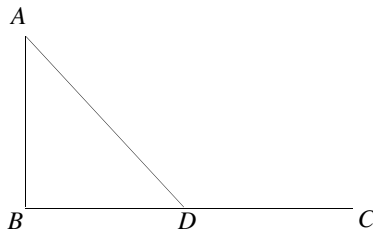
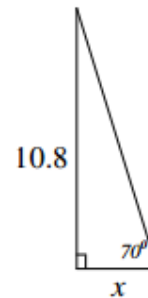
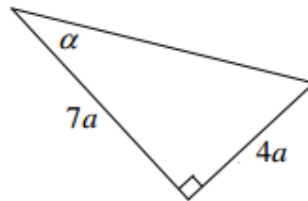
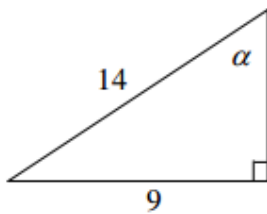
פרק 6 – טריגונומטריה במשולש ישר זווית

1. הסבר מהו הענף העוסק בטריגונומטריה והגדר את הפונקציות הטריגונומטריות היסודיות במשולש ישר זווית.

2. מצא את ערכו של x במשולשים ישרי הזווית הבאים:



3. מצא את ערכה של הצלע x או של הזווית α (תלוי במשולש) במשולשים ישרי הזווית הבאים:

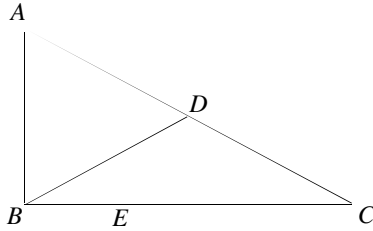


4. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).

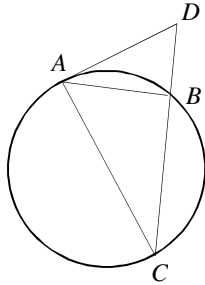
AD הוא התיכון לניצב BC .

נתון: $\angle C = 28^\circ$, $AB = 6_{cm}$.

מצא: $\angle BAD = ?$, $AD = ?$.

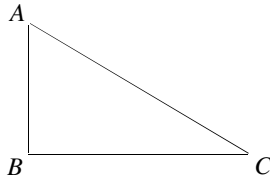


5. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 BD הוא התיכון ליתר ו- AE הוא חוצה הזווית $\angle A$.
 נתון: $BC = 8_{cm}$, $BD = 5.6_{cm}$.
 מצא: $\angle BAE = ?$, $BE = ?$.

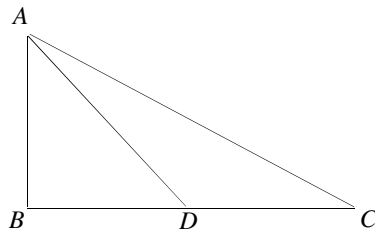


6. מצא את זוויתו של מעויין שאורכי אלכסוניו 24_{cm} ו- 18_{cm} .
 7. המשולש $\triangle ABC$ חסום במעגל כך שהצלע AC היא קוטר המעגל.
 המשיק למעגל בנקודה A והמשך הצלע CB נפגשים בנקודה D .
 נתון: $\angle DAB = 32^\circ$, $BD = 4_{cm}$.
 מצא את אורכו של רדיוס המעגל.

8. במשולש שווה שוקיים שבו השוק ארוכה ב-4 ס"מ מהבסיס נתון כי זווית הראש היא 34.92° .
 מצא את שטח המשולש.

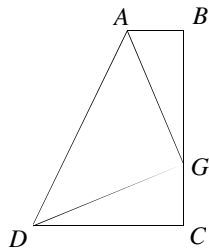


9. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 נתון: $\angle A = \alpha$, $AB = a$.
 הבע באמצעות α ו- a את היקף המשולש.



10. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 AD הוא התיכון לניצב BC .
 נתון: $\angle C = \alpha$, $AB = b$.
 הבע באמצעות α ו- b את אורכי הקטעים AD ו- BD .

11. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא α ואורך חוצה זווית זו הוא k . הבע באמצעות α ו- k את שטח המשולש ואת אורך היתר.



12. טרפז $ABCD$ הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = \angle C = 90^\circ$).
 הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש- $AG \perp DG$.
 נתון: $\angle BAG = \beta$, $AG = DG = m$.
 הבע באמצעות β ו- m את שטח הטרפז.

13. משולש שווה שוקיים שאורך שוקו k וזווית הבסיס שלו היא β חוסם מעגל. הבע באמצעות β ו- k את רדיוס המעגל.

14. בטרפז ישר זווית חסום מעגל. אורך השוק הארוכה בטרפז היא b והזווית שהיא יוצרת עם הבסיס הגדול היא α . הבע באמצעות α ו- b את אורכו של הבסיס הגדול בטרפז ואת שטחו.

15. הסבר והדגים כיצד ניתן למצוא טעויות חישוב על ידי שימוש במשפט "מול הצלע הגדולה הזווית הגדולה".

16. הסבר והדגם כיצד ניתן למצוא טעויות חישוב על ידי שימוש בתכונה $0 < \sin \alpha < 1$ (עבור α חדה).

17. הסבר והדגם כיצד ניתן למצוא טעויות חישוב הנובעות מבלבול במחשבון בין מעלות לרדיאנים.

פתרונות

1. א. $x = 15.665_{cm}$ ב. $x = 8.114_{cm}$ ג. $x = 3.931_{cm}$ ד. $\alpha = 40.005^\circ$ ה. $\alpha = 29.745^\circ$

2. $\angle BAD = 43.24^\circ$, $AD = 8.236_{cm}$ 3. $\angle BAE = 22.792^\circ$, $BE = 3.294_{cm}$

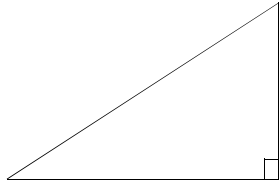
4. $73.74^\circ, 73.74^\circ, 106.26^\circ, 106.26^\circ$ 5. $R = 6.04_{cm}$ 6. $S = 28.618_{cm^2}$

7. $P = a \left(1 + \tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$ 8. $AD = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4 \tan^2 \alpha}}$, $BD = \frac{b}{2 \tan \alpha}$

9. $S = \frac{k^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \tan \alpha}{2}$, $AC = \frac{k \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$ 10. $\frac{(m \sin \beta + m \cos \beta)^2}{2}$

11. ב. $6R$ ג. 4 ס"מ 12. א. $S = \frac{k^2}{\cos 2\alpha \tan^2 \alpha}$ ב. $S = 24$ סמ"ר

הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:



$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{מול}}{\text{יתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{ליד}}{\text{יתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{\text{מול}}{\text{ליד}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{הניצב שמול הזווית}} = \frac{\text{ליד}}{\text{מול}} = \frac{b}{a}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{משפט פיתגורס:}$$

פרק 7 – זהויות טריגונומטריות

- **בסרטונים 1-3 הסבר על זהויות היסוד.**

1. הוכח את הזהויות הבאות:

$$\cos^3 \alpha + \cos \alpha \sin^2 \alpha = \cos \alpha$$

$$\frac{\sin^3 \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha) - \cos^3 \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = 2$$

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

- **בסרטון זה הסבר על זהויות של סכום והפרש זוויות.**

2. הוכח את הזהות הבאה:

$$\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

- **בסרטון זה הסבר על זהויות של זווית כפולה.**

3. הוכח את הזהויות הבאות:

$$4 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \sin 4\alpha$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$$

$$(\sin 3\alpha - \cos 3\alpha)^2 = 1 - \sin 6\alpha$$

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \cot 2\alpha$$

$$\frac{\cos 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha} = \frac{1}{2} \cot 2\alpha$$

- **בסרטון זה הסבר על זהויות של סכום והפרש פונקציות.**

4. הוכח את הזהויות הבאות:

$$\frac{\sin \alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 5\alpha} = \tan 3\alpha$$

$$\sin^2 3\alpha - \sin^2 \alpha = \sin 2\alpha \sin 4\alpha$$

- **בסרטון זה הסבר על ערכי הפונקציות הטריגונומטריות.**
- **בסרטון זה הסבר על המעגל הטריגונומטרי – הקדמה והסבר על זוויות ראי.**
- **בסרטון זה הסבר על המעגל הטריגונומטרי – תרגול זוויות ראי.**

- בסרטון זה הסבר על המעגל הטריגונומטרי – הסבר על שימוש במעגל הטריגונומטרי.
- בסרטון זה סיכום הזהויות הנובעות מהמעגל הטריגונומטרי.
- בסרטון זה הסבר על חישוב ללא מחשבון של פונקציה טריגונומטרית על פי המעגל הטריגונומטרי.

5. ענה בלי להשתמש במחשבון:

$$\begin{array}{lll} \cos(-45^\circ) = & \tan 225^\circ = & \sin 150^\circ = \\ \sin 510^\circ = & \sin 315^\circ = & \cos 210^\circ = \\ \cos 930^\circ = & \cos 120^\circ = & \tan 120^\circ = \\ \tan(-225^\circ) = & \tan(-30^\circ) = & \sin 330^\circ = \end{array}$$

- בסרטון זה הסבר על חישוב ערכי הפונקציות הטריגונומטריות.

6. הוכח את הזהות הבאה:

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(-2\alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

זהויות היסוד

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

זהויות של סכום והפרש זוויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

זהויות של זווית כפולה

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

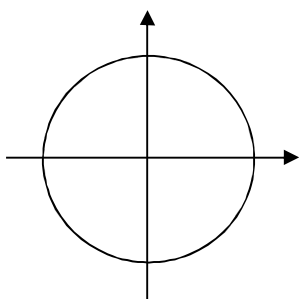
זהויות של סכום והפרש פונקציות

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$



המעגל הטריגונומטרי

המעגל הטריגונומטרי הוא מעגל היחידה (מעגל קנוני שרדיוסו 1)

טבלת ערכי הפונקציות הטריגונומטריות לזוויות המיוחדות:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\emptyset$
$\cot \alpha$	$\emptyset$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

$$\sin 0^\circ = 0 \quad \cos 0^\circ = 1 \quad \tan 0^\circ = 0$$

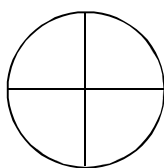
$$\sin 90^\circ = 1 \quad \cos 90^\circ = 0 \quad \tan 90^\circ = \emptyset$$

$$\sin 180^\circ = 0 \quad \cos 180^\circ = -1 \quad \tan 180^\circ = 0$$

$$\sin 270^\circ = -1 \quad \cos 270^\circ = 0 \quad \tan 270^\circ = \emptyset$$

זהויות של מעגל היחידה

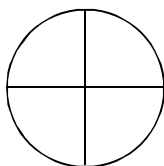
$$\sin / \cos / \tan (360^\circ + \alpha) = \sin / \cos / \tan \alpha$$



$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin (180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

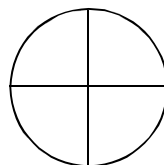
$$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$$



$$\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos (180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos (-\alpha) = \cos \alpha$$



$$\tan (180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\tan (180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\tan (-\alpha) = -\tan \alpha$$

פרק 8 – משוואות טריגונומטריות

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .3 \qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad .2 \qquad \sin x = \frac{1}{2} \quad .1$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .6 \qquad \cos x = \frac{1}{2} \quad .5 \qquad \sin x = -\frac{1}{2} \quad .4$$

$$\tan x = -1 \quad .8 \qquad \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad .7$$

$$\tan x = 5 \quad .ג \qquad \cos x = -0.6 \quad .ב \qquad \sin x = 0.7 \quad .א$$

$$\tan 5x = -1 \quad .ג \qquad 2 \cos 2x = -\sqrt{3} \quad .ב \qquad \sin 3x = \frac{1}{2} \quad .א$$

$$\tan(50^\circ - x) = 1.3 \quad .ג \qquad \cos(75^\circ - 3x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad .ב \qquad \sin(2x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .א$$

$$\sin x = -1 \quad .ג \qquad \sin x = 1 \quad .ב \qquad \sin x = 0 \quad .א$$

$$\cos x = -1 \quad .ג \qquad \cos x = 1 \quad .ה \qquad \cos x = 0 \quad .ד$$

$$\tan x = 1 \quad .ח \qquad \tan x = 0 \quad .ז$$

$$\sin x = \sin 3x \quad .13$$

$$\sin x = \sin(120^\circ - x) \quad .ב \qquad \sin 2x = \sin(x + 30^\circ) \quad .א$$

$$\cos x = \cos(40^\circ - x) \quad .16 \qquad \cos x = \cos 3x \quad .15$$

$$\tan 2x = \tan(60^\circ - x) \quad .ב \qquad \tan x = \tan 3x \quad .א$$

$$\cos^2 x = \frac{3}{4} \quad .20 \qquad \sin 2x - 2 \sin^2 2x = 0 \quad .19 \qquad \sin x \cos 3x = 0 \quad .18$$

$$\cos x - \frac{2}{\cos x} + 1 = 0 \quad .23 \qquad \tan^2 x - 3 \tan x - 4 = 0 \quad .22 \qquad 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad .21$$

$$\sin x = \cos x \quad .26 \qquad \frac{\cos 2x}{\tan x + 1} = 0 \quad .25 \qquad \frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0 \quad .24$$

$$3 \cos x - \cos 2x = 0 \quad .29 \qquad \sin x - \sin 2x = 0 \quad .28 \qquad \sin x - \tan x = 0 \quad .27$$

.30

$$\cos 2x = -\cos 3x \quad .ג$$

$$\sin x = -\sin 3x \quad .א$$

$$\sin(x + 30^\circ) = -\cos x \quad .31$$

.32

$$\sin x = -\cos x \quad .ג$$

$$\sin x = \cos x \quad .א$$

$$3\sin^2 x = \cos^2 x \quad .ד$$

$$\sin x = 2\cos x \quad .ג$$

.33

$$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad [-360^\circ, 360^\circ] \quad .ג$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad [0^\circ, 360^\circ] \quad .א$$

$$\frac{\sin 6x}{1 - \cos 4x} = 0 \quad [0^\circ, 135^\circ] \quad .35$$

$$\cos 4x + 1 = 3\sin 2x \quad [-180^\circ, 180^\circ] \quad .34$$

$$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad [-2\pi, 2\pi] \quad .37$$

$$\tan x = 0 \quad [90^\circ, 270^\circ] \quad .36$$

$$\frac{\sin 6x}{1 - \cos 4x} = 0 \quad \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \quad .39$$

$$\cos 4x + 1 = 3\sin 2x \quad [-\pi, \pi] \quad .38$$

$$\cos^2 x = \sin 5x + \sin x + 1 \quad \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] \quad .41$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \sin x \quad [-\pi, \pi] \quad .40$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 \quad [0, 2\pi] \quad .43 \quad \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} = \cos 2x \quad \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right] \quad .42$$

פתרונות:

$$x = 45^\circ + 360^\circ k, x = 135^\circ + 360^\circ k \quad .2 \quad x = 30^\circ + 360^\circ k, x = 150^\circ + 360^\circ k \quad .1$$

$$x = 210^\circ + 360^\circ k, x = -30^\circ + 360^\circ k \quad .4 \quad x = -60^\circ + 360^\circ k, x = 240^\circ + 360^\circ k \quad .3$$

$$x = -45^\circ + 180^\circ k \quad .8 \quad x = 30^\circ + 180^\circ k \quad .7 \quad x = \pm 150^\circ + 360^\circ k \quad .6 \quad x = \pm 60^\circ + 360^\circ k \quad .5$$

$$x = \pm 126.87^\circ + 360^\circ k \quad .ג \quad x = 44.427^\circ + 360^\circ k, x = 135.573^\circ + 360^\circ k \quad .א \quad .9$$

$$x = 10^\circ + 120^\circ k, x = 50^\circ + 120^\circ k \quad .א \quad .10 \quad x = 78.69^\circ + 180^\circ k \quad .ג$$

$$x = 90^\circ + 180^\circ k, x = -30^\circ + 180^\circ k \quad .א \quad .11 \quad x = -9^\circ + 36^\circ k \quad .ג \quad x = \pm 75^\circ + 180^\circ k \quad .ב$$

$$x = 180^\circ k \quad .א \quad .12 \quad x = -2.431^\circ + 180^\circ k \quad .ג \quad x = 10^\circ + 120^\circ k, x = 40^\circ + 120^\circ k \quad .ב$$

$$x = 360^\circ k \quad .ה \quad x = 90^\circ + 180^\circ k \quad .ד \quad x = -270^\circ + 360^\circ k \quad .ג \quad x = 90^\circ + 360^\circ k \quad .ב$$

$$x = 45^\circ + 180^\circ k \quad .ה \quad x = 180^\circ \quad .ד \quad x = 180^\circ + 360^\circ \quad .ו$$

$$x = 30^\circ + 360^\circ k, x = 50^\circ + 120^\circ k \quad .א \quad .14 \quad x = 180^\circ k, x = 45^\circ + 90^\circ k \quad .13$$

$$x = 90^\circ k \quad .א \quad .17 \quad x = 20^\circ + 180^\circ k \quad .16 \quad x = 90^\circ k \quad .15 \quad x = 60^\circ + 180^\circ k \quad .ב$$

$$\begin{aligned}
x = 180^\circ k, x = 30^\circ + 60^\circ k & \quad .18 & x = 20^\circ + 60^\circ & .1 \\
x = 90^\circ k, x = 15^\circ + 180^\circ k, x = 75^\circ + 180^\circ k & & & .19 \\
x = \pm 30^\circ + 360^\circ k, x = \pm 150^\circ + 360^\circ k & & & .20 \\
x = 90^\circ + 360^\circ k, x = 210^\circ + 360^\circ k, x = -30^\circ + 360^\circ k & & & .21 \\
x = 360^\circ k & .23 & x = 75.964^\circ + 180^\circ k, x = -45^\circ + 180^\circ k & .22 \\
x = 45^\circ + 180^\circ k & .26 & x = 45^\circ + 90^\circ, x \neq -45^\circ + 180^\circ k & .25 & x = 180^\circ k, x \neq 360^\circ & .24 \\
x = \pm 106.307^\circ + 360^\circ k & .29 & x = 360^\circ k, x = 60^\circ + 120^\circ k & .28 & x = 180^\circ k, x = 360^\circ k & .27 \\
x = 36^\circ + 72^\circ k, x = 180^\circ + 360^\circ k & .1 & x = 90^\circ k, x = -90^\circ + 180^\circ k & .8 & & .30 \\
x = -45^\circ + 360^\circ k & .1 & x = 45^\circ + 180^\circ k & .8 & .32 & x = 120^\circ + 180^\circ k & .31 \\
x = 30^\circ + 180^\circ k, x = -30^\circ + 180^\circ k & .7 & x = 63.435^\circ + 180^\circ k & & & .1 \\
x = -210^\circ, x = -30^\circ, x = 150^\circ, x = 330^\circ & .1 & x = 30^\circ, x = 150^\circ & .8 & & .33 \\
x = 30^\circ, x = 60^\circ, x = 120^\circ & .35 & x = -165^\circ, x = 15^\circ, x = -105^\circ, x = 75^\circ & & & .34 \\
x = -\frac{7}{6}\pi, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{5}{6}\pi, x = \frac{11}{6}\pi & & .37 & x = 180^\circ & & .36 \\
x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2}{3}\pi & .39 & x = -\frac{11}{12}\pi, x = \frac{\pi}{12}, x = -\frac{7}{12}\pi, x = \frac{5}{12}\pi & & & .38 \\
x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{3}{4}\pi, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4} & & & & & .40 \\
x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}, x = \frac{\pi}{18}, x = \frac{13\pi}{18}, x = \frac{25\pi}{18}, x = \frac{5\pi}{18}, x = \frac{17\pi}{18} & & & & & .41 \\
x = 0, x = \pi, x = 2\pi, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} & .43 & x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3} & & & .42
\end{aligned}$$

סיכום – משוואות טריגונומטריות

$$\cos x = \cos \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 360^\circ k$$

$$x = -\alpha + 360^\circ k$$

$$x = \pm \alpha + 360^\circ k$$

$$\tan x = \tan \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 180^\circ k$$

$$\sin x = \sin \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 360^\circ k$$

$$x = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k$$

סיכום פתרונות המשוואות המיוחדות:

$$\cos x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 90^\circ + 180^\circ k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\tan x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ k$$

$$x = \pi k$$

$$\sin x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ k$$

$$x = \pi k$$

$$\cos x = -1$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ + 360^\circ k$$

$$x = \pi + 2\pi k$$

$$\sin x = -1$$

$$\Downarrow$$

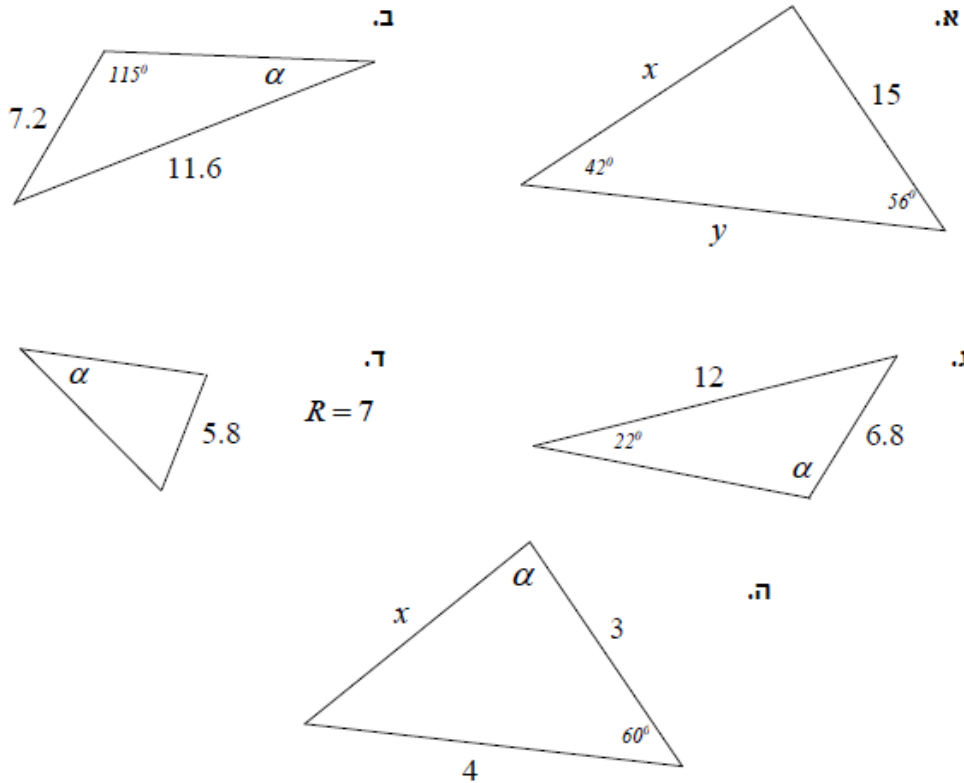
$$x = 270^\circ + 360^\circ k$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$$

פרק 9 – טריגונומטריה במישור

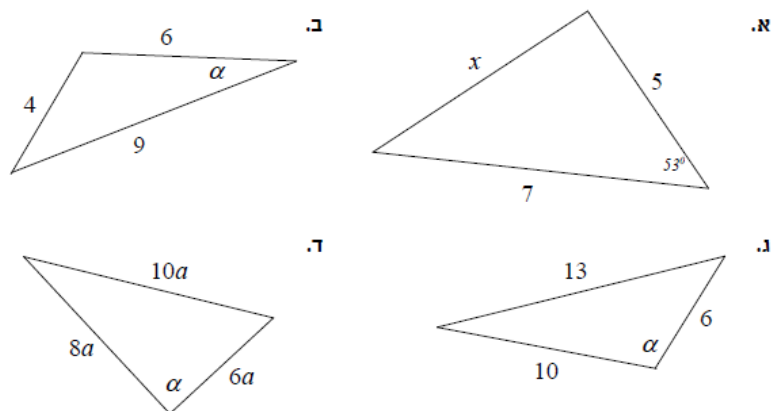
• בסרטון זה הסבר על משפט הסינוסים.

1. מצא את ערכו של $\alpha / x / y$ במשולשים הבאים (R הוא רדיוס המעגל החוסם, נתוני הצלעות בס"מ):



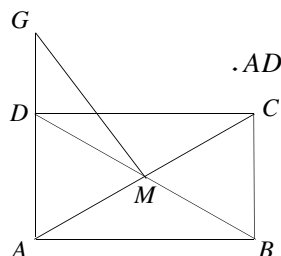
• בסרטון זה הסבר על משפט הקוסינוסים.

2. מצא את ערכו של α / x במשולשים הבאים:



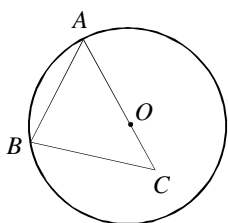
3. נתון משולש שווה שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) שאורך השוק שלו הוא 22 ס"מ וגודלה של זווית הבסיס בו הוא 70° . CD הוא חוצה זווית הבסיס $\angle C$. מצא את אורכו של הקטע AD .

• בסרטון זה הסבר על מתי משתמשים במשפט הסינוסים ומתי משתמשים במשפט הקוסינוסים.



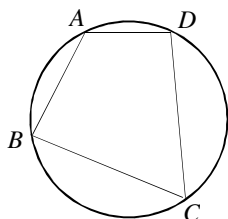
4. אלכסוני המלבן $ABCD$ נפגשים בנקודה M . הנקודה G נמצאת על המשך הצלע AD . נתון: $DG = 1.2\text{ cm}$, $AB = 4\text{ cm}$, $AD = 3\text{ cm}$. מצא את גודלו של הקטע GM .

5. מרובע שאורכי אלכסוניו 8 cm ו- 11 cm חסום במעגל שאורך רדיוסו הוא 6 cm . חשב את זוויות המרובע.



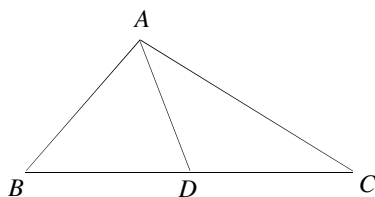
6. הצלע AB במשולש $\triangle ABC$ היא מיתר במעגל שמרכזו O . הצלע AC עוברת במרכז המעגל כמתואר בשרטוט. נתון: $\angle BAC = 38^\circ$, $OC = 3\text{ cm}$, $BC = 9\text{ cm}$. מצא את אורכם של רדיוס המעגל ושל הצלע AB .

7. אחד האלכסונים במקבילית יוצר זווית של 30° עם צלע אחת של המקבילית וזווית של 61.05° עם הצלע הסמוכה לה. אחת מצלעות המקבילית גדולה ב-3 ס"מ מהצלע הסמוכה לה. חשב את היקף המקבילית.



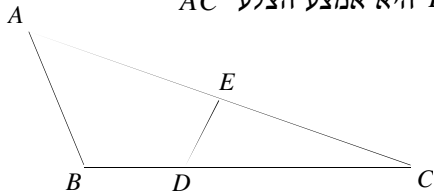
8. המרובע $ABCD$ חסום במעגל. נתון: $AD = 4\text{ cm}$, $CD = 10\text{ cm}$, $BC = 9\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$. מצא את אורכם של האלכסון AC ושל רדיוס המעגל.

• בסרטון זה שימוש פעמיים במשפט הקוסינוסים ליצירת שתי משוואות בשני נעלמים.

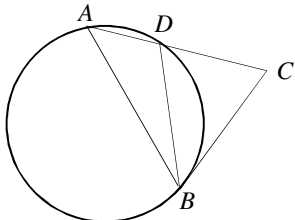


9. בשרטוט נתון: $AD = 5\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$. הנקודה D היא אמצע הצלע BC . חשב את אורך הקטע BC .

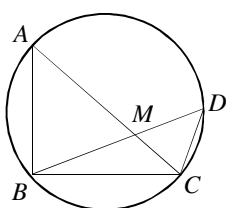
10. הצלע AC במשולש $\triangle ABC$ גדולה פי 4 מהצלע AB . הנקודה E היא אמצע הצלע AC והנקודה D נמצאת על הצלע BC כך שמתקיים $DC = 2BD$. נתון: $BC = b$, $AB = a$. הבע באמצעות a ו- b את אורך הקטע DE .



11. המשולש $\triangle ABD$ חסום במעגל שרדיוסו R . המשך הצלע AD והמשיק למעגל בנקודה B נפגשים בנקודה C .



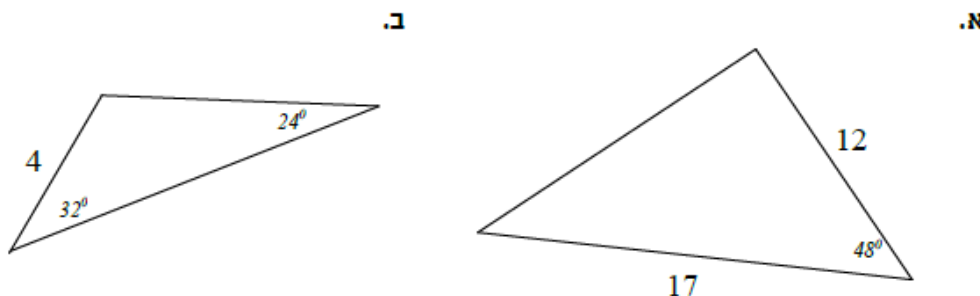
- נתון: $\angle ADB = \beta$, $\angle C = \alpha$. הבע באמצעות R , α ו- β את אורך הקטע BC .



12. AC ו- BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R , שנפגשים בנקודה M . זווית $\angle B$ היא זווית ישרה. נתון: $DC = q$, $DM = p$, $AB = k$. הבע באמצעות R , k , p ו- q את אורך הקטע MC .

• בסרטון זה הסבר על שלוש נוסחאות שטח משולש.

13. חשב את שטחי המשולשים הבאים:



• בסרטון זה הסבר על נוסחת שטח מרובע על פי אלכסוניו.

14. חשב את שטחו של טרפז שווה שוקיים שאורך האלכסון שלו 8 ס"מ והוא יוצר זווית של 15° עם הבסיסים.

15. אורכו של מלבן הוא m ורוחבו n . הזווית שבין אלכסוני המלבן היא θ .

$$\sin \theta = \frac{2mn}{m^2 + n^2} \quad \text{הוכח כי מתקיים:}$$

16. במשולש ישר זווית $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$) חוצה את הזווית $\angle B$.

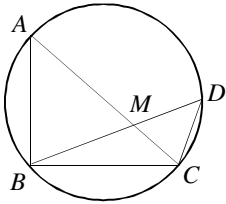
נתון: $\angle A = \alpha$, $AB = m$.

הבע באמצעות α ו- m את שטח המשולש $\triangle ABC$.

17. במשולש שווה שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) שאורך השוק בו הוא k זווית הבסיס שלו

היא β , BE חוצה את זווית $\angle B$ ו- CD הוא הגובה לשוק AB .

$$S_{\triangle ADE} = -\frac{k^2 \sin \frac{\beta}{2} \sin 4\beta}{4 \sin \frac{3\beta}{2}} \quad \text{הוכח כי שטח המשולש } \triangle ADE \text{ הוא:}$$



18. AC ו- BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R , שנפגשים בנקודה M .

זווית $\angle B$ היא זווית ישרה.

נתון: $\angle MCB = \beta$, $\angle MBC = \alpha$.

א. הבע באמצעות R , α ו- β את שטח המשולש $\triangle BDC$.

ב. נתון: $\beta = 2\alpha$, $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}R^2$. חשב את α .

19. בטרפז שווה שוקיים, שאורך השוק שבו הוא b והזווית שליד הבסיס הגדול היא γ נתון

שהאלכסונים מאונכים זה לזה.

א. הבע באמצעות γ ו- b את אורכי בסיסי הטרפז.

ב. חשב את γ אם ידוע שהבסיס הגדול ארוך פי $\sqrt{3}$ מהבסיס הקטן.

פתרונות

1. א. $x = 18.585_{cm}$, $y = 22.199_{cm}$ ב. $\alpha = 34.231^\circ$ ג. $\alpha = 41.382^\circ$ או $\alpha = 138.618^\circ$

ד. $\alpha = 155.526^\circ$ או $\alpha = 24.474^\circ$ ה. $\alpha = 73.898^\circ$, $x = 3.606_{cm}$

2. א. $x = 5.646_{cm}$ ב. $\alpha = 20.742^\circ$ ג. $\alpha = 105.962^\circ$ ד. $\alpha = 90^\circ$ 3. $AD = 13.064_{cm}$

4. $GM = 3.360_{cm}$ 5. 66.444° , 113.556° , 41.810° , 138.190°

6. $R = 5.395_{cm}$, $AC = 10.790_{cm}$ 8. $P = 22_{cm}$ 7. $R = 9.242_{cm}$, $AB = 14.56_{cm}$

9. $BC = 10_{cm}$ 10. $DE = \sqrt{\frac{1}{9}b^2 - a^2}$ 11. $BC = \frac{2R \sin \beta \sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}$

12. $MC = \sqrt{p^2 + q^2 - \frac{pqk}{R}}$ 13. א. $S = 75.801_{cm^2}$ ב. $S = 8.641_{cm^2}$

$$S_{ABCD} = \frac{m^2 \tan^2 \alpha \sin 45^\circ \cos \alpha}{2 \sin(\alpha + 45^\circ)} \quad .15 \quad S = 16_{cm^2} \quad .14$$

$$BC = 0.4663m, DE = 0.4663m, CD = 0.4776m, BE = 1.2175m \quad .i \quad .ד \quad .16$$

$$m = 8 \text{ ס"מ} \quad .iii \quad 0.7232m^2 \quad .ii$$

$$\alpha = 22.5^\circ \quad .ב \quad S = 2R^2 \sin \alpha \cos \beta \sin(90^\circ - \alpha + \beta) \quad .א \quad .18$$

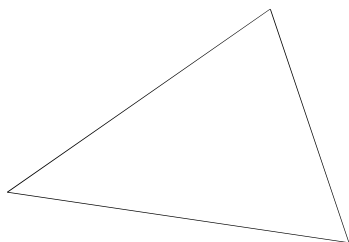
$$\gamma = 75^\circ \quad .ב \quad \frac{b \sin(135^\circ - \gamma)}{\sin 45^\circ}, \frac{b \sin(\gamma - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} \quad .א \quad .19$$

טריגונומטריה במישור – סיכום הגדרות ומשפטים

משפט הסינוסים

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

במשולש, צלע חלקי סינוס הזווית שמולה הוא גודל קבוע והוא שווה לפעמיים רדיוס המעגל החוסם.



משפט הקוסינוסים

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad \text{או} \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

מתי נשתמש בכל משפט

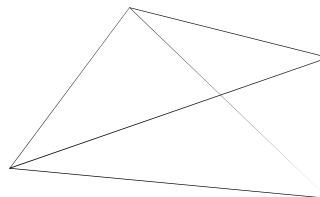
- נשתמש במשפט הסינוסים כאשר:
 - נתונות שתי זוויות וצלע
 - נתונות שתי צלעות והזווית מול אחת מהן
 - נתון רדיוס המעגל החוסם וצלע או זווית נוספת
- נשתמש במשפט הקוסינוסים כאשר:
 - נתונות שתי צלעות והזווית ביניהן
 - נתונות שלוש צלעות
- כאשר ישנם יותר נתונים מאשר בסעיפים שלהלן ייתכן שנוכל להשתמש בשני המשפטים. בבחירת המשפט שבו נשתמש כדאי לזכור שבמשפט הסינוסים תיתכנה שתי תשובות לזווית, גם אם בפועל רק אחת נכונה, ובמשפט הקוסינוסים תתקבל בוודאות הזווית הנכונה.

שטח משולש

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha} \quad \text{או} \quad S_{\Delta} = \frac{ab \sin \gamma}{2} \quad \text{או} \quad S_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$$

שטח מרובע על פי אלכסוניו

$$S = \frac{k_1 k_2 \sin \alpha}{2}$$



פרק 10 – חוקי הגזירה, משמעות גיאומטרית של הנגזרת (משיקים)

• בסרטון זה הסבר על מהי פונקציה, פונקציות נפוצות ופונקציה רציפה.

• בסרטון זה הסבר על מעבר משיפוע של ישר לשיפוע של פונקציה.

1. גזור:

$$\text{א. } f(x) = x^3 \quad \text{ב. } f(x) = x^7 \quad \text{ג. } f(x) = x^2$$

$$\text{ד. } f(x) = x \quad \text{ה. } f(x) = x^{-3} \quad \text{ו. } f(x) = x^{-1}$$

$$\text{ז. } f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ח. } f(x) = x^{\frac{1}{3}} \quad \text{ט. } f(x) = x^{\frac{3}{4}}$$

2. גזור:

$$\text{א. } f(x) = 2x^3 \quad \text{ב. } f(x) = 3x^7 \quad \text{ג. } f(x) = \frac{1}{2}x^4$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{x^6}{7} \quad \text{ה. } f(x) = 8x \quad \text{ו. } f(x) = 3x^{-2}$$

$$\text{ז. } f(x) = \frac{4}{x} \quad \text{ח. } f(x) = 6x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ט. } f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$$

3. גזור:

$$\text{א. } f(x) = 12 \quad \text{ב. } f(x) = \frac{7}{8}$$

4. גזור:

$$\text{א. } f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \text{ב. } f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5}$$

5. גזור:

$$\text{א. } f(x) = (5x - 2)^3 \quad \text{ב. } f(x) = (x^3 + 6)^5 \quad \text{ג. } f(x) = 3(x - x^2)^2$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{(5-x)^3}{4} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3}$$

6. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \frac{3}{x} \quad \text{ב. } f(x) = -\frac{2}{x} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{3}{x^3} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{2}{3-x}$$

$$\text{ז. } f(x) = \frac{6}{x+5}$$

7. גזור:

$$\text{א. } f(x) = (5x+1)(x-3) \quad \text{ב. } f(x) = (5x+1)^3(x-3) \quad \text{ג. } f(x) = x^3(6-x)^4$$

8. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \frac{3x-1}{1+2x} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3}$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{x^2+8}{x-1} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{3}{x^3}$$

9. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{x} \quad \text{ב. } f(x) = 4\sqrt{x+1} \quad \text{ג. } f(x) = \sqrt{x^3-1}$$

$$\text{ד. } f(x) = (3x+1)\sqrt{x} \quad \text{ה. } f(x) = x^2\sqrt{x+3} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$$

$$\text{ז. } f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} \quad \text{ח. } f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{1-2x} \quad \text{ט. } f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$\text{י. } f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$$

10. גזור:

$$\text{א. } f(x) = ax^4 - bx \quad \text{ב. } f(x) = \frac{ax^2}{3} - \frac{x}{b} + c \quad \text{ג. } f(x) = \frac{x-2a}{x-4a}$$

$$\text{ד. } f(x) = a\sqrt{bx^2+c}$$

11. מצא את שיפוע הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 7x$ בנקודה $(2, 2)$.

12. מצא את שיפוע הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2-3}$ בנקודה שבה $x = -2$.

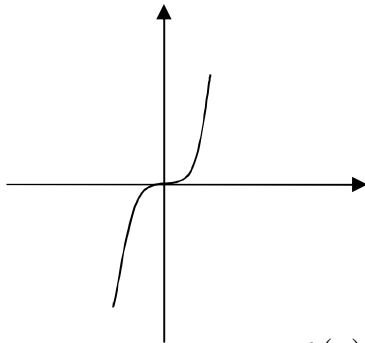
13. מצא את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x}$ בנקודה שבה $x=1$.
14. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x+3)^3$ בנקודה שבה $x=-1$.
15. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{8}{x+1}$ בנקודה שבה $y=2$.
16. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 8$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .
17. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x$ ששיפועו 2.
18. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-1}}$ ששיפועו -2.
19. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = \frac{1}{3x^3}$ היוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית של 135° .
20. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = ax^2 - 4x$ בנקודה שבה $x=3$ הוא 8. מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.
21. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{2}{ax+3}$ בנקודה שבה $y=2$ הוא -4. מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.
22. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{a}{\sqrt{bx-1}}$ בנקודה $(1,6)$ הוא -6. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת משוואת המשיק.
23. א. בטא באמצעות t את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^2 + 1$ בנקודה שבה $x=t$.
 ב. מצא את ערכו של t אם נתון שהמשיק עובר בנקודה $(-1,1)$.
24. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ העובר בנקודה $(3,0)$.
25. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ אם ידוע ששטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים הוא 4.5 יחידות שטח.

פתרונות

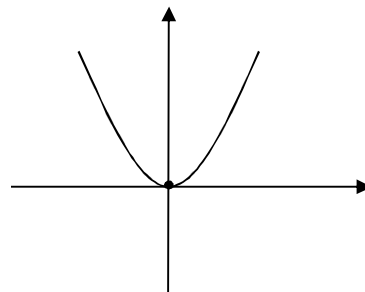
1. א. $3x^2$ ב. $7x^6$ ג. $2x$ ד. 1 ה. $-\frac{3}{x^4}$ ו. $-\frac{1}{x^2}$ ז. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ח. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
2. א. $6x^2$ ב. $21x^6$ ג. $2x^3$ ד. $\frac{6x^5}{7}$ ה. 8 ו. $-\frac{6}{x^3}$ ז. $-\frac{4}{x^2}$ ט. $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
3. א. 0 ב. 0 ג. 0 ד. $3x^2 + 4x - 3$ ה. $x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}$ ו. $\frac{3}{\sqrt{x}}$ ז. $\frac{2}{9\sqrt[3]{x}}$
4. א. $15(5x-2)^2$ ב. $15x^2(x^3+6)^4$ ג. $6(x-x^2)(1-2x)$ ד. $-\frac{3}{4}(5-x)^2$
5. א. $\frac{8(x+1)^3}{3}$ ב. $-\frac{3}{x^2}$ ג. $\frac{2}{x^2}$ ד. $-\frac{2}{x^3}$ ה. $-\frac{9}{x^4}$ ו. $-\frac{2x-3}{(x^2-3x)^2}$
6. א. $\frac{2}{(3-x)^2}$ ב. $-\frac{6}{(x+3)^2}$ ג. $10x-14$ ד. $(5x+1)^2(20x-44)$
7. א. $x^2(6-x)^3(18-7x)$ ב. $\frac{5}{(1+2x)^2}$ ג. $\frac{5x^2-24x-5}{(5x-12)^2}$ ד. $\frac{8x}{(x^2+3)^2}$
8. א. $\frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$ ב. $-\frac{1}{x^2}$ ג. $-\frac{9}{x^4}$ ד. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ה. $\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ ו. $\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-1}}$
9. א. $\frac{9x+1}{2\sqrt{x}}$ ב. $\frac{x(5x+12)}{2\sqrt{x+3}}$ ג. $\frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$ ד. $\frac{x+2}{(x+1)\sqrt{x+1}}$ ה. $\frac{x-8}{(1-2x)^2\sqrt{x^2-4}}$
10. א. $4ax^3 - b$ ב. $\frac{2ax}{3} - \frac{1}{b}$ ג. $\frac{-2a}{(x-4a)^2}$ ד. $\frac{abx}{\sqrt{bx^2+c}}$ ה. $m=17$
11. א. $m=4$ ב. $m=2$ ג. $y=24x+22$ ד. $y=-\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}$
12. א. $y=6x-24, y=-6x-12$ ב. $y=2x-3$ ג. $y=-2x+8$
13. א. $y=-x+1\frac{1}{3}, y=-x-1\frac{1}{3}$ ב. $a=2, y=8x-18$ ג. $a=2, y=-4x-2$
14. א. $b=2, a=6, y=-6x+12$ ב. $y=2tx-t^2+1$
15. א. $t=0, t=-2$ ב. $y=-\frac{1}{2}x+1\frac{1}{2}$ ג. $y=-\frac{1}{16}x+\frac{3}{4}$

פונקציות נפוצות

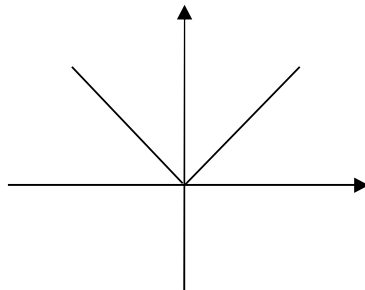
הפונקציה $f(x) = x^3$:



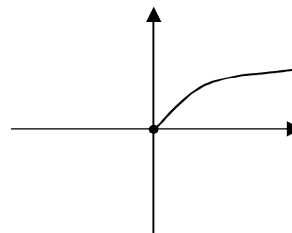
הפונקציה $f(x) = x^2$:



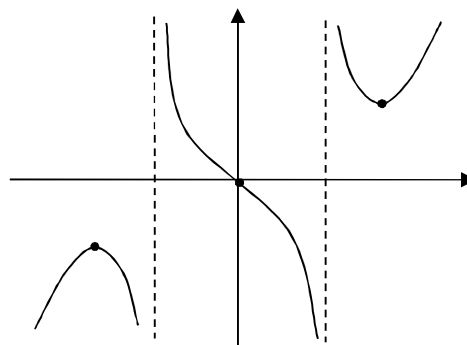
הפונקציה $f(x) = |x|$:



הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$:



פונקציה עם מכנה, למשל $f(x) = \frac{5x^3 + 4x}{x^2 - 1}$:



הנגזרת

לכל פונקציה $f(x)$ קיימת פונקציה, הנקראת פונקציית הנגזרת (או רק "הנגזרת") ומסומנת $f'(x)$, המתקבלת ממנה על פי כללי הגזירה.

כללי הגזירה

$$\text{כלל גזירה מס' 1: } f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 2 (כפל בקבוע): } f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 3 (נגזרת של קבוע): } f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\text{כלל גזירה מס' 4 (סכום והפרש): } f(x) = u \pm v \Rightarrow f'(x) = u' \pm v'$$

$$\text{כלל גזירה מס' 5 (פונקציה מורכבת): } f(x) = u^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$\text{כלל גזירה מס' 6 (נגזרת של } \frac{1}{x} \text{): } f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 7 (מכפלה): } f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u'v + v'u$$

$$\text{כלל גזירה מס' 8 (מנה): } f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 9 (שורש): } f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

שיפוע של פונקציה

השיפוע (m) של פונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעל הפונקציה הוא ערך הנגזרת בנקודה

$$m = f'(x_1) \cdot A(x_1, y_1) \quad \text{כלומר:}$$

השיפוע של המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעל הפונקציה שווה לשיפוע

$$\text{הפונקציה בנקודה } A(x_1, y_1).$$

משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעליה מתקבלת על ידי הנוסחה למציאת

$$\text{ישר: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

פרק 11 – חקירת פונקציות – חקירת פולינום

1. הסבר מהי נקודת קיצון. הבדל בין נקודת קיצון פנימית, נקודת קיצון קצה ונקודת קיצון מוחלטת.
2. הסבר כיצד מוצאים נקודות קיצון פנימיות ומצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.
3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.
 - א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?
 - ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
4. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.
 - א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?
 - ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$.
 - א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?
 - ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
6.
 - א. לפונקציה $f(x) = ax - x^3 - 5$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$. מצא את ערכו של הפרמטר a .
 - ב. לפונקציה $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$ יש נקודת קיצון ששיעוריה $(2, 3)$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
7. נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$. ענה על הסעיפים הבאים:
 - א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 - ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה
ב. נקודות קיצון
ג. תחומי עלייה וירידה
ד. נקודות חיתוך עם הצירים
ה. שרטוט

9. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה
ב. נקודות קיצון
ג. תחומי עלייה וירידה
ד. נקודות חיתוך עם הצירים
ה. שרטוט

10. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה
ב. נקודות קיצון
ג. תחומי עלייה וירידה
ד. נקודות חיתוך עם ציר ה- y
ה. שרטוט

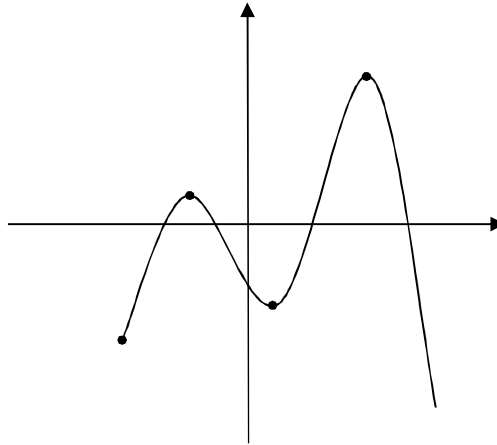
11. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה
ב. נקודות קיצון
ג. תחומי עלייה וירידה
ד. נקודות חיתוך עם הצירים
ה. שרטוט

12. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 54x - 50$.

- א. לאלו ערכים של הפרמטר a עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?
ב. הצב בפונקציה $a = 6$ וחקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם ציר ה- y , שרטוט.

נקודות קיצון (נקודות מינימום או מקסימום)



מינימום או מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D

מינימום או מקסימום קצה - A

מינימום או מקסימום מוחלט - D

נקודות קיצון מקומיות

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס.

בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית – נקודה כזו נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

מציאת נקודות קיצון מקומיות:

א. נגזור את הפונקציה.

ב. נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- x של הנקודות החשודות כקיצון.

ג. נציב את ערכי ה- x מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- y .

ד. נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון על ידי טבלה.