GOOL

בשביל התירגול

קורסים ברשת שבאמת עובדים!

מדורגת ž ² Ÿ ° ¦ § œ § £ ® £ **מדורגת** ž ² Ÿ ° ¦ ´ Ÿ š › ž ´ Ÿ ° £ ² ¢ ¨ ž ´ š š › ž ›

קנונית

1) 1 2 3 2 4 1 §
2 5 8 1 6 4
1 4 7 5 2 8 ©

2) 3 6 3 6 5 §
2 4 1 2 3
1 2 1 2 1 ©

3) 1 2 1 3 §
1 3 1 5
3 8 4 17 ©

4) 4 1 1 5 §
0 11 5 3
2 5 3 1
1 3 1 2 ©

5) 1 2 1 3 5 §
2 5 3 1 6
1 1 2 2 1
2 3 5 4 1 ©

6) 0 0 0 1 1 0 §
0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 ©

7) 1 2 1 3 5 §
2 5 3 1 6
1 1 2 2 1
2 3 5 4 1
3 2 5 1 1 ©

8) 1 3 2 2 3 §
1 4 3 4 2
2 3 1 2 9
1 3 0 2 1
2 5 3 2 1
1 5 6 6 3 ©

9) 1 1 i §
1 i 2
2 i 1 3 ©
F ℂ , F ℝ

ℂ ž • ³ ž ¦ ¬ ¨ ℝ § ¬ ž ® Ÿ ž ¦ ¬ ¨ § ¬ ® ž ° £ ² ¢ ¨ ž ´ š £ œ ²² • ´ ¦ › ¤ £ ¦ ¬

œ Ÿ ² • £ • £ ¦ ¬ ² ¨ Ÿ ¦ ¥ « Ÿ š œ ´ ¢ £ ³ › ´ Ÿ š › ž ´ Ÿ š Ÿ Ÿ ³

8x 4y 10 (3 4x 8y 20 (2 2x 3y 8
6x 3y 1 3x 6y 14 5x 4y 3

x 2y 3z 3 (6 x 2y 3z 11 (5 $2x_1$ x_2 $3x_3$ 5 (
4x 6y 16z 8 2x 3y z 5 $3x_1$ $2x_2$ $2x_3$ 5
3x 2y 17z 1 3x y z 2 $10x_1$ $6x_2$ $2x_3$ 32

3x 2y 1 (9 4x 7y 0 (8 x 3y 2 (
9x 6y 3 8x 14y 2 2x y 1
6x 4y 2 16x 28y 4 x y 2

x 2y 2z 2 (12 x_1 $5x_2$ $4x_3$ $13x_4$ 3 (11 x 2y 3z 2t 2 (
3x 2y z 5 $3x_1$ x_2 $2x_3$ $5x_4$ 2 2x 5y 8z 6t 5
2x 5y 3z 4 $2x_1$ $2x_2$ $3x_3$ $4x_4$ 0 6x 8y 10z 4t 8
2x 8y 12z 0

´ Ÿ š › ž ´ Ÿ ¥ ² ¬ ¨ ¦ ³ £ ž ¦ £ ¥ ² ³ £ Ÿ š ¦ £ š ¦ š ° ¨
´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ® - Ÿ « ª £ š œ © Ÿ ² ´ ® - š ›

x 2ky z 0 (3 x ky z 1 (2 x y z 1 (1
3x y kz 2 x y kz 1 5 x 7 y (4k 3) z 2k 1
x 9ky 5z 2 kx y z 1 3 x y (k 3) z 3

x ky 3z 2 (6 kx y 1 (5 2x y z 0 (4
kx y z 4 (k 2) x ky 2 x 2 y z 0
3x y (2 k) z 0 (k^2 1) z 9 5 x (1 k) y k^2 z 1

´ Ÿ š › ž ´ Ÿ ¥ ² ¬ ¨ ¦ ³ £ ž ¦ £ ¥ ² ³ £ Ÿ š ¦ £ š ¦ š ° ¨
´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ® - Ÿ « ª £ š œ © Ÿ ² ´ ® - š ›

3x 4y z 2 (3 2x 3y z 1 (2 2x ky 3 (
kx 2y z 1 4 x (k^2 5k) y 2 z k (k 3) x 2 y $2k$ 5
x 8y 3z k 6 x 3ky 7 k^2 2
2x 6y 2z 0.5k 1

´ Ÿ š › ž ´ Ÿ ¥ ² ¬ ¨ ¦ ³ £ ¤ ¦ § ¥ ³ ¦ £ ³ ¤ § £ ¥ ² ¬ Ÿ ¦ £ š ¦ š ° ¨

´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ® - Ÿ « ª £ š œ © Ÿ ² ´ ® - š ›

$$x \quad y \quad z \quad t \quad 1 \qquad (3 \quad 2x \quad 4y \quad az \quad 1 \qquad (2 \quad x \quad 2y \quad 4z \quad b \qquad (a$$
$$ax \quad y \quad z \quad t \quad b \qquad x \quad 2y \quad 4z \quad 4 \qquad 7x \quad 10y \quad 16z \quad 7$$
$$3x \quad 2y \quad at \quad 1 \quad a \qquad x \quad 2y \quad 4z \quad 0 \qquad 2x \quad ay \quad 3z \quad 1$$
$$x \quad 2y \quad 6z \quad 2b$$

´ Ÿ š Ÿ Ÿ ³ ¨ ž ´ ¥ ² ¬ ¨ ž ª Ÿ ´ a

$$\begin{aligned} x \quad & az \quad 1 \\ y \quad & 2z \quad 2 \\ bx \quad & cy \quad dz \quad 3 \end{aligned}$$

• £ ¡ £ © Ÿ ² ´ ® ž £ ž £ a, b, ´ ¥ ² ¬ Ÿ ¦ ³ ¬ ¤ £ š ª ´ š ° ¨ š

´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ® - Ÿ « ª £ š a Ÿ ¦ £ ¥ ž ¦ £ b, c, ¥ ² ¬ Ÿ ¦ › ¬ £ š ª ´ š ° ¨ ›

F השדה ¦ ¬ ¨ « Ÿ š œ ´ ¢ £ ³ › ž š › ž ´ Ÿ š Ÿ Ÿ ³ ¨ ž ´ ¥ ² ¬ ¨ ´ š

$$\begin{aligned} z_1 \quad & iz_2 \quad (1 \quad i)z_3 \quad 1 \qquad 4i \qquad (2 \quad x_1 \quad 2x_2 \quad 3x_3 \quad 1 \qquad (3 \\ iz_1 \quad & z_2 \quad (1 \quad i)z_3 \quad 2 \quad i \qquad 2x_1 \quad 4x_2 \quad 4x_3 \quad 2 \\ (1 \quad & 3i)z_1 \quad (3 \quad i)z_2 \quad (2 \quad 4i)z_3 \quad 5 \quad i \qquad 3x_1 \quad x_3 \quad 0 \end{aligned}$$

$\mathbf{F} \quad \mathbb{C}, \mathbf{F} \quad \mathbb{R}$ $\mathbf{F} \quad \mathbb{Z}_5$

$$\begin{cases} -x \quad y \quad z \quad 1 \\ 3x \quad 7y \quad (k^2 \quad 1)z \quad k^2 \quad 1 \\ -4x \quad 6y \quad (k \quad 2)z \quad 4 \end{cases}$$

´ ¥ ² ¬ ¨ ž ž ª Ÿ ´ a

´ Ÿ š Ÿ Ÿ ³ ¨ ž ´ ¥ ² ¬ ¨ ¦ ž ¨ £ š ´ ¨ ž ž ° £ ² ¢ ¨ ž ´ š § Ÿ ³

š - £ ¬ « ¨ ž ° £ ² ¢ ¨ ž ¦ ³ ´ œ ² Ÿ • ¨ ž ž ² Ÿ ° ž ´ š §

- Ÿ « ª £ š © Ÿ ² ´ ® - š • £ ¡ £ © Ÿ ¥ ² ® ¨ ¦ ¤ £ ¥ ² ¬ Ÿ ¦ £ š ¦ š ° ¨ œ

´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ®

´ Ÿ ª Ÿ ² ´ ® - Ÿ « ª £ š ³ £ Ÿ › ž ² ± ¨ › £ ¦ ¦ ¥ ž © Ÿ ² ´ ® ž

. z 0 Ÿ › ³ © Ÿ ² ´ ® ´ ¥ ² £ ¬ ¥ ² ¬ ³ £ Ÿ ¦ £ š ¦ š ° ¨ ž

. z 0 Ÿ › ³ • £ ¡ £ © Ÿ ² ´ ® ´ £ ¥ ² ² ¬ ¨ ¦ Ÿ ³ ¦ £ š ¦ š ° ¨ Ÿ

§ š ž (1, 2, 3) š Ÿ ž ´ £ ³ £ ¦ ³ ž ž š Ÿ Ÿ ³ ¨ ž ¦ ³ ¤ © ¬ Ÿ ž ´ ® š ² Ÿ › ¬ š ° ¨

² › « ž " ´ ¥ ² ¦ ¥ ¨ ž ³ © Ÿ ² ´ ® § œ š Ÿ ž ¦ ª ž © Ÿ ² ´ ® ž ³ ©

´ ¥ ² ¬ ¨ ž ¦ ³ • £ ¡ £ ž (1, 0, 0) ® ž ¦ š Ÿ ž ¬ ž £ š ¦ š ° ¨ ¡

ž ¬ Ÿ ª ´ ž § ² ´ š ´ ² š ´ ¨ ž ž ¨ £ ² ´ ³ ² ¤ £ ª ® ¦ ³ ²

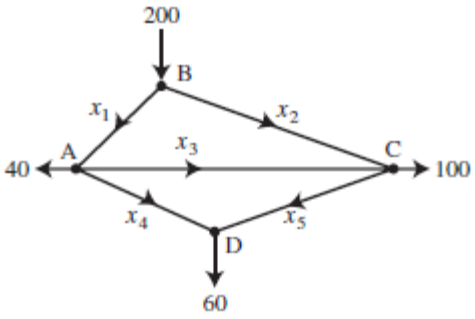
› £ › š ¦ ´ › ´ Ÿ › Ÿ ¡ ² ² ® « ¨ ¦ ³ ž ± • ¦ ´ Ÿ £ ª Ÿ ¥

- ´ ³ ² ž ¦ ³ ´ £ ¦ ¦ ¥ ž ž ¨ £ ² ž ´ £ ª › ´ ´ š š ° ¨ š

§ š ´ ³ ² ž ¦ ³ ´ £ ¦ ¦ ¥ ž ž ¨ £ ² ž ´ £ ª › ´ ´ š š ° ¨ ›

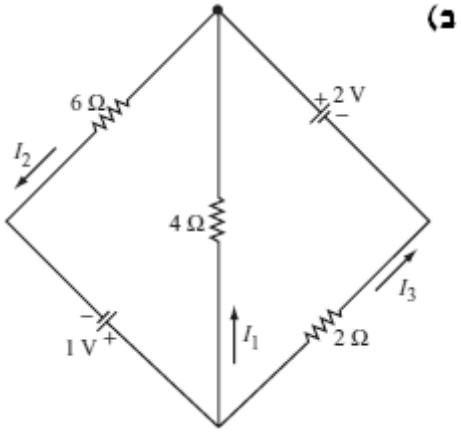
² Ÿ œ « Ÿ ¦ ³ § ² ž ³ ³ £ › ¥ ž ³ ¬ Ÿ • £

x_4 0 ³ ¬ Ÿ • £ x_1 § ¦ š £ ¦ ¨ £ ª £ ¨ ž ¤ ² ¬ ž Ÿ ž ¨ œ

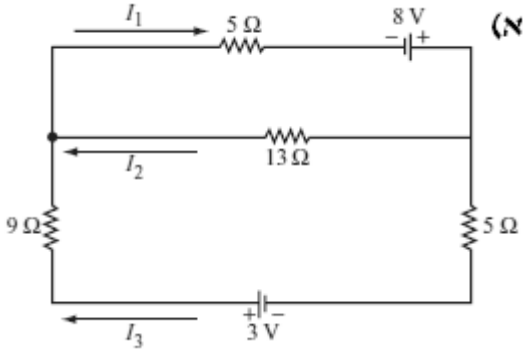


§ ž Ÿ š ± Ÿ ¡ Ÿ - Ÿ ž ± ² £ ± £ ± Ÿ ¡ § £ š › ž § £ £ ¦ ¨ ³ ¡ ž § £ ¦ œ ¬ ¨

(ב



(א



פתרונות:

1) $\begin{pmatrix}1&0&0&0&3\\2&1&0&0&4\\0&0&1&1&8\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&4&1&7\\1&1&0&1\\1&1&1&5\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1&10&11\\2&2&0\\1&3&1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}2&1&1&3\\1&0&1&0\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}1&2&6&8\\3&5&1&0\\4&2&8&2\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}4&1&0&2\\0&3&1&1\\0&1&5&1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}0&0&4&4\\0&5&4&2\\1&4&5&1\end{pmatrix}$

4) $R_2 \to 2R_2 - 4R_1$ $(2R_2 \to R_2 - 4R_1)$ $(2R_2 \to R_2 - 2R_1)$

5)

1) $\begin{pmatrix}1&2&3&2&4&1\\0&1&2&3&2&2\\0&0&0&1&2&3\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1&0&1&0&24&28\\0&1&2&0&8&7\\0&0&0&1&2&3\end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix}1&2&1&2&1\\0&0&3&6&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix}1&2&1&3\\0&1&2&2\\0&0&3&4\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1&0&0&\frac{17}{3}\\0&1&0&\frac{2}{3}\\0&0&1&\frac{4}{3}\end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix}1&3&1&2\\0&11&5&3\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix}1&2&1&3&5\\0&1&1&5&4\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&1&1&0&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

6)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8)
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

9)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & i & 1 \\ 1 & i & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & i & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$F = \mathbb{R}$ $F = \mathbb{C}$

6)

1) $x, y = (1, 2)$ (2) $x, y = (5 - 2t, t)$

3) $\emptyset$ (4)

5) $x_1, x_2, x_3 = (1, 3, 2)$ (6) $x, y, z = (1 - 7t, 2 - 2t, t)$

7) $x, y = (-1, 1)$ (8) $\emptyset$

9) $x, y = \left(\frac{1 - 2t}{3}, t\right)$ (10) $x, y, z, t = (a - 2b, 1 - 2a - 2b, a, b)$

11) $\emptyset$ (12) $x, y, z = (2, 1, -1)$

7)

$k = 2$ $\Rightarrow$ brak rozwiązań $\quad k \neq 2$ $\Rightarrow$ $k = 1$, $k = 2$

$k = 1$

$k = \frac{4}{7}$ $\Rightarrow$ $k = 1$, $k = 0.4$ $\quad k \neq \frac{4}{7}$ $\Rightarrow$ $k = 1$, $k = 0.4$

$k = -1, k = 2$ $\Rightarrow$ $k = 1$, $k = 2$

k 1, k 3, k 2 œ z 1, k z 3, k z2 Š

›k z1 Š k z3 œ 3 › k 1 œ z 1 › k 1 Š (8
k 1

(9

a 2, b 3 œ 2, b z 3 ›a z2 Š

a 6, b 2.5 œ z 6 Ÿb Šz2.5 ›

a z2 Ÿa Š 2, b 2 œ 2, b 2 ›

b 0, c 1.5, d 3 › ab 2c d Š (10

(11

$(z_1, z_2, z_3)_{F\ \mathbb{R}}(2,3,-1)$, $(z_1, z_2, z_3)_{F\ \mathbb{C}}((-1)i\ t\ 1\ ,i3,i)$ $(2\ (x_1, x_2, x_3)\ (0,3,0)$ (1

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & k^2\ 4 & k^2\ 4 \\ 0 & 0 & k^2\ k\ 2\ 4 & k^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & 3\ 7\ k^2 & 1\ k^2 & 1 \\ \cdots & 4 & 6\ k\ 2 & 4 \end{matrix} \quad (12$$

k 2 k 1 k z2 , k z 1 œ

x, y, z 1 0.2t, 0.8t, t •

k 2 ¡ k 2 Š ¡ k 2 Ÿ k 2 ž

$x_4\ 60\ x_5\ x_2\ 100\ x_3\ x_5\ x_1\ 100\ x_3\ x_5$ § £ £ x_5 ® Ÿ x_3 ¡ (13

$x_5\ 60\ x_4\ 0\ x_2\ 160\ x_3\ x_1\ 40\ x_3$ £ ^{3} ® x_3 Ÿ ¡ ›

œ

$l_1\ \frac{5}{22}, l_2\ \frac{7}{22}, l_3\ \frac{6}{11}$ › $l_1\ \frac{255}{317}, l_2\ \frac{97}{317}, l_3\ \frac{158}{317}$ (14