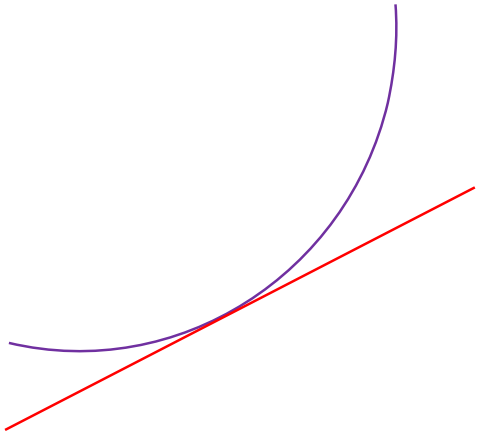
מתמטיקה

II



גיא סלומון

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

סטודנטים יקרים

ספר תרגילים זה הינו פרי שנות ניסיון רבות של המחבר בהוראת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי באוניברסיטת תל אביב, באוניברסיטה הפתוחה, במכללת שנקר ועוד.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני קורס חשוב זה.

הספר עוסק במתמטיקה ב' והוא מתאים לתלמידים במוסדות להשכלה גבוהה - אוניברסיטאות או מכללות.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד, בהתאם לתוכניות הלימוד השונות. הניסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר www.GooL.co.il

הפתרונות מוגשים בסרטוני פלאש המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

לדוגמאות: www.GooL.co.il/hedva1.html

תקוותי היא, שספר זה ישמש מורה-דרך לכם הסטודנטים ויוביל אתכם להצלחה.

גיא סלומון

כתב ופתר – גיא סלומון ©

<u>חדו"א – חוקי הגזירה, משמעות גיאומטרית של הנגזרת (משיקים)</u>

לפניך טבלת השיעורים והתרגולים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	נושא השיעור/תרגול
שיעור 1	-	מהי פונקציה, פונקציות נפוצות, פונקציה רציפה
שיעור 2	-	משיפוע של ישר לשיפוע של פונקציה
שיעור 3	1	כלל גזירה 1 (x^n)
שיעור 4	2	כלל גזירה 2 (כפל בקבוע)
שיעור 5	3	כלל גזירה 3 (גזירת קבוע)
שיעור 6	4	כלל גזירה 4 (סכום והפרש)
שיעור 7	5	כלל גזירה 5 (פונקציה מורכבת)
שיעור 8	6	כלל גזירה 6 ($\frac{1}{x}$)
שיעור 9	7	כלל גזירה 7 (מכפלה)
שיעור 10	8	כלל גזירה 8 (מנה)
שיעור 11	9 א-ו	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק א'
שיעור 12	9 ז-ט	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק ב'
שיעור 13	9 י-י"ג	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק ג'
שיעור 14	10	גזירת פונקציות עם פרמטרים
שיעור 15	11,12	שיפוע של פונקציה
שיעור 16	13	שיפוע המשיק לפונקציה
שיעור 17	14	משוואת המשיק לפונקציה (כולל מציאת משוואת משיק כשנתון x)
תרגול 18	15,16	מציאת משוואת משיק כשנתון y
תרגול 19	17,18	מציאת משוואת משיק כשנתון m
תרגול 20	19	מציאת משוואת משיק כשנתונה θ (הזווית בין הישר לכיוון החיובי של ציר ה- x).
תרגול 21	20,21	משוואת משיק עם מציאת פרמטר יחיד
תרגול 22	22	משוואת משיק עם מציאת שני פרמטרים
תרגול 23	23	כיצד מוצאים משיק כללי וכיצד מוצאים משיק מנקודה חיצונית
תרגול 24	24	משיק מנקודה חיצונית
תרגול 25	25	משיק מנקודה חיצונית

<u>דף התרגילים:</u>

1. גזור:

א. $f\left(x\right)=x^3$ **ב.** $f\left(x\right)=x^7$ **ג.** $f\left(x\right)=x^2$ **ד.** $f\left(x\right)=x$ **ה.** $f\left(x\right)=x^{-3}$

ו. $f\left(x\right)=x^{-1}$ **ז.** $f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$ **ח.** $f\left(x\right)=x^{\frac{1}{3}}$ **ט.** $f\left(x\right)=x^{\frac{3}{4}}$

2. גזור:

א. $f(x)=2x^3$ **ב.** $f(x)=3x^7$ **ג.** $f(x)=\frac{1}{2}x^4$ **ד.** $f(x)=\frac{x^6}{7}$ **ה.** $f(x)=8x$

ו. $f(x)=3x^{-2}$ **ז.** $f(x)=\frac{4}{x}$ **ח.** $f(x)=6x^{\frac{1}{2}}$ **ט.** $f(x)=\frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$

3. גזור:

א. $f(x)=12$ **ב.** $f(x)=\frac{7}{8}$

4. גזור:

א. $f(x)=x^3+2x^2-3x+5$ **ב.** $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{x^3}{6}+\frac{3x}{4}-\frac{2}{5}$

5. גזור:

א. $f(x)=(5x-2)^3$ **ב.** $f(x)=(x^3+6)^5$ **ג.** $f(x)=3(x-x^2)^2$

ד. $f(x)=\frac{(5-x)^3}{4}$ **ה.** $f(x)=\frac{2(x+1)^4}{3}$

6. גזור:

א. $f(x)=\frac{3}{x}$ **ב.** $f(x)=-\frac{2}{x}$ **ג.** $f(x)=\frac{1}{x^2}$ **ד.** $f(x)=\frac{3}{x^3}$

ה. $f(x)=\frac{1}{x^2-3x}$ **ו.** $f(x)=\frac{2}{3-x}$ **ז.** $f(x)=\frac{6}{x+5}$

7. גזור:

א. $f(x)=(5x+1)(x-3)$ **ב.** $f(x)=(5x+1)^3(x-3)$ **ג.** $f(x)=x^3(6-x)^4$

8. גזור:

א. $f(x)=\frac{3x-1}{1+2x}$ **ב.** $f(x)=\frac{x^2+1}{5x-12}$ **ג.** $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+3}$

ד. $f(x)=\frac{x^2+8}{x-1}$ **ה.** $f(x)=\frac{1}{x}$ **ו.** $f(x)=\frac{3}{x^3}$

9. גזור:

א. $f(x)=\sqrt{x}$ **ב.** $f(x)=4\sqrt{x+1}$ **ג.** $f(x)=\sqrt{x^3-1}$

ד. $f(x)=(3x+1)\sqrt{x}$ **ה.** $f(x)=x^2\sqrt{x+3}$ **ו.** $f(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}}$

ז. $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x+1}}$ **ח.** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{1-2x}$ **ט.** $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$

י. $f(x)=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$ **י"א.** $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ **י"ב.** $f(x)=\sqrt[5]{x^2-3x-4}$

י"ג. $f(x)=x\cdot\sqrt[4]{(x^2+1)^3}$

10. גזור:

א. $f(x)=ax^4-bx$ **ב.** $f(x)=\dfrac{ax^2}{3}-\dfrac{x}{b}+c$ **ג.** $f(x)=\dfrac{x-2a}{x-4a}$

ד. $f(x)=a\sqrt{bx^2+c}$

11. מצא את שיפוע הפונקציה $f(x)=2x^3-7x$ **בנקודה** $(2,2)$.

12. מצא את שיפוע הפונקציה $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3}$ **בנקודה שבה** $x=-2$.

13. מצא את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}$ **בנקודה שבה** $x=1$.

14. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=2(4x+3)^3$ **בנקודה שבה** $x=-1$.

15. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\dfrac{8}{x+1}$ **בנקודה שבה** $y=2$.

16. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x)=x^2-2x-8$ **בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה-** x.

17. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=x^4-2x$ **ששיפועו** 2.

18. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x-1}}$ ששיפועו -2.

19. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x)=\frac{1}{3x^3}$ היוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית של 135^o.

20. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=ax^2-4x$ בנקודה שבה $x=3$ הוא 8.

מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.

21. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{2}{ax+3}$ בנקודה שבה $y=2$ הוא -4.

מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.

22. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{a}{\sqrt{bx-1}}$ בנקודה $(1,6)$ הוא -6.

מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת משוואת המשיק.

23. א. בטא באמצעות t את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=x^2+1$ בנקודה שבה $x=t$.

ב. מצא את ערכו של t אם נתון שהמשיק עובר בנקודה $(-1,1)$.

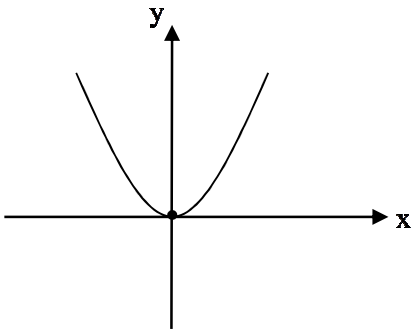
24. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ העובר בנקודה $(3,0)$.

25. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ אם ידוע ששטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים הוא 4.5 יחידות שטח.

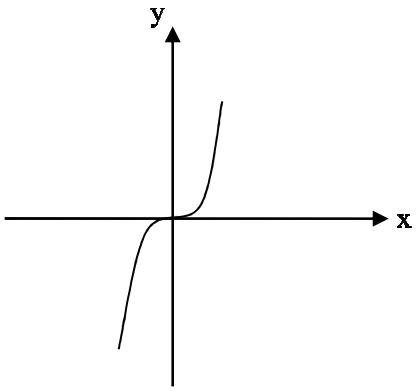
חשבון דיפרנציאלי – נגזרות ומשיקים

פונקציות נפוצות

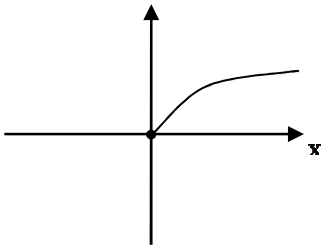
הפונקציה $f\left(x\right)=x^2$:



הפונקציה $f\left(x\right)=x^3$:



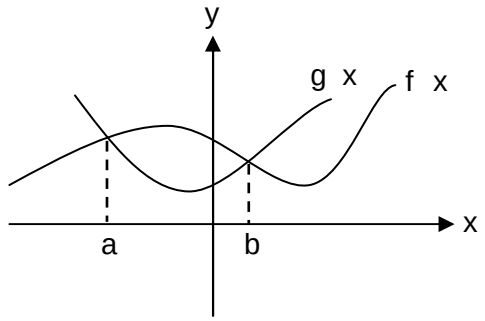
הפונקציה $f\left(x\right)=\sqrt{x}$:



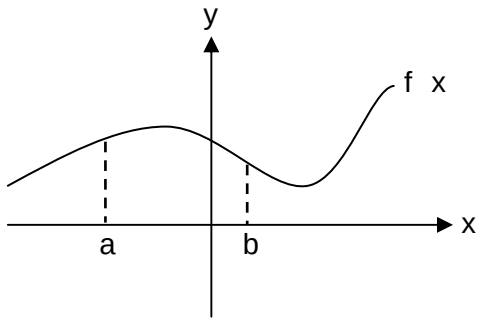
הפונקציה $f\left(x\right)=\left|x\right|$:

פונקציה עם מכנה, למשל $f\left(x\right)=\frac{5x^3+4x}{x^2-1}$:

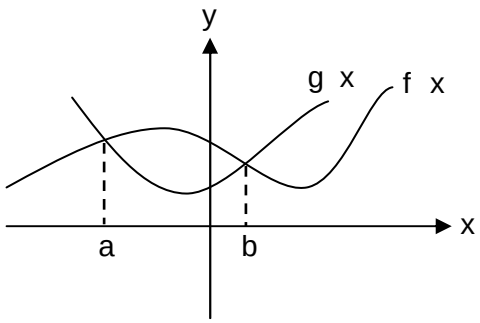
$$\int ax^n\,dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c \qquad n \neq -1$$



$$S = \int_a^b f(x) - g(x)\,dx$$



$$V = \pi \int_a^b f(x)^2\,dx$$



$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 - g(x)^2\,dx$$

נוסחאות – גבולות

	$x \to -\infty$	$x \to 0$	$x \to \infty$
$y = \frac{1}{x}$	$\frac{1}{-\infty} = 0$	$\frac{1}{0^+} = \infty,\ \frac{1}{0^-} = -\infty$	$\frac{1}{\infty} = 0$
$y = e^x$	$e^{-\infty} = 0$	$e^0 = 1$	$e^{\infty} = \infty$
$y = \ln x$	$---$	$\ln(0^+) = -\infty$	$\ln(\infty) = \infty$
$y = \arctan x$	$\operatorname{atan}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$	$\operatorname{atan}(0) = 0$	$\operatorname{atan}(\infty) = \frac{\pi}{2}$
$y = a^x, a > 1$	$a^{-\infty} = 0$	$a^0 = 1$	$a^{\infty} = \infty$
$y = a^x, 0 < a < 1$	$a^{-\infty} = \infty$	$a^0 = 1$	$a^{\infty} = 0$
$y = \sin x$	$---$	$\sin 0 = 0$	$---$
$y = \cos x$	$---$	$\cos 0 = 1$	$---$
$y = \frac{\sin x}{x}$	0	1	0
$y = \frac{\tan x}{x}$	$---$	1	$---$
$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	e	(from right) 1	e
$y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$	$---$	e	1
$y = \sqrt{x}$	$---$	$\sqrt{0^+} = 0$	$\sqrt{\infty} = \infty$
$y = \sqrt[3]{x}$	$-\infty$	$\sqrt[3]{0} = 0$	$\sqrt[3]{\infty} = \infty$

Defined Limits:

$\infty \cdot \infty = \infty$, $\infty(-\infty) = -\infty$, $\infty + \infty = \infty$, $\infty \pm a = \infty$, $\infty \cdot (\pm a) = \pm\infty$, $\infty / (\pm a) = \pm\infty$

Undefined Limits :

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, 0^0, \infty^0$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

נוסחאות – נגזרות

1. $y = a \rightarrow y' = 0$
2. $y = f^n \rightarrow y' = n \cdot f^{n-1} \cdot f'$
3. $y = e^f \rightarrow y' = e^f \cdot f'$
4. $y = a^f \rightarrow y' = a^f \cdot f' \cdot \ln a$
5. $y = \ln f \rightarrow y' = \frac{1}{f} \cdot f'$
6. $y = \sin f \rightarrow y' = \cos f \cdot f'$
7. $y = \cos f \rightarrow y' = -\sin f \cdot f'$
8. $y = \tan f \rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 f} \cdot f'$
9. $y = \cot f \rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 f} \cdot f'$
10. $y = \arcsin f \rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot f'$
11. $y = \arccos f \rightarrow y' = -\frac{1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot f'$
12. $y = \arctan f \rightarrow y' = \frac{1}{1+f^2} \cdot f'$
13. $y = \operatorname{arccot} f \rightarrow y' = -\frac{1}{1+f^2} \cdot f'$
14. $y = \sinh f \rightarrow y' = \cosh f \cdot f'$
15. $y = \cosh f \rightarrow y' = \sinh f \cdot f'$
16. $y = \tanh f \rightarrow y' = \frac{1}{\cosh^2 f} \cdot f'$
17. $y = \coth f \rightarrow y' = -\frac{1}{\sinh^2 f} \cdot f'$
18. $y = f(x)^{g(x)} \rightarrow y' = f(x)^{g(x)} \cdot (g(x) \cdot \ln(f(x)))'$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

נוסחאות – אינטגרלים

$$\int a\,dx = ax + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad n \neq -1 \qquad \int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + c \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c \qquad \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c \qquad \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$$

$$\int k^x dx = \frac{k^x}{\ln k} + c \qquad \int k^{ax+b} dx = \frac{1}{a}\frac{k^{ax+b}}{\ln k} + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c \qquad \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c \qquad \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$$

$$\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c \qquad \int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a}\ln|\cos(ax+b)| + c$$

$$\int \cot x dx = \ln|\sin x| + c \qquad \int \cot(ax+b) dx = \frac{1}{a}\ln|\sin(ax+b)| + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c \qquad \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a}\tan(ax+b) + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c \qquad \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a}\cot(ax+b) + c$$

$$\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln\left|\frac{1}{\cos x} + \tan x\right| + c \qquad \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\frac{1}{\sin x} - \cot x\right| + c$$

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c \qquad \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + c \qquad \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + c$$

$$\int \frac{f'}{f} dx = \ln|f| + c \qquad \int f \cdot f' dx = \frac{1}{2}f^2 + c$$

$$\int e^f \cdot f' dx = e^f + c \qquad \int \cos f \cdot f' dx = \sin(f) + c$$

$$\int \sin f \cdot f' dx = -\cos(f) + c \qquad \int \frac{f'}{\sqrt{f}} dx = 2\sqrt{f} + c$$

$$\int \sqrt{f} \cdot f' dx = \frac{2}{3}f^{\frac{3}{2}} + c \qquad \int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int u' \cdot v dx$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

נוסחאות – טריגו

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\begin{cases}\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\\ \cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\\ \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}\\ 1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)\\ \cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\big(\sin(a+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\big)\\ \sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\big(\cos(a-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\big)\\ \cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\big(\cos(a+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\big)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin x=\sin\alpha\ \Rightarrow\ \begin{cases}x=\alpha+2\pi k\\ x=(\pi-\alpha)+2\pi k\end{cases}\\ \cos x=\cos\alpha\ \Rightarrow\ \begin{cases}x=\alpha+2\pi k\\ x=-\alpha+2\pi k\end{cases}\\ \tan x=\tan\alpha\Rightarrow x=\alpha+\pi k\\ \cot x=\cot\alpha\Rightarrow x=\alpha+\pi k\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin x=0\Rightarrow x=\pi k\\ \cos x=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k\end{cases}$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

נוסחאות – אלגברה

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 \\ (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2 \\ (a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\ (a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \\ (a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4 \\ (a-b)^4 = a^4-4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab \\ a^2-b^2 = (a-b)(a+b) \\ a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab) \\ a^3-b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab) \\ a^4+b^4 = (a^2+b^2)^2-2a^2b^2 \\ a^4-b^4 = (a^2-b^2)(a^2+b^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^m a^n = a^{m+n} \\ \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \\ \left(a^m\right)^n = a^{mn} \\ (ab)^n = a^n b^n \\ \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n} \\ a^0 = 1 \\ a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \\ \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \ , \ \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \\ a^x = b \ \Rightarrow \ x = \ln b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a>0, b>0 \\ \ln a + \ln b = \ln ab \\ \ln a - \ln b = \ln \dfrac{a}{b} \\ \ln 1 = 0 \ , \ \ln e = 1 \\ \ln e^n = n \\ \ln x^n = n \ln x \ \ (x>0) \\ e^{\ln x} = x \\ a^b = e^{b \ln a} \\ \ln x = k \ \Rightarrow \ x = e^k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c \\ \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |a| = \sqrt{a^2} = \begin{cases} a & if \ \ a \geq 0 \\ -a & if \ \ a < 0 \end{cases} \\ |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \\ \left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|} \\ |x| < a \ \Leftrightarrow \ -a < x < a \\ |x| > a \ \Leftrightarrow \ x < -a \ \ or \ \ x > a \end{cases}$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

נוסחאות - טורי מקלורן של פונקציות חשובות

טור מקלורן	תחום התכנסות
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$	$-\infty < x < \infty$
$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$	$-\infty < x < \infty$
$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$	$-\infty < x < \infty$
$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$	$-1 < x \le 1$
$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$	$-1 \le x \le 1$
$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x^1 + x^2 + x^3 + \ldots$	$-1 < x < 1$
$(1+x)^m = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-n+1)}{n!} x^n$ $= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \ldots$	$-1 \le x \le 1 \ (m > 0)$ $-1 < x \le 1 \ (-1 < m < 0)$ $-1 < x < 1 \ (m \le -1)$ $m \ne 0, 1, 2, 3, \ldots$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©