

אלגברה

לינארית

α	β	χ	δ
ε	ϕ	φ	γ
η	ι	κ	λ
μ	ν	$\omicron$	π
ϖ	θ	ϑ	ρ
σ	ς	τ	υ
ω	ξ	ψ	ζ

גיא סלומון

סטודנטים יקרים

ספר תרגילים זה הינו פרי שנות ניסיון רבות של המחבר בהוראת מתמטיקה באוניברסיטת תל אביב, באוניברסיטה הפתוחה, במכללת שנקר ועוד.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני קורס חשוב זה.

הספר עוסק באלגברה לינארית והוא מתאים לתלמידים במוסדות להשכלה גבוהה – אוניברסיטאות או מכללות.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד, בהתאם לתוכניות הלימוד השונות. הניסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר www.GooL.co.il
 הפתרונות מוגשים בסרטוני פלאש המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
 רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
 שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך
 חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

לדוגמאות: www.GooL.co.il/linearit.html

תקוותי היא, שספר זה ישמש מורה-דרך לכם הסטודנטים ויוביל אתכם להצלחה.

גיא סלומון



תוכן

פרק 1 - ערכים עצמיים, וקטורים עצמיים, לכסון..... 3

תרגילים – פרק 5

ערכים עצמיים, וקטורים עצמיים, לכסון

(1) עבור כל אחת מהמטריצות הבאות :

א. מצא מטריצה אופיינית.

ב. מצא פולינום אופייני.

ג. מצא ערכים עצמיים ואת הריבוב האלגברי של כל ערך עצמי.

ד. מצא מרחבים עצמיים ואת הריבוב הגיאומטרי של כל ערך עצמי.

ה. מצא וקטורים עצמיים.

ו. קבע האם המטריצה ניתנת ללכסון.

ז. במידה והמטריצה ניתנת ללכסון, לכסן אותה, כלומר מצא מטריצה

הפיכה P כך ש- $P^{-1}AP = D$, באשר D מטריצה אלכסונית.

ח. במידה והמטריצה ניתנת ללכסון חשב A^{2009} .

ט. מצא את הפולינום המינימלי.

י. קבע האם המטריצה הפיכה לפי ערכיה העצמיים. במידה והמטריצה הפיכה בטא את A^{-1}

בעזרת A ו- I בלבד תוך שימוש במשפט קיילי המילטון.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (6) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \quad (5) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\boxed{F = C, F = R}$$

$$\boxed{F = C, F = R}$$

* בסעיפים 5,6 עליך לפתור פעם מעל C ופעם מעל R .

(2) א. הגדר את המושג דימיון מטריצות.

ב. ידוע ש- A ו- B מטריצות דומות. הוכח כי :

1. $|A| = |B|$. 2. $tr(A) = tr(B)$. 3. ל- A ו- B אותו פולינום אופייני.

(3) הוכח שאם $P^{-1}AP = B$ אז $A^n = PB^nP^{-1}$.