

מתמטיקה 4 יחידות

GOOL

בשביל התירגול

קורסים ברשת שבאמת עובדים!



בואו לגלות את
סודות ההצלחה בלימודים

תלמידים יקרים

ספר תרגילים זה הינו פרי שנות ניסיון רבות של המחבר בהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה הן בבתי הספר התיכוניים, הן בבתי הספר הפרטיים והן במכילות האוניברסיטאיות.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד, בהתאם לתוכנית הלימודים של משרד החינוך. כל פרק פותח בסיכום ההגדרות, המשפטים והמתכונים הקשורים לנושא הפרק, לאחריו מופיעה טבלת הסרטונים באתר ולבסוף קובץ תרגילים. הניסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר www.Gool.co.il

הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותי היא, שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

יוחאי טוויג



תוכן

מספר פרק	נושא	עמוד
1	אלגברה - מרינום	4
2	אלגברה - אי שיונים	6
3.1	גיאומטריה – רקע קוים וזיות	8
3.2	גיאומטריה - משולש כללי, משולש שווה שוקיים, משולש ישר זווית	10
3.3	גיאומטריה – חפיפת משולשים	12
3.4	גיאומטריה - זווית חיצונית למשולש ומשולש ישר זווית	14
3.5	גיאומטריה - קטע אמצעים במשולש ומפגש תיכונים במשולש	16
3.6	גיאומטריה - מרובעים	18
3.7	גיאומטריה - המעגל	25
3.8	גיאומטריה – פרופורציה ודמיון	31
4.1	סדרות – סדרה חשבונית	37
4.2	סדרות – סדרה הנדסית	40
4.3	סדרות – סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת	42
5.1	מריגונומטריה – מריגונומטריה במשולש ישר זווית	44
5.2	מריגונומטריה - זהויות	47
5.3	מריגונומטריה - משוואות	51
5.4	מריגונומטריה - במישור	56
5.5	מריגונומטריה במרחב	62
6.1	חדו"א – נגזרות ומשיקים	66
6.2	חדו"א – חקירת פולינום	72
6.3	חדו"א – חקירת פונקציה מנה ושורש	76
6.4	חדו"א – חקירת פונקציה עם פרמטר	82
6.5	חדו"א – בעיות מקסימום ומינימום (בעיות קיצון)	84
6.6	חדו"א – אינטגרלים	89
6.7	חדו"א – של פונקציות מריגונומטריות	96
6.8	חדו"א – של פונקציות מעריכיות	105
6.9	חדו"א – של פונקציות לוגריתמיות	112
7.1	אלגברה – משוואות מעריכיות	119
7.2	אלגברה – משוואות לוגריתמיות	123
8	אלגברה – בעיות גידול ודעיכה	128
9.1	גיאומטריה אנליטית – נקודה וישר (חלק א')	131
9.2	גיאומטריה אנליטית - המעגל	135
10	הסתברות קלאסית	140

פרק 1 - מרינום:

לפניך מבלת הסרמונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף תרגילים	תוכן הסרמון
סרמון 1	תרגיל 1	כולל הסבר כיצד עושים מרינום
סרמון 2	תרגיל 2	
סרמון 3	תרגיל 3	
סרמון 4	תרגיל 4	
סרמון 5	תרגיל 5	
סרמון 6	תרגיל 6	כולל הסבר כיצד עושים מרינום מקוצר
סרמון 7	תרגיל 7	
סרמון 8	תרגיל 8	
סרמון 9	תרגיל 1	כולל הסבר כיצד ניתן להסתדר בכל התרגילים גם ללא מרינום
סרמון 10	תרגיל 4	פתרון ללא מרינום
סרמון 11	תרגיל 6	פתרון ללא מרינום

תרגילים:

1. $4x^2 + 8x + 3 =$

2. $2x^2 + 7x - 15 =$

3. $3x^2 - 11x + 6 =$

4. $6x^2 + 5x + 1 =$

5. $2x^2 + x - 6 =$

6. $x^2 + 5x + 4 =$

7. $x^2 - 8x + 15 =$

8. $x^2 - 33x + 62 =$

פרק 2 - אי שוויונים:

מותר

1. לחבר/לחסר כל מספר/ביטוי
2. לכפול/לחלק בכל מספר/ביטוי חיובי
3. לכפול/לחלק בכל מספר/ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי השוויון
4. להעלות בחזקה אי זוגית
5. להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי השוויון אינם שליליים

אסור

1. לכפול/לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו
2. להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		מהו אי שוויון, סימון אי שוויון על ציר
סרטון 2		חיתוך ואיחוד אי שוויון (מעלה ראשונה)
סרטון 3	תרגיל 1	חיתוך ואיחוד אי שוויון (מעלה ראשונה) – המשך
סרטון 4		מותר ואסור באי שוויונים
סרטון 5	תרגיל 2	
סרטון 6	תרגיל 3	אי שוויונים ממעלות גבוהות – הסבר על שיטת הנחש
סרטון 7	תרגיל 4	
סרטון 8	תרגיל 5	
סרטון 9	תרגיל 6	דוגמא לאי שוויון ללא מכנה
סרטון 10	תרגיל 7	הסבר על נחש עם נקודת העקה
סרטון 11	תרגיל 8	דוגמא לנחש עם נקודת העקה
סרטון 12	תרגיל 9	אי שוויון שמכיל ביטוי שלא מתפרק
סרטון 13	תרגילים 10, 11, 12	דוגמאות לאי שוויון שמכיל ביטוי שלא מתפרק
סרטון 14	תרגיל 13	אי שוויון לא מסודר (לראשונה)
סרטון 15	תרגיל 14	אי שוויון לא מסודר
סרטון 16	תרגיל 15	מערכת אי שוויונים לא מסודרים
סרטון 17	תרגיל 16	מערכת אי שוויונים לא מסודרים
סרטון 18	תרגיל 17	אי שוויון כפול
סרטון 19	תרגיל 18	הסבר ודוגמא – פונקציה מעל פונקציה

תרגילים:

$$1. x \leq -\frac{3}{4} \cap \{-2 < x \leq 5 \cup 0 < x < 8\}$$

$$2. x(x+5) - 3x + 15 \leq 2x - 1 - x(4-x)$$

$$3. \frac{(x-4)(x+2)}{x-1} < 0$$

$$4. \frac{(x-5)(3x+1)}{(2-x)(x+7)} < 0$$

$$5. \frac{(2x-3)(x-12)}{(x+1)(4-x)} \geq 0$$

$$6. x(x+3)(2x-5) < 0$$

$$7. \frac{(x-6)^2(x+1)}{x-2} > 0$$

$$8. \frac{5-2x}{(x-8)^2} \leq 0$$

$$9. \frac{x-3}{x^2+2} > 0$$

$$10. \frac{x^2-4x}{x^2+2x-3} > 0$$

$$11. \frac{x^2-6x+9}{x^3-x} > 0$$

$$12. \frac{x-7}{x^2+x+3} > 0$$

$$13. \frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} < \frac{1}{x-2}$$

$$14. \frac{2x^2}{x^2-6x+8} \geq \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-2}$$

$$15. x^2 > 3x+10 \cap 6 < 5x-x^2$$

$$16. \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} > 0 \cup \frac{1}{x-3} < \frac{1}{1-x}$$

$$17. 1 < \frac{x-1}{x-4} \leq 2$$

18. עבור אילו ערכי x נמצאת הפונקציה $f(x) = \frac{x}{x-3}$ מעל הפונקציה $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$?

פרק 3 – גיאומטריה:

3.1 – רקע קווים וזוויות

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף תרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		קצת היסטוריה + מושגי יסוד
סרטון 2		ממושגי יסוד להגדרות
סרטון 3		מאקסיומות למשפטים + העשרה על גיאומטריות לא אוקלידיות
סרטון 4		זווית – הגדרה וסימון
סרטון 5	תרגיל 1	תרגיל בנושא זוויות
סרטון 6		הגדרות – זווית חדה/ישרה/קה/שטוחה
סרטון 7		חוצה זווית וזווית צמודות
סרטון 8		הוכחת המשפט: שתי זוויות צמודות שוות הן בהכרח ישרות
סרטון 9		זוויות קודקודיות – הגדרה והוכחת המשפט (...שוות זו לזו)
סרטון 10	תרגיל 2	תרגיל בנושא זוויות
סרטון 11		ישרים מקבילים והזוויות ביניהם + משפט על הזוויות השונות
סרטון 12		משפט הפוך – הוכחת מקבילות לפי זוויות
סרטון 13	תרגיל 3	תרגיל בנושא קוים מקבילים

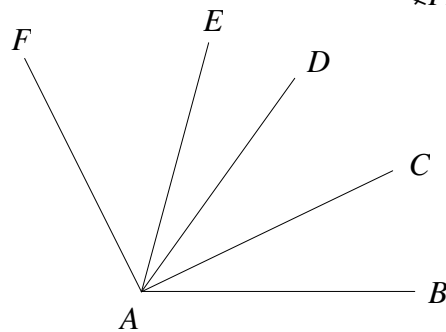
תרגילים:

1. נתון: $\angle FAE = 2 \cdot \angle EAD$, $\angle CAB = \angle DAC$

$$\angle EAB = 80^\circ, \angle FAD = 60^\circ$$

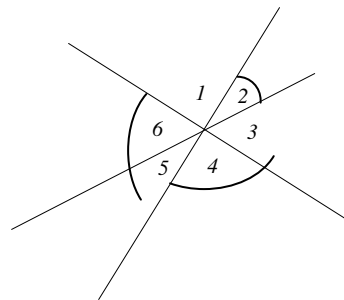
חשב את הזוויות הבאות:

$$\angle FAB, \angle EAC, \angle CAB$$



2. חשב את סכום הזוויות הבאות (נמק):

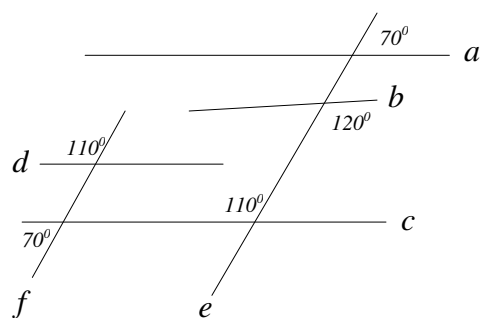
$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 6$$



3. מצא את זוויות

הישרים המקבילים

בשרטוט הבא (נמק):



3.2 –משולש כללי, משולש שווה שוקיים, משולש ישר זווית

משפטים כלליים במשולשים:

משפט: סכום הזוויות במשולש הוא 180°

משפט: סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית

משפט: במשולש מול הזווית הגדולה נמצאת הצלע הגדולה ולהפך

במשולש מול הזווית הקטנה נמצאת הצלע הקטנה ולהפך

במשולש מול זוויות שוות נמצאות צלעות שוות ולהפך

משולש שווה שוקיים:

משפט: במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו

משפט הפוך: משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים

משפט: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס מתלכדים

משפט הפוך: משולש שבו חוצה זווית הוא גם גובה או חוצה זווית הוא גם תיכון או גובה הוא גם תיכון

הוא משולש שווה שוקיים

משולש שווה צלעות:

הגדרה: משולש שבו כל הצלעות שוות הוא משולש שווה צלעות.

משפט: במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות 60° .

משפט הפוך: משולש שבו כל הזוויות שוות הוא משולש שווה צלעות.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 14		הגדרות – משולש חד/ישר/קהה זווית, משולש שווה שוקיים/שווה צלעות/שונה צלעות.
סרטון 15		קווים במשולש – חוצה זווית, תיכון, גובה, אנך אמצעי
סרטון 16		משפטים במשולש: סכום זוויות, מול הזווית הגדולה/קטנה נמצאת... ולהפך
סרטון 17		משפטים במש"ש (משולש שווה שוקיים): זוויות הבסיס, חוצה זווית/תיכון גובה
סרטון 18		משולש שווה צלעות – הגדרה ושוויון הזוויות (משפט ומשפט הפוך)
סרטון 19	תרגיל 4	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 20	תרגיל 4	רישום מדויק של ההוכחה + כיצד רושמים הוכחה בגיאומטריה
סרטון 21	תרגיל 5	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 22	תרגיל 5	רישום מדויק של ההוכחה

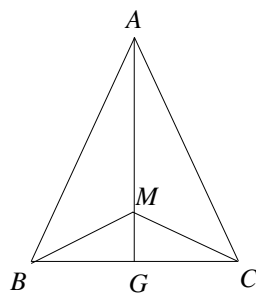
תרגילים:

1. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש שווה

שוקיים ($AB = AC$). AG חוצה את זווית $\angle A$.

M היא נקודה כלשהי על AG .

הוכח: $BM = CM$.



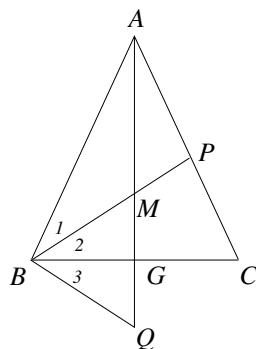
2. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש שווה

שוקיים ($AB = AC$). AG ו- BP חוצים את

הזווית $\angle A$ ו- $\angle ABC$ בהתאמה. הנקודה Q

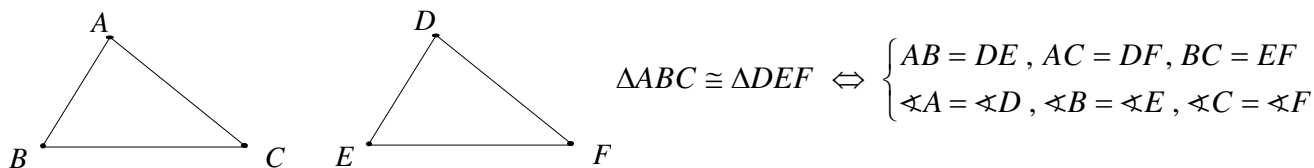
נמצאת על המשך AG . נתון: $GM = GQ$.

הוכח: $\angle B_1 = \angle B_3$.



3.3 – חפיפת משולשים

הגדרה: משולשים חופפים הם משולשים שעווים זה לזה בכל צלעותיהם ובכל זוויותיהם בהתאמה.



משפטי החפיפה:

1. משפט חפיפה צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ.): אם בין שני משולשים שוות שתי צלעות והזווית שביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.
2. משפט חפיפה זווית-צלע-זווית (ז.צ.ז.): אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות והצלע שביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.
3. משפט חפיפה צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ.): אם בין שני משולשים שוות שלוש צלעות בהתאמה אז המשולשים חופפים.
4. משפט חפיפה צלע-צלע-הזווית הגדולה (צ.צ.ז): אם בין שני משולשים שוות שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מביניהן בהתאמה אז המשולשים חופפים.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה ה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 23		מהי חפיפה, סימונים
סרטון 24		ארבעת משפטי החפיפה
סרטון 25	תרגיל 6	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 26	תרגיל 6	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 27	תרגיל 7	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 28	תרגיל 7	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 29	תרגיל 8	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 30	תרגיל 8	רישום מדויק של ההוכחה

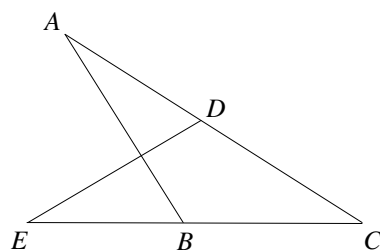
תרגילים:

1. בצירור נתון: $AC = EC$, $DC = BC$.

הוכח:

א. $\triangle CDE \cong \triangle CBA$

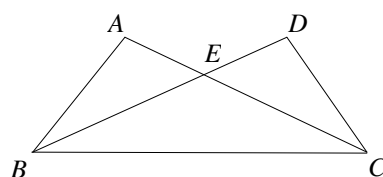
ב. $\angle ADE = \angle ABE$



2. בצירור נתון: $\angle ABC = \angle DCB$,

$\angle DBC = \angle ACB$

הוכח: $AB = DC$

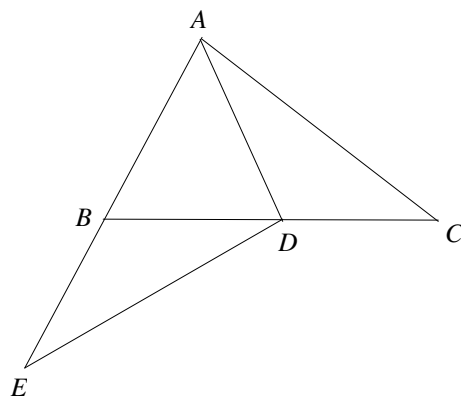


3. בצירור נתון: $AB = BE = AD$,

$AC = DE$

הוכח: הנקודה D היא

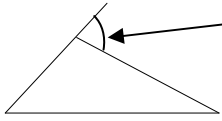
אמצע הצלע BC



3.4 – זווית חיצונית למשולש ומשולש ישר זווית

זווית חיצונית למשולש:

הגדרה: זווית חיצונית למשולש היא זווית הכלואה בין צלע במשולש להמשך צלע הסמוכה לה. משפט: זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.



משולש ישר זווית:

משפט 1: סכום הזוויות החדות במשולש ישר זווית הוא 90° .

משפט 2: במשולש שזוויותיו 90° , 60° , 30° , הניצב שמול הזווית של ה- 30° שווה למחצית היתר.

משפט הפוך (ל-2): אם במשולש ישר זווית אחד הניצבים שווה למחצית היתר, אז הזווית שמול ניצב זה

היא בת 30° .

משפט 3: במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.

משפט הפוך (ל-3): אם במשולש תיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, אז המשולש ישר זווית

(כאשר הזווית ממנה יוצא התיכון היא הזווית הישרה).

משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.

$$\text{כלומר: } (\text{יתר})^2 = (\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2$$

משפט הפוך (למשפט פיתגורס): אם במשולש סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית,

המשולש ישר זווית.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מס' תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 31		זווית חיצונית - הגדרה ומשפט
סרטון 32	תרגיל 9	הוכחת המשפט
סרטון 33	תרגיל 10	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 34	תרגיל 10	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 35		משולש שזוויותיו 90° , 60° , 30°
סרטון 36	תרגיל 11	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 37	תרגיל 11	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 38		משפט התיכון ליתר והמשפט ההפוך לו
סרטון 39	תרגיל 12	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 40	תרגיל 12	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 41	תרגיל 13	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 42	תרגיל 13	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 43		משפט פיתגורס והמשפט ההפוך לו
סרטון 44	תרגיל 14א	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 45	תרגיל 14א	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 46	תרגיל 14ב	רישום מדויק של ההוכחה

תרגילים:

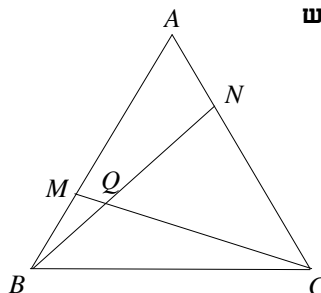
1. הוכח את המשפט: "זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה".

2. משולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש

שווה צלעות.

נתון: $AN = MB$.

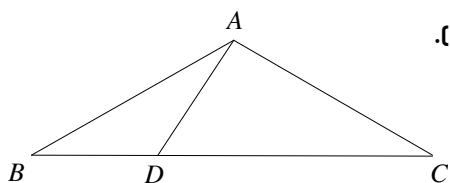
הוכח: $\angle NQC = 60^\circ$.



3. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$).

נתון: $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle DAC = 90^\circ$, $BC = 18\text{ cm}$.

חשב את אורכו של הקטע BD .

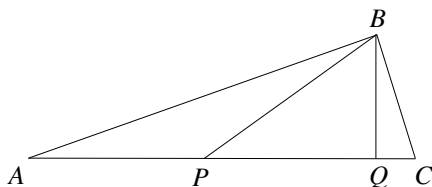


4. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BQ הוא הגובה ליתר AC ו- BP הוא התיכון ליתר AC .

נתון: $BQ = \frac{1}{2} BP$.

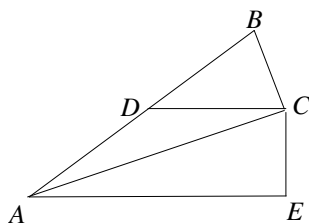
חשב את גודלה של הזווית $\angle C$.



5. המשולש $\triangle BDC$ שבציור הוא משולש שווה שוקיים ($BD = DC$).

AC חוצה את הזווית $\angle BAE$. נתון: $DC \parallel AE$.

חשב את גודלה של הזווית $\angle ACB$.

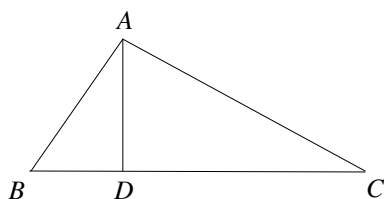


6. AD הוא גובה במשולש $\triangle ABC$.

נתון: $BC = 25\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$, $AB = 15\text{ cm}$.

א. מצא את אורכו של AD ואת שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. האם המשולש $\triangle ABC$ ישר זווית? נמק.



3.5-קטע אמצעים במשולש ומפגש תיכונים במשולש

קטע אמצעים במשולש:

הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.
משפט: קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
משפט הפוך 1: קטע היוצא מאמצע צלע במשולש ומקביל לצלע השלישית חוצה את הצלע השנייה (כלומר הוא קטע אמצעים במשולש).
משפט הפוך 2: קטע המחבר שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.

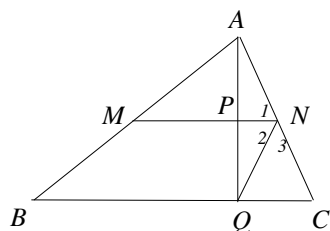
מפגש התיכונים במשולש:

משפט: שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת המחלקת כל תיכון ביחס של 1:2 כך שהחלק הקצר קרוב לצלע.
הערה: נקודת מפגש התיכונים במשולש נקראת גם מרכז הכובד של המשולש.
הערה: אם נקודה מחלקת תיכון (אחד) במשולש ביחס של 1:2 כך שהחלק הקצר קרוב לצלע, נקודה זו היא מפגש התיכונים במשולש.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מס' תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 47		ק"א במשולש – הגדרה ומשפט
סרטון 48		ק"א במשולש – משפטים הפוכים
סרטון 49	תרגיל 15	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 50	תרגיל 15	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 51	תרגיל 16 א	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 52	תרגיל 16 א	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 53	תרגיל 16 ב	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 54	תרגיל 16 ב	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 55		מפגש תיכונים במשולש – הסבר ומשפט
סרטון 56	תרגיל 17	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 57	תרגיל 17	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 58	תרגיל 17	רישום מדויק של ההוכחה – המשך התרגיל

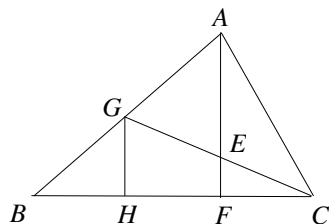
תרגילים:



1. הקטע MN הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.

AQ הוא גובה לצלע BC .

הוכח: $\angle N_1 = \angle N_2$.



2. AF הוא גובה לצלע BC ו- CG הוא תיכון לצלע AB

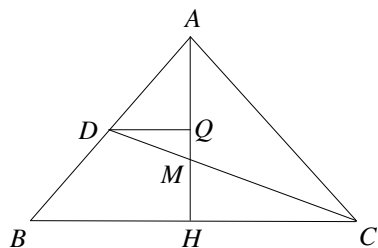
במשולש $\triangle ABC$. הקטע GH מאונך לצלע BC .

א. הוכח: $BH = HF$.

נתון בנוסף כי הגובה AF חוצה את

התיכון GC ושגודלו של AF הוא 12 ס"מ.

ב. חשב את אורך הקטע EF .



3. המשולש $\triangle ABC$ שבציר הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$)

שבו AH הוא הגובה לבסיס BC . CD התיכון לשוק AB ,

יוצר זווית של 30° עם הבסיס BC .

נתון: $DQ \parallel BC$, $BC = 12\sqrt{3} \text{ cm}$.

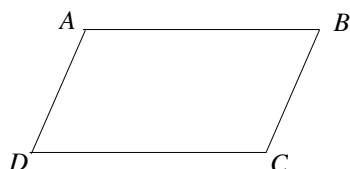
חשב את אורך הקטע MQ .

3.6 - מרובעים

מרובע הוא מצולע בעל 4 צלעות.

משפט: סכום הזוויות במרובע הוא 360° .

מקבילית:



הגדרה: מקבילית היא מרובע שבו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

תכונות המקבילית:

משפט 1: במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.

משפט 2: במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות.

משפט 3: במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא 180° .

משפט 4: במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

היקף מקבילית = סכום הצלעות, שטח מקבילית = צלע $\cdot$ גובה הצלע

כדי להוכיח כי מרובע הוא מקבילית נשתמש באחת הדרכים הבאות:

משפט 1: מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות הוא מקבילית.

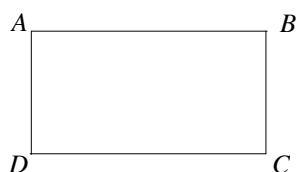
משפט 2: מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.

משפט 3: מרובע שבו זוג צלעות שוות ומקבילות הוא מקבילית.

משפט 4: מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.

משפט 5: מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.

מלבן:



הגדרה: מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות.

מסקנה: מלבן הוא סוג של מקבילית.

תכונות המלבן (בנוסף לתכונות המקבילית):

משפט 1: ארבע זוויות המלבן שוות והן זוויות ישרות.

משפט 2: האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

היקף מלבן = סכום הצלעות, שטח מלבן = צלע $\cdot$ גובה הצלע

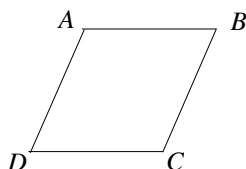
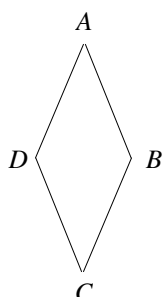
כדי להוכיח כי מרובע הוא מלבן נשתמש באחת הדרכים הבאות:

משפט 1: מרובע שבו שלושה זוויות ישרות הוא מלבן.

משפט 2: מקבילית שבה זווית ישרה היא מלבן.

משפט 3: מקבילית שבה האלכסונים שווים היא מלבן.

מעוין:



הגדרה: מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות.

מסקנה: מעוין הוא סוג של מקבילית.

תכונות המעוין (בנוסף לתכונות המקבילית):

משפט 1: במעוין כל הצלעות שוות.

משפט 2: במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.

משפט 3: במעוין האלכסונים הם חוצי זוויות.

היקף מעוין = צלע $\cdot 4$, שטח מעוין = צלע $\cdot$ גובה הצלע = $(\text{אלכסון} \cdot \text{אלכסון})/2$

כדי להוכיח כי מרובע הוא מעוין נשתמש באחת הדרכים הבאות:

משפט 1: מרובע שבו כל הצלעות שוות הוא מעוין.

משפט 2: מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.

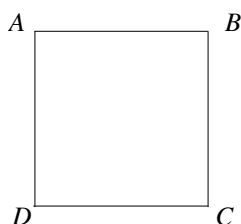
משפט 3: מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

משפט 4: מקבילית שבה אלכסון חוצה זווית היא מעוין. (מספיק אחד)

ריבוע:

הגדרה: ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.

מסקנה: ריבוע הוא סוג של מקבילית, סוג של מלבן וסוג של מעוין.



מכאן, שבנוסף לתכונות שבהגדרת הריבוע מתקיים כי אלכסוני הריבוע חוצים

זה את זה, שווים זה לזה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.

היקף ריבוע = צלע $\cdot 4$, שטח ריבוע = $(\text{צלע})^2/2 = (\text{אלכסון})^2/2$

כדי להוכיח כי מרובע הוא ריבוע נשתמש באחת הדרכים הבאות:

משפט 1: מלבן שבו האלכסונים מאונכים הוא ריבוע.

משפט 2: מלבן שבו אלכסון חוצה זווית הוא ריבוע.

משפט 3: מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.

משפט 4: מעוין שבו האלכסונים שווים הוא ריבוע.

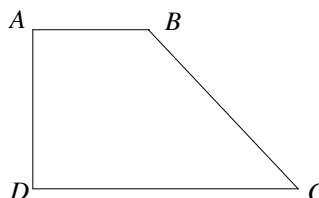
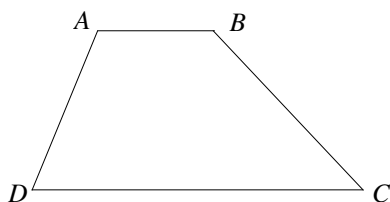
משפט 5: מעוין שבו זווית ישרה הוא ריבוע.

טרפז:

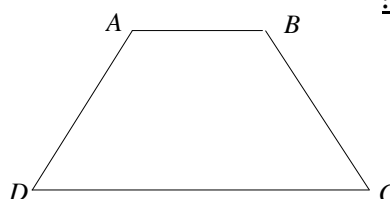
הגדרה: טרפז הוא מרובע שבו זוג אחד בלבד של צלעות נגדיות מקבילות.

היקף טרפז = סכום הצלעות, שטח טרפז = $(\text{גובה} \cdot \text{סכום הבסיסים})/2$

טרפז ישר זווית:



טרפז שווה שוקיים:



משפטים הנוגעים לטרפז שווה שוקיים:

משפט 1: בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.

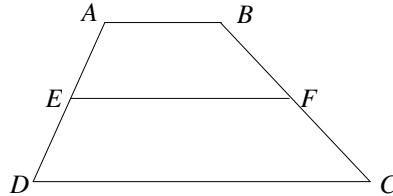
משפט הפוך (ל-1): מרפז שבו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא מרפז שווה שוקיים.

משפט 2: במרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.

משפט הפוך (ל-2): מרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא מרפז שווה שוקיים.

קטע אמצעים במרפז:

הגדרה: קטע אמצעים במרפז הוא קטע המחבר את אמצעי השוקיים במרפז.



משפט: קטע אמצעים במרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.

משפט הפוך: קטע היוצא מאמצע שוק אחת במרפז ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה (כלומר הוא קטע אמצעים במרפז).

דלתון:

הגדרה: דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.

מסקנה: דלתון הוא מרובע שניתן לפרק לשני משולשים שווים שוקיים בעלי בסיס משותף.

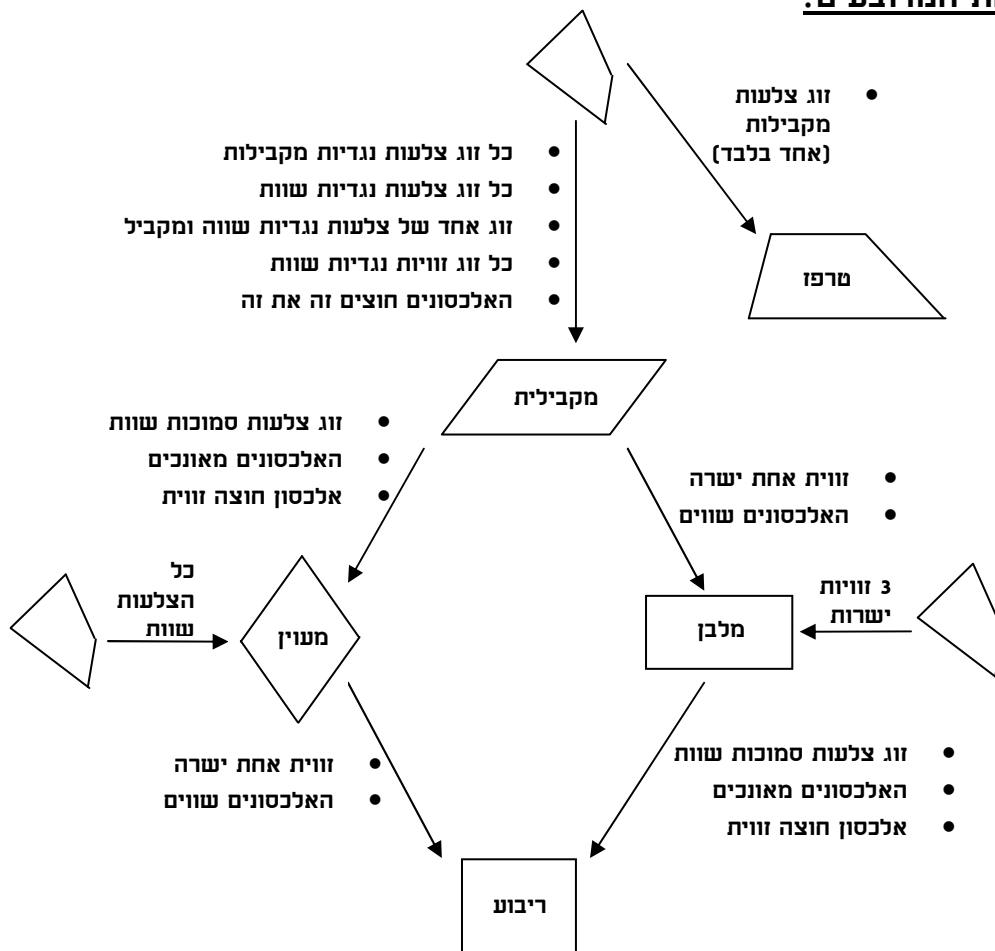
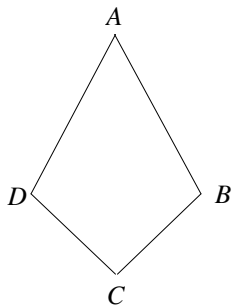
תכונות האלכסונים בדלתון:

משפט: האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.

הערה: האלכסון הראשי אינו בהכרח גדול מהאלכסון המשני.

היקף דלתון = סכום הצלעות, שטח דלתון = $(\text{אלכסון} \cdot \text{אלכסון}) / 2$

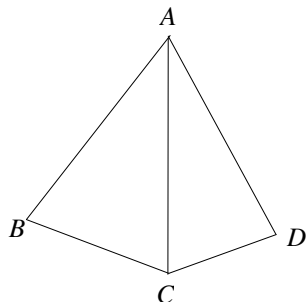
משפחת המרובעים:



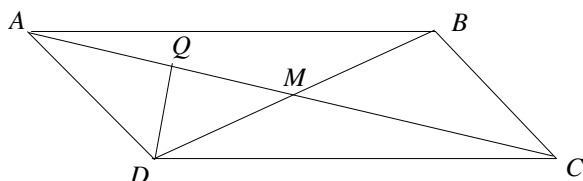
לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מס' תרגיל מדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		הגדרת מרובע, סכום הזוויות במרובע
סרטון 2	תרגיל 1	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 3	תרגיל 1	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 4		הגדרה + תכונות המקבילית + חישוב היקף ושטח מקבילית
סרטון 5	תרגיל 2	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 6	תרגיל 2	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 7		כיצד מוכיחים שמרובע הוא מקבילית
סרטון 8	תרגיל 3	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 9	תרגיל 3	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 10		הגדרה + תכונות המלבן + חישוב היקף ושטח מלבן
סרטון 11	תרגיל 4	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 12	תרגיל 4	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 13		כיצד מוכיחים שמרובע הוא מלבן
סרטון 14	תרגיל 5	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 15	תרגיל 5	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 16	תרגיל 5	המשך רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 17		הגדרה + תכונות המעוין + חישוב היקף ושטח מעוין
סרטון 18	תרגיל 6	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 19	תרגיל 6	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 20		כיצד מוכיחים שמרובע הוא מעוין
סרטון 21	תרגיל 7	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 22	תרגיל 7	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 23		הגדרה + תכונות הריבוע + חישוב היקף ושטח ריבוע
סרטון 24	תרגיל 8	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 25	תרגיל 8	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 26		כיצד מוכיחים שמרובע הוא ריבוע
סרטון 27	תרגיל 9	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 28	תרגיל 9	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 29	תרגיל 9	המשך רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 30		הגדרת המרפז ותכונותיו, כיצד מוכיחים שמרובע הוא מרפז, חישוב היקף ושטח מרפז
סרטון 31	תרגיל 10	שאלת חישוב שטח מרפז (ללא רישום הוכחה מסודרת)
סרטון 32		מרפז ישר זווית ומרפז שווה שוקיים – משפטים ומשפטים הפוכים
סרטון 33	תרגיל 11	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 34	תרגיל 11	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 35		הגדרת קטע אמצעים במרפז, משפט ומשפט הפוך
סרטון 36	תרגיל 12	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 37	תרגיל 12	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 38	תרגיל 12	המשך רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 39		הגדרת הדלתון, תכונות, משפט לגבי האלכסונים, כיצד מוכיחים שמרובע הוא דלתון
סרטון 40	תרגיל 13	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 41	תרגיל 13	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 42		משפחת המרובעים: שרטוט מסכם שמכיל בצורה נוחה את כל הידע שנלמד בפרק המרובעים. מומלץ מאוד!

תרגילים:

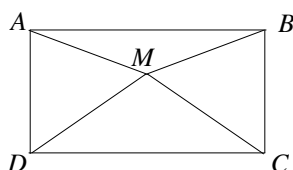


1. המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ACD$ שבציור הם משולשים שווים שוקיים ($AB = AC = AD$). נתון: $\angle BAD = 80^\circ$. חשב את גודלה של הזווית $\angle BCD$.

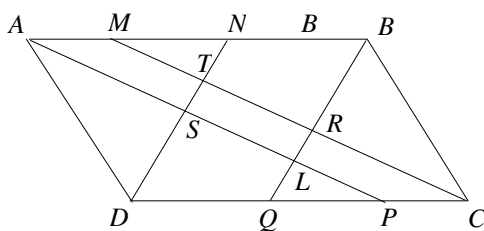


2. נתונה מקבילית $ABCD$ שאלכסוניה נפגשים בנקודה M . נתון: $AC = 20_{cm}$, $BC = \frac{1}{2}DB$, $DQ \perp AC$. חשב את אורך הקטע AQ .

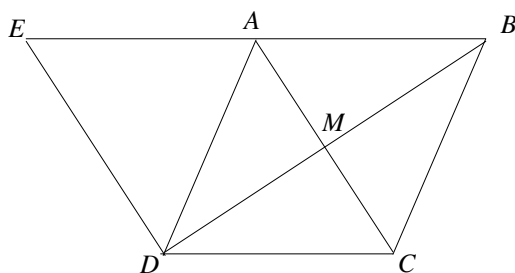
3. את הצלע AB במקבילית $ABCD$ האריכו כאורכה עד לנקודה T . הוכח: $BTCD$ מקבילית.



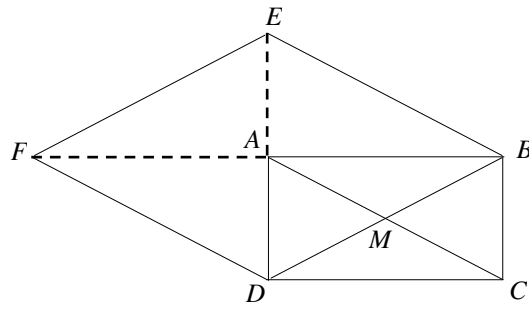
4. נתון מלבן $ABCD$. שבו $DM = MC$. הוכח: $\angle MAB = \angle MBA$.



5. נתונה מקבילית $ABCD$ ובה AP , BQ ו- CM הם חוצי הזוויות $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ו- $\angle D$ בהתאמה. הוכח: $TRLS$ מלבן.



6. נתון מעוין $ABCD$ שאלכסוניו נפגשים בנקודה M . האריכו את הצלע AB עד לנקודה E כך שמתקיים $ED \perp DB$. הוכח: $AD = AE$.



7. נתון מלבן $ABCD$ שאלכסוניו

נפגשים בנקודה M . האריכו

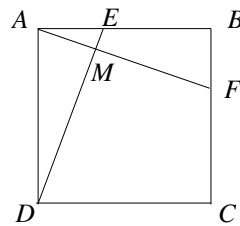
את הצלע AB כאורכה

עד לנקודה F ואת

הצלע AD כאורכה עד

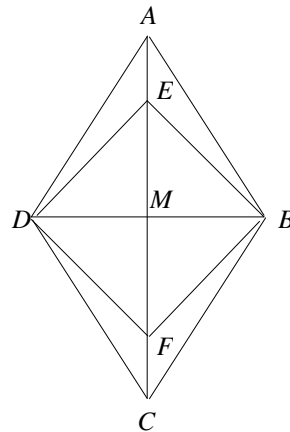
לנקודה E כמתואר בשרטוט.

הוכח: המרובע $EBDF$ הוא מעוין.



8. בריבוע $ABCD$ נתון כי $AE = BF$.

הוכח: $DE \perp AF$.

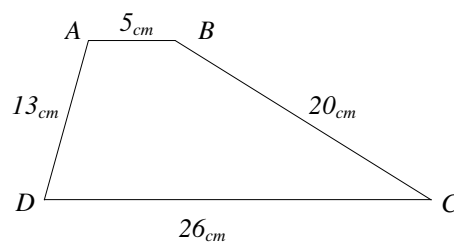


9. נתון מעוין $ABCD$ שאלכסוניו נפגשים

בנקודה M . נתון: $AE = FC$,

$\angle EBA = 15^\circ$, $MB = \frac{1}{2} AB$

הוכח: המרובע $EBFD$ הוא ריבוע.

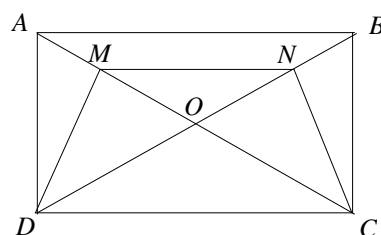


10. נתון מרפז $ABCD$ שאורכי

צלעותיו נתונים בשרטוט.

חשב את שטח המרפז

(פתור כתרגיל חישוב).

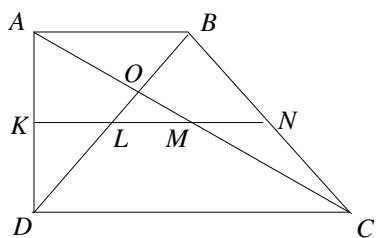


11. נתון מלבן $ABCD$ שאלכסוניו

נפגשים בנקודה O .

נתון: $MN \parallel DC$.

הוכח: $DMNC$ מרפז שווה שוקיים.



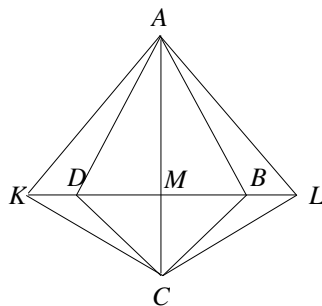
12. KN הוא קטע אמצעים במרפז ישר זווית

$ABCD$ ($AD \perp AB, AB \parallel DC$) שאלכסוניו

נפגשים בנקודה O .

נתון: $\angle ADB = 45^\circ$, $DC = 2AB$, $AD = 12_{cm}$.

חשב את אורך הקטע LM .



13. בדלתון $ABCD$ האריכו את האלכסון

המשני משני צידיו כמתואר בשרטוט

כך שמתקיים: $KD = BL$.

הוכח: המרובע $ALCK$ הוא דלתון.

3.7 – המעגל

הגדרות:

מעגל – המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מנקודה קבועה קבוע.

הנקודה הקבועה נקראת מרכז המעגל.

רדיוס – קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה על המעגל.

מיתר – קטע המחבר שתי נקודות שעל המעגל.

קוטר – מיתר העובר במרכז המעגל.

$$2\pi R = \text{היקף מעגל}$$

$$\pi R^2 = \text{שטח מעגל}$$

קשת – חלק מהיקף המעגל

גורח – חלק משטח המעגל

זווית מרכזית – זווית שקודקודה במרכז המעגל ושוקיה רדיוסים

זווית היקפית – זווית שקודקודה על היקף המעגל ושוקיה מיתרים

משפטים:

משפט 1: מיתרים שווים נשענים על קשתות שוות ולהיפך

משפט 2: על מיתרים שווים נשענות זוויות מרכזיות שוות ולהיפך

משפט 3: מיתרים שווים נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל

משפט הפוך ל-3: מיתרים הנמצאים במרחק שווה ממרכז המעגל שווים

משפט 4: אנך למיתר ממרכז המעגל חוצה את המיתר

משפט הפוך ל-4 (1): רדיוס החוצה מיתר מאונך לו

משפט הפוך ל-4 (2): קטע היוצא מאמצע מיתר ומאונך לו, עובר במרכז המעגל

משפט 5: שתי זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת/קשתות שוות, שוות ביניהן

משפט הפוך ל-5: זוויות היקפיות שוות נשענות על קשתות שוות

משפט 6: זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת

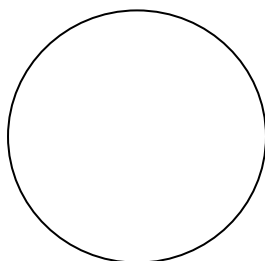
משפט 7: זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה

משפט הפוך ל-7: מיתר עליו נשענת זווית היקפית ישרה הוא קוטר

משפט 8: משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה

משפט הפוך ל-8: קטע המאונך לרדיוס בקצהו משיק למעגל

משפט 9: שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה



משפט 10: קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה שממנה יוצאים שני משיקים חוצה את הזווית בין המשיקים

משפט 11: הזווית הכלואה בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מצידו השני

משפט 12: קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו

משפט 13: קטע המרכזים (או המשכו) של שני מעגלים משיקים עובר בנקודת ההשקה

משפט 14: מרכז מעגל החוסם משולש הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש

משפט 15: מרכז מעגל החסום במשולש הוא מפגש חוצי הזווית במשולש

משפט 16: במרובע החסום במעגל, סכום כל שתי זוויות נגדיות הוא 180°

משפט הפוך ל-16: אם במרובע סכום זוג זוויות נגדיות הוא 180° , המרובע בר חסימה במעגל

משפט 17: במרובע החוסם מעגל סכום זוג צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני

משפט הפוך ל-17: אם במרובע סכום זוג צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני אז ניתן לחסום

בתוכו מעגל

משפט 18: כל מצולע משוכלל ניתן לחסום במעגל וניתן לחסום בתוכו מעגל

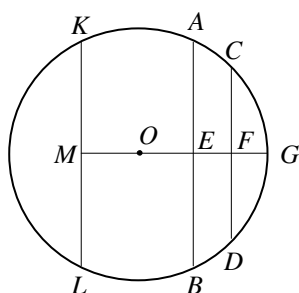
לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מס' תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		הגדרת מעגל, רדיוס, מיתר, קוטר
סרטון 2		הגדרת ונוסחאות היקף ושטח מעגל, הגדרת קשת, גזרה, זווית מרכזית וזווית היקפית
סרטון 3		הסבר על מדידת קשתות במעלות
סרטון 4		משפטים 1,2,3 וההפוך ל-3 בסיכום
סרטון 5		משפט 4 ושני המשפטים ההפוכים ל-4 בסיכום
סרטון 6	תרגיל 1א	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 7	תרגיל 1א	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 8	תרגיל 1ב	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 9	תרגיל 1ב	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 10		משפט 5 וההפוך ל-5 בסיכום
סרטון 11	תרגיל 2	תרגיל חישוב
סרטון 12		משפט 6 בסיכום
סרטון 13	תרגיל 3	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 14	תרגיל 3	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 15		משפט 7 וההפוך ל-7 בסיכום
סרטון 16	תרגיל 4	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 17	תרגיל 4	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 18		מהו משיק למעגל + משפט 8 וההפוך ל-8 בסיכום
סרטון 19		משפט 9 בסיכום
סרטון 20	תרגיל 5	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 21	תרגיל 5	רישום מדויק של ההוכחה

סרמון 22		משפט 10 בסיכום
סרמון 23	תרגיל 6א	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 24	תרגיל 6ב	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 25	תרגיל 6א	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 26	תרגיל 6ב	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 27		משפט 11 בסיכום
סרמון 28	תרגיל 7	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 29	תרגיל 7	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 30		הסבר על שני מעגלים + משפטים 12 ו-13 בסיכום
סרמון 31	תרגיל 8	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 32	תרגיל 8	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 33		משולש חסום + משפט 14 בסיכום, משולש חוסם + משפט 15 בסיכום
סרמון 34	תרגיל 9	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 35	תרגיל 9	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 36	תרגיל 10	מרבוע חסום + משפט 16 וההפוך ל-16 בסיכום + פתרון תרגיל 10
סרמון 37	תרגיל 11	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרמון 38	תרגיל 11	רישום מדויק של ההוכחה
סרמון 39	תרגיל 12	מרבוע חוסם + משפט 17 וההפוך ל-17 בסיכום + פתרון תרגיל 12
סרמון 40		מצולע משוכלל + משפט 18 בסיכום

תרגילים:

1. AB ו- KL הם מיתרים במעגל שמרכזו O , והם חותכים את הקטע



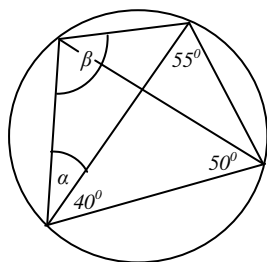
MG , העובר במרכז המעגל, בנקודות E ו- F בהתאמה.

נתון: $KL \parallel CD$, $CF = FD$.

א. הוכח: $KM = ML$.

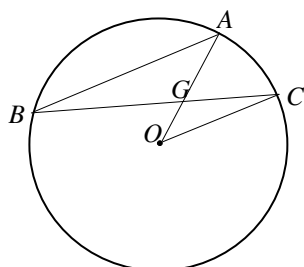
ב. נתון בנוסף כי $AB \perp MG$, $ML = EB$.

הוכח: $MO = OE$.



2. חשב את גודל הזוויות α ו- β

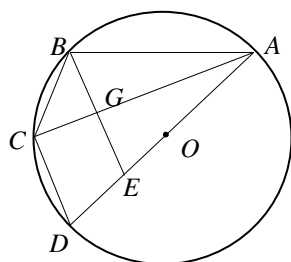
במעגל הנתון.



3. AB ו- BC הם מיתרים במעגל שמרכזו O .

נתון: $\angle AGC = 60^\circ$, $BA \parallel OC$.

חשב את גודלה של הזווית $\angle AOC$.

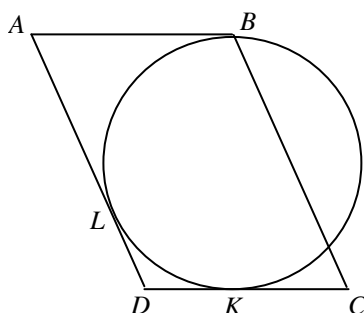


4. AB , AC , AD ו- BC הם מיתרים במעגל שמרכזו O (המיתר

AD עובר ב- O). הקטע BE חותך את המיתר AC בנקודה G .

נתון: $BE \parallel CD$, $BG = GE$.

הוכח: $BC = CD$.



5. הצלעות AB , AD ו- DC של המקבילית

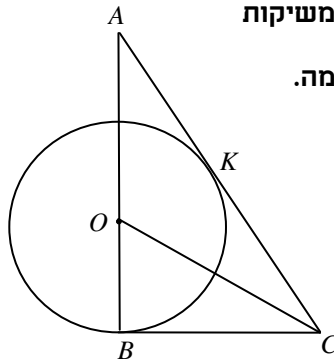
$ABCD$ משיקות למעגל בנקודות L , B ,

L ו- K בהתאמה (ראה שרטוט).

נתון: $BC = 14_{cm}$, $KC = 6_{cm}$.

חשב את היקף המקבילית.

6. הצלעות AC ו- BC של המשולש $\triangle ABC$ משיקות



למעגל שמרכזו O , בנקודות K ו- B בהתאמה.

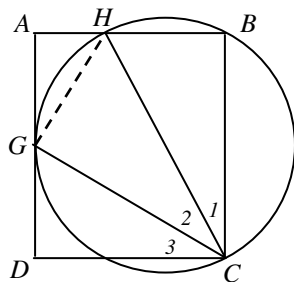
הצלע AB עוברת בנקודה O .

נתון: $AK = KC$, $AB = 15_{cm}$.

א. חשב את גודלה של זווית $\angle A$.

ב. חשב את אורכו של רדיוס המעגל.

7. הקודקודים B ו- C של המלבן $ABCD$ מונחים



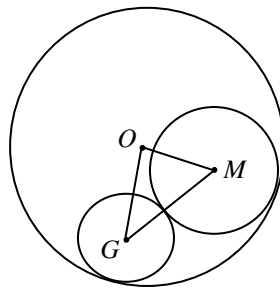
על מעגל. הצלע AD משיקה למעגל בנקודה G

והצלע AB חותכת את המעגל בנקודה H .

הוכח: $\angle C_2 = \angle C_3$.

הדרכה: סמן $\angle AGH = \alpha$.

8. המעגלים שמרכזיהם M ו- G משיקים מבחוץ



זה לזה ומשיקים מבפנים למעגל שמרכזו O .

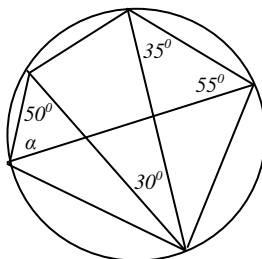
נתון כי רדיוס המעגל שמרכזו O הוא 8_{cm} .

חשב את היקף המשולש $\triangle OMG$.

9. AD הוא התיכון לצלע BC במשולש $\triangle ABC$.

א. הוכח: אם מרכז המעגל החסום במשולש $\triangle ABC$ נמצא על AD אז המשולש $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים.

ב. בהמשך לסעיף א', האם מרכז המעגל החסום את משולש $\triangle ABC$ נמצא על AD ?

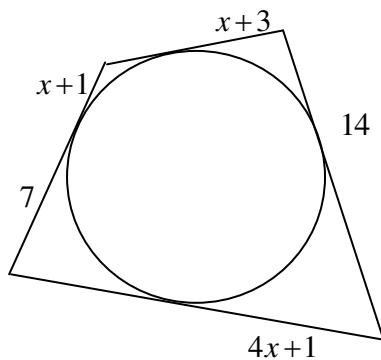


10. חשב את גודלה של הזווית α בערמוט הבא:

11. במרפז ישר זווית $ABCD$ שבו השוק AD מאונכת לבסיסים AB ו- DC הנקודות K ו- L נמצאות על הצלעות DC ו- AD בהתאמה כך שהקטעים BK ו- CL הם חוצי הזוויות $\sphericalangle B$ ו- $\sphericalangle C$

בהתאמה. חוצי הזוויות נפגשים בנקודה M .

הוכח: את המרובע $DKML$ ניתן לחסום במעגל.



12. חשב את גודלו של x בשרטוט הבא:

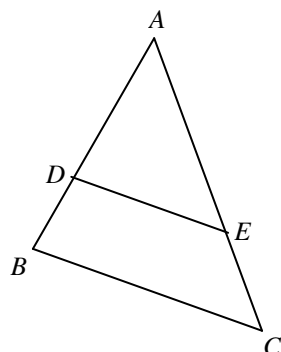
3.8 - פרופורציה ודמיון

פרופורציה:

משפט תאלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים

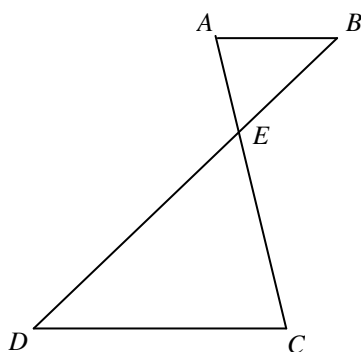
משפט הפוך למשפט תאלס: אם שני ישרים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים

פרופורציוניים הישרים מקבילים



$$DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \text{משפט תאלס + ההפוך:}$$

$$DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad \text{משפט תאלס המורחב + ההפוך:}$$



$$AB \parallel DC \Leftrightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{AE}{EC} = \frac{AB}{DC} \quad \text{משפט תאלס "שעון חול" + ההפוך:}$$

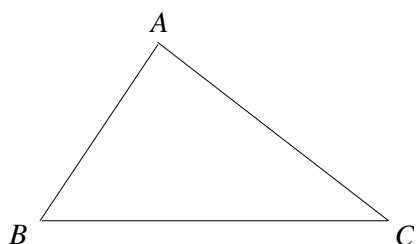
משפט חוצה הזווית: חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין

הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהפך.

דמיון משולשים:

הגדרה: משולשים דומים הם משולשים ששווים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות

בהתאמה על אותו יחס.



$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$



$$\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E, \sphericalangle C = \sphericalangle F$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

משפט הידמיון:

1. משפט דמיון-זווית (ז.ז.): אם בין שני משולשים שווה שתי זוויות אז המשולשים דומים.
2. משפט דמיון צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ.): אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזווית שביניהן שווה אז המשולשים דומים.
3. משפט דמיון צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ.): אם בין שני משולשים שלושה צלעות שומרות על אותו יחס אז המשולשים דומים.
4. משפט דמיון צלע-צלע-הגדולה (צ.צ.ז.): אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזווית שמול הצלע הגדולה מביניהן שווה אז המשולשים דומים.

יחס בין גדלים במשולשים דומים:

- משפט 1: בין שני משולשים דומים היחס בין הגבהים/תיכונים/חוצי זווית/היקפים/רדיוס המעגל החוסם/רדיוס המעגל החסום הוא כיחס הדמיון.
- משפט 2: היחס בין שטחי משולשים דומים הוא ריבוע יחס הדמיון.

פרופורציות במשולש ישר זווית:

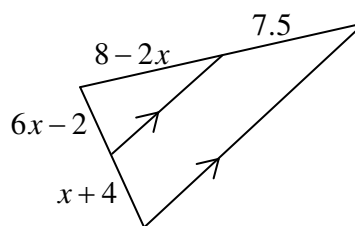
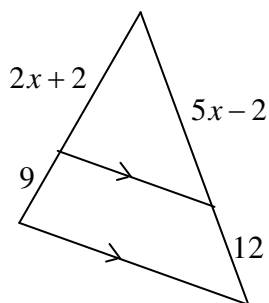
- משפט 1: במשולש ישר זווית, הגובה ליתר בריבוע שווה למכפלת היטלי הניצבים על היתר.
- משפט 2: במשולש ישר זווית, ניצב בריבוע שווה למכפלת היתר והיטל הניצב על היתר.
- משפט 3 (הפוך למשפט 1): אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

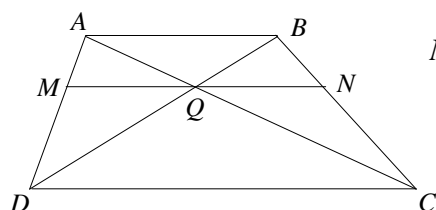
מס' סידורי	מס' תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע, מהי פרופורציה, משפט תאלס וההפוך לתאלס
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3		הרחבה ראשונה למשפט תאלס + משפט הפוך
סרטון 4		הרחבה שנייה למשפט תאלס (תאלס "שעון חול") + משפט הפוך
סרטון 5	תרגיל 2	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 6	תרגיל 2	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 7	תרגיל 3 א'	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 8	תרגיל 3 א'	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 9	תרגיל 3 ב'	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 10	תרגיל 3 ב'	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 11		משפט חוצה הזווית והמשפט ההפוך לו
סרטון 12	תרגיל 4	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 13	תרגיל 4	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 14		דמיון משולשים – מהו דמיון, סימונים בדמיון
סרטון 15		דמיון משולשים – ארבעת משפטי הדמיון
סרטון 16	תרגיל 5	הרעיון להוכחה ורישום מדויק של ההוכחה
סרטון 17		סוגי דמיון נפוצים, הקשר בין משפט תאלס לדמיון משולשים
סרטון 18	תרגיל 6	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 19	תרגיל 6	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 20	תרגיל 7 א'	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 21	תרגיל 7 א'	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 22		היחס בין גדלים במשולשים דומים, כולל יחס שטחי משולשים דומים
סרטון 23	תרגיל 7 ב'	הרעיון להוכחה ורישום מדויק של ההוכחה
סרטון 24	תרגיל 8	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 25	תרגיל 8	רישום מדויק של ההוכחה
סרטון 26		פרופורציה במשולש ישר זווית – רקע והסבר כללי
סרטון 27		פרופורציה במשולש ישר זווית – שלושת המשפטים
סרטון 28	תרגיל 9	תרגיל חישוב. לא נדרשת הוכחה
סרטון 29	תרגיל 10	תרגיל חישוב. לא נדרשת הוכחה
סרטון 30	תרגיל 11	הרעיון להוכחה ללא רישום מדויק
סרטון 31	תרגיל 11	רישום מדויק של ההוכחה

תרגילים:

1. מצא את ערכו של x בשרטוטים הבאים:



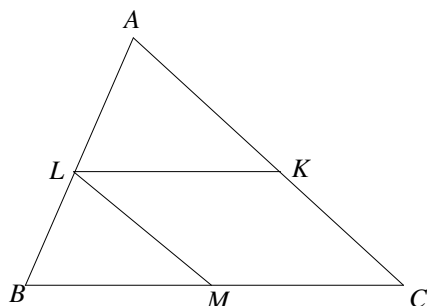
2. במרופו $ABCD$ האלכסונים נפגשים בנקודה Q . בנקודה Q העבירו קטע



המקביל לבסיסי המרפז וחותר את שוקי המרפז בנקודות M ו- N

כמתואר בשרטוט. נתון: $QB = 3_{cm}$, $DQ = 9_{cm}$, $DC = 18_{cm}$.

חשב את גודל הקטע MQ .

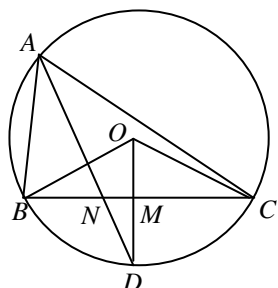


3. בשרטוט נתון: $\frac{AK}{KC} = \frac{MC}{BM} = \frac{AL}{LB}$

א. הוכח: המרובע $KLMC$ הוא מקבילית.

ב. נתון: $BC = 10_{cm}$, $AL = 1.5BL$.

חשב את אורך הקטע LK .

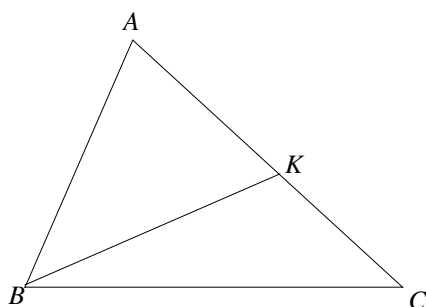


4. הנקודות A , B , C ו- D מונחות על היקפו של מעגל שמרכזו O .

הרדיוס OD חוצה את הזווית $\angle BOC$.

נתון: $BC = 10_{cm}$, $AC = 12_{cm}$, $AB = 8_{cm}$.

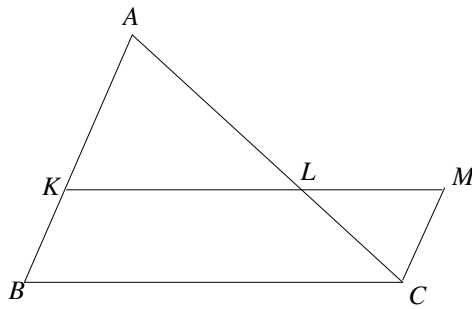
חשב את אורכו של הקטע MN .



5. במשולש $\triangle ABC$ העבירו את הקטע BK כך

ש- $\angle AKB = \angle ABC$.

הוכח: $\triangle AKB \sim \triangle ABC$.

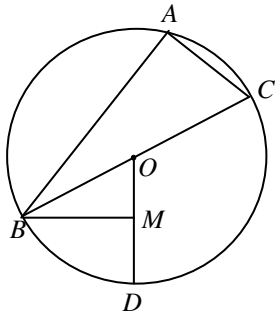


6. נתונה מקבילית $BKMC$. המשיכו את הצלע

BK עד לנקודה A . הקטע AC חותך את

הצלע KM בנקודה L .

הוכח: $LC \cdot BC = LM \cdot AC$.

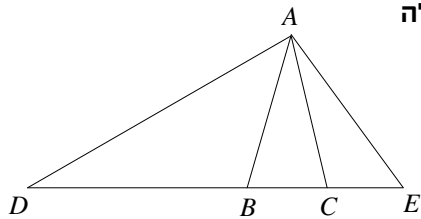


7. המשולש $\triangle ABC$ חסום במעגל שמרכזו O . הצלע BC

היא קוטר המעגל. הקטע BM מאונך לרדיוס OD . נתון: $AC = 2OM$.

א. הוכח: $\widehat{AB} = 2\widehat{BD}$.

ב. חשב את היחס: $\frac{S_{\triangle BOM}}{S_{\triangle BAC}}$.



8. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) שבו השוק גדולה

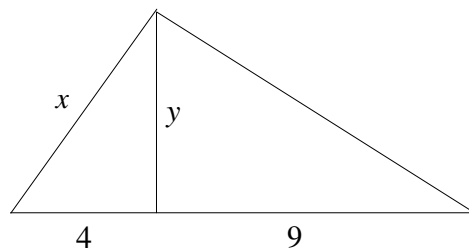
פי 2 מהבסיס. המשיכו את הבסיס משני צידיו עד לנקודות D

ו- E כך שמתקיים $BC = CE$ ו- $\angle D = \angle CAE$.

נתון: $S_{\triangle ABC} = m$.

בטא באמצעות m את שטח המשולש $\triangle ADE$.

9. מצא את ערכם של x ו- y בערמוט הבא:

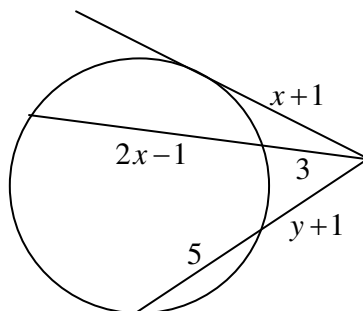
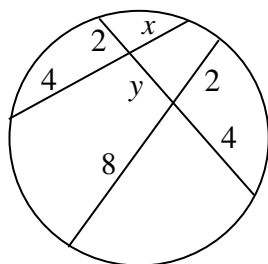


10. במשולש ישר זווית שאורכי ניצביו m ו- n נתון כי אורך הגובה ליתר הוא h .

הראה שמתקיים: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}$ (אין צורך ברישום מסודר של הוכחה).

11. הוכח את המשפט: אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת הימלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

12. חשב את גודלם של x ו- y בשרטוטים הבאים:



13. הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

14. הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.

פרק 4 – סדרות:

4.1 - סדרה חשבונית

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

לפניך מבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		מהי סדרה, דגמאות לסדרות, סימונים
סרטון 2		הסבר ודוגמאות לסדרות כלליות
סרטון 3		הסבר ודוגמאות לסדרות נסיגה
סרטון 4		מהי סדרה חשבונית, נוסחת איבר כללי בסדרה חשבונית
סרטון 5	תרגיל 1	
סרטון 6	תרגיל 2	
סרטון 7	תרגיל 3	
סרטון 8	תרגיל 4	
סרטון 9	תרגיל 5	
סרטון 10	תרגיל 6	
סרטון 11	תרגיל 7	
סרטון 12	תרגיל 8	
סרטון 13	תרגיל 9	
סרטון 14		שתי נוסחאות לסכום סדרה חשבונית
סרטון 15	תרגיל 10	
סרטון 16	תרגיל 11	
סרטון 17	תרגיל 12	
סרטון 18	תרגיל 13	
סרטון 19	תרגיל 14	
סרטון 20	תרגיל 15	
סרטון 21	תרגיל 16	
סרטון 22	תרגיל 17א	
סרטון 23	תרגיל 17ב	
סרטון 24		הסבר על סדרה עם מספר זוגי של איברים וחישוב סכומי איברים במקומות הזוגיים או האי זוגיים
סרטון 25	תרגיל 18	
סרטון 26	תרגיל 19	
סרטון 27	תרגיל 20	

תרגילים:

1. נתונה הסדרה החשבונית: $17, 11, 5, -1, -7, \dots$
מצא את האיבר האחרון בסדרה אם ידוע שיש בה 43 איברים.
2. בסדרה חשבונית האיבר השישי הוא 15 והאיבר העשירי הוא 31. מצא מהו האיבר הראשון בסדרה ומהו הפרש הסדרה.
3. מצא כמה איברים יש בסדרה החשבונית: $2, 4\frac{1}{2}, 7, 9\frac{1}{2}, 12, 14\frac{1}{2}, \dots, 49\frac{1}{2}$
4. בסדרה חשבונית סכום האיברים השני, החמישי והשמיני הוא 87 וההפרש בין האיבר השנים-עשר לאיבר השישי הוא 24. מצא כמה איברים בסדרה אם ידוע שהאיבר האחרון בה הוא 201.
5. תחביב אחה"צ של שימי הפרעוש הוא לקפוץ על טומי הכלב. מנהגו של שימי הוא לקפוץ בדקה הראשונה 4 קפיצות ובכל דקה שאחריה לקפוץ 3 קפיצות יותר מדקה הקודמת. כמה דקות אורך תחביב אחה"צ של שימי אם ידוע שבדקה האחרונה הוא קופץ 46 קפיצות?
6. כמה מספרים תלת ספרתיים שמתחלקים ב-6 יש בין 201 ל-550?
7. כמה איברים חיוביים ישנם בסדרה החשבונית: $91, 88, 85, 82, \dots$
8. מצא את ערכו של x אם ידוע שהאיברים הבאים הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית: $x-3, 3x-4, x^2-1$
9. נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא:
$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 5 \end{cases}$$
 הוכח שהסדרה חשבונית ומצא מהו האיבר התשעה-עשר שלה.
10. מצא את סכום ארבעה-עשר האיברים הראשונים בסדרה החשבונית: $-3, 2, 7, 12, \dots$
11. נתונה הסדרה החשבונית: $-13, -7, -1, 5, \dots$
כמה איברים יש לחבר בסדרה (החל מהראשון) על מנת להגיע לסכום של 987?
12. תחביב אחה"צ של מימי הפרעושה הוא לקפוץ על טומי הכלב. מנהגו של מימי הוא לקפוץ בדקה הראשונה 11 קפיצות ובכל דקה שאחריה לקפוץ 2 קפיצות יותר מדקה הקודמת. כמה דקות אורך תחביב אחה"צ של מימי אם ידוע שבכל אחה"צ היא קפצה 416 קפיצות?
13. נתונה הסדרה החשבונית: $-71, -67, -63, \dots$
כמה איברים לכל הפחות יש לחבר בסדרה על מנת שהסכום המתקבל יהיה חיובי?

14. נתונה הסדרה החשבונית: 4, 13, 22, 31, ...

בסדרה יש 36 איברים.

חשב את סכום ארבעה-עשר האיברים האחרונים בסדרה.

15. נתונה הסדרה החשבונית: 4, 9, 14, 19, ..., 599

מחקו כל איבר שלישי בסדרה.

מצא את סכום האיברים שנותרו.

16. סכום n האיברים האחרונים בסדרה חשבונית בת $3n$ איברים גדול ב- 1024

מסכום n האיברים הראשונים בה.

א. במא את n באמצעות הפרש הסדרה, d .

ב. נתון כי הפרש הסדרה הוא 8. כמה איברים בסדרה?

17. נתונה סדרה שבה $S_n = 2n^2 + 4n$.

א. מצא את ערכם של שלושת האיברים הראשונים בסדרה.

ב. הוכח כי הסדרה חשבונית ומצא את הפרשה.

18. נתונה הסדרה החשבונית: -21, -17, -13, ...

בסדרה יש 18 איברים.

חשב את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים ואת סכום האיברים

הנמצאים במקומות הזוגיים.

19. בסדרה חשבונית שהפרשה d ובה $2n$ איברים סכום האיברים במקומות האי-

זוגיים הוא 552 וסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 612. הוכח כי $nd = 60$.

20. בסדרה חשבונית שבה מספר אי-זוגי של איברים, גדול סכום כל איברי הסדרה

פי $1\frac{14}{15}$ מסכום איברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים.

כמה איברים יש בסדרה?

4.2 - סדרה הנדסית

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
28		מהי סדרה הנדסית, נוסחת איבר כללי בסדרה הנדסית
29	תרגיל 1	
30	תרגיל 2	
31	תרגיל 3	
32	תרגיל 4	
33	תרגיל 5	
34	תרגיל 6	
35	תרגיל 7	
36	תרגיל 8	
37		נוסחת סכום סדרה הנדסית
38	תרגיל 9	
39	תרגיל 10	
40	תרגיל 11	פתרון בדרך א'
41	תרגיל 11	פתרון בדרך ב'
42	תרגיל 12	
43	תרגיל 13	
44		הסבר על סדרה עם מספר זוגי של איברים וחישוב סכומי איברים במקומות הזוגיים/אי-זוגיים
45	תרגיל 14	
46	תרגיל 15	
47	תרגיל 16	
48	תרגיל 17	

תרגילים:

1. נתונה הסדרה ההנדסית: $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, \dots$

מצא את האיבר האחרון בסדרה אם ידוע שיש בה 9 איברים.

2. מצא כמה איברים יש בסדרה ההנדסית: $\frac{9}{64}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{64}{81}$

3. בסדרה הנדסית האיבר השישי הוא 8 והאיבר העשירי הוא 128. מצא מהו האיבר הראשון בסדרה ומהי מנת הסדרה.

4. בסדרה הנדסית ההפרש בין האיבר השביעי לאיבר החמישי הוא 432 וההפרש בין האיבר החמישי לשלישי הוא 48. מצא מהו האיבר הראשון בסדרה ומהי מנת הסדרה.

5. בסדרה הנדסית עולה ההפרש בין האיבר השמיני לאיבר הרביעי הוא 3120 וסכום האיברים השני והרביעי הוא 5.2. מצא מהו האיבר הראשון בסדרה ומהי מנת הסדרה.
6. תחביב אחה"צ של שימי הפרעוש הוא לקפוץ על טומי הכלב. מנהגו של שימי הוא לקפוץ בדקה הראשונה 4 קפיצות ובכל דקה שאחריה לקפוץ פי 3 קפיצות מדקה הקודמת. כמה דקות אורך תחביב אחה"צ של שימי אם ידוע שבדקה האחרונה הוא קופץ 324 קפיצות?
7. מצא את ערכו של x אם ידוע שהאיברים הבאים הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית. מצא גם את מנת הסדרה: $x-6, x+4, 4x+1$
8. נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא:
$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = 3 \end{cases}$$
 הוכח שהסדרה הנדסית ומצא מהו האיבר השמיני בה.
9. מצא את סכום תשעת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית: 5, 10, 20, 40,
10. תחביב אחה"צ של מימי הפרעושה הוא לקפוץ על טומי הכלב. מנהגו של מימי הוא לקפוץ בדקה הראשונה 2 קפיצות ובכל דקה שאחריה לקפוץ פי 5 קפיצות מדקה הקודמת. כמה דקות אורך תחביב אחה"צ של מימי אם ידוע שבכל אחה"צ היא קפצה 1562 קפיצות?
11. סכום n האיברים האחרונים בסדרה הנדסית בת $3n$ איברים שמנתה 2, גדול פי 256 מסכום n האיברים הראשונים בה. כמה איברים בסדרה?
12. בסדרה הנדסית עולה שבה n איברים, סכום $n-3$ האיברים האחרונים גדול פי 8 מסכום $n-3$ האיברים הראשונים בה. מצא את מנת הסדרה.
13. סכום כל האיברים בסדרה הנדסית הוא 252. האיבר האחרון בסדרה גדול ב-120 מהאיבר השני בה. מצא כמה איברים יש בסדרה אם ידוע שמנתה 2.
14. נתונה הסדרה ההנדסית: 7, 14, 28, ...
- בסדרה יש 8 איברים. חשב את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים ואת סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.
15. בסדרה הנדסית ובה $2n$ איברים סכום האיברים במקומות הזוגיים גדול פי 4 מסכום האיברים במקומות האי-זוגיים. חשב את מנת הסדרה.
16. נתונה סדרה הנדסית שמנתה q ובה מספר זוגי של איברים. בטא באמצעות q את היחס בין סכום איברי הסדרה כולה לבין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בה.
17. בסדרה הנדסית שבה $2n+1$ איברים, סכום n האיברים הראשונים קטן פי 9 מסכום n האיברים הבאים אחריהם. האיבר האחרון בסדרה גדול ב-30 מהאיבר הראשון בה. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

4.3 - סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת – סדרה שבה $0 < |q| < 1$

סכום סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 49		מהי סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת, נוסחת סכום איברי סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת
סרטון 50	תרגיל 1	
סרטון 51	תרגיל 2	
סרטון 52	תרגיל 3	
סרטון 53	תרגיל 4	
סרטון 54	תרגיל 5	

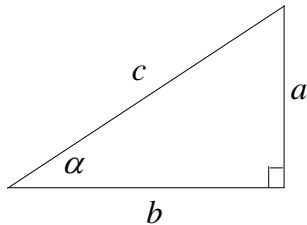
תרגילים:

1. מצא את סכום כל איברי הסדרה ההנדסית הבאה:
 $12, 4, 1\frac{1}{3}, \dots$
2. סכום כל איברי סדרה הנדסית אינסופית שמנתה $\frac{1}{4}$ הוא 32. מצא את האיבר הראשון בסדרה.
3. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שסכומה $62\frac{1}{2}$. ידוע כי האיבר השני בסדרה הוא 10. מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה (שתי אפשרויות).
4. האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 14. סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא $9\frac{1}{3}$. מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים.
5. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שסכומה 24. מאיברי הסדרה הנתונה יצרו את סדרה חדשה באופן הבא: $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, a_4 + a_5, \dots$
 - א. הוכח שהסדרה החדשה היא הנדסית אינסופית יורדת.
 - ב. ידוע שסכום כל איברי הסדרה החדשה הוא 32. מצא את האיבר הראשון והמנה של הסדרה המקורית.

פרק 5 – טריגונומטריה:

5.1 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:



$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{מול}}{\text{יתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{ליד}}{\text{יתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{\text{מול}}{\text{ליד}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{הניצב שמול הזווית}} = \frac{\text{ליד}}{\text{מול}} = \frac{b}{a}$$

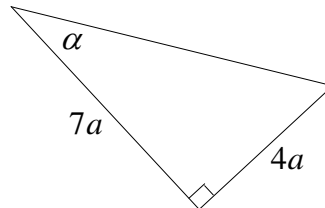
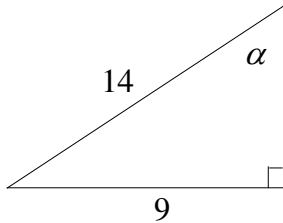
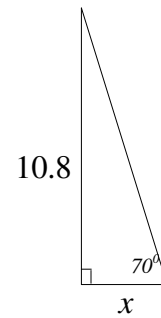
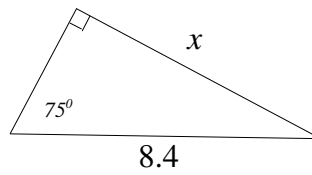
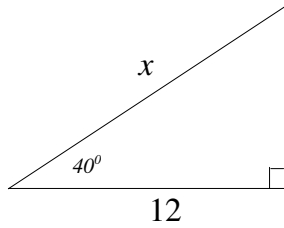
$$\text{משפט פיתגורס: } a^2 + b^2 = c^2$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

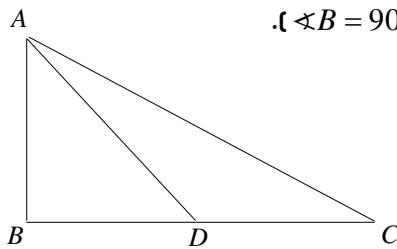
מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע היסטורי על טריגונומטריה, הגדרת ארבע הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית
סרטון 2	תרגיל 1	תרגילי חישוב בסיסיים
סרטון 3	תרגיל 1	תרגילי חישוב בסיסיים – המשך
סרטון 4	תרגיל 2	
סרטון 5	תרגיל 3	
סרטון 6	תרגיל 4	
סרטון 7	תרגיל 5	
סרטון 8	תרגיל 6	הדגמת השימוש בנעלם
סרטון 9	תרגיל 7	הדגמה ראשונה של שאלה עם פרמטרים
סרטון 10	תרגיל 8	
סרטון 11	תרגיל 9	
סרטון 12	תרגיל 10	כולל הסבר על היתכנות כמה תשובות נכונות שנראות שונה
סרטון 13	תרגיל 11	
סרטון 14	תרגיל 12	
סרטון 15		טיפים לטריגונומטריה א'
סרטון 16		טיפים לטריגונומטריה ב'
סרטון 17		טיפים לטריגונומטריה ג'

תרגילים:

1. מצא את ערכו של x במשולשים ישרי הזווית הבאים:



2. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).

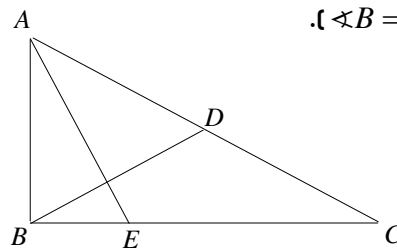


AD הוא התיכון לניצב BC .

נתון: $\angle C = 28^\circ$, $AB = 6 \text{ cm}$.

מצא: $\angle BAD = ?$, $AD = ?$.

3. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).



BD הוא התיכון ליתר AC ו- AE הוא חוצה הזווית $\angle A$.

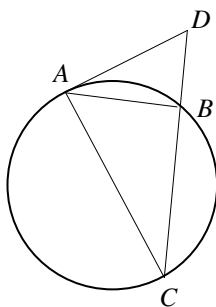
נתון: $BC = 8 \text{ cm}$, $BD = 5.6 \text{ cm}$.

מצא: $\angle BAE = ?$, $BE = ?$.

4. מצא את זוויתו של מעויין שאורכי אלכסוניו 24 cm ו- 18 cm .

5. המשולש $\triangle ABC$ חסום במעגל כך שהצלע AC היא קוטר המעגל.

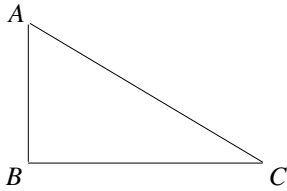
המשיק למעגל בנקודה A והמשך הצלע CB נפגשים בנקודה D .



נתון: $BD = 4 \text{ cm}$, $\angle DAB = 32^\circ$.

מצא את אורכו של רדיוס המעגל.

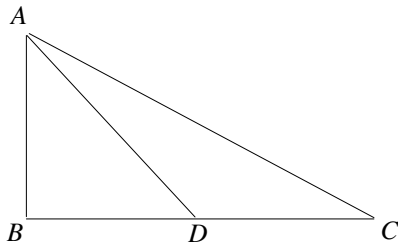
6. במשולש שווה שוקיים שבו השוק ארוכה ב- 4 ס"מ מהבסיס נתון כי זווית הראש היא 34.92° . מצא את שטח המשולש.



7. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).

נתון: $\angle A = \alpha$, $AB = a$.

הבע באמצעות α ו- a את היקף המשולש.



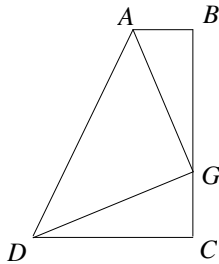
8. המשולש $\triangle ABC$ שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).

AD הוא התיכון לניצב BC .

נתון: $\angle C = \alpha$, $AB = b$.

הבע באמצעות α ו- b את אורכי הקטעים BD ו- AD .

9. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא α ואורך חוצה זווית זו הוא k . הבע באמצעות α ו- k את שטח המשולש ואת אורך היתר.



10. מרפז $ABCD$ הוא מרפז ישר זווית ($\angle B = \angle C = 90^\circ$).

הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש- $AG \perp DG$.

נתון: $\angle BAG = \beta$, $AG = DG = m$.

הבע באמצעות β ו- m את שטח המרפז.

11. משולש שווה שוקיים שאורך שוקו k חוצה זווית הבסיס שלו היא β חוסם מעגל. הבע באמצעות β ו- k את רדיוס המעגל.

12. במרפז ישר זווית חסום מעגל. אורך השוק הארוכה במרפז היא b והזווית שהיא יוצרת עם הבסיס הגדול היא α . הבע באמצעות α ו- b את אורכו של הבסיס הגדול במרפז ואת שטחו.

5.2 – זהויות טריגונומטריות

זהויות היסוד

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

זהויות של סכום והפרש זוויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

זהויות של זווית כפולה

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

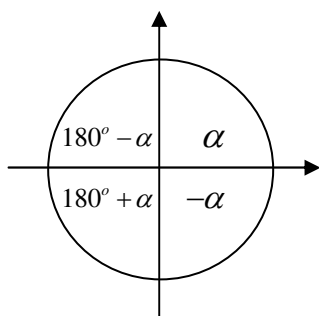
זהויות של סכום והפרש פונקציות

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$



המעגל הטריגונומטרי

המעגל הטריגונומטרי הוא מעגל היחידה (מעגל קונוני שרדיוסו 1)

טבלת ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור הזוויות המיוחדות:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\emptyset$
$\cot \alpha$	$\emptyset$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

$$\begin{aligned} \sin 0^\circ &= 0 & \cos 0^\circ &= 1 & \tan 0^\circ &= 0 \\ \sin 90^\circ &= 1 & \cos 90^\circ &= 0 & \tan 90^\circ &= \emptyset \\ \sin 180^\circ &= 0 & \cos 180^\circ &= -1 & \tan 180^\circ &= 0 \\ \sin 270^\circ &= -1 & \cos 270^\circ &= 0 & \tan 270^\circ &= \emptyset \end{aligned}$$

הזהויות של מעגל היחידה

$$\sin / \cos / \tan (360^\circ + \alpha) = \sin / \cos / \tan \alpha$$

$$\begin{aligned} \sin (90^\circ - \alpha) &= \cos \alpha \\ \sin (90^\circ + \alpha) &= \cos \alpha \\ \sin (270^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin (270^\circ + \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos (90^\circ - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos (90^\circ + \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos (270^\circ - \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos (270^\circ + \alpha) &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan (90^\circ - \alpha) &= \cot \alpha \\ \tan (90^\circ + \alpha) &= \cot \alpha \\ \tan (270^\circ - \alpha) &= -\cot \alpha \\ \tan (270^\circ + \alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		זהויות היסוד – חלק א'
סרטון 2		זהויות היסוד – חלק ב'
סרטון 3		זהויות היסוד – חלק ג'
סרטון 4	תרגיל 1	כולל הסבר על מה עושים עם זהויות ומהי הוכחת זהויות
סרטון 5	תרגיל 1	המשך שאלה מהסרטון הקודם
סרטון 6		זהויות של סכום והפרש זוויות
סרטון 7	תרגיל 2	
סרטון 8		זהויות של זווית כפולה
סרטון 9	תרגיל 3	
סרטון 10	תרגיל 3	
סרטון 11		זהויות של סכום והפרש פונקציות
סרטון 12	תרגיל 4	
סרטון 13		ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור הזוויות $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$
סרטון 14		המעגל הטריגונומטרי: הקדמה והסבר על זוויות ראי
סרטון 15		המעגל הטריגונומטרי: תרגול זוויות ראי
סרטון 16		המעגל הטריגונומטרי: הסבר על שימוש במעגל הטריגונומטרי
סרטון 17		המעגל הטריגונומטרי: סיכום הזהויות הנובעות מהמעגל הטריגונומטרי
סרטון 18		המעגל הטריגונומטרי: חישוב ללא מחשבון של פונקציה טריגונומטרית על פי המעגל הטריגונומטרי
סרטון 19	תרגיל 5	
סרטון 20		המעגל הטריגונומטרי: ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור הזוויות $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$
סרטון 21	תרגיל 6	

תרגילים

1. הוכח את הזהויות הבאות:

$$\cos^3 \alpha + \cos \alpha \sin^2 \alpha = \cos \alpha$$

$$\frac{\sin^3 \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha) - \cos^3 \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = 2$$

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

2. הוכח את הזהות הבאה:

$$\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

3. הוכח את הזהויות הבאות:

$$4 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \sin 4\alpha$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$$

$$(\sin 3\alpha - \cos 3\alpha)^2 = 1 - \sin 6\alpha$$

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \cot 2\alpha$$

$$\frac{\cos 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha} = \frac{1}{2} \cot 2\alpha$$

4. הוכח את הזהויות הבאות:

$$\frac{\sin \alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 5\alpha} = \tan 3\alpha$$

$$\sin^2 3\alpha - \sin^2 \alpha = \sin 2\alpha \sin 4\alpha$$

5. ענה ללא שימוש במחשבון:

$$\sin 150^\circ = \tan 225^\circ = \cos(-45^\circ) =$$

$$\cos 210^\circ = \sin 315^\circ = \sin 510^\circ =$$

$$\tan 120^\circ = \cos 120^\circ = \cos 930^\circ =$$

$$\sin 330^\circ = \tan(-30^\circ) = \tan(-225^\circ) =$$

6. הוכח את הזהות הבאה:

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(-2\alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

5.3 - טריגונומטריה – משוואות

$$\cos x = \cos \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 360^\circ k$$

$$x = -\alpha + 360^\circ k$$

$$x = \pm \alpha + 360^\circ k$$

$$\tan x = \tan \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 180^\circ k$$

$$\sin x = \sin \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$x = \alpha + 360^\circ k$$

$$x = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k$$

סיכום פתרונות המשוואות המיוחדות:

$$\cos x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 90^\circ + 180^\circ k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\tan x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ k$$

$$x = \pi k$$

$$\sin x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ k$$

$$x = \pi k$$

$$\cos x = 1$$

$$\Downarrow$$

$$x = 360^\circ k$$

$$x = 2\pi k$$

$$\sin x = 1$$

$$\Downarrow$$

$$x = 90^\circ + 360^\circ k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\cos x = -1$$

$$\Downarrow$$

$$x = 180^\circ + 360^\circ k$$

$$x = \pi + 2\pi k$$

$$\sin x = -1$$

$$\Downarrow$$

$$x = 270^\circ + 360^\circ k$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1	תרגיל 1	רקע, ידע מקדים, כיצד פותרים משוואה עם סינוס
סרטון 2	תרגיל 2	
סרטון 3	תרגיל 3	
סרטון 4	תרגיל 4	
סרטון 5	תרגיל 5	כיצד פותרים משוואה עם קוסינוס
סרטון 6	תרגיל 6	
סרטון 7	תרגיל 7	כיצד פותרים משוואה עם טנגנס
סרטון 8	תרגיל 8	
סרטון 9	תרגיל 9	
סרטון 10	תרגיל 10	
סרטון 11	תרגיל 11	
סרטון 12	תרגיל 12	הסבר על המשוואות המיוחדות (שבאגף ימין שלהן 0, 1 או -1)
סרטון 13	תרגיל 13	משוואות sin-sin

	14	סרטון 14
משוואות $\cos-\cos$	15	סרטון 15
	16	סרטון 16
משוואות $\tan-\tan$	17	סרטון 17
משוואות מסוג $abc=0$	18	סרטון 18
	19	סרטון 19
	20	סרטון 20
משוואות עם הצבת t	21	סרטון 21
	22	סרטון 22
	23	סרטון 23
משוואות עם מכנה ותחום הגדרה	24	סרטון 24
	25	סרטון 25
הכרות עם שימוש בזהויות בפתרון משוואות טריגונומטריות	26	סרטון 26
	27	סרטון 27
	28	סרטון 28
	29	סרטון 29
	30	סרטון 30
	31	סרטון 31
משוואות עם חלוקה ב- $\cos$ לקבלת $\tan$	32	סרטון 32
פתרון משוואות בתחום נתון	33	סרטון 33
	34	סרטון 34
	35	סרטון 35
רדיאנים – הסבר על מהו רדיאן והקשר $\pi = 180^\circ$	36	סרטון 36
	37	סרטון 37
	38	סרטון 38
	39	סרטון 39
	40	סרטון 40
	41	סרטון 41
	42	סרטון 42
	43	סרטון 43

תרגילים:

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad .1$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad .2$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .3$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad .4$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad .5$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .6$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad .7$$

$$\tan x = -1 \quad .8$$

$$\tan x = 5 \quad .1 \cos x = -0.6 \quad .2 \sin x = 0.7 \quad .3 \quad .9$$

$$\tan 5x = -1 \quad .1 \cos 2x = -\sqrt{3} \quad .2 \sin 3x = \frac{1}{2} \quad .3 \quad .10$$

$$\tan(50^\circ - x) = 1.3 \quad .1 \cos(75^\circ - 3x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad .2 \sin(2x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .3 \quad .11$$

$$\cos x = 0 \quad .1 \sin x = -1 \quad .2 \sin x = 1 \quad .3 \sin x = 0 \quad .4 \quad .12$$

$$\tan x = 1 \quad .1 \tan x = 0 \quad .2 \cos x = -1 \quad .3 \cos x = 1 \quad .4 \quad .13$$

$$\sin x = \sin 3x \quad .14$$

$$\sin x = \sin(120^\circ - x) \quad .1 \sin 2x = \sin(x + 30^\circ) \quad .2 \quad .15$$

$$\cos x = \cos 3x \quad .16$$

$$\cos x = \cos(40^\circ - x) \quad .16$$

$$\tan 2x = \tan(60^\circ - x) \quad .17 \quad \tan x = \tan 3x \quad .18$$

$$\sin x \cos 3x = 0 \quad .18$$

$$\sin 2x - 2 \sin^2 2x = 0 \quad .19$$

$$\cos^2 x = \frac{3}{4} \quad .20$$

$$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad .21$$

$$\tan^2 x - 3 \tan x - 4 = 0 \quad .22$$

$$\cos x - \frac{2}{\cos x} + 1 = 0 \quad .23$$

$$\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0 \quad .24$$

$$\frac{\cos 2x}{\tan x + 1} = 0 \quad .25$$

$$\sin x = \cos x \quad .26$$

$$\sin x - \tan x = 0 \quad .27$$

$$\sin x - \sin 2x = 0 \quad .28$$

$$3 \cos x - \cos 2x = 0 \quad .29$$

$$\cos 2x = -\cos 3x \quad .30 \quad \sin x = -\sin 3x \quad .31$$

$$\sin(x + 30^\circ) = -\cos x \quad .31$$

$$3 \sin^2 x = \cos^2 x \quad .32 \quad \sin x = 2 \cos x \quad .33 \quad \sin x = -\cos x \quad .34 \quad \sin x = \cos x \quad .35$$

$$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad [-360^\circ, 360^\circ] \quad .36 \quad \sin x = \frac{1}{2} \quad [0^\circ, 360^\circ] \quad .37$$

$$\cos 4x + 1 = 3 \sin 2x \quad [-180^\circ, 180^\circ] \quad .38$$

$$\frac{\sin 6x}{1 - \cos 4x} = 0 \quad \left[0^\circ, 135^\circ \right] \quad \mathbf{.35}$$

$$\pi = 180^\circ \quad \mathbf{.36}$$

$$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \left[-2\pi, 2\pi \right] \quad \mathbf{.37}$$

$$\cos 4x + 1 = 3 \sin 2x \quad \left[-\pi, \pi \right] \quad \mathbf{.38}$$

$$\frac{\sin 6x}{1 - \cos 4x} = 0 \quad \left[0, \frac{3\pi}{4} \right] \quad \mathbf{.39}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \sin x \quad \left[-\pi, \pi \right] \quad \mathbf{.40}$$

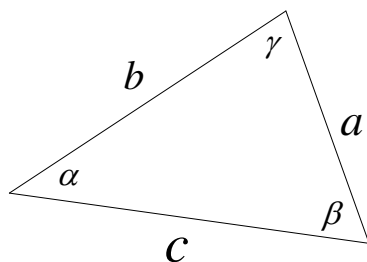
$$2 \cos^2 x = \sin 5x + \sin x + 1 \quad \left[0, \frac{3\pi}{2} \right] \quad \mathbf{.41}$$

$$\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} = \cos 2x \quad \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right] \quad \mathbf{.42}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 \quad \left[0, 2\pi \right] \quad \mathbf{.43}$$

5.4 - טריגונומטריה במישור

משפט הסינוסים



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

במשולש, צלע חלקי סינוס הזווית שמולה הוא גודל קבוע והוא שווה לפעמיים רדיוס המעגל החוסם.

משפט הקוסינוסים

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad \text{או} \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

מתי נשתמש בכל משפט

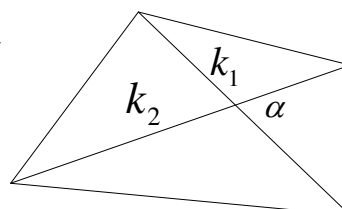
- נשתמש במשפט הסינוסים כאשר:
 - נחונות שתי זוויות וצלע
 - נחונות שתי צלעות והזווית מול אחת מהן
 - נתון רדיוס המעגל החוסם וצלע/זווית נוספת
- נשתמש במשפט הקוסינוסים כאשר:
 - נחונות שתי צלעות והזווית ביניהן
 - נחונות שלוש צלעות
- כאשר ישנם יותר נחונים מאשר בסעיפים שלהלן ייתכן שנוכל להשתמש בשני המשפטים. בבחירת המשפט בו נשתמש כדאי לזכור שבמשפט הסינוסים תיתכנה שתי תשובות לזווית, גם אם בפועל רק אחת נכונה, ובמשפט הקוסינוסים תתקבל בוודאות הזווית הנכונה.

שטח משולש

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha} \quad \text{או} \quad S_{\Delta} = \frac{ab \sin \gamma}{2} \quad \text{או} \quad S_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$$

שטח מרובע על פי אלכסוניו

$$S = \frac{k_1 k_2 \sin \alpha}{2}$$



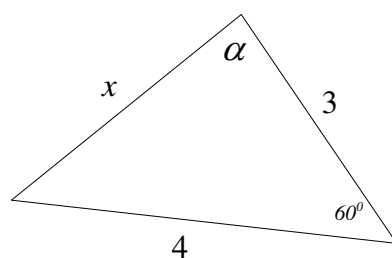
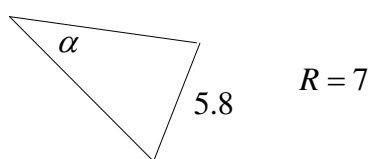
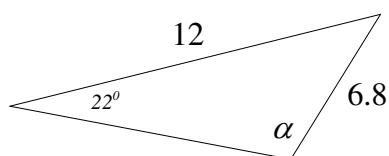
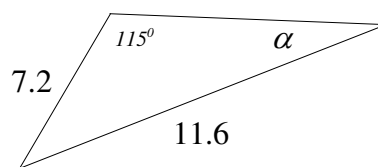
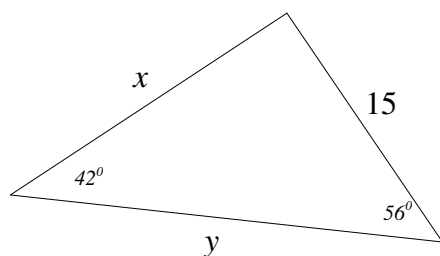
לפניך טבלת הסרמונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרמון
סרמון 1		הסבר על משפט הסינוסים
סרמון 2	תרגיל 1	תרגילי בסיס משפט הסינוסים – חלק א'
סרמון 3	תרגיל 1	תרגילי בסיס משפט הסינוסים – חלק ב' – היתכנות שתי תשובות לזווית
סרמון 4	תרגיל 1	תרגילי בסיס משפט הסינוסים – חלק ג' – קבלת משוואה ופתרונה
סרמון 5		הסבר על משפט הקוסינוסים
סרמון 6	תרגיל 2	תרגילי בסיס משפט הקוסינוסים + למה אין שתי תשובות לזווית
סרמון 7		הסבר על מתי משתמשים במשפט הסינוסים ומתי במשפט הקוסינוסים
סרמון 8	תרגיל 3	
סרמון 9	תרגיל 4	
סרמון 10	תרגיל 5	
סרמון 11	תרגיל 6	
סרמון 12	תרגיל 7	
סרמון 13	תרגיל 8	
סרמון 14		שימוש פעמיים במשפט הקוסינוסים ליצירת שתי משוואות בשני נעלמים
סרמון 15	תרגיל 9	
סרמון 16	תרגיל 10	
סרמון 17	תרגיל 11	
סרמון 18	תרגיל 12	
סרמון 19		שלוש נוסחאות לשטח משולש
סרמון 20	תרגיל 13	
סרמון 21		נוסחת שטח מרובע על פי אלכסוניו
סרמון 22	תרגיל 14	
סרמון 23	תרגיל 15	
סרמון 24	תרגיל 16	
סרמון 25	תרגיל 17	כולל שימוש בזהויות על מנת להגיע לתשובה
סרמון 26	תרגיל 18	כולל פתרון משוואה טריגונומטרית
סרמון 27	תרגיל 19	כולל פתרון משוואה טריגונומטרית

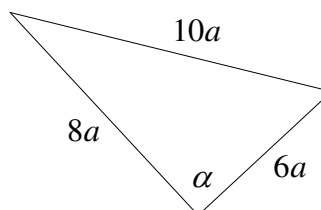
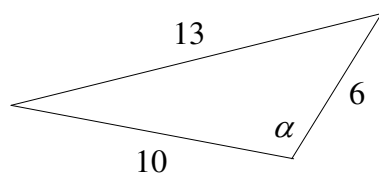
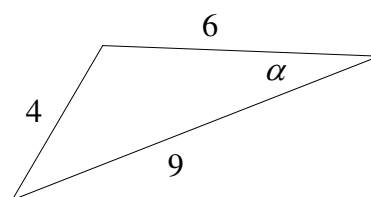
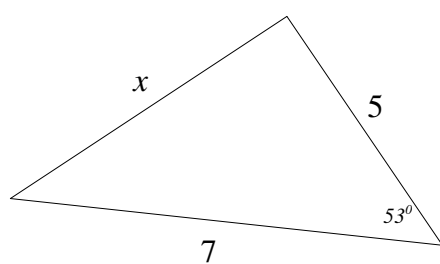
תרגילים

1. מצא את ערכו של $\alpha / x / y$ במשולשים הבאים (R הוא רדיוס המעגל החוסם, נתוני

הצלעות בס"מ):



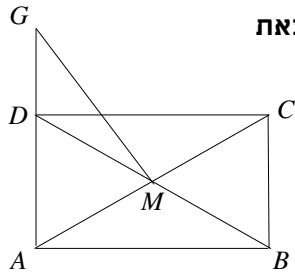
2. מצא את ערכו של α / x במשולשים הבאים:



3. נתון משולש שווה שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) שאורך השוק שלו הוא 22 ס"מ וגודלה

של זווית הבסיס בו הוא 70° . CD הוא חוצה זווית הבסיס $\angle C$.

מצא את אורכו של הקטע AD .



4. אלכסוני המלבן $ABCD$ נפגשים בנקודה M . הנקודה G נמצאת

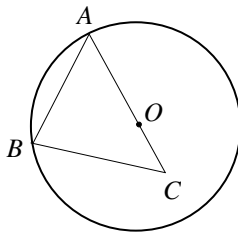
על המשיך הצלע AD .

נתון: $DG = 1.2_{cm}$, $AB = 4_{cm}$, $AD = 3_{cm}$.

מצא את גודלו של הקטע GM .

5. מרובע שאורכי אלכסוניו 8_{cm} ו- 11_{cm} חסום במעגל שאורך רדיוסו הוא 6_{cm} .

חשב את זוויות המרובע.



6. הצלע AB במשולש $\triangle ABC$ היא מיתר במעגל שמרכזו O .

הצלע AC עוברת במרכז המעגל כמתואר בשרטוט.

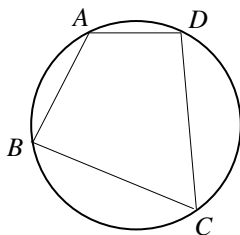
נתון: $\angle BAC = 38^\circ$, $OC = 3_{cm}$, $BC = 9_{cm}$.

מצא את אורכם של רדיוס המעגל ושל הצלע AB .

7. אחד האלכסונים במקבילית יוצר זווית של 30° עם צלע אחת של המקבילית וזווית של

61.05° עם הצלע הסמוכה לה. אחת מצלעות המקבילית גדולה ב-3 ס"מ מהצלע הסמוכה לה.

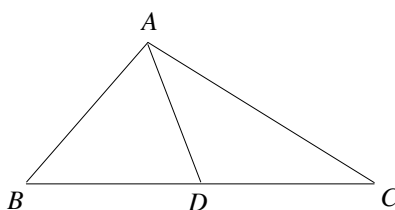
חשב את היקף המקבילית.



8. המרובע $ABCD$ חסום במעגל.

נתון: $AD = 4_{cm}$, $CD = 10_{cm}$, $BC = 9_{cm}$, $AB = 6_{cm}$.

מצא את אורכם של האלכסון AC ושל רדיוס המעגל.



9. בשרטוט נתון: $AD = 5_{cm}$, $AC = 8_{cm}$, $AB = 6_{cm}$.

הנקודה D היא אמצע הצלע BC .

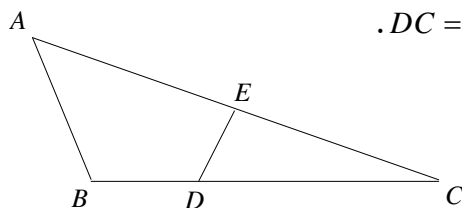
חשב את אורך הקטע BC .

10. הצלע AC במשולש $\triangle ABC$ גדולה פי 4 מהצלע AB . הנקודה E היא אמצע הצלע AC

והנקודה D נמצאת על הצלע BC כך שמתקיים $DC = 2BD$.

נתון: $BC = b$, $AB = a$.

הבע באמצעות a ו- b את אורך הקטע DE .

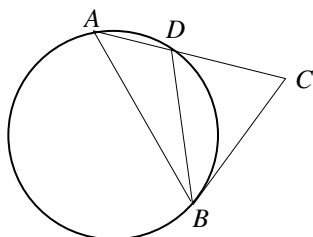


11. המשולש $\triangle ABD$ חסום במעגל שרדיוסו R .

המשך הצלע AD והמשיק למעגל בנקודה B נפגשים בנקודה C .

נתון: $\angle C = \alpha$, $\angle ADB = \beta$.

הבע באמצעות α ו- β את אורך הקטע BC .

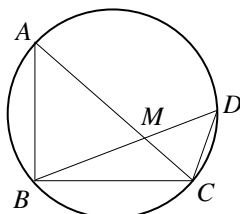


12. AC ו- BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R ,

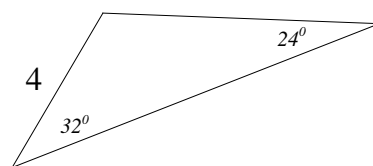
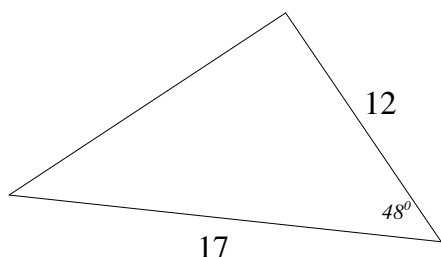
שנפגשים בנקודה M . זווית $\angle B$ היא זווית ישרה.

נתון: $AB = k$, $DM = p$, $DC = q$.

הבע באמצעות k, p ו- q את אורך הקטע MC .



13. חשב את שטחי המשולשים הבאים:



14. חשב את שטחו של מרפז שווה שוקיים שאורך האלכסון שלו 8 ס"מ והוא יוצר זווית של

15° עם הבסיסים.

15. אורכו של מלבן הוא m ורוחבו n . הזווית בין אלכסוני המלבן היא θ .

הוכח כי מתקיים: $\sin \theta = \frac{2mn}{m^2 + n^2}$

16. במשולש ישר זווית $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$) חוצה את הזווית $\angle B$.

נתון: $\angle A = \alpha$, $AB = m$.

הבע באמצעות α ו- m את שטח המשולש $\triangle BCD$.

17. במשולש שווה שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) שאורך השוק בו הוא k וזווית הבסיס שלו

היא β , BE חוצה את זווית $\angle B$ ו- CD הוא הגובה לשוק AB .

$$S_{\triangle ADE} = -\frac{k^2 \sin \frac{\beta}{2} \sin 4\beta}{4 \sin \frac{3\beta}{2}} \quad \text{הוכח כי שטח המשולש } \triangle ADE \text{ הוא:}$$

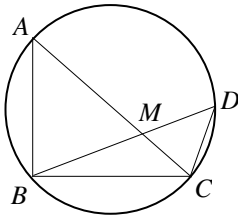
18. AC ו- BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R , שנפגשים בנקודה M .

זווית $\angle B$ היא זווית ישרה.

נתון: $\angle MCB = \beta$, $\angle MBC = \alpha$.

א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש $\triangle BDC$.

ב. נתון: $\beta = 2\alpha$, $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}R^2$. חשב את α .



19. במרפז שווה שוקיים, שאורך השוק בו הוא b והזווית ליד הבסיס הגדול היא γ נתון

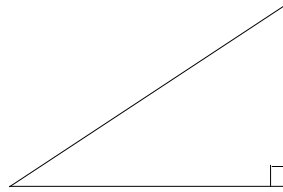
שהאלכסונים מאונכים זה לזה.

א. הבע באמצעות γ ו- b את אורכי בסיסי המרפז.

ב. חשב את γ אם ידוע שהבסיס הגדול ארוך פי $\sqrt{3}$ מהבסיס הקטן.

5.5 - טריגונומטריה במרחב

תזכורת:



$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{מול}}{\text{יתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{ליד}}{\text{יתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{\text{מול}}{\text{ליד}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{הניצב שמול הזווית}} = \frac{\text{ליד}}{\text{מול}} = \frac{b}{a}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{משפט פיתגורס:}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad \text{משפט הסינוסים:}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \text{משפט הקוסינוסים:}$$

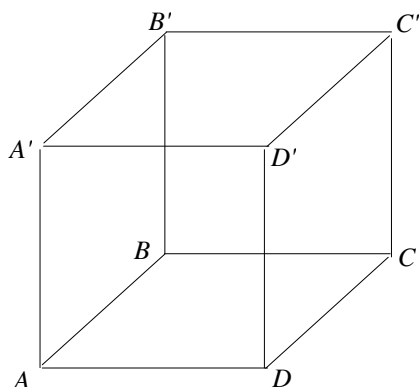
לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע, ידע מוקדם, הכרת הגופים במרחב, מושגים במרחב, נוסחאות נפח, שטח מעמפת ושטח פנים
סרטון 2		זווית בין ישר למישור
סרטון 3	תרגיל 1	
סרטון 4	תרגיל 2	
סרטון 5		זווית בין שני מישורים
סרטון 6	תרגיל 3	
סרטון 7	תרגיל 4	
סרטון 8	תרגיל 5	
סרטון 9	תרגיל 5	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 10		מהי פירמידה ישרה
סרטון 11		זוויות בפירמידה
סרטון 12	תרגיל 6	
סרטון 13	תרגיל 7	
סרטון 14	תרגיל 8	
סרטון 15	תרגיל 9	
סרטון 16	תרגיל 10	
סרטון 17	תרגיל 11	
סרטון 18	תרגיל 12	
סרטון 19	תרגיל 13	
סרטון 20	תרגיל 14	
סרטון 21	תרגיל 14	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 22	תרגיל 15	

תרגילים

1. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ נתון: $AB = 8_{cm}$, $AD = 12_{cm}$, $AA' = 7_{cm}$.

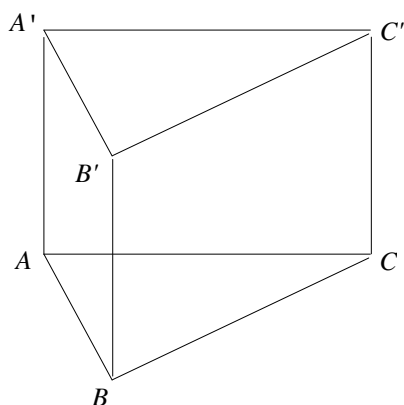
חשב את אורך האלכסון BD' ואת הזווית בינו לבין בסיס התיבה.



2. בקובייה $ABCD A'B'C'D'$ אורך המקצוע הוא 8 ס"מ.

הנקודה O היא מפגש אלכסוני הבסיס התחתון.

מצא את גודל הזווית שבין OA' לפאה $ABB'A'$.



3. נתונה מנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$,

שבה הבסיס הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$)

שאורך שוקו k וזווית הראש שלו γ .

הזווית בין המישור ABC למישור ABC' היא β .

הבע באמצעות k , β ו- γ את נפח המנסרה.

4. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ נתון: $BD' = m$. הזווית בין האלכסון BD' לבסיס $ABCD$ היא α

והזווית בין האלכסון BD' לפאה הצדדית $ABB'A'$ היא γ .

הבע באמצעות m , α ו- γ את נפח התיבה.

5. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע. גובה התיבה הוא h .

נתון: $\angle A'DC' = \beta$.

א. הראה שאורך צלע בסיס התיבה הוא: $\frac{\sqrt{2}h \sin \frac{\beta}{2}}{\sqrt{\cos \beta}}$.

ב. עבור אילו ערכים של β יש פתרון לבעיה?

6. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה ובה אורך מקצוע הבסיס הוא 10 ס"מ ואורך מקצוע צדדי הוא 16 ס"מ. מצא את:
- הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס.
 - גובה הפירמידה.
 - הזווית בין פאה צדדית לבסיס.
 - נפח הפירמידה.
 - השטח הפנים של הפירמידה.
7. נתונה פירמידה משולשת, משוכללת וישרה ובה אורך מקצוע הבסיס הוא 12 ס"מ ואורך מקצוע צדדי הוא 14 ס"מ. מצא את:
- הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס.
 - גובה הפירמידה.
 - הזווית בין פאה צדדית לבסיס.
 - הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות.
8. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה ובה אורך מקצוע הבסיס הוא b והזווית בין מקצוע צדדי לבסיס היא α . הבע באמצעות b ו- α את נפח הפירמידה ואת שטח המעמפת שלה.
9. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה ובה אורך מקצוע הבסיס הוא a והזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא β . זווית הבסיס של פאה צדדית היא γ . הבע באמצעות β את $\sin \gamma$.
10. נתונה פירמידה משולשת וישרה $SABC$, שבה הבסיס הוא משולש שווה שוקיים $(AC = BC)$ שאורך שוקו k וזווית הראש שלו 2γ . אורך כל מקצוע צדדי בפירמידה גם הוא k . הבע באמצעות k ו- γ את נפח הפירמידה.
11. נתונה פירמידה משולשת, משוכללת וישרה ובה הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא β . זווית הבסיס של פאה צדדית היא γ . הוכח: $\sin \gamma \sin \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}$.
12. נתונה פירמידה משולשת וישרה, שבבסיסה משולש ישר זווית, שבו אחד מהניצבים הוא c והזווית שמולו היא α . הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס היא β . הבע באמצעות c , α ו- β את נפח הפירמידה.

13. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה. הזווית בין שני מקצועות צדדיים סמוכים היא 2α

והזווית בין שני מקצועות צדדיים נגדיים היא 2β .

$$\text{הוכח: } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

14. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה. גובה הפירמידה הוא h והזווית בין שתי פאות

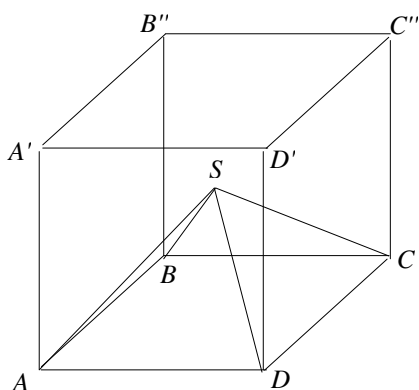
צדדיות סמוכות היא β .

$$\text{הראה כי מקצוע הבסיס של הפירמידה הוא: } \frac{h}{\cos \frac{\beta}{2}} \sqrt{-2 \cos \beta}$$

15. בקובייה $ABCD A' B' C' D'$ חסומה פירמידה $SABCD$, שבה כל המקצועות שווים. בסיס

הפירמידה מונח על בסיס הקובייה. מצא את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה

לפאה צדדית של הקובייה, שלהם קודקוד משותף.

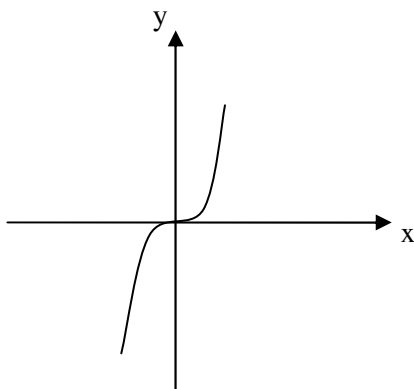


פרק 6 – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

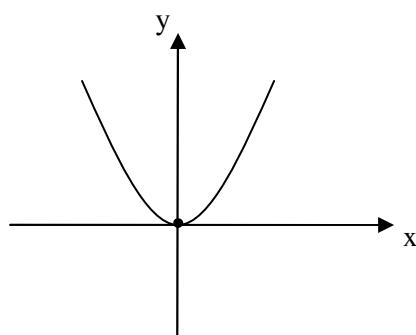
6.1 – נגזרות ומשיקים:

פונקציות נפוצות

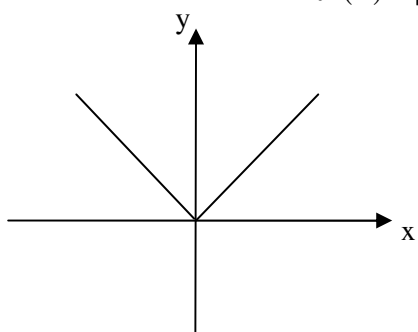
הפונקציה $f(x) = x^3$:



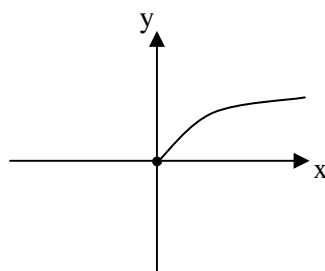
הפונקציה $f(x) = x^2$:



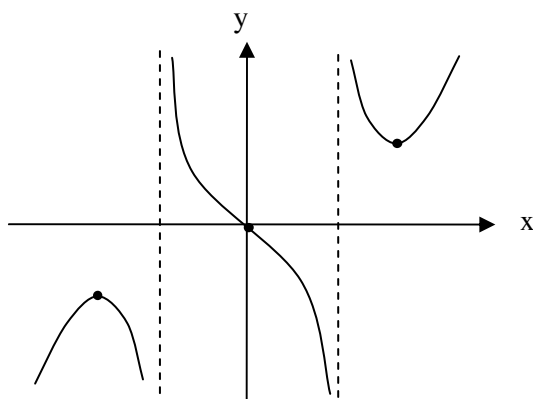
הפונקציה $f(x) = |x|$:



הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$:



פונקציה עם מכנה, למשל $f(x) = \frac{5x^3 + 4x}{x^2 - 1}$:



הנגזרת

לכל פונקציה $f(x)$ קיימת פונקציה, הנקראת פונקציית הנגזרת (או רק "הנגזרת") ומסומנת $f'(x)$, המתקבלת ממנה על פי כללי הגזירה.

כללי הגזירה

$$\text{כלל גזירה מס' 1: } f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 2 (כפל בקבוע): } f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 3 (נגזרת של קבוע): } f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\text{כלל גזירה מס' 4 (סכום והפרש): } f(x) = u \pm v \Rightarrow f'(x) = u' \pm v'$$

$$\text{כלל גזירה מס' 5 (פונקציה מורכבת): } f(x) = u^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$\text{כלל גזירה מס' 6 (נגזרת של } \frac{1}{x} \text{): } f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 7 (מכפלה): } f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u'v + v'u$$

$$\text{כלל גזירה מס' 8 (מנה): } f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$\text{כלל גזירה מס' 9 (שורש): } f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

שיפוע של פונקציה

השיפוע (m) של פונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעל הפונקציה הוא ערך הנגזרת בנקודה

$$A(x_1, y_1) \cdot \text{כלומר: } m = f'(x_1)$$

השיפוע של המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעל הפונקציה שווה לשיפוע

הפונקציה בנקודה $A(x_1, y_1)$.

משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעליה מתקבלת על ידי הנוסחה למציאת

$$\text{ישר: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		מהי פונקציה, פונקציות נפוצות, פונקציה רציפה
סרטון 2		משיפוע של ישר לשיפוע של פונקציה
סרטון 3	תרגיל 1	כלל גזירה 1 (x^n)
סרטון 4	תרגיל 2	כלל גזירה 2 (כפל בקבוע)
סרטון 5	תרגיל 3	כלל גזירה 3 (גזירת קבוע)
סרטון 6	תרגיל 4	כלל גזירה 4 (סכום והפרש)
סרטון 7	תרגיל 5	כלל גזירה 5 (פונקציה מורכבת)
סרטון 8	תרגיל 6	כלל גזירה 6 $\left(\frac{1}{x}\right)$
סרטון 9	תרגיל 7	כלל גזירה 7 (מכפלה)
סרטון 10	תרגיל 8	כלל גזירה 8 (מנה)
סרטון 11	תרגיל 9 א-ו	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק א'
סרטון 12	תרגיל 9 ז-ט	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק ב'
סרטון 13	תרגיל 9 י-י"ג	כלל גזירה 9 (שורש) – חלק ג'
סרטון 14	תרגיל 10	גזירת פונקציות עם פרמטרים
סרטון 15	תרגילים 11,12	שיפוע של פונקציה
סרטון 16	תרגיל 13	שיפוע של המשיק לפונקציה
סרטון 17	תרגיל 14	משוואת המשיק לפונקציה (כולל מציאת משוואת משיק כשנתון x)
סרטון 18	תרגילים 15,16	מציאת משוואת משיק כשנתון y
סרטון 19	תרגילים 17,18	מציאת משוואת משיק כשנתון m
סרטון 20	תרגיל 19	מציאת משוואת משיק כשנתונה θ (הזווית בין הישר לכיוון החיובי של ציר ה- x).
סרטון 21	תרגילים 20,21	משוואת משיק עם מציאת פרמטר יחיד
סרטון 22	תרגיל 22	משוואת משיק עם מציאת שני פרמטרים
סרטון 23	תרגיל 23	כיצד מוצאים משיק כללי וכיצד מוצאים משיק מנקודה חיצונית
סרטון 24	תרגיל 24	משיק מנקודה חיצונית
סרטון 25	תרגיל 25	משיק מנקודה חיצונית

תרגילים:

1. גזור:

$$\text{א. } f(x) = x^3 \quad \text{ב. } f(x) = x^7 \quad \text{ג. } f(x) = x^2 \quad \text{ד. } f(x) = x \quad \text{ה. } f(x) = x^{-3} \quad \text{ו. } f(x) = x^{-1}$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ז. } f(x) = x^{\frac{1}{3}} \quad \text{ח. } f(x) = x^{\frac{3}{4}}$$

2. גזור:

$$\text{א. } f(x) = 2x^3 \quad \text{ב. } f(x) = 3x^7 \quad \text{ג. } f(x) = \frac{1}{2}x^4 \quad \text{ד. } f(x) = \frac{x^6}{7} \quad \text{ה. } f(x) = 8x \quad \text{ו. } f(x) = 3x^{-2}$$

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \text{ז. } f(x) = 6x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ח. } f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$$

3. גזור:

$$\text{א. } f(x) = 12 \quad \text{ב. } f(x) = \frac{7}{8}$$

4. גזור:

$$\text{א. } f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \text{ב. } f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5}$$

5. גזור:

$$\text{א. } f(x) = (5x - 2)^3 \quad \text{ב. } f(x) = (x^3 + 6)^5 \quad \text{ג. } f(x) = 3(x - x^2)^2$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{(5-x)^3}{4} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3}$$

6. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \frac{3}{x} \quad \text{ב. } f(x) = -\frac{2}{x} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{3}{x^3} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{2}{3-x} \quad \text{ז. } f(x) = \frac{6}{x+5}$$

7. גזור:

$$\text{א. } f(x) = (5x+1)(x-3) \quad \text{ב. } f(x) = (5x+1)^3(x-3) \quad \text{ג. } f(x) = x^3(6-x)^4$$

8. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \frac{3x-1}{1+2x} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3}$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{x^2+8}{x-1} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{3}{x^3}$$

9. גזור:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{x} \quad \text{ב. } f(x) = 4\sqrt{x+1} \quad \text{ג. } f(x) = \sqrt{x^3-1}$$

$$\text{ד. } f(x) = (3x+1)\sqrt{x} \quad \text{ה. } f(x) = x^2\sqrt{x+3} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$$

$$\text{ז. } f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} \quad \text{ח. } f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{1-2x} \quad \text{ט. } f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$\text{י. } f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}} \quad \text{יא. } f(x) = \sqrt[3]{x^2} \quad \text{יב. } f(x) = \sqrt[5]{x^2-3x-4}$$

$$\text{יג. } f(x) = x \cdot \sqrt[4]{(x^2+1)^3}$$

10. גזור:

$$\text{א. } f(x) = ax^4 - bx \quad \text{ב. } f(x) = \frac{ax^2}{3} - \frac{x}{b} + c \quad \text{ג. } f(x) = \frac{x-2a}{x-4a} \quad \text{ד. } f(x) = a\sqrt{bx^2+c}$$

11. מצא את שיפועהפונקציה $f(x) = 2x^3 - 7x$ בנקודה $(2, 2)$.

12. מצא את שיפועהפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2-3}$ בנקודה שבה $x = -2$.

13. מצא את שיפועהמשיק לפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x}$ בנקודה שבה $x = 1$.

14. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x+3)^3$ בנקודה שבה $x = -1$.

15. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = \frac{8}{x+1}$ בנקודה שבה $y = 2$.

16. מצא את משוואותהמשיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 8$ בנקודות החיתוך שלה עם

ציר ה- x .

17. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x$ ששיפועו 2.

18. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}-1}$ ששיפועו -2.

19. מצא את משוואותהמשיקים לפונקציה $f(x) = \frac{1}{3x^3}$ היוצרים עם הכיוון החיובי של ציר

ה- x זווית של 135° .

20. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = ax^2 - 4x$ בנקודה שבה $x = 3$ הוא 8.

מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.

21. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{2}{ax+3}$ בנקודה שבה $y = 2$ הוא -4.

מצא את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.

22. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{a}{\sqrt{bx}-1}$ בנקודה $(1,6)$ הוא -6.

מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת משוואת המשיק.

23. א. בטא באמצעות t את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = x^2 + 1$ בנקודה שבה $x = t$.

ב. מצא את ערכו של t אם נתון שהמשיק עובר בנקודה $(-1,1)$.

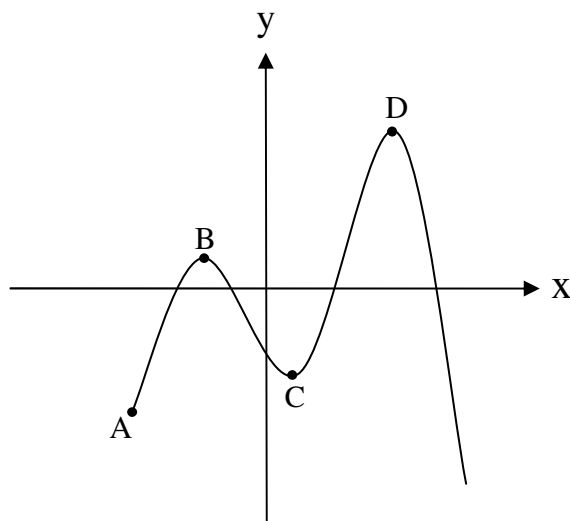
24. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ העובר בנקודה $(3,0)$.

25. מצא את משוואתהמשיק לפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ אם ידוע ששטח המשולש שהוא יוצר

עם הצירים הוא 4.5 יחידות שטח.

6.2 - חקירת פולינום

נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום)



מינימום/מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D

מינימום/מקסימום קצה - A

מינימום/מקסימום מוחלט - D

נקודות קיצון מקומיות

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס.

בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית – נקודה כזו

נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

מציאת נקודות קיצון מקומיות:

א. נגזור את הפונקציה.

ב. נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- x של הנקודות החשודות כקיצון.

ג. נציב את ערכי ה- x מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- y .

ד. נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון ע"י טבלה.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		מהן נקודות קיצון, קיצון מקומי/קצה/מוחלט
סרטון 2	תרגיל 1	מציאת נקודות קיצון מקומיות – שלבי עבודה + דוגמא
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5	תרגיל 4	
סרטון 6	תרגילים 5,6	שאלות על נקודות קיצון בשילוב מציאת פרמטרים
סרטון 7	תרגיל 7	חקירת פונקציית פולינום
סרטון 8	תרגיל 8	
סרטון 9	תרגיל 9	

	10 תרגיל	10 סרטון
	11 תרגיל	11 סרטון
	12 תרגיל	12 סרטון

תרגילים

1. מצא את נקודת הקיצון שלהפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.

א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?

ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.

א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?

ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

4. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$.

א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?

ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

5. לפונקציה $f(x) = ax - x^3 - 5$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.

מצא את ערכו של הפרמטר a .

6. לפונקציה $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$ יש נקודת קיצון ששיעוריה $(2, 3)$.

מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$. ענה על הסעיפים הבאים:

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. שרטוט.

9. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. שרטוט.

10. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
ה. שרטוט.

11. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. שרטוט.

12. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 54x - 50$.

א. לאילו ערכים של הפרמטר a עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?

ב. הצב בפונקציה $a = 6$ וחקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y , שרטוט.

6.3 - חקירת פונקציות מנה ופונקציות שורש

סעיפי חקירה מלאה של פונקציה:

- א. תחום הגדרה.
- ב. נקודות קיצון.
- ג. תחומי עלייה וירידה.
- ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- ו. נקודות פיתול.
- ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה.
- ח. שרטוט.

תחום הגדרה של פונקציה

- כל פולינום מוגדר לכל x .
- בפונקציה עם מכנה, אסור שיתקבל אפס במכנה.
- בפונקציה עם שורש, אסור שיתקבל מספר שלילי בתוך השורש.

אסימפטוטות

חוקי האינסוף

$$1) \frac{1}{\infty} = 0 \quad , \quad \frac{1}{0^+} = +\infty \quad , \quad \frac{1}{0^-} = -\infty \quad \rightarrow \quad 2) \frac{1}{0} = \infty \quad 3) \infty \cdot \infty = \infty$$

$$4) \infty + \infty = \infty \quad 5) \frac{\infty}{\infty} = ? \quad 6) \infty - \infty = ? \quad 6) \infty - \infty = ?$$

אסימפטוטה אופקית:ל- $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית $y = n$ אם מתקיים: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = n$

אסימפטוטה אנכית:ל- $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x = a$ אם מתקיים: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$

נקודות פיתול

הגדרה א': נקודה בה הפונקציה עוברת מקעירות כלפי מטה לקעירות כלפי מעלה או להיפך

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow \cup$$

$$f''(x) < 0 \Leftrightarrow \cap$$

הגדרה ב': נקודה בה הנגזרת השנייה מחליפה סימן

הגדרה ג': נקודה בה המשיקים לפונקציה עוברים מלהיות מתחת לפונקציה ללהיות מעליה או

להיפך

הערה: בנקודות פיתול המשיק לפונקציה חותך את הפונקציה

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1	תרגיל 1	הסבר על תחום הגדרה של מנות
סרטון 2	תרגיל 2	הסבר על תחום הגדרה של שורשים
סרטון 3	תרגיל 3	נקודות קיצון בפונקציות מנה
סרטון 4		חוקי האינסוף
סרטון 5		יישום חוקי האינסוף בפונקציה $\frac{1}{x}$ והכרות עם אסימפטוטות
סרטון 6		הגדרת אסימפטוטות אופקיות ואנכיות
סרטון 7	תרגיל 4	
סרטון 8	תרגיל 5	
סרטון 9	תרגיל 6	
סרטון 10	תרגיל 7	
סרטון 11	תרגיל 8	
סרטון 12	תרגיל 9	
סרטון 13	תרגיל 10	נקודת אי הגדרה
סרטון 14	תרגיל 11	נקודת אי הגדרה
סרטון 15	תרגיל 12	אסימפטוטות בפונקציות שורש (לראשונה)
סרטון 16	תרגיל 13	
סרטון 17	תרגיל 14	
סרטון 18	תרגיל 15	
סרטון 19	תרגיל 16	אסימפטוטה אופקית מפוצלת בפונקצית מנה עם שורש
סרטון 20	תרגיל 17	אסימפטוטה אופקית מפוצלת בפונקצית מנה עם שורש
סרטון 21	תרגיל 18	מציאת פרמטרים בשאלות של אסימפטוטות
סרטון 22	תרגיל 19	מציאת פרמטרים בשאלות של אסימפטוטות
סרטון 23	תרגיל 20	חקירת פונקציית מנה (ללא פיתול) – חלק א'
סרטון 24	תרגיל 20	חקירת פונקציית מנה (ללא פיתול) – חלק ב'
סרטון 25	תרגיל 20	חקירת פונקציית מנה (ללא פיתול) – חלק ג'
סרטון 26	תרגיל 21	חקירת פונקציית שורש (ללא פיתול) – חלק א'
סרטון 27	תרגיל 21	חקירת פונקציית שורש (ללא פיתול) – חלק ב'
סרטון 28		הסבר על נקודות פיתול
סרטון 29	תרגיל 22	
סרטון 30	תרגיל 23	
סרטון 31	תרגיל 24	
סרטון 33	תרגיל 25	נקודת פיתול שבה גם הנגזרת הראשונה היא אפס
סרטון 34	תרגיל 26	מציאת פרמטרים באמצעות נקודת פיתול
סרטון 35	תרגיל 27	

סרטון 36	תרגיל 27	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 37	תרגיל 28	
סרטון 38	תרגיל 28	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 39	תרגיל 28	המשך שאלה מסרטון קודם

תרגילים

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x \quad \text{ב. } f(x) = 4x^3 - x^2 + \frac{x}{2} + 1 \quad \text{ג. } f(x) = \frac{2x}{x-3}$$

$$\text{ד. } f(x) = \frac{5x^3 + 4x}{x^2 - 1} \quad \text{ה. } f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 4x} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x - 8} \quad \text{ז. } f(x) = \frac{6}{x^2 + 1}$$

2. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{x} \quad \text{ב. } f(x) = 2\sqrt{x-3} \quad \text{ג. } f(x) = 3x\sqrt{1-2x} \quad \text{ד. } f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x+4}} \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 10} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^3 - 9x}} \quad \text{ז. } f(x) = \frac{x+1}{x - \sqrt{2-x}}$$

$$\text{3. נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{6x}{x^2 - 10x + 9}$$

א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה? ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

$$\text{4. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$$

$$\text{5. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{5x^2 + 1}{x^2 - 9}$$

$$\text{6. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{1 + 3x^2}$$

$$\text{7. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{3x}{x^2 - 2x - 15}$$

$$\text{8. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{6x^3 - 5x + 1}{1 + 2x^2}$$

$$\text{9. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{ax+b}{x-b}$$

$$\text{10. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה: } f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

11. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 - 4x}$

12. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 4}$

13. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x}}$

14. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$

15. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{x-\sqrt{x}}$

16. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+5}}$

17. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים שלהפונקציה: $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x^2-16}}$

18. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2+1}{ax^2-x+b}$

האסימפטוטה האופקית של הפונקציה ואחת האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה נפגשות

בנקודה $(-1, 2)$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

19. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+8}{x+b\sqrt{x}}$

הפונקציה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה בנקודה $(16, 2)$. מצא את ערכי הפרמטרים

a ו- b .

20. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x^2-10x+6}{3x^2-10x+3}$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה

וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטוט.

21. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטוט.

22. מצא את נקודות הפיתול ואת תחומי הקעירות של הפונקציה: $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2$

23. מצא את נקודות הפיתול ואת תחומי הקעירות של הפונקציה: $f(x) = \frac{3x-2}{x^2}$

24. מצא את נקודות הקיצון והפיתול של הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x-1}}$

25. מצא את נקודות הקיצון והפיתול של הפונקציה: $f(x) = x(x-2)^3$

26. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a}{x^2+b}$

הנקודה $(-1,1)$ היא נקודת פיתול של הפונקציה. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

27. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + 2$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. ח. שרטוט.

28. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{x-\sqrt{x}}$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. ח. שרטוט.

6.4 - חקירת פונקציה עם פרמטר

סיווג נקודות קיצון באמצעות " y :

אם הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת קיצון אז:

אם $f''(x_1) > 0$ הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת מינימום.

אם $f''(x_1) < 0$ הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודת מקסימום.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1	תרגילים 1,2,3	סיווג נקודות קיצון לפי הנגזרת השנייה
סרטון 2	תרגיל 4	
סרטון 3	תרגיל 4	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 4	תרגיל 5	
סרטון 5	תרגיל 5	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 6	תרגיל 6	
סרטון 7	תרגיל 6	המשך שאלה מסרטון קודם

תרגילים:

1. מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה: $f(x) = x^3 - 12x$

2. מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה: $f(x) = x^2 - 6x - 16$

3. מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3b^2x$

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{a^2 + x^2} \quad (a > 0)$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטוט. ז. מצא את שלוש נקודות הפיתול של הפונקציה. ניתן להשאיר שורש בתשובה.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1-x^2}{(x-b)^2} \quad (b > 1)$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטוט.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x\sqrt{b^2 - x^2} \quad (b > 0)$

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים: א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. שרטוט.

6.5 - חשבון דיפרנציאלי – בעיות קיצון

שלבי עבודה:

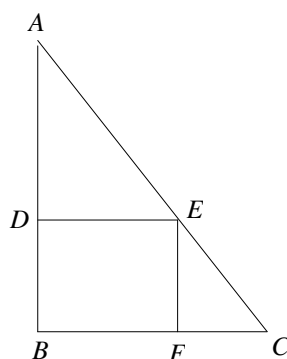
- א. נגדיר את אחד הגדלים בשאלה כ- x .
- ב. נבטא את שאר הגדלים בשאלה באמצעות x .
- ג. נבנה פונקציה שמבטאת את מה שרצו שיהיה מינימלי/מקסימלי.
- ד. נגזור את הפונקציה, נשווה לאפס ונחלץ את ערך/ערכי ה- x .
- ה. נוודא שערך ה- x מסעיף ד' הוא אכן מינימום/מקסימום באמצעות " y (או טבלה).
- ו. ננסח את התשובה לשאלה המקורית.

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1	תרגיל 1	רקע והדגמת הרעיון העומד מאחורי בעיות קיצון
סרטון 2	תרגיל 1	שלבי עבודה בפתרון בעיות קיצון
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5	תרגיל 4	
סרטון 6	תרגיל 5	
סרטון 7	תרגיל 6	
סרטון 8	תרגיל 7	
סרטון 9	תרגיל 8	
סרטון 10	תרגיל 9	
סרטון 11		הכרת הגופים במרחב וחישוב שטח המעמפת/שטח הפנים/הנפח של כל גוף
סרטון 12	תרגיל 10	
סרטון 13	תרגיל 11	
סרטון 14	תרגיל 12	
סרטון 15	תרגיל 13	
סרטון 16	תרגיל 14	
סרטון 17	תרגיל 15	
סרטון 18	תרגיל 16	
סרטון 19	תרגיל 17	
סרטון 20	תרגיל 18	
סרטון 21	תרגיל 19	
סרטון 22	תרגיל 19	
סרטון 23	תרגיל 20	
סרטון 24	תרגיל 21	
סרטון 25		הסבר על בעיות קיצון שבהן נתונה התשובה
סרטון 26	תרגיל 22	
סרטון 27	תרגיל 23	
סרטון 28	תרגיל 23	
סרטון 29	תרגיל 24	

תרגילים

1. מבין כל זוגות המספרים שסכומם 14 מצא את הזוג שמכפלתו מקסימלית.
2. נתונים שלושה מספרים שסכומם 24. המספר הראשון שווה למספר השני.
מצא מהם המספרים אם ידוע שמכפלתם מקסימלית.
3. מצא את המספר החיובי שאם נוסיף לו את המספר ההופכי לו הסכום המתקבל יהיה מינימלי.
4. מבין כל המשולשים שווים השוקיים שהיקפם 24 ס"מ מצא את אורך בסיסו של המשולש בעל השטח הגדול ביותר.
5. א. מבין כל המשולשים שווים השוקיים שהיקפם a מצא את בסיסו של המשולש בעל השטח הגדול ביותר.
ב. הוכח: מבין כל המשולשים שווים השוקיים בעלי אותו היקף המשולש בעל השטח הגדול ביותר הוא משולש שווה צלעות.

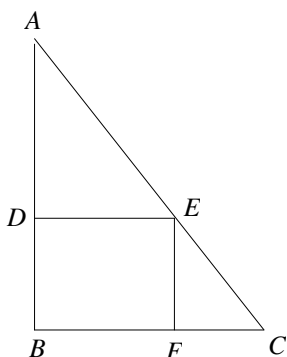


6. במשולש ישר זווית $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$) הנקודה E נמצאת

על היתר AC כך שהמרובע $EDBF$ הוא מלבן.

נתון: $AB = 20_{cm}$, $BC = 16_{cm}$. מצא את שטחו

של המלבן בעל השטח הגדול ביותר.



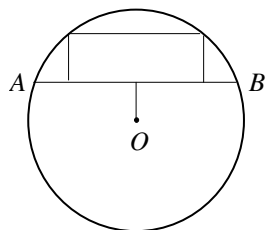
7. במשולש ישר זווית $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$) הנקודה E נמצאת

על היתר AC כך שהמרובע $EDBF$ הוא מלבן.

נתון: $AB = a$, $BC = b$. מצא את שטחו

של המלבן בעל השטח הגדול ביותר.

8. במעגל שמרכזו O ורדיוסו $10\sqrt{5}\text{ cm}$ העבירו מיתר AB

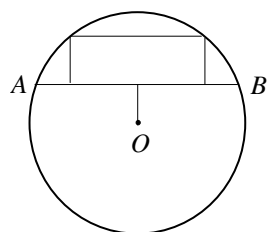


שמרחקו ממרכז המעגל הוא 4 cm .

במקטע שיוצר המיתר חסום מלבן כמתואר בשרטוט.

מצא את היקפו של המלבן בעל ההיקף הגדול ביותר.

9. במעגל שמרכזו O ורדיוסו R העבירו מיתר AB



שמרחקו ממרכז המעגל הוא a .

במקטע שיוצר המיתר חסום מלבן כמתואר בשרטוט.

מצא את היקפו של המלבן בעל ההיקף הגדול ביותר.

10. נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח הפנים שלה הוא 96 סמ^2 .

מצא את מידות התיבה שנפחה מקסימלי.

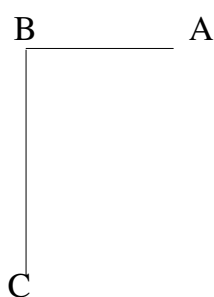
11. מכל הגלילים הישרים שהיקף פרישת המעטפת שלהם הוא k מצא את נפחו של הגליל

בעל הנפח המקסימלי.

12. נתונה פירמידה מרובעת, משוכללת וישרה. אורך מקצוע צדדי בפירמידה הוא k ושטח

המעטפת שלה הוא S .

הוכח: $S < 2k^2$.



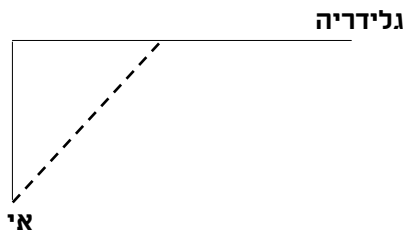
13. שני הולכי רגל יוצאים בו זמנית לדרכם, האחד מעיר A מערבה לעיר

B והשני מעיר B דרומה לעיר C . המרחק בין הערים A ו- B הוא 20 ק"מ .

מהירות הרוכב שיצא מ- A היא 4 קמ"ש ומהירות הרוכב השני 2 קמ"ש .

כעבור כמה זמן מיציאת הרוכבים יהיה המרחק ביניהם מינימלי? מצא

גם את המרחק המינימלי.



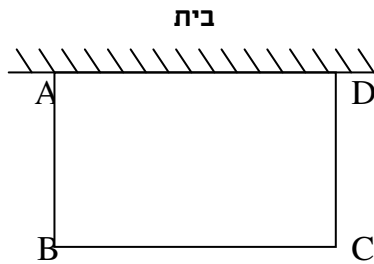
14. אדם נמצא על אי במרחק 0.5 ק"מ מהחוף. על

החוף, במרחק של 3 ק"מ מהנקודה הקרובה ביותר

לאי, נמצאת גלידריה. האדם שוחה במהירות של 8

קמ"ש ורץ על החוף במהירות של 10 קמ"ש. לאיזה מרחק

מהגלידריה עליו לשחות כדי להגיע לגלידריה בזמן הקצר ביותר?



15. אדם מתכנן לבנות מרפסת בביתו ורוצה להציב מעקה

סביב המרפסת. שטח המרפסת המתוכנן הוא 24 מ"ר.

מחיר מעקה בחזית המרפסת (BC) הוא 120 ₪ למטר

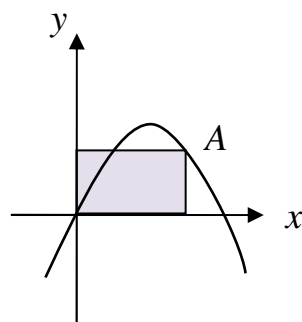
ומחיר מעקה בצידו המרפסת הוא 40 ₪ למטר.

מה צריכים להיות מימדי המרפסת כדי שמחיר המעקה יהיה מינימלי?

16. לבניית תיבה שנפחה 144 סמ"ק ואורך בסיסה גדול פי 2 מרוחב בסיסה דרושים שני

חומרים להם שני מחירים שונים: החומר לבסיס התחתון יקר פי 3 מהחומר לפאות הצדדיות

והבסיס העליון. מהן מידות התיבה הזולה ביותר שניתן לבנות?



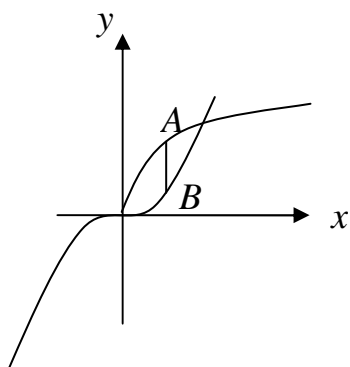
17. נתונה הפונקציה $f(x) = 6x - x^2$. מנקודה A שעל

הפונקציה ברביע הראשון הורידו אנכים לצירי

השיעורים כך שנוצר מלבן כמתואר בשרטוט.

מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי

ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



18. נתונות הפונקציות $f(x) = 2\sqrt{x}$ ו- $g(x) = \frac{1}{3}x^3$.

את הנקודה A שעל $f(x)$ חיברו עם הנקודה B,

שנמצאת מתחתיה על $g(x)$ כך שהקטע AB

מקביל לציר ה-y. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A

כדי שאורך הקטע AB יהיה מקסימלי?

19. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x-1}$ והישר $y = 2x$. בין הישר והפונקציה ברביע הראשון

חסמו מלבן. מצא את מידות המלבן שהיקפו מינימלי.

20. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$. מצא שיעורי נקודה על הפונקציה ברביע הראשון, שסכום

הקטעים שהמשיק בה מקצה על הצירים הוא מינימלי.

21. נתונות הפונקציות $f(x) = 1 - x^2$ ו- $g(x) = bx^2$ ($b > 0$). הפונקציות נחתכות

בנקודות A ו-B. מצא את ערכו של b שעבורו הקטע AO מינימלי (O – ראשית הצירים).

22. מהירותו של רכב היא v קמ"ש ועליו לנסוע דרך של S ק"מ. לרכב יש הוצאות נסיעה של

$$\frac{v^2}{200} + 48 \text{ נ"ל לכל ק"מ נסיעה ו-} \frac{v}{400} \text{ נ"ל לכל ק"מ נסיעה ו-} 48 + \frac{v^2}{200} \text{ נ"ל לכל שעת נסיעה. הראה שעל מנת שהוצאותיו יהיו}$$

מינימליות על הרכב לנסוע במהירות של 80 קמ"ש.

23. הוכח שמכל החרומים הישרים שנפחם πk סמ"ק, החרום בעל שטח המעטפת המינימלי

$$\text{הוא זה שגובהו } \sqrt[3]{6k} \text{ ס"מ.}$$

(שטח מעטפת של חרוט הוא $\pi R\ell$, כאשר ℓ הוא הקו היוצר של החרוט).

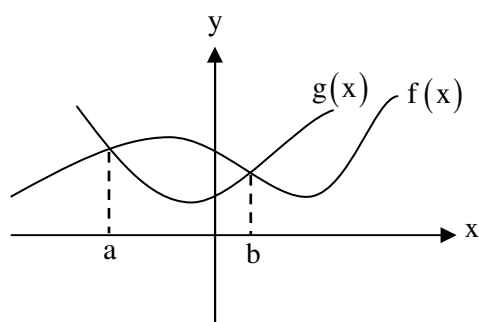
24. נתונים שני מספרים חיוביים p ו- q שסכומם a . הראה שכאשר מתקיים $\frac{p}{q} = \frac{n}{m}$ ערך

$$\text{הביטוי } p^n q^m \text{ (} n \text{ ו-} m \text{ מבעיים) מקסימלי.}$$

6.6 - חשבון אינטגרלי

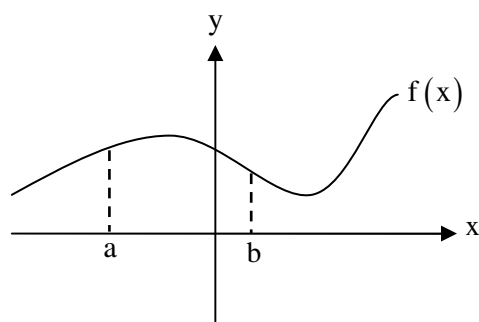
$$\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

חישוב שטחים

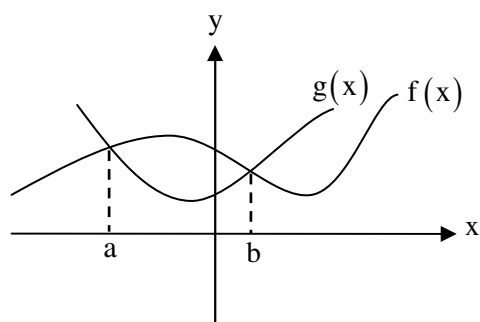


$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

חישוב נפח גוף סיבוב



$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx \quad \text{מתחת פונקציה:}$$



$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx \quad \text{בין פונקציות:}$$

לפניך מבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		מהו אינטגרל, נוסחת האינטגרל
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5	תרגיל 4	
סרטון 6		חילוק ארוך (במספרים)
סרטון 7	תרגיל 5 א'-ב'	כיצד מבצעים חילוק פילונומים
סרטון 8	תרגיל 5 ג'-ה'	
סרטון 9	תרגיל 6	
סרטון 10		אינטגרלים עם זיהוי מבנים
סרטון 11	תרגיל 7	
סרטון 12	תרגיל 8	מציאת פונקציה קדומה- הסבר ודוגמא
סרטון 13	תרגיל 9	
סרטון 14	תרגיל 10	
סרטון 15	תרגיל 11	
סרטון 16	תרגיל 12	
סרטון 17	תרגיל 13	הסבר על חישוב שטחים כולל דוגמא
סרטון 18	תרגיל 14	
סרטון 19	תרגיל 15	
סרטון 20	תרגיל 16	
סרטון 21	תרגיל 17	
סרטון 22	תרגיל 18	
סרטון 23	תרגיל 19	
סרטון 24	תרגיל 20	
סרטון 25	תרגיל 21	
סרטון 26	תרגיל 22	הסבר על חישוב נפח גוף סיבוב עם פונקציה אחד כולל דוגמא
סרטון 27	תרגיל 23	הסבר על חישוב נפח גוף סיבוב בין שתי פונקציות כולל דוגמא
סרטון 28	תרגיל 24	בעיות קיצון עם אינטגרלים – הסבר ודוגמא
סרטון 29	תרגיל 25	
סרטון 30	תרגיל 26	

תרגילים

1. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int x^3 dx = \text{ב. } \int 12x^5 dx = \quad \text{ג. } \int x^4 dx = \text{ד. } \int 2x^3 dx = \text{ה. } \int \frac{2}{3} x^5 dx =$$

$$\text{ו. } \int 7 dx = \quad \text{ז. } \int \left(\frac{5}{6} x^4 + 16x^3 - \frac{x^2}{2} + 4x - \frac{1}{3} \right) dx = \quad \text{ח. } \int \left(\frac{4x^3}{5} - ax^2 - \frac{2ax}{b} + b \right) dx =$$

2. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int x^{-3} dx = \text{ב. } \int \frac{1}{x^3} dx = \quad \text{ג. } \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{a}{x^3} + \frac{x}{a} \right) dx = \text{ד. } \int \frac{2x^3 + x - 2}{x^3} dx =$$

3. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int x^{\frac{1}{2}} dx = \text{ב. } \int \sqrt{x} dx = \quad \text{ג. } \int \sqrt[3]{x} dx = \text{ד. } \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$$

$$\text{ה. } \int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{x} \right) dx = \text{ו. } \int \left(\frac{6}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[4]{x^3} \right) dx =$$

4. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int (5x-1)^3 dx = \text{ב. } \int 3(2-7x)^4 dx = \quad \text{ג. } \int \frac{18}{(6x+5)^2} dx =$$

$$\text{ד. } \int \frac{1}{\sqrt{6x-3}} dx = \text{ה. } \int \sqrt{ax+b} dx =$$

5. מצא את תוצאת החילוק:

$$\text{א. } \frac{x^2 - 5x - 14}{x + 2} = \text{ב. } \frac{x^3 + x^2 + 3x - 5}{x - 1} = \quad \text{ג. } \frac{x^4 + x^3 - x^2 + 14x - 3}{x + 3} =$$

$$\text{ד. } \frac{x^3 - 4x^2 + 9}{x - 3} = \text{ה. } \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x + 5} =$$

6. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{x^2 - 5x - 14}{x + 2} dx =$$

$$\text{ב. } \int \frac{x^3 + x^2 + 3x - 5}{x - 1} dx =$$

$$\text{ג. } \int \frac{x^4 + x^3 - x^2 + 14x - 3}{x + 3} dx =$$

$$\text{ד. } \int \frac{x^3 - 4x^2 + 9}{x - 3} dx =$$

$$\text{ה. } \int \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x + 5} dx =$$

$$\text{ו. } \int \frac{2x^5 + x^4 - 4x^2 + 1}{2x + 1} dx =$$

7. מצא את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int -\frac{2x}{(x^2 - 1)^2} dx = \text{ב. } \int \frac{x^2}{(x^3 + 6)^2} dx = \text{ג. } \int \frac{x - 2}{(x^2 - 4x + 1)^2} dx =$$

$$\text{ד. } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} dx = \text{ה. } \int \frac{6x - 3}{\sqrt{x - x^2}} dx = \text{ו. } \int 8x(x^2 + 1)^3 dx =$$

$$\text{ז. } \int (2 - x^2)(6x - x^3)^2 dx =$$

8. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 3x^2 - 7$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(2, -1)$.

9. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2x - 6$.

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5. מצא את הפונקציה.

10. נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x) = 6x + 6$.

שיפוע הפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא -12 וערך הפונקציה בנקודה זו הוא 1.

מצא את הפונקציה.

11. נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x) = 1 + \frac{8}{x^3}$.

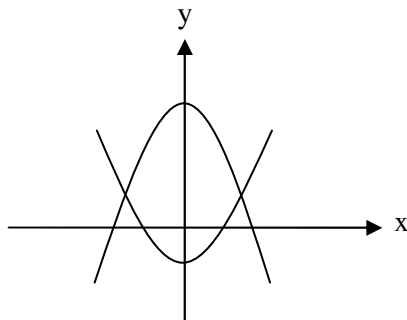
המשיק לפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא הישר $y = -4$. מצא את הפונקציה.

12. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} + 2$.

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $y = 5\frac{2}{3}$ הוא 3. מצא את הפונקציה.

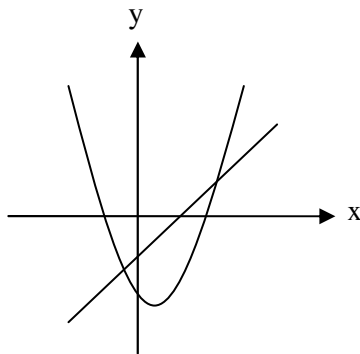
13. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 1, g(x) = 7 - x^2$$



14. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 4x - 12, g(x) = x - 6$$

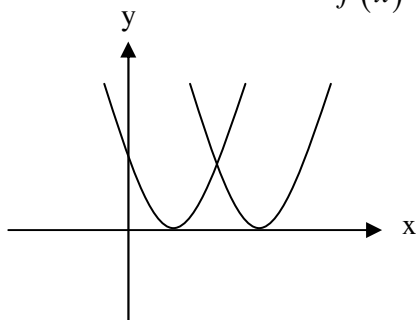


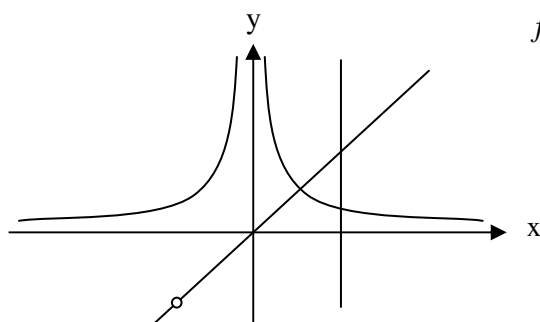
15. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות: $f(x) = x^3, g(x) = x$

16. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x$ וציר ה- x .

17. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 - 2x + 1, g(x) = x^2 - 6x + 9$

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות וציר ה- x .





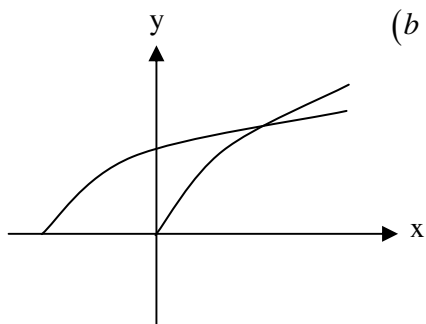
18. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 2}$

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות,

הישר $x = 2$ וציר ה- x .

19. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x - 6)\sqrt{x}$. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,

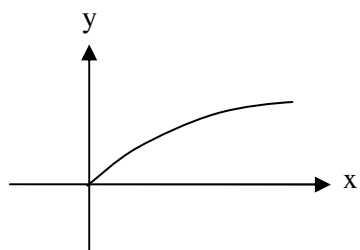
המשיק לפונקציה בנקודת המינימום שלה וציר ה- y .



20. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{x+b}$, $g(x) = \sqrt{2x}$ ($b > 0$)

גודל השטח הכלוא בין הפונקציות וציר ה- x

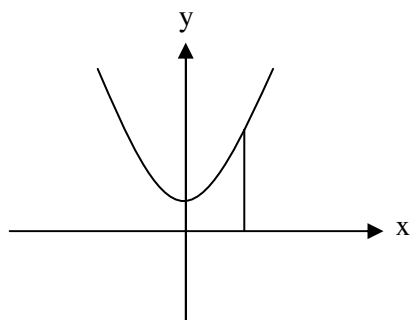
הוא $2\frac{2}{3}$ יחידות שטח. מצא את ערכו של הפרמטר b .



21. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ברביע הראשון.

לפונקציה העבירו משיק העובר בראשית הצירים. חשב את

גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק והישר $x = \sqrt{3}$.



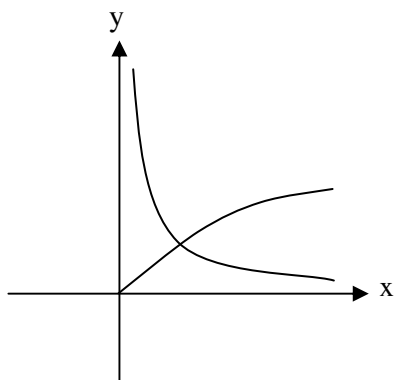
22. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 1$.

השטח הכלוא בין הפונקציה, הישר $x = 3$ והצירים מסתובב

סביב ציר ה- x . חשב את נפח גוף הסיבוב.

23. בשרטוט נתונות הפונקציות ברביע הראשון:

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

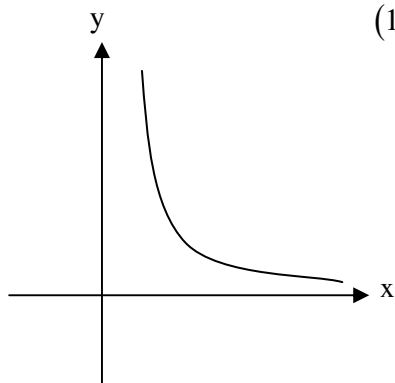


מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר, כאשר השטח הכלוא

בין הפונקציות והישר $x = 2$ מסתובב סביב ציר ה- x .

24. מצא את ערכו של a שעבורו ערך האינטגרל $\int_a^{2a+1} (2x-1)dx$ מינימלי.

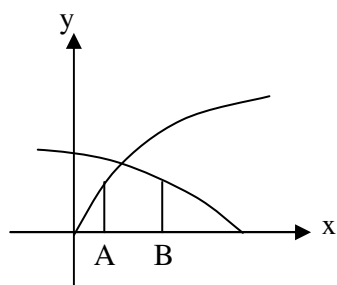
25. בשרטוט נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{b-1}{\sqrt{x-1}}$ ($1 < b < 2$)



עבור איזה ערך של b השטח הכלוא בין הפונקציה,

הישרים $x = b$ ו- $x = 2$ וציר ה- x מקסימלי?

26. בשרטוט נתונות הפונקציות: $f(x) = \sqrt{2x}$, $g(x) = \sqrt{6-x}$



מהנקודות A ו- B , הנמצאות על ציר ה- x והמרחק ביניהן הוא 2,

העלו אנכים לציר ה- x . השטח הכלוא בין האנכים, שתי הפונקציות

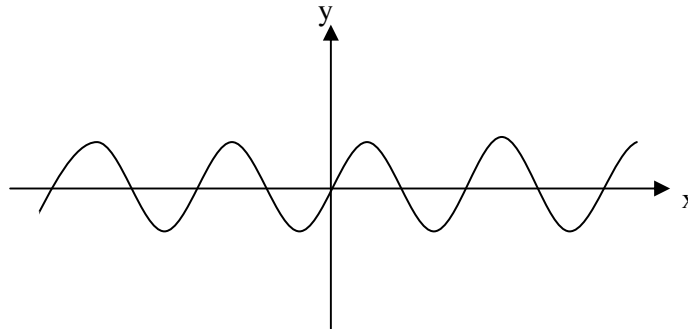
וציר ה- x מסתובב סביב ציר ה- x .

מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A על מנת שנפח גוף הסיבוב יהיה מקסימלי.

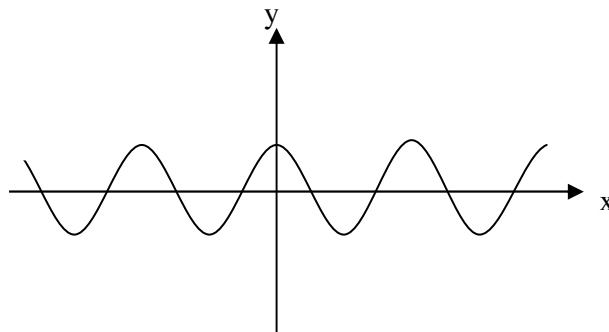
6.7 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות

הפונקציות הטריגונומטריות

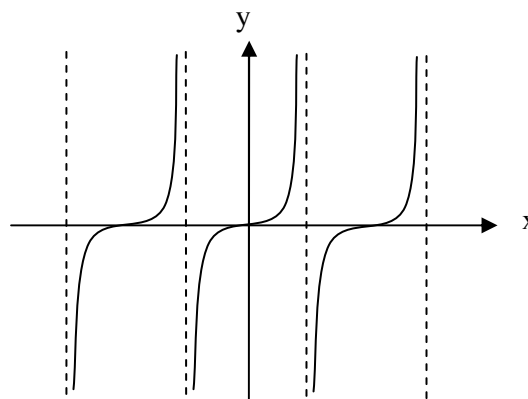
הפונקציה $f(x) = \sin x$:



הפונקציה $f(x) = \cos x$:



הפונקציה $f(x) = \tan x$:



פונקציה זוגית ופונקציה אי-זוגית

פונקציה זוגית מקיימת: $f(-x) = f(x)$. פונ' זוגית סימטרית סביב ציר ה- y .

פונקציה אי-זוגית מקיימת: $f(-x) = -f(x)$. פונ' אי-זוגית סימטרית סביב ראשית הצירים.

נגזרות הפונקציות הטריגונומטריות

$$y = \cos x \longrightarrow y' = -\sin x \quad y = \sin x \longrightarrow y' = \cos x$$

$$y = \cot x \longrightarrow y' = \frac{1}{-\sin^2 x} \quad y = \tan x \longrightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

אינטגרלים טריגונומטריים

$$\int \cos x dx = \sin x + c \quad \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		הקדמה, ישע מקדים
סרטון 2		הכרת הגרפים של הפונקציות הטריגונומטריות
סרטון 3		חוקי הגזירה של פונקציות טריגונומטריות
סרטון 4	תרגיל 1	
סרטון 5	תרגיל 2	
סרטון 6	תרגיל 3	
סרטון 7	תרגיל 4	
סרטון 8	תרגיל 5	
סרטון 9		חישוב שיפוע של פונקציה טריגונומטרית
סרטון 10	תרגיל 6	
סרטון 11	תרגיל 7	
סרטון 12	תרגיל 8	
סרטון 13	תרגיל 9	
סרטון 14	תרגיל 10	
סרטון 15	תרגיל 11	
סרטון 16	תרגיל 11	
סרטון 17	תרגיל 12	
סרטון 18	תרגיל 13	
סרטון 19	תרגיל 14	
סרטון 20	תרגיל 15	
סרטון 21	תרגיל 16	
סרטון 22		אסימפטוטות לפונקציות טריגונומטריות
סרטון 23	תרגיל 17	
סרטון 24	תרגיל 18	
סרטון 25	תרגיל 19	
סרטון 26	תרגיל 20	
סרטון 27	תרגיל 21	
סרטון 28	תרגיל 22	

	22 תרגיל	29 סרטון
הסבר על פונקציה זוגית ופונקציה אי זוגית		30 סרטון
	23 תרגיל	31 סרטון
	24 תרגיל	32 סרטון
	24 תרגיל	33 סרטון
	25 תרגיל	34 סרטון
	25 תרגיל	35 סרטון
אינטגרלים של פונקציות מריגונומטריות		36 סרטון
	26 תרגיל	37 סרטון
	27 תרגיל	38 סרטון
	28 תרגיל	39 סרטון
	29 תרגיל	40 סרטון
	30 תרגיל	41 סרטון
	31 תרגיל	42 סרטון
	32 תרגיל	43 סרטון
	33 תרגיל	44 סרטון
	34 תרגיל	45 סרטון
	35 תרגיל	46 סרטון
	36 תרגיל	47 סרטון
	37 תרגיל	48 סרטון

תרגילים

1. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sin x + 3 \cos x + x \quad \text{ב. } f(x) = 2x \sin x + 4 \tan x \quad \text{ג. } f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$$

2. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sin 3x + 2 \cos 5x \quad \text{ב. } f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}$$

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{aligned} \text{א. } f(x) &= \sin^3 x \quad \text{ב. } f(x) = 2 \cos^4 x \quad \text{ג. } f(x) = \sin^2 x \\ \text{ד. } f(x) &= \sin^3 2x \quad \text{ה. } f(x) = \cos^2 2x \quad \text{ו. } f(x) = \tan^2 4x \end{aligned}$$

4. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sqrt{\sin 3x} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$$

5. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x \quad \text{ב. } f(x) = \sin^4 2x - \cos^4 2x \quad \text{ג. } f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$$

$$6. \text{ מצא את משוואת המשיק לפונקציה } f(x) = \cos x \text{ בנקודה } A\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$7. \text{ מצא את משוואת המשיק לפונקציה } f(x) = \sin 2x \text{ בנקודה שבה } x = \frac{\pi}{2}$$

$$8. \text{ מצא את משוואת המשיק לפונקציה } f(x) = \tan 3x \text{ בנקודה שבה } x = \frac{\pi}{9}$$

$$9. \text{ מצא את משוואות המשיקים לפונקציה } f(x) = 4 \sin^2 x \text{ בנקודות החיתוך של הפונקציה}$$

$$\text{עם הישר } y = 1 \text{ בתחום } [0, \pi].$$

$$10. \text{ שיפוע המשיק לפונקציה } f(x) = \sqrt{\sin x + a} \text{ בנקודה שבה } y = 1 \text{ בתחום } \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ הוא } \frac{\sqrt{3}}{4}$$

מצא את ערך הפרמטר a .

11. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות בתחום הנתון:

$$\text{א. } f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos 2x} \quad [0, 2\pi] \quad \text{ב. } f(x) = \frac{1}{\sin x - \cos x} \quad [-\pi, \pi]$$

$$\text{ג. } f(x) = \tan x \quad [0, 2\pi]$$

12. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \sin x + \cos x \quad [0, 2\pi]$$

13. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x \quad [0, 2\pi]$$

14. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 1} \quad [0, 2\pi]$$

15. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \frac{1}{5}\sin^5 x - \frac{1}{3}\sin^3 x - 2\sin x \quad \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$$

16. לפונקציה $f(x) = a\sin x + b\sin^3 x$ יש נקודת קיצון ששיעוריה $\left(\frac{7\pi}{6}, -1\right)$. מצא את ערכי

הפרמטרים a ו- b .

17. מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \frac{1}{\sin 3x} \quad [0, \pi]$$

18. מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x} \quad [0, \pi]$$

19. מצא את האסימפטוטות האנכיות לפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \tan x \quad [-\pi, \pi]$$

20. מצא את נקודות הפיתול ותחומי הקעירות של הפונקציה הבאה בתחום הנתון:

$$f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x \quad [0, 2\pi]$$

21. נתונה הפונקציה $f(x) = x + 2 \cos x$ בתחום $[0, 2\pi]$. חקור את הפונקציה על פי

הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
ה. אסימפטוטות. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה. ח. שרטוט.

22. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$ בתחום $[0, \pi]$. חקור את הפונקציה על פי

הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות. ו. שרטוט.

23. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$

א. מצא בתחום $[0, \pi]$ את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה ואת נקודות הקיצון שלה.

ב. הוכח שהפונקציה זוגית.

ג. שרטט את הפונקציה בתחום $[-\pi, \pi]$.

24. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x - 3 \tan x$ בתחום $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$. חקור את הפונקציה על פי

הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
ה. אסימפטוטות. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה. ח. שרטוט.

25. נתונה הפונקציה $f(x) = \tan(x^2 - 4x)$ בתחום $[0, 4]$. חקור את הפונקציה על פי

הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. שרטוט.

26. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\mathbf{R.} \int \left(\sin x - 3 \cos x + \frac{4}{\cos^2 x} + 5 \right) dx = \mathbf{1.} \int \left(\cos 3x - 2 \sin 4x + \frac{4}{\cos^2 3x} \right) dx = \mathbf{1.}$$

$$\int \left(\sin(\pi - x) + \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) dx =$$

27. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\mathbf{R.} \int (2 \sin x \cos x) dx = \mathbf{1.} \int (\sin 3x \cos 3x) dx = \mathbf{1.} \int (\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \mathbf{7.} \int (\sin^2 x) dx =$$

28. חשב את האינטגרלים הבאים:

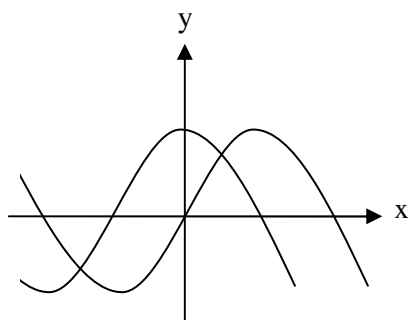
$$\mathbf{R.} \int \left(\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} \right) dx = \mathbf{1.} \int \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx = \mathbf{1.} \int (\cos x \sin^2 x) dx =$$

29. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = \cos x + 4 \sin 2x$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $\left(\frac{\pi}{6}, 1 \frac{1}{2} \right)$.

30. נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x) = -4 \sin 2x - \cos x$.

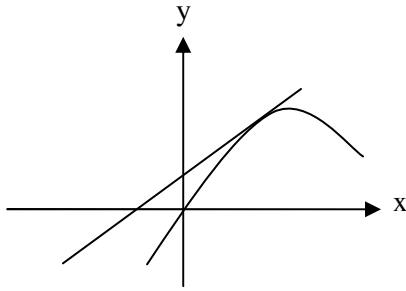
שיפוע הפונקציה בנקודה (π, π) הוא 3. מצא את הפונקציה.



31. נתונות הפונקציות: $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$

חשב את גודל השטח הכלוא בין

הפונקציות וציר ה-y ברביע הראשון.



32. נתונה הפונקציה: $f(x) = x + 2 \sin x$.

בתחום שבין ראשית הצירים לנקודת המקסימום

הראשונה מימינה העבירו לפונקציה משיק ששיפועו 1.

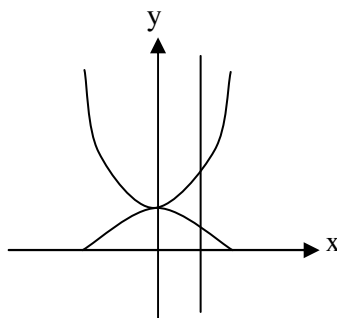
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x ברביעים

הראשון והשני.

33. נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cos x + b \sin x$. הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה

שבה $x = \frac{\pi}{4}$ והיא חיובית בתחום $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. גודל השטח הכלוא מתחת לפונקציה

בתחום $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ הוא $2\sqrt{2} - 2$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

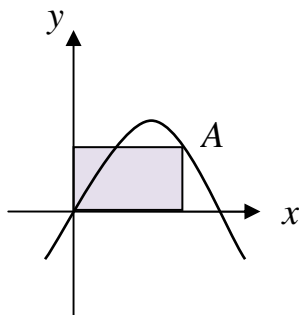


34. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{\cos x}$, $g(x) = \sqrt{\cos x}$.

השטח הכלוא בין הפונקציות והישר $x = \frac{\pi}{6}$

מסתובב סביב ציר ה- x .

חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

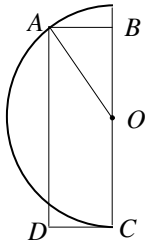


35. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin 2x$. מנקודה A שעל הפונקציה

בתחום $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ הורידו אנכים לצירי השיעורים כך שנוצר

מלבן כמתואר בשרטוט. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A

כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?



36. נתון חצי מעגל שמרכזו O ורדיוסו R ונתון מלבן $ABCD$, שקודקוד A שלו מונח על היקף המעגל, הצלע BC שלו מונחת על קוטר המעגל והצלע CD שלו משיקה למעגל. מצא מה צריך להיות גודל הזווית $\angle AOB$ כדי שעשטח המלבן יהיה מקסימלי.

37. נתונה הפונקציה: $f(x) = b \sin x - \sin x + \frac{1}{b-1} \cos x$ ($1 < b$)

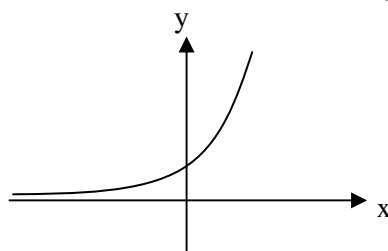
הפונקציה חיובית בתחום $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. מצא עבור איזה ערך של b השטח הכלוא בין הפונקציה,

הישר $x = \frac{\pi}{2}$ והצירים מינימלי.

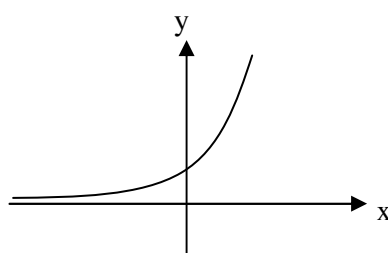
6.8 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות

הפונקציה המעריכית

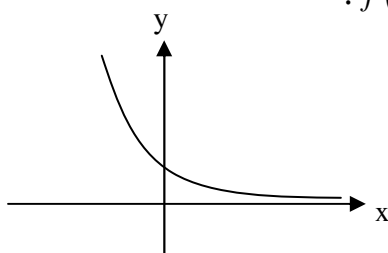
הפונקציה $f(x) = e^x$:



הפונקציה $f(x) = a^x$:



הפונקציה $f(x) = e^{-x}$:



נגזרת הפונקציה המעריכית

$$y = e^x \longrightarrow y' = e^x$$

$$y = a^x \longrightarrow y' = a^x \ln a$$

אינטגרלים

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

לפניך מבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע, ידע מקדים, הכרת הפונקציה המעריכית, חוקי הגזירה של פונקציה מעריכית
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5	תרגיל 4	
סרטון 6		שיפוע של פונקציה מעריכית
סרטון 7	תרגיל 5	
סרטון 8	תרגיל 6	
סרטון 9	תרגיל 7	
סרטון 10	תרגיל 8	
סרטון 11	תרגיל 9	
סרטון 12	תרגיל 10	
סרטון 13	תרגיל 11	
סרטון 14	תרגיל 12	
סרטון 15	תרגיל 13	
סרטון 16	תרגיל 14	
סרטון 17		אסימפטוטות של פונקציות מעריכיות
סרטון 18	תרגיל 15	
סרטון 19	תרגיל 16	
סרטון 20	תרגיל 17	
סרטון 21	תרגיל 18	
סרטון 22	תרגיל 19	
סרטון 23	תרגיל 20	
סרטון 24	תרגיל 21	
סרטון 25	תרגיל 22	
סרטון 26	תרגיל 23	
סרטון 27	תרגיל 24	
סרטון 28	תרגיל 25	
סרטון 29	תרגיל 26	
סרטון 30	תרגיל 27	
סרטון 31	תרגיל 27	
סרטון 32	תרגיל 28	
סרטון 33	תרגיל 29	
סרטון 34	תרגיל 30	
סרטון 35	תרגיל 30	
סרטון 36		אינטרגלים של פונקציות מעריכיות
סרטון 37	תרגיל 31	
סרטון 38	תרגיל 32	
סרטון 39	תרגיל 33	
סרטון 40	תרגיל 34	
סרטון 41	תרגיל 35	
סרטון 42	תרגיל 36	
סרטון 43	תרגיל 37	
סרטון 44	תרגיל 38	
סרטון 45	תרגיל 39	

תרגילים

1. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 3e^x + e^{2x} + e^{-x} + 2x + 1$ ב. $f(x) = e^{x^2-3x} + ex$ ג. $f(x) = e^{\sin x}$ ד. $f(x) = 2^{3x}$ ה. $f(x) = 3^{x^2} + 4^{-x}$

2. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = x \cdot e^x$ ב. $f(x) = x^2 \cdot e^{4x}$ ג. $f(x) = (x+1) \cdot 2^x$

3. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ ב. $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ ג. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

4. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 5(e^{2x} - 1)^3$ ב. $f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}$ ג. $f(x) = \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^x + 1}}$

5. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^x$ בנקודה $A(1, e)$.

6. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^{2x} + xe^{-x}$ בנקודה שבה $x = 0$.

7. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = (e+1)e^x - e^{2x}$ בנקודות החיתוך של

הפונקציה עם הישר $y = e$.

8. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = a \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-b}$ בנקודה $(1, 15)$ הוא $21 \ln 3$. מצא את

ערכי הפרמטרים a ו- b .

9. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \frac{2x-1}{e^x}$ ב. $f(x) = \frac{3}{e^x - 1}$ ג. $f(x) = \frac{x+1}{e^x - 5}$

ד. $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 3e^x + 2}$ ה. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ו. $f(x) = \frac{\sqrt{e^x - 1}}{5x - 2}$

ז. $f(x) = \sqrt{e^{2x} - 4e^x + 3}$

10. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 e^x$

11. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$

12. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{e^{\sqrt{x-2}}}$

13. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 9}{e^x}$

הפונקציה משיקה לציר ה- x בנקודה שבה $x = 1.5$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת

נקודות הקיצון של הפונקציה.

14. נתונה הפונקציה: $f(x) = 8^x + p \cdot 2^x + q$

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(\log_2 3, -19)$. מצא את ערכי הפרמטרים p ו- q .

15. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + e^x$

16. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}}$

17. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x + 5}{e^x - 1}$

18. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 5}$

19. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

20. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^{2x} - 5e^x + 6}$

21. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$

22. מצא את האסימפטומות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^3 - 1}{e^x}$

23. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x-1}{e^{3x}-e}$

24. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = (x-3)e^x$

25. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

26. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+a}{be^x}$

לפונקציה יש נקודת פיתול בנקודה $\left(1, \frac{2}{e}\right)$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת נקודת

הפיתול השנייה של הפונקציה.

27. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x + 10$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
ה. אסימפטוטות. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה. ח. שרטוט.

28. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות. ו. שרטוט. ז. סמן על גבי השרטוט את ערכי ה- x של נקודות הפיתול.

29. נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\frac{x}{x^2+1}}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות. ו. שרטוט. ז. עבור אילו ערכי m יש למשוואה $f(x) = m$ בדיוק פתרון אחד?

30. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות. ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה. ח. שרטוט.

31. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int (5e^x - e^{3x} + e^{-x} + 1) dx = \text{ב. } \int (3^x + 5^{2x}) dx = \text{ג. } \int 6\sqrt{e^{4x-1}} dx =$$

$$\text{ד. } \int (e^x + e^{-x})^2 dx =$$

32. חשב את האינטגרלים הבאים:

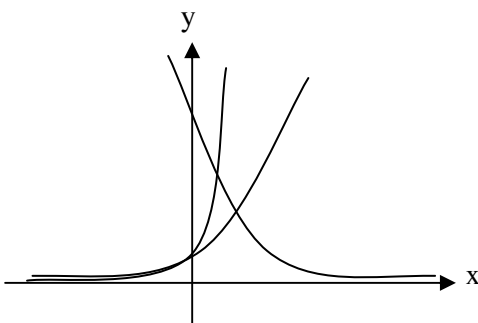
$$\text{א. } \int \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1} dx = \text{ב. } \int \frac{3e^{3x} - 5e^{2x} + 4e^x - 2}{e^x - 1} dx =$$

33. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \left(\frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} \right) dx = \text{ב. } \int \left(\frac{3 - e^x}{(e^x - 3x)^2} \right) dx = \text{ג. } \int (xe^{x^2}) dx =$$

$$34. \text{ נתונה נגזרת של פונקציה: } f'(x) = 6x^2 e^{x^3} - \frac{1}{x^2}.$$

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $\left(-1, \frac{2}{e}\right)$.



$$35. \text{ נתונות הפונקציות: } f(x) = e^x, g(x) = e^{3x}, h(x) = 16e^{-x}.$$

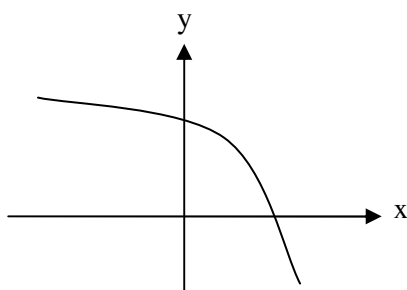
חשב את גודל השטח הכלוא בין שלוש הפונקציות.

$$36. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = 5 - e^x.$$

העבירו לפונקציה משיק ששיפועו $-e$. חשב את גודל

השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x .

ניתן להשאיר e ו- $\ln$ בתשובה.



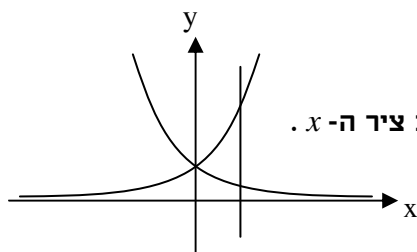
37. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{bx}$ ($0 < b$).

גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק לפונקציה העובר בראשית הצירים וציר ה- y

הוא $\frac{e-2}{4}$. מצא את ערכו של הפרמטר b .

38. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$.

השטח הכלוא בין הפונקציות והישר $x = \ln 2$ מסתובב סביב ציר ה- x .



חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

39. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$, $g(x) = e^{-x}$.

מנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ ברביע הראשון הורידו אנך לשני הצירים. המשך

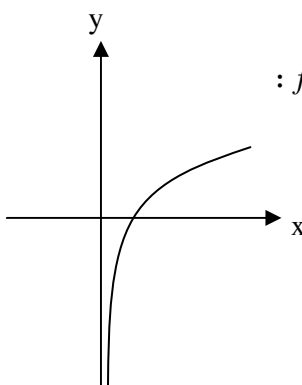
האנך לציר ה- y חותך את הפונקציה $f(x)$ ומנקודת החיתוך יורד אנך נוסף לציר ה- x כך

שנוצר מלבן. הוכח כי שטחו המקסימלי של מלבן כזה הוא $\frac{3}{e}$.

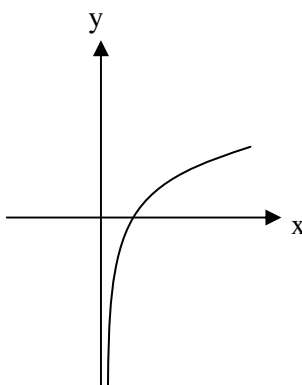
6.9 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות לוגריתמיות

הפונקציה הלוגריתמית

הפונקציה $f(x) = \ln x$:



הפונקציה $f(x) = \log_a x$:



נגזרת הפונקציה הלוגריתמית

$$y = \ln x \quad \longrightarrow \quad y' = \frac{1}{x}$$

$$y = \log_a x \quad \longrightarrow \quad y' = \frac{1}{x \ln a}$$

אינטגרלים

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

לפניך מבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע, ידע מקדים, הכרת הפונקציה הלוגריתמית, חוקי הגזירה של פונקציה לוגריתמית
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5		שיפוע הפונקציה הלוגריתמית והמשק לה
סרטון 6	תרגיל 4	
סרטון 7	תרגיל 5	
סרטון 8	תרגיל 6	
סרטון 9	תרגיל 7	
סרטון 10	תרגיל 8	
סרטון 11	תרגיל 9	
סרטון 12	תרגיל 10	
סרטון 13		אסימפטוטות לפונקציה לוגריתמית
סרטון 14	תרגיל 11	
סרטון 15	תרגיל 12	
סרטון 16	תרגיל 13	
סרטון 17	תרגיל 14	
סרטון 18	תרגיל 15	
סרטון 19	תרגיל 16	
סרטון 20	תרגיל 17	
סרטון 21	תרגיל 18	
סרטון 22	תרגיל 19	
סרטון 23	תרגיל 20	
סרטון 24	תרגיל 20	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 25	תרגיל 21	
סרטון 26		אינטגרלים לוגריתמיים
סרטון 27	תרגיל 22	
סרטון 28	תרגיל 23	
סרטון 29	תרגיל 24	
סרטון 30	תרגיל 25	
סרטון 31	תרגיל 26	
סרטון 32	תרגיל 27	
סרטון 33	תרגיל 28	
סרטון 34	תרגיל 29	
סרטון 35	תרגיל 30	
סרטון 36	תרגיל 31	

תרגילים

1. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = 3 \ln x + 4 \ln(x+2) - \ln(5x-1) \quad \text{ב. } f(x) = \ln(x^2 - 3x)$$

$$\text{ג. } f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \quad \text{ד. } f(x) = \ln(e^x + 1)$$

$$\text{ה. } f(x) = \ln(\cos x) \quad \text{ו. } f(x) = \log_2(x) + 5 \log_3(2x-1)$$

2. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = x \ln x \quad \text{ב. } f(x) = (3x+1)^2 \cdot \ln x \quad \text{ג. } f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad \text{ד. } f(x) = \frac{\ln x - 2}{\ln x + 2}$$

$$\text{ה. } f(x) = \sqrt{\ln x + x}$$

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \ln^3 x \quad \text{ב. } f(x) = 3 \ln^2 x \quad \text{ג. } f(x) = x^2 \ln^2 x \quad \text{ד. } f(x) = \frac{\ln^2 x + 1}{(\ln x + 1)^2}$$

4. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \ln x$ בנקודה $A(e, 1)$.

5. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{\ln^2 x + a}{\ln x + b}$ בנקודה $\left(\frac{1}{e}, -1\right)$ הוא $\frac{e}{3}$.

מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

6. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \ln x \quad \text{ב. } f(x) = \ln(x^2) \quad \text{ג. } f(x) = \log_3(x^2 - 8x - 20)$$

$$\text{ד. } f(x) = \ln(e^x - 4) \quad \text{ה. } f(x) = \frac{x-1}{\ln x - 1} \quad \text{ו. } f(x) = \frac{1}{\ln^2 x - 2 \ln x - 3}$$

$$\text{ז. } f(x) = \sqrt{\ln x - 1}$$

7. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 \ln x$

8. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{2 \ln x - 1}}{x}$

9. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \log_4^2 x - \log_2 x$

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a \ln^2 x + b \ln x}{(\ln x + 1)^2}$. הנקודה $\left(\sqrt[3]{e}, -\frac{1}{8}\right)$ היא נקודת קיצון

של הפונקציה. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

11. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \ln(x-3)$

12. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{1}{\ln x - 1}$

13. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{2 \ln x - 1}{\ln x + 1}$

14. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\ln x - 2}{\ln^2 x - 4}$

15. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

16. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\ln^2 x + 1}$

17. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = x \ln x + 2$

18. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. מצא את נקודת הפיתול של הפונקציה.

19. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \ln^2 x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות (אם ישנן). ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. ח. שרטוט.

20. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\ln x - 1}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות (אם ישנן). ו. נקודות פיתול. ז. תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. ח. שרמוט. ט. עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את הפונקציה בשתי נקודות?

21. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4^2 x - \log_2 x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות. ו. שרמוט.

22. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1} - \frac{4}{3x-1} \right) dx = \text{ב. } \int \frac{x^2 + 3x - 4}{x} dx = \text{ג. } \int \frac{x+3}{x^2-9} dx =$$

23. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{x^2 + 3x + 5}{x+1} dx = \text{ב. } \int \frac{x^3 - x^2 + 5x - 6}{x-2} dx = \text{ג. } \int \frac{x^4 + 3}{x+1} dx =$$

24. חשב את האינטגרלים הבאים:

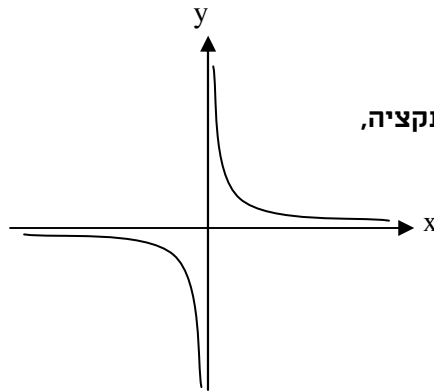
$$\text{א. } \int \frac{2x}{x^2-3} dx = \text{ב. } \int \frac{x-1}{x^2-2x} dx = \text{ג. } \int \frac{e^x}{e^x+5} dx = \text{ד. } \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx =$$

$$\text{ה. } \int \frac{\cos x}{\sin x} dx =$$

25. נתונה נגזרת שנייה של פונקציה: $f''(x) = 6x - \frac{1}{x^2}$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(1, -2)$ וששיפועה בנקודה זו הוא 3.

26. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x}$



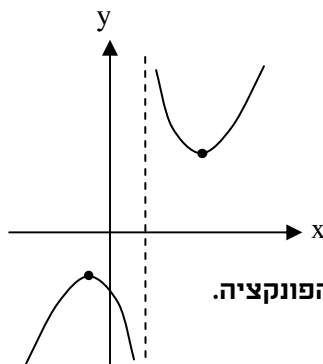
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,

הישרים $x = -1$

ו- $x = -4$ וציר ה- x .

ניתן להשאיר $\ln$ בתשובה.

27. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$



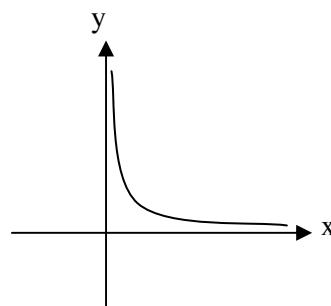
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,

המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x = 2$

ואנך לציר ה- x העובר בנקודת המינימום של הפונקציה.

ניתן להשאיר $\ln$ בתשובה.

28. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$



השטח הכלוא בין הפונקציה, הישרים $x = 1$

ו- $x = 3$ וציר ה- x מסתובב סביב ציר

ה- x . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

ניתן להשאיר $\ln$ בתשובה.

29. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$.

השטח הכלוא בין הפונקציה, הצירים והישר $x = \ln \sqrt{3}$ מסתובב סביב

ציר ה- x . חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

30. מצא על הפונקציה: $f(x) = \sqrt{2 \ln x + 1}$ את הנקודה הקרובה ביותר לנקודה $(2.5, 1)$.

31. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

השטח הכלוא בין הפונקציה, הישרים $x = a$ ו- $x = a + 3$ ($0 < a$) וציר

ה- x מסתובב סביב ציר ה- x .

חשב את נפח גוף הסיבוב המינימלי שנוצר באופן זה.

פרק 7 – משוואות מעריכיות ולוגריתמיות:

7.1 – חוקי חזקות ומשוואות מעריכיות:

חוקי חזקות

$$1. \quad a^0 = 1$$

$$2. \quad a^1 = a$$

$$3. \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$4. \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$5. \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$6. \quad a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$7. \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$8. \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$9. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

חוקי השורשים

$$1. \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$2. \quad \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$$

$$3. \quad \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$4. \quad \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$$

$$5. \quad \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

$$6. \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		חוקי החזקות
סרטון 2	תרגילים 1,2,3,4	
סרטון 3	תרגילים 5,6	
סרטון 4	תרגילים 7,8	
סרטון 5		חוקי שורשים
סרטון 6	תרגיל 9	
סרטון 7	תרגיל 10	הכנסה לתוך שורש
סרטון 8	תרגיל 11	הוצאה משורש
סרטון 9	תרגילים 12,13	מהי משוואה מעריכית, כיצד פותרים משוואה מעריכית שבה יש שוויון בסיסים
סרטון 10	תרגיל 14	
סרטון 11	תרגיל 15	
סרטון 12	תרגיל 16	
סרטון 13	תרגילים 17,18	משוואות מעריכיות בהן הבסיסים שונים והמעריכים שווים
סרטון 14	תרגיל 19	הכרות עם לאונרד אוילר והבסיס e
סרטון 15	תרגילים 20,21	משוואות מעריכיות עם חיבור וחסור ("שימת נסמן")
סרטון 16	תרגילים 22,23	
סרטון 17	תרגיל 24	
סרטון 18	תרגיל 25	
סרטון 19	תרגילים 26,27	
סרטון 20	תרגילים 28,29	
סרטון 21	תרגילים 30,31	
סרטון 22	תרגיל 32	

תרגילים:

1. $\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^4 \cdot 2^5} =$

2. $\frac{9^3 \cdot 27^2}{3^9 \cdot 81} =$

3. $\frac{10^9 \cdot 25^5 \cdot 8^{-1}}{40^3 \cdot 125^5} =$

4. $2^3 + 2^5 =$

5. $\frac{(2a^2b)^3 \cdot (ab^{-3})^2}{4ab^{-2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^4} =$

6. $\frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}} =$

7. $\frac{4^{b+3}}{4^{b+1} + 4^{b+2}} =$

8. $\frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^{n+3} + x^{n+5}}{x^{n+2}} =$

9. $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}} =$

10. הכנס לשורש:

א. $3\sqrt{2} =$ ב. $5\sqrt{3} =$ ג. $\frac{\sqrt{36}}{2} =$ ד. $2\sqrt[3]{3} =$ ה. $x\sqrt{x} =$

11. הוצא מהשורש כמה שיותר:

א. $\sqrt{12} =$ ב. $\sqrt{48} =$ ג. $\sqrt{63} =$ ד. $\sqrt[3]{54} =$ ה. $\sqrt{x^5} =$

12. $3^{5x-3} = 3^{3x+7}$

13. $2^{2x} = 32 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x$

14. $(25 \cdot 0.2^{2x})^2 = \left(\frac{1}{125}\right)^{1-x}$

15. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{16}\right)^{7+x}$

16. $\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 9\sqrt{3}$

17. $3^x = 5^x$

18. $5^{3-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)^{\frac{2x}{3}-2}$

$$19. e^x \cdot \sqrt{e^{3x-1}} = \left(\frac{1}{e^x}\right)^{1-3x}$$

$$20. 2^x + 2^x = 16$$

$$21. e^x + 2e^x = 3e^4$$

$$22. 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162$$

$$23. 2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227$$

$$24. 5^{-x} + 25^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - 5^{-x-1} = 145$$

$$25. e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1$$

$$26. 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$27. 5 \cdot 25^x - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$28. 6^x - 4 \cdot 6^{-x} + 3 = 0$$

$$29. \left(\frac{4}{9}\right)^x - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1} = -\frac{2}{3}$$

$$30. \frac{20}{9^x + 1} = 3 - \frac{8}{9^x - 1}$$

$$31. e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

$$32. e^{1+x} + e^{1-x} = e^2 + 1$$

7.2 – משוואות לוגריתמיות:

הגדרת הלוג: $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$ ת.ה.1: $a, b > 0, a \neq 1$

חוקי הלוגריתמים

1. $\log_a a = 1$
2. $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
4. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$
5. $\log_a b^n = n \log_a b$
6. $a^{\log_a x} = x$
7. $\log_a b = \frac{\log_m b}{\log_m a}$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		הגדרת הלוג, תחום הגדרה של לוג – חלק א'
סרטון 2		הגדרת הלוג, תחום הגדרה של לוג – חלק ב'
סרטון 3	תרגיל 1	
סרטון 4		הכרות עם $\ln$
סרטון 5	תרגיל 2	
סרטון 6	תרגיל 3	
סרטון 7		חוקי הלוגריתמים (חוקים 1-5 לפי המספור בסיכום)
סרטון 8	תרגיל 4	
סרטון 9	תרגיל 5	
סרטון 10	תרגיל 6	
סרטון 11	תרגיל 7	חוק לוגריתמים מספר 6
סרטון 12		חוק לוגריתמים מספר 7 (שינוי בסיס)
סרטון 13	תרגיל 8	
סרטון 14		מהן משוואות לוגריתמיות
סרטון 15	תרגילים 9,10	
סרטון 16	תרגילים 11,12,13	
סרטון 17	תרגילים 14,15	
סרטון 18	תרגילים 16,17	
סרטון 19	תרגיל 18	

	19,20 תרגילים	סרטון 20
	21 תרגיל	סרטון 21
	22,23 תרגיל	סרטון 22
	24 תרגיל	סרטון 23
	25 תרגיל	סרטון 24
	26 תרגיל	סרטון 25
	27 תרגיל	סרטון 26

תרגילים:

1. חשב ללא מחשבון:

$$\text{א. } \log_2 32 = \text{ב. } \log 1000 = \text{ג. } \log_{25} 5 = \text{ד. } \log_8 4 =$$

$$\text{ה. } \log_4 \frac{1}{16} = \text{ו. } \log_a a^4 = \text{ז. } \log_a \frac{1}{a\sqrt{a}} =$$

2. חשב ללא מחשבון:

$$\text{א. } \ln e^2 = \text{ב. } \ln \frac{1}{e^4} = \text{ג. } \ln \frac{1}{e\sqrt{e}} =$$

3. מצא את ערכו של x :

$$\text{א. } \log_{36} 6 = x \quad \text{ב. } \log_2 x = 16 \quad \text{ג. } \log_{\frac{1}{9}} x = -1.5 \quad \text{ד. } \log_x 64 = 3$$

$$\text{ה. } \log_x 25 = 2 \quad \text{ו. } \log_x (3x+4) = 2 \quad \text{ז. } \ln x = 2 \quad \text{ח. } \ln x = -\frac{1}{2}$$

4. חשב ללא מחשבון:

$$\text{א. } \log_6 8 + \log_6 9 - \log_6 2 = \text{ב. } 2 \log 2 + \log 25 = \text{ג. } \frac{\log_3 2 + \log_3 4}{3 \log_3 6 - (2 + \log_3 12)} =$$

5. נתון: $\log_3 2 = a$. הבע באמצעות a :

$$\text{א. } \log_3 16 = \text{ב. } \log_3 6 = \text{ג. } \log_3 24 = \text{ד. } \log_3 1.5 =$$

6. נתון: $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. הבע באמצעות a ו- b :

$$\text{א. } \log_2 45 = \text{ב. } \log_2 60 = \text{ג. } \log_2 \sqrt{7.5} =$$

7. חשב ללא מחשבון:

$$\text{א. } 6^{\log_6 8} = \text{ב. } 4^{\log_2 5} = \text{ג. } e^{\ln 3} = \text{ד. } e^{2 \ln 3} =$$

8. נתון: $\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$. הבע באמצעות a ו- b :

$$\mathbf{8.} \log_3 50 = \mathbf{9.} \log_2 \sqrt{30} = \mathbf{10.} \log_5 22.5 =$$

$$\mathbf{9.} \log_x (x^2 + 6x) = 3$$

$$\mathbf{10.} \log_3 (\log_x (x^2 + 6x)) = 1$$

$$\mathbf{11.} \log_5 (\log_2 (x^2 - 7)) = 0$$

$$\mathbf{12.} \log_5 (25^x - 20) = x$$

$$\mathbf{13.} \ln \left(e^{2x} - \frac{1}{2} \right) + \ln 2 = x$$

$$\mathbf{14.} \log_5 (4x - 3) = \log_5 7$$

$$\mathbf{15.} 2 \log_2 (2x - 2) - \log_2 (16 - x) = \log_2 (x - 1) + 1$$

$$\mathbf{16.} \log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$$

$$\mathbf{17.} 3 \ln^2 x + \ln x = 2$$

$$\mathbf{18.} \log_4 x + \log_x 4 = 2 \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{19.} \log x \cdot \log (10x) = 2$$

$$\mathbf{20.} \ln (e^2 x^3) \cdot \ln \frac{1}{x} = \ln (ex^2)$$

$$\mathbf{21.} x^{\log_3 x} = 81$$

$$\mathbf{22.} x^{\log_5 x} = \frac{25}{x}$$

$$\mathbf{23.} x^{\ln x} = e^6 x$$

24. פתור את המשוואות הבאות:

$$\text{א. } 2^x = 5 \quad \text{ב. } 5^x = 8 \quad \text{ג. } e^x = 2 \quad \text{ד. } e^x = \frac{1}{2} \quad \text{ה. } e^x = -1$$

$$25. x^{\frac{\log_2 x - 6}{4}} = \frac{4}{x}$$

$$26. \frac{\log_{5-x}(x+1)}{\log_{5-x}(x-1)} - 1 = \frac{1}{\log_{5-x}(x-1)}$$

$$27. \left(\frac{1}{x}\right)^{2-3\ln x} = \frac{1}{e} \cdot x^{1+\ln x}$$

פרק 8 - בעיות גידול ודעיכה

$$M_t = M_0 \cdot q^t$$

כאשר הגידול/הדעיכה נתונים באחוזים: $q = \frac{100 \pm p}{100}$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1	תרגיל 1	מהו גידול מעריכי ומהי דעיכה מעריכית, כיצד פותרים בעיית גידול ודעיכה
סרטון 2	תרגיל 2	
סרטון 3	תרגיל 3	
סרטון 4	תרגיל 4	
סרטון 5	תרגיל 5	
סרטון 6	תרגיל 6	
סרטון 7	תרגיל 7	
סרטון 8	תרגיל 8	
סרטון 9	תרגיל 9	כיצד מחשבים את t
סרטון 10	תרגיל 10	
סרטון 11	תרגיל 11	
סרטון 12	תרגיל 12	זמן מחצית חיים
סרטון 13	תרגיל 13	
סרטון 14	תרגיל 14	
סרטון 15	תרגיל 15	
סרטון 16	תרגיל 16	
סרטון 17	תרגיל 17	בעיות קיצון
סרטון 18	תרגיל 18	

תרגילים:

1. אדם הפקיד 1000 ₪ בתוכנית חיסכון המעניקה ריבית של 10% בשנה. כמה כסף יהיה ברשותו:
א. לאחר שנה.
ב. לאחר שנתיים.
ג. לאחר שלוש שנים.
ד. לאחר 12 שנה.
2. מספר התושבים בהרצליה בשנת 1990 היה 80,000. אחוז הגידול באוכלוסיית העיר הוא 3% בשנה. מה היה מספר התושבים בהרצליה בשנת 1998?
3. מספר החסידות המגיעות כל שנה לאגם החולה יורד בצורה מעריכית בקצב של 2.4% בשנה. אם מספר החסידות שהגיעו השנה היה 6000, מה יהיה מספר החסידות שגיעו עוד 7 שנים?
4. מספר הזכרות במזנויה גדל בצורה מעריכית בקצב של 1.6% בשנה. כיום יש במזנויה 45,000 זכרות. כמה זכרות היו במזנויה לפני 16 שנים?
5. מספר הלידות בבית החולים "איכילוב" גדל בצורה מעריכית. לפני 8 שנים היו ב"איכילוב" 500 לידות בחודש והשנה יש 600 לידות בחודש. מהו אחוז הגידול במספר הלידות החודשי משנה לשנה ב"איכילוב"?
6. מספר התושבים ביפן גדל ב-20 השנה האחרונות פי 2. מה אחוז הגידול השנתי באוכלוסיית יפן?
7. מספר החיידקים במבחנה גדל בצורה מעריכית. אם לפני 6 שעות היו במבחנה 200 חיידקים ועכשיו יש בה 500 חיידקים, כמה חיידקים יהיו בה בעוד 4 שעות?
8. בנק א' נותן ריבית של 3% כל שנתיים בתוכנית חיסכון מסוימת. בנק ב' נותן ריבית של 4.5% כל 3 שנים בתוכנית חיסכון אחרת. אדם מתכוון להפקיד סכום כסף מסוים לתקופה של 18 שנה. באיזה בנק כדאי לו להשקיע את כספו?
9. הריבית על תוכנית חיסכון בבנק מסוים היא 2.4% בשנה. אדם הפקיד בתוכנית החיסכון 12,000 ₪. תוך כמה שנים יהיו ברשותו 15,000 ₪?
10. אוכלוסיית הדובים בקומב הצפוני מכפילה את עצמה כל 18 שנה. אם היום יש בקומב הצפוני 6,000 דובים, בעוד כמה שנים יהיו 8,000 דובים?
11. חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 60% ממשקלו?
12. חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 50% ממשקלו?
13. זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי הוא 16 ימים. תוך כמה ימים יאבד שליש ממשקלו?
14. בשעה 08:00 נלקחו שני חומרים רדיואקטיביים. מחומר א' נלקחו 150 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 10 שעות. מחומר ב' נלקחו 117.4 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 18 שעות. באיזו שעה מעקל החומרים יהיה זהה?

15. נתונות שתי תרבויות חיידקים, שכל אחת גדלה בצורה מעריכית. בשעה מסוימת בתרבות א' היו 4,000 חיידקים ובתרבות ב' היו 500 חיידקים. נסמן:

t_1 - הזמן שחלף עד שבתרבות א' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבות ב'.

t_2 - הזמן שחלף עד שבתרבות ב' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבות א'.

חשב את היחס $\frac{t_1}{t_2}$.

16. מספר החיידקים בתרבות גדל ב- $p\%$ בכל שעה. בשעה מסוימת מספר החיידקים היה m . כעבור t שעות הוציאו m חיידקים מהתרבות וכעבור עוד t שעות היו $6m$ חיידקים בתרבות. הבע את t באמצעות p .

17. נתונה הפונקציה: $f(x) = 700 \cdot 1.08^x - 200x$. מצא את ערך ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

18. נתונות שתי בריכות דגים. בבריכה א' קצב הריבוי של מספר הדגים הוא 10% בחודש ובבריכה ב' הוא 20% בחודש. כמות הדגים בבריכה א' גדולה פי 5 מכמות הדגים בבריכה ב'. בעוד כמה חודשים לערך ההפרש בין כמות הדגים בבריכה א' לכמות הדגים בבריכה ב' יהיה מקסימלי?

פרק 9 – גיאומטריה אנליטית:

9.1 - נקודה וישר

המרחק בין שתי נקודות: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

אמצע קטע בין שתי נקודות: $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

שיפוע בין שתי נקודות: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר: $y = mx + n$ (m הוא שיפוע הישר, n הוא ערך ה- y של נקודת החיתוך של

הישר עם ציר ה- y)

ישרים מקבילים מקיימים: $m_1 = m_2$, $n_1 \neq n_2$

ישרים חותכים מקיימים: $m_1 \neq m_2$

ישרים מתלכדים מקיימים: $m_1 = m_2$, $n_1 = n_2$

שיפועי ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$

נוסחה למציאת משוואת ישר: $y - y_1 = m(x - x_1)$

הקשר בין שיפוע ישר לזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x : $m = \tan \alpha$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע היסטורי, מיקום נקודות על מערכת צירים, רביעים
סרטון 2		אמצע קטע בין שתי נקודות – הסבר ונוסחה
סרטון 3	תרגיל 1	
סרטון 4		מרחק בין שתי נקודות – הסבר ונוסחה
סרטון 5	תרגיל 2	
סרטון 6		שיפוע בין שתי נקודות – הסבר ודוגמאות
סרטון 7		משמעות מושג השיפוע בין שתי נקודות
סרטון 8		שיפועי קטעים המקבילים לצירים
סרטון 9		משוואת הישר $y = mx + n$ - חלק א'
סרטון 10		משוואת הישר $y = mx + n$ - חלק ב': המשמעות של m ו- n , מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, שרטוט ישר על מערכת צירים
סרטון 11		איך יודעים אם הנקודה נמצאת על ישר
סרטון 12		מציאת נקודת החיתוך בין שני ישרים
סרטון 13		מצב הדדי בין ישרים, תכונות, שיפועי ישרים מאונכים
סרטון 14	תרגיל 3	
סרטון 15	תרגיל 4	

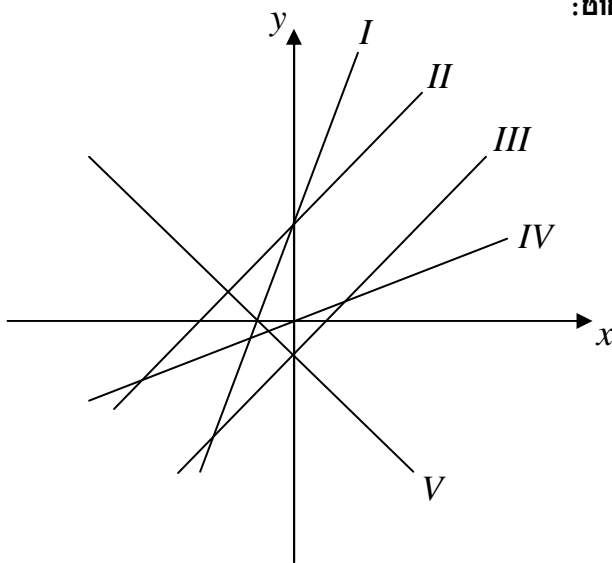
סרטון 16		ישרים שמקבילים לצירים
סרטון 17		הנוסחה למציאת משוואת ישר $y - y_1 = m(x - x_1)$
סרטון 18	תרגיל 5	
סרטון 19		הנוסחה $m = \tan \alpha$ וההסבר כיצד הגיעו אליה
סרטון 20	תרגיל 6 א'	
סרטון 21	תרגיל 6 ב'	
סרטון 22	תרגיל 7	

תרגילים:

1. הנקודות $A(2, -7)$, $B(-10, 4)$ ו- $C(6, 11)$ הן שלושה קודקודים של מקבילית. מצא את שיעורי הקודקוד הרביעי.

2. נתונה נקודה B ברביע השלישי, ששיעור ה- y שלה גדול פי 3 משיעור ה- x שלה ומרחקה מהנקודה $A(-4, 1)$ הוא 5. מצא את שיעורי הנקודה B .

3. התאם בין משוואות הישרים הבאים לישרים בערמום:



- 1) $y = x + 3$
- 2) $y = -x - 1$
- 3) $y = 2x + 3$
- 4) $y = x - 1$
- 5) $y = \frac{1}{2}x$

4. במשולש $\triangle ABC$ נתונים שיעורי הקודקודים: $A(5, -1)$, $B(3, 7)$, $C(-5, 5)$.

הוכח שהמשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

5. נתון מעוין $ABCD$ שבו נתונים הקודקודים $A(-9, 1)$ ו- $B(5, -7)$.

משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא $x + 3y + 6 = 0$.

א. מצא את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD .

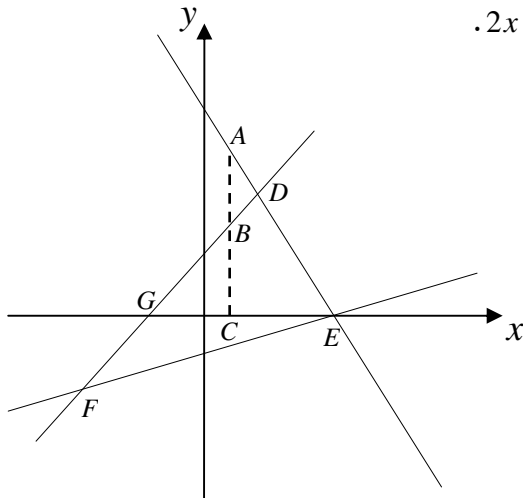
ב. מצא את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC .

6. שלוש המשוואות הבאות מייצגות את הישרים המופיעים בשרטוט:

$$2x + y - 8 = 0, \quad x - y + 2 = 0, \quad x - 4y - 4 = 0$$

א. חשב את שטח המשולש $\triangle DEF$.

ב. נתון: $BC = 3$. חשב את אורך הקטע AB .



7. BD הוא התיכון לצלע AC במשולש $\triangle ABC$ שבו נתון הקודקוד $A(-6,1)$. משוואת התיכון

$$BD \text{ היא } x - y = 1 \text{ ומשוואת הצלע } BC \text{ היא } 3x + 5y = 67.$$

מצא את שיעורי הקודקוד C .

9.2 – המעגל:

הגדרת המעגל:

המקום הגיאומטרי של כל הנקודות, הנמצאות במרחק קבוע מנקודה קבועה במישור נקרא מעגל.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \text{ מעגל: } R^2$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \text{ מעגל קנוני: } R^2$$

משיק למעגל: משוואת המשיק למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעליו

$$\text{היא: } (x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$$

מיתר המחבר שתי נקודות השקה: משוואת המיתר, המחבר את שתי נקודות ההשקה

של שני המשיקים למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ היוצאים מהנקודה $A(x_1, y_1)$ שמחוץ

$$\text{למעגל היא: } (x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$$

לפניך טבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר הטבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		הגדרת המעגל, משוואת המעגל, מעגל קנוני
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3	תרגיל 2	
סרטון 4	תרגיל 3	
סרטון 5	תרגיל 4	
סרטון 6	תרגיל 5	
סרטון 7	תרגיל 6	
סרטון 8		מעגל שמשיק לצירים
סרטון 9	תרגיל 7	
סרטון 10	תרגיל 8	
סרטון 11		משיק למעגל
סרטון 12	תרגיל 9	
סרטון 13	תרגיל 10	
סרטון 14	תרגיל 11	
סרטון 15	תרגיל 12	
סרטון 16		סיכום ביניים, ידע מקדים
סרטון 17	תרגיל 13	
סרטון 18	תרגיל 14 א-ג	השלמה לריבוע
סרטון 19	תרגיל 14 ד-ו	
סרטון 20	תרגיל 15	
סרטון 21	תרגיל 16	
סרטון 22	תרגיל 17	מעגל שמשיק לצירים
סרטון 23	תרגיל 18	
סרטון 24	תרגיל 19	משוואת המשיק למעגל
סרטון 25	תרגיל 20	
סרטון 26	תרגיל 21	

	22 תרגיל	27 סרטון
משוואת המיתר המחבר שתי נקודות השקה במעגל	23 תרגיל	28 סרטון
	24 תרגיל	29 סרטון
שני מעגלים: תכונות קטע מרכזים והמשיק המשותף לשני המעגלים		30 סרטון
	25 תרגיל	31 סרטון
	26 תרגיל	32 סרטון
	27 תרגיל	33 סרטון

תרגילים:

1. מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:

א. $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 49$

ב. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 10$

ג. $(x-m)^2 + (y+n)^2 = m^2 + n^2$

2. מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה $A(-4,5)$ ומרכזו בנקודה $O(2,-1)$.

3. מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה $A(11,2)$, רדיוסו 13 ומרכזו נמצא על

הישר $y = 2x - 1$.

4. מצא את משוואתו של מעגל שהנקודות $A(-2,3)$ ו- $B(4,-3)$ הן קצות הקוטר שלו.

5. מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו נמצא על הישר $x = 4$, רדיוסו 10 והוא חותך מציד

ה- x מיתר שאורכו 12.

6. מצא את משוואתו של המעגל החוסם משולש שקודקדיו הם:

$A(22,-24), B(-10,40), C(-30,28)$

7. מצא את משוואתו של מעגל המשיק לשני הצירים ורדיוסו 4.

8. מצא את משוואתו של מעגל שמשיק לציר ה- y ולישר $y = 6$ ומרכזו על הישר $y = 3x - 2$

ברביע הראשון.

9. מצא את משוואות המשיקים למעגל $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ בנקודות על המעגל

שבהן $y = 5$.

10. נתון מעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.

ב. העבירו קוטר במעגל, המאונך לציר ה- x . מצא את שטח המרובע הנוצר על ידי נקודות

החיתוך שמצאת בסעיף א' ונקודת החיתוך של הקוטר עם המעגל, הנמצאת ברביע הראשון.

11. נתון ישר שמשוואתו $y = 2x - 10$. הישר חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y

בנקודה B . בנקודה A מעבירים משיק למעגל שהקטע AB הוא קוטרו. המשיק חותך את

ציר ה- y בנקודה C . מצא את אורך הקטע BC .

12. נתון ישר שמשוואתו $y = x$. הישר חותך מעגל קנוני שמשוואתו $x^2 + y^2 = 32$ בשתי נקודות,

A ו- B , כאשר A ברביע הראשון. בנקודה A עובר מעגל נוסף, המשיק למעגל הקנוני ובעל אותו רדיוס. מצא את משוואת המעגל הנוסף ואת משוואת המשיק המשותף לשני המעגלים העובר בנקודה A .

13. במרפז שווה שוקיים $ABCD$ נתון כי הבסיס הגדול, DC , מונח על הישר $3x - y - 9 = 0$

והשוק AD מונחת על הישר $x + y - 3 = 0$. שיעורי קודקוד B הם $(3, -8)$.

מצא את משוואת המעגל החוסם את המרפז $ABCD$.

14. מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:

א. $x^2 + 10x + y^2 + 6y - 2 = 0$ ב. $x^2 - 2x + y^2 + 20y + 1 = 0$

ג. $x^2 - 8x + y^2 - 14y = 0$ ד. $x^2 + y^2 + 2y = 0$

ה. $x^2 + x + y^2 - 3\frac{3}{4} = 0$ ו. $x^2 - 2mx + y^2 + 6my + m^2 = 0$

15. משוואתו של מעגל היא $x^2 + y^2 - 6mx - 2(m+2)y + 4m + 4 = 0$.

מצא את ערכו של m אם ידוע שמרכז המעגל נמצא על הישר $y = 2x + 7$.

16. משוואתו של מעגל היא $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 48 = 0$.

מצא את אורכו של המיתר שחותך הישר $y = 2x - 4$ מהמעגל מבלי למצוא את נקודות הקצה של המיתר.

17. מצא משוואת מעגל העובר בנקודה $(1, 8)$ ומשיק לשני הצירים.

18. מצא את אורך המשיק למעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 37 = 0$ היוצא

מהנקודה $A(10, -3)$.

19. מצא את משוואת המשיק ואת משוואת הנורמל למעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$

בנקודה $A(5, -4)$.

20. מצא את נקודת החיתוך של המשיקים למעגל שמשוואתו $x^2 + (y-1)^2 = 5$ בנקודות שבהן

$$x = -1$$

21. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $(-2, 6)$ והוא עובר בראשית הצירים.

המעגל חותך את הצירים בשתי נקודות נוספות, A ו- B .

א. הוכח כי המשיקים למעגל בנקודות A ו- B מקבילים זה לזה.

ב. הוכח את סעיף א' מבלי למצוא את משוואות המשיקים או את שיפועיהם.

22. נתון המעגל $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$ והישר $y = 2x + m$. לאילו ערכים של הפרמטר m

הישר משיק למעגל ולאיילו ערכים של m הישר חותך את המעגל?

23. א. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$, המחבר את נקודות

ההשקה של המשיקים היוצאים מהנקודה $A(-3, 8)$.

ב. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו $x^2 + (y-1)^2 = 5$, המחבר את נקודות ההשקה

של המשיקים היוצאים מהנקודה $A(-5, 1)$.

24. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 16x + 48 = 0$ ונקודה P , שנמצאת על החלק החיצוני של

ציר ה- y . הישר המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים היוצאים למעגל מנקודה P חותך

את ציר ה- y בנקודה Q . נתון: $PQ = 14$.

מצא את שיעורי הנקודה Q .

25. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 16x - 12y + 64 = 0$. המעגל משיק מבחוץ למעגל קנוני.

מצא את משוואת המעגל הקנוני, את נקודת ההשקה בין המעגלים ואת משוואת המשיק

המשותף העובר בנקודה זו.

26. המעגלים $x^2 + y^2 + 22x - 6y = m$ ו- $x^2 + y^2 = 26$ נחתכים בזווית ישרה.

מצא את ערכו של m .

27. מצא את משוואתו של מעגל החוסם ריבוע, שאחד מקודקודיו נמצא בראשית הצירים

ומשוואת אחד מאלכסוניו היא $3x - y + 10 = 0$.

פרק 10 - הסתברות קלאסית

ההסתברות להתרחשות מאורע A :

$$P(A) = \frac{\text{מספר האפשרויות הרצוי}}{\text{מספר האפשרויות הכולל}}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) : \text{המאורע המשלים}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) : \text{חיתוך ואיחוד מאורעות}$$

מאורעות זרים: מאורעות זרים הם מאורעות שלא יכולים להתקיים בו זמנית.

$$\text{עבור מאורעות זרים מתקיים: } P(A \cap B) = 0, \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

מאורעות בלתי תלויים: מאורעות בלתי תלויים הם מאורעות שקיום האחד מהם לא משפיע

על ההסתברות לקיומו של השני.

$$\text{עבור מאורעות בלתי תלויים מתקיים: } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

אם מתקיים: $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ המאורעות תלויים.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} : \text{הסתברות מותנית}$$

טבלת הסתברויות

	$\bar{A}$	A	
$P(B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(A \cap B)$	B
$P(\bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	$\bar{B}$
1	$P(\bar{A})$	$P(A)$	

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} : \text{התפלגות בינומית}$$

לפניך מבלת הסרטונים בפרק זה. דף התרגילים מופיע מיד לאחר המבלה.

מס' סידורי	מספר תרגיל בדף התרגילים	תוכן הסרטון
סרטון 1		רקע, מהו מאורע, הסתברות של מאורע
סרטון 2	תרגיל 1	
סרטון 3		המאורע המשלים
סרטון 4	תרגיל 2	
סרטון 5	תרגיל 3	
סרטון 6		חיתוך ואיחוד מאורעות
סרטון 7		מאורעות זרים
סרטון 8		מאורעות בלתי תלויים
סרטון 9	תרגיל 4	
סרטון 10	תרגיל 5	
סרטון 11	תרגיל 6	
סרטון 12	תרגיל 7	
סרטון 13	תרגיל 8	כולל הסבר על בניית עץ הסתברויות
סרטון 14	תרגיל 9	
סרטון 15	תרגיל 10	
סרטון 16	תרגיל 11	
סרטון 17	תרגיל 12	
סרטון 18		הסתברות מותנית
סרטון 19	תרגיל 13	
סרטון 20	תרגיל 14	
סרטון 21	תרגיל 15	
סרטון 22	תרגיל 16	
סרטון 23	תרגיל 17	
סרטון 24	תרגיל 17	המשך שאלה מסרטון קודם
סרטון 25	תרגיל 18	
סרטון 26	תרגיל 19	
סרטון 27		מבלת הסתברויות
סרטון 28	תרגיל 20	
סרטון 29	תרגיל 21	
סרטון 30	תרגיל 22	
סרטון 31	תרגיל 23	
סרטון 32	תרגיל 24	
סרטון 33	תרגיל 25	
סרטון 34	תרגיל 26 א'	
סרטון 35	תרגיל 26 ב'	
סרטון 36		התפלגות בינומית א'
סרטון 37		התפלגות בינומית ב'
סרטון 38	תרגיל 27	
סרטון 39	תרגיל 28	
סרטון 40	תרגיל 29	
סרטון 41	תרגיל 30	
סרטון 42	תרגיל 31	
סרטון 43	תרגיל 32	
סרטון 44	תרגיל 33	
סרטון 45	תרגיל 34	
סרטון 46	תרגיל 35	
סרטון 47	תרגיל 36	
סרטון 48	תרגיל 37	
סרטון 49	תרגיל 38	

תרגילים

1. בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים לבנים. מה ההסתברות להוצאת כדור כחול בהוצאה אקראית של כדור מהכד?

2. בכד 2 כדורים כחולים, 3 כדורים אדומים ו-7 כדורים לבנים. מה ההסתברות שבהוצאה אקראית של כדור מהכד לא ייצא כדור אדום?

3. מהי ההסתברות שבסיבוב סביבון לא יתקבל "נס"?

4. עבור שני מאורעות, A ו- B נתון: $P(A) = 0.6$, $P(\bar{B}) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.4$.

מצא את $P(A \cup B)$.

5. עבור שני מאורעות, A ו- B נתון: $P(\bar{A}) = 0.2$, $P(\bar{B}) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.95$.

מצא את $P(A \cap B)$.

6. עבור שני מאורעות, A ו- B נתון: $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.25$, $P(A \cup B) = 0.65$.

קבע האם המאורעות:

א. זרים.

ב. תלויים.

7. נתון כי שני מאורעות, A ו- B בלתי תלויים. בנוסף נתון: $P(A) = 0.75$, $P(B) = 0.4$.

מצא את $P(A \cup B)$.

8. בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים אדומים.

אדם מוציא באקראי כדור מהכד, ולאחריו מוציא עוד כדור.

א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?

ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?

ג. מה ההסתברות ששני הכדורים אינם באותו צבע?

9. בכד 3 כדורים כחולים, 2 כדורים אדומים ו-5 כדורים ירוקים.

אדם מוציא באקראי כדור מהכד, מחזיר אותו לכד ואז מוציא עוד כדור.

א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?

ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?

ג. מה ההסתברות ששני הכדורים אינם באותו צבע?

10. בחדר 4 גברים ו-5 נשים. מוציאים באקראי שלושה אנשים מהחדר (ללא החזרה). מה ההסתברות שמתוך השלושה יש יותר גברים מנשים?
11. נתונים שני כדים: בכד א' שלושה כדורים כחולים ואחד לבן ובכד ב' שני כדורים כחולים ושלושה לבנים. לואיזה מטילה מטבע לא הוגנת שבה הסיכוי לקבלת "עץ" כפול מהסיכוי לקבלת "פלי". אם יוצא "עץ" היא מוציאה כדור מכד א' ואם יוצא "פלי" היא מוציאה שני כדורים מכד ב'. מה ההסתברות שלא ייצא ללואיזה אף כדור לבן?
12. ליואב יש בכיסו הימני 3 גולות כחולות ו-5 שחורות ובכיסו השמאלי 4 גולות כחולות ו-4 שחורות. יואב מוציא גולה מכיסו הימני. אם היא כחולה הוא מחזיר אותה לכיס הימני ואם היא שחורה הוא מעביר אותה לכיס השמאלי. אחר כך מוציא גולה מכיסו השמאלי. מה ההסתברות ששתי הגולות שהוציא באותו צבע?
13. בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים אדומים. אדם מוציא באקראי כדור מהכד, ולאחריו מוציא עוד כדור. א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים? ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע? ג. ידוע ששני הכדורים באותו צבע. מה ההסתברות ששניהם כחולים?
14. בכד 3 כדורים כחולים, 2 כדורים אדומים ו-5 כדורים ירוקים. אדם מוציא באקראי כדור מהכד, מחזיר אותו לכד ואז מוציא עוד כדור. א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים? ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע? ג. ידוע ששני הכדורים באותו צבע. מה ההסתברות ששניהם כחולים?
15. בחדר 4 גברים ו-5 נשים. מוציאים באקראי שלושה אנשים מהחדר (ללא החזרה). ידוע שמתוך השלושה יש יותר גברים מנשים. מה ההסתברות שכולם גברים?
16. נתונים שני כדים: בכד א' שלושה כדורים כחולים ואחד לבן ובכד ב' שני כדורים כחולים ושלושה לבנים. לואיזה מטילה מטבע לא הוגנת שבה הסיכוי לקבלת "עץ" כפול מהסיכוי לקבלת "פלי". אם יוצא "עץ" היא מוציאה כדור מכד א' ואם יוצא "פלי" היא מוציאה שני כדורים מכד ב'. א. מה ההסתברות שלא ייצא ללואיזה אף כדור לבן? ב. ידוע שללואיזה לא יצא אף כדור לבן, מה ההסתברות שבהמלאת המטבע יצא "עץ"?

17. במשחק מזל הסיכוי להרוויח 10 ₪ הוא 0.3 והסיכוי להרוויח 20 ₪ הוא 0.2. ישנו סיכוי של 0.5 לא להרוויח כלל. אדם שיתק במשחק פעמיים וידוע שהרוויח יותר מ-20 ₪. מה הסיכוי שהרוויח 40 ₪?
18. בכד מספר מסוים של כדורים. 3 כחולים והשאר אדומים. הסיכוי להוציא שני כדורים אדומים מהכד (ללא החזרה) הוא $\frac{5}{14}$. כמה כדורים בכד?
19. ההסתברות של צלף לפגוע במטרה בירייה הראשונה היא p והיא גדולה מההסתברות שלו להחמיא. אם הוא פוגע, עולה ההסתברות שלו לפגוע בירייה הבאה ב-0.1 ואם הוא מחמיא היא יורדת ב-0.1. הצלף ירה למטרה פעמיים. ההסתברות שפגע במטרה בדיוק בירייה אחת היא 0.38. א. מצא את p .
 ב. מה ההסתברות שהצלף פגע פעמיים במטרה אם ידוע שהוא פגע בה לפחות פעם אחת?
20. 70% מאוהדי מכבי ת"א הם גברים והשאר נשים. 40% מהאוהדים מעשנים. נתון כי 45% מהאוהדים הם גברים שאינם מעשנים. א. מהו אחוז הנשים המעשנות מבין אוהדי מכבי?
 ב. בוחרים באקראי אוהד מכבי. מה ההסתברות שהוא גבר או שהוא מעשן?
 ג. בוחרים באקראי אישה שאוהדת מכבי. מה ההסתברות שהיא מעשנת?
 ד. האם מין האוהד והעובדה שהוא מעשן הם מאורעות תלויים?
21. 65% מהפחיות המיוצרות במפעל משקאות הן רגילות והשאר דיאט. 80% מהפחיות המיוצרות תקינות והשאר פגומות. נתון כי 7% מהפחיות הן פחיות דיאט פגומות. א. בוחרים באקראי פחית. מה ההסתברות שהיא פחית רגילה ותקינה?
 ב. בוחרים באקראי פחית דיאט. מה ההסתברות שהיא פגומה?
 ג. בוחרים באקראי פחית פגומה. מה ההסתברות שהיא דיאט?
 ד. האם סוג הפחית ותקינותה הם מאורעות תלויים?
22. 80% מהתלמידים בכיתה עברו את המבחן בתנ"ך ו-70% עברו את המבחן בהיסטוריה. 75% מבין התלמידים שעברו את המבחן בתנ"ך עברו גם את המבחן בהיסטוריה. א. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שהוא נכשל בשתי הבחינות?
 ב. תלמיד נכשל במבחן בהיסטוריה. מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן בתנ"ך?
 ג. ידוע שתלמיד עבר בדיוק מבחן אחד. מה ההסתברות שזה המבחן בתנ"ך?

23. בעיר גדולה ל-80% מהתושבים יש רישיון נהיגה. מבין בעלי רישיון הנהיגה 30% הם גברים.

60% מהגברים הם בעלי רישיון נהיגה.

בחרו באקראי שתי נשים מהעיר. מה ההסתברות שלשתיהן אין רישיון נהיגה?

24. 10% מהאנשים באוכלוסייה עיוורי צבעים. קיימת בדיקה הבוחנת אם אדם הוא עיוור צבעים.

אם עיוור צבעים ניגש לבדיקה ישנו סיכוי של 80% שהבדיקה תקבע שהוא עיוור צבעים.

אם אדם שאינו עיוור צבעים ניגש לבדיקה ישנו סיכוי של 5% שהבדיקה תקבע שהוא עיוור צבעים.

מהם אחוזי האמינות של הבדיקה (אחוז המקרים בהם הבדיקה מאבחנת נכונה את הנבדק)?

25. בסניף "תנו לחיות לחיות" בירושלים יש כלבים וחתולים בלבד, בעלי פרווה כהה או פרווה

בהירה. 55% מהחיות בסניף הם כלבים. אחוז החתולים בעלי הפרווה הכהה גדול פי 3 מאחוז

הכלבים בעלי הפרווה הבהירה. מבין בעלי הפרווה הכהה 60% הם כלבים.

בוחרים באקראי חתול מהסניף. מה ההסתברות שהוא בהיר פרווה?

26. בית ספר תיכון מציע לתלמידיו 3 מגמות ריאליות לבחירה: פיזיקה, כימיה ומחשבים. 40%

מתלמידי מגמות אלה הם בני. הבנים מהווים $\frac{2}{5}$ מתלמידי הפיזיקה, $\frac{5}{12}$ מתלמידי הכימיה ו- $\frac{1}{3}$

מתלמידי המחשבים. $\frac{1}{4}$ מהבנים הם תלמידי פיזיקה.

א. האם יש תלות בין העובדה שתלמיד לומד פיזיקה לבין מין התלמיד?

ב. מהו אחוז לומדי המחשבים מקרב הבנים?

27. אדם מסובב חמש פעמים סביבון. מה ההסתברות שיקבל פעמיים "נס"?

28. מה ההסתברות לקבלת 5 פעמים "נס" בשמונה סיבובי סביבון?

29. הסיכוי לעבור את מבחן התיאוריה הוא 0.7. עשרה אנשים ניגשו למבחן התיאוריה.

מה ההסתברות שבדיוק שישנה מהם יעברו?

30. בכד 6 כדורים כחולים ו-4 לבנים. אדם מוציא מהכד כדור, מסתכל על צבעו ומחזיר אותו לכד.

הוא חוזר על הפעולה 4 פעמים נוספות. מה ההסתברות שמתוך חמשת הכדורים שהוציא:

א. בדיוק ארבעה יהיו כחולים? ד. הרוב יהיו כחולים?

ב. חמישה יהיו כחולים? ה. לפחות אחד יהיה כחול?

ג. לפחות ארבעה יהיו כחולים? ו. הראשון והאחרון בלבד יהיו כחולים?

31. בכד 6 כדורים כחולים ו-4 לבנים. אדם מוציא מהכד כדור, מסתכל על צבעו ומחזיר אותו לכד. הוא חוזר על הפעולה 4 פעמים נוספות. ידוע שרוב הכדורים שהוציא כחולים.
מה ההסתברות שכולם כחולים?
32. יערה מצליחה לקלוע לסל בשלושה מכל ארבעה ניסיונות. כדי להתקבל לנבחרת הכדורסל של בית הספר עליה להצליח לקלוע ברוב הפעמים מתוך 6 ניסיונות קליעה לסל.
ידוע שיערה התקבלה לנבחרת הכדורסל. מה ההסתברות שהצליחה לקלוע את כל הקליעות?
33. בוחרים שלושה גברים באקראי מעיר גדולה. ההסתברות שכולם מעשנים היא 0.027.
מה ההסתברות שרובם מעשנים?
34. בוחרים שלוש נשים מעיר גדולה. ההסתברות ששתיים מהן מעשנות קמנה פי 4 מההסתברות ששתיים מהן לא מעשנות. מה ההסתברות שכולן מעשנות?
35. בכד 10 כדורים, חלקם לבנים והשאר שחורים. נמרוד מוציא 9 פעמים כדור מהכד (עם החזרה).
הסיכוי שיצאו פי 2 כדורים שחורים מלבנים גדול פי $3\frac{3}{8}$ מהסיכוי שיצאו פי 2 כדורים לבנים משחורים. מצא כמה כדורים מכל צבע בכד.
36. בחדר x גברים ו- $3x$ נשים. מוציאים באקראי שני אנשים מהחדר.
ההסתברות שהם יהיו מאותו מין היא 0.6.
א. מצא את גודלו של x .
ב. חוזרים על התהליך 4 פעמים. מה הסיכוי שבשלוש מתוך 4 הפעמים ייצאו מהחדר שתי נשים?
37. במבחן רב ברירה עם 5 שאלות שוות ניקוד, לכל שאלה יש n תשובות מהן רק אחת נכונה. ישנו סיכוי של 50% שעשי יידע את התשובה הנכונה לשאלה במבחן. אם עשי לא יודע את התשובה לשאלה הוא מנחש. ההסתברות שעשי יקבל במבחן 60 גדולה פי $1\frac{1}{3}$ מההסתברות שיקבל 80.
מצא את ערכו של n .
38. על מנת להתקבל לקורס מיס יש לעבור גיבוש וראיון. כל המועמדים ניגשים גם לראיון וגם לגיבוש. 40% מהניגשים לגיבוש עוברים אותו ו-35% מהניגשים לראיון עוברים אותו.
 $\frac{5}{17}$ מאלה שלא התקבלו לקורס מיס לא התקבלו בגלל הראיון בלבד. 3 חברים ניסו להתקבל לקורס מיס. ידוע שרובם התקבלו. מה ההסתברות שכולם התקבלו?