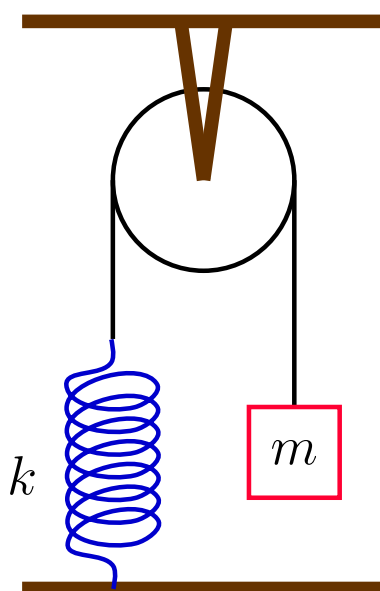


פיסיקה 1 - מכניקה



אייל לוי

סטודנטים יקרים

ספר תרגילים זה הינו פרי שנות נסיון רבות של המחבר בהוראת פיסיקה באוניברסיטת תל אביב, במכללת אפקה, ועוד.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני קורס חשוב זה.

הספר עוסק בפיסיקה 1 - מכניקה קלאסית, והוא מתאים לתלמידים במוסדות להשכלה גבוהה - אוניברסיטאות או מכללות.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד, בהתאם לתכניות הלימוד השונות. הנסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר www.GooL.co.il

הפתרונות מוגשים בסרטוני פלאש המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותי היא שספר זה ישמש כמורה דרך לכם הסטודנטים ויוביל אתכם להצלחה!

אייל לוי



סילבוס

וקטורים

פרק זה מהווה בסיס מתמטי הדרוש כדי לתאר פונקציות פיסיקליות שמיוצגות הן על פי גודל והן על פי כיוון. נושאי הפרק הם: הצגה קרטזית והצגה פולרית (הצגה קוטבית), חיבור וחסור וקטורים, מכפלה סקלרית, מכפלה וקטורית.

קינמטיקה

פרק זה מתאר את התנועה של גופים נקודתיים במגוון מקרים, ומתמקד בתלות בזמן של הפונקציות הקינמטיות: המיקום, המהירות והתאוצה.

נושאי הפרק הם: תנועה במימד אחד (כולל זריקה אנכית ונפילה חופשית), תנועה בליסטית (כולל זריקה אופקית וזריקה משופעת), תנועה במרחב, תנועה יחסית, טרנספורמציית גלילי, קינמטיקה של תנועה מעגלית.

דינמיקה

פרק זה מתאר את השפעת כוחות על תנועת גופים, ומתמקד הן בכוחות הסטנדרטיים: כח הכובד, כח המתיחות, כח נורמלי וכח החיכוך, והן בכוחות חיצוניים תלויי זמן וכוחות מדומים (כוחות ד'אלמבר). נושאי הפרק הם: שווי משקל, חוקי ניוטון.

עבודה ואנרגיה

פרק זה אף הוא מתאר את השפעת כוחות על תנועת גופים, וגם הוא מתמקד הן בכוחות הסטנדרטיים: כח הכובד, כח המתיחות, כח נורמלי וכח החיכוך, והן בכוחות חיצוניים תלויי מרחב (משמרים ולא משמרים). נושאי הפרק הם: חישוב עבודה, משפט העבודה-אנרגיה, הספק.

מתקף ותנע

פרק זה מתאר את השפעת כוחות חיצוניים על מערכת גופים, ואת אופן ההתמודדות עם תופעות כגון התנגשויות והתפוצצויות. נושאי הפרק הם: מתקף-תנע של גוף נקודתי, התנגשויות והתפוצצויות, מרכז מסה.

תנועה סיבובית

פרק זה מתאר את תנועותיהם של גופים פיסיקליים (בעלי צורה) בהשפעת כוחות. נושאי הפרק הם: תנע זוויתי של גוף נקודתי, שווי משקל של גוף קשיח (סטטיקה), חישוב מומנט התמדה, גלגול ללא החלקה, תנועת גוף קשיח.

תנועה הרמונית

פרק זה מתאר מקרה פרטי ומעניין של תנועה מחזורית, וכן את השפעת כוחות מרסנים (חיכוך) או מאלצים על התנועה. נושאי הפרק הם: תנועה הרמונית פשוטה, תנועה הרמונית מרוסנת, תנועה הרמונית מאולצת.

גרביטציה

פרק זה מתאר את השפעתם של כוחות מרכזיים על תנועת גופים, ומתמקד בתנועת גופים סביב כוכבים וכוכבי לכת. נושאי הפרק הם: חוקי קפלר ותנועה גרביטציונית.

תוכן עניינים

3	1 וקטורים
3	1.1 הצגה קרטזית והצגה פולרית (קוטבית)
5	1.2 חיבור וחסור וקטורים
8	1.3 מכפלה סקלרית
10	1.4 מכפלה וקטורית
12	2 קינמטיקה
12	2.1 תנועה במימד אחד (כולל זריקה אנכית ונפילה חופשית)
14	2.2 תנועה בליסטית (כולל זריקה אופקית וזריקה משופעת)
16	2.3 תנועה במרחב
19	2.4 תנועה יחסית, טרנספורמציות גליליי
21	2.5 קינמטיקה של תנועה מעגלית
23	3 דינמיקה
23	3.1 שווי משקל
25	3.2 חוקי ניוטון
37	4 עבודה ואנרגיה
37	4.1 חישוב עבודה
40	4.2 משפט העבודה-אנרגיה
50	4.3 הספק
51	5 מתקף ותנע
51	5.1 מתקף-תנע של גוף נקודתי
52	5.2 התנגשויות והתפוצצויות
60	5.3 מרכז מסה
64	6 תנועה סיבובית
64	6.1 תנע זוויתי של גוף נקודתי
68	6.2 שווי משקל של גוף קשיח (סטטיקה)

71	חשוב מומנט ההתמדה	6.3
73	גלגול ללא החלקה	6.4
77	תנועת גוף קשיח	6.5
82	תנועה הרמונית	7
82	תנועה הרמונית פשוטה	7.1
90	תנועה הרמונית מרוסנת	7.2
92	תנועה הרמונית מאולצת	7.3
93	גרביטציה	8
93	חוקי קפלר ותנועה גרביטציונית	8.1

פרק 1

וקטורים

1.1 הצגה קרטזית והצגה פולרית (קוטבית)

1.1.1

נתונים גודלם וכיוונם של ארבעה וקטורים במערכת הצירים:

(א) וקטור $\vec{A}$ שאורכו 10 וזווית הפריסה שלו ביחס לציר ה- x היא 30° .
(ב) וקטור $\vec{B}$ שאורכו 8 וזווית הפריסה שלו ביחס לציר ה- x היא 150° .
(ג) וקטור $\vec{C}$ שאורכו 13 וזווית הפריסה שלו ביחס לציר ה- x היא 225° .
(ד) וקטור $\vec{D}$ שאורכו 5 וזווית הפריסה שלו ביחס לציר ה- x היא 319° .
רשמו כל אחד מהוקטורים בהצגה קרטזית.

פתרון:

(א) $(8.66, 5)$ (ב) $(-4, 6.93)$ (ג) $(-9.19, -9.19)$ (ד) $(3.77, -3.28)$

1.1.2

נתונים ארבעה וקטורים במערכת הצירים, בהצגה קרטזית:

(א) וקטור $\vec{A} = (8, 6)$
(ב) וקטור $\vec{B} = (-6, 12)$
(ג) וקטור $\vec{C} = (-9, -15)$
(ד) וקטור $\vec{D} = (2, -7)$
מצאו את ההצגה הפולרית של כל וקטור, כלומר את אורכו של כל וקטור ואת זווית הפריסה שלו ביחס לציר ה- x .

פתרון:

(א) $(10, 36.87^\circ)$ (ב) $(13.42, 116.57^\circ)$ (ג) $(17.49, 239.04^\circ)$ (ד) $(7.28, -74.05^\circ)$

1.1.3

נתונים הוקטורים: $\vec{a} = (4, 22^\circ)$; $\vec{b} = (6, 315^\circ)$ הרשומים בצורה פולרית.
רשמו את ההצגה הקרטזית של כל אחד מהוקטורים.

פתרון:

$$\vec{a} = (3.71, 1.50) ; \vec{b} = (4.24, -4.24)$$

1.1.4

נתון הוקטור $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ בהצגה קרטזית.
רשמו את הוקטור בהצגה פולרית (גודל וכיוון).

פתרון:

$$\vec{a} = (3.61, 56.31^\circ)$$

1.1.5

נתון הוקטור $\vec{a} = 3\hat{i} - 5\hat{j}$.
רשמו את הוקטור בהצגה פולרית.

פתרון:

$$\vec{a} = (5.83, -59.04^\circ)$$

1.2 חיבור וחסור וקטורים

1.2.1

נתונים שני וקטורים: $\vec{A} = -\hat{i} + \hat{j}$; $\vec{B} = (2, -3)$ הרשומים בצורה קרטזית.

חשבו את:

(א) סכומם.

(ב) הפרשם.

(ג) $3\vec{A} - 2\vec{B}$

(ד) $4\vec{A} + \vec{B}$

פתרון:

(א) $(1, -2)$ (ב) $(-3, 4)$ (ג) $(-7, 3)$ (ד) $(-2, 1)$

1.2.2

נתונים שני וקטורים הרשומים בצורה פולרית: $\vec{A} = (8, 50^\circ)$; $\vec{B} = (10, -30^\circ)$

חשבו ורשמו בצורה פולרית את:

(א) $2\vec{A} - 1.5\vec{B}$

(ב) $\vec{B} - 3\vec{A}$

פתרון:

(א) $(19.94, 97.81^\circ)$ (ב) $(24.35, 106.12^\circ)$

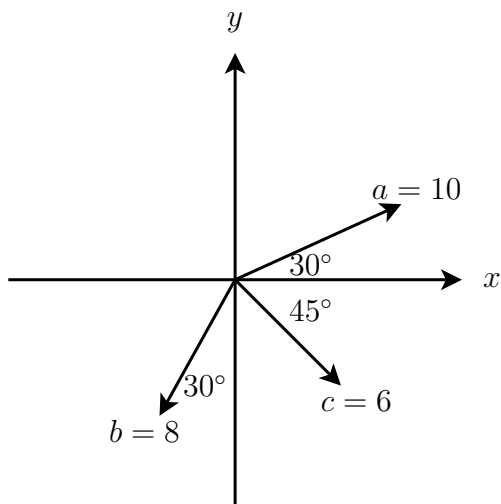
1.2.3

נתונים שלושה וקטורים כמשורטט:

חשבו את:

(א) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

(ב) $1.7\vec{a} - 3\vec{b} - 2.4\vec{c}$



פתרון:

(א) $(5.98, -3.24)$ (ב) $(25.3, 30.68)$

1.2.4

איזה וקטור יש להוסיף ל- $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - 10\hat{k}$ ול- $\vec{B} = -5\hat{i} + \hat{k}$ כדי שהסכום הכולל יהיה שווה אפס (בעיית שווי משקל)?

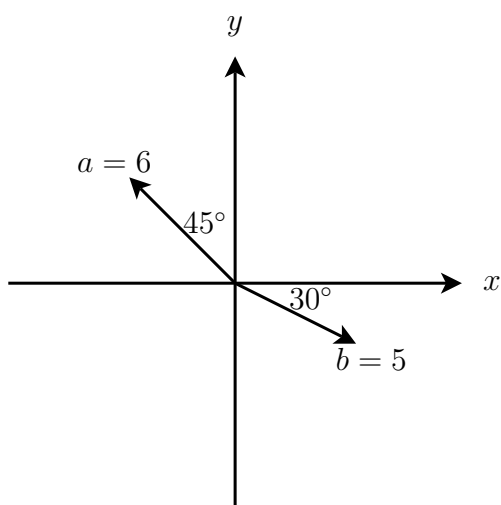
פתרון:

$(4, 4, 9)$

1.2.5

נתונים שני וקטורים כמשורטט:

מצאו וקטור $\vec{c}$ שיקיים את התנאי $-\vec{a} + 15\vec{b} - 7\vec{c} = 0$.



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$\vec{c} = (9.88, -5.96)$$

1.3 מכפלה סקלרית

1.3.1

נתונים שלושה וקטורים המוצגים בצורה קרטזית: $\vec{a} = (3, 4)$; $\vec{b} = (-1, -1)$; $\vec{c} = (-2, 1, 2)$
(א) חשבו את המכפלה הסקלרית $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ואת הזווית בין $\vec{a}$ ל- $\vec{b}$.
(ב) חשבו את המכפלה הסקלרית $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ואת הזווית בין $\vec{b}$ ל- $\vec{c}$.

פתרון:

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 1; \theta_{bc} = 76.37^\circ \quad (\text{ב}) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -7; \theta_{ab} = 171.87^\circ \quad (\text{א})$$

1.3.2

נתונים שני וקטורים המוצגים בצורה קרטזית: $\vec{a} = (1, -1, -2)$; $\vec{b} = (7, 3, -1)$
(א) חשבו את המכפלה הסקלרית $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ואת הזווית בין $\vec{a}$ ל- $\vec{b}$.
(ב) חשבו את הזווית בין וקטור $\vec{a}$ לציר ה- x .
(ג) חשבו את הזווית בין וקטור $\vec{b}$ לציר ה- z .
(ד) חשבו את הזווית בין $\vec{a} + \vec{b}$ לציר ה- y .

פתרון:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6; \theta_{ab} = 71.4^\circ \quad (\text{א}) \quad 65.91^\circ \quad (\text{ב}) \quad 97.48^\circ \quad (\text{ג}) \quad 76.88^\circ \quad (\text{ד})$$

1.3.3

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{b} = -\hat{j} - 5\hat{k}$.
מצאו וקטור יחידה $\hat{c}$ (כלומר וקטור שאורכו 1) שיהיה מאונך למישור עליו נמצאים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$.

פתרון:

$$\hat{c} = \pm(0.808, -0.57, 0.115)$$

1.3.4

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{a} = (1, 1, 1)$; $\vec{b} = (0, 0, 5)$.
מצאו וקטור $\vec{c}$ שאורכו $|\vec{c}| = 7$ שיוצר זווית של 30° עם וקטור $\vec{a}$ ויוצר זווית של 60° עם וקטור $\vec{b}$.

פתרון:

$$\vec{c} = (6, 1, 3.5) \quad \text{או} \quad \vec{c} = (1, 6, 3.5)$$

1.3.5

הוכיחו את משפט הקוסינוסים בעזרת שימוש במכפלה סקלרית!

תזכורת: משפט הקוסינוסים אומר כי במשולש מתקיים הקשר הבא בין הצלעות: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ כאשר γ הזווית מול הצלע c .

1.4 מכפלה וקטורית

1.4.1

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{a} = -2\hat{i} + \hat{j} - 9\hat{k}$; $\vec{b} = 20\hat{i} - 10\hat{j} + 35\hat{k}$

- (א) חשבו את גודלו של הוקטור המתקבל מהמכפלה הוקטורית בין שני הוקטורים: $|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$.
- (ב) חשבו את הוקטור המתקבל מהמכפלה הוקטורית בין שני הוקטורים: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, והראו שגודלו שווה לערך שהתקבל בסעיף (א).

פתרון:

$$\vec{c} = (-55, -110, 0) \quad (\text{א}) \quad |\vec{c}| = 122.42 \quad (\text{ב})$$

1.4.2

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{b} = -\hat{j} - 5\hat{k}$

מצאו וקטור יחידה $\hat{c}$ (כלומר וקטור שאורכו 1) שיהיה מאונך למישור עליו נמצאים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$.

פתרון:

$$\hat{c} = \pm(0.808, -0.57, 0.115)$$

1.4.3

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{A} = (a, 3, 0)$; $\vec{B} = (5, 2a, 0)$ כאשר a קבוע כלשהו. מצאו עבור אילו ערכים של a מתקיים כי הוקטורים מקבילים זה לזה, $\vec{A} \parallel \vec{B}$.

פתרון:

$$a = \pm 2.74$$

1.4.4

נתונים שני וקטורים בהצגה קרטזית: $\vec{a} = 3\hat{i} + a_y\hat{j} - 2\hat{k}$; $\vec{b} = b_x\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ כמו כן ידוע כי המכפלה הוקטורית ביניהם היא: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = 8\hat{i} - 2\hat{j} + c_z\hat{k}$. מצאו את שלושת הפרמטרים a_y, b_x, c_z .

פתרון:

$$a_y = -6 ; b_x = 2.5 ; c_z = 18$$

1.4.5

הוכיחו את משפט הסינוסים בעזרת שימוש במכפלה וקטורית!

תזכורת: משפט הסינוסים אומר כי במשולש מתקיימים הקשרים הבאים בין הצלעות: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ כאשר α, β ו- γ הן הזוויות בהתאמה מול הצלעות a, b ו- c .

פרק 2

קינמטיקה

2.1 תנועה במימד אחד (כולל זריקה אנכית ונפילה חופשית)

2.1.1

טיל נמצא במנוחה על פני כדה"א. מנועיו מפעילים כח כך שהטיל נע בתאוצה קבועה $5 \frac{m}{s^2}$ במגמה אנכית מעלה. לאחר 10 שניות נגמר הדלק והוא ממשיך לנוע בהשפעת הגרביטציה בלבד.

(א) באיזה גובה מעל לקרקע נמצא הטיל ברגע שנגמר הדלק במנועיו?

(ב) באיזה רגע, יחסית להתחלה, מגיע הטיל לשיא הגובה, ומהו הגובה בשיא?

(ג) באיזה רגע, ביחס להתחלה, פוגע הטיל בקרקע?

(ד) מה גודלה של מהירות הפגיעה בקרקע?

פתרון:

(א) 250 m (ב) שיא הגובה הוא 377.55 m אליו מגיע הגוף לאחר 15.1 s . (ג) 23.88 s (ד) $86.02 \frac{m}{s}$

2.1.2

מכונית נוסעת במהירות קבועה של $v_c = 25 \frac{m}{s}$ לאורך ציר x וברגע מסוים ($t = 0$) היא חולפת על פני אופנוע. ברגע זה, האופנוע מתחיל לנוע ממנוחה בתאוצה קבועה $a_m = 2 \frac{m}{s^2}$ באותו הכיוון. מהירותו המקסימלית של האופנוע היא $v_{m,max} = 50 \frac{m}{s}$.

(א) שרטטו גרפים של מהירויות המכונית והאופנוע כפונקציה של הזמן, מהרגע $t = 0$.

(ב) שרטטו גרפים של מיקומי המכונית והאופנוע כפונקציה של הזמן, מהרגע $t = 0$.

(ג) באיזה רגע ישיג האופנוע את המכונית?

(ד) מהו מיקום האופנוע, ביחס להתחלה, ברגע שישגי את המכונית?

פתרון:

(ג) 25 s (ד) 625 m

2.1.3

- גוף נע לאורך ציר x כך שמיקומו בכל רגע הוא: $x(t) = -t^3 + 6t - 12 \text{ m}$.
- (א) מהי מהירות הגוף בכל רגע? שרטטו גרף של מהירות הגוף כפונקציה של הזמן!
- (ב) מהי תאוצת הגוף בכל רגע? שרטטו גרף של תאוצת הגוף כפונקציה של הזמן!
- (ג) באיזה רגע נעצר הגוף?
- (ד) מהי מהירות הגוף 10 שניות לאחר תחילת התנועה?

פתרון:

$$v(t = 10 \text{ s}) = -294 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ד}) \quad t = 1.41 \text{ s} \quad (\text{ג}) \quad a(t) = -6t \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{ב}) \quad v(t) = -3t^2 + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

2.1.4

- גוף נע לאורך ציר x עם תאוצה תלויה זמן: $a(t) = 2\sqrt{t} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
- (א) מהי מהירותו של הגוף בכל רגע אם נתון כי ברגע $t = 0$ מהירותו היתה $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ בכיוון השלילי של הציר $(-\hat{x})$?
- (ב) מהו מיקומו של הגוף בכל רגע אם נתון כי ברגע $t = 2 \text{ s}$ מיקומו היה 10 m $?x(t = 2 \text{ s}) = 10 \text{ m}$

פתרון:

$$x(t) = 22.98 - 5t - 1.5t^2 + 0.53t^{5/2} \text{ m} \quad (\text{ב}) \quad v(t) = -5 + \frac{4}{3t^{3/2}} - 3t \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

2.1.5

- גוף נע כך שמהירותו בכל רגע נתונה ע"י: $v(t) = -5 \sin(3t - 2)$. נתון כי ברגע $t = 0$ מיקומו של הגוף היה $x(t = 0) = -1 \text{ m}$.
- (א) מהו מיקום הגוף ברגע $t = 12 \text{ s}$?
- (ב) מהי תאוצת הגוף ברגע $t = 3 \text{ s}$?
- (ג) מהי המהירות הממוצעת של הגוף בין $t = 0$ ל- $t = 1 \text{ s}$?

פתרון:

$$v_{\text{average}} = 1.59 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ג}) \quad a(t = 3 \text{ s}) = -11.31 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{ב}) \quad x(t = 12 \text{ s}) = -1.73 \text{ m} \quad (\text{א})$$

2.2 תנועה בליסטית (כולל זריקה אופקית וזריקה משופעת)

2.2.1

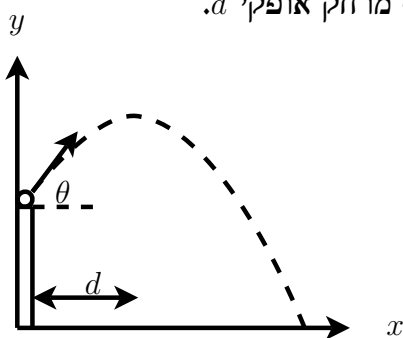
זורקים כדור מהקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 30 \frac{m}{s}$. המטרה היא לפגוע במטרה שנמצאת במרחק אופקי $d = 20 m$ ובגובה $h = 12 m$ מנקודת הזריקה. באילו זוויות ביחס לאופק יש לזרוק את הכדור כדי לפגוע במטרה?

פתרון:

37.34° או 83.22°

2.2.2

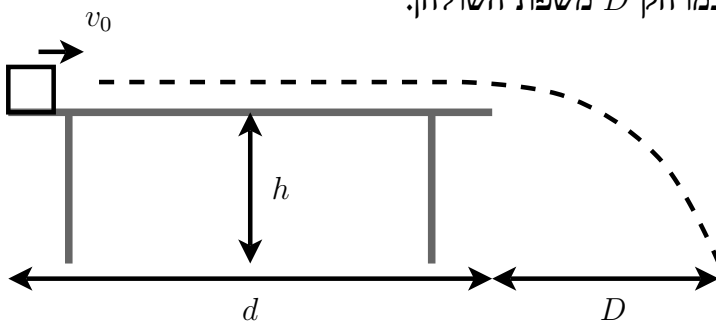
גוף נזרק מגובה h מעל לקרקע, בזווית θ ביחס לאופק. עד לשיא הגובה עובר הגוף מרחק אופקי d .



הראו כי הגובה המקסימלי אליו מגיע הגוף הוא: $h_{max} = h + \frac{d \tan \theta}{2}$

2.2.3

גוף מקבל מהירות התחלתית של $v_0 = 5 \frac{m}{s}$ בקצה שולחן שאורכו $d = 2 m$ וגובהו $h = 1 m$. השולחן מפעיל חיכוך על הגוף שגורם לו לתאוצה שגודלה $a = 1 \frac{m}{s^2}$. כאשר הוא מגיע לשפת השולחן הוא מתנתק ממנו וממשיך לנוע באוויר בהשפעת הכבידה בלבד, עד שהוא פוגע בקרקע במרחק D משפת השולחן.



(א) מהי מהירות הגוף בשפת השולחן, רגע לפני התנועה באוויר?

(ב) מהו המרחק D ?

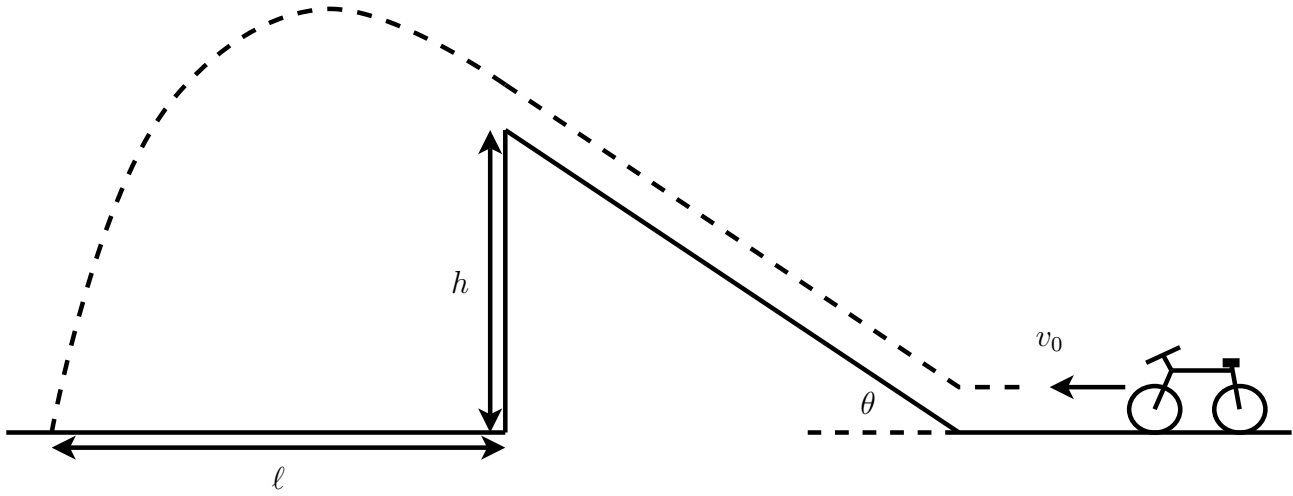
(ג) כמה זמן ארכה כל התנועה?

פתרון:

(א) $4.58 \frac{m}{s}$ (ב) $2.07 m$ (ג) $0.87 s$

2.2.4

פעלולן על אופניים מתחיל נע במהירות v_0 על מישור אופקי. ברגע מסוים ($t = 0$) הוא מתחיל לעלות במעלה מדרון משופע שזוויתו $\theta = 30^\circ$ וגובהו $h = 5 \text{ m}$. במהלך העליה הוא חש תאוצה שגודלה $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. הפעלולן מגיע לקצה המדרון ומשם ממשיך לנוע באוויר בהשפעת הכבידה בלבד. הוא נוחת על הקרקע במרחק $\ell = 10 \text{ m}$ מקצה המדרון המשופע.



- (א) מהי המהירות ההתחלתית של הפעלולן בתחתית המדרון, v_0 ?
 (ב) מהו זמן התנועה הכולל, מהרגע $t = 0$ ועד לרגע בו נוחת הפעלולן על הקרקע?

פתרון:

(א) $v_0 = 10.03 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ב) 2.6 s

2.2.5

חפץ נזרק מבניין שגובהו h במהירות התחלתית v_0 , בזווית כלשהי. הגובה המקסימלי אליו הוא מגיע הוא $\frac{3}{2}h$.

- (א) הראו כי הזווית בה נזרק החפץ היא $\theta = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{gh}{v_0^2}} \right)$.
 (ב) הראו כי הזמן שעבר מרגע הזריקה ועד שהגוף פוגע בקרקע הוא $t_{\text{tot}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{h}{g}}$.

2.3 תנועה במרחב

2.3.1

- חלקיק נע במרחב כך שמשוואת המיקום שלו בכל רגע הינה: $\vec{r}(t) = (t^2, 2t^3 + 5t, t + 4) \text{ m}$ (א) חשבו את מהירות החלקיק לאחר 3 שניות.
(ב) חשבו את מרחקו של החלקיק מנקודת ההתחלה ברגע $t = 3 \text{ s}$.
(ג) מהי הזווית בין מהירות החלקיק לבין תאוצתו ברגע $t = 3 \text{ s}$.

פתרון:

$$(א) \frac{m}{s} (6, 59, 1) = v(t = 3 \text{ s}) \quad (ב) 69.65 \text{ m} \quad (ג) 2.89^\circ$$

2.3.2

- חלקיק נע כך שוקטור המיקום שלו בכל רגע נתון ע"י הביטוי: $\vec{r}(t) = (R \cos \omega t, R \sin \omega t, R \omega t) \text{ m}$ כאשר R ו- ω קבועים.
(א) מהן היחידות הפיסיקליות של הפרמטרים R ו- ω ?
(ב) מהו וקטור מהירות החלקיק ומהו גודלה של המהירות בכל רגע?
(ג) מה וקטור תאוצת החלקיק ומהו גודלה של התאוצה בכל רגע?

פתרון:

$$(א) \text{ Hz} = \frac{rad}{s} = \frac{1}{s} = [\omega] ; [R] = m ; v(t) = R\omega \quad (ב) \vec{v}(t) = (-R\omega \sin \omega t, R\omega \cos \omega t, R\omega) ; \vec{a}(t) = (-R\omega^2 \cos \omega t, -R\omega^2 \sin \omega t, 0)$$

2.3.3

- וקטור המיקום של גוף מסוים נתון בכל רגע על ידי $\vec{r}(t) = t^2 \vec{i} - 4t \vec{j} - 2t \vec{k} \text{ m}$
(א) חשבו את וקטור מהירות הגוף בכל רגע, $\vec{v}(t)$.
(ב) חשבו את וקטור התאוצה של הגוף בכל רגע, $\vec{a}(t)$.
(ג) חשבו את גודל התאוצה המשיקית בכל רגע, $a_T(t)$.
(ד) חשבו את גודל התאוצה הנורמלית בכל רגע, $a_N(t)$.
(ה) חשבו את וקטור התאוצה המשיקית בכל רגע, $\vec{a}_T(t)$.
(ו) חשבו את וקטור התאוצה הנורמלית בכל רגע, $\vec{a}_N(t)$.

פתרון:

$$(א) \frac{m}{s} (2t\hat{i} - 4\hat{j} + 0\hat{k}) = \vec{v}(t) \quad (ב) \frac{m}{s^2} (2\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) = \vec{a}(t) \quad (ג) \frac{m}{s^2} \left(\frac{2-2t^2}{\sqrt{t^2+4}}, -\frac{4}{\sqrt{t^2+4}}, 0 \right) = \vec{a}_T(t) \quad (ד) \frac{m}{s^2} \left(\frac{4}{\sqrt{t^2+4}}, -\frac{2t}{\sqrt{t^2+4}}, 0 \right) = \vec{a}_N(t)$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

2.3.4

- גוף נע כך שמיקומו בכל רגע נתון ע"י הביטוי: $\vec{r}(t) = 1.2t^3\hat{i} - 500e^{-0.1t}\hat{j} + 0.1 \sin(1.5t^2)\hat{k} \text{ m}$
- (א) מהי מהירות הגוף בכל רגע, ומהי מהירותו ההתחלתית?
- (ב) מהי תאוצת הגוף בכל רגע, ומהי התאוצה ברגע $t = 4 \text{ s}$?
- (ג) מצאו וקטור יחידה בכיוון המשיקי ברגע $t = 1 \text{ s}$.
- (ד) מצאו את גודלה של התאוצה המשיקית ברגע $t = 1 \text{ s}$.
- (ה) מצאו את גודלה של התאוצה המאונכת ברגע $t = 1 \text{ s}$.

פתרון:

$$\vec{a}(t) = (7.2t, -5 \cdot e^{-0.1t}, 0.3 \cdot \cos(1.5t^2)) \frac{m}{s^2} \quad \text{(א)} \quad \vec{v}(t) = (3.6t^2, 50 \cdot e^{-0.1t}, 0.3t \cdot \cos(1.5t^2)) \frac{m}{s} ; \quad \vec{v}_0 = (0, 50, 0) \frac{m}{s}$$

$$\hat{v}(t = 1 \text{ s}) = (0.08, 0.997, 0) \quad \text{(ג)} \quad \cos(1.5t^2) - 0.9t^2 \sin(1.5t^2) \frac{m}{s^2} ; \quad \vec{a}(t = 4 \text{ s}) = (28.8, -3.35, 13.17) \frac{m}{s^2}$$

$$a_N(t = 1 \text{ s}) = 7.59 \frac{m}{s^2} \quad \text{(ה)} \quad a_T(t = 1 \text{ s}) = -3.93 \frac{m}{s^2}$$

2.3.5

- מיקומו של גוף נתון בביטוי $\vec{r}(t) = A \cos(\alpha t^2)\hat{i} + A \sin(\alpha t^2)\hat{j} \text{ m}$
- (א) מהן היחידות הפיסיקליות של הפרמטרים A ו- α ?
- (ב) מהי מהירות הגוף בכל רגע?
- (ג) מהי תאוצת הגוף בכל רגע?
- (ד) מהי התאוצה המשיקית בכל רגע? מצאו גם את גודלה וגם את תיאורה הוקטורי!
- (ה) מהי התאוצה המאונכת בכל רגע? מצאו גם את גודלה וגם את תיאורה הוקטורי!

פתרון:

$$\vec{a}(t) = 2\alpha A (-\sin(\alpha t^2), \cos(\alpha t^2)) - \quad \text{(ג)} \quad \vec{v}(t) = 2\alpha t A (-\sin(\alpha t^2), \cos(\alpha t^2)) \quad \text{(ב)} \quad [A] = m ; [\alpha] = \frac{1}{s^2} = \frac{rad}{s^2}$$

$$4\alpha^2 t^2 A (\cos(\alpha t^2), \sin(\alpha t^2))$$

2.3.6

- כדור טניס נורה ממכונה מהקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 50 \frac{m}{s}$ בזווית $\theta = 25^\circ$ ביחס לאופק. במהלך התנועה באוויר פועלים על הכדור כוחות שאינם ניתנים להונחה, כך שהוא מרגיש תאוצה שנתונה בביטוי $\vec{a}(t) = (5e^{-0.2t}, -9.8) \frac{m}{s^2}$. הגדירו ציר x אופקי וציר y אנכי.
- (א) מהי מהירות הגוף בכל רגע?
- (ב) מהו מיקום הגוף בכל רגע אם נתון כי ברגע הירי, $t = 0$, הכדור היה בראשית?
- (ג) מתי מגיע הגוף לשיא הגובה? מהי מהירותו ומהו מיקומו ברגע זה?
- (ד) מתי פוגע הכדור בקרקע? מהי מהירותו ומהו מיקומו ברגע זה?

פתרון:

$$\vec{v}(t = \textbf{(ג)}) \vec{r}(t) = (70.32t + 125 \cdot e^{-0.2t} - 125, 21.13t - 4.9t^2) \text{ m} \quad \textbf{(ב)} \vec{v}(t) = (70.32 - 25 \cdot e^{-0.2t}, 21.12 - 9.8t) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \textbf{(א)}$$
$$\vec{v}(t = 4.31 \text{ s}) = (59.76, -21.11) \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \vec{r}(t = \textbf{(ד)} 2.16 \text{ s}) = (54.09, 0) \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \vec{r}(t = 2.16 \text{ s}) = (108.04, 22.78) \text{ m}$$
$$4.31 \text{ s}) = (230.87, 0) \text{ m}$$

2.4 תנועה יחסית, טרנפורמציית גליליי

2.4.1

שתי מכוניות נעות על מישור אופקי. מהירות המכונית A בכל רגע היא $\vec{v}_A(t) = (3t^2, -2t) \frac{m}{s}$. מהירות המכונית B בכל רגע היא $\vec{v}_B(t) = (-4t, 6t^2) \frac{m}{s}$. ברגע $t = 0$ מיקום המכונית A היה $\vec{r}_{0,A} = (-27, 9) m$ ומיקום המכונית B היה $\vec{r}_{0,B} = (8, -54) m$.

(א) מהו מיקומן של כל אחת מהמכוניות בכל רגע?
(ב) מתי מגיעה כל מכונית לראשית?
(ג) מה המיקום היחסי של המכונית A ביחס למכונית B בכל רגע, והאם הן נפגשות?
(ד) מהי המהירות היחסית של המכונית A ביחס למכונית B?

פתרון:

(א) $\vec{r}_A(t) = (-27 + t^3, 9 - t^2) m$; $\vec{r}_B(t) = (8 - 2t^2, -54 + 2t^3) m$
(ב) מגיעה לראשית ברגע $t = 3 s$ בעוד המכונית B לא מגיעה לראשית לעולם.
(ג) $\vec{r}'(t) = (t^3 + 2t^2 - 35, -2t^3 - t^2 + 63) m$
(ד) $\vec{v}'(t) = (3t^2 + 4t, -6t^2 - 2t) \frac{m}{s}$ לא נפגשות לעולם.

2.4.2

צופה יושב ליד חלון רכבת הנוסעת במהירות קבועה $v_1 = 54 \frac{m}{s}$. כמה זמן הוא יצפה ברכבת שניה שאורכה $L = 60 m$ שנעה בכיוון ההפוך במהירות קבועה $v_2 = 36 \frac{m}{s}$ חולפת על פניו?

פתרון:

$$\frac{2}{3} s$$

2.4.3

שלג יורד בכיוון אנכי, ובהשפעת כל הכוחות הפועלים עליו הוא נופל במהירות קבועה $v_1 = 2.4 \frac{m}{s}$. רוכב אופנוע נוסע במהירות קבועה $v_2 = 86.4 \frac{km}{hr}$ בכיוון האופקי. חשבו באיזו זווית ביחס לאנך רואה הרוכב את השלג הנופל.

פתרון:

$$84.29^\circ$$

2.4.4

נהר זורם במהירות $1.5 \frac{m}{s}$ מזרחה. סירה חוצה את הנהר מהגדה הדרומית, במהירות $7.5 \frac{m}{s}$ בניצב לנהר.

(א) מה וקטור מהירות הסירה כפי שהיא נראית ע"י צופה מהקרקע?
(ב) אם רוחבו של הנהר הוא $325 m$, מה יהיה מרחק הסירה כאשר תגיע לגדה הצפונית, מנקודת היציאה?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$(א) \frac{m}{s} (1.5, 7.5) \quad (ב) 331.44 \text{ m}$$

2.4.5

עגלה שאורכה L נעה ימינה בתאוצה קבועה a . ברגע מסוים נזרק כדור מהקצה הימני שלה אנכית מעלה (ביחס לעגלה) במהירות v . מהי מהירות זריקת הכדור המקסימלית האפשרית v_{max} עבורה הכדור עדיין יפול בתוך העגלה?

פתרון:

$$v = g \sqrt{\frac{L}{2a}}$$

2.4.6

מכונית נוסעת במישור אופקי xy במהירות שנתונה בביטוי $\vec{v}(t) = (10t^2 + 5, 2t - 3, 0) \frac{m}{s}$. ברגע $t = 0$, כאשר המכונית חולפת על פני ראשית הצירים, נזרק מהמכונית כדור קטן במהירות $v_0 = 4 \frac{m}{s}$ אנכית מעלה (בכיוון z) ביחס למכונית. הכח היחיד שמשפיע על הכדור הוא כח הכובד.
(א) מהי מהירות הכדור ביחס למכונית וביחס לקרקע, בכל רגע?
(ב) מהי תאוצת הכדור ביחס למכונית בכל רגע?
(ג) מתי פוגע הכדור בקרקע, ומהו המרחק בינו לבין המכונית ברגע זה? הניחו כי גובה המכונית קטן מאוד.

פתרון:

$$(א) \vec{v}'(t) = (-10t^2, -2t, 4 - 9.8t) \frac{m}{s} ; \vec{v}(t) = (10t^2 + 5, 2t - 3, 0) \frac{m}{s} \quad (ב) \vec{a}'(t) = (-20t, -2, -9.8) \frac{m}{s^2} \quad (ג) t = 1.225 \text{ s} ; \Delta r = 6.634 \text{ m}$$

2.5 קינמטיקה של תנועה מעגלית

2.5.1

גוף נע בתנועה מעגלית במישור xy כך שמיקומו בכל רגע נתון בביטוי:

$$\vec{r}(t) = R \cos(\theta) \vec{i} + R \sin(\theta) \vec{j} \text{ m}$$

כאשר $\theta = \theta(t)$ היא הזווית (ברדיאנים) ביחס לציר ה- x .

(א) מצאו את $\hat{r}$ - וקטור היחידה בכיוון הרדיאלי.

(ב) מצאו את וקטור מהירות הגוף ואת גודלה בכל רגע.

(ג) מצאו את $\hat{\phi}$ - וקטור היחידה בכיוון המשיקי.

(ד) מצאו את וקטור התאוצה ואת גודלן של התאוצות המשיקית והרדיאלית.

(ה) נתון כי וקטור המהירות הזוויתית הוא $\vec{\omega}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \vec{k}$. חשבו את המכפלה הוקטורית $\vec{\omega} \times \vec{r}$ והוכיחו שהתוצר הוא וקטור המהירות.

פתרון:

$$\vec{a}(t) = \text{(ד)} \quad \hat{\phi} = (-\sin \theta, \cos \theta) \quad \text{(ג)} \quad \vec{v}(t) = R \frac{d\theta(t)}{dt} (-\sin \theta, \cos \theta); \quad v(t) = R \frac{d\theta(t)}{dt} \quad \text{(ב)} \quad \hat{r} = (\cos \theta, \sin \theta)$$
$$R \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} (-\sin \theta, \cos \theta) - R \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 (\cos \theta, \sin \theta); \quad a_{\phi} = R \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad a_r = R \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2$$

2.5.2

גוף נע בתנועה מעגלית במגעל שרדיוסו $R = 5 \text{ m}$. הזווית בכל רגע נתונה בביטוי $\theta(t) = 2t^3 \text{ rad}$. מצאו את התאוצה המשיקית, התאוצה המרכזית ואת התאוצה הכללית בכל רגע!

פתרון:

$$a_{\phi}(t) = 60t \frac{m}{s^2}; \quad a_r(t) = 180t^4 \frac{m}{s^2}; \quad a(t) = 60t\sqrt{9t^6 + 1}$$

2.5.3

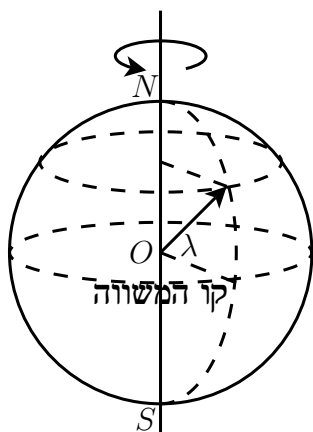
חלקיק נע בתנועה מעגלית, לפי $s(t) = 2t^3 + t^2 + 4t \text{ m}$, כאשר s הוא המרחק הנמדד לאורך הקשת. נתון כי ברגע $t = 1 \text{ s}$ התאוצה הכללית היא $a(t = 1 \text{ s}) = 16 \frac{m}{s^2}$. מהו רדיוס המעגל?

פתרון:

$$R = 18.59 \text{ m}$$

2.5.4

כדור הארץ מסתובב סביב צירו עם מהירות זוויתית קבועה $\omega = 7.292 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{s}$. מצאו, כפונקציה של קו הרוחב (λ), את המהירות והתאוצה של נקודה כלשהי על פני כדה"א!



פתרון:

$$v = 465.2 \cos \lambda \frac{m}{s} ; a = 0.034 \cos \lambda \frac{m}{s^2}$$

2.5.5

גוף נע בתנועה מעגלית במסלול שרדיוסו $R = 0.15 \text{ m}$. התאוצה הזוויתית של הגוף בכל רגע היא: $\alpha(t) = 6\sqrt{t} \frac{rad}{s^2}$. נתון כי ברגע $t = 0$ מהירותו הזווית של הגוף היתה $\omega_0 = 0.2 \frac{rad}{s}$ והזווית ביחס לציר ה- x היתה $\theta_0 = 0.5 \text{ rad}$.
 (א) חשבו את הזווית של הגוף ביחס לציר ה- x בכל רגע.
 (ב) חשבו את וקטור תאוצת הגוף ברגע $t = 1 \text{ s}$.
 (ג) חשבו את וקטור היחידה המשיקי ואת וקטור היחידה הרדיאלי ברגע $t = 1.2 \text{ s}$.

פתרון:

$$\vec{a}(t = 1 \text{ s}) = (-1.23, -4.66) \frac{m}{s^2} \quad \text{(ב)} \quad 0.5 + 0.2t + \frac{8}{5}t^{5/2} \text{ rad} \quad \text{(א)}$$

$$\hat{r}(t = 1.2 \text{ s}) = (-0.993, -0.122) ; \hat{\varphi}(t = 1.2 \text{ s}) = (0.122, -0.993) \quad \text{(ג)}$$

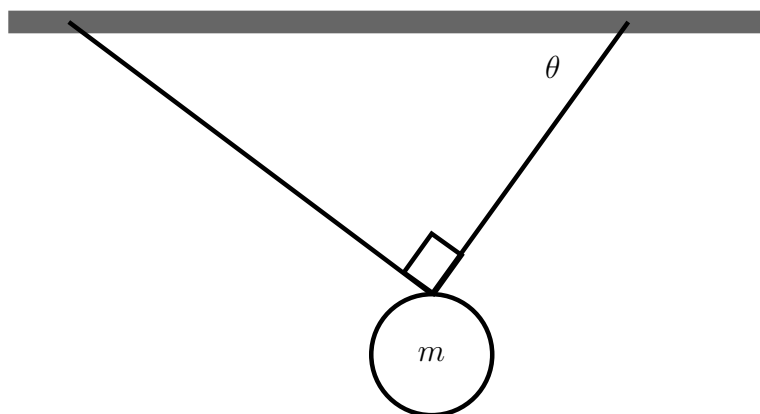
פרק 3

דינמיקה

3.1 שווי משקל

3.1.1

מסה m מוחזקת בעזרת שני חוטים הקשורים בצידם השני לתקרה, כמשורטט. בין החוטים ישנה זווית ישרה.



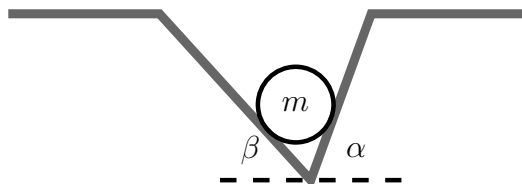
מצאו את המתחיות בכל אחד מהחוטים כפונקציה של הזווית θ , שבין החוט הימני לתקרה.

פתרון:

$$T_1 = mg \sin \theta ; T_2 = mg \cos \theta$$

3.1.2

כדור שמסתו m מונח בתוך בור בקרקע, כפי שמתואר בשרטוט:



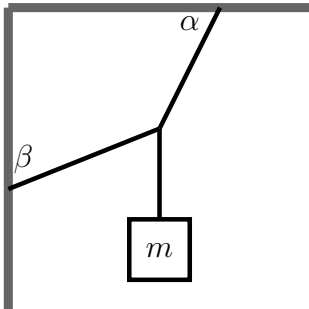
חשבו את הכוחות הנורמליים שפועלים על הכדור.

פתרון:

$$N_1 = mg \frac{\sin \beta}{\sin \alpha + \beta} ; N_2 = mg \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \beta}$$

3.1.3

מסה m קשורה לחוט ונמצאת במנוחה, כפי שמתואר בשרטוט:



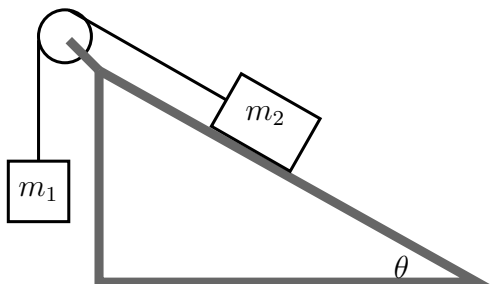
מהי המתיחות בכל אחד מהחוטים?

פתרון:

$$T_1 = -mg \frac{\sin \beta}{\cos \alpha + \beta} ; T_2 = -mg \frac{\cos \beta}{\cos \alpha + \beta} ; T_3 = mg$$

3.1.4

נתונה המערכת הבאה בשווי משקל:



מהו היחס בין המסות $\frac{m_1}{m_2}$? בטאו באמצעות θ .

פתרון:

$$\frac{m_1}{m_2} = \sin \theta$$

3.2 חוקי ניוטון

3.2.1

לעגלות שבשרטוט ישנן מסות $m_A = 10 \text{ kg}$; $m_B = 20 \text{ kg}$; $m_C = 30 \text{ kg}$. החוטים חסרי מסה. כח $F = 900 \text{ N}$ מושך את העגלה C.

(א) מצאו את תאוצת המערכת והמתיחויות בחוטים?

(ב) חזרו על החישוב של (א) עבור מצב אנכי.



פתרון:

$$(א) a = 15 \frac{m}{s^2} ; T_{AB} = 150 \text{ N} ; T_{BC} = 450 \text{ N} \quad (ב) a = 5.2 \frac{m}{s^2} ; T_{AB} = 150 \text{ N} ; T_{BC} = 450 \text{ N}$$

3.2.2

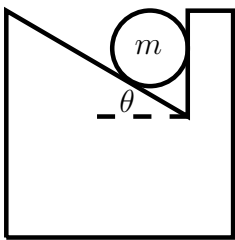
כדור שמסתו $m = 12 \text{ kg}$ מונח בתוך שקע שנוצר בקוביה, כפי שמוראה בשרטוט. הקוביה עשויה חומר אשר נשבר כאשר מופעל עליו כח הגדול מ- $N_{max} = 150 \text{ N}$. כמו כן נתון: $\theta = 30^\circ$.

(א) מושכים את הקוביה מטה בתאוצה a . מהי התאוצה המקסימלית האפשרית, a_{max} עבורה הכדור לא יתנתק מדפנות הקוביה?

(ב) מושכים את הקוביה ימינה בתאוצה a . מהי התאוצה המקסימלית האפשרית, a_{max} עבורה הכדור לא יתנתק מדפנות הקוביה?

(ג) מושכים את הקוביה מעלה בתאוצה a . מהי התאוצה המקסימלית האפשרית, a_{max} עבורה דפנות הקוביה לא ישברו?

(ד) מושכים את הקוביה שמאלה בתאוצה a . מהי התאוצה המקסימלית האפשרית, a_{max} עבורה דפנות הקוביה לא ישברו?



פתרון:

$$(א) a_{max} = 9.8 \frac{m}{s^2} \quad (ב) a_{max} = 5.66 \frac{m}{s^2} \quad (ג) a_{max} = 1.03 \frac{m}{s^2} \quad (ד) a_{max} = 6.84 \frac{m}{s^2}$$

3.2.3

מסוק שמשקלו הוא $w = 294000 \text{ N}$ נע באוויר כך שמיקומו בכל רגע נתון בביטוי $\vec{r}(t) = 0.04t^3\hat{i} - 0.2t^2\hat{j} + 0.3t\hat{k} \text{ m}$. מהו הכח השקול שפועל על המסוק בכל רגע?

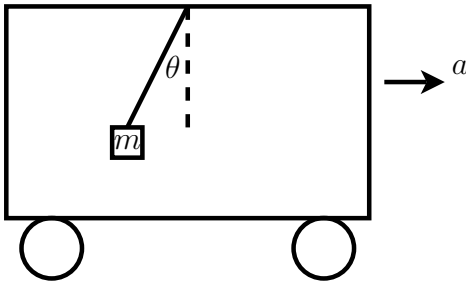
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$\sum \vec{F}(t) = (7200t, -12000, 0) \text{ N}$$

3.2.4

קרונית נעה בתאוצה קבועה a . לתקרת הקרונית מחובר חוט ובקצהו השני מסה m . בטאו את זווית הסטייה של החוט מהאנך (θ שבשרטוט) באמצעות a, g .

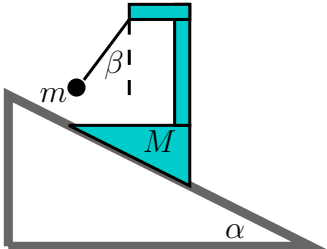


פתרון:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a}{g} \right)$$

3.2.5

על מישור חלק משופע בזווית $\alpha = 24^\circ$ נע טריז בעל מסה M . אל מוט שמחובר לטריז קשור חוט. לצידו השני של החוט מחוברת מסה קטנה m . כתוצאה מתנועת הטריז, החוט יוצר זווית β עם האנך.



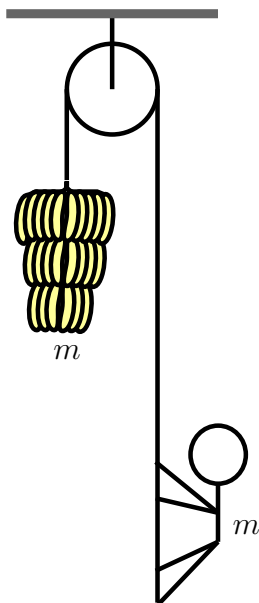
מצאו את הזווית β .

פתרון:

$$\beta = 24^\circ$$

3.2.6

קוף שמסתו m מטפס על חבל חסר מסה שכרוך סביב גלגלת חסרת חיכוך. בציד השני של החבל תלוי אשכול בננות בעל מסה m , אליו מנסה להגיע הקוף.



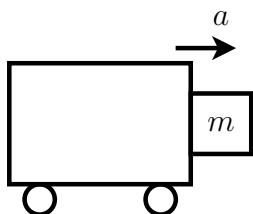
- (א) האם בזמן שהקוף מטפס מעלה, אשכול הבננות עולה, יורד או נותר באותו המקום?
 (ב) האם בזמן שהקוף מטפס מעלה, המרחק בינו לבין אשכול הבננות גדל, קטן או לא משתנה?
 (ג) הקוף משחרר את אחיזתו בחבל. מה ניתן לומר על המרחק בינו לבין אשכול הבננות בזמן שהוא נופל?

פתרון:

(א) עולה. (ב) לא משתנה. (ג) המרחק לא משתנה.

3.2.7

קרונ נמשך ימינה בתאוצה קבועה a . אל הקרון צמוד גוף שמסתו m . נתון כי בין הגוף לקרונית ישנו חיכוך עם מקדם סטטי μ_s .



מה התאוצה המינימלית האפשרית עבורה הגוף לא יחליק ביחס לקרון?

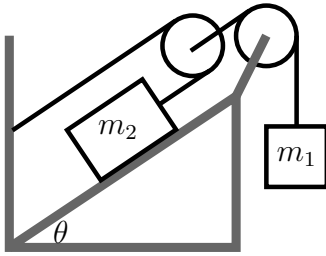
פתרון:

$$a_{min} = \frac{g}{\mu_s}$$

3.2.8

נתונה המערכת הבאה: הגלגלות והחוטים אידאליים (חסרי מסה וחיכוך). אין חיכוך בין m_2 למישור המשופע. כמו כן נתון: $\theta = 20^\circ$; $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 3 \text{ kg}$.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי



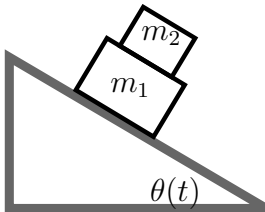
מהי תאוצת כל אחד מהגופים והמתיחויות בחוטים?

פתרון:

$$a_1 = 0.036 \frac{m}{s^2}; a_2 = 0.072 \frac{m}{s^2}; T_1 = 9.84 N; T_2 = 4.92 N$$

3.2.9

מסה $m_1 = 8 \text{ kg}$ מונחת על מישור משופע בזווית שמשתנה באופן הבא: $\theta(t) = 0.3t \text{ rad}$. עליה מונחת מסה $m_2 = 6 \text{ kg}$. בין m_1 למדרון קיים חיכוך עם מקדמים $\mu_s = 0.6$; $\mu_k = 0.55$, ובין m_1 ל- m_2 קיים חיכוך עם מקדמים $\mu_s = 0.8$; $\mu_k = 0.7$. ברגע $t = 0$ משחררים את המערכת ממנוחה.



- באיזה רגע תתחיל המסה m_1 להחליק ביחס למדרון?
- באיזה רגע תתחיל המסה m_2 להחליק ביחס ל- m_1 ?
- מהן תאוצות כל אחת מהמסות בכל רגע?

פתרון:

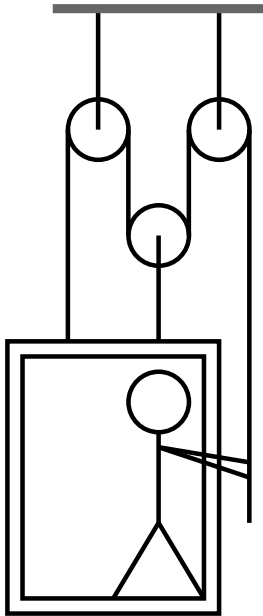
$$a(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1.8 \text{ s} \\ 9.8(\sin 0.3t - 0.55 \cos 0.3t) & t > 1.8 \text{ s} \end{cases} \frac{m}{s^2} \quad \text{(א) } t = 1.8 \text{ s} \quad \text{(ב) לעולם לא! (ג)}$$

3.2.10

אדם שמסתו $m = 80 \text{ kg}$ נמצא בתוך מעלית פתוחה שמסתה $M = 40 \text{ kg}$ ומושך עצמו מעלה באמצעות מערכת גלגלות כפי שמופיע בשרטוט. הגלגלות והחוטים אידיאליים (חסרי מסה וחיכוך).

- באיזה כח עליו למשוך את החוט כדי שיעלה במהירות קבועה?
- באיזה כח עליו למשוך את החוט כדי שיעלה בתאוצה קבועה $a = g$?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי



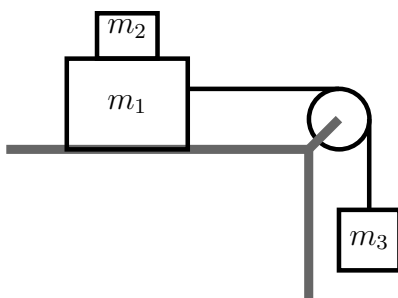
פתרון:

$$T = \frac{(m+M)g}{2} \quad (\text{ב}) \quad T = \frac{(m+M)g}{4} \quad (\text{א})$$

3.2.11

מסה $m_1 = 30 \text{ kg}$ מונחת על שולחן. בינה לבין השולחן ישנו חיכוך עם מקדמים $\mu_s = \mu_k = 0.4$. על m_1 מונחת מסה $m_2 = 10 \text{ kg}$. בין המסות ישנו חיכוך עם מקדמים $\mu_s = \mu_k = 0.6$. המסה m_1 קשורה בחוט אידיאלי למסה m_3 . משחררים את המערכת ממנוחה.

- (א) מהי המסה המינימלית $m_{3,min}$ הדרושה כדי להניע את המערכת?
 (ב) מהי המסה המקסימלית $m_{3,max}$ עבורה המסה m_2 תנוע יחד עם המסה m_1 ולא תחליק עליה?
 (ג) נתון כי $m_3 = 40 \text{ kg}$. מהן תאוצות כל אחד מהגופים?



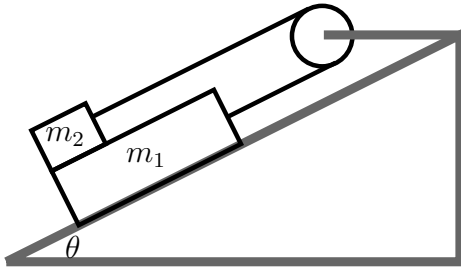
פתרון:

$$a = 2.94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{ג}) \quad m_{3,max} = 100 \text{ kg} \quad (\text{ב}) \quad m_{3,min} = 16 \text{ kg} \quad (\text{א})$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

3.2.12

מסה m_1 נמצאת על מישור משופע בזווית θ . על m_1 מונחת מסה m_2 הקשורה אליה בחוט שכרוך סביב גלגלת אידיאלית (חסרת מסה וחיכוך). בין שתי המסות קיים חיכוך עם מקדם קינטי μ_k , אך בין המסה m_1 למישור אין חיכוך. משחררים את המערכת ממנוחה, והיא מתחילה להחליק. מהי תאוצת המערכת?



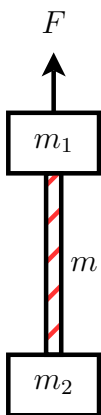
פתרון:

$$a = \left[\frac{(m_1 - m_2) \cdot \sin \theta - 2\mu_k m_2 \cdot \cos \theta}{m_1 + m_2} \right] \cdot g$$

3.2.13

שני הגופים שבשרטוט, $m_1 = 8 \text{ kg}$ ו- $m_2 = 6 \text{ kg}$ מחוברים זה לזה ע"י חוט אחיד שמסתו $m = 4 \text{ kg}$. כח $F = 200 \text{ N}$ פועל על המסה m_1 אנכית מעלה.

- מהי תאוצת המערכת?
- מהי המתיחות בנקודה העליונה ביותר של החוט?
- מהי המתיחות בנקודה התחתונה ביותר של החוט?
- מהי המתיחות בנקודה האמצעית של החוט?

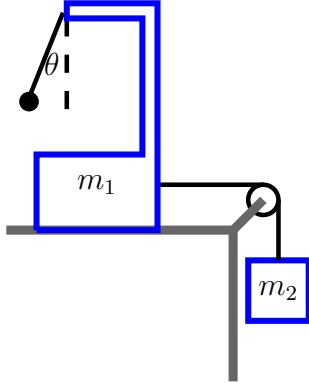


פתרון:

$$a = 1.31 \frac{m}{s^2} \quad (א) \quad T = 111.1 \text{ N} \quad (ב) \quad T = 66.66 \text{ N} \quad (ג) \quad T = 88.88 \text{ N} \quad (ד)$$

3.2.14

המערכת המשורטטת יכולה לשמש למדידת תאוצה של מערכת, ע"י מדידת זווית הנטיה של החוט המחובר לכדור הקטן (בעל מסה קטנה מאד יחסית ל- m_1). אין חיכוך במערכת.
 (א) מצאו את הקשר בין התאוצה לזווית θ .
 (ב) נתון $m_1 = 30 \text{ kg}$ ו- $m_2 = 60 \text{ kg}$. מהי הזווית θ ?
 (ג) אם אפשר לשנות את המסות m_1 ו- m_2 כרצוננו, מהי זווית הסטיה המקסימלית האפשרית של החוט?



פתרון:

$$(א) a = g \tan \theta \quad (ב) \theta = 33.69^\circ \quad (ג) \theta_{max} = 45^\circ$$

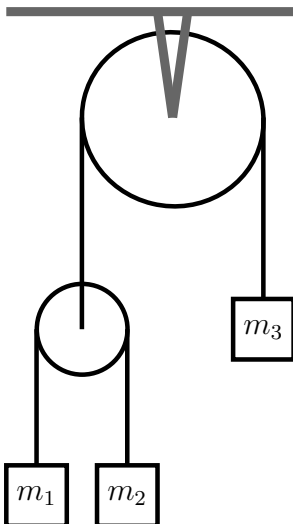
3.2.15

במערכת הבאה הגלגלות והחוטים אידיאליים (חסרי מסה וחיכוך). משחררים את המערכת ממנוחה.
 נתון: $m_1 = 1 \text{ kg}$; $m_2 = 4 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$. מצאו את:

(א) תאוצת המסה m_1 ביחס לקרקע!

(ב) תאוצת המסה m_2 ביחס לקרקע!

(ג) תאוצת המסה m_3 ביחס לקרקע!



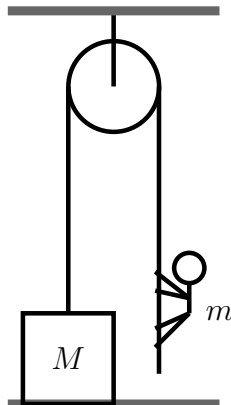
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

(א) $a_1 = 5.37 \frac{m}{s^2}$ כלפי מטה. (ב) $a_2 = 6 \frac{m}{s^2}$ כלפי מעלה. (ג) $a_3 = 0.95 \frac{m}{s^2}$ כלפי מעלה.

3.2.16

אתלט שמסתו m_1 מטפס על חבל אידאלי (חסר מסה וחיכוך) שכרוך סביב גלגלת אידאלית, ומחובר בצידו השני למשקולת m_2 שמונחת על הקרקע. תאוצת האדם היא a .
 (א) חשבו את המתיחות בחבל אם נתון כי המסה אינה מתרוממת מהקרקע!
 (ב) מהי התאוצה המקסימלית האפשרית של האתלט a_{max} עבורה המשקולת לא תתרומם מהקרקע?
 (ג) בהנחה שתאוצת האתלט גדולה מ- a_{max} , והמסה מתרוממת מהקרקע, מהי תאוצתה?

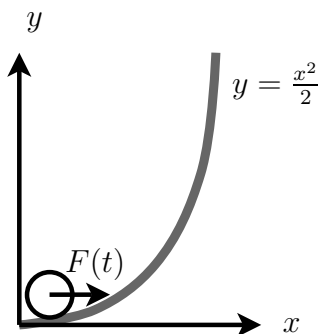


פתרון:

(א) $T = m(a + g)$ (ב) $a_{max} = \frac{M-m}{m}g$ (ג) $a_M = \frac{m}{M}(a + g) - g$

3.2.17

מסה $m = 2 \text{ kg}$ נמשכת ע"י כח אופקי $F(t)$ במעלה מסלול חסר חיכוך שמשוואת המסלול שלו במערכת הצירים הינה $y = \frac{x^2}{2}$. בכל רגע, מיקומו בציר x הוא $x(t) = 2t$.
 (א) מהו הכח $F(t)$ שמושך את הגוף כפונקציה של הזמן?
 (ב) מהו כח הנורמלי שפועל על המסה כפונקציה של הזמן?

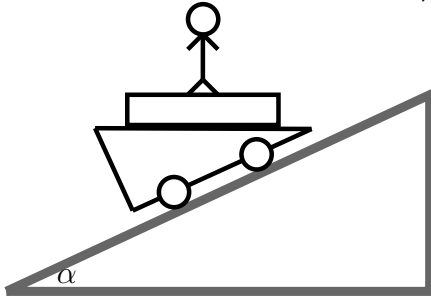


פתרון:

$$\vec{N}(t) = (-55.2t, 27.6) \text{ N} \quad (\text{ב}) \quad F(t) = 55.2t \text{ N} \quad (\text{א})$$

3.2.18

אדם שמסתו m עומד על משקל שמונח על עגלה שמתגלגלת במורד מדרון חלק משופע בזווית α .
 (א) מהו הכח אותו יראה המשקל במהלך התנועה?
 (ב) מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי שיאפשר לאדם לא להחליק ביחס למשקל?

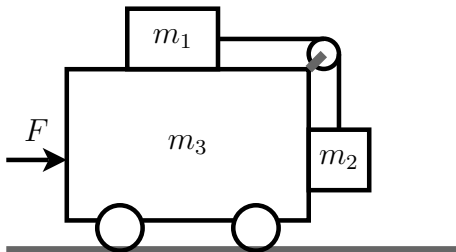


פתרון:

$$\mu_{s,min} = \tan \alpha \quad (\text{ב}) \quad N = mg \cos^2 \alpha \quad (\text{א})$$

3.2.19

בשרטוט מתוארות 3 מסות m_1, m_2 ו- m_3 . אין חיכוך במערכת.



(א) מהו הכח F שיש להפעיל על המסה m_3 כדי שהמסות m_1, m_2 לא יחליקו ביחס אליה?
 (ב) מהי תאוצת המערכת במצב המתואר ב-(א)?

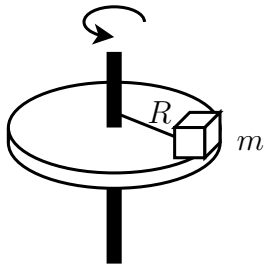
פתרון:

$$a = \frac{m_1}{m_2} g \quad (\text{ב}) \quad F = (m_2 + m_3) \cdot \frac{m_1}{m_2} g \quad (\text{א})$$

3.2.20

מסה $m = 1 \text{ kg}$ נעה עם שולחן עגול שרדיוסו $R = 10 \text{ cm}$ השולחן מסתובב עם תאוצה זוויתית $\alpha(t) = 20t \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. נתון כי ברגע $t = 0$ הגוף במנוחה. בין המסה לשולחן ישנו חיכוך עם מקדם $\mu = 3$. כמו כן המסה קשורה בחוט לציר הסיבוב. המתיחות המקסימלית שיכול לשאת החוט היא $T_{max} = 10 \text{ N}$.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי



(א) באיזה רגע יחליק הגוף ביחס לשולחן?

(ב) מהי הזווית שסרק הגוף עד לרגע שמצאתם ב-(א)?

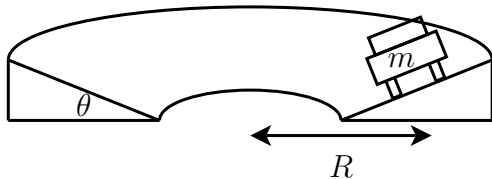
(ג) חוזרים על הניסוי פעם נוספת, אך הפעם מורחים את השולחן בחומר סיכה כך שמקדם החיכוך בינו לבין המסה הוא כעת $\mu = 0.5$. באיזה רגע יחליק הגוף ביחס לשולחן?

פתרון:

$$t = 1.41 \text{ s (א)} \quad \Delta\theta = 9.32 \text{ rad (ב)} \quad t = 1.1 \text{ s (ג)}$$

3.2.21

מכונית שמסתה $m = 3 \text{ ton}$ נוסעת בסיבוב ברדיוס $R = 30 \text{ m}$ על כביש משופע בזווית $\theta = 12^\circ$. בין המכונית לכביש ישנו חיכוך עם מקדם $\mu = 4$.



(א) בתור מהנדס הכביש, מה תורה לכתוב על שלט המורה לגבי המהירות המקסימלית האפשרית עבורה עדין לא תהיה החלקה?

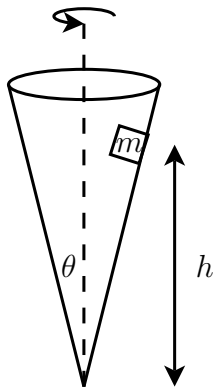
(ב) לפתע הנהג מזהה כי במרחק מה ממנו (לאורך הקשת) יש כתם שמן על הכביש, והוא מבין כי מקדם החיכוך שם אפסי. הוא מאט כדי לא להחליק באיזור זה. מהי המהירות הנסיעה עבורה הוא ימנע מהחלקה?

פתרון:

$$v = 7.91 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (ב)} \quad v_{\max} = 90.93 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (א)}$$

3.2.22

מסה m צמודה לדופן של קונוס שמחצית זווית הראש שלו היא θ , ומסתובבת עם הקונוס במעגל אופקי בגובה h מקודקודו. מקדם החיכוך בין המסה לדופן הוא μ .



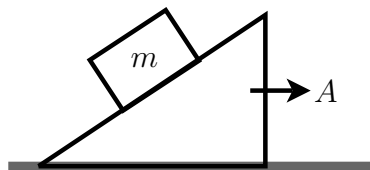
מצאו את זמן המחזור המינימלי ואת זמן המחזור המקסימלי האפשריים עבור התנועה כדי שהמסה לא תחליק ביחס לדופן!

פתרון:

$$T_{min} = 2\pi \frac{R(\sin \theta - \mu_s \cos \theta)}{g(\cos \theta + \mu_s \sin \theta)} ; T_{max} = 2\pi \frac{R(\sin \theta + \mu_s \cos \theta)}{g(\cos \theta - \mu_s \sin \theta)}$$

3.2.23

מסה m מחליקה מטה על פני טריז בעל זווית שיפוע θ . הטריז נמשך בתאוצה קבועה A ימינה. בין המסה לטריז ישנו חיכוך קינטי עם מקדם $\mu_k = \tan \theta$.



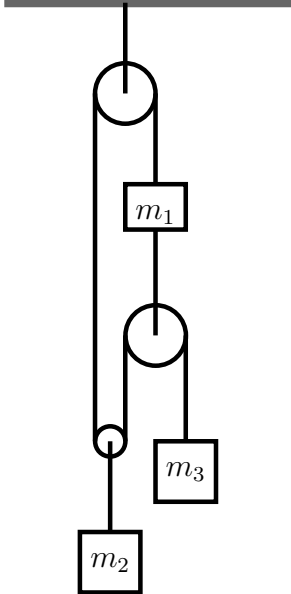
מהי תאוצת המסה ביחס לטריז וביחס לקרקע?

פתרון:

תאוצת המסה ביחס לטריז היא $a' = \frac{A}{\cos \theta}$ בכיוון מורד המדרון, ותאוצת המסה ביחס לקרקע היא $a = A \tan \theta$ אנכית מטה.

3.2.24

נתונה המערכת הבאה: הגלגלות אידאליות (חסרות מסה וחיכוך) והחוטים אידאליים (חסרי מסה וחיכוך).



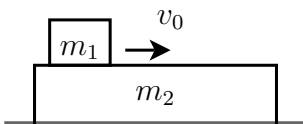
מהי תאוצת כל אחת מהמסות?

פתרון:

$$a_1 = \left[\left(-\frac{2}{1 + \frac{4m_3}{m_2} + \frac{m_3}{m_1}} \right) \cdot \frac{m_3}{m_1} - 1 \right] \cdot g ; a_2 = \left[\left(\frac{4}{1 + \frac{4m_3}{m_2} + \frac{m_3}{m_1}} \right) \cdot \frac{m_3}{m_2} - 1 \right] \cdot g ; a_3 = \left(\frac{1 - \frac{4m_3}{m_2} - \frac{m_3}{m_1}}{1 + \frac{4m_3}{m_2} + \frac{m_3}{m_1}} \right) \cdot g$$

3.2.25

מסה m_2 מונחת על רפצה אופקית חלקה. עליה מונחת מסה שנייה m_1 . בין שתי המסות קיים חיכוך עם מקדם קינטי μ_k . מעניקים למסה m_1 מהירות התחלתית v_0 .



- (א) מצאו מנקודת מבטו של צופה אינרציאלי על הקרקע את הדרך שתעבור m_1 על m_2 עד שתיעצר ביחס אליה.
 (ב) מצאו מנקודת מבטו של צופה לא אינרציאלי על m_2 את הדרך שתעבור m_1 על m_2 עד שתיעצר ביחס אליה.

פתרון:

$$\frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_0^2}{\mu_k g} \quad (\text{ב}) \quad \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_0^2}{\mu_k g} \quad (\text{א})$$

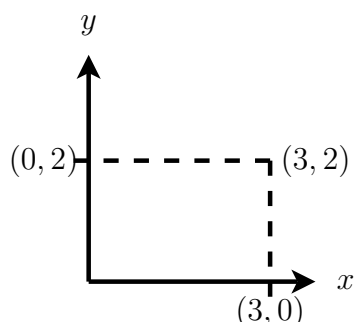
פרק 4

עבודה ואנרגיה

4.1 חישוב עבודה

4.1.1

חלקיק יכול לנוע על שלוש מסילות שונות במערכת הצירים הנתונה:
(1) מהראשית לנקודה $(3, 0)$ לאורך ציר x ומשם לנקודה $(3, 2)$ במקביל לציר y .
(2) מהראשית לנקודה $(0, 2)$ לאורך ציר y ומשם לנקודה $(3, 2)$ במקביל לציר x .
(3) בקו ישר ישירות מהראשית לנקודה $(3, 2)$.
הכח השקול שפועל על הגוף בכל רגע הוא $\vec{F}(\vec{r}) = (2\sqrt{y}, 0.5x^2 - y, 0) \text{ N}$.



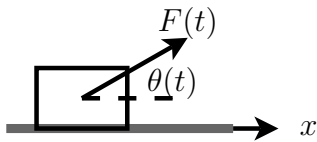
חשבו את עבודת הכח על החלקיק דרך כל אחד מהמסלולים!

פתרון:

(א) במסלול 1: $W_{\vec{F}}^{A \rightarrow B} = 7 \text{ J}$ (ב) במסלול 2: $W_{\vec{F}}^{A \rightarrow B} = 6.49 \text{ J}$ (ג) במסלול 3: $W_{\vec{F}}^{A \rightarrow B} = 6.66 \text{ J}$

4.1.2

גוף שמסתו $M = 500 \text{ gr}$ נמשך ע"י כח משתנה בזמן (שגודלו וכיוונו אינם קבועים). גודלו של הכח בכל רגע הוא $F(t) = 3t \text{ N}$ והזווית שהוא יוצר עם האופק בכל רגע היא $\theta(t) = 1.5t^4 \text{ rad}$. נתון כי מיקומו של הגוף בכל רגע הוא $x(t) = 0.5t^3 \text{ m}$.



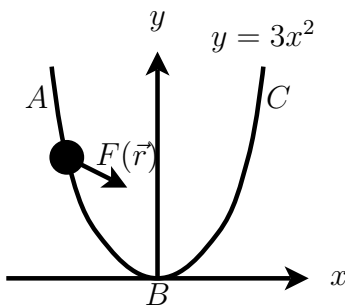
- (א) חשבו את עבודת הכח לאחר שיצא מהראשית והתקדם מרחק של 2 m .
 (ב) הראו שכאשר הגוף התקדם 2 m הוא עדין נמצא על המשטח!

פתרון:

$$W_{\vec{F}} = -0.075 \text{ J (א)}$$

4.1.3

כדור קטן שמסתו $m = 0.04 \text{ kg}$ מושחל בתוך מסילה דקה שמשוואת המסלול שלה במערכת הצירים היא $y = 3x^2$. הכדור נע על המסילה ללא חיכוך, אך תחת השפעת כח נורמלי, כח הכובד וכח חיצוני $\vec{F}(\vec{r}) = (5x^2y + e^{-0.2x}, x - 0.3y^2) \text{ N}$ במערכת הצירים הנתונה.



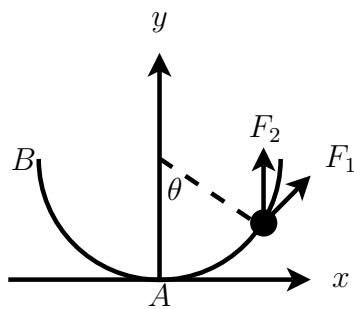
- (א) חשבו את עבודת כל הכוחות בין הנקודות A שנמצאת בגובה $y_A = 12 \text{ m}$ מעל לראשית, ו-B שמיקומה ראשית הצירים.
 (ב) חשבו את עבודת כל הכוחות בין הנקודות A ו-C שנמצאות באותו הגובה, $y_A = y_C = 12 \text{ m}$.

פתרון:

$$W_{tot}^{A \rightarrow C} = 196.11 \text{ J (ב)} \quad W_{tot}^{A \rightarrow B} = 260 \text{ J (א)}$$

4.1.4

חרוז שמסתו $m = 1 \text{ kg}$ נע לאורך מסילה מעגלית, שתחתיתה בראשית הצירים (נקודה A). רדיוס המסילה $R = 0.2 \text{ m}$. על החרוז פועלים, מלבד כח נורמלי וכח הכובד, גם שני כוחות נוספים: כח שגודלו קבוע $F_1 = 3 \text{ N}$ וכיוונו הפוך למגמת התנועה בכל רגע (משיק למסלול), וכח תלוי מרחב שכיוונו אנכית מעלה בכל רגע וגודלו $F_2 = 2 \cos \theta$, כאשר θ היא הזווית בין הרדיוס-וקטור לאנך.



חשבו את עבודת כל הכוחות מהנקודה A לנקודה B שנמצאת על הקוטר האופקי.

פתרון:

$$W_{tot}^{A \rightarrow B} = -3.86 \text{ J}$$

4.1.5

גוף נע לאורך מסלול כך שמיקומו בכל רגע הוא $\vec{r}(t) = t^2\hat{i} + (2t + 1)\hat{j} - 3t\hat{k} \text{ m}$ על הגוף פועל כח $\vec{F}(\vec{r}) = 2xy\hat{i} + 3\sqrt{xy}^2\hat{j} \text{ N}$. נתון כי ברגע $t = 0$ הגוף נמצא בנקודה A וברגע $t = 1 \text{ s}$ הוא נמצא בנקודה B. מהי עבודת הכח $\vec{F}$ בין הנקודות A ו-B?

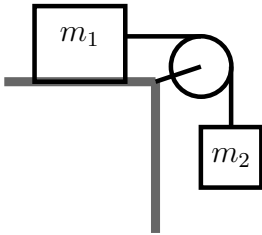
פתרון:

$$W_{\vec{F}}^{A \rightarrow B} = 19.6 \text{ J}$$

4.2 משפט העבודה-אנרגיה

4.2.1

נתונה המערכת הבאה, ובה המסות נעות במהירות קבועה, כך ש- m_2 יורדת.



המסות: $m_1 = 10 \text{ kg}$; $m_2 = 6 \text{ kg}$.

אם נתון כי כל אחת מהמסות התקדמה מרחק של 0.5 m , חשבו את:

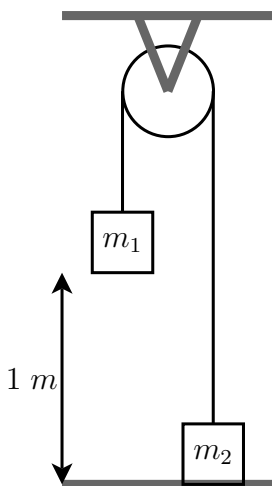
- (א) עבודת כח הכובד על כל אחת מהמסות!
- (ב) עבודת כח המתחים על כל אחת מהמסות!
- (ג) עבודת כח החיכוך שפועל על m_1 !
- (ד) עבודת הכח הנורמלי שפועל על m_1 !
- (ה) העבודה הכללית שנעשית על הגופים!

פתרון:

(א) $W_{m_2 \vec{g}} = 29.4 \text{ J}$; $W_{m_1 \vec{g}} = 0$ (ב) $W_{\vec{T}, m_2} = 29.4 \text{ J}$; $W_{\vec{T}, m_1} = -29.4 \text{ J}$ (ג) $W_{\vec{f}_k, m_1} = -29.4 \text{ J}$ (ד) $W_{\vec{N}_1} = 0$ (ה) $W_{tot} = 0$

4.2.2

המערכת שבשרטוט משוחררת ממנוחה. נתון כי המסות $m_1 = 120 \text{ kg}$; $m_2 = 3 \text{ kg}$ וכן שהחוט חסר מסה ואין חיכוך בינו לבין הגלגלת.



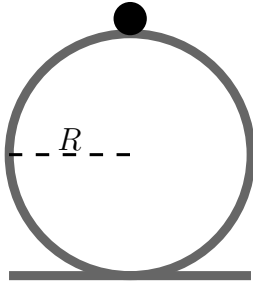
מצאו משיקולי אנרגיה את מהירות הפגיעה של m_1 בקרקע.

פתרון:

$$v = 4.32 \frac{m}{s}$$

4.2.3

חלקיק קטן נמצא במנוחה בשיאו של כדור חסר חיכוך שרדיוסו R . החלקיק מקבל מכה קטנה, כך שהוא מתחיל להחליק ממהירות אפסית על פני הכדור.



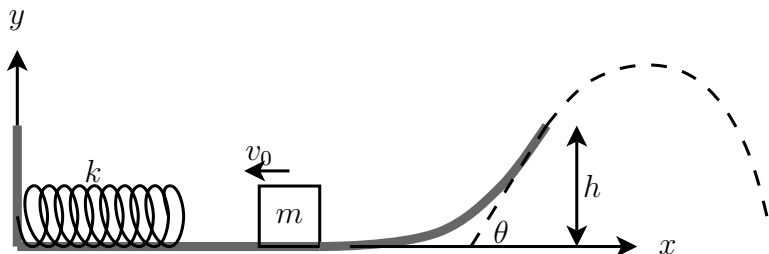
באיזו נקודה על הכדור, החלקיק מתנתק ממנו?

פתרון:

בנקודה הנמצאת בגובה $\frac{5}{3}R$ מעל לקרקע!

4.2.4

מסה $m = 300 \text{ gr}$ נעה במהירות $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ על מישור אופקי חסר חיכוך, ומכווצת קפיץ חסר מסה בעל קבוע $k = 20 \frac{N}{m}$.



(א) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ?

(ב) לאחר שהמסה נעצרת, היא מתחילה לנוע ימינה, מתנתק מהקפיץ, ועולה במעלה עקומה שגובהה המירבי מעל

הקרקע הוא $h = 40 \text{ cm}$. בנקודת הניתוק זווית השיפוע ביחס לאופק היא $\theta = 36.87^\circ$.

(1) מהו הגובה המקסימלי אליו מגיעה המסה בתנועתה באוויר?

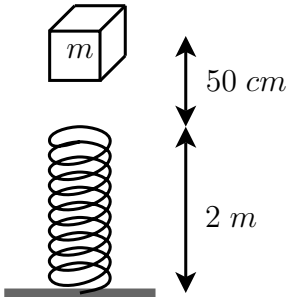
(2) מהו המרחק האופקי אותו עוברת המסה מרגע הניתוק?

פתרון:

$$\Delta \ell_{\max} = 1.225 \text{ m} \quad (\text{א}) \quad 2.09 \text{ m} \quad (\text{ב}) \quad 9.52 \text{ m} \quad (2)$$

4.2.5

גוף $m = 2 \text{ kg}$ נעזב ממנוחה בגובה 50 cm מעל קצהו של קפיץ שאורכו הרפוי $\ell_0 = 2 \text{ m}$ ונמצא על הקרקע. קבוע הכח של הקפיץ $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. הניחו כי כאשר פוגע הגוף בקפיץ הוא אינו משנה את מהירותו, שכן מסתו של הקפיץ זניחה.



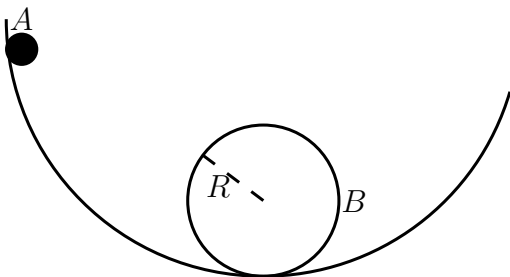
- (א) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ?
 (ב) מהו הגובה המקסימלי מעל הקרקע אליו יגיע הגוף לאחר שהקפיץ הגיע לכיוון מקסימלי?
 (ג) כיצד היתה משתנה התשובה ל-(א) אם לכל משך התנועה היה פועל על הגוף כח חיצוני $F = 0.2y \text{ N}$, שמגמתו אנכית מעלה? (y גובהו של הגוף מעל לקרקע בכל רגע).

פתרון:

- (א) $\Delta \ell_{\max} = 1.13 \text{ m}$ (ב) 2.35 m אם נשאר מחובר לקפיץ, ו- 2.5 m (חוזר לגובה ההתחלתי) אם לא מחובר לקפיץ.
 (ג) $\Delta \ell_{\max} = 1.11 \text{ m}$

4.2.6

גוף שמסתו m מחליק ללא חיכוך על המסילה שבשרטוט. הוא מתחיל לנוע ממנוחה מהנקודה A .



- (א) מהו הגובה המינימלי של A עבורו ישלים הגוף סיבוב שלם על המסילה?
 (ב) בתנאים של (א), מהו הכח הנורמלי שפועל על הגוף בנקודה B ?

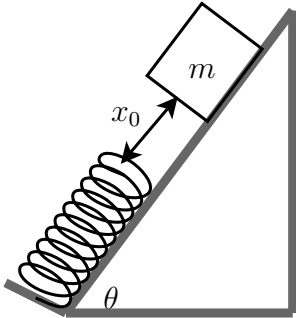
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$N_B = 3mg \quad (\text{ב}) \quad h_{\min} = 2.5R \quad (\text{א})$$

4.2.7

מסה $m = 2 \text{ kg}$ משוחררת ממנוחה על מדרון משופע בזווית $\theta = 53.13^\circ$, במרחק $x_0 = 2 \text{ m}$ מקצהו של קפיץ חסר מסה בעל קבוע $K = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. בין המסה למדרון ישנו חיכוך עם מקדמים $\mu_k = 0.3$; $\mu_s = 0.5$.



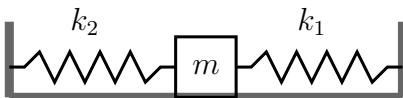
- (א) מהי מהירות המסה מיד לפני הפגיעה בקפיץ?
 (ב) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ?
 (ג) המסה חוזרת ומטפסת שוב במעלה המדרון. מהו המרחק מנקודת ההתחלה אליו היא מצליחה להגיע?

פתרון:

$$1.19 \text{ m} \quad (\text{ג}) \quad 1.26 \text{ m} \quad (\text{ב}) \quad 4.93 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

4.2.8

גוף $m = 2 \text{ kg}$ מחובר לשני קפיצים בעלי קבועים $k_1 = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$; $k_2 = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ כמשורטט. במצב שווי המשקל, שני הקפיצים רפויים. מסיטים את המסה 10 cm ימינה ומשחררים ממנוחה.



- (א) מהי המהירות המקסימלית של הגוף?
 (ב) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

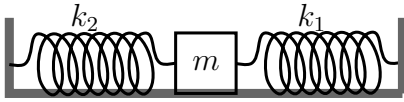
פתרון:

$$10 \text{ cm} \quad (\text{ב}) \quad v_{\max} = 2.74 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

4.2.9

מסה $m_1 = 10 \text{ kg}$ קשורה לשני קפיצים. הקפיץ הימני בעל קבוע $k_1 = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ והקפיץ השמאלי בעל קבוע $k_2 = 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. בנקודת שווי המשקל הקפיץ הימני מתוח במידה $\Delta \ell_1 = 20 \text{ cm}$. מסיטים את המסה ימינה מרחק של 20 cm ומשחררים ממנוחה.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי



- (א) מהי המתיחה של הקפיץ השמאלי במצב שווי המשקל?
 (ב) מהי מהירות המסימלית של המסה בתנועתה?
 (ג) מהו המרחק המקסימלי משמאל לנקודת שווי המשקל אליו יגיע הגוף?
 (ד) מהי מהירות המסה כאשר היא נמצאת 5 cm מימין לנקודת שווי המשקל?
 (ה) היכן נמצאת המסה כאשר מהירותה היא $0.1\frac{m}{s}$?

פתרון:

(א) 10 cm (ב) $v_{max} = 0.49\frac{m}{s}$ (ג) 20 cm (ד) $0.47\frac{m}{s}$ (ה) $\pm 1.96\text{ m}$

4.2.10

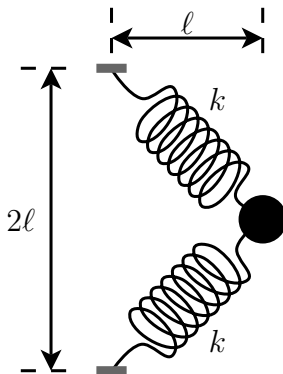
מותחים קפיץ מעבר לגבול מסוים, כך שהכח שהוא מפעיל מתנהג באופן הבא: $F = -10x + 100x^3\text{ N}$ כאשר x מידת המתיחה/כיוון של הקפיץ. מניחים את הקפיץ על מישור אופקי, מקבעים את צידו האחד לקיר, ומצמידים לצידו השני גוף שמסתו $m = 1\text{ kg}$. מכווצים את הקפיץ עם הגוף בשיעור של 15 cm . מה תהיה מהירותו של הגוף כאשר ישתחרר מהקפיץ?

פתרון:

$v = 0.45\frac{m}{s}$

4.2.11

גוף מונח על שולחן אופקי ומחובר לשני קפיצים בעל קבוע כח זהה k . במצב שווי המשקל הקפיצים נמצאים על אותו הציר ואינם מתוחים או מכווצים. מושכים את הגוף ימינה כך שהקפיצים נמתחים כמשורטט.



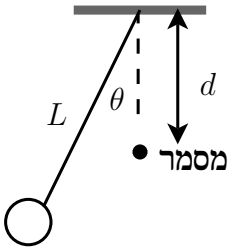
- (א) חשבו את העבודה שמשקיעים הקפיצים בהעברת הגוף מהמצב המתואר לנקודת שווי המשקל!
 (ב) חשבו את מהירות הגוף בנקודת שווי המשקל!

פתרון:

$$\frac{0.34k\ell^2}{m} \quad (\text{ב}) \quad 0.17k\ell^2 \quad (\text{א})$$

4.2.12

מטוטלת שאורכה L יכולה להתנודד במישור אנכי. מתחת לנקודת החיבור של החוט עם התקרה, במרחק d תקוע מסמר קטן.

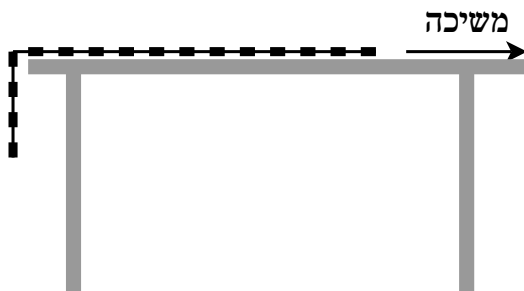


(א) הראו כי אם המסה משוחררת מגובה נמוך יותר מאשר גובהו של המסמר, היא תחזור לנקודת ההתחלה לאחר הפגיעה במסמר!

(ב) הראו כי אם המסה משוחררת מהאופק ($\theta = 90^\circ$) היא תשלים סיבוב שלם אך ורק אם מתקיים כי הערך המינימלי של d הוא $d_{\min} = \frac{3L}{5}$!

4.2.13

שרשרת בעלת מסה M ואורך L מונחת על שולחן כך ש- $1/4$ ממנה תלויה באויר, כמשורטט. מושכים את השרשרת ימינה, במהירות קטנה מאד.



כמה עבודה הושקעה בתהליך המשיכה עד שכל השרשרת נמצאת על השולחן?

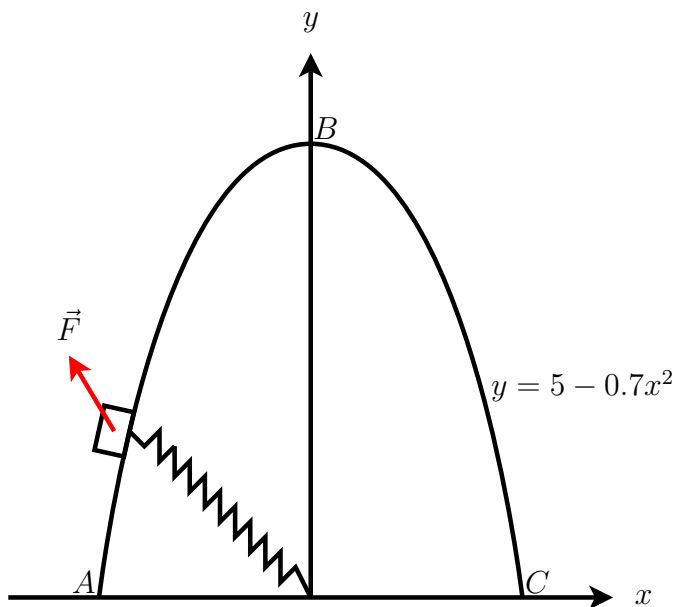
פתרון:

$$W = \frac{MgL}{32}$$

4.2.14

מסה $m = 0.2 \text{ kg}$ נעה על מסלול חלק שמשוואת המסלול שלו הינה $y = 5 - 0.7x^2$. המסה מחוברת אל קפיץ שקבוע הכח שלו $k = 17 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, שקצהו השני מחובר לראשית הצירים (ראו שרטוט). ברגע $t = 0$ המסה נמצאת בנקודה A. במצב זה, הקפיץ רפוי. על המסה פועל בנוסף לכוחות האחרים גם כח חיצוני $\vec{F} = (y - 2x, e^{-2y} + x^2) \text{ N}$.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי



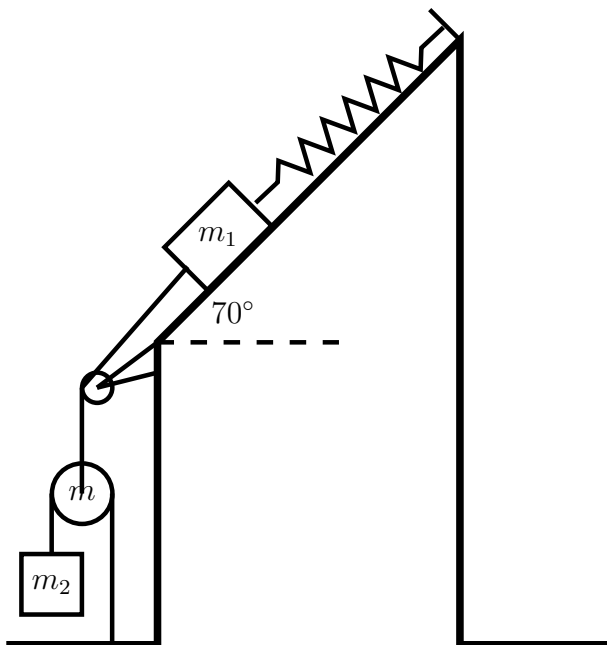
- (א) מהי המהירות המינימלית שיש להעניק למסה בנקודה A כדי שתגיע לנקודה B?
 (ב) מעניקים למסה מהירות $v_A = 20 \frac{m}{s}$ בנקודה A.
 (1) האם רכיב התאוצה של המסה בציר y בנקודה B תהיה חיובית, שלילית או אפס?
 (2) באיזו מהירות יפגע הגוף בקרקע, בנקודה C?

פתרון:

(א) $v_A = 14.65 \frac{m}{s}$ (ב) (1) שלילית. (2) $v_C = 24.04 \frac{m}{s}$

4.2.15

נתונה המערכת הבאה



נתון: $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 3 \text{ kg}$; $m = 1 \text{ kg}$; $k = 300 \frac{N}{m}$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

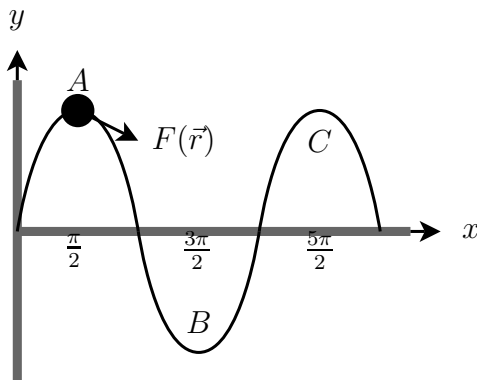
בין המסה m_1 לשולחן ישנו חיכוך עם מקדם קינטי $\mu_k = 2.3$.
 ברגע $t = 0$ מותחים את הקפיץ $\Delta \ell = 1 \text{ m}$ ביחס לרפיון ומשחררים ממנוחה.
 (א) מה עבודת כח החיכוך מרגע $t = 0$ ועד שהקפיץ חוזר למצב רפוי?
 (ב) מהי מהירותה של כל מסה ברגע שהקפיץ חוזר למצב רפוי?

פתרון:

$$v_1 = 2.52 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; v_2 = 5.04 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ב}) \quad W_{f_k} = -15.42 \text{ J} \quad (\text{א})$$

4.2.16

כדור קטן בעל מסה $m = 100 \text{ gr}$ נע לאורך מסילה חלקה שמשוואת המסלול שלה היא $y = 2 \sin x$. על הכדור פועל בנוסף לכח הכובד ($-\hat{y}$ בכיוון) ולכח הנורמלי גם כח חיצוני $\vec{F}(\vec{r}) = (2y^2, -x - y) \text{ N}$. הכדור מתחיל לנוע ממנוחה מהנקודה A.



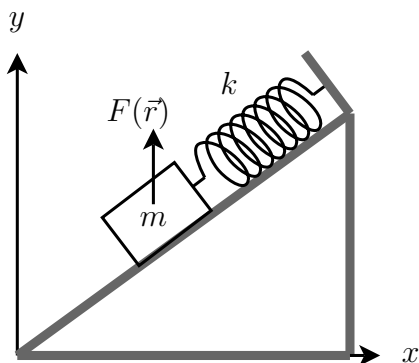
- (א) מהי מהירות הכדור כאשר הוא עובר בנקודה B?
 (ב) האם רכיב התאוצה a_y בנקודה B הוא חיובי, שלילי או אפס, במערכת הצירים הנתונה?
 (ג) מהי מהירות הכדור כאשר הוא עובר בנקודה C?

פתרון:

$$v_C = 15.9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ג}) \quad v_B = 24.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ב}) \quad v_C = 15.9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

4.2.17

מסה $m = 800 \text{ gr}$ מחוברת לקפיץ בעל קבוע כח $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ונעה על מישור משופע. על המסה פועל כח $\vec{F}(\vec{r}) = 10xy\hat{j} \text{ N}$ במערכת הצירים הנתונה. ברגע $t = 0$ הגוף נמצא במיקום $\vec{r}_0 = (2, 1) \text{ m}$, והוא מתחיל לנוע ממנוחה. ברגע זה, הקפיץ רפוי!



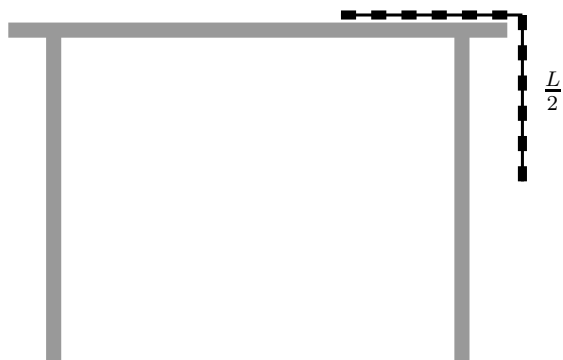
- (א) מהו מיקום המסה חלקיק שניה לפני שהיא מתנתקת מהמדורן?
 (ב) מהי מהירות המסה חלקיק שניה לפני שהמסה מתנתקת מהמדורן?

פתרון:

(א) m (2.8, 1.4) (ב) $\frac{m}{s}$ 3.79

4.2.18

שרשרת אחידה בעלת מסה M ואורך L מונחת על שולחן כך ש- $1/2$ ממנה נמצא באוויר. ברגע $t = 0$ משחררים את השרשרת ממנוחה.



- (א) מהי מהירות השרשרת כאשר הקצה שלה עוזב את השולחן?
 (ב) חזרו על החישוב של סעיף (א) עבור מצב שבו בין השרשרת לשולחן ישנו חיכוך עם מקדם μ_k !

פתרון:

(א) $v = \sqrt{\frac{3}{4}gL}$ (ב) $v = \sqrt{\frac{3-\mu_k}{4}gL}$

4.2.19

האנרגיה הפוטנציאלית של חלקיק מסוים היא $U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$, כאשר r המרחק של החלקיק מנקודה מסוימת, וכמו כן A ו- B קבועים חיוביים.

- (א) מהן היחידות הפיסיקליות של הקבועים A ו- B ?
 (ב) מצאו את מרחק נקודת שווי המשקל r_0 . הראו כי מדובר בשווי משקל יציב!

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

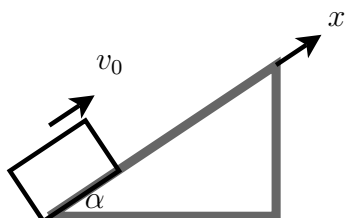
- (ג) חשבו את אנרגיית היוניזציה E_0 , כלומר את האנרגיה שיש להשקיע כדי להרחיק גוף מ- r_0 לאינסוף!
- (ד) מהי עבודת הכח שנגזר מ- $U(r)$ כשהחלקיק עובר מנקודה $\vec{r}_1 = (\sqrt{2}r_0, \sqrt{2}r_0)$ לנקודה $\vec{r}_2 = (\frac{r_0}{\sqrt{2}}, \frac{r_0}{\sqrt{2}})$ יש לבטא בעזרת E_0 .
- (ה) נתון כי האנרגיה הכללית של החלקיק היא $E = -\frac{3E_0}{4}$, וכן שתנועתו רדיאלית בלבד. מצאו את הנקודות בהן המהירות מתאפסת!

פתרון:

$$r = \frac{4A}{3B}; r = \frac{4A}{B} \text{ (ה)} \quad W = \frac{E_0}{4} = \frac{B^2}{16A} \text{ (ד)} \quad E_0 = \frac{B^2}{4A} \text{ (ג)} \quad r_0 = \frac{2A}{B} \text{ (ב)} \quad [A] = J \cdot m^2; [B] = Jm \text{ (א)}$$

4.2.20

ארגו מקבל מהירות התחלתית v_0 בתחתית מדרון משופע בזווית α . המשטח מרוח בחומר שצפיפותו משתנה כך שמקדמי החיכוך הסטטי והקינטי אינם קבועים $\mu_s(x) = \mu_k(x) = Cx$, כאשר תחתית המדרון $x = 0$, ו- C קבוע כלשהו בעל יחידות פיסיקליות $[C] = m^{-1}$.



הראו כי כאשר הארגו עוצר, הוא ישאר במנוחה אם $v_0^2 \geq \frac{3g \sin^2 \alpha}{C \cos \alpha}$.

4.3 הספק

4.3.1

כמה אנרגיה (בג'ולים) צורכת נורה של 100 Watt שדולקת במשך שעה? באיזו מהירות צריך אדם ששוקל 70 kg לרוץ כדי שתהיה לו אנרגיה קינטית כזו?

פתרון:

$$E = 3.6 \cdot 10^5 \text{ J} ; v = 101.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.3.2

מכונית שמסתה 2000 kg נוסעת במעלה מדרון משופע בזווית 7° במהירות קבועה $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$. מהו ההספק שיוצר המנוע?

פתרון:

$$P = 19905 \text{ W}$$

4.3.3

מסה $m = 10 \text{ kg}$ נעה לאורך ציר x בהשפעת כח משמר כך שהאנרגיה הפוטנציאלית שלה נתונה ע"י $U(x) = 100[\cos 2x - 1]$. נתון כי כאשר היתה המסה בנקודה $x = 0$ האנרגיה הכללית שלה היתה $E = 80 \text{ J}$. מהו ההספק הכח כאשר המסה נמצאת בנקודה $x = 0.5 \text{ m}$?

פתרון:

$$P = 844.73 \text{ W}$$

4.3.4

סירה שמסתה $m = 300 \text{ kg}$ נעה בנהר. המים מפעילים על הסירה כח התנגדות פרופורציוני למהירות שגודלו λv^2 , כאשר λ קבוע כלשהו. מנועה של הסירה מספק הספק של 20 kW כך שהסירה נעה במהירות קבועה $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
(א) מהו הקבוע λ ?
(ב) מכבים את המנוע. תוך כמה זמן תרד מהירות הסירה פי 4?
(ג) איזה מרחק עברה הסירה מרגע הכיבוי של המנוע ועד לרגע שמצאתם ב-(ב)?

פתרון:

$$(א) \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad (ב) t = 4.5 \text{ s} \quad (ג) x = 20.8 \text{ m}$$

פרק 5

מתקף ותנע

5.1 מתקף-תנע של גוף נקודתי

5.1.1

כדור בעל מסה 1 kg נע במהירות $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. מהו הכח (הקבוע) שיש להפעיל עליו כדי שיעצר לאחר $t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$?

פתרון:

7500 N הפוך למגמת התנועה.

5.1.2

גוף נזרק אנכית מעלה במהירות $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. בשתי השניות הראשונות הפעיל עליו כח הכובד מתקף שגודלו $8 \text{ N} \cdot \text{s}$.
(א) מהי מסתו של הגוף?
(ב) מהי מהירותו של הגוף לאחר שתי שניות?

פתרון:

(א) 0.41 kg (ב) $0.49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

5.1.3

כדור בייסבול שנע במהירות $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ בכיוון מסוים, מקבל מכה ממחבט כך שמהירותו רגע לאחר המכה הינה $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ בכיוון ההפוך. נתון כי מסת הכדור היא 0.25 kg וכן שזמן המגע בין המחבט לכדור היה 0.01 s . מהו הכח הממוצע שהפעיל המחבט על הכדור?

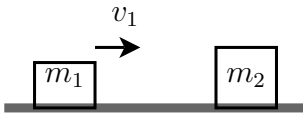
פתרון:

1250 N

5.2 התנגשויות והתפוצצויות

5.2.1

מסה $m_1 = 1 \text{ kg}$ נעה על משטח חלק במהירות $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ אל עבר מסה $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ שנמצאת במנוחה, ומתנגשת בה התנגשות פלסטית.



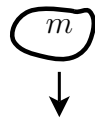
- (א) מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?
 (ב) מהו אחוז האנרגיה שאבדה בהתנגשות?
 (ג) מהו המתקף שפעל על המסה m_1 במהלך ההתנגשות?
 (ד) אם נתון כי משך ההתנגשות היה $t = 0.1 \text{ s}$, חשבו את הכח הנורמלי הממוצע, N_{av} , שהפעילו הגופים זה על זה?

פתרון:

(א) $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ב) 60% (ג) $6 \text{ N} \cdot \text{s}$ (ד) $N_{av} = 60 \text{ N}$

5.2.2

עגלה שמסתה $M = 200 \text{ kg}$ נעה במהירות $V = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ על קרקע חלקה. שק מלט שמסתו $m = 20 \text{ kg}$ נורק אנכית מטה לכיוון העגלה במהירות $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ מגובה 12 m .



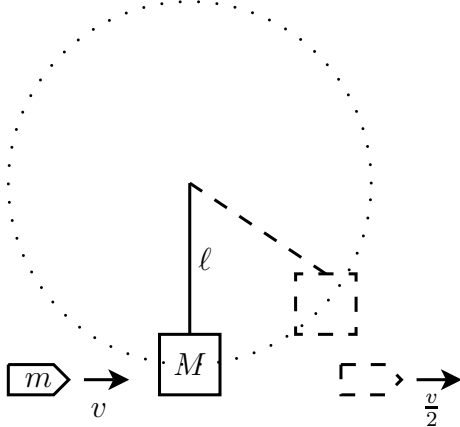
- (א) מהי מהירות העגלה לאחר שהשק צנח עליה?
 (ב) מהו המתקף שמפעילה הקרקע על הגופים במהלך התנועה?
 (ג) מה היה משתנה בתשובות ל-(א) ול-(ב) אילו השק היה נורק מגובה נמוך יותר?
 (ד) בתחתית העגלה נפער לפתע חור והשק צונח דרכו. מהי מהירות העגלה לאחר מכן?

פתרון:

(א) $13.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ב) $312.6 \text{ N} \cdot \text{s}$ אנכית מעלה. (ג) התשובה ל-(א) לא משתנה והתשובה ל-(ב) קטנה. (ד) $13.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

5.2.3

קליע קטן שמסתו m פוגע במהירות v בבול עץ שמסתו M , ויוצא לאחר זמן קצר מאד מצידו השני במהירות $\frac{v}{2}$. לאחר ההתנגשות בול העץ מבצע תנועה מעגלית מכיוון שהוא קשור בחוטי שאורכו ℓ לנקודה כלשהי.



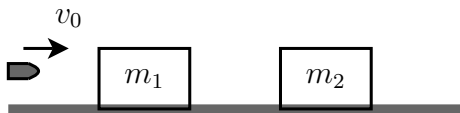
מה צריכה להיות המהירות המינימלית v_{min} כדי שבול העץ ישלים סיבוב שלם?

פתרון:

$$v_{min} = \frac{M}{m} \sqrt{20g\ell}$$

5.2.4

קליע שמסתו $m = 50 \text{ gr}$ נע במהירות v_0 ופוגע במסה $m_1 = 1 \text{ kg}$ נייחת. הוא עובר דרך המסה ופוגע במסה שנייה $m_2 = 2 \text{ kg}$ נייחת, ונתקע בה. לאחר שהוא עובר דרך המסה הראשונה הוא מעניק לה מהירות $0.8 \frac{m}{s}$ ולאחר שהוא נתקע במסה השנייה מהירותה $1.5 \frac{m}{s}$.



- מהי מהירות הקליע לאחר שעבר דרך המסה הראשונה אך לפני שהוא מגיע לשנייה?
- מהי מהירותו ההתחלתית של הקליע, v_0 ?
- מהי מהירות מרכז המסה של המערכת?

פתרון:

$$(א) 61.5 \frac{m}{s} \quad (ב) 77.5 \frac{m}{s} \quad (ג) 1.27 \frac{m}{s}$$

5.2.5

מסה $m_1 = 7.5 \text{ kg}$ נעה במהירות $10 \frac{m}{s}$ מזרחה, מתנגשת במסה $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ שנעה במהירות $25 \frac{m}{s}$ ובכיוון 30° דרומית למערב. אחרי ההתנגשות, שתי המסות נעות יחדיו. מהי מהירותן (גודל וכיוון) של שתי המסות לאחר ההתנגשות?

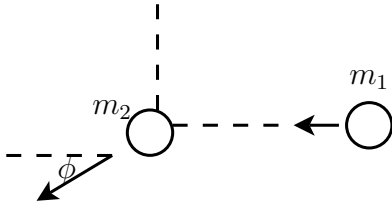
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

במערכת צירים ובה ציר x בכיוון מזרח וציר y בכיוון צפון. $\frac{m}{s} (-2.083, 4.725)$

5.2.6

בשרטוט הבא מתוארת מערכת שנמצאת על שולחן אופקי חלק, כך שמסתכלים עליו במבט על. על השולחן נמצא כדור בעל מסה $m_1 = 3 \text{ kg}$ שנע במהירות $v_1 = 7 \frac{m}{s}$ אל עבר כדור שני שמסתו $m_2 = 5 \text{ kg}$ ונמצא במנוחה. ההתנגשות היא אלסטית ולאחריה המסה m_1 נעה במאונך לכיוון התנועה המקורי שלה, והמסה m_2 נעה בזווית ϕ מתחת לכיוון התנועה המקורי של m_1 .



(א) מהי מהירותן של שתי המסות לאחר ההתנגשות?

(ב) חשבו את הזווית ϕ !

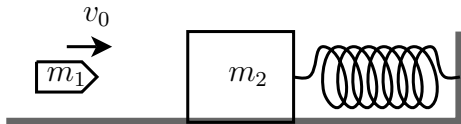
(ג) מהו המתקף של הכח הנורמלי שהפעילה המסה m_1 על m_2 ?

פתרון:

(א) $4.7 \frac{m}{s}$; $3.5 \frac{m}{s}$ (ב) $\phi = 26.57^\circ$ (ג) $\vec{J} = (21, -10.5) \text{ N} \cdot \text{s}$ במערכת צירים ובה ציר x מכוון אופקית שמאלה וציר y מכוון אנכית מעלה.

5.2.7

מסה m_2 מונחת על הקרקע ומחוברת לקפיץ שקבוע הכח שלו הוא k . קליע בעל מסה m_1 נורה במהירות v_0 מתנגש וננעץ במסה m_2 .



(א) מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?

(1) אם המשטח חלק?

(2) אם בין המסה m_2 למשטח ישנו חיכוך קינטי עם מקדם μ_k ?

(ב) מהו המתקף שהפעיל הקפיץ על המסות מרגע שמיד לאחר ההתנגשות ועד לכיווץ המקסימלי, במצב בו המשטח חלק?

פתרון:

$$(1) \Delta \ell_{max} = \sqrt{\frac{m_1^2}{m_1+m_2} \cdot \frac{1}{k}} \cdot v_0 \quad (2) \Delta \ell_{max} = \frac{-\mu_k(m_1+m_2)g + \sqrt{\mu_k^2(m_1+m_2)^2g^2 + \frac{km_1^2}{m_1+m_2} \cdot v_0^2}}{k} \quad (3) J = m_1 v_0$$

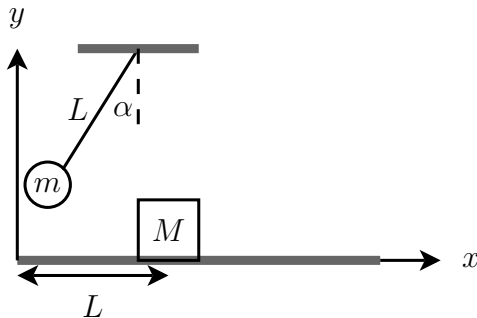
שמאלה.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתב ופתר - אייל לוי

5.2.8

מטוטלת ובה אורך החוט $L = 0.5 \text{ m}$ והמסה הקשורה אליו היא $m = 2 \text{ kg}$ משוחררת ממנוחה מגובה מסוים כך שהזווית שיוצר החוט עם האנך היא $\alpha = 45^\circ$. בתחתית מסלולה היא מתנגשת במסה $M = 5 \text{ kg}$ ניחת. ידוע כי אחרי ההתנגשות המטוטלת חוזרת חזרה ומגיעה לזווית מקסימלית $\beta = 25^\circ$.



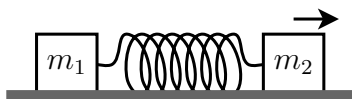
מצאו את המרחק אותו עוברת המסה M מרגע הפגיעה, אם נתון כי בינה לבין המשטח ישנו חיכוך קינטי עם מקדם: $\mu_k = 0.4$ (א) קבוע $\mu_k(x) = 0.4 \frac{L}{x}$ כאשר $x = L$ מיקום המסה M ביחס לראשית לפני ההתנגשות. (ב) משתנה במרחב

פתרון:

(א) 0.143 m (ב) 0.166 m

5.2.9

במערכת הבאה לקפיץ יש קבוע כח $k = 24 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, והמסות $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$. המערכת נמצאת במנוחה על מישור אופקי חלק. ברגע מסוים נותנים דחיפה למסה m_2 כך שהיא מתחילה לנוע במהירות $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



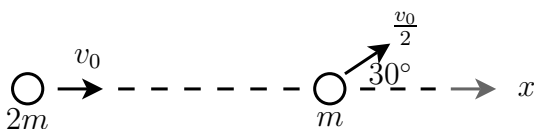
(א) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ?
(ב) ברגע מסוים המסה m_2 נעצרת (רגעית). מהי מהירות המסה m_1 ברגע זה, ומהי מידת הכיוון של הקפיץ?

פתרון:

(א) $\Delta \ell_{\max} = 1.13 \text{ m}$ (ב) $\Delta \ell = 0.45 \text{ m}$; $v = 4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

5.2.10

כדור בעל מסה $2m$ מחליק על פני משטח אופקי חלק במהירות $\vec{v} = v_0 \hat{i}$. הוא מתנגש בכדר שני ניח בעל מסה m . לאחר ההתנגשות הכדור שמסתו m נע במהירות שגודלה $\frac{v_0}{2}$ בזווית 30° ביחס לציר x .



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

- (א) מהי מהירותו של הכדור שמסתו $2m$ (גודל וכיוון) לאחר ההתנגשות?
 (ב) האם ההתנגשות אלסטית (לחלוטין)?

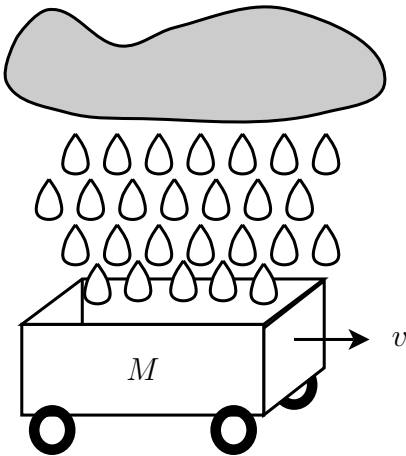
פתרון:

(א) $0.793 \frac{m}{s}$ בזווית 9.06° מתחת לציר x . (ב) לא!

5.2.11

קרונית שמסתה $M = 10 \text{ ton}$ מתגלגלת במהירות קבועה $v = 12 \frac{m}{s}$ על מישור אופקי. לפתע מתחיל לרדת גשם אנכית מטה.

אם נתון כי נפח הקרונית הוא $V = 8 \text{ m}^3$ וכן שצפיפות המסה של טיפות המים היא $\rho = 998.2 \frac{kg}{m^3}$, חשבו את המהירות הסופית של העגלה כאשר היא מלאה במים!

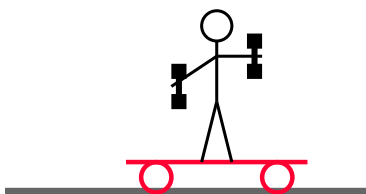


פתרון:

$$v_{final} = 6.67 \frac{m}{s}$$

5.2.12

מחליק שמסתו $m_1 = 60 \text{ kg}$ נמצא על סקייטבורד שמסתו $m_2 = 3 \text{ kg}$. בידי של המחליק נמצאות שתי משקולות בעלות מסה $m_3 = 5 \text{ kg}$ כ"א. כל המערכת במנוחה, וברגע מסוים משליך המחליק את אחת המשקולות בכיוון האופקי בכל כוחו, כך שמהירותה ברגע ההשלכה היא $v_3 = 8 \frac{m}{s}$ ביחס למשליך! לאחר זמן מה משליך המחליק גם את המסה השנייה בכל כוחו, באותו הכיוון.



- (א) מה תהיה מהירותו של המחליק לאחר הזריקה השנייה?

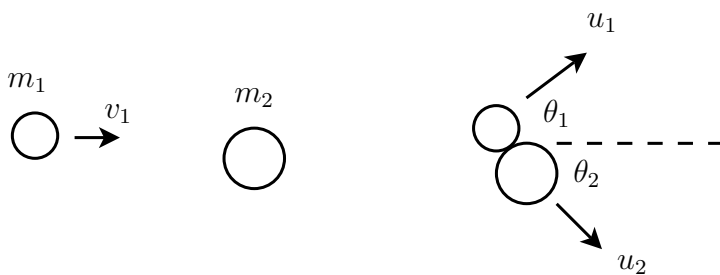
(ב) הסבירו כיצד יתכן כי בתחילה האנרגיה הכוללת היתה אפס, ואחרי הזריקה הראשונה, יש הן למשקולת והן למשליך אנרגיות קינטיות. האם מקרה זה סותר את חוק שימור האנרגיה?

פתרון:

(א) $1.22 \frac{m}{s}$ (ב) אין סתירה!

5.2.13

מסה $m_1 = m$ נעה על שולחן אופקי חסר חיכוך במהירות $v_1 = 3v_0$ ומתנגשת במסה $m_2 = 2m$ נייחת. לאחר ההתנגשות המסה m נעה במהירות $u_1 = \sqrt{5}v_0$ בזווית $\theta_1 = 63.43^\circ$ ביחס לכיוון המקורי, והמסה m_2 נעה במהירות u_2 בזווית θ_2 ביחס לכיוון המקורי.



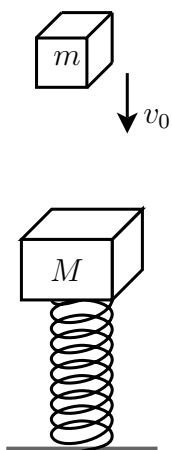
(א) מצאו את u_2 (כפונקציה של v_0) ואת θ_2 .
(ב) האם ההתנגשות אלסטית?

פתרון:

(א) $u_2 = \sqrt{2}v_0$; $\theta_2 = 45^\circ$ (ב) כן!

5.2.14

גוף $m = 1 \text{ kg}$ נזרק אנכית מטה במהירות $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ מגובה 2 m מעל מסה $M = 5 \text{ kg}$ שנמצאת במנוחה על קפיץ בעל קבוע $k = 100 \frac{N}{m}$.



מצאו את הכיווץ המקסימלי של הקפיץ אם נתון כי:
(א) ההתנגשות היא פלסטית.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

(ב) ההתנגשות היא אלסטית.

(ג) ההתנגשות לא לחלוטין אלסטית, וידוע שהגוף m מקבל מהירות $u = 1 \frac{m}{s}$ כלפי מעלה מיד לאחר ההתנגשות.

פתרון:

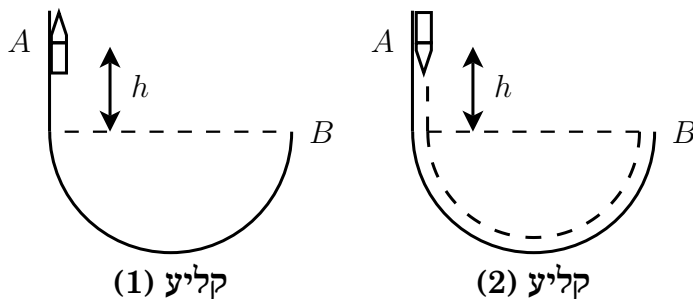
$$\Delta \ell_{max} = 0.97 \text{ m (ג)} \quad \Delta \ell_{max} = 1.37 \text{ m (ב)} \quad \Delta \ell_{max} = 1.08 \text{ m (א)}$$

5.2.15

שני פגזים זהים מורכבים מקליע בעל מסה M ותרמיל בעל מסה m . כאשר פגז שכזה מתפוצץ, למערכת נוספת אנרגיה קינטית בגובה U . יורים את שני הקליעים בצורות הבא:

פגז (1) - הפגז נורה ממנוחה בנקודה A .

פגז (2) - מניחים לפגז ליפול (הקליע בכיוון התנועה) מהנקודה A לאורך מסילה אנכית המחוברת למסילה חצי מעגלית (חסרות חיכוך), וכאשר הוא מגיע לנקודה B הוא נורה.



קליע (1)

קליע (2)

(א) איזה קליע יגיע לגובה גדול יותר?

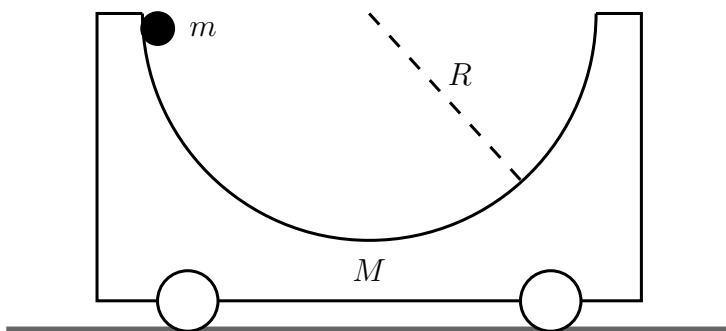
(ב) האם התוצאה הקודמת סותרת את חוק שימור האנרגיה? הסבירו!

פתרון:

(א) קליע 2. (ב) לא!

5.2.16

עגלה שמסתה M עומדת על משטח אופקי חלק. צורתה של העגלה היא חצי מעגל שרדיוסו R . מניחים מסה נקודתית m בקצה השמאלי העליון של העגלה ומשחררים ממנוחה. המסה m מחליקה על העגלה ללא חיכוך.



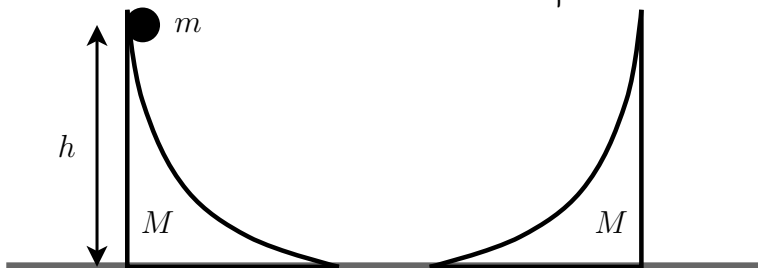
- (א) האם התנע הקווי והאנרגיה הכללית נשמרים במהלך התנועה במערכת הגופים? רשמו את משוואות השימור!
- (ב) מהי מהירות כל אחת מהמסות כאשר m עוברת בנקודה התחתונה ביותר?
- (ג) האם המסה m תגיע לקצה הימני העליון של העגלה? אם כן, מה תהיה מהירותה ברגע זה? אם לא, מהו הגובה המקסימלי אליו היא מגיעה ביחס לנקודה התחתונה ביותר?

פתרון:

- (א) האנרגיה הכללית והתנע הקווי בציר האופקי נשמרים. (ב) $v_m = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$; $v_M = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$ (ג) כן, ומהירותה תהיה אפס.

5.2.17

- שני טריזים בעלי מסה M כל אחד מונחים על מישור אופקי חלק, כמתואר בשרטוט. גוף נקודתי בעל מסה m מונח על הטריז השמאלי בגובה h מהקרקע, ונעזב ממנוחה. הניחו כי המעבר של הגוף מהטריז לקרקע ושוב לטריז השני הוא חלק ללא איבוד אנרגיה.



- (א) מהי מהירות המסה m כאשר היא מגיעה לקרקע?
- (ב) מהו הגובה המקסימלי על הטריז השני אליו יגיע הגוף?

פתרון:

$$h_{max} = \left(\frac{M}{m+M}\right)^2 \cdot h \quad (ב) \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{m}{M}}} \quad (א)$$

5.3 מרכז מסה

5.3.1

ברגע מסוים, מיקום מרכז המסה של שני חלקיקים הוא $\vec{r}_{c.m.} = (4, 0) m$ ומהירות מרכז המסה היא $\vec{v}_{c.m.} = (4, 0) \frac{m}{s}$. במצב זה אחד מהחלקיקים נמצא בראשית הצירים בעוד החלקיק השני, בעל מסה $m_2 = 10 gr$, נמצא במנוחה במיקום $\vec{r}_2 = (5, 0) m$.

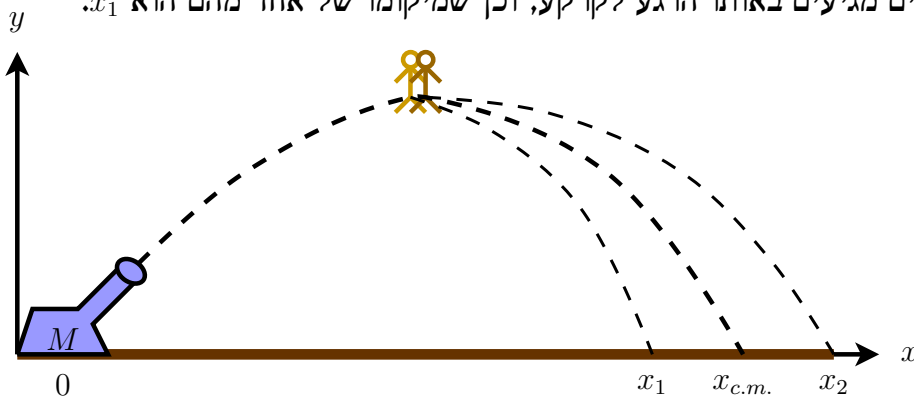
- (א) חשבו את מסתו של החלקיק הראשון!
 (ב) מהו התנע של מרכז המסה במצב המתואר בשאלה?
 (ג) מהי מהירותו של החלקיק הראשון במצב המתואר בשאלה?

פתרון:

(א) $m_1 = 2.5 gr$ (ב) $\vec{P} = (0.05, 0) N \cdot s$ (ג) $v_1 = (20, 0) \frac{m}{s}$

5.3.2

שני לולינים שמסת כל אחד מהם m מבצעים תרגיל אקרובטי ובו הם נורים מלוע של תותח שמתסו M בזווית α לאופק, במהירות v_0 . בשלב מסוים של התעופה, הם דוחפים זה את זה ונפרדים, כך שכל אחד מהם נוחת במקום אחר על פני הקרקע. ידוע כי שני הלולינים מגיעים באותו הרגע לקרקע, וכן שמיקומו של אחד מהם הוא x_1 .



- (א) היכן נוחת הלולין השני?
 (ב) מהי מהירות הרתיעה של התותח?
 (ג) מהו המתקף שהפעילה הקרקע על התותח?

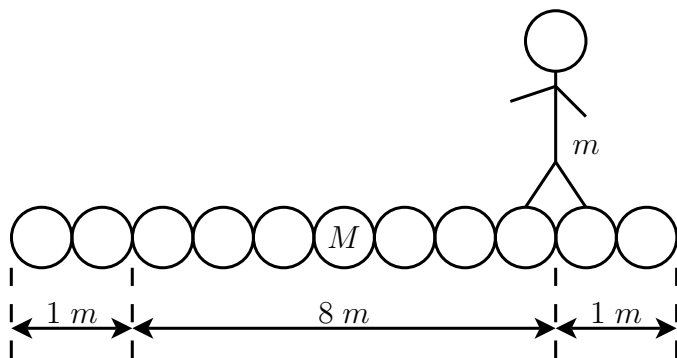
פתרון:

(א) $x_2 = \frac{2v_0^2}{g} \sin 2\alpha - x_1$ (ב) $\frac{2m}{M} \cdot v_0 \cos \alpha$ (ג) $2mv_0 \sin \alpha$

5.3.3

אישה שמסתה $m = 50 kg$ נמצאת על רפסודה שמסתה $M = 250 kg$. היא נמצא מרחק של $1 m$ מקצה הרפסודה, ונעה עד שהיא מגיעה למרחק של $1 m$ מהקצה השני. אורכה של הרפסודה הוא $10 m$.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי



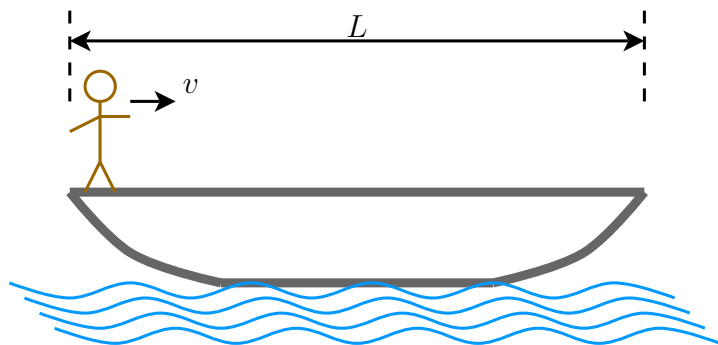
כמה זזה הרפסודה בתהליך זה?

פתרון:

1.33 m

5.3.4

אדם שמסתו $m = 50 \text{ kg}$ עומד בקצה סירה שמסתה $M = 120 \text{ kg}$ ואורכה $L = 6 \text{ m}$ ומתחיל ללכת עליה לעבר הקצה השני במהירות קבועה $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



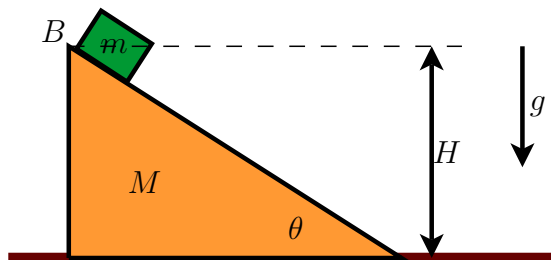
- (א) מהי מהירות הסירה בזמן שהאדם הולך עליה?
 (ב) כמה זמן עבר עד שהגיע לקצה השני של הסירה?

פתרון:

(א) $1.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ב) 1.06 s

5.3.5

גוף שמסתו $m = 6 \text{ kg}$ חופשי לנוע ללא חיכוך על מישור משופע שמסתו $M = 18 \text{ kg}$ בזווית $\theta = 32^\circ$. המישור המשופע מונח על שולחן חסר חיכוך. ברגע $t = 0$ משוחרר הגוף ממנוחה מהנקודה B שגובהה מפני השולחן $H = 4 \text{ m}$.



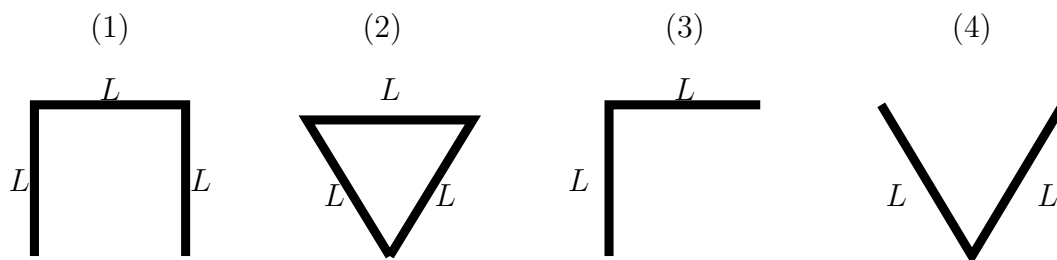
- (א) איזה מרחק אופקי, יחסית לשולחן, תעבור כל אחת מהמסות עד שהגוף יגיע לשולחן?
 (ב) מהי מהירות כל אחת מהמסות ברגע שהגוף יגיע לשולחן?
 (ג) מהו גודלו של הכח הנורמלי שפועל על כל אחד מהגופים?
 (ד) באיזה רגע הגיע הגוף לשולחן?

פתרון:

(א) 1.6 m ; 4.8 m (ב) $6.218\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $2.073\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ג) 45.62 N (ד) 0.82 s

5.3.6

מצאו את מרכז המסה של הצורות הבאות:

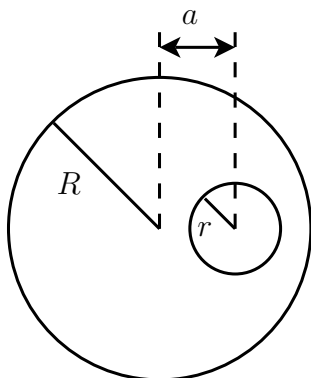


פתרון:

(א) מעל למרכז. $\frac{\sqrt{3}L}{12}$ מעל למרכז. (ג) מעל למרכז ו- $\frac{L}{4}$ משמאל למרכז.

5.3.7

מצאו את מרכז המסה של כדור אחיד מלא שרדיוסו R שיצרו בו חלל כדורי בעל רדיוס r שמרכזו נמצא במרחק a ממרכז הכדור המלא!



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{-r^3}{R^3 - r^3} \cdot (a, 0)$$

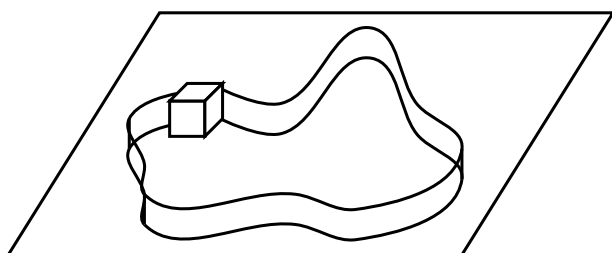
פרק 6

תנועה סיבובית

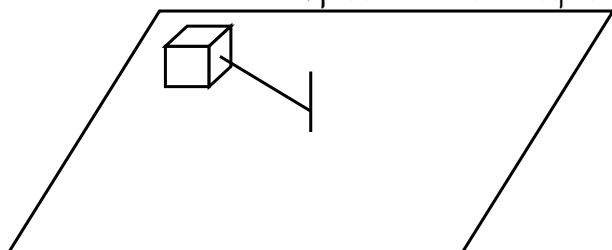
6.1 תנע זוויתי של גוף נקודתי

6.1.1

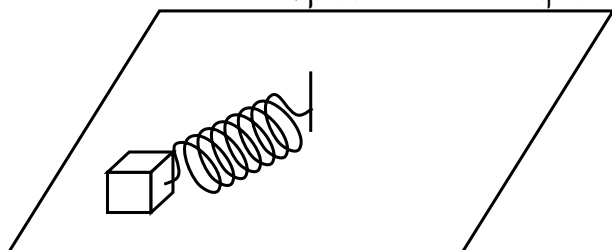
האם התנע הזוויתי נשמר עבור הגופים הבעיות הבאות?
(א) גוף שנע על שולחן אופקי בצמוד למסילה.



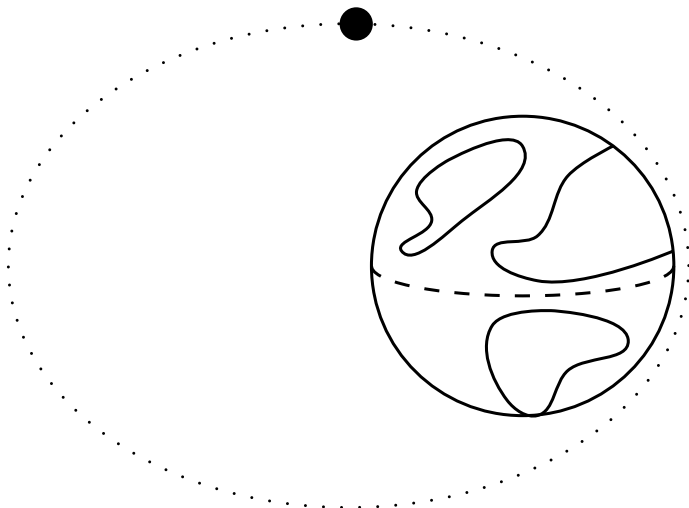
(ב) גוף שנע על שולחן אופקי המחובר לחוט שקצהו השני מחובר לנקודה כלשהי בשולחן?



(ג) גוף שנע על שולחן אופקי המחובר לקפיץ שקצהו השני מחובר לנקודה כלשהי בשולחן?



(ד) גוף שנע בתנועה אליפטית סביב כדה"א?



פתרון:

(א) לא נשמר. (ב) נשמר. (ג) נשמר. (ד) נשמר.

6.1.2

חשבו את התנע הזוויתי של כדה"א בתנועתו סביב השמש ושל אלקטרון בתנועתו מסביב לפרוטון באטום המימן. הניחו כי הגופים נעים בתנועה מעגלית.

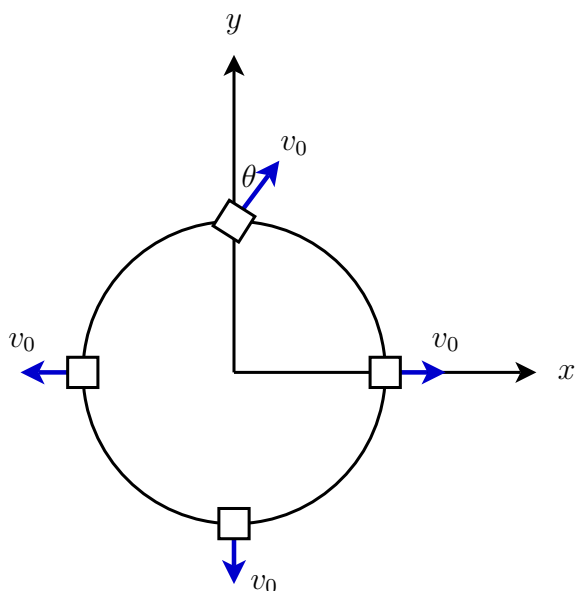
נתון כי מסת כדה"א היא $5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ומרחקו מהשמש $1.49 \cdot 10^{11} \text{ m}$.
לגבי האלקטרון באטום המימן, מסתו $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, מרחקו מהגרעין $5.29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, והמהירות הזוויתית שלו היא $\omega = 4.136 \cdot 10^{16} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

פתרון:

כדה"א סביב השמש: $2.65 \cdot 10^{40} \text{ J} \cdot \text{s}$. אלקטרון סביב פרוטון: $1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

6.1.3

נתון מבנה המורכב מקשת מעגלית דקה וחסרת מסה שרדיוסה R ואליה מחוברים ארבעה תותחים שמסתו של כל אחד מהם היא $2m$. מיקום התותחים במערכת הצירים הנתונה: $\vec{r}_1 = (0, R)$; $\vec{r}_2 = (-R, 0)$; $\vec{r}_3 = (0, -R)$; $\vec{r}_4 = (R, 0)$. בכל תותח נמצא פגז שמסתו m . ברגע מסוים נורים הפגזים מתוך התותחים בכיוונים הנתונים בשרטוט, במהירויות שגודלן זהה, v_0 ביחס לקרקע!



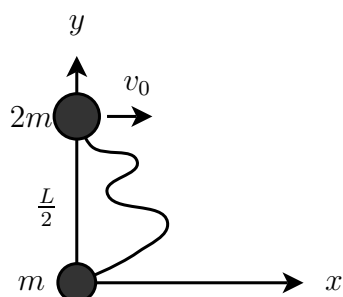
- (א) מהי מהירות מרכז המסה של המבנה מיד לאחר ירי הפגזים?
 (ב) מהי מהירותו הזוויתית של המבנה מיד לאחר ירי הפגזים?

פתרון:

$$\vec{\omega} = \frac{v_0}{8R} \sin \theta \cdot \hat{k} \quad (\text{ב}) \quad \vec{v}_{c.m.} = \frac{v_0}{8} (-\sin \theta, \cos \theta) \quad (\text{א})$$

6.1.4

שני גופים נקודתיים, בעלי מסות m ו- $2m$ מחוברים בחוט שאורכו L . הגופים מונחים על שולחן אופקי חלק, כמתואר בשרטוט, כך שהמסה m נמצאת בראשית, והמסה $2m$ נמצאת מעליה (על ציר y) בגובה $\frac{L}{2}$. מעניקים למסה $2m$ מהירות בכיוון ציר x שגודלה v_0 .



מהי האנרגיה הקינטית של המערכת לאחר שהחוט מתוח והמסה m מתחילה לנוע?

פתרון:

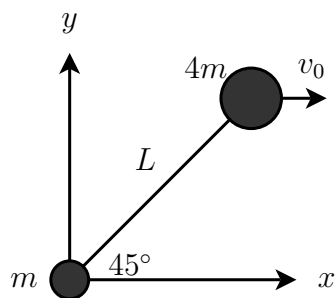
$$E_k = \frac{3}{4} m v_0^2$$

6.1.5

שני גופים נקודתיים, בעלי מסות m ו- $4m$ מחוברים זה לזה ע"י מוט דק שמסתו זניחה בעל אורך L . הגופים מונחים על שולחן אופקי חלק, כמתואר בשרטוט, כך שהמסה m נמצאת בראשית, והמוט יוצר זווית של 45° עם ציר x .

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

מעניקים למסה $4m$ מהירות בכיוון ציר x שגודלה v_0 .



מהי מהירות מרכז המסה של המערכת, וכן מהירותה הזוויתית סביב מרכז המסה?

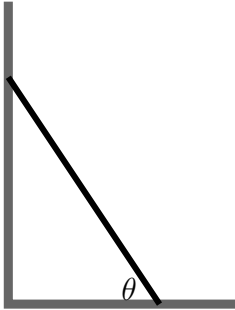
פתרון:

$$v_{c.m.} = \frac{4}{5}v_0 ; \omega = \frac{\sqrt{2}v_0}{2L}$$

6.2 שווי משקל של גוף קשיח (סטטיקה)

6.2.1

סולם שמסתו m נשען על קיר חסר חיכוך. אם בין הסולם לרצפה ישנו מקדם חיכוך μ , מהי הזווית הקטנה ביותר האפשרית בין הסולם לרצפה כדי שהסולם לא יחליק?

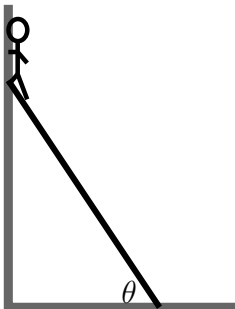


פתרון:

$$\theta_{min} = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2\mu} \right)$$

6.2.2

סולם שמסתו m נשען על קיר חסר חיכוך. אם בין הסולם לרצפה ישנו מקדם חיכוך μ , וכן על שיא הסולם עומד אדם שמסתו M , מהי הזווית הקטנה ביותר האפשרית בין הסולם לרצפה כדי שהסולם לא יחליק?

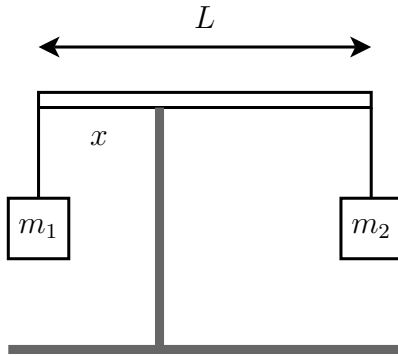


פתרון:

$$\theta_{min} = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{m}{2} + M}{\mu(m+M)} \right)$$

6.2.3

מוט שמסתו זניחה נמצא במנוחה במצב אופקי כאשר הוא מונח על נקודת משענת.



יש לבטא את התשובות באמצעות m_1 ; m_2 ; L .

(א) מהו המרחק x עבורו המערכת סטטית?

(ב) מהו הכח הנורמלי שמרגיש המוט?

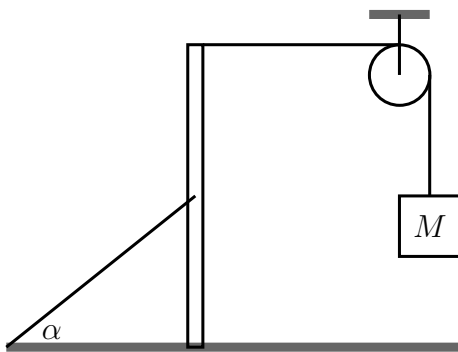
(ג) מהן המתיחויות בחוטים?

פתרון:

$$x = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot L \quad (\text{ג}) \quad N = (m_1 + m_2)g \quad (\text{ב}) \quad T_1 = m_1g; \quad T_2 = m_2g \quad (\text{א})$$

6.2.4

מוט אחיד בעל מסה m מונח אנכית על הרצפה. בין המוט לרצפה ישנו חיכוך עם מקדם μ . למרכז המוט מחובר חוט שקצהו השני מחובר לרצפה ויוצר איתה זווית α . הקצה העליון של החוט מחובר לחוט נוסף שכרוך סביב גלגלת חסרת חיכוך ובקצהו השני תלויה מסה M . נתון כי המערכת במנוחה.



(א) מהו כח החיכוך הסטטי שמפעילה הרצפה על המוט?

(ב) מהי המתיחות בחוט שמחובר לרצפה?

(ג) מהו הכח הנורמלי שמפעילה הרצפה על המוט?

(ד) מהו מקדם החיכוך המינימלי הדרוש כדי שהמוט עדין ישאר במנוחה?

פתרון:

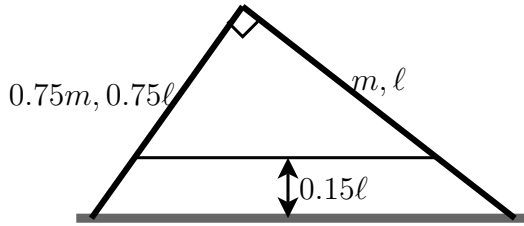
$$\mu_{min} = \frac{M}{m + 2M \tan \alpha} \quad (\text{ד}) \quad N = mg + 2Mg \tan \alpha \quad (\text{ג}) \quad T = \frac{2Mg}{\cos \alpha} \quad (\text{ב}) \quad f_s = Mg \quad (\text{א})$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתב ופתר - אייל לוי

6.2.5

שני מוטות אחידים מחוברים בציר זה לזה בקצוותיהם (כך שהזווית ביניהם יכולה להשתנות). המוטות מונחים על שולחן אופקי חלק. אורכו של המוט הימני הוא ℓ ומסתו m ואורכו של המוט השמאלי הוא 0.75ℓ ומסתו $0.75m$. חוט דק קשור בין המוטות בגובה 0.15ℓ מעל לשולחן. במצב זה, הזווית שנוצרת בנקודת החיבור היא ישרה והמערכת במנוחה!



- (א) מהו הכח הנורמלי שמפעיל השולחן על כל אחד מהמוטות?
 (ב) מהי המתיחות בחוט?
 (ג) מהו הכח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט הימני על השמאלי בנקודת החיבור?

פתרון:

(א) $0.935mg$; $0.815mg$ (ב) $0.56mg$ (ג) $0.59mg$ בזווית 71.72° ביחס לחלק השלילי של הציר האנכי.

6.3 חישוב מומנט ההתמדה

6.3.1

נתון מוט אחיד ודק שאורכו L .
(א) חשבו את מומנט ההתמדה של המוט ביחס למרכזו!
(ב) חשבו את מומנט ההתמדה של המוט ביחס לקצהו!

פתרון:

$$I = \frac{1}{3}ML^2 \text{ (ב)} \quad I_{c.m.} = \frac{1}{12}ML^2 \text{ (א)}$$

6.3.2

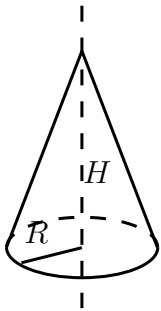
חשבו את מומנט ההתמדה של דיסקה אחידה דקה בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b , דרך ציר ניצב העובר דרך מרכזה.
נתון: מסת הדיסקה M .

פתרון:

$$I_{c.m.} = \frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$$

6.3.3

מצאו את מומנט ההתמדה של חרוט שגובהו H , רדיוס בסיסו R ומסתו M , סביב ציר הסימטריה שלו!



פתרון:

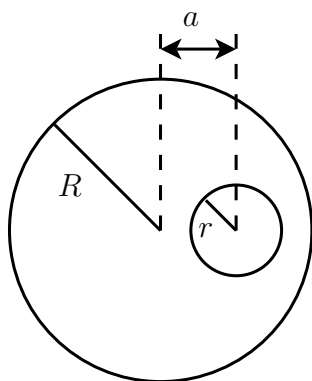
$$I = \frac{3}{10}MR^2$$

6.3.4

נתון כדור אחיד מלא שרדיוסו R שיצרו בו חלל כדורי בעל רדיוס r שמרכזו נמצא במרחק a ממרכז הכדור המלא.
מסתו של הגוף היא M .

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

חשבו את מומנט ההתמד של הגוף סביב המרכז.



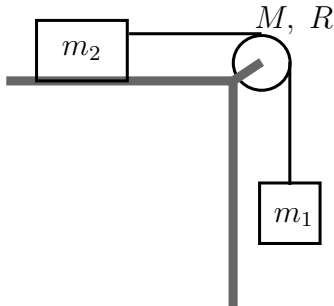
פתרון:

$$I = M \left(\frac{\frac{2}{5}R^5 - \frac{2}{5}r^5 - a^2r^3}{R^3 - r^3} \right)$$

6.4 גלגול ללא החלקה

6.4.1

משחררים את המערכת הבאה ממנוחה. הגלגלת היא דיסקה שמסתובבת עם החוט מבלי שהוא מחליק עליה. מצאו משיקולי אנרגיה את מהירות המערכת ואת תאוצת המערכת כפונקציה של הגובה אותו ירדה m_1 !

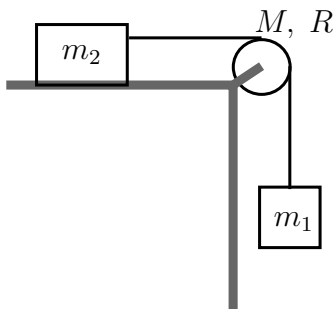


פתרון:

$$v = \sqrt{\frac{2m_1gh}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}} ; a = \frac{m_1g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}$$

6.4.2

משחררים את המערכת הבאה ממנוחה. הגלגלת היא דיסקה שמסתובבת עם החוט מבלי שהוא מחליק עליה. מצאו משיקולי כוחות ומומנטים את תאוצת המערכת ואת מהירות המערכת כפונקציה של הזמן!



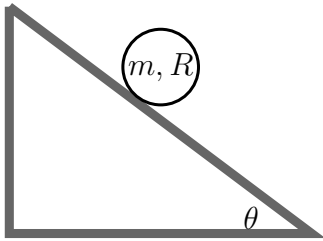
פתרון:

$$v = \frac{m_1gt}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M} ; a = \frac{m_1g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}$$

6.4.3

גוף בעל חתך מעגלי, שמסתו m ורדיוסו R מתגלגל ללא החלקה על מישור משופע בזווית θ . מומנט האינרציה של הגוף סביב מרכז המסה שלו הוא $I = kmR^2$ כאשר k קבוע כלשהו חסר יחידות פיסיקליות.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי



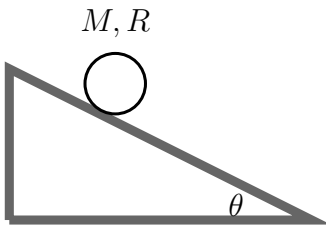
- (א) מהי תאוצת מרכז המסה של הגוף?
 (ב) מהו מקדם החיכוך המינימלי הדרוש בין הגוף למשטח כדי שיתקיים גלגול ללא החלקה?

פתרון:

$$\mu_{s,min} = \frac{k}{1+k} \cdot \tan \alpha \quad (\text{ב}) \quad a_{c.m.} = \frac{g \sin \theta}{1+k} \quad (\text{א})$$

6.4.4

- מהי זווית השיפוע המקסימלית של המדרון, עבורה כדור מלא בעל מסה M ורדיוס R יתגלגל ללא החלקה, אם נתון כי מקדם החיכוך הסטטי בין המדרון לכדור הינו $\mu_s = 0.7$?
 נתון: מומנט ההתמד של כדור מלא סביב מרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}MR^2$.

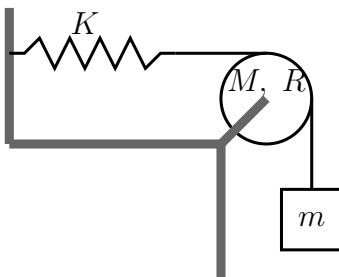


פתרון:

$$\theta_{min} = 67.8^\circ$$

6.4.5

- במערכת הבאה הגלגל היא דיסקה שחופשיה לנוע ללא חיכוך סביב ציר שעובר דרך מרכזו. החוט חסר מסה, אך בינו לבין הגלגל ישנו חיכוך סטטי כך שהגלגל מסתובבת יחד איתו.



- (א) רשמו את משוואות התנועה עבור כל אחד מהגופים.
 (ב) מהי תדירות התנודות הקטנות של המסה m סביב נקודת שווי המשקל?

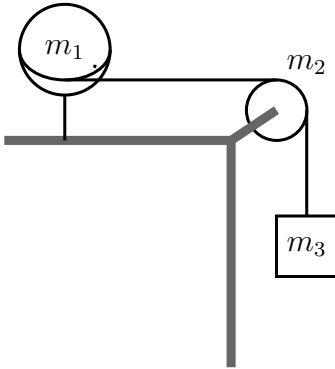
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{1}{2}M}} \quad (\text{ב})$$

6.4.6

כדור מלא שמסתו $m_1 = 5 \text{ kg}$ ורדיוסו $R_1 = 30 \text{ cm}$ יכול להסתובב ללא חיכוך סביב ציר אנכי שעובר דרך מרכזו, בהשפעת חבל חסר מסה שכרוך סביבו. החבל עובר סביב גלגלת (גליל מלא) שמסתה $m_2 = 1 \text{ kg}$ ורדיוסה $R_2 = 10 \text{ cm}$. קצהו השני של החבל מחובר למסה נקודתית $m_3 = 3 \text{ kg}$.



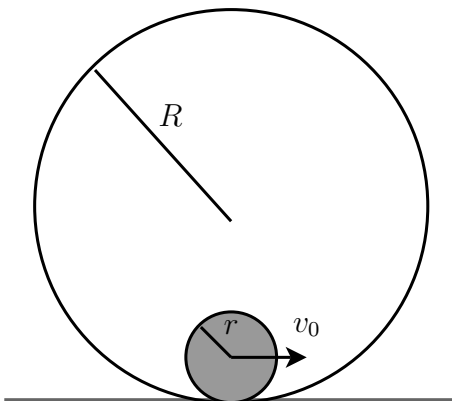
- (א) מהי תאוצתו הזוויתית של הכדור?
 (ב) מהי תאוצתה הזוויתית של הגלגלת?
 (ג) מהי תאוצת המסה?

פתרון:

$$17.82 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad (\text{א}) \quad 53.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad (\text{ב}) \quad 5.35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{ג})$$

6.4.7

גליל מלא שמסתו m ורדיוסו r מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל חלול ודק שמסתו M ורדיוסו R . הגליל החלול מודבק לרצפה.



- (א) מהי המהירות המינימלית v_0 שיש להעניק למסה m (למרכז) כדי שתוכל להשלים הקפה שלמה מבלי ליפול?
 (ב) בניסוי אחר, מדביקים את הגליל המלא לתחתית הגליל החלול, ומניחים את הגליל החלול על הקרקע כך שהגוף

המורכב יכול לנוע עליה. דוחפים קלות את הגליל המלא כך שמרכזו מקבל מהירות v בכיוון ימינה. כתוצאה מכך שני הגופים מתחילים לנוע כגוף אחד המבצע גלגול ללא החלקה. מהי המהירות האופקית של מרכז המסה מיד לאחר שהוא מתחיל לנוע?

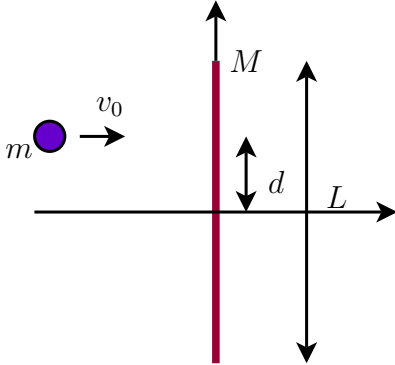
פתרון:

$$v_{c.m.} = v \left[1 - \left(\frac{m}{M+m} \right) \cdot \left(\frac{R-r}{R} \right) \right] \quad (\text{ב}) \quad v_{0,min} = 1.91 \sqrt{g(R-r)} \quad (\text{א})$$

6.5 תנועת גוף קשיח

6.5.1

מוט דק שאורכו L ומסתו M נמצא על שולחן אופקי חלק ומונח לאורך ציר y כשמרכזו בראשית. מסה נקודתית m נעה במהירות $\vec{v}_0 = v_0 \hat{x}$ ומתנגשת במוט בנקודה הנמצאת במרחק d ממרכזו. ההתנגשות היא אלסטית (לחלוטין). נתון: מומנט ההתמד של מוט אחיד סביב מרכזו הוא $I_{c.m.} = \frac{1}{12}ML^2$.



(א) אילו גדלים פיסיקלים נשמרים בהתנגשות?

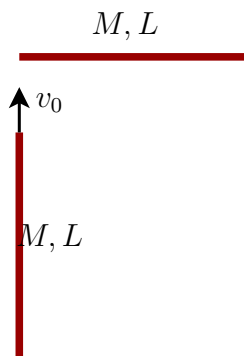
(ב) מה צריכה להיות גודלה של המסה m כדי שהיא תישאר במנוחה מיד לאחר ההתנגשות? בטאו בעזרת M, L, d .

פתרון:

$$m = \frac{M}{1 + \frac{12d^2}{L^2}}$$

6.5.2

מוט בעל אורך L ומסה M נע במהירות v_0 על רצפה חלקה אל עבר מוט שני בעל נתונים זהים, כפי שמפורט. המוט הראשון מתנגש בקצהו של המוט השני, והם מתחברים וממשיכים לנוע ביחד.



(א) מהי מהירות מרכז המסה של המוטות לאחר ההתנגשות?

(ב) מהי המהירות הזוויתית של המערכת סביב מרכז המסה, לאחר ההתנגשות?

(ג) מהו אחוז האנרגיה שאבדה בהתנגשות?

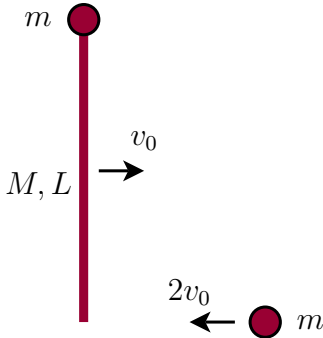
פתרון:

(א) $v_{c.m.} = \frac{v_0}{2}$ (ב) $\omega = \frac{3v_0}{5L}$ (ג) 35%

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

6.5.3

מסה m מחוברת לקצהו של מוט שאורכו L ומסתו M . המסה והמוט המחוברים נעים על שולחן אופקי חסר חיכוך במהירות v_0 כמתואר בשרטוט. מסה נוספת m נעה במהירות $2v_0$ בכיוון הפוך לתנועת המוט והמסה הראשונה, ונצמדת אל קצהו השני של המוט.



(א) מהי המהירות הזוויתית של המערכת ביחס למרכז המסה במצב הסופי?

(ב) מהי מהירות מרכז המסה במצב הסופי?

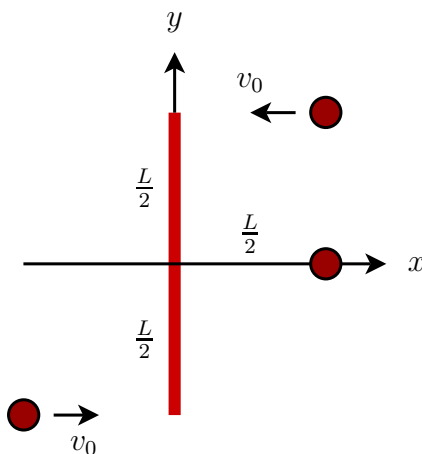
(ג) מהו אחוז האנרגיה שאבדה בתהליך?

פתרון:

(א) $\omega = \left(\frac{m}{m + \frac{M}{6}} \right) \cdot \frac{3v_0}{L}$ (ב) $v_{c.m.} = \left(\frac{M-m}{M+2m} \right) \cdot v_0$ (ג) אם מסת המוט שווה למסת כל אחד מהכדורים מתקבל שאחוז האנרגיה שאבדה הוא 35.7%

6.5.4

מוט קשיח בעל מסה זניחה שאורכו L נמצא במנוחה על מישור אופקי חלק לאורך ציר y כשמרכזו בראשית. שני כדורים בעלי מסה m כל אחד, נעים האחד בכיוון החיובי של ציר ה- x והשני בכיוון השלילי של ציר ה- x עם מהירות שגודלה זהה v_0 והם מתנגשים במוט באותו הרגע, האחד בקצה העליון של המוט והשני בקצהו התחתון. הם נצמדים למוט וממשיכים לנוע יחד איתו. במיקום $(\frac{L}{2}, 0)$ נמצא במנוחה כדור שלישי בעל מסה m . מערכת המוט ושני הכדורים פוגעת בכדור השלישי, והוא נצמד למערכת!



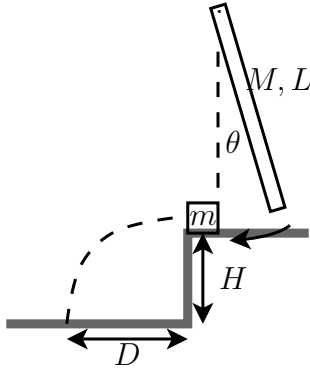
מהי המהירות הזוויתית של המערכת ביחס למרכז המסה במצב הסופי?

פתרון:

$$\omega = \frac{3v_0}{2L}$$

6.5.5

מוט אחיד שאורכו $L = 60 \text{ cm}$ ומסתו $M = 2 \text{ kg}$ מחובר בקצהו העליון לצייר, ומוחזק בזווית סטייה $\theta = 20^\circ$ ביחס לאנך. משחררים את המוט ממנוחה, והוא מתנגש אלסטית במסה נקודתית $m = 1 \text{ kg}$ שנמצאת במנוחה בקצהו של שולחן שגובהו $H = 80 \text{ cm}$ מעל לקרקע.



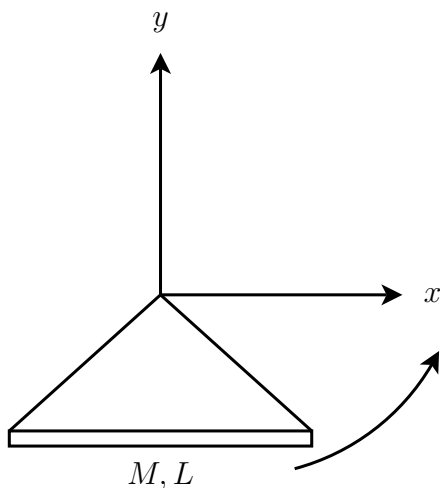
- (א) מהי זווית הסטייה המקסימלית של המוט לאחר ההתנגשות?
(ב) מהו המרחק האופקי אותו עוברת המסה הנקודתית עד לפגיעה בקרקע?
(ג) בהנחה כי לאחר ההתנגשות המוט מבצע תנודות בזוויות קטנות מסביב לנקודת שווי המשקל שלו, מהי תדירות התנודות הקטנות?

פתרון:

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad (\text{א}) 12.7^\circ \quad (\text{ב}) 0.139 \text{ m} \quad (\text{ג})$$

6.5.6

מוט אחיד שאורכו L ומסתו M קשור בקצותיו לשני חוטים חסרי מסה שאורכו של כל אחד מהם הוא $\frac{L}{\sqrt{2}}$. החוטים מחוברים למסמר שנמצא במרכזו של שולחן אופקי חלק. המוט מסתובב על השולחן במהירות זוויתית ω_0 . ברגע מסוים (המשורטט) החוטים נקרעים והמוט ממשיך לנוע ללא אילוץ.
נתון: מומנט ההתמד של מוט אחיד סביב מרכזו הוא $I_{c.m.} = \frac{1}{12}ML^2$.



- (א) מהם הגדלים הפיסיקליים שנשמרים בבעיה?
 (ב) מהי מהירות מרכז המסה של המוט לאחר שהחוטים נקרעים?
 (ג) מהי המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו לאחר שהחוטים נקרעים?

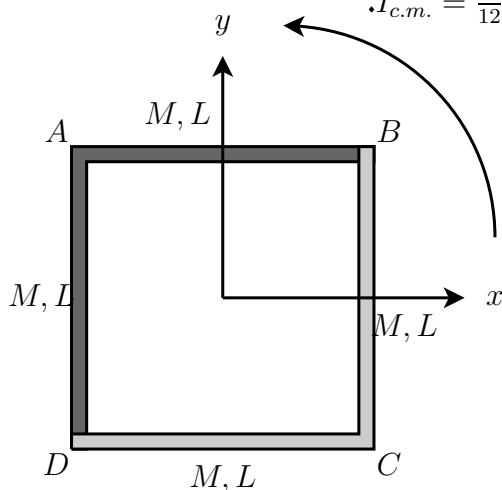
פתרון:

(א) אנרגיה (קינטית), תנע קווי ותנע זוויתי. (ב) $v_{c.m.} = \frac{L}{2}\omega_0$ (ג) $\omega = \omega_0$

6.5.7

ארבעה מוטות שאורך כל אחד מהם L ומסת כל אחד מהם M מחוברים בקצותיהם ויוצרים ריבוע. הריבוע מסתובב על שולחן אופקי חלק במהירות זוויתית ω_0 . ברגע מסוים (המשורטט) החיבורים בנקודות B ו- D מתנתקים והריבוע מתפרק לשני חלקים (כהה ובהיר בשרטוט).

נתון: מומנט ההתמד של מוט בעל אורך L ומסה M ביחס למרכזו הוא $I_{c.m.} = \frac{1}{12}ML^2$



- (א) אילו גדלים פיסיקליים נשמרים בעת הניתוק, אם ידוע שלא פעל שום כח חיצוני על המוטות ברגע זה?
 (ב) מהי מהירות מרכז המסה של כל אחד מהחלקים לאחר הניתוק?
 (ג) מהי המהירות הזוויתית של כל אחד מהחלקים סביב מרכז המסה שלו?

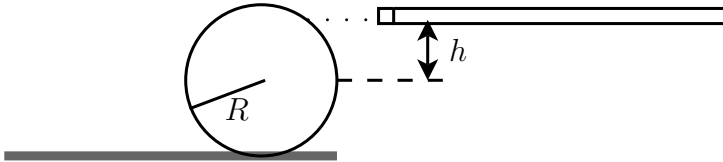
לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

פתרון:

(א) תנע קווי ותנע זוויתי. (ב) $v_{c.m.} = \frac{\sqrt{2}}{4} L \omega_0$ (ג) $\omega = \omega_0$

6.5.8

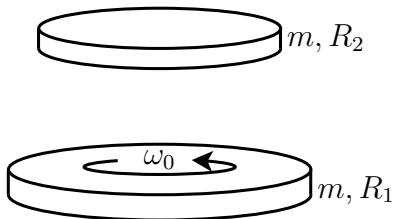
כדור ביליארד נמצא במנוחה על שולחן ביליארד. שחקן נותן מכה בגובה h מעל מרכז הכדור, כך שמהירות מרכז המסה מיד לאחר המכה היא v_0 . מהירותו הסופית של הכדור הינה $\frac{9}{7}v_0$. נתון: מומנט התמד של כדור אחיד $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$



הראו כי $h = \frac{4}{5}R$!

6.5.9

דיסקה בעלת מסה m ורדיוס $R_1 = 2R$ נמצאת על שולחן אופקי חלק ומסתובבת במהירות זוויתית ω_0 . דיסקה שנייה עשויה חומר אחר, שמסתה זהה לראשונה m אך רדיוסה קטן יותר $R_2 = 1.5R$ נופלת מגובה נמוך על הדיסקה הראשונה. בין הדיסקות ישנו חיכוך כך שלאחר זמן מה הדיסקות נעות יחדיו.



- (א) מהי המהירות הזוויתית של שתי הדיסקות כאשר הן נעות יחדיו?
(ב) מהו אחוז האנרגיה שאבד בתהליך?

פתרון:

(א) $\omega = 0.64\omega_0$ (ב) 36% מהאנרגיה אבדה.

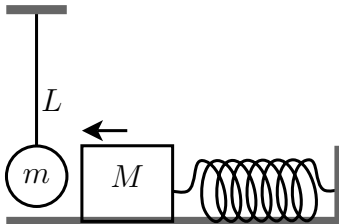
פרק 7

תנועה הרמונית

7.1 תנועה הרמונית פשוטה

7.1.1

מסה $M = 500 \text{ gr}$ נמצאת על שולחן חסר חיכוך ומחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מכווצים את הקפיץ מרחק של 15 cm ומשחררים ממנוחה. המסה M מגיעה לנקודת הרפיון של הקפיץ שם היא מתנגשת אלסטית במסה $m = 200 \text{ gr}$ הקשורה לחוט שאורכו $L = 0.5 \text{ m}$.



- (א) מהי אמפליטודת התנודה של המסה M לפני ההתנגשות?
- (ב) היכן נמצאת המסה 0.2 שניות לאחר תחילת התנועה?
- (ג) מהי מהירות כל אחד מהגופים מיד לאחר ההתנגשות?
- (ד) מהי אמפליטודת התנודה של המסה M לאחר ההתנגשות?
- (ה) מהי זווית הסטייה המקסימלית אליה תגיע המסה m לאחר ההתנגשות?

פתרון:

(א) 0.15 m (ב) 0.061 m משמאל לנקודת הרפיון של הקפיץ. (ג) $3.03 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $0.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ד) 0.064 m (ה) 86.33°

7.1.2

גוף שמסתו 2 kg מתנודד על קפיץ אנכי באופן הבא: בנקודה התחתונה ביותר של תנועתו הוא מגיע לגובה 10 cm מעל הקרקע, ובנקודה העליונה ביותר של מסלולו הוא מגיע לגובה 40 cm מעל לקרקע. הזמן שלוקח לגוף לנוע מהנקודה התחתונה ביותר לנקודה העליונה ביותר הוא 0.3 s .

(א) מצאו את קבוע הקפיץ!

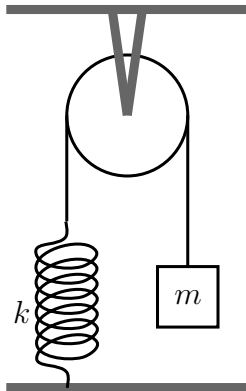
(ב) מצאו את תאוצתו ומהירותו של הגוף כאשר הוא נמצא בגובה 30 cm מעל לקרקע!
 (ג) מתי לראשונה גובהו של הגוף מעל הקרקע הוא 20 cm אם נתון שהוא התחיל לנוע מהנקודה התחתונה ביותר
 $(t = 0)$?

פתרון:

(א) $k = 219.3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (ב) $v = 1.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ במגמה מעלה. $a = 5.41 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ במגמה מטה. (ג) $t = 0.118\text{ s}$

7.1.3

מסה $m = 1\text{ kg}$ תלויה באוויר בעזרת חוט דק חסר מסה. החוט כרוך סביב גלגלת חסרת חיכוך ומחובר בקצהו השני לקפיץ אנכי בעל קבוע $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מחזיקים את המערכת כך שהקפיץ רפוי, ומשחררים ממנוחה.



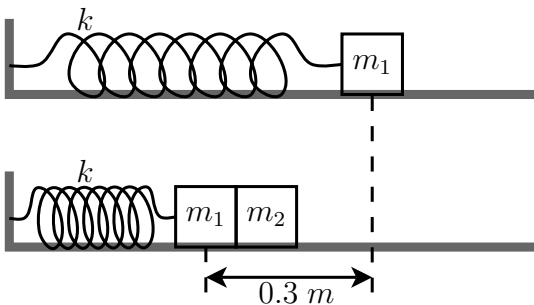
(א) מצאו את אמפליטודת התנודה!
 (ב) מתי מהירות הגוף 0.1 שניות לאחר תחילת התנודה?
 (ג) מתי לראשונה עובר הגוף נקודה שנמצאת 0.02 m מתחת לנקודת השחרור?

פתרון:

(א) $A = 0.049\text{ m}$ (ב) $v = 0.685 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ במגמה מטה. (ג) $t = 0.066\text{ s}$

7.1.4

מסה $m_1 = 10\text{ kg}$ מונחת על שולחן אופקי חסר חיכוך וקשורה לקפיץ בעל קבוע $k = 1500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מצמידים אליה מסה שניה $m_2 = 5\text{ kg}$ ודוחפים את שתי המסות עד שהקפיץ מכווץ בשיעור של 0.3 m . ברגע זה $(t = 0)$ משחררים את המערכת ממנוחה.



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

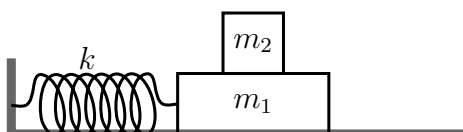
- (א) כאשר המסות מגיעות לנקודת שווי המשקל, הן נפרדות וממשיכות לנוע בנפרד. מהי מהירותה של m_2 ברגע זה?
- (ב) מהו מרחקה של m_2 מ- m_1 ברגע שהאחרונה מגיעה לראשונה למתיחה המקסימלית?
- (ג) מתי מגיעה המסה m_1 לנקודה ממנה התחילה, בפעם הראשונה?

פתרון:

(א) $3 \frac{m}{s}$ (ב) $0.14 m$ (ג) אף פעם!

7.1.5

מסה m_1 לא ידועה נמצאת על שולחן אופקי חסר חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע כח $k = 256 \frac{N}{m}$. מניחים עליה מסה $m_2 = 4 kg$. בין המסות ישנו חיכוך עם מקדם סטטי $\mu_s = 0.8$.



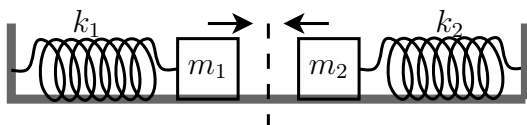
חשבו מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית עבורה ינועו המסות בתנועה הרמונית פשוטה מבלי להחליק אחת ביחס לשנייה!

פתרון:

$$A_{max} = \frac{\mu_s(m_1+m_2)g}{k}$$

7.1.6

מסה $m_1 = 12 kg$ קשורה לקפיץ בעל קבוע $k_1 = 180 \frac{N}{m}$ ומסה $m_2 = 15 kg$ קשורה לקפיץ בעל קבוע $k_2 = 150 \frac{N}{m}$. דוחפים את שתי המסות כך שהקפיצים מכווצים בשיעור דומה $4 m$. משחררים ממנוחה את המסה m_2 ולאחר זמן מה משחררים ממנוחה את המסה m_1 , כך שהמסות מתנגשות בדיוק ברגע שבו שני הקפיצים רפויים. ההתנגשות היא פלסטית.



- (א) כמה זמן לאחר שחרור המסה m_2 שוחררה המסה m_1 ?
- (ב) מהי מהירות כל אחד מהגופים רגע לפני ההתנגשות?
- (ג) מהי אמפליטודת התנודה לאחר ההתנגשות?
- (ד) מתי לראשונה לאחר ההתנגשות גודל המהירות של הגוף המשותף היא $0.1 \frac{m}{s}$?

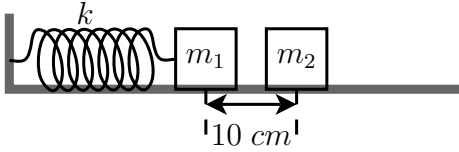
פתרון:

(א) $t = 0.064 s$ (ב) $12.648 \frac{m}{s}$; $15.492 \frac{m}{s}$ (ג) $A = 0.0115 m$ (ד) $t = 0.064 s$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
כתב ופתר - אייל לוי

7.1.7

מסה נקודתית $m_1 = 600 \text{ gr}$ מונחת על משטח אופקי חלק ומחוברת לקפיץ בעל קבוע $k = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. דוחפים את המסה כך שהקפיץ מתכווץ בשיעור של 30 cm ומשחררים ממנוחה. במרחק 10 cm מנקודת הרפיון נמצאת מסה נקודתית נייחת $m_2 = 900 \text{ gr}$. ההתנגשות בין המסות היא אלסטית.



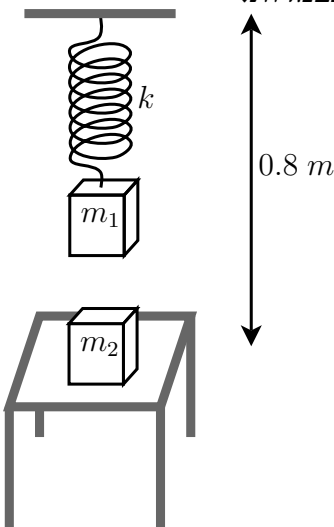
- (א) כמה זמן לאחר ששחררה המסה m_1 היא פוגעת במסה m_2 ?
 (ב) מהי מהירותה של m_1 חלקיק שניה לפני ההתנגשות?
 (ג) מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ לאחר ההתנגשות?

פתרון:

$$\Delta \ell_{\max} = 0.115 \text{ m} \quad (\text{ג}) \quad v = 1.26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ב}) \quad t = 0.428 \text{ s} \quad (\text{א})$$

7.1.8

מסה נקודתית $m_1 = 1 \text{ kg}$ תלויה על קפיץ אנכי שאורכו הרפוי $\ell_0 = 0.2 \text{ m}$. בגובה 0.8 m מתחת לתקרה נמצא שולחן ועליו מסה $m_2 = 0.5 \text{ kg}$ שחלקה העליון מרוח בדבק. מרימים את המסה m_1 מרחק מסוים, ומשחררים ממנוחה ($t = 0$). ברגע $t = \frac{T}{12}$ (הוא זמן המחזור) מהירות המסה m_1 היא $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. המסה m_1 נעה מטה, ובדיוק כאשר הקפיץ מתוח במידה מקסימלית (במהירות אפסית) היא נוגעת במסה m_2 והמסות נצמדות.



- (א) מהן אמפליטודת התנודה והתדירות הזוויתית של התנודה לפני ההיצמדות?
 (ב) מהן אמפליטודת התנודה והתדירות הזוויתית של התנודה אחרי ההיצמדות?
 (ג) כמה זמן אחרי ההיצמדות חולפות שתי המסות לראשונה על פני נקודת הרפיון?

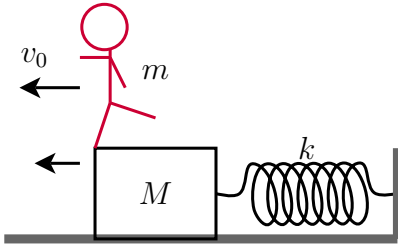
פתרון:

$$t = 0.3 \text{ s} \quad (\text{ג}) \quad A = 0.4 \text{ m} ; \omega = 7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\text{ב}) \quad A = 0.47 \text{ m} ; \omega = 8.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\text{א})$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il
 כתב ופתר - אייל לוי

7.1.9

אדם בעל מסה $m = 80 \text{ kg}$ נמצא על מסה $M = 100 \text{ kg}$, שנמצאת על מישור אופקי חסר חיכוך. המסה קשורה לקפיץ בעל קבוע $k = 5000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מכווצים את הקפיץ בשיעור 3 m ומשחררים ממנו כן שהאדם נע יחד עם המסה בתנועה הרמונית פשוטה. כאשר הם חוזרים לנקודת הרפיון, האדם קופץ קדימה במהירות אופקית $v_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ יחסית למסה.



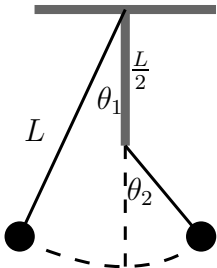
- (א) מהי אמפליטודת התנודה של המסה לאחר שהאדם קפץ ממנה?
 (ב) מהי צריכה להיות מהירות הקפיצה של האדם כדי שהכיוון המקסימלי של המסה M בתנועתה לא ישתנה?

פתרון:

(א) $A = 1.9 \text{ m}$ (ב) $6.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ביחס ל- M במגמה ימינה, או $46.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ביחס ל- M במגמה שמאלה.

7.1.10

מטוטלת מטמטית עבודה אורך החוט הוא $L = 1 \text{ m}$ מוסטת בזווית קטנה $\theta_1 = 3^\circ$ ונעזבת ממנוחה ($t = 0$). כאשר המשקולת מגיעה לנקודה התחתונה ביותר של מסלולה, החלק העליון של החוט פוגע במוט שיורד מהתקרה ושגובהו $\frac{L}{2}$, כך שהמשקולת ממשיכה לנוע רק עם חציו השני של החוט.



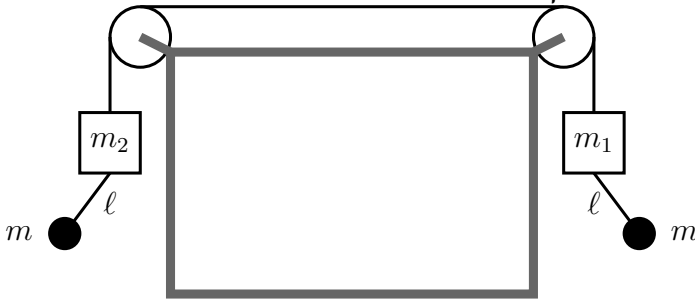
- (א) מהי זווית הסטייה המקסימלית של החוט בצידה השני של התנועה, θ_2 ?
 (ב) מהו זמן המחזור של התנועה, כלומר הזמן שלוקח לגוף עד שהוא חוזר לזווית θ_1 במיקום המקורי?
 (ג) מהי זווית הסטייה של החוט ביחס לאנך ברגע $t = 1 \text{ s}$?

פתרון:

(א) 4.14° (ב) 1.713 s (ג) 3.39°

7.1.11

שתי מסות $m_1 > m_2$ קשורות בחוט באופן המתואר בתרשים. לכל מסה קשור חוט שאורכו ℓ ובקצהו משקולת m . מסיטים כל אחת מהמשקולות כך שהחוטים יוצרים זווית קטנה עם האנך, ומשחררים את כל המערכת ממנוחה.



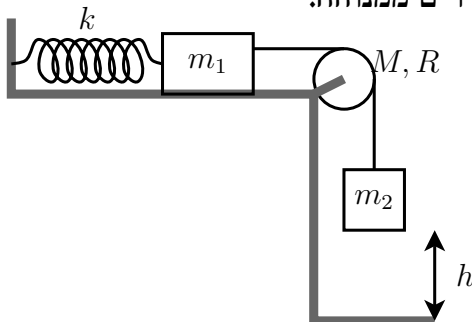
מה ניתן לומר על זמני המחזור של שתי המטוטלות?

פתרון:

$$T_{\text{מטוטלת שמאלית}} > 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} > T_{\text{מטוטלת ימנית}}$$

7.1.12

מסה m_2 תלויה על חוט שעובר דרך גלגלת שצורתה גליל מלא בעל רדיוס R ומסה M . לצידו השני של החוט קשורה מסה m_1 שנמצאת על שולחן אופקי חלק. לצידה השני של m_1 מחובר קפיץ קשור לקיר בעל קבוע k . בשרטוט מתואר מצב שווי המשקל של המערכת. נתון כי במצב בו המערכת נעה, החוט אינו מחליק על הגלגלת. מושכים את המסה m_2 עד לקרקע, גובה h מתחת למצב שווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.



- מהי התארכות הקפיץ במצב שווי המשקל?
- הראו כי המערכת תבצע תנועה הרמונית פשוטה.
- חשבו את אמפליטודת התנודה A ואת תדירותה f .
- רשמו ביטויים למיקום, מהירות ותאוצת המסה m_2 בכל רגע!

פתרון:

$$A = h \quad \Delta\ell = \frac{m_2 g}{k} \quad \text{(ג) התדירות } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}} \quad \text{והאמפליטודה } A = h$$

$$x(t) = h \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}} \cdot t + \pi \right) \quad \text{(ד)}$$

$$v(t) = -h \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}} \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}} \cdot t + \pi \right)$$

$$a(t) = -h \frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}} \cdot t + \pi \right)$$

7.1.13

גליל מלא בעל רדיוס R ומסה M מונח על שולחן אופקי. מקדם החיכוך הסטטי בין הגליל לשולחן הוא μ_s . ציר הגליל מחובר לקפיץ בעל קבוע k שקצהו השני מחובר לקיר. מסיטים את הגליל בשיעור A_0 ימינה מנקודת שווי המשקל, ומשחררים ממנוחה. נתון כי הגליל מתגלגל ללא החלקה!



- (א) מהי תדירות התנודות שמבצע הגליל?
 (ב) רשמו את מיקום המסה, מהירותה ותאוצתה כפונקציה של הזמן!
 (ג) מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך $\mu_{s,min}$ עבורו הגליל לא יחליק ביחס למשטח?
 (ד) נתון: $k = 100 \frac{N}{m}$; $m = 2 \text{ kg}$. מתי לראשונה מגיע הגוף לכיוון $\frac{A_0}{3}$?

פתרון:

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad (\text{א})$$

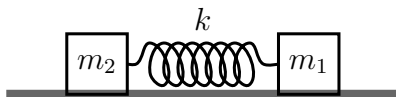
$$x(t) = A_0 \cos \left(\sqrt{\frac{2k}{3m}} \cdot t + \pi \right) \quad (\text{ב})$$

$$v(t) = -A_0 \sqrt{\frac{2k}{3m}} \sin \left(\sqrt{\frac{2k}{3m}} \cdot t + \pi \right)$$

$$a(t) = -A_0 \frac{2k}{3m} \cos \left(\sqrt{\frac{2k}{3m}} \cdot t + \pi \right)$$

7.1.14

שני גופים m_1 ו- m_2 נמצאים על קרקע חלקה ומחוברים זה לזה בעזרת קפיץ בעל קבוע k . מותחים את הקפיץ מרחק מסוים ומשחררים ממנוחה.



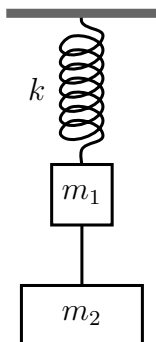
- (א) מהי תדירות התנודות?
 הנחיה: הראו כי התנועה היא הרמונית פשוטה ע"י קבלת המשוואה המתאימה, וקבלו מתוכה את הפתרון.
 (ב) בדקו את תשובותכם ל-(א) בגבולות $m_1 \gg m_2$ ו- $m_2 \gg m_1$.

פתרון:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 m_2 / (m_1 + m_2)}} \quad (\text{א})$$

7.1.15

מסה $m_1 = 20 \text{ kg}$ קשורה בחוט חסר מסה למסה $m_2 = 30 \text{ kg}$. בצידה השני מחוברת m_1 לקפיץ אנכי בעל קבוע כח $k = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. המערכת במנוחה ולפתע נקרע החוט.



- (א) מהי אמפליטודת התנודה ההרמונית שמבצעת m_1 לאחר שהחוט נקרע?
 (ב) מתי לראשונה לאחר התחלת התנועה תגיע m_1 לנקודה בה הקפיץ רפוי?

פתרון:

(א) $A = 0.294 \text{ m}$ (ב) $t = 0.326 \text{ s}$

7.2 תנועה הרמונית מרוסנת

7.2.1

מסה $m = 50 \text{ gr}$ נעה בהשפעת קפיץ אופקי בעל קבוע $k = 25 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. ברגע $t = 0$ הקפיץ מתוח בשיעור 0.3 m והמסה נעזבת ממנוחה. כח מרסן מהצורה $f = -bv$ פועל על המסה, כך שלאחר 5 שניות אמפליטודת התנודה דועכת לכדי 0.1 m .

מצאו את גודלו של קבוע הריסון b !

פתרון:

$$b = 0.022 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

7.2.2

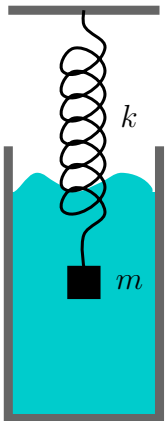
מסה $m = 10 \text{ kg}$ נעה בהשפעת קפיץ אנכי בעל קבוע $k = 12000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. המסה מרגישה כח התנגדות פרופורציוני למהירותה $f = -bv$ כאשר $b = 3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$.
(א) חשבו את תדירות התנודה?
(ב) בכמה אחוזים דועכת אמפליטודת התנודה בכל מחזור?
(ג) כמה זמן עבר עד שאנרגיית המערכת מגיעה ל-5% מערכה ההתחלתית?

פתרון:

$$(א) \omega = 34.64 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (ב) 2.7\% \quad (ג) 10 \text{ שניות.}$$

7.2.3

קוביה שמסתה $m = 0.5 \text{ kg}$ תלויה על קפיץ אנכי בעל קבוע $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. הקוביה נמצאת בתוך נוזל צמיג שמפעיל כח ריסון מהצורה $f = -0.08v$ (מהירות המסה). מותחים את הקפיץ למרחק של 0.2 m מתחת לנקודת שווי המשקל ומשחררים ממנוחה.



אם ניתן להזניח את כח העילוי:

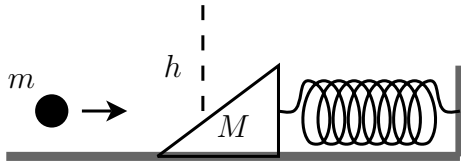
- (א) תוך כמה זמן תקטן אמפליטודת התנודה פי 2?
 (ב) מהי מהירות הגוף 0.3 שניות לאחר תחילת התנועה?

פתרון:

$$v(t = 0.3 \text{ s}) = 2.47 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ב}) \quad t = 8.66 \text{ s} \quad (\text{א})$$

7.2.4

טריז שמסתו $M = 2m$ מונח על מישור אופקי חלק ומחובר לקפיץ בעל קבוע k שקצהו השני מחובר לקיר. כדור בעל מסה m נע אופקית ומתנגש אלסטית (לחלוטין) בטריז, כך שמיד לאחר ההתנגשות הוא נע אנכית מעלה ומגיע לגובה מקסימלי h מעל לנקודת ההתנגשות.



- (א) מהי אמפליטודת התנועה A והתדירות של התנודות ω_0 של המנסרה לאחר ההתנגשות? יש לבטא באמצעות m, k, h, g .
 (ב) כעת מפעילים על המנסרה כח ריסון פרופורציוני למהירות אך מנוגד לה, $\vec{f} = -\beta \vec{v}$, כאשר β קבוע כלשהו שמקיים את התנאי $\beta^2 < 8mk$. נתון כי תוך זמן τ אמפליטודת התנודות דועכת פי $\frac{1}{e}$. מצאו את τ , את תדירות התנודה המרוסנת ω ואת עבודת כח הריסון W במשך המחזור ה- n של התנועה!

פתרון:

$$\tau = \frac{4m}{\beta}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{2m} - \frac{\beta^2}{16m}}; \quad W = mA^2\omega^2 \cdot e^{-\frac{\pi\beta}{m\omega} \cdot n} \left[1 - e^{\frac{\pi\beta}{m\omega}} \right] \quad (\text{ב}) \quad A = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \quad (\text{א})$$

7.3 תנועה הרמונית מאולצת

7.3.1

מסה נעה בהשפעת קפיץ בהתאם למשוואת התנועה:

$$\ddot{x} + 3x = 10 \cos \Omega t$$

באיזו תדירות של כח מאלץ, Ω , מתקבלת תהודה?

פתרון:

$$\Omega_{res} = \sqrt{3} = 1.732 \frac{rad}{s}$$

7.3.2

מסה $m = 20 \text{ kg}$ תלויה על קפיץ אנכי בעל קבוע $k = 300 \frac{N}{m}$. כח חיצוני $F(t) = 12 \sin 4t \text{ N}$ מנדנד את המסה. כמו כן על המסה פועל כח ריסון פרופורציוני מהירות $f = -30v$. מהי אמפליטודת התנודה ההרמונית המאולצת הנוצרת במצב עמיד (steady-state)?

פתרון:

$$A = 0.0986 \text{ m}$$

7.3.3

מסה $m = 6 \text{ kg}$ תלויה על קפיץ אנכי בעל קבוע $k = 180 \frac{N}{m}$ ומתנודדת בתנועה הרמונית. על המסה פועלים כח מרסן $f = -40v$, כאשר v מהירות המסה, וכח מאלץ $F(t) = F_0 \cos \Omega t$. מהי תדירות הרזוננס (תהודה), Ω_{res} ?

פתרון:

$$\Omega_{res} = 2.79 \frac{rad}{s}$$

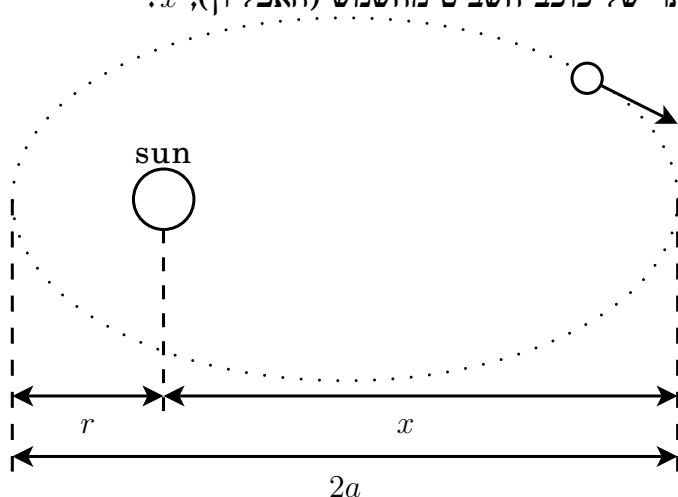
פרק 8

גרביטציה

8.1 חוקי קפלר ותנועה גרביטציונית

8.1.1

כוכב שביט מקיף את השמש בזמן מחזור של $T = 75.6 \text{ years}$. המרחק הקרוב ביותר אליו הוא מגיע מהשמש (הפרהליון) הוא $r = 8.55 \cdot 10^{10} \text{ m}$. מהו מרחקו הרחוק ביותר של כוכב השביט מהשמש (האפליון), x ?



פתרון:

$$x = 5.26 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

8.1.2

לוויין נע בתנועה מעגלית סביב כדה"א ברדיוס סיבוב $2R_E$. כמה אנרגיה דרושה כדי להעבירו לנוע בתנועה מעגלית ברדיוס סיבוב $4R_E$?

פתרון:

$$\Delta E = \frac{GM_E m}{8R_E}$$

8.1.3

אסטרונאוט שמשקלו על פני כדה"א הוא $w = 980 \text{ N}$ מסתובב בחללית סביב כדה"א בתנועה מעגלית קצובה, בגובה 1000 km מעל פני כדה"א.
נתון: מסת כדה"א $M_E = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ורדיוס כדה"א $R_E = 6380 \text{ km}$.
(א) הסבירו כיצד יתכן כי האסטרונאוט מרחף בתוך החללית?
(ב) במידה ואין חיכוך של החללית עם הסביבה, חשבו את מהירותה של החללית?
(ג) שלחו את האסטרונאוט לכוכב לכת כלשהו, שרדיוסו $R_* = 5000 \text{ km}$. והוא מגלה שמשקלו על פני הכוכב הוא $w = 588 \text{ N}$. מהי מסתו של הכוכב m_* ?

פתרון:

$$m_* = 2.224 \cdot 10^{22} \text{ m} \quad (ג) \quad v = 7352 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (ב)$$

8.1.4

גוף נמצא בין כדה"א לירח.
נתון: מסת כדה"א $M_E = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ומסת הירח $M_M = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$. מרחקו של הירח מכדה"א הוא $384,400 \text{ km}$.
(א) באיזה מרחק בין כדה"א לירח על לוויין להימצא כך ששקול הכוחות עליו יהיה שווה לאפס?
(ב) בהזנחת האנרגיה הפוטנציאלית של הירח, מהי המהירות שיש להקנות ללוויין על פני כדה"א כדי שיגיע למרחק שמצאתם ב-(א)?
(ג) בהינתן שהירח מעניק אנרגיה פוטנציאלית ללוויין, מהי המהירות שיש להקנות ללוויין על פני כדה"א כדי שיגיע למרחק שמצאתם ב-(א)?

פתרון:

$$(א) \quad 3.46 \cdot 10^8 \text{ מטרים ממרכז כדה"א.} \quad (ב) \quad 11060.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (ג) \quad 11050.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

8.1.5

חללית נשלחת לכוכב כלשהו לביצוע בדיקות. היא מגלה כי רדיוסו של הכוכב הוא $R_* = 5 \cdot 10^6 \text{ m}$ וכן שיש שני ירחים. הירח הראשון מבצע הקפה מעגלית שלמה סביב הכוכב בזמן של 24 שעות, ברדיוס סיבוב של 20000 km . הירח השני מבצע הקפה מעגלית ברדיוס כפול מהראשון אולם זמן המחזור שלו לא נמדד.
(א) מהי מסת הכוכב, M_* ?

- (ב) מהו זמן המחזור של הירח השני?
 (ג) באיזו מהירות על החללית לשגר עצמה מהכוכב כדי לנחות על הירח הראשון במהירות אפסית ביחס אליו?

פתרון:

$$(א) M_* = 6.34 \cdot 10^{23} \text{ kg} \quad (ב) 67.88 \text{ hr} \quad (ג) 3847.3 \frac{m}{s}$$

8.1.6

שני גרמי שמיים בעלי מסה m כל אחד, נמצאים בחלל. על גרמי השמיים לא פועלים שום כוחות מלבד כוחות הגרביטציה שהם מפעילים האחד על השני. ברגע מסוים, המרחק ביניהם הוא r_0 , לאחד יש מהירות אפס ולשני יש מהירות v_0 בכיוון הפוך לכיוון הכח הפועל עליו (המהירויות נמדדות ביחס למערכת אינרציאלית כלשהי).

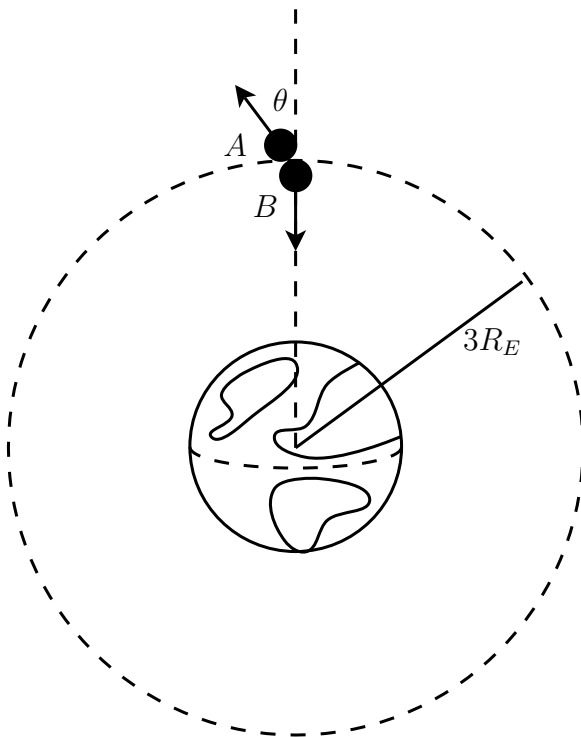
- (א) מהם הגדלים הפיסיקליים שנשמרים בבעיה?
 (ב) מהו המרחק המקסימלי אליו יתרחקו הגופים זה מזה?

פתרון:

$$(א) \text{ אנרגיה, תנע קווי ותנע זוויתי. } (ב) r_{max} = \frac{Gm}{Gm/r_0 - v_0^2/4}$$

8.1.7

גוף נע בתנועה מעגלית סביב כדה"א ברדיוס סיבוב $3R_E$. ברגע מסוים הגוף מתפרק לשני חלקים זהים בעלי מסה m כל אחד. החלק A נע בזווית $\theta = 34^\circ$ ביחס לציר הרדיאלי מיד לאחר הפירוק, והחלק B נע אנכית מטה לכיוון מרכז כדה"א מיד לאחר הפירוק.



- (א) האם יגיע החלק A למרחק אינסופי מכדה"א? אם לא, מהו המרחק המקסימלי אליו הוא יגיע?
 (ב) מהי מהירות הפגיעה של החלק B בפני כדה"א?
 (ג) מה מהירותו של החלק A כאשר הוא מגיע למרחק של $4R_E$ ממרכז כדה"א?
 (ד) מה הזווית בין וקטור המהירות לרדיוס-וקטור של החלק A במצב המתואר בסעיף (ג)?

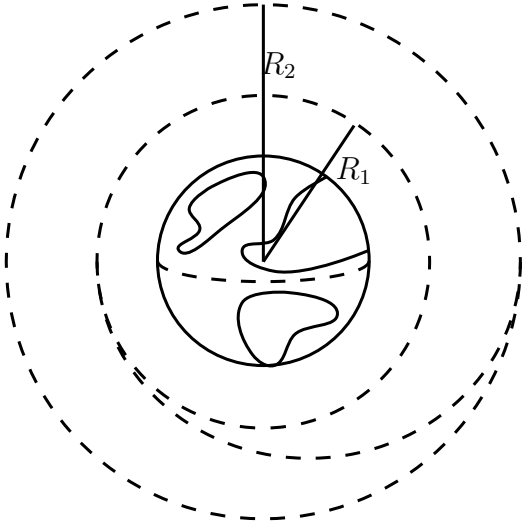
פתרון:

(א) כן! (ב) $16302 \frac{m}{s}$ (ג) $16617 \frac{m}{s}$ (ד) 24.3°

8.1.8

לווין שמסתו m נע מסביב לכדה"א ברדיוס סיבוב R_1 . רוצים להעביר את הלווין לנוע סביב כדה"א ברדיוס סיבוב R_2 . לשם כך דרושים שני שלבים:

- (1) הענקת אנרגיה ללווין כך שיגיע למרחק מקסימלי ממרכז כדה"א ששווה בדיוק לרדיוס הסיבוב הרצוי.
 (2) הענקת אנרגיה ללווין במרחק המקסימלי כדי להעניק לו את המהירות המתאימה לתנועה מעגלית ברדיוס זה.



יש לבטא את התשובות באמצעות G, M_E, m, R_1, R_2 .

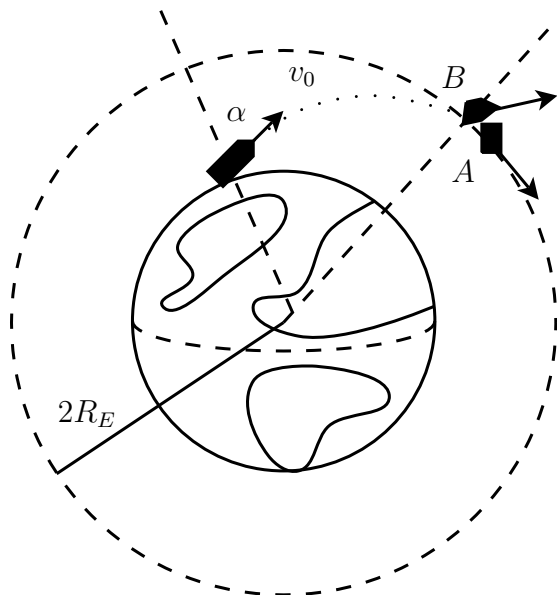
- (א) כמה אנרגיה יש להעניק ללווין בשלב (1)?
 (ב) כמה אנרגיה יש להעניק ללווין בשלב (2)?

פתרון:

$$(א) \frac{1}{2}GM_E m \cdot \left[\frac{R_2 - R_1}{R_1(R_2 + R_1)} \right] \quad (ב) \frac{1}{2}GM_E m \cdot \left[\frac{R_2 - R_1}{R_2(R_2 + R_1)} \right]$$

8.1.9

טיל בעל מסה $m = 4 \text{ ton}$ נורה מפני כדה"א בזווית $\alpha = 15^\circ$ ביחס לרדיוס-וקטור ובמהירות שגודלה $v_0 = 8000 \frac{m}{s}$. במרחק $2R_E$ ממרכז כדה"א הטיל מתפרק לשני חלקים ע"י פיצוץ קצר. החלק A שמסתו $\frac{2}{3}m$ מתחיל לבצע תנועה מעגלית סביב כדה"א מיד לאחר הפיצוץ, והחלק B שמסתו $\frac{1}{3}m$ מתרחק מכדה"א.

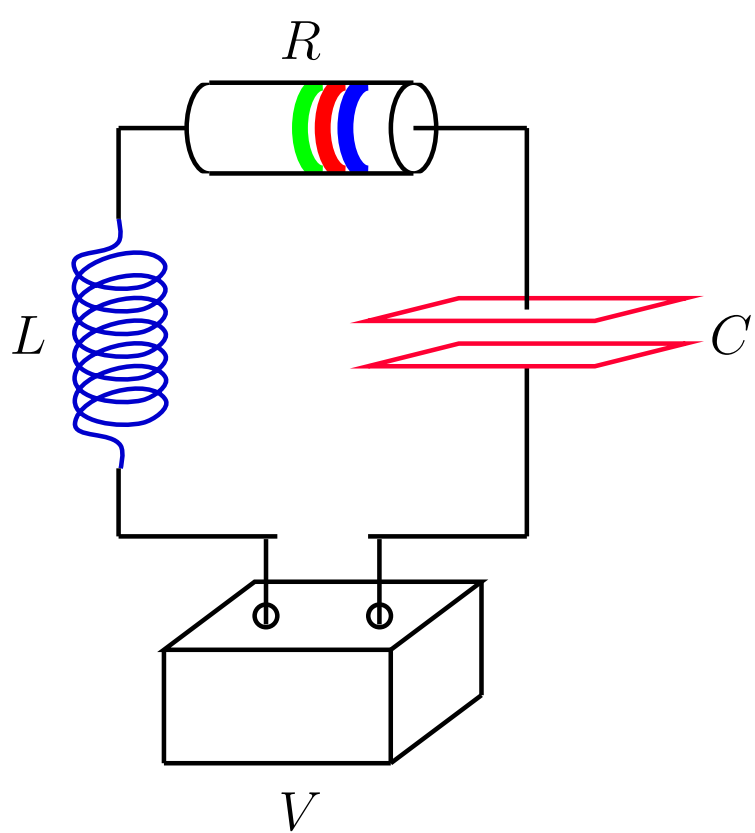


- (א) מהי מהירותו של הטיל והזווית ביחס לרדיוס־קטור מיד לפני הפיצוץ?
 (ב) מהי מהירותו של החלק B והזווית ביחס לרדיוס־קטור מיד לאחר הפיצוץ?
 (ג) האם החלק B יצליח לברוח מהשפעתו של כדה"א (כלומר יגיע לאינסוף)?

פתרון:

- (א) $1295 \frac{m}{s}$ בזווית 53.13° מימין לרדיוס־קטור. (ב) $8386 \frac{m}{s}$ בזווית 73.8° משמאל לרדיוס־קטור. (ג) כן!

פיסיקה 2 - חשמל ומגנטיות



אייל לוי

סטודנטים יקרים

ספר תרגילים זה הינו פרי שנות נסיון רבות של המחבר בהוראת פיסיקה באוניברסיטת תל אביב, במכללת אפקה, ועוד.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני קורס חשוב זה.

הספר עוסק בפיסיקה 2 - חשמל ומגנטיות, והוא מתאים לתלמידים במוסדות להשכלה גבוהה - אוניברסיטאות או מכללות.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד, בהתאם לתכניות הלימוד השונות. הנסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר www.GooL.co.il

הפתרונות מוגשים בסרטוני פלאש המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותי היא שספר זה ישמש כמורה דרך לכם הסטודנטים ויוביל אתכם להצלחה!

אייל לוי



תוכן עניינים

3	1 חוק קולומב והשדה החשמלי	1
3	1.1 מערכת מטענים נקודתיים	
7	1.2 תנועת חלקיק בשדה חשמלי	
9	1.3 התפלגויות מטענים רציפות	
14	2 חוק גאוס	2
14	2.1 שטף חשמלי	
18	2.2 חוק גאוס (האינטגרלי)	
23	2.3 חוק גאוס (הדיפרנציאלי)	
25	3 אנרגיה ופוטנציאל חשמליים	3
25	3.1 אנרגיה פוטנציאלית חשמלית ופוטנציאל חשמלי	
36	4 קיבול חשמלי והתנגדות חשמלית	4
36	4.1 קיבול וחומרים דיאלקטרים	
42	4.2 התנגדות	
45	4.3 מעגלי זרם ישר	
47	4.4 מעגלי RC (נגד וקבל)	

פרק 1

חוק קולומב והשדה החשמלי

1.1 מערכת מטענים נקודתיים

1.1.1

מטען $q_1 = 1 \text{ C}$ נמצא במנוחה על הקרקע. באיזה גובה ניתן לשים מסה $m = 1 \text{ ton}$ בעלת מטען זהה $q_2 = 1 \text{ C}$ שתרחף באויר כנגד כח הכובד?

פתרון:

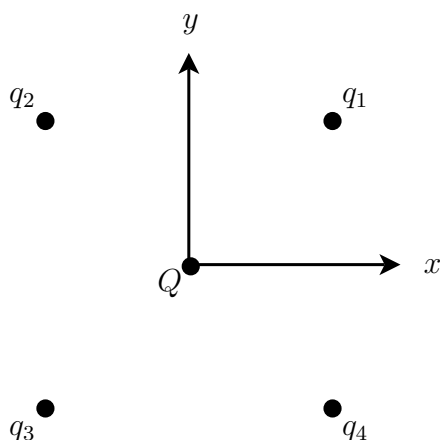
$$h = 958.3 \text{ m}$$

1.1.2

ארבעה מטענים נקודתיים q_1, q_2, q_3, q_4 נמצאים במיקומים:

$$\vec{r}_1 = (1, 1) \text{ m} ; \vec{r}_2 = (-1, 1) \text{ m} ; \vec{r}_3 = (-1, -1) \text{ m} ; \vec{r}_4 = (1, -1) \text{ m}$$

בהתאמה. המטענים $q_1 = q_2 = -200 \text{ } \mu\text{C}$ והמטענים $q_3 = q_4 = 200 \text{ } \mu\text{C}$. מטען נקודתי $Q = 100 \text{ } \mu\text{C}$ נמצא בראשית הצירים.



(א) מהו הכח שמרגיש המטען Q ?

(ב) מהו הכח שמרגיש המטען q_3 ?

פתרון:

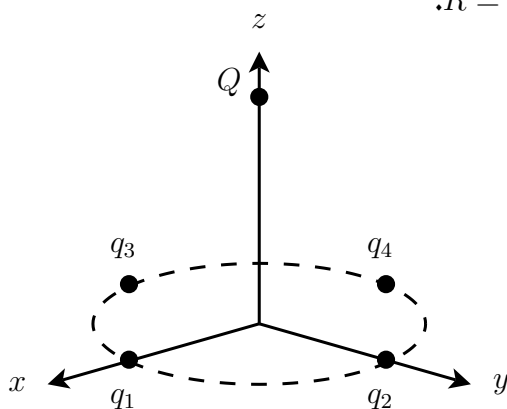
$$\sum \vec{F} = (-121.82, 58.18) \text{ N} \quad (\text{ב}) \quad \sum \vec{F} = (0, 254.56) \text{ N} \quad (\text{א})$$

1.1.3

ארבעה מטענים נקודתיים $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 300 \text{ nC}$ נמצאים במיקומים:

$$\vec{r}_1 = (1, 0, 0) \text{ m} ; \vec{r}_2 = (0, 1, 0) \text{ m} ; \vec{r}_3 = (0, -1, 0) \text{ m} ; \vec{r}_4 = (-1, 0, 0) \text{ m}$$

בהתאמה. מטען נקודתי $Q = 500 \text{ nC}$ נמצא על ציר z במיקום $\vec{R} = (0, 0, 3) \text{ m}$.



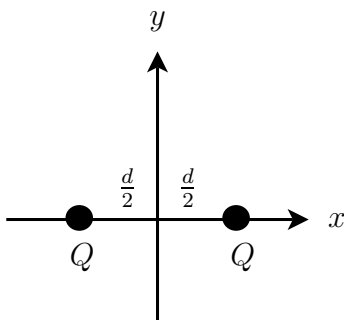
מה צריכה להיות מסתו של המטען Q כדי שהוא ירחף באוויר כנגד כח הכובד?

פתרון:

$$m = 52.27 \text{ kg}$$

1.1.4

שני מטענים נקודתיים זהים Q מצאים במנוחה על ציר x במרחק d זה מזה.



(א) היכן על ציר y מתקבל הערך המקסימלי של השדה החשמלי?

(ב) הראו כי במרחק רב ($y \gg d$), השדה מתנהג כמו שדה חשמלי של מטען נקודתי בעל גודל $2Q$ (המטען הכולל של המערכת)!

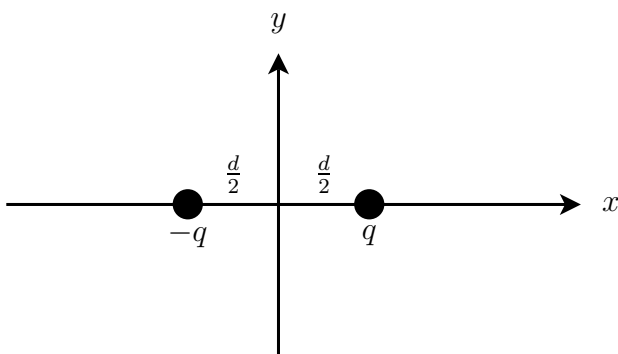
פתרון:

$$y = \pm \frac{d}{2\sqrt{2}} \quad (\text{א})$$

1.1.5

נתונה מערכת של שני מטענים נקודתיים בעלי גודל q וסימן הפוך (דיפול), הנמצאים על ציר x במיקומים:

$$\vec{r}_1 = \left(\frac{d}{2}, 0\right) m; \quad \vec{r}_2 = \left(-\frac{d}{2}, 0\right) m$$



(א) מצאו את השדה החשמלי בכל מקום לאורך ציר x , כפונקציה של המרחק x מהראשית. יש לבטא בעזרת k, q, d, x

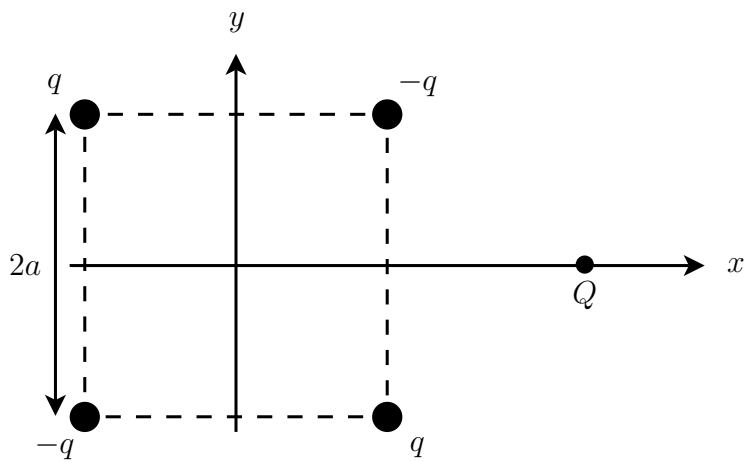
(ב) מהו השדה החשמלי במרחק רב מהדיפול ($x \gg d$)?

פתרון:

$$\vec{E}(x \gg d) = \frac{2kqd}{x^3} \cdot (1, 0, 0) \quad (\text{ב}) \quad \vec{E}(x, 0, 0) = kq \left[\frac{x - \frac{d}{2}}{\left|x - \frac{d}{2}\right|^3} - \frac{x + \frac{d}{2}}{\left|x + \frac{d}{2}\right|^3} \right] \cdot (1, 0, 0) \quad (\text{א})$$

1.1.6

נתונה מערכת של ארבעה מטענים נקודתיים בעלי גודל q כל אחד, הנמצאים בקודקודיו של ריבוע בעל צלע $2a$ שמרכזו בראשית. לכל זוג מטענים סמוכים יש מטען הפוך (קוואדרופול):



- (א) מצאו את הכח שפועל על מטען נקודתי Q שמונח על ציר x כפונקציה של המרחק x מראשית הצירים! יש לבטא באמצעות k, Q, q, a, x .
- (ב) מהו הכח שיפעל על Q אילו הוא היה ממוקם במרחק רב מהראשית $(x \gg a)$?

פתרון:

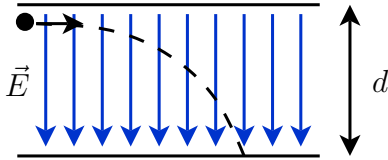
$$\vec{F}(x, 0, 0) = 2kqQa \cdot \left[\frac{1}{[(x-a)^2 + a^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x+a)^2 + a^2]^{3/2}} \right] \cdot (1, 0, 0) \quad (\text{א})$$

$$\vec{F}(x \gg a) = \frac{2kqQa^2}{x^4} \cdot (1, 0, 0) \quad (\text{ב})$$

1.2 תנועת חלקיק בשדה חשמלי

1.2.1

פרוטון (מטענו $q_p = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ומסתו $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) מוכנס בין שני לוחות שהמרחק ביניהם $d = 0.8 \text{ cm}$. הלוחות טעונים כך שנוצר ביניהם השדה החשמלי אחיד המכוון אנכית מטה וגודלו $E = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$. הפרוטון מוכנס בצמוד ללוח העליון עם מהירות אופקית $v_0 = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



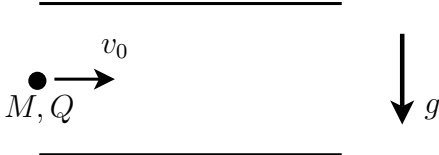
- (א) תוך כמה זמן יפגע הפרוטון בלוח התחתון?
(ב) מהו המרחק האופקי אותו יעבור הפרוטון עד שיפגע בלוח התחתון?

פתרון:

$$x = 37.4 \text{ cm} \quad (\text{ב}) \quad t = 7.47 \cdot 10^{-8} \text{ s} \quad (\text{א})$$

1.2.2

נתונים שני לוחות אינסופיים. מזריקים גוף שמסתו $M = 5 \text{ gr}$ ומטענו $Q = -10 \mu\text{C}$ אל בין הלוחות. מהו גודלו וכיוונו של שדה חשמלי שיש ליצר בין הלוחות כדי שהמטען יתמיד במגמת תנועתו, כלומר ימשיך לנוע בקו ישר, אם נתון שתאוצת הגרביטציה פועלת אנכית מטה?

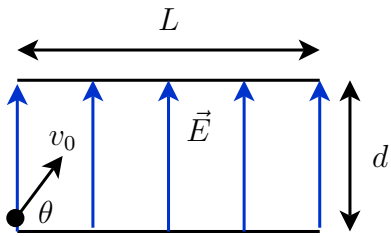


פתרון:

$$E = 4900 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad \text{במגמה אנכית מטה.}$$

1.2.3

נתונים שני לוחות טעונים שהמרחק ביניהם $d = 0.7 \text{ cm}$ ושארך כל אחד מהם הוא $L = 10 \text{ cm}$. הלוחות טעונים כך שנוצר ביניהם שדה חשמלי אחיד המכוון אנכית מעלה וגודלו $E = 2500 \frac{\text{N}}{\text{C}}$. אלקטרון (מטענו $q_e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ומסתו $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) מוזרק אל בין שני לוחות בצמוד לקצה השמאלי של הלוח התחתון במהירות שגודלה $v_0 = 1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



מהו תחום הזוויות θ עבורו ניתן להזריק את האלקטרון, כדי שהוא לא יפגע באף אחד מהלוחות?

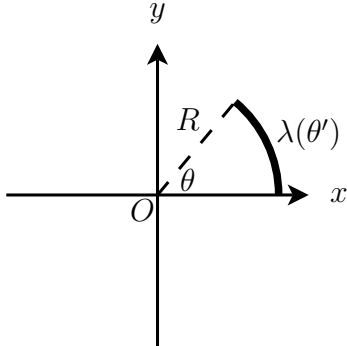
פתרון:

$$14.36^\circ > \theta > 13.04^\circ$$

1.3 התפלגויות מטענים רציפות

1.3.1

נתונה קשת מעגלית בעלת רדיוס R , הנשענת על זווית θ וטעונה בצפיפות מטען קווית $\lambda(\theta')$, כאשר θ' הזווית מציר x . מרכז של הקשת בנקודה O .



(א) חשבו את המטען הכולל לאורך הקשת אם נתון כי צפיפות המטען

$$(1) \text{ אחידה: } \lambda(\theta') = \lambda_0$$

$$(2) \text{ משתנה: } \lambda(\theta') = \lambda_0 \sin \theta'$$

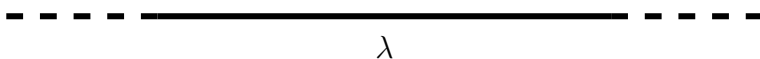
(ב) חשבו את השדה החשמלי שמפעילה הקשת בנקודה O עבור שתי צפיפויות המטען שנתונות ב-(א).

פתרון:

$$\vec{E}(0,0,0) = \frac{k\lambda_0}{R} (-\sin \theta, \cos \theta - 1, 0) \quad (1) \quad (2) \quad \lambda_0 R (1 - \cos \theta) \quad (1) \quad (2) \quad q = \lambda_0 R \theta \quad (1) \quad (2) \quad \frac{k\lambda_0}{R} \left(-\frac{\sin^2 \theta}{2}, -\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4}, 0 \right) \frac{N}{C}$$

1.3.2

נתון מוט דק אינסופי טעון בצפיפות מטען קווית אחידה $\lambda = 5 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m}$.



(א) חשבו את השדה החשמלי שיוצר המוט בכל נקודה במרחב, כלומר כפונקציה של המרחק האנכי מציר התיל, r (רדיוס גלילי)!

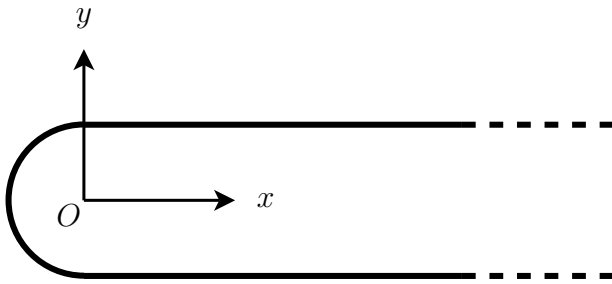
(ב) מניחים מטען נקודתי $Q = 10 \mu C$ במרחק $r = 10 \text{ cm}$ מהתיל. מהו הכח החשמלי שמרגיש המטען?

פתרון:

$$F = 9 \text{ N} \quad (2) \quad E(r) = \frac{9 \cdot 10^4}{r} \frac{N}{C} \quad (1)$$

1.3.3

תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען קווית אחידה λ מכופף באמצעו כך שהוא יוצר קשת שצורתה חצי מעגל שרדיוסו R .



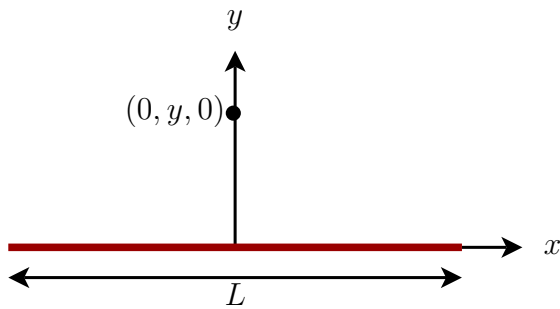
מהו השדה החשמלי שיוצר התיל בנקודה O , מרכז הקשת המעגלית?

פתרון:

$$\vec{E}(0, 0, 0) = 0$$

1.3.4

מוט דק בעל אורך L שוכב לאורך ציר x כשמרכזו בראשית. המוט טעון באופן אחיד במטען כולל Q .

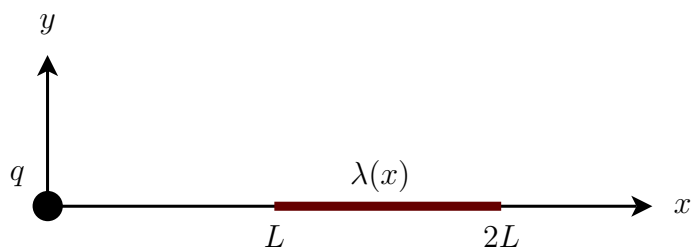


הראו כי השדה החשמלי שיוצר המוט בנקודה $(0, y, 0)$ הוא:

$$\vec{E}(0, y, 0) = \frac{2kQ}{y\sqrt{L^2 + 4y^2}}(0, 1, 0)$$

1.3.5

חשבו את הכח ההדדי שפועל בין מטען נקודתי $q = 1 \mu C$ שמיקומו ראשית הצירים, ובין מוט דק שאורכו $L = 0.2 \text{ cm}$, הטעון בצפיפות מטען קווית $\lambda(x) = 100x^2 \frac{C}{m}$ כאשר נתון כי המוט שוכב לאורך ציר x כך שקצהו השמאלי נמצא במרחק $x = L$ מהראשית.

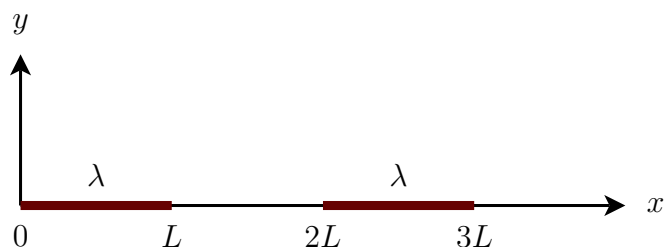


פתרון:

$$F = 1800 \text{ N}$$

1.3.6

חשבו את הכח ההדדי שפועל בין שני מוטות דקים שאורכו של כל אחד מהם הוא L . כל מוט טעון בצפיפות מטען אחידה λ . מוט אחד שוכב לאורך ציר x כך שקצהו השמאלי בראשית, והמוט השני שוכב לאורך ציר x כך שקצהו השמאלי במרחק $2L$ מהראשית.

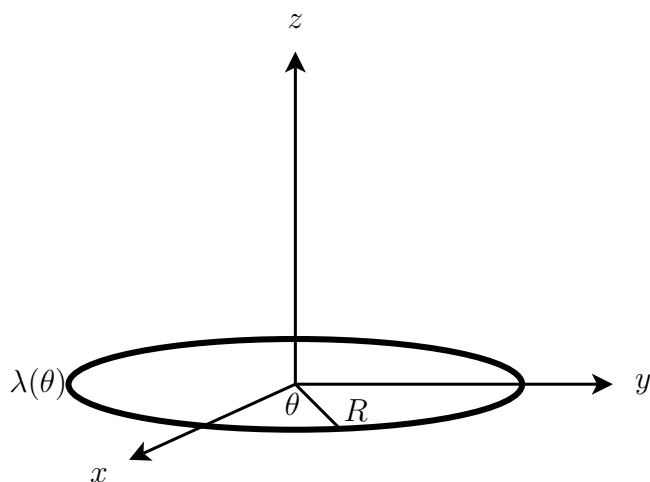


פתרון:

$$F = \ln\left(\frac{4}{3}\right) k \lambda^2$$

1.3.7

נתונה טבעת מעגלית שרדיוסה R הטעונה בצפיפות מטען קווית $\lambda(\theta)$ כאשר θ הזווית שנמדדת על מישור xy מציר ה- x .



(א) חשבו את השדה החשמלי שיוצרת הטבעת לאורך הציר האנכי מרכזי שלה (ציר z) עבור:

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \quad (1)$$

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta \quad (2)$$

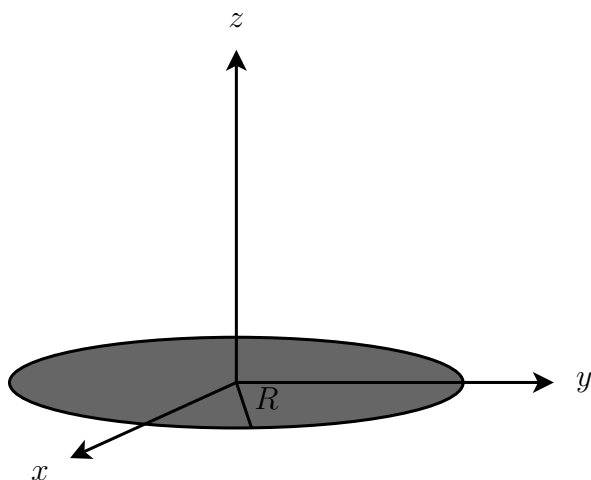
(ב) במקרה של צפיפות מטען אחידה, הראו כי במרחק רב ($z \gg R$) מתקבל שדה של מטען נקודתי!

פתרון:

$$\vec{E}(0, 0, z) = -\frac{\pi k \lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{y} \quad (2) \quad \vec{E}(0, 0, z) = \frac{2\pi k \lambda_0 R z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (1) \quad (א)$$

1.3.8

נתונה דיסקה מעגלית שרדיוסה R הטעונה בצפיפות מטען משטחית אחידה σ .



(א) חשבו את השדה החשמלי שיוצרת הדיסקה לאורך הציר האנכי מרכזי שלה (ציר z)!

(ב) הראו כי במרחק רב ($z \gg R$) מתקבל שדה של מטען נקודתי!

(ג) בעזרת הפתרון לסעיף (א), חשבו את השדה החשמלי שיוצר מישור אינסופי (הטעון בצפיפות משטחית אחידה) בכל מקום במרחב.

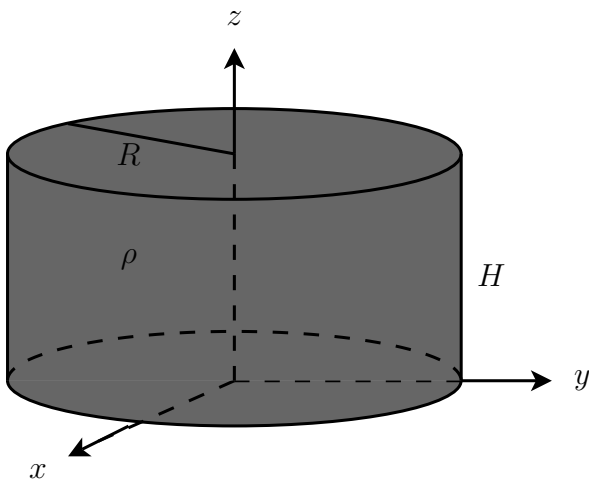
פתרון:

$$E = 2\pi k \sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (ג) \quad \vec{E}(0, 0, z) = 2\pi k \sigma z \left(\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \hat{z} \quad (א)$$

חיובי מתאר דחייה).

1.3.9

נתון גליל מלא שרדיוסו R וגובהו H הטעון בצפיפות מטען נפחית אחידה ρ .



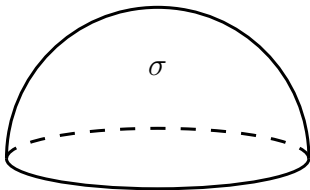
חשבו את השדה החשמלי שיוצר הגליל לאורך הציר האנכי מרכזי שלו (ציר z)!

פתרון:

$$\vec{E}(0, 0, z) = 2\pi k\rho \left(2z - H + \sqrt{R^2 + (z - H)^2} - \sqrt{R^2 + z^2} \right) \hat{z}$$

1.3.10

חשבו את השדה החשמלי במרכזה של קליפה חצי כדורית הטעונה בצפיפות מטען משטחית אחידה σ .



פתרון:

$$E = \pi k\sigma = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

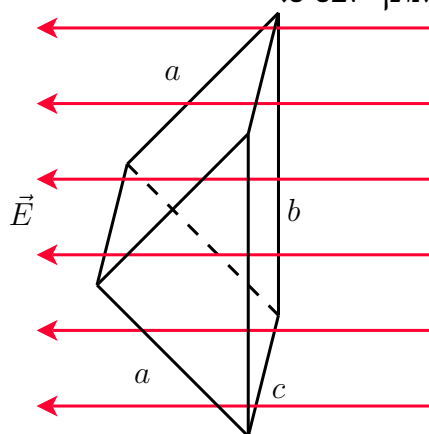
פרק 2

חוק גאוס

2.1 שטף חשמלי

2.1.1

חשבו ישירות מההגדרה את השטף החשמלי של שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$ דרך מנסרה משולשת (חתך שהוא משולש שווה שוקיים בעל אורך שוק a ואורך בסיס b . עומקה של המנסרה c). השדה מאונך לבסיס.

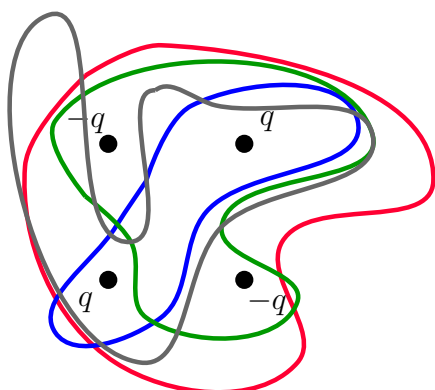


פתרון:

$$\phi_E = 0$$

2.1.2

נתון קוואדרופול חשמלי (מערך של שני דיפולים חשמליים) כמשורטט:



חשבו בעזרת חוק גאוס מהו השטף החשמלי דרך כל אחד מהמשטחים הצבעוניים.

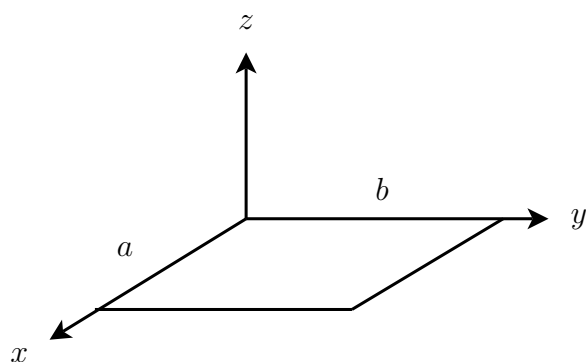
פתרון:

$$\phi_E(\text{כחולה}) = \frac{2q}{\epsilon_0} ; \phi_E(\text{אפורה}) = \frac{2q}{\epsilon_0} ; \phi_E(\text{אדומה}) = 0 ; \phi_E(\text{ירוקה}) = -\frac{q}{\epsilon_0}$$

2.1.3

נתון מלבן שנמצא על מישור $x-y$ בעל צלעות $a = 1 \text{ m}$ (לאורך ציר x) ו- $b = 2 \text{ m}$ (לאורך ציר y). המלבן נמצא ברביע הראשון כך שקצה אחד שלו בראשית. כמו כן נתון כי בכל המרחב קיים שדה חשמלי:

$$\vec{E} = (3x^2y, 3xy^2, x^2y + y^2z + z^2x) \frac{N}{C}$$



(א) מהו השטף של השדה החשמלי דרך המלבן?

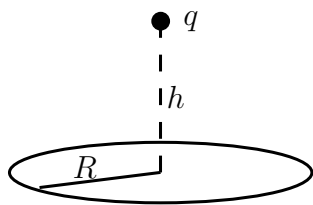
(ב) מהו השטף דרך המלבן אם נתון כי מרימים את המלבן 2 מטרים כך שהוא נמצא על המישור $z = 2 \text{ m}$?

פתרון:

$$\phi_E = \frac{a^3b^2}{6} + \frac{2}{3}ab^3 + 2a^2b = 10 \frac{N \cdot m^2}{C} \quad (\text{ב}) \quad \phi_E = \frac{a^3b^2}{6} = \frac{2}{3} \frac{N \cdot m^2}{C} \quad (\text{א})$$

2.1.4

מטען נקודתי q נמצא בגובה h מעל מרכזה של דיסקה שרדיוסה R .



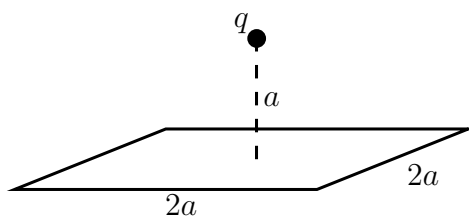
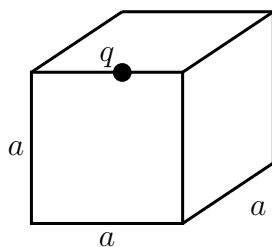
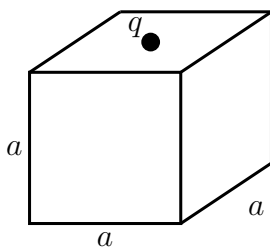
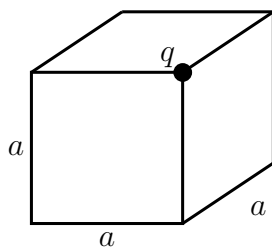
- (א) מהו השטף החשמלי דרך הדיסקה?
 (ב) השתמשו בפתרון ל-(א) כדי לחשב את השטף החשמלי דרך מישור אינסופי.

פתרון:

$$\phi_E = 2\pi kq = \frac{q}{2\epsilon_0} \quad (\text{ב}) \quad \phi_E = 2\pi kq \left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}\right) \quad (\text{א})$$

2.1.5

חשבו את שטף השדה החשמלי שיוצר המטען הנקודתי דרך הצורות בשרטוטים הבאים:

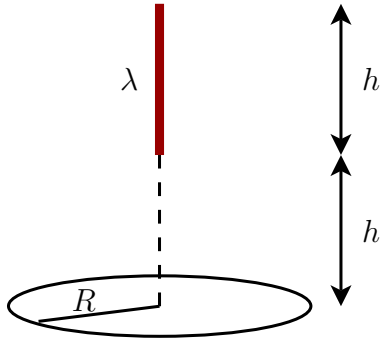


פתרון:

שורה ראשונה: מימין $\phi_E = \frac{q}{2\epsilon_0}$; משמאל $\phi_E = \frac{q}{8\epsilon_0}$
 שורה שניה: מימין $\phi_E = \frac{q}{6\epsilon_0}$; משמאל $\phi_E = \frac{q}{4\epsilon_0}$

2.1.6

מוט דק שאורכו h טעון בצפיפות מטען קווית אחידה λ . המוט שוכב לאורך הציר האנכי-מרכזי של דיסקה שרדיוסה R כך שקצהו התחתון נמצא בגובה h מעל מרכזה של הדיסקה.



מהו השטף החשמלי דרך הדיסקה?

פתרון:

$$\phi_E = 2\pi k\lambda \left(h - \sqrt{R^2 + 4h^2} + \sqrt{R^2 + h^2} \right)$$

2.2 חוק גאוס (האינטגרלי)

2.2.1

חשבו את השדה החשמלי שיוצר מטען נקודתי Q בעזרת חוק גאוס.

פתרון:

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

2.2.2

נתון כדור מלא בעל רדיוס R . חשבו את השדה החשמלי שיוצר הכדור בכל מקום במרחב, בעזרת חוק גאוס, אם נתון כי צפיפות המטען הנפחית בכדור היא:

$$\rho(r) = \rho_0 \quad \text{(א) קבועה}$$

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r^2}{R^2} \quad \text{(ב) תלויה במרחק מהמרכז } r$$

פתרון:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{5\epsilon_0 R^2} r^3 & r \leq R \\ \frac{\rho_0 R^3}{5\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} & r \geq R \end{cases} \quad \text{(ב)} \quad E(r) = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} & r \leq R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases} \quad \text{(א)}$$

2.2.3

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R הטעונה בצפיפות מטען משטחית אחידה σ .

(א) חשבו את השדה החשמלי שיוצרת הקליפה בכל מקום במרחב, בעזרת חוק גאוס.

(ב) הראו כי הקפיצה בשדה החשמלי במעבר דרך צפיפות מטען משטחית σ שווה ל- $\Delta E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

פתרון:

$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} & r > R \end{cases} \quad \text{(א)}$$

2.2.4

קליפה כדורית עבה, בעלת רדיוסים פנימי a וחיצוני b טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{A}{r}$. במרכז המערכת נמצא מטען נקודתי Q .

(א) מה צריך להיות הקבוע A כדי שהשדה החשמלי בכל מקום בתחום $a \leq r \leq b$ יהיה קבוע?

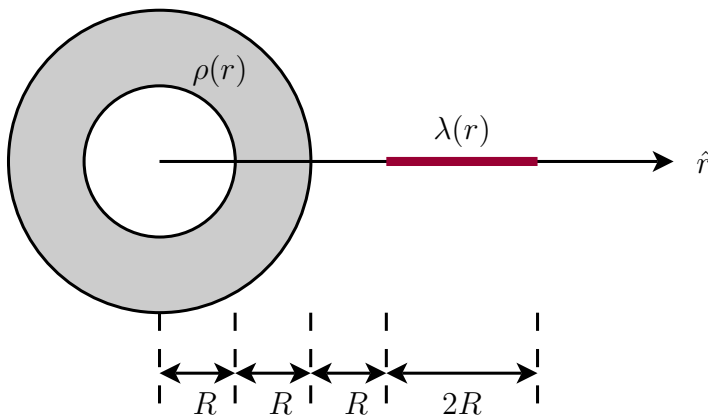
(ב) עבור הקבוע שמצאתם ב-(א), מצאו את השדה החשמלי בכל מקום במרחב.

פתרון:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r \leq a \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} & a \leq r \leq b \\ \frac{Q \left(2\frac{b^2}{a^2} - 1\right)}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r \geq b \end{cases} \quad (ב) \quad A = \frac{Q}{\pi a^2} \quad (א)$$

2.2.5

נתונה קליפה כדורית בעלת עובי, שרדיוסה הפנימי R והחיצוני $2R$. הקליפה טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \rho_0 \frac{R}{r}$. במרחק $3R$ ממרכז הקליפה נמצא קצהו השמאלי של מוט דק שאורכו $2R$ הטעון צפיפות מטען $\lambda(r) = \lambda_0 r$.



- (א) מהו השדה החשמלי בכל מקום לאורך הציר הרדיאלי $\hat{r}$ בתחום $0 < r < 3R$?
- (ב) מהו הכח שמפעיל הכדור על המוט?

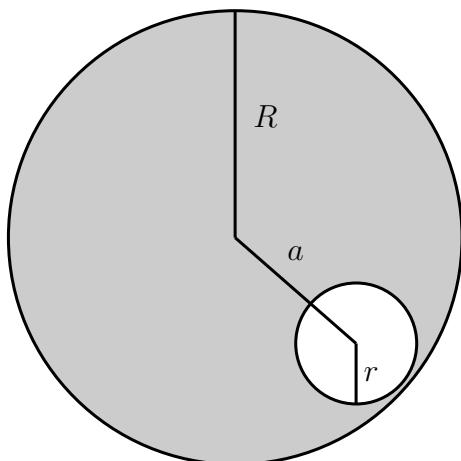
פתרון:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} -k\lambda_0 \cdot \left[\ln \left(\frac{r-5R}{r-3R} \right) + \frac{2Rr}{(r-5R)(r-3R)} \right] \hat{r} & r \leq R \\ \left\{ \frac{\rho_0 R(r^2 - R^2)}{2\epsilon_0 r^2} - k\lambda_0 \cdot \left[\ln \left(\frac{r-5R}{r-3R} \right) + \frac{2Rr}{(r-5R)(r-3R)} \right] \right\} \hat{r} & R \leq r \leq 2R \\ \left\{ \frac{3\rho_0 R^3}{2\epsilon_0 r^2} - k\lambda_0 \cdot \left[\ln \left(\frac{r-5R}{r-3R} \right) + \frac{2Rr}{(r-5R)(r-3R)} \right] \right\} \hat{r} & 2R \leq r < 3R \\ \left\{ \frac{3\rho_0 R^3}{2\epsilon_0 r^2} + k\lambda_0 \cdot \left[\ln \left(\frac{r-5R}{r-3R} \right) + \frac{2Rr}{(r-5R)(r-3R)} \right] \right\} \hat{r} & r > 5R \end{cases} \quad (א)$$

$$\vec{F} = \frac{3}{2} \ln \left(\frac{5}{3} \right) \cdot \frac{\rho_0 \lambda_0 R^3}{\epsilon_0} \hat{r} \quad (ב)$$

2.2.6

נתון כדור מלא בעל רדיוס R הטעון בצפיפות מטען נפחית אחידה ρ . יוצרים בכדור חלל כדורי בעל רדיוס r כך שמרכזו נמצא בוקטור מיקום $\vec{a}$ ביחס למרכז הכדור. נתון $R > r + a$.



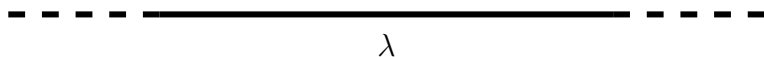
מהו השדה החשמלי בכל נקודה בחלל הכדורי?

פתרון:

$$\vec{E} = \frac{\rho \vec{a}}{3\epsilon_0}$$

2.2.7

נתון מוט דק אינסופי טעון בצפיפות מטען קווית אחידה λ .



חשבו את השדה החשמלי שיוצר המוט בכל נקודה במרחב, בעזרת חוק גאוס.

פתרון:

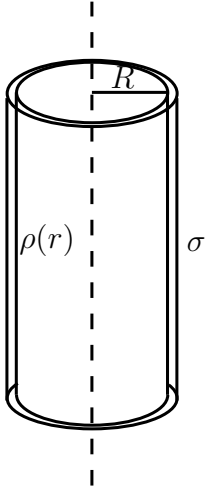
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$

2.2.8

נתון גליל אינסופי בעל רדיוס R הטעון בצפיפות מטען נפחית

$$\rho(r) = \frac{\rho_0 R}{r} \sin\left(\frac{2\pi r}{R}\right)$$

לחלק החיצוני של הגליל צמודה קליפה גלילית אינסופית הטעונה בצפיפות מטען אחידה σ . מצאו את השדה החשמלי בכל מקום במרחב, כתלות במרחק האנכי מציר הגליל (r , הרדיוס הגלילי).



פתרון:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0 R^2 \cdot [1 - \cos(\frac{2\pi r}{R})]}{2\pi\epsilon_0 r} & r < R \\ \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} & r > R \end{cases}$$

2.2.9

שני לוחות אינסופיים מקבילים טעונים בצפיפויות מטען $+\sigma$ ו- $-\sigma$. המרחק בין הלוחות הוא d .

(א) מהו השדה החשמלי בכל נקודה במרחב?

(ב) ממלאים את המרחב שבין הלוחות בחומר בעל צפיפות מטען נפחית אחידה ρ . מהו השדה החשמלי בכל נקודה במרחב במצב החדש?

פתרון:

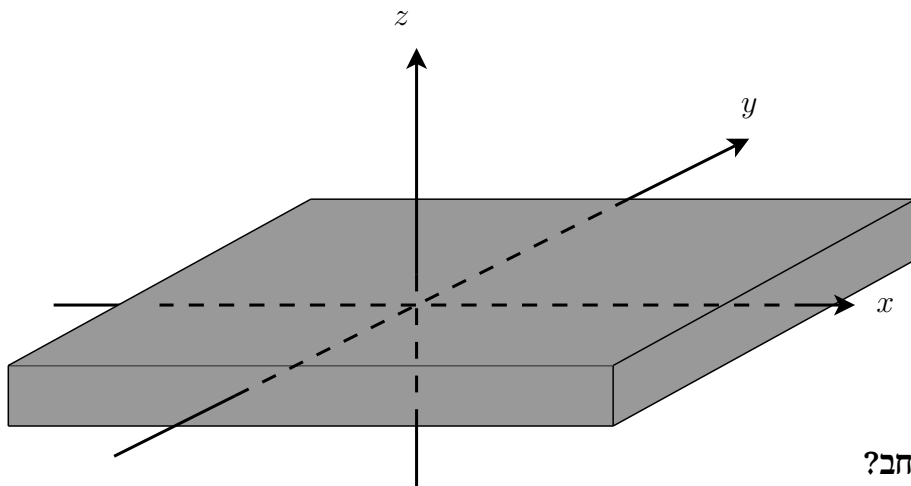
$$E(z) = \begin{cases} -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} & z < -\frac{d}{2} \\ \frac{\rho z}{\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\epsilon_0} & -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \\ \frac{\rho d}{2\epsilon_0} & z > \frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{(ב) המרחק האנכי מהמרכז.}$$

$$E(z) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_0} & |z| < \frac{d}{2} \\ 0 & |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{(א)}$$

z המרחק האנכי מהמרכז.

2.2.10

לוח אינסופי בעל עובי $d = 8 \text{ cm}$ טעון בצפיפות מטען נפחית $\rho(z) = 5 \cdot 10^{-5} z^2 \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$, כאשר z המרחק האנכי ממרכז הלוח (כלומר, ראשית הציירים ממוקמת במרכז הלוח).



(א) מהו השדה החשמלי בכל נקודה המרחב?

(ב) מוט דק בעל אורך $L = d$ מונח לאורך ציר z כשקצהו התחתון בראשית. המוט טעון באופן אחיד במטען כולל Q . מהו הכח שמרגיש המוט?

פתרון:

$$E(z) = \begin{cases} 1884955.6 \cdot z^3 & |z| \leq \frac{d}{2} \\ 120.6 & |z| \geq \frac{d}{2} \end{cases} \quad \frac{N}{C} \quad (\text{א})$$

(ב) $F = Q \cdot 75.4 \text{ N}$ בכיוון דחייה מהלוח.

2.3 חוק גאוס (הדיפרנציאלי)

2.3.1

נתון במרחב שדה חשמלי רדיאלי בעל סימטריה כדורית:

$$\vec{E}(r) = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$$

מצאו את התפלגות המטען $\rho(r)$ שיוצרת את השדה.

פתרון:

$$\rho(r) = \frac{\varepsilon_0 \alpha}{r^2}$$

2.3.2

שדה אלקטרוסטטי $\vec{E}$ מקיים:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_0 \hat{r} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

כאשר r הוא המרחק מהראשית (קואורדינטות כדוריות) ו- E_0 ו- R קבועים חיוביים.

(א) האם יש מטענים נקודתיים במרחב? אם לא - נמקו! אם כן - מהו גודלם והיכן הם נמצאים?

(ב) האם יש צפיפות מטען משטחית σ במרחב? אם לא - נמקו! אם כן - מהי ומהו מיקומה?

(ג) האם יש צפיפות מטען נפחית ρ במרחב? אם לא - נמקו! אם כן - מהי ומהו מיקומה?

פתרון:

(א) לא! נוכחות מטען נקודתי יוצרת שדה חשמלי שתלוי במרחב באופן $E \propto \frac{1}{r^2}$.

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{2\varepsilon_0 E_0}{r} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(ג)} \\ \text{(ב)} \end{matrix} \quad \sigma = -\varepsilon_0 E_0$$

2.3.3

נתון שדה חשמלי בכל המרחב בעל סימטריה כדורית:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \hat{r} & r < R \\ \frac{Q}{4\varepsilon_0 r^2} \left[\left(\frac{r}{R} \right)^4 - 1 \right] \hat{r} & R < r \leq 2R \\ \frac{15Q}{4\varepsilon_0 r^2} \hat{r} & r \geq 2R \end{cases}$$

כאשר Q קבוע בעל יחידות של מטען, ו- R קבוע בעל יחידות של מרחק.
איזה מערך מטענים יוצר שדה זה?

פתרון:

מטען נקודתי Q במרכז $(r = 0)$, צפיפות מטען משטחית $\sigma = -\frac{Q}{4\pi R^2}$ ברדיוס R וצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{Qr}{R^4}$ בתחום $R < r \leq 2R$.

פרק 3

אנרגיה ופוטנציאל חשמליים

3.1 אנרגיה פוטנציאלית חשמלית ופוטנציאל חשמלי

3.1.1

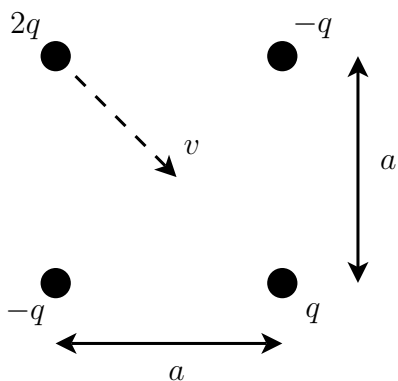
חשבו את האנרגיה האלקטרוסטטית של זוג מטענים q_1 ו- q_2 שנמצאים במרחק r זה מזה.

פתרון:

$$U = \frac{kq_1q_2}{r}$$

3.1.2

ארבעה מטענים מסודרים בארבע פינותיו של ריבוע שצלעו a , כמשורטט. המטענים מוחזקים במקומם ואינם יכולים לנוע.



(א) חשבו את האנרגיה האלקטרוסטטית של המערך (כלומר את העבודה שיש להשקיע כדי לבנות אותו).

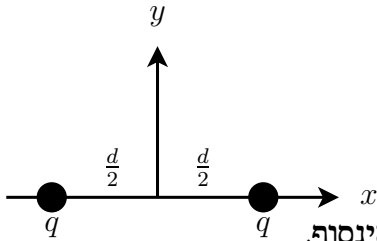
(ב) המטען $2q$ משוחרר ויכול לנוע במרחב. ברגע מסוים הוא מגיע למרכז הריבוע. מהי מהירותו שם, v , אם נתון כי מסתו היא m ?

פתרון:

$$v = 0.7 \sqrt{\frac{kq^2}{ma}} \quad (\text{ב}) \quad U = -3.88 \sqrt{\frac{kq^2}{a}} \quad (\text{א})$$

3.1.3

זוג מטענים זהים q המרוחקים זה מזה מרחק d נמצא על ציר ה- x כמשורטט:



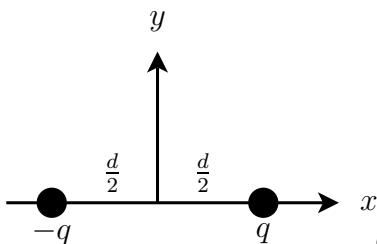
- (א) חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצר זוג המטענים בכל נקודה במרחב, ביחס לאינסוף.
 (ב) הראו כי במרחק רב מתקבל פוטנציאל של מטען נקודתי!

פתרון:

$$\varphi(\vec{r}) = kq \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 - xd + \frac{d^2}{4}}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + xd + \frac{d^2}{4}}} \right) \quad (\text{א})$$

3.1.4

דיפול חשמלי נמצא על ציר ה- x כמשורטט:



- (א) חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצר הדיפול בכל נקודה במרחב, ביחס לאינסוף.
 (ב) מהו הפוטנציאל במרחק רב מהדיפול?

פתרון:

$$\varphi(r \gg d) = \frac{kqxd}{r^3} \quad (\text{ב}) \quad \varphi(\vec{r}) = kq \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 - xd + \frac{d^2}{4}}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + xd + \frac{d^2}{4}}} \right) \quad (\text{א})$$

3.1.5

בשמונת קודקודי קוביה שצלעה a נמצאים שמונה מטענים זהים בגודלם q , אך סימנם של כל זוג שכנים קרובים הוא הפוך.

- (א) מהי האנרגיה האלקטרוסטטית של המערך?

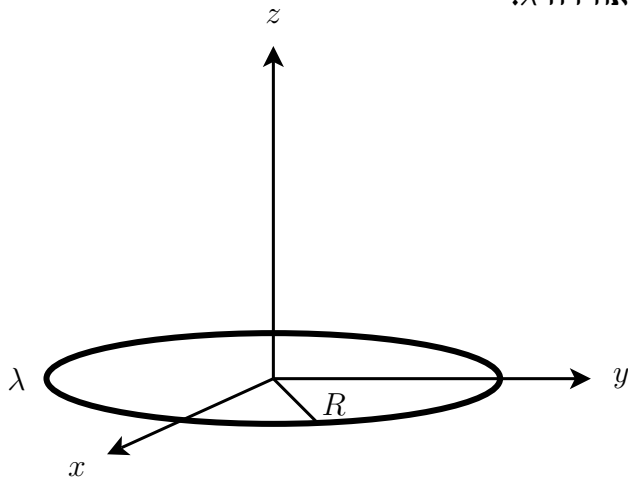
- (ב) מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז הקוביה, ביחס לאינסוף?
 (ג) מהי העבודה הדרושה בהבאת מטען נקודתי Q מאינסוף למרכז הקוביה?

פתרון:

$$U = -5.82 \frac{kq^2}{a} \quad (\text{א}) \quad \varphi(\text{מרכז}) = 0 \quad (\text{ב}) \quad W = 0 \quad (\text{ג})$$

3.1.6

נתונה טבעת מעגלית שרדיוסה R הטעונה בצפיפות מטען קווית אחידה λ .



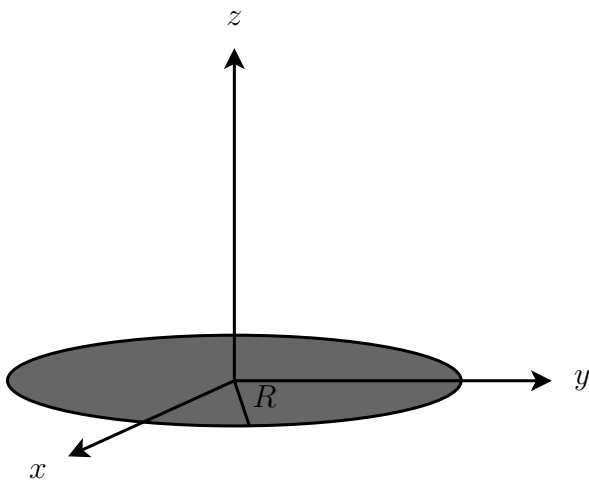
- (א) חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצרת הטבעת לאורך הציר האנכי מרכזי שלה (z ציר), ביחס לאינסוף.
 (ב) הראו כי במרחק רב ($z \gg R$) מתקבל פוטנציאל של מטען נקודתי!

פתרון:

$$\varphi(0, 0, z) = \frac{2\pi k \lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (\text{א})$$

3.1.7

נתונה דיסקה מעגלית שרדיוסה R הטעונה בצפיפות מטען משטחית אחידה σ .



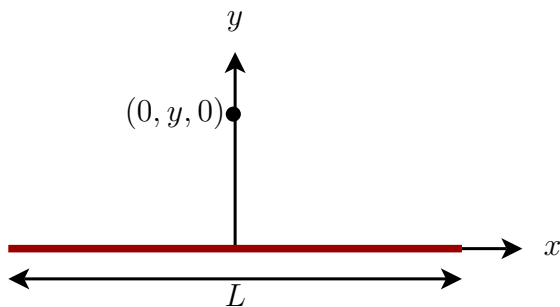
- (א) חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצרת הדיסקה לאורך הציר האנכי מרכזי שלה (ציר z), ביחס לאינסוף.
 (ב) הראו כי במרחק רב ($z \gg R$) מתקבל פוטנציאל של מטען נקודתי!
 (ג) נתון: $R = 20 \text{ cm}$ ו- $\sigma = 3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$. מטען נקודתי $q = -10 \mu\text{C}$ שמסתו $m = 2 \text{ gr}$ נעזב ממנוחה בגובה $z = 30 \text{ cm}$ מעל מרכז הדיסקה. באיזו מהירות הוא יפגע בדיסקה? (הזניחו גרביטציה).

פתרון:

$$v = 1.54 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ג}) \quad \varphi(0, 0, z) = 2\pi k\sigma \cdot \left(\sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right) \quad (\text{א})$$

3.1.8

מוט דק בעל אורך L שוכב לאורך ציר x כשמרכזו בראשית. המוט טעון באופן אחיד במטען כולל Q .



חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצר המוט בנקודה $(0, y, 0)$, ביחס לאינסוף.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right) \quad \text{ניתן להשתמש באינטגרל:}$$

פתרון:

$$\varphi(0, y, 0) = \frac{kQ}{L} \cdot \ln \left[\frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right]$$

3.1.9

חשבו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב שיוצר כדור מלא שרדיוסו R הטעון בצפיפות מטען נפחית: (א) אחידה ρ , בשני מקרים:

(1) ביחס לאינסוף (כלומר $\varphi(\infty) = 0$).

(2) ביחס לשפת הכדור (כלומר $\varphi(R) = 0$).

(ב) תלויה ברדיוס $\rho(r) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right)$, בשני המקרים הנתונים ב-(א).

פתרון:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{\rho R^2}{6\epsilon_0} - \frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} & r \leq R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r} - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} & r \geq R \end{cases} \quad (2) \quad \varphi(r) = \begin{cases} \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} - \frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} & r \leq R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r} & r \geq R \end{cases} \quad (1) \quad (א)$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon_0} - \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{r^2}{6} + \frac{r^3}{12R}\right) & r \leq R \\ \frac{7\rho_0 R^2}{12\epsilon_0} \cdot \left(\frac{R}{r} - 1\right) & r \geq R \end{cases} \quad (2) \quad \varphi(r) = \begin{cases} \frac{5\rho_0 R^2}{6\epsilon_0} - \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{r^2}{6} + \frac{r^3}{12R}\right) & r \leq R \\ \frac{7\rho_0 R^3}{12\epsilon_0 r} & r \geq R \end{cases} \quad (1) \quad (ב)$$

3.1.10

כדור מוליך בעל רדיוס R טעון באופן אחיד במטען כולל Q .

(א) חשבו את הפוטנציאל החשמלי שיוצר המוליך בכל המרחב.

(ב) יוצרים בכדור חלל כדורי קונצנטרי (שמרכזו במרכז הכדור) בעל רדיוס $0.3R$. חשבו מחדש את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.

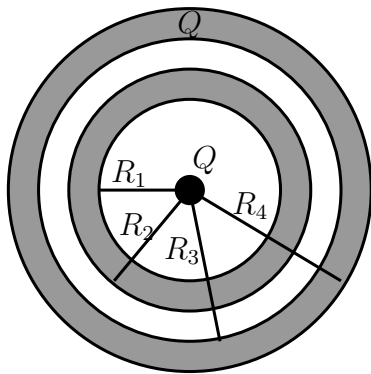
(ג) במצב של (ב), חשבו מחדש את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב אם נתון כי במרכז נמצא מטען נקודתי $-Q$.

פתרון:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{0.3R} - \frac{kQ}{r} & r \leq 0.3R \\ 0 & r \geq 0.3R \end{cases} \quad (ג) \quad \varphi(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{R} & r \leq R \\ \frac{kQ}{r} & r \geq R \end{cases} \quad (א) \quad \text{ביחס לאינסוף!}$$

3.1.11

שתי קליפות מוליכות עבות בעלות מרכז משותף נמצאות אחת בתוך השניה. לקליפה הפנימית רדיוס פנימי R_1 וחיצוני R_2 . לקליפה החיצונית רדיוס פנימי R_3 ורדיוס חיצוני R_4 . נתון כי הקליפה הפנימית נייטרלית, והחיצונית טעונה במטען כולל Q . כמו כן, במרכז המערכת נמצא מטען נקודתי Q .



(א) מצאו את צפיפויות המטענים על דפנות המוליכים.

(ב) מהו השדה החשמלי בכל מקום?

(ג) מהו הפוטנציאל החשמלי בכל מקום, ביחס לאינסוף?

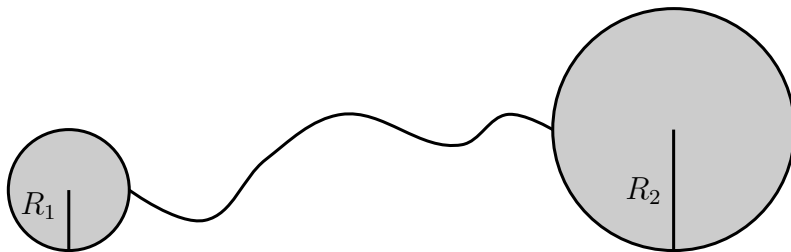
פתרון:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r < R_1 \\ 0 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & R_3 < r < R_4 \\ 0 & R_3 < r < R_4 \\ \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^2} & r > R_4 \end{cases} \quad \text{(ב) } \sigma_1 = -\frac{Q}{4\pi R_1^2}; \sigma_2 = \frac{Q}{4\pi R_2^2}; \sigma_3 = -\frac{Q}{4\pi R_3^2}; \sigma_4 = \frac{Q}{2\pi R_4^2} \quad \text{(א)}$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} + \frac{2}{R_4} \right) & r \leq R_1 \\ kQ \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} + \frac{2}{R_4} \right) & R_1 \leq r \leq R_2 \\ kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_3} + \frac{2}{R_4} \right) & R_2 \leq r \leq R_3 \quad \text{(ג)} \\ \frac{2kQ}{R_4} & R_3 \leq r \leq R_4 \\ \frac{2kQ}{r} & r \geq R_4 \end{cases}$$

3.1.12

שני כדורים מוליכים, האחד בעל רדיוס $R_1 = R$ והשני בעל רדיוס $R_2 = 2R$ נמצאים במרחק רב זה מזה (כך שאינם משפיעים זה על זה). כל אחד מהכדורים טעון במטען q . מחברים את הכדורים בעזרת חוט מוליך דק.



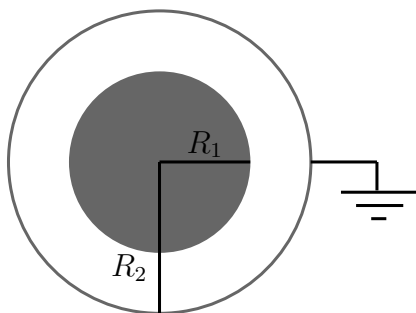
מהו המטען על כל אחד מהכדורים לאחר זמן רב?

פתרון:

$$q_1 = \frac{2}{3}q ; q_2 = \frac{4}{3}q$$

3.1.13

כדור מוליך בעל רדיוס $R_1 = 0.1 \text{ m}$ טעון במטען כולל $Q = 100 \text{ nC}$. מסביב לכדור ישנה קליפה כדורית מוליכה קונצנטרית בעלת רדיוס $R_2 = 0.15 \text{ m}$. נתון כי הקליפה מוארקת.



- מצאו את התפלגויות המטענים בכל המרחב.
- מצאו את השדה החשמלי בכל נקודה במרחב.
- מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל נקודה במרחב.
- משחררים ממנוחה מטען נקודתי $q = -1 \text{ nC}$ שמסתו $m = 3.2 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ בצמוד לחלק הפנימי של הקליפה. באיזו מהירות הוא יפגע בכדור המוליך?

פתרון:

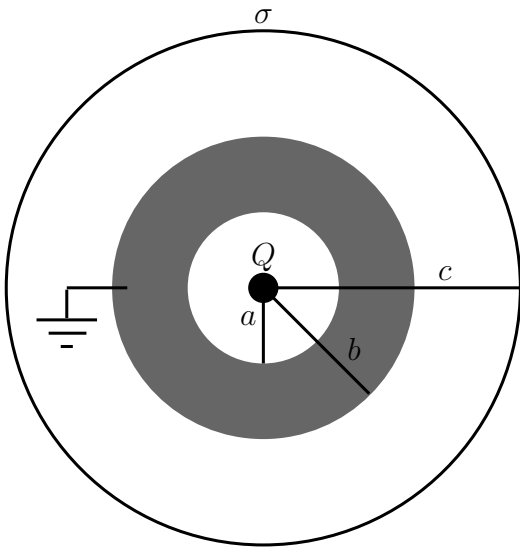
(א) על שפת הכדור המוליך מטען $Q = 100 \text{ nC}$ ועל הקליפה המוליכה מטען $-Q = -100 \text{ nC}$.

$$v = 1.37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (ד) \quad \varphi(r) = \begin{cases} 3000 & r < R_1 \\ \frac{900}{r} - 6000 & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases} \quad (ב) \quad E(r) = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{900}{r^2} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases} \quad (ג)$$

3.1.14

במערכת כדורית קונצנטרית, מטען נקודתי Q נמצא במרכז. מסביבו ישנה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוסים פנימי a וחיצוני b . הקליפה העבה מוארקת. מסביב לקליפה העבה ישנה קליפה דקה בעלת רדיוס c הטעונה

באופן אחיד בצפיפות מטען משטחית σ .



- (א) מהן צפיפויות המטען על הדפנות הפנימית והחיצונית של הקליפה המוליכה העבה?
 (ב) מהו הפוטנציאל החשמלי בכל נקודה במרחב?

פתרון:

$$\varphi(r) = \begin{cases} kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right) & r \leq a \\ 0 & a \leq r \leq b \\ 4\pi k\sigma c \left(1 - \frac{b}{r} \right) & b \leq r \leq c \\ \frac{4\pi k\sigma c}{r} (c - b) & r \geq c \end{cases} \quad V \quad \text{(ב)} \quad \sigma_a = -\frac{Q}{4\pi a^2}; \quad \sigma_b = -\sigma c \quad \text{(א)}$$

3.1.15

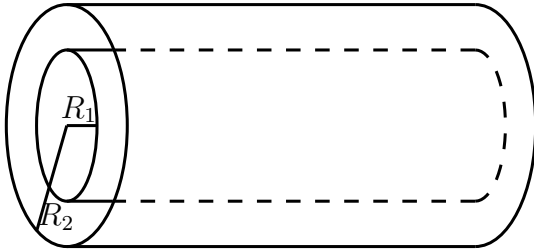
חשבו את האנרגיה האלקטרוסטטית של כדור בעל רדיוס R הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ .

פתרון:

$$U = \frac{4\pi\rho^2 R^5}{15\epsilon_0}$$

3.1.16

גליל אינסופי מבודד שרדיוסו $R_1 = R$ טעון בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = Ar$ כאשר r המרחק האנכי מציר הגליל. הגליל מוקף בקליפה גלילית מוליכה קואקסיאלית (בעלות ציר משותף) שרדיוסה $R_2 = 1.5R$. נתון כי הקליפה נייטרלית. נתון כי הפוטנציאל החשמלי במרחק $r = 2R$ שווה לאפס (זהו ה-ref).



- (א) מהו הפוטנציאל החשמלי בכל מקום במרחב (ביחס ל-ref)?
 (ב) מאריקים את הקליפה המוליכה. מהי צפיפות המטען עליה לאחר זמן רב?
 (ג) מהי האנרגיה החשמלית של המערכת ליחידת אורך במצב של סעיף (ב)?

פתרון:

$$\frac{U}{L} = 0.572 \cdot \frac{\pi A^2 R^6}{9\epsilon_0} \quad (\text{ג}) \quad \sigma = -\frac{AR^2}{3} \quad (\text{ב}) \quad \varphi(r) = \begin{cases} 0.12 \frac{AR^3}{\epsilon_0} - 0.11 \frac{Ar^3}{\epsilon_0} & r \leq R \\ -\frac{AR^3}{3\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{2R}\right) & r \geq R \end{cases} \quad (\text{א})$$

3.1.17

שדה אלקטרוסטטי $\vec{E}$ מקיים:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{E_0}{r} \hat{r} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

כאשר r הוא המרחק מהראשית (קואורדינטות כדוריות) ו- E_0 ו- R קבועים חיוביים.

- (א) מהו מערך המטענים שנמצא במרחב?
 (ב) מהו הפוטנציאל החשמלי בכל נקודה במרחב?
 (ג) מהי האנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת?

פתרון:

(א) צפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{\epsilon_0 E_0}{r^2}$ בתחום $r < R$ וכן צפיפות מטען משטחית $\sigma = -\frac{\epsilon_0 E_0}{r}$ ברדיוס $r = R$.

$$U = 2\pi\epsilon_0 E_0 R \quad (\text{ג}) \quad \varphi(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ -E_0 \ln\left(\frac{r}{R}\right) & r > R \end{cases} \quad (\text{ב})$$

3.1.18

נתון פוטנציאל חשמלי בקואורדינטות כדוריות:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{A \cos \theta}{r^2}$$

כאשר A קבוע כלשהו, θ הזווית ביחס לציר z ו- r המרחק מהראשית.

(א) מהו השדה החשמלי בכל מקום במרחב?

(ב) מהי התפלגות המטענים בכל נקודה במרחב?

פתרון:

(א) $\vec{E}(r, \theta, \phi) = \hat{r} \cdot \frac{2A \cos \theta}{r^3} + \hat{\theta} \cdot \frac{A \sin \theta}{r^3}$ (ב) דיפול חשמלי שנמצא על ציר z . את הפוטנציאל הנתון יוצר דיפול חשמלי כאשר המרחק בין המטענים הוא קטן מאד יחסית ל- r .

3.1.19

נתון גליל מלא אינסופי בעל רדיוס R שצפיפות המטען עליו $\rho(r)$ לא ידועה, כאשר r הוא המרחק מציר הגליל. נתון כי הפוטנציאל החשמלי ביחס לשפת הגליל הוא:

$$\varphi(r) = \begin{cases} -\frac{\varphi_0 r^2}{R^2} + C & r \leq R \\ \varphi_0 \ln \frac{r}{R} & r \geq R \end{cases}$$

כאשר φ_0 הוא פוטנציאל כלשהו.

(א) מהו הקבוע C ?

(ב) מהו השדה החשמלי בכל מקום?

(ג) מהי צפיפות המטען, $\rho(r)$, בכל מקום במרחב?

פתרון:

$$\rho(r) = \begin{cases} -\frac{4\varepsilon_0 \varphi_0}{R^2} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (ג) \quad \vec{E}(r) = \hat{r} \cdot \begin{cases} -\frac{2\varphi_0 r}{R^2} & r < R \\ \frac{\varphi_0}{r} & r > R \end{cases} \quad (ב) \quad C = \varphi_0 \quad (א)$$

3.1.20

בקואורדינטות כדוריות נתון כי הפוטנציאל בתחום $r < R$ הוא

$$\varphi(r < R) = A \left(r - \frac{R}{2} \right)^2$$

וכן שהשדה החשמלי בתחום $r > R$ הוא

$$\vec{E}(r > R) = \frac{B}{r^2} \hat{r}$$

כאשר A ו- B קבועים חיוביים.

(א) מהו הפוטנציאל בכל מקום?

(ב) מהו השדה בכל מקום?

(ג) מצאו את היחס $\frac{B}{A}$.

(ד) מצאו את התפלגות המטענים במרחב.

פתרון:

$$\frac{B}{A} = \frac{R^3}{4} \quad (\text{א}) \quad \vec{E}(r) = \begin{cases} -2A \left(r - \frac{R}{2} \right) \hat{r} & r < R \\ \frac{B}{r^2} \hat{r} & r > R \end{cases} \quad (\text{ב}) \quad \varphi(r) = \begin{cases} A \left(r - \frac{R}{2} \right)^2 & r < R \\ \frac{B}{r} & r > R \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$\rho(r) = \begin{cases} 2\varepsilon_0(R - 3r) & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (\text{ד}) \quad \text{צפיפות מטען משטחית } \sigma = \frac{5\varepsilon_0 AR}{4} \text{ במיקום } r = R \text{ וכן צפיפות מטען נפחית}$$

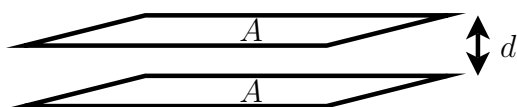
פרק 4

קיבול חשמלי והתנגדות חשמלית

4.1 קיבול וחומרים דיאלקטרים

4.1.1

חשבו ישירות ממהגדרה את הקיבול של קבל לוחות. הניחו כי ישנם שני לוחות מוליכים, ששטחם A והמרחק ביניהם d . יש להניח כי $A \gg d^2$, כלומר ניתן להתייחס ללוחות כאל אינסופיים. מעבירים מטען Q מהלוח התחתון לעליון, כך שהלוח העליון טעון במטען Q והתחתון במטען $-Q$ וכן שהמרחב בין המוליכים מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם ϵ_r .

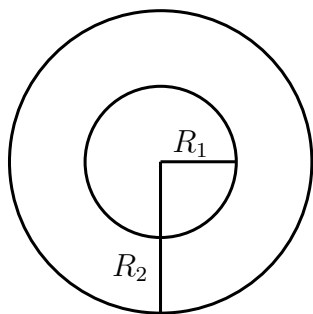


פתרון:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

4.1.2

חשבו ישירות ממהגדרה את הקיבול של קבל כדורי. הניחו כי ישנן שתי קליפות כדוריות מוליכות וקונצנטריות בעלות רדיוסים R_1 ו- R_2 , ומעבירים מטען Q מהקליפה החיצונית לפנימית, כך שהקליפה הפנימית טעונה במטען Q והחיצונית במטען $-Q$ וכן שהמרחב בין המוליכים מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם ϵ_r .

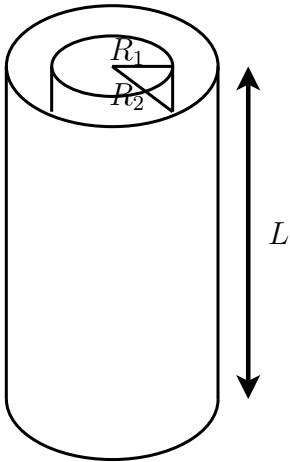


פתרון:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$$

4.1.3

חשבו ישירות ממהגדרה את הקיבול של קבל גלילי (ליחידת אורך). הניחו כי ישנן שתי קליפות גליליות בעלות רדיוסים R_1 ו- R_2 . יש להניח כי אורך הקליפות L הרבה יותר גדול מהרדיוסים שלהן, כך שניתן להתייחס אליהן כאל אינסופיות. מעבירים מטען Q מהקליפה החיצונית לפנימית, כך שהקליפה הפנימית טעונה במטען Q והחיצונית במטען $-Q$ וכן שהמרחב בין המוליכים מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם ϵ_r .



פתרון:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(R_2/R_1)}$$

4.1.4

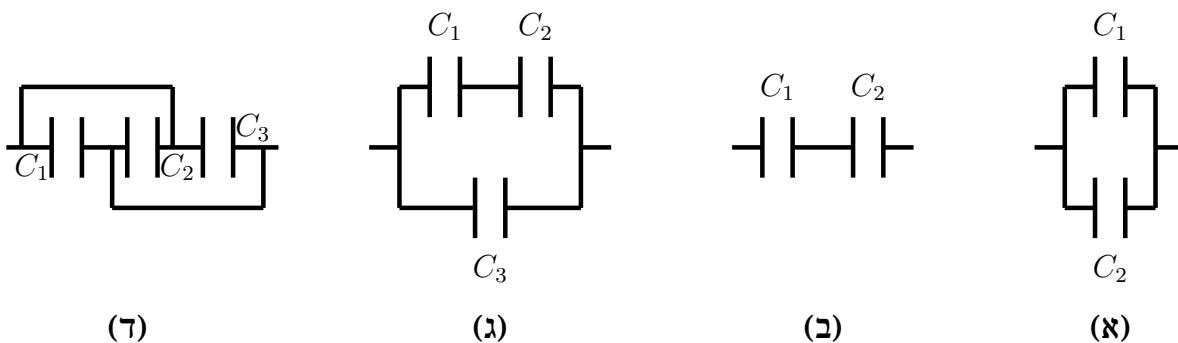
מהו הקיבול השקול של:

(א) שני קבלים המחוברים במקביל?

(ב) שני קבלים המחוברים בטור?

(ג) שלושה קבלים, שניים בטור והשלישי במקביל אליהם?

(ד) שלושת הקבלים הנתונים בשרטוט?

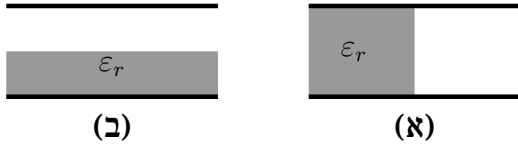


פתרון:

$$C_{tot} = C_1 + C_2 + C_3 \quad (\text{ד}) \quad C_{tot} = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1 + C_2} \quad (\text{ג}) \quad C_{tot} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (\text{ב}) \quad C_{tot} = C_1 + C_2 \quad (\text{א})$$

4.1.5

קיבולו של קבל לוחות בריק הינו C_0 . ממלאים את חציו בחומר דיאלקטרי בעל קבוע ϵ_r , בשני אופנים שונים, כמשורטט. מהו הקיבול החדש בכל מקרה?

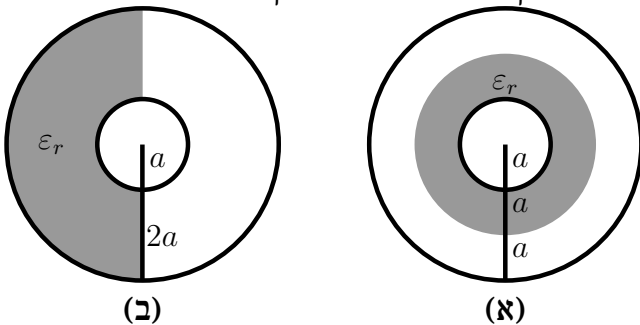


פתרון:

$$C_{tot} = \frac{2\epsilon_r}{1 + \epsilon_r} C_0 \quad (\text{ב}) \quad C_{tot} = \frac{1 + \epsilon_r}{2} C_0 \quad (\text{א})$$

4.1.6

קבל כדורי מורכב מרדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני $3a$. אל תוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי בעל מקדם ϵ_r כך שהוא ממלא רק את חלק מנפחו, בשני אופנים שונים, כמשורטט. מהו הקיבול החדש בכל מקרה?



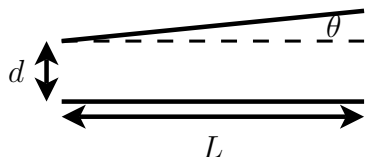
פתרון:

$$C_{tot} = 3\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)a \quad (\text{ב}) \quad C_{tot} = \frac{24\pi\epsilon_0\epsilon_r a}{3 + \epsilon_r} \quad (\text{א})$$

4.1.7

קבל לוחות עשוי מלוח ריבועי ששטחו $A = L \times L$, ומרחק בין הלוחות d . מטים את אחד הלוחות בזווית קטנה $\theta \simeq \sin \theta \simeq \tan \theta$. מהו קיבול הקבל?

$$\ln(1+x) \simeq x - \frac{x^2}{2} \quad \text{ניתן להשתמש בקירוב}$$



פתרון:

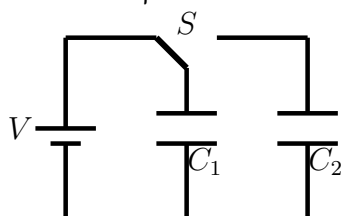
$$C = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d} \left(1 - \frac{L}{2d} \theta \right)$$

4.1.8

במעגל המופיע בשרטוט מחוברים שני קבלים C_1 ו- C_2 ומקור מתח V .

(א) כאשר המפסק S נמצא במצב השמאלי, הקבל C_1 נטען. לאחר גמר הטעינה, מה יהיה המתח עליו? המטען עליו? והאנרגיה האגורה בו?

(ב) כאשר מעבירים את המפסק למצב הימני (לאחר ש- C_1 נטען) חלק מהמטען יעבור לקבל C_2 . לאחר גמר המעבר, מה יהיה המתח על כל אחד מהקבלים? המטען על כל אחד מהקבלים? והאנרגיה האגורה בכל אחד מהקבלים?



פתרון:

$$V_1 = V ; Q_1 = C_1 V ; U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 \quad (\text{א})$$

$$V'_1 = V'_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V ; Q'_1 = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} V ; Q'_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V \quad (\text{ב})$$

$$U'_1 = \frac{1}{2} \frac{C_1^3}{(C_1 + C_2)^2} V^2 ; U'_2 = \frac{1}{2} \frac{C_1^2 C_2}{(C_1 + C_2)^2} V^2$$

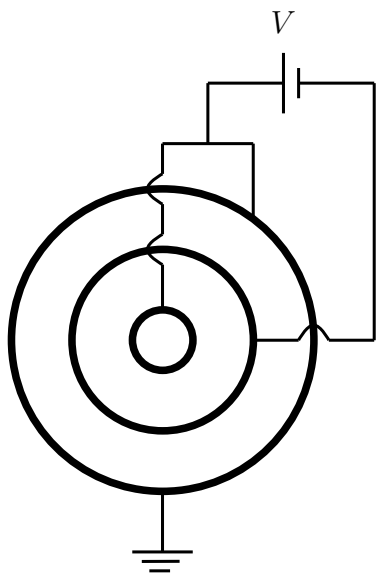
4.1.9

שלוש קליפות כדוריות (דקות) מוליכות וקונצנטריות בעלות רדיוסים:

$$R_1 = R ; R_2 = 3R ; R_3 = 5R$$

מחוברות לסוללה בת מתח V , באופן הבא:

הקליפה הפנימית והקליפה החיצונית מחוברות להדק החיובי של הסוללה, והקליפה האמצעית מחוברת להדק השלילי. כמו כן נתון כי הקליפה החיצונית מוארקה.



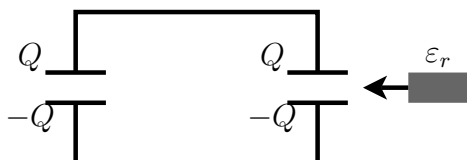
- (א) מהם המטענים על כל אחת מהקליפות?
 (ב) מהו קיבול המערכת?

פתרון:

$$C = 36\pi\epsilon_0 R \quad (\text{ב}) \quad q_1 = \frac{3VR}{2k} ; q_2 = -\frac{9VR}{k} ; q_3 = \frac{15VR}{2k} \quad (\text{א})$$

4.1.10

שני קבלי לוחות זהים, בעלי שטח A ומרחק בין לוחות d מחוברים כמתואר בשרטוט. כל אחד מהקבלים טעון במטען זהה Q (כלומר שלוח אחד של כל קבל טעון במטען חיובי והשני במטען שלילי). מכניסים חומר עם מקדם דיאלקטרי ϵ_r לתוך הקבל הימני, כך שהוא ממלא את כל נפח הקבל.



- (א) מהו המטען על כל אחד מהקבלים זמן רב לאחר הכנסת הלוח?
 (ב) מהי העבודה שהושקעה בעת הכנסת החומר הדיאלקטרי?

פתרון:

$$W = \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 A} \left(\frac{1 - \epsilon_r}{1 + \epsilon_r} \right) \quad (\text{ב}) \quad q_1 = \frac{2\epsilon_r}{1 + \epsilon_r} Q ; q_2 = \frac{2}{1 + \epsilon_r} Q \quad (\text{א})$$

4.1.11

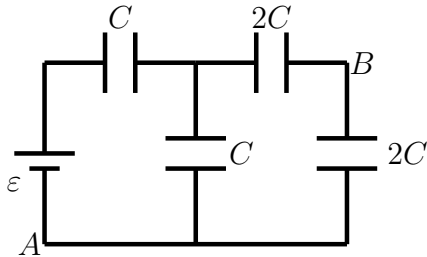
קבל לוחות בעל לוח ריבועי ששטחו $A = 0.25 \text{ m}^2$ ומרחק בין לוחות $d = 5 \text{ mm}$ מחובר לסוללה בת מתח $V = 250 \text{ V}$. מכניסים לתוך הקבל לוח עשוי סיליקון ($\epsilon_r = 12$) ששטחו A ועוביו $p = 2 \text{ mm}$. בכמה משתנים הקיבול, המטען, והאנרגיה האגורה בקבל לאחר הכנסת הלוח, ביחס למצב המקורי?

פתרון:

$$\Delta C = 256.3 \text{ pF} ; \Delta Q = 65 \text{ nC} ; \Delta U = 8 \text{ } \mu\text{J}$$

4.1.12

נתון המעגל הבא, ובו קבלים בעלי קיבול C וקבלים בעלי קיבול $2C$. מקור המתח הוא בעל כ"מ ε .



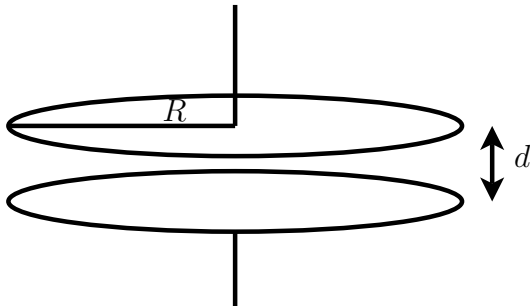
- (א) מהם המטען והמתח על כל קבל?
 (ב) מהו הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ו-B?

פתרון:

$$V_{AB} = -\frac{1}{6}\varepsilon \quad (\text{ב})$$

4.1.13

קבל שלוחותיו עגולים בעלי רדיוס R ומרוחקים זה מזה מרחק d ממולא בחומר דיאלקטרי התלוי במרחק r ממרכז המערכת, כאשר $\varepsilon_r = \alpha r + 1$. $\alpha = \frac{3}{2R}$. הקבל מחובר למקור מתח V .



מהי האנרגיה האגורה בקבל?

פתרון:

$$U = \frac{\pi \varepsilon_0 R^2 V^2}{d}$$

4.2 התנגדות

4.2.1

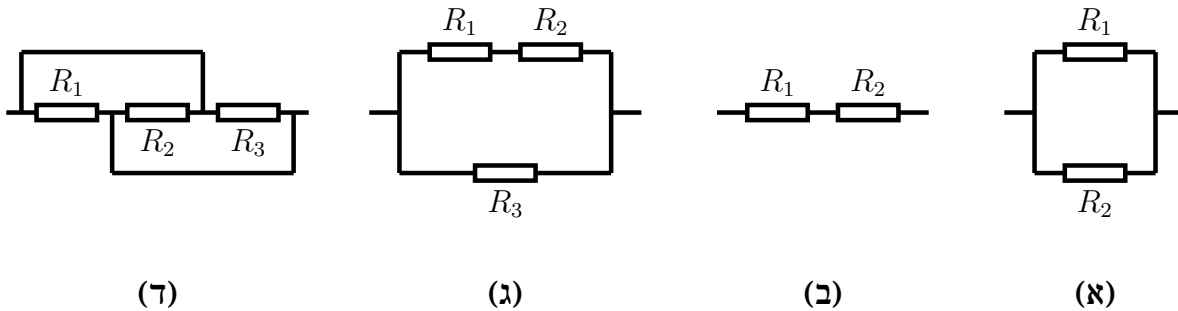
מהו ההתנגדות השקולה של:

(א) שני נגדים המחוברים במקביל?

(ב) שני נגדים המחוברים בטור?

(ג) שלושה נגדים, שניים בטור והשלישי במקביל אליהם?

(ד) שלושת הנגדים הנתונים בשרטוט?



פתרון:

$$R_{tot} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{א}) \quad R_{tot} = R_1 + R_2 \quad (\text{ב}) \quad R_{tot} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (\text{ג}) \quad R_{tot} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (\text{ד})$$

4.2.2

נתון גליל בעל שטח חתך A , אורך L ומוליכות $\sigma(x) = \sigma_0 \frac{L}{x}$, כאשר x המרחק מקצה הגליל.

(א) מהי התנגדות הגליל?

(ב) מה תהיה צפיפות הזרם בגליל אם נחבר את קצותיו להפרש פוטנציאלים V ?

(ג) מה יהיה השדה החשמלי במוליך כאשר יזרום בו זרם?

פתרון:

$$R = \frac{L}{2\sigma_0 A} \quad (\text{א}) \quad j = \frac{2\sigma_0 V}{L} \quad (\text{ב}) \quad E(x) = \frac{2V}{L} x \quad (\text{ג})$$

4.2.3

קליפה כדורית שרדיוסה הפנימי a והחיצוני b עשויה חומר שהתנגדותו הסגולית הינה ρ_0 . הדופן הפנימית של

הקליפה מוארקת והדופן החיצונית שלה מוחזקת בפוטנציאל V .

(א) מהי התנגדות הקליפה בין הדופן הפנימית לחיצונית?

(ב) מהו הזרם הכללי הזורם בקליפה?

(ג) מצאו את צפיפות הזרם כפונקציה של המרחק r ממרכז הקליפה?

(ד) מהו השדה החשמלי השורר בקליפה?

(ה) מהו הספק החום הנוצר בקליפה?

פתרון:

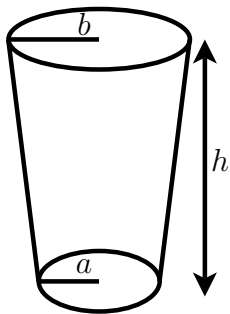
$$E(r) = \frac{V}{r^2} \left(\frac{ab}{b-a} \right) \quad (\text{ד}) \quad j(r) = \frac{V}{\rho_0 r^2} \left(\frac{ab}{b-a} \right) \quad (\text{ג}) \quad I = \frac{4\pi V}{\rho_0} \left(\frac{ab}{b-a} \right) \quad (\text{ב}) \quad R = \frac{\rho_0}{4\pi} \left(\frac{b-a}{ab} \right) \quad (\text{א})$$

$$P = \frac{4\pi V^2}{\rho_0} \left(\frac{ab}{b-a} \right) \quad (\text{ה})$$

4.2.4

נתון נגד בעל גיאומטריה קונית, בעל רדיוס קטן a , רדיוס גדול b , וגובה h . בהנחה כי ההתנגדות הסגולית של החומר היא ρ , מצאו את התנגדותו של הנגד.

כמו כן, בדקו כי התוצאה מתארת נכון את המצב $a = b$.

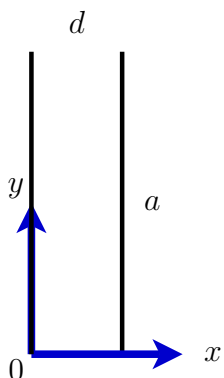


פתרון:

$$R = \rho \frac{h}{\pi ab}$$

4.2.5

בין שני לוחות בעלי שטח חתך ריבועי $a \times a$ ושהמרחק ביניהם d , מצוי חומר דיאלקטרי בעל מוליכות שאינה קבועה σ .



חשבו את ההתנגדות במקרים הבאים:

$$\sigma = \sigma_0 + \beta y \quad (\text{א})$$

$$\sigma = \sigma_0 + \beta x \quad (\text{ב})$$

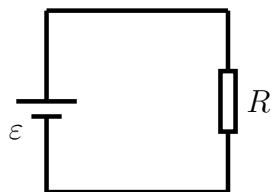
פתרון:

$$R = \frac{1}{a^2 \beta} \ln \left(1 + \frac{\beta a}{\sigma_0} \right) \quad (\text{ב}) \quad R = \frac{d}{a^2 \left(\sigma_0 + \frac{\beta a}{2} \right)} \quad (\text{א})$$

4.3 מעגלי זרם ישר

4.3.1

נתון מעגל חשמלי ובו סוללה ונגד, כמשורטט.



(א) היכן יש לחבר מד מתח למעגל כדי למדוד את המתח החשמלי על הנגד? מה יש לדרוש לגבי התנגדותו של מד המתח?

(ב) היכן יש לחבר מד זרם למעגל כדי למדוד את הזרם הזורם בו? מה יש לדרוש לגבי התנגדותו של מד הזרם?

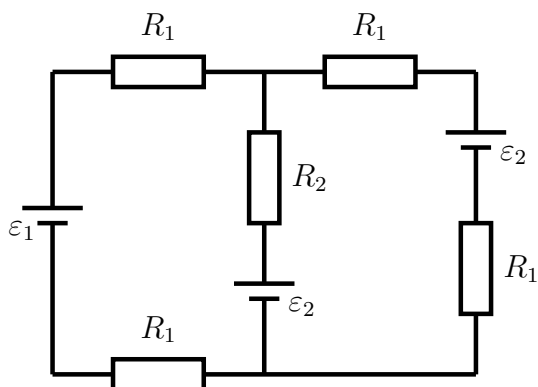
פתרון:

(א) יש לחבר מד מתח במקביל לנגד. על התנגדות מד המתח להיות הרבה יותר גדולה מהתנגדותו של הנגד הנמדד.

(ב) יש לחבר מד זרם בטור למעגל. על התנגדות מד הזרם להיות הרבה יותר קטנה מהתנגדות הנגד.

4.3.2

נתון המעגל הבא:



נתונים: $R_1 = 1.7 \, \Omega$; $R_2 = 3.5 \, \Omega$; $\varepsilon_1 = 2.1 \, \text{V}$; $\varepsilon_2 = 6.3 \, \text{V}$

(א) מצאו את הזרם והמתח על כל נגד.

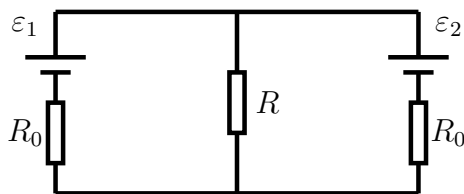
(ב) חשבו את הספק המעגל.

פתרון:

(ב) $P_{tot} = 3.44 \, \text{W}$

4.3.3

נתון המעגל החשמלי הבא, ובו נתונים הכא"מים ε_1 ו- ε_2 והתנגדויות R_0 ו- R .



מצאו עבור איזו התנגדות R הספק החום המתבזבז על נגד זה הוא המקסימלי, ואת ערכו של הספק זה. את הפתרונות יש לספק בעזרת הנתונים $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ו- R_0 .

פתרון:

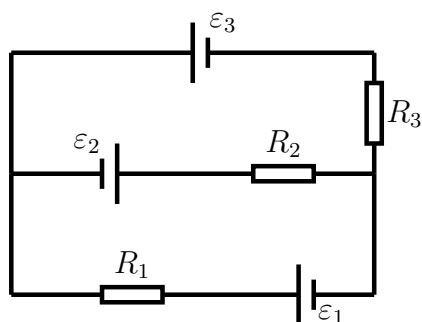
$$R = \frac{R_0}{2} ; P_{max} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{8R_0}$$

4.3.4

נתון המעגל החשמלי הבא:

$$\varepsilon_1 = 2 \text{ V} ; \varepsilon_2 = 3 \text{ V} ; \varepsilon_3 = 6 \text{ V}$$

$$R_1 = 20 \Omega ; R_2 = 7 \Omega ; R_3 = 12 \Omega$$



(א) חשבו את הזרם בכל ענף.

(ב) מהו ההספק על הנגד R_1 ?

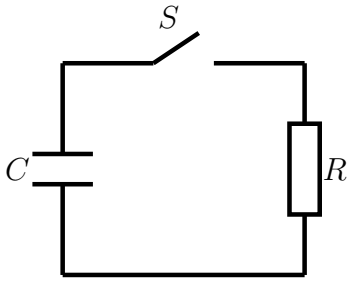
פתרון:

$$P_{R_1} = 0.095 \text{ W (ב)} \quad 0.069 \text{ A} ; 0.517 \text{ A} ; 0.448 \text{ A (א)}$$

4.4 מעגלי RC (נגד וקבל)

4.4.1

נתון מעגל RC (פריקה). ברגע $t = 0$ הקבל טעון במטען Q_0 ואז סוגרים את המפסק S.



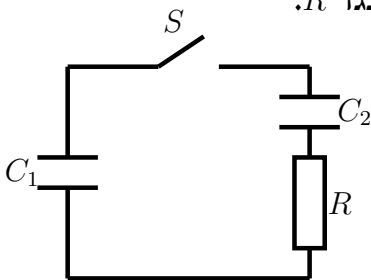
- (א) רשמו את משוואת המעגל.
 (ב) מצאו את $Q(t)$, המטען על הקבל כפונקציה של הזמן.
 (ג) מצאו את הזרם במעגל בכל רגע, $I(t)$.

פתרון:

$$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (ג) \quad Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (ב) \quad -R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \quad (א)$$

4.4.2

קבל C_1 טעון במטען Q_0 . כאשר סוגרים את המפסק מתחבר קבל זה בטור לקבל C_2 ונגד R .



- (א) רשמו את משוואת המעגל.
 (ב) מצאו את $Q_1(t)$, המטען על הקבל C_1 כפונקציה של הזמן.
 (ג) מצאו את הזרם במעגל בכל רגע, $I(t)$.
 (ד) מהי האנרגיה האלקטרוסטטית במעגל לפני סגירת המפסק, וזמן רב לאחר סגירתו.
 (ה) הראו כי הפרש האנרגיות שחושבו בסעיף הקודם שווה לאנרגיית החום שהתבזזה על הנגד בעת הזרימה.

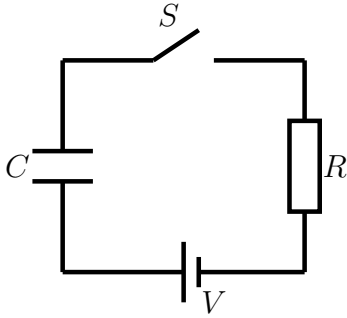
פתרון:

$$Q_1(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0 e^{-\frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) t} \quad (ב) \quad -R \frac{dQ_1}{dt} - \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q_1 + \frac{Q_0}{C_2} = 0 \quad (א)$$

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_1} ; U(t \rightarrow \infty) = \frac{Q_0^2}{2(C_1 + C_2)} \quad (ד) \quad I(t) = \frac{Q_0}{RC_1} e^{-\frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) t} \quad (ג)$$

4.4.3

נתון מעגל RC (טעינה). ברגע $t = 0$ הקבל אינו טעון ואז סוגרים את המפסק S .



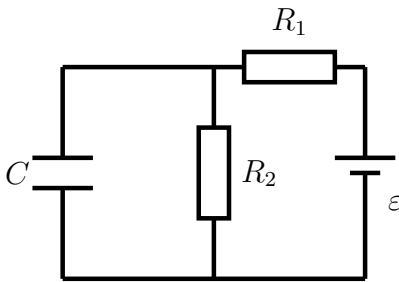
- (א) רשמו את משוואת המעגל.
 (ב) מצאו את $Q(t)$, המטען על הקבל כפונקציה של הזמן.
 (ג) מצאו את הזרם במעגל בכל רגע, $I(t)$.

פתרון:

$$I(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (ג) \quad Q(t) = CV \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (ב) \quad R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} - V = 0 \quad (א)$$

4.4.4

נתון המעגל הבא. ברגע $t = 0$ המתח על הקבל הוא V_0 . מצאו את המתח על הקבל כפונקציה של הזמן!



פתרון:

$$V_C(t) = \varepsilon \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[1 - e^{-\frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) t} \right] + V_0 e^{-\frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) t}$$

4.4.5

- סיליקון הוא בעל מקדם דיאלקטרי $\varepsilon_r = 12$ והתנגדות סגולית $\rho = 2.5 \cdot 10^3 \, \Omega \cdot \text{m}$, בטמפרטורת החדר. ממלאים בסיליקון קבל לוחות בעל מימדים ששטח לוחותיו $A = 0.25 \, \text{m}^2$ ומרחק בין לוחות $d = 0.2 \, \text{mm}$.
 (א) מצאו את הקיבול, ההתנגדות, וזמן הפריקה האופייני של הקבל.
 (ב) הראו כי האנרגיה שאובדת בזמן הפריקה שווה בדיוק לאנרגיית החום המתפתחת בנגד.

פתרון:

$$C = 132.81 \text{ nF} ; R = 2 \Omega ; \tau = 265.62 \text{ ns} \text{ (א)}$$