

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס תפ"י.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,
המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את
התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

**הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
שנעשה בשיעור פרטי.**

את הקורס בנתה הגברת מיכל פרידמן, מרצה מבוקשת במוסדות
אקדמיים שונים ובעלת ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים
להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם
לחווית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר
www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול זה בול. בשבילך!

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

תוכן עניינים

פרק 1 - תכנון ליניארי: גיסוח בעיות ופתרון גרפי.....3

פרק 1 - תכנון ליניארי: ניסוח בעיות ופתרון גרפי

דוגמא:

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 5X_2$$

s. t.

$$2X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$4X_1 + X_2 \leq 8$$

$$3X_2 \leq 9$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

X_1 – מספר היחידות שנייצר ממוצר 1

X_2 – מספר היחידות שנייצר ממוצר 2

פתור את הבעיה באופן גרפי. שרטט תחום אפשרי וחשב את הערך האופטימאלי של משתני ההחלטה ושל פונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.

שאלה 1:

- מפעל מייצר 2 סוגי כובעים: כובעים כחולים וכובעים אדומים. עלות הייצור של הכובעים הכחולים הינה 5 ₪ לכובע ואילו של הכובעים האדומים 4 ₪ לכובע. המפעל מוכר את כל אחד מהכובעים ב-10 ₪. בייצור של כל אחד מהכובעים הכחולים יש צורך ב-2 מטרים של בד ובייצור של כל אחד מהכובעים האדומים יש צורך ב-3 מטרים של בד. לרשותו של המפעל 40 מטרים של בד כחול ו-30 מטרים של בד אדום. מנהל המפעל מוכן להקצות 100 ₪ לייצור הכובעים משני הצבעים. בנוסף, הוא אינו מעוניין לייצר יותר מ-20 כובעים אדומים.
- הגדר משתני החלטה ונסח את הבעיה בעזרת מודל תכנון ליניארי מתאים: פונקציית מטרה ואילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.
 - פתור את הבעיה שניסחת בסעיף א' באופן גרפי. שרטט תחום אפשרי וחשב את הערך האופטימאלי של משתני ההחלטה ושל פונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
 - מהם הערכים הדואליים של האילוצים? הסבר ונמק את תשובתך.
 - מצא חסמים על כל אחד מהמקדמים בפונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
 - מצא חסמים על אגף ימין של כל האילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.
 - חברו של מנהל המפעל מבקש לרכוש ממנו 10 מ' בד כחול תמורת 2 ₪ למטר. האם כדאי למנהל למכור? אם לא, הסבר. אם כן, חשב את השינוי ברווח.
 - מנהל המפעל קיבל הקצאה נוספת של 15 מ' בד אדום. האם ישפיע הדבר על הרווח הכולל? אם לא, הסבר. אם כן, חשב את השינוי ברווח ובכמויות הייצור.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

שאלה 2:

לתערובת מזון ששלמה מעוניין ליצור דרושים לפחות 60 יח' ויטמין C, 120 יח' של ויטמין A, 60 יח' של ויטמין D ו-210 יח' של ויטמין E.

קיימים בחנות רק שני סוגי מזון המכילים את ארבעת סוגי הוויטמינים בהרכבים שונים:

E	D	A	C	
35	15	20	5	סוג מזון 1
21	15	15	30	סוג מזון 2

ק"ג מסוג מזון 1 עולה 5₪ ואילו ק"ג מסוג מזון 2 עולה 6₪. שלמה מעוניין לקנות כמות מסוימת מסוגי המזון הנ"ל על מנת לעמוד במגבלות ולמזער עלויות.

- הגדר משתני החלטה ונסח את הבעיה בעזרת מודל תכנון ליניארי מתאים: פונקציית מטרה ואילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.
- פתור את הבעיה שניסחת בסעיף א' באופן גרפי. שרטט תחום אפשרי וחשב את הערך האופטימאלי של משתני ההחלטה ושל פונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
- מהם הערכים הדואליים של האילוצים? הסבר ונמק את תשובתך.
- מצא חסמים על המקדם של X_1 בפונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
- מצא חסמים על אגף ימין של כל האילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.

שאלה 3:

לקוח 'בנק השואלים' חסך 900,000₪ ומעוניין להשקיע את כספו (או חלק ממנו). הוא פנה לבנקאי האישי שלו לקבלת המלצה. הבנקאי פרש בפניו את 2 האפשרויות בטבלה הבאה:

אפיק ההשקעה	רווח שנתי
מניות	30%
אג"ח	20%

הלקוח מעוניין להשקיע לכל הפחות 400,000₪ באג"ח. כמו כן, הוא מעוניין להשקיע במניות לכל היותר חצי מהסכום שהוא משקיע באג"ח.

- הגדר משתני החלטה ונסח את הבעיה בעזרת מודל תכנון ליניארי מתאים: פונקציית מטרה ואילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.
- פתור את הבעיה שניסחת בסעיף א' באופן גרפי. שרטט תחום אפשרי וחשב את הערך האופטימאלי של משתני ההחלטה ושל פונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
- מהם הערכים הדואליים של האילוצים? הסבר ונמק את תשובתך.
- מצא חסמים על המקדם של X_1 בפונקציית המטרה. הסבר ונמק את תשובתך.
- מצא חסמים על אגף ימין של כל האילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.
- חברו של הלקוח מעוניין לתת לו הלוואה בריבית של 20%. האם כדאי ללקוח לקחת את ההלוואה? עד איזה סכום ההלוואה משתלמת? אם ההלוואה הינה בסכום של 100,000₪, מה יהיה השינוי ברווח ומהו סכום הכסף שהלקוח ישקיע בכל אחד מאפיקי ההשקעה?
- אם הרווח עבור השקעה במניות יגדל ל-60%, כיצד ישתנה רווחו הכולל של הלקוח?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

שאלה 4:

חנות טיפוח רוכשת מלאי חודשי של 2 סוגי קרמים בריחות וניל ותות. נפח קופסת קרמים בריח וניל (המכילה קרם גוף, קרם רגליים, קרם ידיים וקרם פנים) הינו 0.25 מ"ר ואילו נפח קופסת קרמים בריח תות הינו 0.2 מ"ר (קופסת הקרמים בריח תות לא מכילה קרם פנים). מנהל החנות, שמואל, קונה את הקרמים בסיטונאות ולכן מחירה של קופסת קרמים בריח וניל הינו 200 ₪ ואילו מחירה של קופסת קרמים בריח תות הינו 400 ₪ (תמציות התות יקרות יותר). שמואל מוכר כל קופסא בחנות במחיר גבוה פי 2.5 ממחיר קנייתו.

בתחילת חודש מאי, החליט שמואל לבצע הזמנה של קרמים. הוא הקציב לרכישה סכום כולל של 50,000 ₪. חברו הטוב, אלי, מוכן לספק לו הובלה חינם של הקופסאות לחנות. המקום אותו מקצה אלי במשאיתו להובלה הינו 30 מ"ר.

במידה ושמואל יחליט להזמין קופסא לא מלאה של קרמים, הוא יקבל את החלק היחסי של הקופסא. משמע, מספר הקופסאות שהוא מזמין לא חייב להיות מספר שלם. בנוסף, שמואל החליט שלכל היותר 70% מהמלאי בחודש מאי יהיה מורכב מקרמים בריח וניל. שמואל מעוניין להביא למקסימום את הרווח החודשי.

א. הגדר משתני החלטה ונסח את הבעיה בעזרת מודל תכנון ליניארי מתאים : פונקציית מטרה ואילוצים. הסבר ונמק את תשובתך.

ב. פתור את הבעיה שניסחת בסעיף א' באופן גרפי. שרטט תחום אפשרי וחשב את הערך האופטימאלי של משתני ההחלטה ושל פונקציית המטרה. מה מיוחד בפתרון המתקבל? הסבר ונמק את תשובתך.

פתרונות פרק 2

פתרון שאלה 1:

א.

$$\text{Max } Z = 5X_1 + 6X_2$$

S.T.

1) $2X_1 \leq 40$

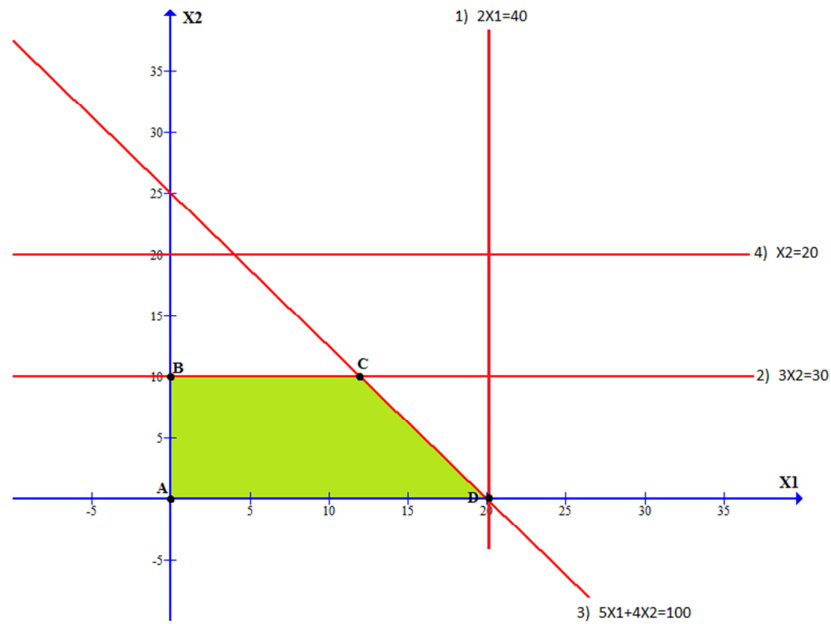
2) $3X_2 \leq 30$

3) $5X_1 + 4X_2 \leq 100$

4) $X_2 \leq 20$

ושלמים $X_1, X_2 \geq 0$

ב.



10. רווחו של המפעל יהיה 120 ₪. כמות הכובעים הכחולים שהמפעל ייצר הינה 12 וכמות הכובעים האדומים שהמפעל ייצר הינה 8.

ג. הערכים הדואליים של האילוצים: $0, \frac{2}{3}, 1, 0$.

ד. $4 \leq C_2 \leq \infty, 0 \leq C_1 \leq 7.5$.

ה. אילוץ 1: $-\infty, 24$. אילוץ 2: $0, 60$. אילוץ 3: $40, 140$. אילוץ 4: $10, \infty$.

ו. כדאי. תוספת של 20 ₪ לרווח הכולל.

ז. הרווח הכולל יגדל ב- 10 ₪. כמות הכובעים הכחולים שהמפעל ייצר הינה 8 וכמות הכובעים האדומים שהמפעל ייצר הינה 15.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

פתרון שאלה 2:

א.

$$\text{Min } Z = 5X_1 + 6X_2$$

S.T.

$$1) 5X_1 + 30X_2 \geq 60$$

$$2) 20X_1 + 15X_2 \geq 120$$

$$3) 15X_1 + 15X_2 \geq 60$$

$$4) 35X_1 + 21X_2 \geq 210$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ב.



שלמה יקנה $5\frac{1}{3}$ ק"ג מסוג מזון 1 ו- $1\frac{1}{9}$ ק"ג מסוג מזון 2. עלותו הכוללת תהיה $33\frac{1}{3}$.

ג. הערכים הדואליים של האילוצים: $\frac{8}{63}, 0, 0, \frac{1}{9}$.

ד. $1 \leq C_1 \leq 10$.

ה. אילוץ 1: 300, 30. אילוץ 2: $123\frac{1}{3}, -\infty$. אילוץ 3: $96\frac{2}{3}, -\infty$. אילוץ 4: 420, 204.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

פתרון שאלה 3:

א.

$$\text{Max } Z = 1.3X_1 + 1.2X_2$$

S.T.

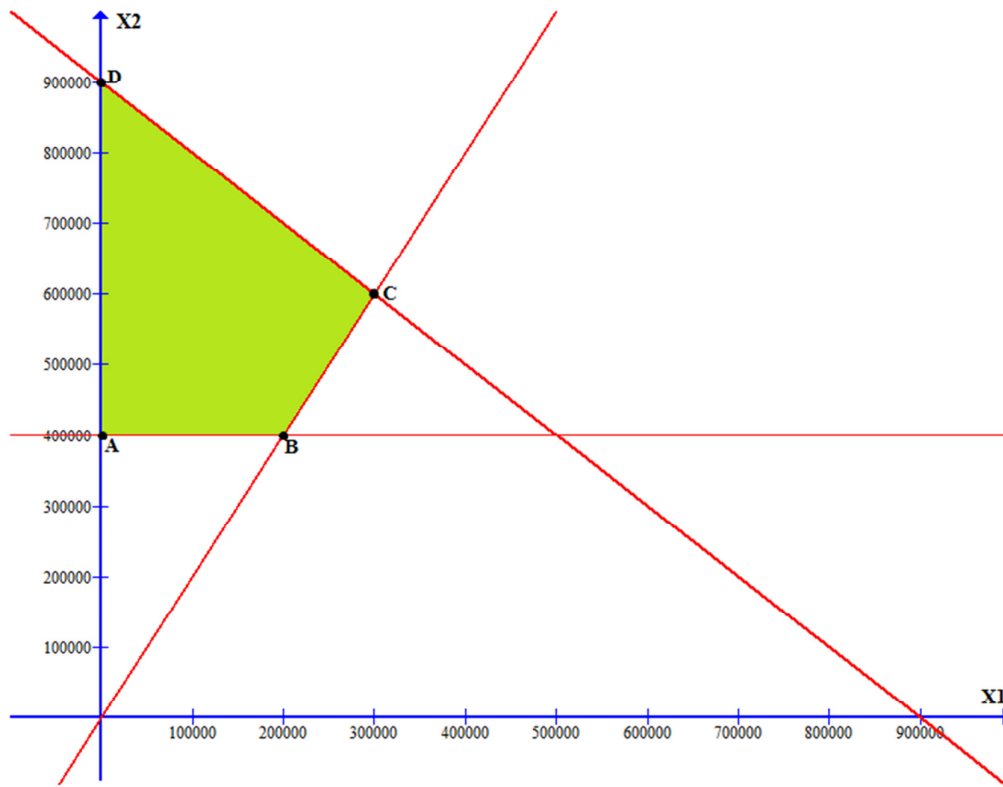
$$1) X_1 + X_2 \leq 900000$$

$$2) X_2 \geq 400000$$

$$3) X_1 - 0.5X_2 \leq 0$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ב.



הלקוח ישקיע 300,000 ש"ח במניות ו- 600,000 ש"ח באג"ח. רווחו הכולל יהיה 1,110,000.

ג. הערכים הדואליים של האילוצים: $1\frac{7}{30}, 0, \frac{1}{15}$.

ד. $1.2 \leq C_1$.

ה. אילוץ 1: 600000, $-\infty$; אילוץ 2: $-\infty, 600000$; אילוץ 3: -450000, 300000.

ו. ההלוואה משתלמת בכל סכום.

ז. יגדל ב- 90000.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

פתרון שאלה 4:

א.

$$\text{Max } Z = 300X_1 + 600X_2$$

S.T.

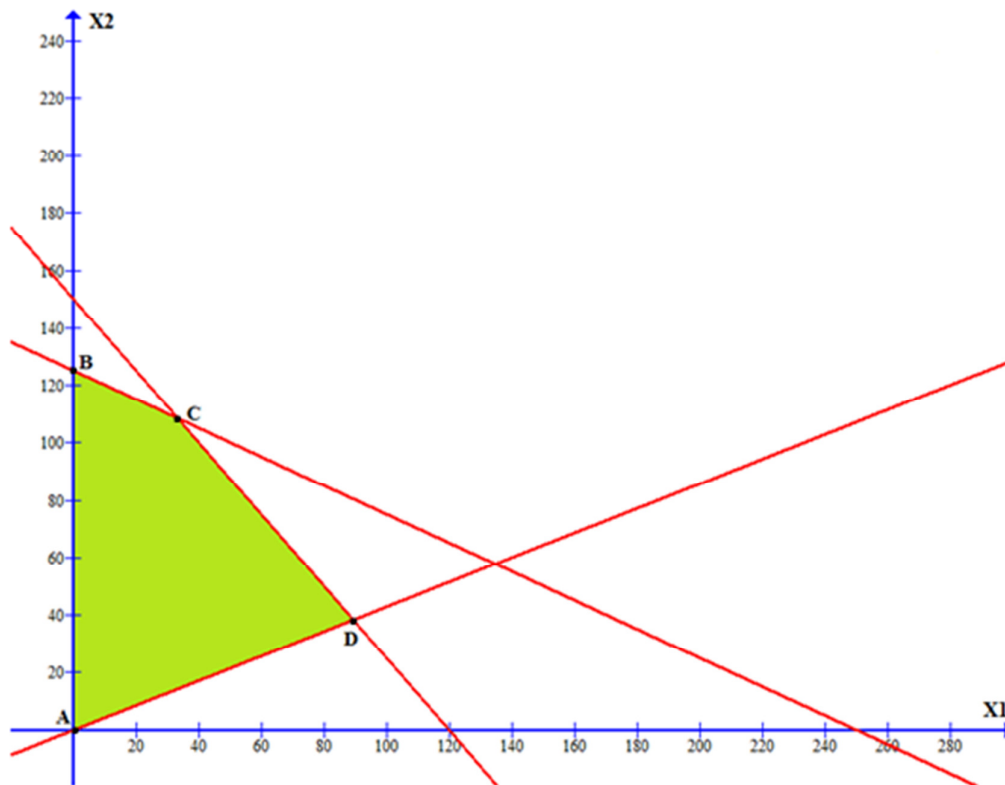
$$1) 200X_1 + 400X_2 \leq 50000$$

$$2) 0.25X_1 + 0.2X_2 \leq 30$$

$$3) 0.3X_1 - 0.7X_2 \leq 0$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ב.



2 פתרונות אופטימאליים. רווחו הכולל של שמואל יהיה 75,000 ₪.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתבה ופתרה - מיכל פרידמן ©